

Dottorato di Ricerca in Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali

DICAM

XXVIII Ciclo

SETTORE CONCORSUALE: 08/A1

SETTORE SCIENTIFICO DISCIPLINARE: ICAR/02

**TECNICHE INNOVATIVE A BASE GEOSTATISTICA  
PER LA STIMA DEI DEFLUSSI IDRICI  
SUPERFICIALI IN BACINI NON STRUMENTATI**

Candidato:  
**Alessio Pugliese**

Relatore:  
**Prof. Ing. Armando Brath**

Correlatore:  
**Prof. Ing. Attilio Castellarin**

Coordinatore del Dottorato:  
**Prof. Ing. Alberto Lamberti**



*Statisticamente tutto si spiega,  
personalmente tutto si complica.*

Daniel Pennac, Diario di Scuola, 2007.



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
<b>1 Tecniche regionali di stima della curva di durata delle portate</b>	<b>5</b>
1.1 La curva di durata delle portate . . . . .	5
1.2 Le analisi regionali e il problema delle regioni omogenee . . . . .	7
1.3 Metodi statistici per la stima delle curva di durata in siti non strumentati .	8
1.3.1 Metodi di regressione lineare . . . . .	9
1.3.2 Metodo del deflusso indice . . . . .	9
<b>2 Geostatistica: presupposti teorici per l'analisi dei dati spaziali</b>	<b>13</b>
2.1 Introduzione . . . . .	13
2.2 Approccio probabilistico . . . . .	14
2.3 Modelli stazionari . . . . .	16
2.4 Modelli non stazionari . . . . .	18
2.5 Variogramma sperimentale e teorico . . . . .	19
2.6 Tecniche di stima . . . . .	22
2.6.1 Tecniche deterministiche . . . . .	25
2.6.2 Tecniche geostatistiche (o Kriging) . . . . .	26
2.7 Variabili regionalizzate a supporto non puntuale . . . . .	30
<b>3 Metodi geostatistici per la regionalizzazione idrologica</b>	<b>33</b>
3.1 Tecniche di regionalizzazione geostatistica . . . . .	33
3.2 PSBI-kriging . . . . .	35
3.3 Topological Kriging . . . . .	40
<b>4 Stima geostatistica della curva di durata delle portate</b>	<b>45</b>
4.1 Approccio geostatistico al problema della stima . . . . .	45
4.1.1 La deviazione totale negativa (TND) . . . . .	46
4.1.2 Interpolazione del TND e delle curve di durata adimensionali . . . .	48

---

4.1.3	Stima delle curve di durata dimensionali . . . . .	52
4.2	Procedura TNDTK . . . . .	52
4.3	Valutazione delle prestazioni e dell'accuratezza del metodo . . . . .	54
4.3.1	Validazione del modello . . . . .	55
4.3.2	Indici di prestazione . . . . .	55
4.3.3	Valutazioni grafiche . . . . .	57
<b>5</b>	<b>Applicazione I: confronto con il metodo del deflusso indice</b>	<b>59</b>
5.1	Area di studio . . . . .	59
5.1.1	Dati a disposizione . . . . .	59
5.1.2	Impostazioni iniziali . . . . .	60
5.1.3	Calcolo del TND . . . . .	61
5.2	Analisi . . . . .	62
5.2.1	Standardizzazione per MAF . . . . .	62
5.2.2	Standardizzazione per MAP* . . . . .	65
5.3	Risultati . . . . .	66
5.3.1	FDCs adimensionali - standardizzazione per MAF . . . . .	66
5.3.2	FDCs dimensionali - standardizzazione per MAP* . . . . .	67
5.4	Analisi di sensitività . . . . .	68
5.4.1	Coerenza dei pesi geostatistici . . . . .	68
5.4.2	Influenza del numero di stazioni vicine $n$ . . . . .	70
5.4.3	Influenza della struttura annidata . . . . .	72
5.5	Discussione . . . . .	74
<b>6</b>	<b>Applicazione II: confronto con il metodo dei quantili regionalizzati</b>	<b>77</b>
6.1	Area di studio . . . . .	77
6.2	Analisi . . . . .	78
6.2.1	Regressioni regionali . . . . .	80
6.2.2	TNDTK . . . . .	81
6.3	Risultati . . . . .	83
6.3.1	Confronto delle efficienze locali per sito al variare di $n$ . . . . .	83
6.3.2	Confronto delle efficienze locali per durata . . . . .	85
6.3.3	Valutazione dell'errore di stima . . . . .	85
6.4	Discussione . . . . .	88
<b>7</b>	<b>Applicazione III: correzione di serie temporali simulate</b>	<b>91</b>
7.1	Il progetto SWITCH-ON e il modello EHYPE . . . . .	91
7.2	Area di studio . . . . .	92

---

7.3	Stima delle curve di durata con TNDTK . . . . .	94
7.4	Correzione dei residui . . . . .	96
7.5	Analisi e risultati . . . . .	96
7.6	Discussione . . . . .	100
	<b>Conclusioni</b>	<b>105</b>
	<b>Bibliografia</b>	<b>107</b>





# Elenco delle figure

1.1	Esempio di curva di durata empirica . . . . .	6
1.2	Regioni omogenee . . . . .	8
2.1	Punti distanti $h$ nel campo . . . . .	14
2.2	Andamento delle funzioni covarianza $C(h)$ e variogramma $\gamma(h)$ in funzione della distanza $h$ . . . . .	18
2.3	Variogramma sperimentale . . . . .	20
2.4	Variogrammi teorici elementari . . . . .	23
2.5	Due punti del campo distanti $h$ definiti su supporti areali regolari di area $A$ . . . . .	31
3.1	Pradosso distanze . . . . .	34
3.2	Dataset di $n$ bacini nel piano sintetico $U_1, U_2$ . . . . .	37
3.3	Variabile regionalizzata a supporto puntuale nel dominio dei descrittori geomorfoclimatici. . . . .	37
3.4	Grafico qualitativo di una superficie di interpolazione ottenuta con Canonical Kriging . . . . .	39
3.5	Discretizzazione di due aree in sovrapposizione di diversa estensione . . . . .	41
3.6	Variogramma puntuale. . . . .	42
3.7	Effetto della dimensione dei supporti areali sui ponderatori $\lambda$ . . . . .	43
4.1	Raffigurazione qualitativa per il calcolo del $TND$ . . . . .	48
4.2	Analisi statistiche preliminari del $TND$ . . . . .	50
4.3	Diagramma di flusso per il calcolo di $\Psi(x_0, d)$ . . . . .	53
5.1	Rappresentazioni di FDCs . . . . .	60
5.2	Applicazione I: area di studio. . . . .	62
5.3	Applicazione 1: variogramma sperimentale e teorico calibrato . . . . .	64
5.4	Applicazione I: cross-validazione dei valori di $TND$ . . . . .	67
5.5	Applicazione I: risultati. Stima delle FDCs adimensionali . . . . .	68

5.6	Applicazione I: confronto tra i modelli TNDTK, MEAN e KMOD in termini di errore $\varepsilon$ . . . . .	69
5.7	Applicazione I: risultati. Stima delle FDCs dimensionali . . . . .	70
5.8	Applicazione I: confronto tra i modelli TNDTK, LLK e KMOD in termini di errore $\varepsilon$ . . . . .	71
5.9	Applicazione I: matrice di correlazione e identificazione delle struttura annidata dell'area di studio . . . . .	71
5.10	Applicazione I: influenza del vicinaggio $n$ . . . . .	72
5.11	Applicazione I: risultati della cross-validazione LNOCV . . . . .	73
6.1	Applicazione II: area di studio . . . . .	79
6.2	Applicazione II: legge di scala per il MAF . . . . .	81
6.3	Applicazione II: stima del TND e delle FDCs adimensionali . . . . .	83
6.4	Applicazione II: distribuzioni locali di NSE e LNSE per sito al variare di $n$ . . . . .	84
6.5	Applicazione II: efficienze NSE e LNSE per durata . . . . .	86
6.6	Applicazione II: valutazione dell'errore di stima . . . . .	87
6.7	Applicazione II: variazione spaziale delle efficienze NSE e LNSE . . . . .	90
7.1	Applicazione III: area di studio. . . . .	93
7.2	Applicazione III: Cross-validazione del TNDTK per il Tirolo . . . . .	95
7.3	Applicazione III: tecnica di miglioramento di una serie di portate simulate . . . . .	97
7.4	Applicazione III: curve di durata di errore per due siti EHYPE . . . . .	98
7.5	Applicazione III: risultati dell'applicazione delle curve di errore . . . . .	99

# Elenco delle tabelle

3.1	Principali variabili geomorfoclimatiche . . . . .	38
5.1	Applicazione I: area di studio . . . . .	63
6.1	Applicazione II: area di studio . . . . .	80
6.2	Applicazione II: risultati. TNDTK vs. RR . . . . .	87
6.3	Applicazione II: focus sui siti con NSE negativi . . . . .	89
7.1	Applicazione III: risultati della modellazione dei residui . . . . .	100



# Sommario

Il lavoro di ricerca presentato si concentra sull'ideazione, lo sviluppo e l'applicazione a casi reali di una tecnica innovativa a base geostatistica per la stima della curva di durata delle portate in bacini non strumentati. Prendendo spunto dalle tecniche di regionalizzazione classiche basate sul metodo del "deflusso indice", la metodologia proposta stima le curve di durata adimensionali nel sito non strumentato di interesse utilizzando uno schema di ponderazione kriging di curve empiriche costruite per sezioni idrometriche localizzate nelle vicinanze del sito stesso. I pesi geostatistici sono ricavati implementando una procedura di interpolazione di un indice puntuale che descrive la forma e le caratteristiche salienti della curva. L'attendibilità e l'utilità pratica della procedura proposta sono state verificate con tre distinte finalità su altrettanti casi studio, profondamente differenti l'uno dall'altro da un punto di vista climatico. Nel primo caso di studio, che ha riguardato una porzione limitata di territorio appenninico marchigiano comprendente 18 bacini idrografici strumentati, si è visto che la metodologia proposta presenta prestazioni confrontabili o nettamente migliori rispetto a tecniche di regionalizzazione statistica che rappresentano lo stato dell'arte dei metodi regionali per la stima delle curve di durata. Nel secondo, sviluppato in collaborazione con l'americana U.S.G.S., la metodologia proposta è confrontata con una tecnica regionale di regressione lineare dei quantili, che è quella di riferimento proposta dallo stesso ente. L'obiettivo è la valutazione delle prestazioni delle metodologie per un'area molto vasta che comprende 182 stazioni idrometriche nel Sud-Est degli Stati Uniti. Sebbene le differenze climatiche e geomorfologiche abbiano un impatto negativo sulla capacità di stima del regime dei deflussi di magra, le prestazioni sono soddisfacenti e del tutto simili al modello multiregressivo. Si è visto, infatti, che le prestazioni sono comparabili, nonostante la metodologia proposta faccia affidamento sulle sole osservazioni regionalizzate delle portate fluviali, mentre la tecnica di regressione multivariata necessita di un numero consistente di descrittori del clima e della morfologia del bacino. Questo fa sì che la tecnica proposta è molto appetibile come metodo alternativo nei casi in cui l'informazione complessiva nel territorio oggetto di studio è scarsa. Nella terza applicazione la stima della curva di durata in siti non strumentati è utilizzata come strumento di correzione di serie idrometriche prodotte da modelli-afflussi capaci di

simulare serie continue di portata media giornaliera. In questo contesto la metodologia è stata accoppiata ad una tecnica innovativa che stima una curva di durata dei residui, ossia la curva risultante dalla differenza tra la curva empirica e stimata con il metodo proposto, nel sito di interesse e ricostruisce una serie modificata di deflussi partendo dalla serie simulata dal modello. La tecnica di correzione è stata applicata per due sezioni fluviali del Tirolo, al confine tra Austria e Italia, per le quali il modello afflussi-deflussi è stato calibrato. I risultati in questo caso sono molto incoraggianti, l'accuratezza di stima cresce considerevolmente e presenta prospettive di applicazione a larga scala.

# Abstract

The research work focuses on the design, development and real world application of a novel geostatistical approach for the prediction of flow duration curves in ungauged basins. Inspired by classical regionalization techniques based on the “index- low” method, the proposed approach is capable of predicting unbiased dimensionless flow-duration curves in ungauged sites by using a traditional kriging linear-weighting scheme of empirical curves that can be constructed at gauged sites located in the neighborhood of the target site. The geostatistical weights are obtained by implementing an interpolation procedure of a point index that describes shape and main features of the curve. The procedure has been tested on three independent and climatically different case studies through three applications, each one with a specific purpose. The first case study, which covered a limited portion within the Marche Region, includes 18 gauged river basins and focused on the general applicability of the proposed approach. The main outcome is that the proposed method performs as well as or better than the statistical regionalization techniques representing the state of the art for the prediction of flow-duration curves. The second application focuses on a comparison with a multivariate regional technique based on linear regression analysis, which is the reference approach implemented by the U.S.G.S. The final aim of this experiment is to evaluate the performances of the methodology for a vast area that includes 182 streamgauges in the South-East of United States. Although the climatic and geomorphological differences have a negative impact on the ability to predict the runoff regime of low-flows, performances resulted satisfactory and quite similar to the multivariate regression model. Indeed, even though the proposed methodology relies on the streamflow observations only, while the implementation of the multivariate regression technique requires a number of basin descriptors, the comparable performances indicate that the proposed technique is a viable alternative for those regions lacking on geomorphological and climatic information . In the third application, the prediction of flow-duration curves in ungauged sites is used as a correction tool for daily streamflow series obtained through continuous rainfall-runoff simulation. In this context, the methodology has been blended with an innovative technique that estimates a “residual-duration curve” for the target site and reconstructs a modified runoff series from the one simulated

by the model. The correction technique has been applied for two river cross-sections in Tyrol, on the border between Austria and Italy, for which the rainfall-runoff model was calibrated. The results in this case are very encouraging, the prediction accuracy increases considerably, and the proposed correction tool has potential for large-scale applications.



# Introduzione

La stima del regime dei deflussi fluviali rappresenta un problema centrale dell'Idrologia ed è un elemento fondamentale per la gestione oculata delle risorse idriche. Numerosi studi di ricerca scientifica, ma anche applicazioni tecniche nel campo dell'ingegneria idraulica e ambientale, richiedono, per una data sezione di un corso d'acqua, la conoscenza della frequenza di superamento di uno dato valore di portata e una rappresentazione complessiva della variabilità dei deflussi che può prevedersi per quella sezione stessa. Quando sono disponibili un numero adeguato di osservazioni empiriche di portata, tale variabilità può essere espressa attraverso una curva che mette in relazione biunivoca i deflussi con la loro frequenza di superamento. Nella letteratura scientifica questa relazione è meglio nota come curva di durata delle portate, o, usando la dicitura anglosassone, *Flow Duration Curve* (FDC). Una FDC esprime graficamente la percentuale di tempo, o durata, nelle quale un fissato valore di portata viene uguagliato o superato (Vogel and Fennessey, 1994). Le curve di durata empiriche sono generalmente costruite a partire da valori di portata media giornaliera prendendo come riferimento temporale o un periodo di osservazione annuale, si parla in questo caso di *Annual Flow Duration Curves* (AFDC), o l'intero periodo di osservazione *Period-of-Record Flow Duration Curve* (POR-FDC). Data una sezione di un corso d'acqua per la quale sono disponibili osservazioni dirette di portata, il primo caso può risultare utile quando serve valutare le variabilità interannuale tra curve di durata, mentre il secondo caso, che è quello più utilizzato, descrive la condizione "a regime" della variabilità dei deflussi nell'ipotesi che la serie temporale sia sufficientemente estesa. Talvolta, piuttosto che prendere come riferimento temporale l'anno, si può focalizzare l'attenzione su determinate stagioni dell'anno al fine di valutare la variabilità intrannuale del regime dei deflussi, ad es. tutte le portate registrate nel periodo Aprile - Giugno. In questi casi la curva di durata viene chiamata *Seasonal Flow Duration Curve* (SFDC) per rimarcare il carattere stagionale.

Come sarà richiamato più volte nel testo, in questo lavoro di ricerca si prenderanno in esame principalmente le POR-FDCs, ma le indagini svolte e le procedure sviluppate e sperimentate nello studio possono essere applicate senza necessità di apportare modifiche sostanziali anche ad interpretazioni annuali delle curve di durata o a curve di durata

stagionali. A prescindere dal riferimento temporale con cui viene costruita, la letteratura scientifica propone due diverse chiavi di lettura della curva di durata dei deflussi: secondo l'approccio deterministico la FDC rappresenta la firma idrologica come risultato delle interconnessioni tra variabili climatiche, dimensioni e caratteristiche geomorfologiche del bacino idrografico sotteso; mentre, seguendo l'approccio statistico, la FDC esprime la probabilità empirica cumulata di non superamento di una realizzazione della variabile aleatoria "portata" (Castellarin et al., 2013).

Spesso accade che la valutazione della FDC sia necessaria in una sezione fluviale per la quale l'informazione idrometrica è scarsa o non sono, addirittura, disponibili osservazioni di portate: questa circostanza introduce l'annoso problema legato alla stima, argomento molto dibattuto da parte della comunità idrologica internazionale e verso il quale è stato riposto un'attenzione crescente (v. Singh, 1971; Dingman, 1978; Fennessey and Vogel, 1990; Castellarin et al., 2013). Il progetto di ricerca, conclusosi recentemente, dal nome Prediction in Ungauged Basin (PUB), promosso dall'*International Association of Hydrological Sciences* (IAHS, v. Sivapalan et al., 2003; Blöschl et al., 2013) testimonia l'interesse della comunità scientifica internazionale in questo ambito.

Tra i metodi di stima delle curve di durata per sezioni fluviali non strumentate, le tecniche di regionalizzazione statistica sono ad oggi quelle più comunemente usate. Dette tecniche, sviluppate inizialmente per la stima di indici puntuali sono state adattate al fine di stimare la curva di durata. Infatti, seppur basati su approcci e concettualizzazioni differenti, che dipendono maggiormente dalla filosofia d'analisi adottata (i.e. statistica o deterministica), tutti i modelli regionali sfruttano le misure di portata provenienti da stazioni multiple poste nelle vicinanze del sito stesso in modo da incrementare l'informazione totale disponibile ai fini della stima. Secondo l'approccio tradizionale, che fa riferimento al metodo del "deflusso indice", alla base di tali tecniche vi è la ricerca di "regioni omogenee", ovvero di raggruppamenti di bacini sulla base di criteri di vicinanza geografica o di similitudine idrologica. Tuttavia la fase di classificazione e raggruppamento dei bacini rappresenta una problematica tuttora aperta e dibattuta dalla comunità scientifica. Recentemente, nell'ambito della regionalizzazione idrologica, si stanno affermando tecniche geostatistiche di interpolazione basate sul *kriging*. Tale tecnica, nata in ambito minerario, non necessita una valutazione di raggruppamenti omogenei di bacini e permette la stima di una "variabile regionalizzata" in punti in cui essa non è nota a priori a partire da uno o più campioni di dati distribuiti su tutto dominio di interpolazione (ad es. per la stima dei quantili di piena, indici di magra, ecc., v. Chokmani and Ouarda, 2004; Skøien et al., 2006; Castiglioni et al., 2009, 2011; Archfield et al., 2013).

L'obiettivo del presente lavoro di ricerca è quello di sviluppare e applicare in diversi

casi studio una procedura basata su tecniche di interpolazione, o “krigaggio”, della curva di durata delle portate prendendo come modello geostatistico di riferimento il Topological Kriging (o Top-kriging, v. Skøien et al., 2006). Lavorando su supporto non puntuale nello spazio geografico, e tenendo conto delle dimensioni, della mutua posizione e dell’eventuale struttura annidata dei bacini, il Top-kriging si è dimostrato particolarmente efficace per la stima di quegli indici idrologici puntuali che hanno una spiccata correlazione con l’area drenante del bacino idrografico, come ad es. i deflussi, ma anche la temperatura e gli indici di qualità ecologica di un tratto d’alveo (v. Castiglioni et al., 2011, Laaha et al., 2013, Pugliese et al., 2014; Ceola e Pugliese, 2014). È bene notare che il Top-kriging è solo uno dei tanti metodi e modelli geostatistici proposti in letteratura negli ultimi anni, tra i quali si citano ad es. le tecniche PSBI (Physiographic Space Based Interpolation, v. Chokmani and Ouarda, 2004, Castiglioni et al., 2011, Castellarin 2014) che considerano la variabile idrometrica su un supporto puntuale, definita su un piano cartesiano sintetico ottenuto con tecniche agli autovalori e autovettori capaci di ridurre il numero di variabili indipendenti totali che influiscono nella generazione dei deflussi.

L’approccio proposto in questo lavoro di Tesi muove dalla consapevolezza che il metodo del “deflusso indice” è, finora, quello più avanzato nell’ambito delle analisi regionali. Sarebbe ottimale, allora, unire le caratteristiche innovative introdotte dai metodi geostatistici all’interno di un quadro analitico, teoricamente robusto, individuato dal metodo del “deflusso indice”. Seguendo questa impostazione si può pensare di stimare la curva di durata adimensionale, ossia standardizzata per il deflusso indice, in un bacino non strumentato adottando il Top-kriging come strumento principale di “trasferimento” dell’informazione idrologica osservata. Sviluppando poi un modello affidabile per la stima del deflusso indice nello stesso sito, si può ricostruire la curva di durata delle portate in termini dimensionali.

Tuttavia bisogna tenere in conto che una FDC non è un indice puntuale, bensì un oggetto multidimensionale dipendente dallo spazio, ossia dalla posizione del sito in questione, e dalla frequenza empirica di superamento (c.d. dalla durata). Risulta, pertanto, necessario introdurre una semplificazione operativa che permetta un approccio semplificato al problema della stima. Un prima schematizzazione del metodo proposto può essere descritta come segue: (i) identificare un indice puntuale che sia descrittivo della forma della curva standardizzata per il deflusso indice; (ii) modellare la struttura della correlazione spaziale di questo indice tra i siti strumentati utilizzando il Top-kriging; (iii) stimare la curva nel sito non strumentato come media ponderata di FDCs prese nelle vicinanze del sito stesso; (iv) ricostruire la curva dimensionale mediante un modello di stima del deflusso indice. La procedura proposta è stata sperimentata in più casi studio

attraverso tecniche di cross-validazione diverse, capaci di simulare l'assenza di osservazione idrometrica in uno o più siti strumentati simultaneamente. Inoltre, considerata la natura geospaziale del metodo, è necessaria una valutazione sia dell'influenza della scala spaziale, che può essere diversi ordini di grandezza diversa tra un caso studio e l'altro, sia della sensibilità dei risultati al variare di alcune impostazioni operative, come ad es. il numero di stazioni "vicine" che contribuiscono alla stima dei deflussi, parametro meglio noto come "vicinaggio".

Il lavoro di tesi si articola come segue.

Nel *primo capitolo* si mostra lo stato dell'arte delle tecniche regionali per la stima delle curva di durata in bacini non strumentati.

Nel *secondo capitolo* si riporta un breve richiamo di alcuni concetti e formalismi della Geostatistica, propedeutici alla trattazione.

Nel *terzo capitolo* vengono descritte, con dovizia di particolari, le tecniche geostatistiche di interpolazione spaziale applicate alla regionalizzazione idrologica, con un focus sul metodo del Top-kriging.

Nel *quarto capitolo* viene sviluppato concettualmente l'approccio proposto e ne viene data una formalizzazione matematico-operativa per la stima della curva di durata in siti non strumentati.

Nel *quinto capitolo* viene presentata una prima applicazione del metodo ed un confronto con metodi tradizionali di regionalizzazione statistica (caso studio: Marche).

Nel *sesto capitolo* si mostra l'avanzamento e il raffinamento del metodo proposto attraverso un'analisi comparativa con un modello semplice basato su tecniche di regressione regionale (caso studio: Stati Uniti sudorientali).

Nel *settimo capitolo* si mostra come il metodo proposto possa essere implementato all'interno di una procedura di revisione e perfezionamento di serie idrometriche simulate in sezioni non strumentate attraverso modelli di trasformazione afflussi-deflussi (caso studio: Tirolo, Italia e Austria).

# Capitolo 1

## Tecniche regionali di stima della curva di durata delle portate

### 1.1 La curva di durata delle portate

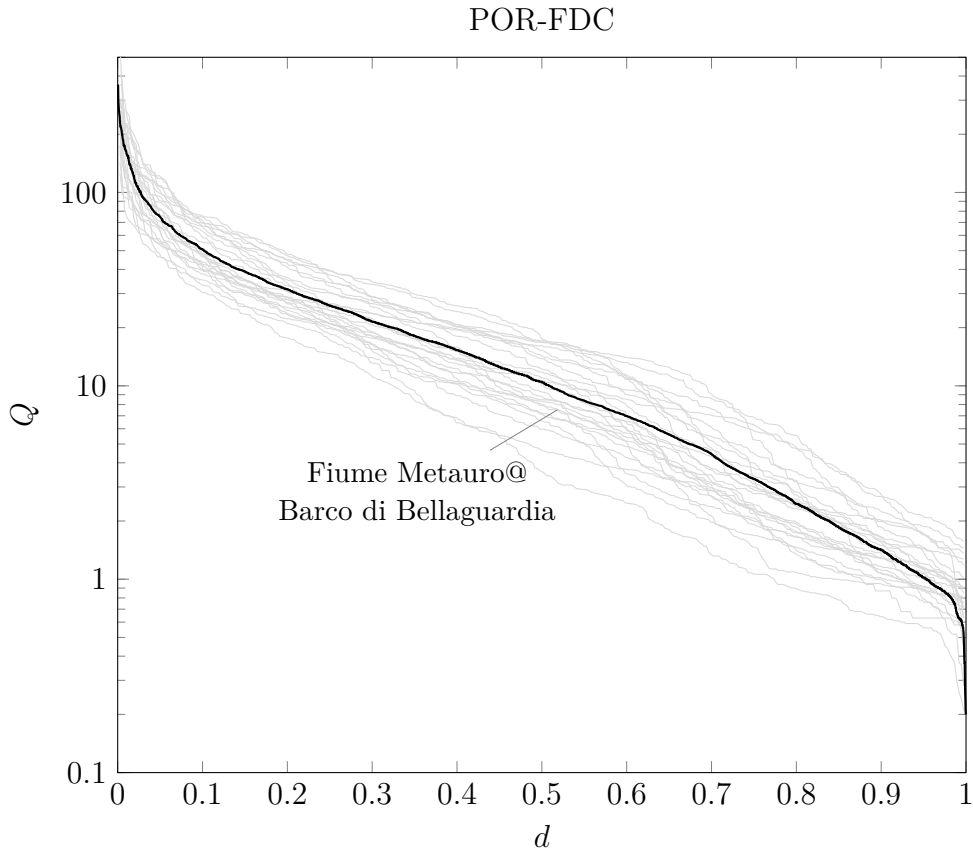
Una curva di durata delle portate fluviali, o *Flow Duration Curve* (FDC), è la rappresentazione grafica della percentuale di tempo, o durata, per la quale un determinato valore di portata viene uguagliato o superato. La curva di durata delle portate è uno strumento idrologico ricorrente in numerose applicazioni nel campo dell'ingegneria delle acque perché permette di visualizzare in maniera compatta e facilmente comprensibile la variabilità della risorsa idrica in una sezione di interesse di un corso d'acqua. La rappresentazione di un'intera serie di portate (tipicamente portate medie giornaliere, ma anche orarie, o mensili) nella forma di una curva di durata rende possibile vedere la “firma idrologica” di un determinato bacino idrografico.

In letteratura esistono diverse definizioni di curva di durata empirica<sup>1</sup>, quella cioè costruita sulla base delle osservazioni di portata: le curve di durata annuali, indicate spesso con l'acronimo anglosassone AFDC (*Annual Flow Duration Curve*), e la curva di durata di lungo periodo, spesso denominata POR-FDC (*Period Of Record Flow-Duration Curve*).

In figura 1.1 è presentato un esempio di curva di durata, utilizzando le registrazioni storiche disponibili di portata  $Q$  ( $\text{m}^3/\text{s}$ ) per l'idrometro di Barco di Bellaguradia (provincia di Pesaro-Urbino, Regione Marche) sul Fiume Metauro, che mostra le due principali raffigurazioni della curva di durata: (*i*) in nero è rappresentata la curva di durata di lungo

---

<sup>1</sup>Il termine *empirico*, che sarà ricorrente nel resto del manoscritto, si riferisce al fatto che un funzionale come la curva di durata è il risultato dell'accoppiamento di un valore osservato con un probabilità empirica di superamento dello stesso valore. Per questo motivo non ci si può riferire alla curva di durata con l'aggettivo “osservata”, sebbene le portate registrate nella serie storica lo siano.



**Figura 1.1:** Esempio di curva di durata empirica. Le portate osservate  $Q$  in ordinata sono rappresentate in funzione della propria durata empirica  $d$ , riportata in ascissa.

periodo (POR-FDC) costruita sulla base di tutta l'informazione raccolta nell'intero periodo di registrazione; (ii) in grigio invece si riportano le curve di durata annuali costruite a partire dalle stesse registrazioni di portata, ma a base annuale. Le due rappresentazioni sono l'un l'altra complementari. Generalmente si preferisce la prima quando, ad es., occorre ricostruire una serie temporale dei deflussi (v. Hughes and Smakhtin, 1996; Smakhtin and Masse, 2000), o calcolare il potenziale idroelettrico di lungo periodo in uno specifico sito d'interesse. Si ricorre alla seconda quando è necessario indagare la variabilità intra-annuale dei deflussi, ovvero, se, ad es., l'obiettivo è l'identificazione del regime dei deflussi in un anno idrologico tipico o particolarmente secco/umido (v. ad es. Castellarin et al., 2004b; Vogel and Fennessey, 1994).

La procedura per la costruzione di una curva di durata è piuttosto semplice:

1. in un sito strumentato, data una serie di  $n$  deflussi  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_n\}$ , questi vengono ordinati dal più grande al più piccolo;
2. si stabilisce una *plotting position* adeguata alla rappresentazione grafica dei dati, ad

es. nel caso delle portate fluviali si può utilizzare una Weibull:

$$d = \left\{ \frac{1}{1+n}, \frac{2}{1+n}, \dots, \frac{i}{1+n}, \dots, \frac{n}{1+n} \right\} \quad (1.1)$$

3. ciascun valore  $i$ -esimo ordinato di portata  $Q_i$  viene associato al rispettivo valore di durata  $d_i$ .

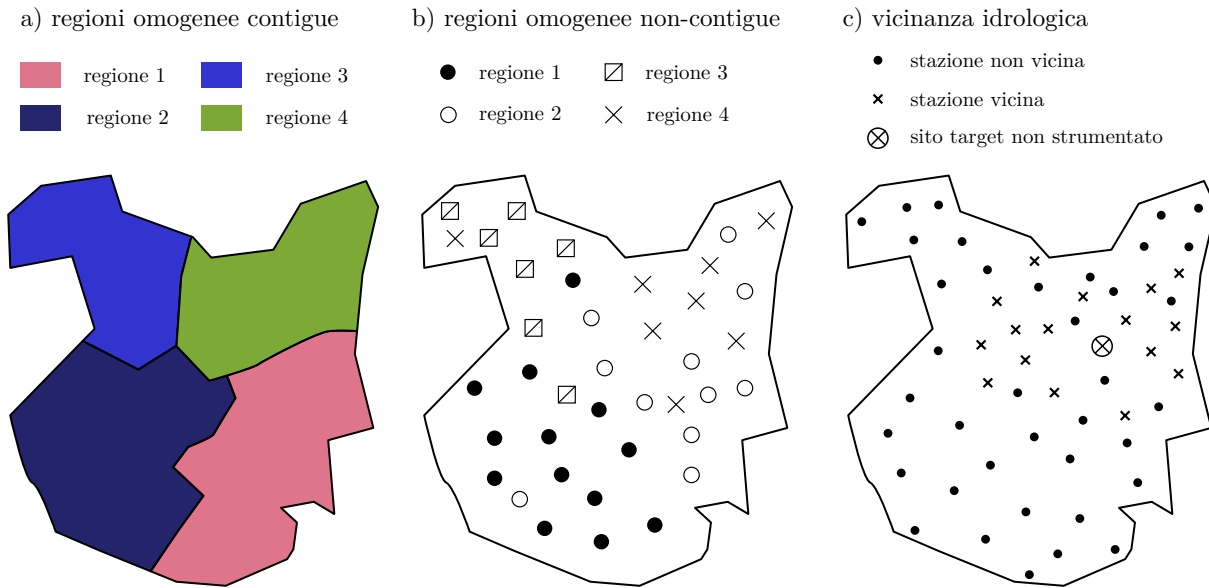
Una FDC è il risultato dell'interazione tra il regime climatico, le dimensioni e la morfologia del bacino, la tipologia di copertura della vegetazione, la percentuale di impermeabilizzazione del bacino, che insieme controllano le diverse componenti del deflusso. La forma della curva di durata è quindi governata sia dalle variabilità delle precipitazioni, sia dalla modalità di trasformazione degli afflussi in deflussi. Risulta, pertanto, fondamentale, al fine di stimare la curva di durata in bacini non strumentati, decifrare come le caratteristiche del bacino e i processi climatici influenzino la forma della curva.

## 1.2 Le analisi regionali e il problema delle regioni omogenee

Le tecniche di regionalizzazione sono ad oggi tra quelle più affidabili per la stima di numerose variabili idrologiche, come ad es. massimi annuali di piena, indici di magra, ma anche indici climatici che descrivono precipitazione, temperatura, umidità, ecc., in siti dove non sono disponibili o reperibili osservazioni dirette. Lo scopo principale delle tecniche di regionalizzazione è quello di trasferire l'informazione "dal tempo allo spazio" (v. Hosking and Wallis, 1997), ovvero sfruttare tutta l'informazione necessaria (idrometrica, climatica e geomorfologica) di una certa regione per aumentare l'accuratezza delle stime nei siti della stessa regione sprovvisti di osservazioni di portata.

Una delle ipotesi fondamentali di applicazione dell'approccio regionale è che le stazioni strumentate devo essere raggruppate in "regioni omogenee", ovvero regioni nelle quali tutti i siti che rappresentano stazioni di misura ad esse appartenenti, sono caratterizzate da proprietà statistiche comuni, come ad es. la legge di distribuzione di probabilità.

I metodi che portano all'identificazione di tali regioni sono drasticamente evoluti nel corso degli anni. Uno dei primi metodi era quello di delineare regioni contigue fisse sulla base di criteri di vicinanza geografica. Il problema principale di questo approccio è che aree contigue potrebbero essere caratterizzate dallo stesso regime climatico o da caratteristiche morfologiche simili. Due bacini possono essere soggetti allo stesso processo di formazione di deflussi, quindi "simili" tra loro, pur non essendo necessariamente "vicini"



**Figura 1.2:** Interpretazioni del concetto di “regione idrologicamente omogenea” proposte nella letteratura scientifica (v. Ouarda et al., 2001).

geograficamente. Questa tecnica, ormai in disuso, ha lasciato il posto a criteri di individuazione oggettivi, che fanno ricorso a tecniche di *cluster analysis*. Queste ultime riescono ad identificare bacini con caratteristiche simili a partire da informazioni geomorfologiche e climatiche, descrittori delle caratteristiche del bacino idrografico. Recentemente sono state proposte tecniche di raggruppamento basate sul metodo *Region Of Influence* (ROI), che identifica i raggruppamenti di stazioni sulla base della loro affinità, o vicinanza, idrologica con in il sito *target*. La figura 1.2 mostra l’evoluzione nel tempo delle principali tecniche di indentificazione di regioni omogenee: (a) geograficamente contigue; (b) geograficamente non contigue o per (c) vicinanza idrologica (v. Burn, 1990; Ouarda et al., 2001).

La ricerca e l’individuazione di regioni omogenee è tuttora un argomento molto dibattuto nella letteratura scientifica recente, in quanto non si è ancora raggiunta una opinione dominante su quale, tra i tanti, possa essere il miglior metodo di raggruppamento, e che rimane, quindi, un problema aperto per la regionalizzazione delle curve di durata (v. Castellarin et al. 2013).

### 1.3 Metodi statistici per la stima delle curva di durata in siti non strumentati

In questo paragrafo si richiamano brevemente i principali metodi statistici proposti in letteratura per la stima della curva di durata in siti non strumentati. È bene precisare



che quelli presentati non sono gli unici metodi di stima possibili e la classificazione che ne deriva non è affatto definitiva (per una classificazione più dettagliata v. Castellarin et al., 2013).

### 1.3.1 Metodi di regressione lineare

I metodi di regressione lineare sono metodi che stimano ciascun quantile, associato ad una determinata durata (o probabilità di superamento), separatamente a partire dalle caratteristiche climatiche e geomorfologiche del bacino. Il metodo si compone di due fasi principali: (I) si seleziona un numero fissato di quantili empirici sulla curva di durata e ciascun quantile viene regionalizzato attraverso una serie di modelli multi-regressivi; (II) le stime regionali dei quantili sono analiticamente o graficamente interpolati tra loro (v. ad es., Franchini e Suppo, 1996; Smakhtin, 2001; Shu e Ouarda, 2010).

Il metodo di regressione lineare dei quantili non fa alcuna ipotesi sulla distribuzione o sulla forma della FDC (ma ci sono eccezioni, v. ad es. Franchini e Suppo, 1996) e, generalmente, non prende in considerazione la possibilità di standardizzare la curva per una portata di riferimento e, quindi, di utilizzare una curva adimensionale regionale. Questo metodo si concentra piuttosto sulla regionalizzazione dei quantili di deflusso, che hanno un chiaro significato fisico e sono generalmente facili da modellare attraverso relazioni regionali di regressione lineare, specialmente per le durate basse (quantili di piena) o medie (deflussi ordinari) per i quali l'area del bacino potrebbe avere un ruolo dominante nella variabilità dei deflussi. Quando sono regionalizzati un numero modesto di quantili, il metodo può produrre FDC lisce e continue, fornendo la stima del deflusso per l'intera gamma dei valori di probabilità di superamento. Tuttavia, la regressione di un elevato numero di quantili significa dover mettere a punto un elevato numero di modelli multi-regressivi; inoltre, l'applicazione pratica ai bacini non strumentati può comportare stime inconsistenti dei quantili di deflusso, cioè la stima di  $Q(d_1)$  può essere inferiore alla stima di  $Q(d_2)$  per durate  $d_1 < d_2$ . Esistono diverse procedure volte a limitare la produzione di stime inconsistenti. Ad esempio Archfield et al. (2010) implementano un metodo ricorsivo per garantire la monotonicità della curva, mentre Farmer et al. (2014) suddividono la FDC in tre zone (deflussi di piena, mediana e di magra) e individuano diversi set di descrittori a seconda del regime di deflusso considerato (v. anche cap. 6).

### 1.3.2 Metodo del deflusso indice

Il metodo del “deflusso indice” è quello che ha dimostrato particolare robustezza teorica e affidabilità nei risultati. Seppur concettualmente il suo impiego non è vincolato ad un

particolare indice descrittore di determinate condizioni di deflusso, la maggior parte delle applicazioni e dei modelli che seguono l'approccio del deflusso indice, hanno avuto, e continuano ad avere, come oggetto principale la stima delle portate di piena. Infatti, il metodo del "deflusso indice" trova proprio maggior successo nelle applicazioni finalizzate alla stima delle piene associate ad un determinata probabilità di non superamento, per via della comprensibile sensibilità e attenzione che questo argomento riveste nell'ambito delle applicazioni idrologiche finalizzate alla valutazione del rischio idraulico e alla progettazione di opere e infrastrutture idrauliche (Maione e Brath, 1996).

Recentemente (v. Vogel and Fennessey, 1994; Castellarin et al., 2004, 2007), si è sviluppata una considerevole attenzione verso modelli che siano in grado di stimare, in siti non strumentati, non solo un indice fissato a priori, ad es. di piena, di magra o un deflusso medio, ma capaci di riprodurre una stima di tutta la curva di durata. Secondo il metodo del deflusso indice la stima della FDC avviene separando la curva in due componenti: la curva di durata dimensionale da un lato, standardizzata per una portata di riferimento, come ad es. la portata media annua, e il deflusso indice dall'altro, che rappresenta proprio la portata (dimensionale) di riferimento con cui si è stata standardizza la curva. La letteratura propone due approcci principali di applicazione del metodo della deflusso indice per la stima delle FDCs: (1) metodi parametrici e (2) metodi non-parametrici.

## Metodi parametrici

Un approccio parametrico può utilizzare modelli per rappresentare FDCs standardizzate, parametrizzare il modello e regionalizzarne i suoi parametri attraverso tecniche di regressione (v. ad es., LeBoutillier e Waylen, 1993a, 1993b; Castellarin et al., 2004a; 2007). L'approccio è generalmente implementato come segue: (1) una distribuzione di frequenza è scelta come distribuzione principale per una particolare regione omogenea; (2) i parametri della distribuzione vengono stimati a partire dai siti strumentati appartenenti alla regione omogenea sulla base di caratteristiche climatiche e geomorfologiche dei bacini.

Nonostante la buona pratica prevede di limitare, per ovvie ragioni, il numero dei parametri introdotti nel modello, si è visto che distribuzioni in frequenza teoriche con meno di quattro parametri potrebbero non rappresentare correttamente il regime dei deflussi (v. LeBoutillier and Waylen, 1993a; Castellarin et al. 2004a and 2007). Ed esempio Castellarin (2007) adotta una distribuzione log-logistica (LL) a due parametri per descrivere la distribuzione in frequenza empirica del deflusso indice e una distribuzione K a quattro parametri per l'analisi in frequenza delle portate adimensionali. I parametri di entrambe le distribuzioni sono stimati utilizzando un algoritmo che sfrutta il calcolo

degli L-momenti sviluppato da Hosking and Wallis (Hosking and Wallis, 1997; v. anche cap. 5).

### **Metodi non parametrici**

In questo caso si utilizzano delle procedure che non introducono distribuzioni parametriche: si può assumere che la standardizzazione della curva di durata per una portata di riferimento produce, di fatto, un distribuzione empirica di frequenza univoca per la regione omogenea. Il metodo si sviluppa in due step successivi: (1) l'identificazione di regioni omogenee che sono assunte tali in funzione delle curve di durata adimensionali; (2) la definizione di un meccanismo di allocazione che assegna siti non strumentati ai diversi raggruppamenti. Ad esempio Ganora et al. (2009) presentano in sistema di raggruppamento in regioni omogenee basato su una metrica che misura la distanza tra curve adimensionali e quantifica la dissimilarità tra coppie di curve in relazione a diversi indici descrittivi dei bacini. In ciascun *cluster* la curva di durata empirica adimensionale è costruita prendendo come deflusso di riferimento la portata media annua.

In conclusione, metodi parametrici e non-parametrici sono complementari. I modelli parametrici presentano il vantaggio di modellare con continuità l'intera curva, tuttavia, a volte, potrebbe risultare complicato regionalizzare i parametri della distribuzione. Nel caso dei modelli parametrici non è necessario calibrare un modello, anche se la fase di raggruppamento diventa estremamente delicata.

Al fine di superare gli elementi di soggettività dei metodi statistici, introdotti da un lato con la scelta di un metodo di raggruppamento per le regioni omogenee, dall'altro con la selezione di variabili adeguate per la regionalizzazione dei parametri, recenti studi hanno proposto approcci di tipo geostatistico per la regionalizzazione la stima di indici puntuali in bacini non strumentati. Queste tecniche verranno affrontate in dettaglio e con dovizia di particolari nei capitoli successivi insieme alla presentazione della tecnica innovativa a base geostatistica per la stima della curva di durata in bacini non strumentati sviluppata in questo lavoro di ricerca.



# Capitolo 2

## Geostatistica: presupposti teorici per l'analisi dei dati spaziali

### 2.1 Introduzione

La geostatistica studia i fenomeni naturali che si sviluppano su base spaziale a partire dalle informazioni derivanti da un loro campionamento. In particolare studia la variabilità spaziale dei parametri che descrivono i suddetti fenomeni, estraendone le regole in un quadro modellistico di riferimento e usandole per effettuare le operazioni volte a dare soluzione a specifiche problematiche riguardanti la caratterizzazione e la stima dei fenomeni stessi (v. Raspa e Bruno, 1994a).

Si consideri un fenomeno che ha caratteristiche di variabilità spaziale indicando con  $z(\mathbf{x})$  la variabile nel punto di coordinate planimetriche  $\mathbf{x} = (u, v)$ . Si possono dare le seguenti definizioni:

#### **Variabile Regionalizzata**

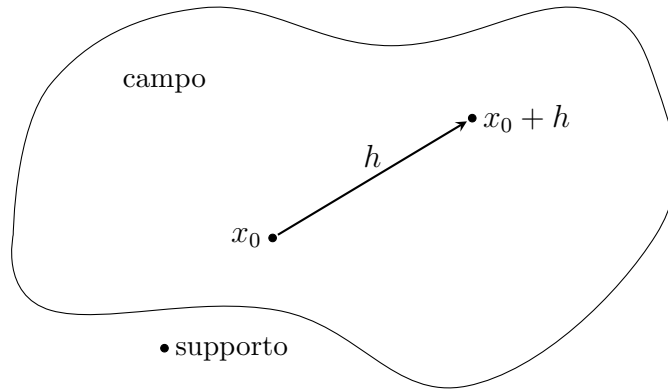
Si intende la funzione  $z(\mathbf{x})$  il cui valore dipende dalla localizzazione e che si presenta strutturata spazialmente.

#### **Campo**

È il dominio nel quale la variabile regionalizzata è suscettibile di assumere determinati valori e all'interno del quale se ne studia la variabilità.

#### **Supporto**

È l'entità geometrica sulla quale la variabile regionalizzata è definita o anche misurata; essa è caratterizzata dalle sue dimensioni e dalla sua forma. Quando le dimensioni sono molto piccole rispetto al campo il supporto può considerarsi "puntuale".



**Figura 2.1:** Punti distanti  $h$  nel campo

## 2.2 Approccio probabilistico

Secondo la definizione data di “Variabile Regionalizzata” la funzione  $z(\mathbf{x})$  che descrive il fenomeno in esame è chiaramente una funzione deterministica.

Consideriamo ora un particolare punto  $\mathbf{x}_0$  del campo, in esso si può identificare una variabile aleatoria (VA) continua  $Z(x_0)$ ,<sup>1</sup> cioè una variabile che assume valori numerici appartenenti ad un certo intervallo secondo una legge di densità di probabilità  $f_0(Z)$ . In queste condizioni il valore deterministico  $z(\mathbf{x}_0)$  può essere considerato come una realizzazione della VA  $Z(x_0)$ . Così come in  $\mathbf{x}_0$  può essere definita una VA in ogni altro punto generico  $\mathbf{x}$  del campo; allora l'insieme di tutte le VA definite nel campo costituisce una *Funzione Aleatoria* (FA).

La FA  $Z(x)$  sarà caratterizzata dall'insieme di tutte le funzioni di distribuzione multivariabili che si possono definire nel campo per qualsiasi intero  $k$  e per qualsiasi configurazione dei  $k$  punti  $x_1, x_2, \dots, x_k$ :

$$F_{Z_1, \dots, Z_k}(z_1, \dots, z_k) = \text{prob}\{Z(x_1) < z_1, \dots, Z(x_k) < z_k\} \quad (2.1)$$

Questo insieme di funzioni, data la natura spaziale del fenomeno che si vuole modellizzare, costituisce la legge spaziale della FA  $Z(x)$ ; nel caso di indipendenza a due a due delle variabili  $Z_1, \dots, Z_k$ , la legge spaziale  $Z(x)$  si riduce all'insieme di funzioni di distribuzione monovariabile:

$$F_{Z(x)}(z) = \text{prob}\{Z(x) < z\} \quad \forall x \in S \quad (2.2)$$

dove per  $S$  è inteso il dominio (“campo”).

Il vantaggio dell'approccio probabilista è quello di poter far uso di modelli di cui è necessario stimare i parametri a partire dai dati di campionatura del fenomeno. Per ciò

---

<sup>1</sup>D'ora in avanti si utilizzerà la notazione vettoriale per le funzioni deterministiche, mentre quella scalare per le funzioni di probabilità.

che concerne le stime (o a volte anche “predizioni” in termini statistici) sarà sufficiente la conoscenza dei primi due “momenti” della funzione aleatoria e della funzione più comune in ambito geostatistico, ovvero la funzione “variogramma”:

### Momento Primo

Sia  $S$  il campo di indagine, in accordo con l'interpretazione probabilista, in ogni punto  $x \in S$  è definita una VA  $Z(x)$  tale che il suo momento primo è dato da<sup>2</sup>:

$$m(x) = E[Z(x)] \quad (2.3)$$

### Momento Secondo

Si considerino due punti  $x_1$  e  $x_2$  di  $S$ , la covarianza in quei punti tra le variabili aleatorie  $Z(x_1)$  e  $Z(x_2)$  è data da:

$$\text{Cov}(x_1, x_2) = E[(Z(x_1) - m(x_1))(Z(x_2) - m(x_2))] = E[Z(x_1)Z(x_2)] - m(x_1)m(x_2) \quad (2.4)$$

se i due punti coincidono si ottiene la varianza<sup>3</sup>

$$\text{Var}(x) = \text{Cov}(x, x) = E[Z^2(x)] - (E[Z(x)])^2 \quad (2.5)$$

### Variogramma

Sia  $S$  il dominio di variabilità della FA  $Z(x)$  e siano  $x_0$  e  $x_0 + \mathbf{h}$  una coppia di punti di  $S$  e distanti  $h = |\mathbf{h}|$  (v. fig. 2.1). La differenza tra  $Z(x_0)$  e  $Z(x_0 + h)$  definisce una nuova variabile aleatoria detta “incremento”:

$$Z(x_0 + h) - Z(x_0)$$

Si definisce “variogramma” la sua semivarianza:

$$\gamma(x_0, h) = \frac{1}{2} \text{Var}\{Z(x_0 + h) - Z(x_0)\} \quad (2.6)$$

---

<sup>2</sup>Si ricorda che per definizione il valore atteso di una variabile casuale continua con funzione densità di probabilità  $f(z)$  è dato da

$$E[Z] = \int_{-\infty}^{+\infty} z f(z) dz$$

<sup>3</sup>Per definizione la *varianza* di  $Z$  è definita come il valore atteso al quadrato della variabile aleatoria centrata  $Y = Z - E[Z]$ :

$$\text{Var}(Z) = E[Y^2] = E[(Z - E[Z])^2]$$

Con questi strumenti statistici è possibile caratterizzare il modello di FA preso in considerazione per lo studio del fenomeno in esame.

Molto spesso però è utile poter restringere il dominio della FA ad una piccola porzione del campo, riducendo così lo studio ad un problema locale in modo da poter controllare meglio le statistiche associate e le stime conseguenti: questa porzione di campo viene chiamata “vicinaggio”. L'idea di restringere il campo di applicazione del modello deriva dall'ipotesi di poter traslare il vicino in modo da coprire tutto il dominio e per questo motivo viene definito anche “vicinaggio mobile”. L'artificio del vicino mobile risulta molto utile nella distinzione dei modelli descrittivi del fenomeno naturale che si vuole studiare.

## 2.3 Modelli stazionari

I modelli stazionari si basano sulla proprietà di stazionarietà *strictu sensu* della funzione aleatoria, ovvero sull'invarianza per traslazione della legge spaziale del processo aleatorio. Più precisamente, preso un qualsiasi insieme di  $k$  punti  $x_1, \dots, x_k$  del campo  $S$  e un qualsiasi vettore  $\mathbf{h}$ , i due vettori aleatori  $\{Z(x_1), \dots, Z(x_k)\}$  e  $\{Z(x_1 + \mathbf{h}), \dots, Z(x_k + \mathbf{h})\}$  hanno la stessa funzione di distribuzione  $k$ -variabile di probabilità.

Piuttosto che fare riferimento alla legge di distribuzione, a fini pratici, risulta molto più comodo associare direttamente la stazionarietà ai momenti primo e secondo, dai quali si contraddistingue una determinata legge di distribuzione.

### Modelli stazionari di ordine 2

Un modello di FA si dice stazionario di ordine 2 quando sono verificate entrambe le due seguenti condizioni:

1. il momento primo esiste ed è invariante rispetto ad  $x$ ;
2. la covarianza, o momento secondo, esiste e non dipende dalla posizione assoluta dei punti, ma dalla loro reciproca distanza.

Con la prima condizione si assume che il momento primo (la *media*) è costante su tutto il dominio, ovvero:

$$m(x) = E[Z(x)] = \text{cost.} \quad \forall x \in S. \quad (2.7)$$



Nella seconda condizione, detta  $h$  la distanza tra i punti  $x_1$  e  $x_2$  tale che  $x_2 = x_1 + h$ , si ammette che  $\text{Cov}(x_1, x_2)$  è una funzione di  $h$ :

$$\text{Cov}(x_1, x_2) = C(x_1, x_1 + h) = C(h) \quad (2.8)$$

si nota che per  $h \rightarrow 0$  la covarianza decade nella varianza che è quindi anch'essa invariante per traslazione:

$$\lim_{h \rightarrow 0} C(x_1, x_1 + h) = \text{Var}(x_1) = C(0) \quad (2.9)$$

la funzione  $C(h)$  viene chiamata “funzione covarianza” ed esprime la correlazione tra le variabili  $Z(x)$  e  $Z(x + h)$  in funzione della mutua distanza tra i punti del campo. In base alle assunzioni fatte è possibile trovare una formulazione compatta per la funzione variogramma; infatti, tenendo conto dell'invarianza per traslazione del momento primo  $E[Z(x + h)] = E[Z(x)]$ , per la (2.6) si ha:

$$\gamma(x, h) = \frac{1}{2} E[(Z(x + h) - Z(x))^2] \quad (2.10)$$

sviluppando in (2.10) il quadrato del binomio al secondo membro e sfruttando la linearità dell'operatore  $E$  (valore atteso), si ha:

$$\gamma(x, h) = \frac{1}{2} (\text{Var}\{Z(x + h)\} + \text{Var}\{Z(x)\} - 2 \text{Cov}\{Z(x + h), Z(x)\}) \quad (2.11)$$

in virtù dell'ipotesi di invarianza per traslazione del momento secondo  $\text{Var}\{Z(x + h)\} = \text{Var}\{Z(x)\}$ , per cui la (2.11) diventa:

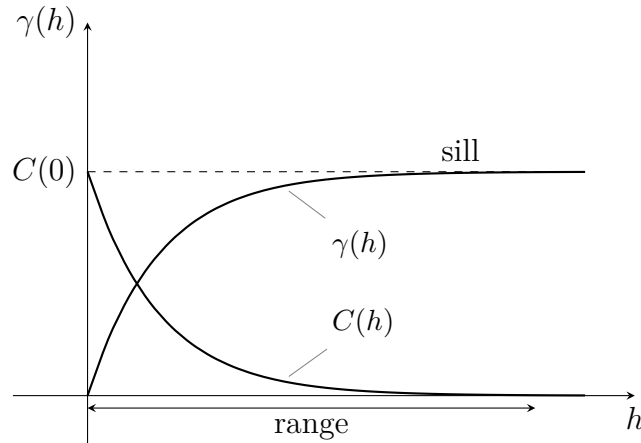
$$\gamma(x, h) = \frac{1}{2} [2 \text{Var}\{Z(x)\} - 2C(h)] \quad (2.12)$$

infine, tenendo conto della (2.9), si giunge alla formulazione compatta:

$$\gamma(h) = C(0) - C(h). \quad (2.13)$$

Questa formulazione dimostra che la funzione variogramma, sotto le ipotesi di stazionarietà, è strettamente legata alla funzione covarianza e si può affermare che anche il variogramma è invariante per traslazione.

Poiché, come è ragionevole pensare, la correlazione tra le variabili  $Z(x)$  e  $Z(x+h)$  tende ad indebolirsi con l'aumentare della mutua distanza  $h$  tra i punti, si ha che la funzione  $C(h)$  tende a decrescere con  $h$ , fino a potersi annullare se le due variabili diventano indipendenti. La funzione variogramma risulta pertanto limitata superiormente da un *sill* (o *soglia*) e tale limite è la varianza  $C(0)$  (v. fig. 2.2).



**Figura 2.2:** Andamento delle funzioni covarianza  $C(h)$  e variogramma  $\gamma(h)$  in funzione della distanza  $h$

## 2.4 Modelli non stazionari

Le FA non stazionarie sono quelle che soddisfano anche solo una delle due seguenti condizioni:

1. la media  $E[Z(x)] = m(x)$  non è costante nel campo;
2. la funzione covarianza non è invariante per traslazione.

Dato che gran parte dei fenomeni naturali descritti da una variabile regionalizzata ha caratteristiche spiccatamente non stazionarie, si cerca di ricondurre l'analisi alle più favorevoli condizioni di stazionarietà attraverso due approcci: il primo considera la “deriva” della FA, il secondo lavora sugli accrescimenti.

### Modelli con deriva

La FA presenta un *trend*, vale a dire una variazione sistematica della variabile più o meno accentuata. Tale comportamento può essere modellato considerando la media della variabile calcolata su vicinaggi mobili all'interno dell'area di indagine.

La FA  $Z(x)$  viene decomposta in due componenti, una deterministica rappresentata dalla sua media  $m(x) = E[Z(x)]$  e detta anche “deriva”, l'altra stocastica definita “residuo”  $Y(x) = Z(x) - m(x)$ . La media viene modellizzata da una funzione polinomiale:

$$m(\mathbf{x}) = \sum_{k=0}^K a_k f_k(\mathbf{x}) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 x^2 + a_4 y^2 + a_5 xy + \dots \quad (2.14)$$

dove  $a_k$  sono coefficienti da stimare e  $f_k(\mathbf{x})$  sono monomi di grado crescente delle coordinate spaziali dei punti. La stazionarietà è garantita dal fatto che la media dei residui risulta costante poiché nulla.

## Modello intrinseco di ordine $k$

Piuttosto che considerare in ciascun punto la variabile  $Z(x)$  è conveniente riferirsi all'accrescimento  $Z(x+h) - Z(x)$ , ovvero considerare, in maniera più generale, una “combinazione lineare autorizzata”<sup>4</sup> di ordine  $k$  della FA  $Z(x)$ :<sup>5</sup>

$$Z(x) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2.15)$$

dove  $\lambda_i$  sono coefficienti da stimare.

Affinché tale combinazione possa definirsi stazionaria è necessario che venga soddisfatto il vincolo:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f_l(x_i) = 0 \quad \text{con } l = 0, \dots, k \quad (2.16)$$

con  $f^l(x_i)$  monomi di grado  $l$  delle coordinate spaziali degli  $n$  punti. Si può riconoscere che l'accrescimento stazionario  $Z(x+h) - Z(x)$  è una combinazione lineare autorizzata di ordine 0 a coefficienti rispettivamente 1 e  $-1$ .

## 2.5 Variogramma sperimentale e teorico

La stima della funzione variogramma viene effettuata sulla base dei dati provenienti dal campionamento del fenomeno oggetto di studio o da altri dati puntuali indiretti. A partire dall'espressione (2.10), scelta una direzione<sup>6</sup> principale, il calcolo del variogramma *sperimentale* viene effettuato sugli  $n$  punti del campo dei quali si hanno informazioni attraverso uno stimatore:

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2n} \sum_{i=1}^n [Z(x_i+h) - Z(x_i)]^2 \quad (2.17)$$

L'andamento del variogramma sperimentale in funzione di  $h$  esprime la variabilità del fenomeno considerato e ne rivela il comportamento stocastico, suggerendo di fatto il modello di FA da adottare.

---

<sup>4</sup>Per “autorizzata” si intende che la combinazione lineare ammette varianza finita.

<sup>5</sup>Anche detta FAI- $k$ : Funzione Aleatoria Intrinseca di ordine  $k$

<sup>6</sup>Le variabili regionalizzate possono presentare differente variabilità spaziale in funzione della direzione presa per il calcolo del variogramma sperimentale, ciò è dovuto alla presenza di anisotropie tipiche dei fenomeni naturali.

Il variogramma sperimentale può essere analizzato ponendo l'attenzione in due zone principali del grafico:

**vicino l'origine**

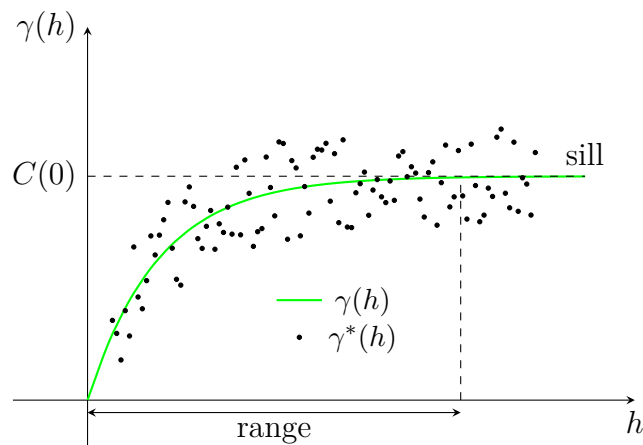
Per  $h \rightarrow 0$  è possibile distinguere tre diversi comportamenti riferibili alla regolarità della variabile regionalizzata (VR):

1. *parabolico*. Elevata regolarità e continuità della VR;
2. *lineare*. Continuità, ma non regolarità della VR;
3. *discontinuo*. VR con andamento irregolare. La variabilità tra due punti vicini è molto elevata, si ha il cosiddetto "effetto pepita", o *nugget*, nell'origine.

**per  $h$  crescenti**

All'aumentare di  $h$  il variogramma aumenta di valore ed evolve secondo due forme:

1. raggiunge un valore di soglia, o *sill*. Allora la FA è stazionaria (v. fig. 2.3);
2. aumenta indefinitamente. La FA non è stazionaria.



**Figura 2.3:** Variogramma sperimentale (punti neri) e variogramma teorico calibrato (linea verde).

Data l'evidente scarsa praticità dei variogrammi sperimentali si utilizzano funzioni analitiche che vengono assunte comunemente per descriverne il comportamento. Tali funzioni devono rispondere a determinate proprietà matematiche integrando le principali caratteristiche dei variogrammi:

1. è positiva  $\gamma(h) \geq 0$
2. per  $h = 0$  si ha  $\gamma(0) = 0$
3. è una funzione pari  $\gamma(h) = \gamma(-h)$

4. quando la FA è stazionaria  $\gamma(h) = C(0) - C(h)$

5. cresce all'infinito meno rapidamente rispetto ad  $h^2$ :

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{\gamma(h)}{h^2} = 0 \quad \text{quando } h \rightarrow 0 \quad (2.18)$$

6. deve essere tale da dar luogo a combinazioni lineari autorizzate.

La letteratura geostatistica propone alcune funzioni matematiche (v. fig. 2.4) adatte a descrivere il comportamento del variogramma sperimentale; una volta scelta la funzione opportuna, tramite il *fitting* dei parametri (solitamente con tecniche ai minimi quadrati) si ottiene il variogramma teorico; il risultato è una funzione continua e derivabile  $\forall h \in [0, +\infty)$ .

### Modello Pepitico

$$\gamma(h) = c(1 - \delta(h)) \quad \text{dove } \delta(h) = \begin{cases} 1 & \text{in } r = 0 \\ 0 & \forall r \neq 0 \end{cases} \quad (2.19)$$

$\delta(h)$  è la funzione impulso di Dirac e il parametro  $c$  esprime il *sill* del variogramma. Questo modello esprime una discontinuità nell'origine.

### Modello Sferico

$$\gamma(h) = \begin{cases} c\left(\frac{3}{2}\frac{h}{r} - \frac{1}{2}\frac{h^3}{r^3}\right) & \text{per } 0 \leq h \leq r \\ c & \text{per } h > r \end{cases} \quad (2.20)$$

$r$  e  $c$  sono paraemtri del modello ed esprimono rispettivamente *range* e *sill*. Il comportamento vicino l'origine è lineare<sup>7</sup>.

### Modello Esponenziale

$$\gamma(h) = c\left(1 - e^{-\frac{h}{r}}\right) \quad \text{per } h \geq 0 \quad (2.21)$$

In questo caso il valore  $c$  di *sill* è raggiunto asintoticamente, pertanto il *range* risulta infinito. Nella pratica il valore di *range* viene considerato alla distanza per la quale viene raggiunto il 95% del *sill*, cioè pari a circa  $3r$ .

---

<sup>7</sup>Vicino l'origine si può ritenere il termine cubico  $\frac{h^3}{r^3}$  trascurabile.

## Modello Gaussiano

$$\gamma(h) = c\left(1 - e^{-\frac{h^2}{r^2}}\right) \quad \text{per } h \geq 0 \quad (2.22)$$

come per il modello esponenziale il *range* viene calcolato considerando la distanza alla quale viene raggiunto il 95% del *sill*, ovvero a circa  $\sqrt{3}r$ .

## Modelli Potenza

Sono modelli che non prevedono la presenza di un valore di soglia, ma crescono indefinitamente e vengono utilizzati per FA non stazionarie.

$$\gamma(h) = ch^\beta \quad (2.23)$$

dove  $c > 0$  e  $\beta \in (0, 2)$ . Con  $\beta = 1$  si ottiene un modello lineare, spesso utilizzato nella pratica per FA intrinseche di ordine 0.

Le funzioni appena citate fanno riferimento ad un comportamento ideale nell'origine del variogramma sperimentale; se, al contrario, questo dovesse presentare un effetto pepitico o *nugget* (discontinuità nell'origine) è essenziale fittare un modello con un parametro aggiuntivo che esprime lo *shift* verso l'alto del variogramma nell'origine:

$$g(h) = nug + \gamma(h) \quad (2.24)$$

dove per *nug* si intende una costante positiva e  $\gamma$  uno dei modelli sopra proposti.

Ci si può trovare nella condizione in cui nessuno dei precedenti modelli interpreti al meglio il variogramma sperimentale, purtuttavia si può riconoscere nel suo andamento una serie di strutture note, dette anche a “strutture annidate” riconducibili a variogrammi teorici elementari. Sfruttando il principio della sovrapposizione degli effetti si può dimostrare che, se  $Z(x)$  è composta dalla somma di  $m$  variabili indipendenti e stazionarie<sup>8</sup>  $Z_i(x)$  con  $i = 1, \dots, m$  aventi ciascuno variogramma  $\gamma_i(h)$ , anche il suo variogramma  $\gamma(h)$  può essere espresso come:

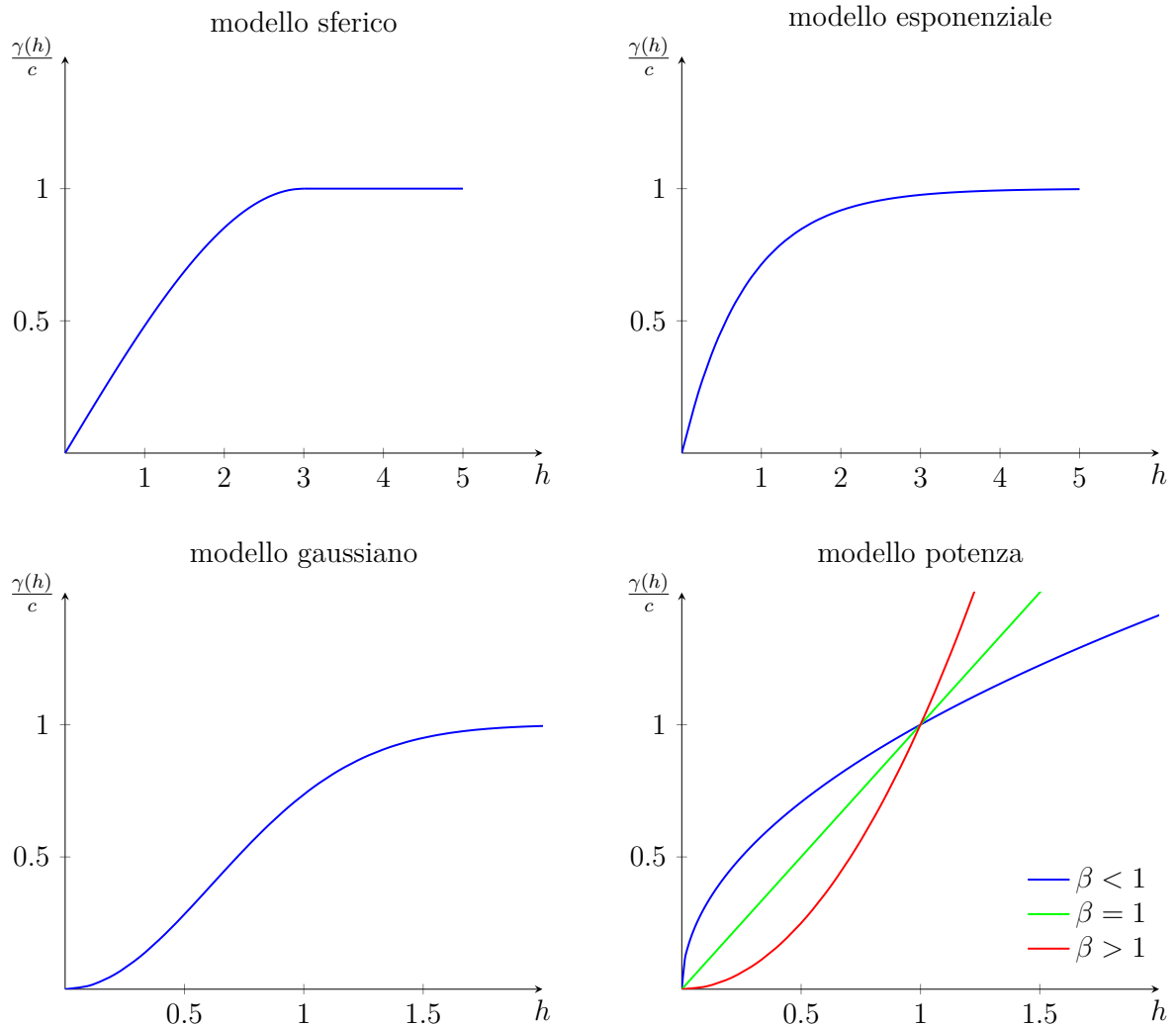
$$\gamma(h) = \sum_{i=1}^m \gamma_i(h) \quad (2.25)$$

## 2.6 Tecniche di stima

Nei problemi geostatistici è di fondamentale importanza riuscire a prevedere il comportamento della variabile regionalizzata in punti dello spazio in cui non è nota. Tale

---

<sup>8</sup>Dette anche “componenti spaziali” di  $Z(x)$ .



**Figura 2.4:** Grafici qualitativi dei variogrammi teorici elementari più utilizzati in geostatistica

procedura viene detta “stima” e viene normalmente utilizzata per la produzione di carte tematiche.

L’operazione di stima ha carattere locale, in quanto solitamente non riguarda le caratteristiche generali (o globali), ma studia la variabilità alla piccola scala, in un dominio ristretto detto “vicinaggio di stima”. Gli stimatori più adatti e più usati per questo tipo di operazione sono quelli lineari, cioè sono combinazioni lineari della variabile nei punti noti del campo situati nelle vicinanze del punto da stimare.

Consideriamo  $n$  punti del campo  $x_i$  con  $i = 1, \dots, n$ , disposti casualmente, nei quali risulta nota la variabile regionalizzata  $z(x_i)$ ; sia  $Z(x)$  la FA stazionaria assunta per descrivere in senso probabilistico il fenomeno di studio e siano  $C(h)$  e  $\gamma(h)$  rispettivamente le funzioni covarianza e variogramma. È possibile esprimere la stima della FA in un punto

qualsiasi  $x_0$  del campo come:<sup>9</sup>

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2.26)$$

dove i  $\lambda_i$  sono costanti incognite chiamati “ponderatori”.

Alla stima (2.26) è associato errore di stima  $\varepsilon(x_0)$ , risultante dalla differenza tra la variabile stimata e quella esatta:

$$\varepsilon(x_0) = Z(x_0) - Z^*(x_0) = Z(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (2.27)$$

Si dice che lo stimatore è “corretto” se risulta:<sup>10</sup>

$$\mathbb{E}[\varepsilon(x_0)] = \mathbb{E}\left[Z(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right] = 0 \quad (2.28)$$

ovvero

$$\mathbb{E}[Z(x_0)] - \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbb{E}[Z(x_i)] = 0 \quad (2.29)$$

per l'ipotesi fatta di stazionarietà  $\mathbb{E}[Z(x)] = m = \text{cost.} \quad \forall x \in S$  la (2.29) si riduce a:

$$m \left[1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right] = 0$$

ottenendo infine l'importante condizione sui ponderatori:

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i = 1 \quad (2.30)$$

Non avendo a disposizione la funzione di densità per la VA, non la si può avere nemmeno per l'errore di stima. L'accuratezza della stima nel punto  $x_0$  può, però, essere valutata a partire dalla varianza di stima  $\sigma_s^2(x_0)$ , intimamente legata alla covarianza e alla funzione variogramma della VA.

Riprendendo la definizione di varianza data dalla (2.5) si ha per la varianza di stima:

$$\text{Var}_s(x_0) = \sigma_s^2(x_0) = \mathbb{E}\left[\left(Z(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)\right)^2\right] \quad (2.31)$$

---

<sup>9</sup>Si ricorda che il simbolo “\*” sta ad indicare la variabile *stimata*.

<sup>10</sup>In letteratura anglosassone viene detto *unbiased estimator*.



sviluppando il quadrato del binomio a secondo membro si ottiene:

$$\sigma_s^2(x_0) = E \left[ Z^2(x_0) + \sum_i \sum_j \lambda_i \lambda_j Z(x_i) Z(x_j) - 2 \sum_i \lambda_i Z(x_i) Z(x_0) \right]$$

tenendo conto delle (2.4),(2.9) e delle proprietà di linearità dell'operatore "E" (valore atteso) si ha:

$$\begin{aligned} \sigma_s^2(x_0) &= C(0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j C(x_i, x_j) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i C(x_i, x_0) \\ &= C(0) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j (C(0) - \gamma(h_{i,j})) - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i (C(0) - \gamma(h_{i,0})) \end{aligned}$$

tenendo in considerazione la (2.30) si ottiene infine:<sup>11</sup>

$$\sigma_s^2(x_0) = 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,0} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma_{i,j} \quad (2.32)$$

la (2.32) mette in evidenza che la varianza di stima  $\sigma_s^2$  non dipende dalla covarianza ma solo dal variogramma, quindi può essere rimossa l'ipotesi di stazionarietà globale introdotta in precedenza.

I ponderatori  $\lambda_i$ , che consentono di effettuare la stima della variabile regionalizzata in punti non noti, sono parametri del modello di stima e possono essere individuati con diverse tecniche che fanno riferimento a due approcci principali:

1. *tecniche deterministiche*: non tengono in considerazione le caratteristiche dell'approccio probabilistico e si basano su impostazioni prettamente geometriche;
2. *tecniche geostatistiche*: meglio conosciute come *Kriging*,<sup>12</sup> sono tecniche di regressione che permettono di individuare i ponderatori minimizzando la varianza di stima.

### 2.6.1 Tecniche deterministiche

Le principali tecniche deterministiche, come già accennato, sono quelle che prescindono dal contesto aleatorio e calcolano i ponderatori in funzione della distribuzione esclusivamente geometrica dei punti noti nel vicinaggio di stima.

---

<sup>11</sup>Le notazioni  $\gamma(h_{i,j})$  o più brevemente  $\gamma_{i,j}$  equivalgono alla notazione  $\gamma(x_i, x_j)$  ed indica la funzione variogramma calcolata tra i punti  $i$  e  $j$  distanti  $h_{i,j}$ .

<sup>12</sup>In francese *Krigeage* nome coniato da G. Matheron in onore dell'ingegnere sudafricano D. G. Krige che per primo sviluppò la tecnica del *kriging*. Tuttavia, si deve a Matheron la formalizzazione teorica sulle "variabili regionalizzate"

Una prima tecnica, utilizzata molto in ambito idrologico, è la poligonazione di Thiessen (o tassellazione di Dirichlet-Voronoi), che prevede la costruzione di tasselli aventi come vertici gli ortocentri dei triangoli formati congiungendo i punti noti. All'interno di ogni tassello o poligono ricadrà una sola misura della variabile regionalizzata e si assume che tale valore sia costante sull'intero dominio  $V_i$  individuato dal poligono  $i$ -esimo. I ponderatori quindi banalmente discriminano tra l'appartenenza all'uno o all'altro tassello, ciò può essere espresso come:

$$\lambda_i = \begin{cases} 1 & \text{se } x_0 \in V_i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \quad (2.33)$$

I limiti evidenti di questa tecnica risiedono in primo luogo nell'assumere costante il valore della variabile all'interno di un'area più o meno estesa (ipotesi piuttosto stringente) e nella discontinuità della stima: l'andamento a gradini fa sì che tra i punti di confine, ai margini dei tasselli, si può passare da un valore all'altro della variabile in infinitesimi di distanza.

La seconda tecnica che più realisticamente può interpretare il comportamento della variabile regionalizzata, superando le incongruenze della poligonazione di Thiessen, è quella della *distanza inversa*. I ponderatori da attribuire ai campioni compresi entro il vicinaggio di stima hanno un peso proporzionale all'inverso della distanza euclidea  $d_i$  fra il punto noto  $x_i$  e il punto da stimare  $x_0$ , elevata ad un esponente di ordine  $p \in \mathbb{R}^+$ , ovvero:

$$\lambda_i = \frac{k}{d_i^p} \quad \text{con} \quad k = \frac{1}{\sum_j \frac{1}{d_j^p}} \quad \text{e} \quad i, j = 1, \dots, n \quad (2.34)$$

dove la potenza  $p$ , detta "ordine della distanza" può variare a seconda della variabile regionalizzata da interpolare: scelte diverse della potenza  $p$  implicano stime diverse. Si è soliti nelle applicazioni idrologiche assumere  $p = 2$ , ma l'ordine è del tutto arbitrario. Bisogna considerare, però, che per  $p \rightarrow 0$  i pesi tendono ad assumere valori simili anche per distanze elevate fino al limite in cui la stima si riduce ad una media aritmetica (tutti i ponderatori sono uguali), al contrario se  $p \rightarrow \infty$  si ottiene il caso limite in cui la stima si riduce ad una poligonazione di Thiessen.

### 2.6.2 Tecniche geostatistiche (o Kriging)

Le tecniche geostatistiche di stima prevedono la formulazione della FA in un processo aleatorio associato alla variabile regionalizzata attraverso lo studio degli indici statistici come, ad es., il variogramma. Tra le tecniche di stima principali spiccano quelle del *kriging*, che possono essere classificate come *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE), che sta ad indicare come il kriging sia in grado di fornire stime non deviate ed esatte.

Le tecniche di “krigaggio” sono diverse a seconda della condizioni in cui opera la FA (se stazionarie o non stazionarie), ma discendono tutte da un logica matematica comune. Come si è visto, la varianza di stima  $\sigma_s^2$ , ricavata nell'equazione (2.32), esprime la qualità e la correttezza della stima, per cui è immediato porsi come obiettivo la ricerca di quei ponderatori che la rendano minima, nel senso di una maggiore precisione. Il problema appena esposto può essere risolto, sotto opportune condizioni di vincolo, utilizzando il metodo di ottimizzazione dei moltiplicatori di Lagrange.<sup>13</sup>

### Kriging Ordinario

Si tratta di applicare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange all'equazione (2.32) sotto il vincolo di stima corretta (o non deviata) data dalla (2.30). Sia  $\mu \in \mathbb{R}$  il parametro lagrangiano incognito, la funzione lagrangiana è data da:

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}, \mu) = \underbrace{2 \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma_{i,0} - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j \gamma_{i,j}}_{\sigma_s^2} + \underbrace{2\mu \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right)}_{\text{vincolo}} \quad (2.35)$$

si tratta, quindi, di risolvere il sistema di minimo vincolato dato da:

$$\nabla \mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}, \mu) = 0 \quad (2.36)$$

ovvero

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_i} = 2\gamma_{i,0} - 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{i,j} - 2\mu = 0 & \text{per } i = 1, \dots, n \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu} = 2\left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right) = 0 \end{cases}$$

si ottiene quindi il sistema lineare di  $n + 1$  equazioni in  $n + 1$  incognite:

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{i,j} + \mu = \gamma_{i,0} & \text{per } i = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \end{cases} \quad (2.37)$$

---

<sup>13</sup>Le tecniche geostatistiche di stima introdotte in questo capitolo sono quelle che serviranno nelle applicazioni. Si ricorda che esiste anche il “kriging semplice”, che prescinde dall'ottimizzazione con i moltiplicatori di Lagrange.

che scritto in forma esplicita

$$\begin{aligned}
 \lambda_1 \gamma_{1,1} + \lambda_2 \gamma_{1,2} + \cdots + \lambda_n \gamma_{1,n} + \mu &= \gamma_{1,0} \\
 \lambda_1 \gamma_{2,1} + \lambda_2 \gamma_{2,2} + \cdots + \lambda_n \gamma_{2,n} + \mu &= \gamma_{2,0} \\
 &\vdots \\
 \lambda_1 \gamma_{n,1} + \lambda_2 \gamma_{n,2} + \cdots + \lambda_n \gamma_{n,n} + \mu &= \gamma_{n,0} \\
 \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n &= 1
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

il sistema precedente scritto in termini matriciali diventa:

$$\begin{bmatrix}
 \gamma_{1,1} & \gamma_{1,2} & \cdots & \gamma_{1,n} & 1 \\
 \gamma_{2,1} & \gamma_{2,2} & \cdots & \gamma_{2,n} & 1 \\
 \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\
 \gamma_{n,1} & \gamma_{n,2} & \cdots & \gamma_{n,n} & 1 \\
 1 & 1 & 1 & 1 & 0
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \lambda_1 \\
 \lambda_2 \\
 \vdots \\
 \lambda_n \\
 \mu
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 \gamma_{1,0} \\
 \gamma_{2,0} \\
 \vdots \\
 \gamma_{n,0} \\
 1
 \end{bmatrix} \tag{2.39}$$

La (2.39) mostra che la matrice dei coefficienti  $\mathbf{\Gamma}$  e il termine noto  $\mathbf{g}_0$  dipendono unicamente dalla funzione variogramma, che, come si è visto, è possibile calcolare (teoricamente<sup>14</sup>) in tutti i punti del campo; per cui, se le posizioni  $i$ -esime dei punti sono distinte, il sistema ammette sempre un'unica soluzione. Concludendo è possibile calcolare per ogni punto  $x_0$  una  $n$ -pla  $\boldsymbol{\lambda}$  di ponderatori  $\lambda_i$  risolvendo il sistema lineare (2.39):

$$\boldsymbol{\lambda} = \mathbf{\Gamma}^{-1} \mathbf{g}_0$$

## Kriging Universale

Nel caso in cui la variabile regionalizzata presenti una deriva, o *trend*, sicuramente la FA associata deve essere interpretata tramite modelli non stazionari. In questo caso nell'applicare il metodo dei moltiplicatori di Lagrange bisogna tener conto delle mutate condizioni di stazionarietà e applicare alla (2.35) un ulteriore vincolo che tenga conto del fenomeno della deriva.

Si assume che le media possa essere descritta da una funzione polinomiale del tipo (2.14) che calcolata nel punto  $x_0$  di stima vale:

$$m(x_0) = \sum_{k=1}^K a_k f_k(x_0) \tag{2.40}$$

---

<sup>14</sup>Si intende che si ha già a disposizione un variogramma teorico.

poiché il kringig è uno stimatore esatto, utilizzando la proprietà (2.29), la media può essere scritta come combinazione degli stessi coefficienti  $\lambda_i$ , ovvero

$$m(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \mathbb{E}[Z(x_i)] = \sum_{i=1}^n \lambda_i m(x_i) \quad (2.41)$$

combinando la (2.41) e la (2.40) si ha

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i \left( \sum_{k=1}^K a_k f_k(x_i) \right) = \sum_{k=1}^K a_k \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i f_k(x_i) \right)$$

da cui risulta la seconda condizione di vincolo

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i f_k(x_i) = f_k(x_0) \quad (2.42)$$

Sia  $\boldsymbol{\mu} = (\dots, \mu_k, \dots)$  con  $k = 0, \dots, K$  un vettore di moltiplicatori di Lagrange, si può, quindi, formalizzare la funzione lagrangiana come:

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \underbrace{\sigma_s^2 + 2\mu_0 \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right)}_{\text{vincolo I}} + 2 \underbrace{\sum_{k=1}^K \mu_k \left(f_k(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i f_k(x_i)\right)}_{\text{vincolo II}} \quad (2.43)$$

i parametri incogniti  $(\lambda_1, \dots, \lambda_n, \mu_0, \dots, \mu_K)$  vengono individuati risolvendo il sistema di minimo vincolato:

$$\nabla \mathcal{L}(\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = 0$$

ovvero

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda_i} = 2\gamma_{i,0} - 2 \sum_{j=1}^n \lambda_j \gamma_{i,j} - 2\mu_0 - 2 \sum_{k=1}^K \mu_k f_k(x_i) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_0} = 2 \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i\right) = 0 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \mu_k} = -2 \left(f_k(x_0) - \sum_{i=1}^n \lambda_i f_k(x_i)\right) = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \text{per } i = 1, \dots, n \\ \text{e } k = 1, \dots, K \end{array}$$

il sistema precedente scritto in termini matriciali diventa:

$$\begin{bmatrix} \gamma_{1,1} & \dots & \gamma_{1,n} & 1 & f_1(x_1) & \dots & f_K(x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{n,1} & \dots & \gamma_{n,n} & 1 & f_1(x_n) & \dots & f_K(x_n) \\ 1 & \dots & 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ f_1(x_1) & \dots & f_1(x_n) & 0 & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f_k(x_1) & \dots & f_k(x_n) & 0 & \dots & \dots & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu_0 \\ \mu_1 \\ \vdots \\ \mu_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_{1,0} \\ \vdots \\ \gamma_{n,0} \\ 1 \\ f_1 x_0 \\ \vdots \\ f_k(x_0) \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

il quale evidenzia una struttura a blocchi del tipo:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{\Gamma} & \mathbf{F} \\ \mathbf{F}^T & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\lambda} \\ \boldsymbol{\mu} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_0 \\ \mathbf{f}_0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Anche in questo caso si osserva come la matrice dei coefficienti e il termine noto siano formati da grandezze note, ovvero il variogramma e le funzioni monomie delle coordinate spaziali, il cui ordine massimo  $K$  è del tutto arbitrario. La soluzione, formata dal vettore dei ponderatori  $\lambda_i$  e dai moltiplicatori di Lagrange  $\mu_i$ , unica se i punti  $x_i$  sono distinti, viene individuata invertendo la matrice a blocchi nella (2.45).

## 2.7 Variabili regionalizzate a supporto non puntuale

Nel paragrafo 2.1 è stato introdotto il concetto di supporto come entità geometrica sulla quale la variabile regionalizzata è definita o misurata. La trattazione teorica ha poi preso in considerazione l'ipotesi di supporto puntuale, ma il formalismo presentato risulta del tutto generale e può essere adattato al caso di supporto non puntuale. Questa trasformazione è fondamentale per capire le basi teoriche dei modelli che verranno richiamati nei capitoli successivi, come ad es. il Top-kriging, il quale si base sul presupposto che le variabili idrometriche possano essere definite su supporto areale costituito dal bacino idrografico sotteso da una determinata sezione fluviale.

Supponiamo, ad esempio, di avere una FA  $Z(x)$ , puntuale e stazionaria di media  $m$ , covarianza  $C(h)$  e variogramma  $\gamma(h)$ , è possibile effettuare una trasformazione lineare definendo una nuova FA derivata da quella puntuale su un supporto esteso di area  $A$

come media integrale

$$\begin{aligned} Z_r(x) &= \frac{1}{A} \int_{A_x} Z(\xi) d\xi \\ Z_r(x+h) &= \frac{1}{A} \int_{A_{x+h}} Z(\zeta) d\zeta \end{aligned} \quad (2.46)$$

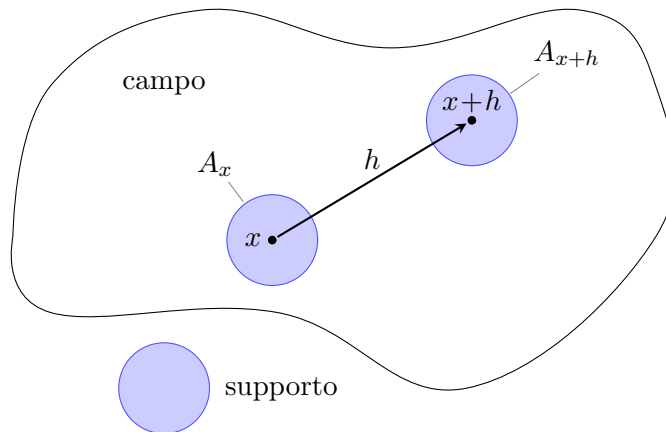
ipotizzando<sup>15</sup> che l'estensione del supporto non vari nel campo (v. fig. 2.5). Per la definizione di covarianza data con la (2.4) si ha che la funzione covarianza regolarizzata vale

$$C_r(h) = E[Z_r(x+h)Z_r(x)] - m^2$$

e sostituendo le (2.46) nell'espressione della covarianza si ha

$$C_r(h) = \frac{1}{A^2} \int_{A_x} \int_{A_{x+h}} E[Z(\xi)Z(\zeta)] d\xi d\zeta - m^2 = \frac{1}{A^2} \int_{A_x} \int_{A_{x+h}} C(\xi - \zeta) d\xi d\zeta \quad (2.47)$$

per cui la covarianza regolarizzata può interpretarsi come il valor medio che la covarianza puntuale assume quando gli estremi del segmento  $\xi - \zeta$  variano indipendentemente l'uno in  $A_x$ , l'altro in  $A_{x+h}$ . Essendo la funzione covarianza  $C(h)$  dipendente solo dalla distanza tra i punti  $\xi - \zeta$  e non dalla particolare posizione, si ha che anche  $C_r(h)$  non dipende dal punto di appoggio e quindi anche  $Z_r(x)$  può ritenersi stazionaria (v. Raspa e Bruno,1994a).



**Figura 2.5:** Due punti del campo distanti  $h$  definiti su supporti areali regolari di area  $A$ .

Per quanto riguarda il variogramma, partendo dall'espressione ricavata nella (2.10), per le FA stazionarie si può scrivere

$$\gamma_r(h) = \frac{1}{2} E[(Z_r(x+h) - Z_r(x))^2] \quad (2.48)$$

<sup>15</sup>Ipotesi che potrà in seguito essere rimossa.

anche qui, sostituendo le (2.46) e sviluppando il quadrato del binomio, si ha

$$\gamma_r(h) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{A^2} \iint_{A_x} \mathbb{E}[Z(\xi)Z(\zeta)] d\xi d\zeta + \frac{1}{A^2} \iint_{A_{x+h}} \mathbb{E}[Z(\xi)Z(\zeta)] d\xi d\zeta \right\} - \frac{1}{A^2} \int_{A_x} \int_{A_{x+h}} \mathbb{E}[Z(\xi)Z(\zeta)] d\xi d\zeta$$

ovvero

$$\gamma_r(h) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{A^2} \iint_{A_x} C(\xi - \zeta) d\xi d\zeta + \frac{1}{A^2} \iint_{A_{x+h}} C(\xi - \zeta) d\xi d\zeta \right\} - \frac{1}{A^2} \int_{A_x} \int_{A_{x+h}} C(\xi - \zeta) d\xi d\zeta \quad (2.49)$$

ed osservando che  $C(\xi - \zeta) = C(0) - \gamma(\xi - \zeta)$  e sostituendo nella precedente si ottiene

$$\gamma_r(h) = \frac{1}{A^2} \int_{A_x} \int_{A_{x+h}} \gamma(\xi - \zeta) d\xi d\zeta - \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{A^2} \iint_{A_x} \gamma(\xi - \zeta) d\xi d\zeta + \frac{1}{A^2} \iint_{A_{x+h}} \gamma(\xi - \zeta) d\xi d\zeta \right\} \quad (2.50)$$

nella quale si può notare come dal primo termine al secondo membro, rappresentante la varianza tra le due posizioni  $x$  e  $x + h$ , venga sottratta una quantità pari alla varianza interna ai rispettivi supporti, producendone, di fatto, una più bassa rispetto a quella ottenuta da una variabile puntuale: questo spiega perché le trasformazioni (2.46) generano un effetto *regolarizzante* sulla variabile regionalizzata.



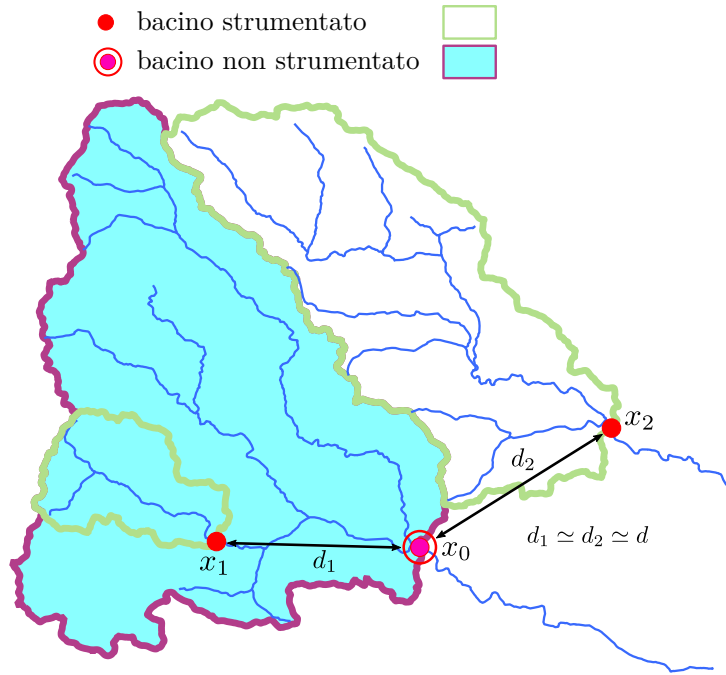
# Capitolo 3

## Metodi geostatistici per la regionalizzazione idrologica

### 3.1 Tecniche di regionalizzazione geostatistica

Nell'ambito della regionalizzazione dei deflussi fluviali, le tecniche di interpolazione geostatistica basate sul “kriging” stanno avendo largo impiego nella valutazione delle variabili idrologiche in bacini non strumentati. Uno dei più grossi vantaggi, intrinseco nel kriging in se, è che non risulta strettamente necessaria una preliminare individuazione di regioni omogenee. Un altro vantaggio è che alla stima della variabile regionalizzata si accompagna, per lo stesso sito, anche una misura quantitativa dell'incertezza della stima stessa espressa attraverso la “varianza di stima” (v. par. 2.6).

Nel panorama delle tecniche geostatistiche applicate in ambito idrologico si riconoscono due metodi principali di krigaggio: un primo metodo, che prende il nome di PSBI-kriging, utilizza la variabile idrologica su supporto puntuale interpolata su un dominio non geografico; il secondo, detto Topological Kriging, o (Top-kriging), adotta una variabile idrologica regolarizzata, ovvero su supporto areale, a scala di bacino. Entrambe i metodi rispondono al problema della complessità delle relazioni tra la struttura morfologica di bacini e sottobacini con la variabilità geologica e climatica dell'area oggetto di studio. Il primo metodo cerca di raccogliere più informazione possibile in modo da “spiegare” la varianza dei dati di portata, mentre il secondo si affida alla forte dipendenza che i deflussi hanno sia con l'area drenata che con la topologia, ovvero con la forma e la mutua posizioni dei bacini lungo il reticolo idrografico. In definitiva, se si vuole applicare un metodo geostatistico per la stima dei deflussi in siti non strumentati è necessario introdurre delle modifiche alle tecniche geostatistiche classiche, comunemente adottate per variabili continue nello spazio, come ad es. campi di pioggia o umidità del suolo. Infatti, applicare un metodo



**Figura 3.1:** Due stazioni strumentate immaginarie poste alla stessa distanza  $d$  dal sito target  $x_0$ .

di krigaggio “classico”, come l'*ordinary kriging*, basato cioè sulle distanze geografiche tra i punti nel campo, per la stima dei deflussi fluviali, potrebbe risultare un'impostazione concettualmente errata. Supponiamo, ad esempio, di avere due stazioni strumentate  $x_1$  e  $x_2$  poste a distanza rispettivamente  $d_1$  e  $d_2$ , tale che i due punti hanno una distanza pressoché uguale ( $d_1 \simeq d_2 \simeq d$ ) da un terzo punto *target*,  $x_0$ , dove si vuole effettuare la stima; supponiamo inoltre che tale punto sia riconducibile, tramite il reticolo idrografico, ad una sezione di chiusura posta più a valle di una delle due stazioni di misura (v. fig. 3.1). Una volta identificata una corretta legge spaziale tramite la stima del variogramma teorico, i due punti noti avrebbero, sulla base della sola distanza euclidea, stesso valore  $\gamma_0$ , quindi stesso peso (in questo caso  $\lambda_1 \simeq \lambda_2 \simeq 0.5$ ) risultante dalla soluzione di un ipotetico sistema kriging di dimensione  $3 \times 3$ . Tuttavia, è verosimile che la struttura reale della correlazione spaziale è diversa: da un punto di vista idrologico l'influenza di  $x_1$ , che sottende un bacino di testata rispetto al sottobacino maggiore sotteso da  $x_0$ , sulla stima in  $x_0$  stesso, è diversa da quella di  $x_2$ , seppur posti alla stessa distanza.

Le due tecniche citate, pertanto, tentano di rispondere al problema di rendere compatibile un metodo inizialmente sviluppato per applicazioni di ingegneria mineraria, alla interpolazione di variabili idrologiche, che invece presentano caratteristiche diverse. Il lavoro di ricerca, come anticipato, prenderà a riferimento la seconda, il Top-kriging, che ha dimostrato in numerosi studi essere, ad oggi, lo stato dell'arte per i metodi geostatistici regionali applicati all'informazione idrologica. Anche se non verrà mai utilizzato nell'am-

bito di questo lavoro di ricerca, si riporterà nel seguito, per completezza, anche una breve descrizione del metodo PSBI-kriging e le sue possibili applicazioni.

## 3.2 PSBI-kriging

Secondo l'impostazione proposta da Chokmani e Ouarda (2006), piuttosto che interpolare i valori noti su un dominio "reale" di coordinate geografiche georeferenziate, che come anticipato potrebbe essere un approccio teoricamente debole, viene definito invece uno spazio bidimensionale "sintetico", le cui coordinate sono ottenute da una combinazione lineare di parametri caratteristici della morfologia, del clima, delle precipitazioni appartenenti al dominio geografico nel quale si vuole studiare la variabilità della grandezza presa in esame. Tale dominio viene anche definito "spazio dei descrittori geomorfoclimatici", che nella letteratura anglosassone viene identificato come *Physiographical space-based interpolation* (PSBI).

La definizione di un dominio *ad hoc* parte dalla considerazione che le due coordinate sintetiche devono formare un spazio ortonormale, ovvero che i punti appartenenti ai due assi devono essere incorrelati tra loro. Supponiamo di avere un dataset di variabili geomorfoclimatiche di un fissato numero di bacini, l'obiettivo è quello di ridurre il numero di variabili facendo sì che nel passaggio dalle vecchie alle nuove variabili la perdita d'informazione contenuta nei dati sia minima, ossia che le nuove variabili spieghino gran parte della varianza delle variabili originarie. Questa operazione può essere agevolmente condotta utilizzando delle procedure statistiche di analisi agli autovalori e autovettori delle componenti principali, o *Principal Component Analysis* (PCA).

Studi di interpolazione della variabile idrometrica su domini sintetici ottenuti da PCA hanno dimostrato buoni rendimenti in termini di indici statistici dei modelli di interpolazione (v. Castiglioni et al., 2009; Chokmani e Ouarda, 2004), sia se applicati agli indici di magra, sia ai valori di piena al colmo per assegnati tempi di ritorno. Tuttavia, nella genesi del dominio, la tecnica PCA non tiene conto dell'influenza che possono avere i dati idrometrici, limite, questo, che può essere superato utilizzando la tecnica statistica multivariata di analisi della correlazione canonica, o *Canonical Correlation Analysis* (CCA) (v. ad es. Archfield et al., 2013, Castellarin, 2014). A partire da due dataset che presentano caratteristiche di dipendenza reciproca, come ad esempio le variabili geomorfoclimatiche e quelle strettamente idrometriche, la CCA permette di accoppiare i dati in un sistema di variabili che siano massimamente correlate tra loro e incorrelate al loro interno. È possibile con questa procedura estrapolare due variabili artificiali  $U_1$  e  $U_2$  indipendenti tra loro, frutto di una combinazione lineare a coefficienti costanti delle variabili appartenenti

al dataset  $X$  dei descrittori geomorfoclimatici del tipo:

$$\begin{aligned} U_1 &= Xa_1 \\ U_2 &= Xa_2 \end{aligned} \quad (3.1)$$

dove i coefficienti  $a_1$  e  $a_2$  sono autovettori associati ai primi due maggiori autovalori della matrice

$$E_X = S_X^{-1}S_{XY}S_Y^{-1}S_{YX} \quad (3.2)$$

nella quale  $S$  rappresenta le matrici di varianza e covarianza campionarie dei due dataset che si vuole correlare. Nella (3.2) è evidente come la presenza della varianza del dataset  $Y$ , rappresentato ad esempio da dati idrometrici, influenzi la variabilità totale del fenomeno oggetto di studio; seppur discendente da una combinazione lineare a coefficienti costanti ottenuti da un problema agli autovalori, questa particolarità non è presente nell'analisi delle componenti principali.

Ammettendo che il dataset  $X$  sia composto da  $k$  colonne, quindi  $k$  variabili geomorfoclimatiche<sup>1</sup>, le (3.1) possono essere scritte (vedi Tabella 3.1) come:

$$\begin{aligned} U_1 &= a_{1,1}A + a_{1,2}LAT + a_{1,3}H_{max} + \dots + a_{1,j}X_j + \dots + a_{1,k}X_k \\ U_2 &= a_{2,1}A + a_{2,2}LAT + a_{2,3}H_{max} + \dots + a_{2,j}X_j + \dots + a_{2,k}X_k \end{aligned} \quad (3.3)$$

dove i vettori dei coefficienti vengono individuati risolvendo un problema agli autovalori.

In ultimo si evidenzia che le grandezze descrittive di ciascun bacino, essendo grandezze fisiche, presentano caratteristiche dimensionali diverse; il problema può essere agevolmente superato operando una *standardizzazione* delle variabili in modo da omogeneizzare i dati:

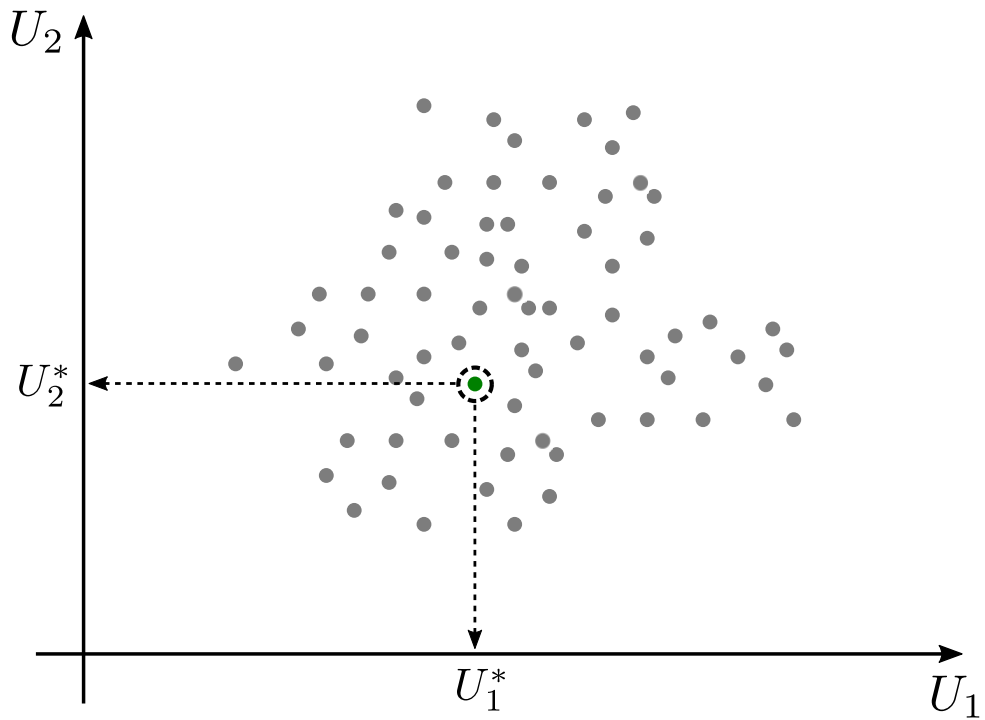
$$x_1 = \frac{X_1 - u_n\bar{X}_1}{\sqrt{S_1^2}}; \dots; x_k = \frac{X_k - u_2\bar{X}_k}{\sqrt{S_k^2}} \quad (3.4)$$

Calcolati i vettori dei coefficienti  $a_1$  e  $a_2$ , ciascun bacino è quindi univocamente identificato da una coppia  $(U_1^*, U_2^*)$  come un punto nel piano sintetico ortonormale  $U_1, U_2$  (v. fig. 3.2).

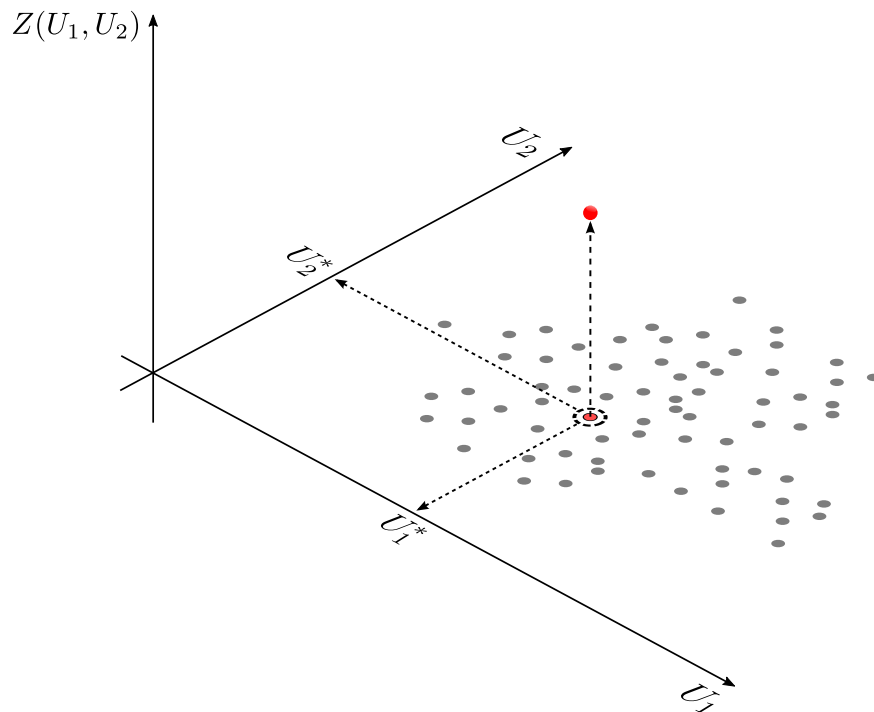
Creato lo spazio dei descrittori, a ciascun punto del piano è possibile associare nella terza dimensione un valore idrometrico corrispondente alle variabili del dataset  $Y$  oppure una probabilità (ad es. di superamento) associata ad un determinato quantile di portata (v. Castellarin, 2014). Archfield et al. (2013), ad esempio, implementano questa procedura per la stima in siti non strumentati di quantili di portata al colmo di piena con

---

<sup>1</sup>Per ipotesi tali variabili devono essere indipendenti.



**Figura 3.2:** Dataset di  $n$  bacini nel piano sintetico  $U_1, U_2$ .



**Figura 3.3:** Variabile regionalizzata a supporto puntuale nel dominio dei descrittori geomorfoclimatici.

**Tabella 3.1:** Elenco di variabili geomorfoclimatiche che potrebbero essere utilizzate nel metodo PSBI.

Variabili geomorfoclimatiche		
Variabile	Descrizione	Unità di misura
A	Area Bacino	km <sup>2</sup>
LAT	Latitudine (centro)	°N
LONG	Longitudine (centro)	°E
L	Lunghezza asta principale	km
S	Pendenza Asta principale	m km <sup>-1</sup>
P	Perimetro del bacino	km
F <sub>f</sub>	Fattore di forma	—
H <sub>m</sub>	Quota media del bacino	m
H <sub>min</sub>	Quota minima del bacino	m
H <sub>max</sub>	Quota massima del bacino	m
S <sub>m</sub>	Pendenza Media del bacino	%
F <sub>i</sub>	Frazione di bacino impermeabile	%
F <sub>for</sub>	Frazione di bacino a foreste	%
D <sub>d</sub>	Densità di drenaggio	km km <sup>-2</sup>
I <sub>d</sub>	Indice di drenaggio del suolo	—
I <sub>h</sub>	Indice di suolo idrologico	—
MAP	Precipitazione media annua	mm
MDP <sub>T</sub>	Precipitazione massima gionaliera con asse- gnato tempo di ritorno	mm

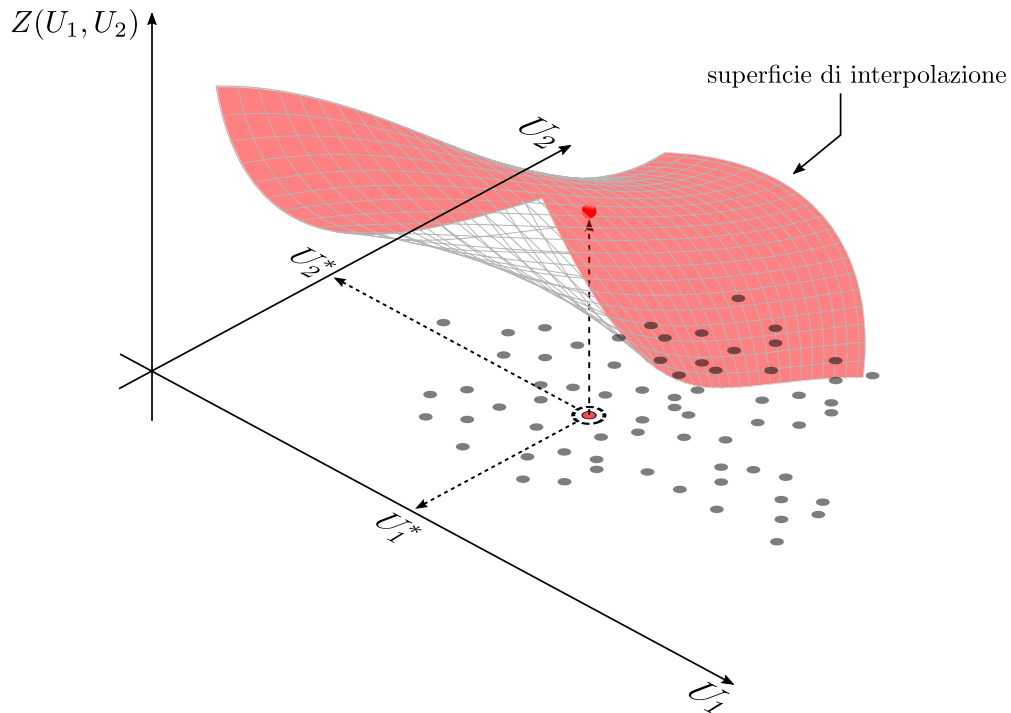
quattro differenti tempi di ritorno: 10, 50, 100 e 500 anni.<sup>2</sup>

A questo punto appare chiaro che le variabili idrometriche possono essere considerate a tutti gli effetti variabili regionalizzate (VR) (v. fig. 3.3) a supporto puntuale consentendo l'interpolazione dei dati campionari tramite una delle tecniche di kriging discusse nel capitolo 2.

Tutte le tecniche di krigaggio prevedono la conoscenza quantitativa e qualitativa della dispersione della variabile regionalizzata nel dominio; se per ciascun punto del piano  $U_1, U_2$  è possibile associare un valore della VR, la dispersione può essere interpretata dal variogramma sperimentale, che, come già visto, può essere agevolmente calcolato con la (2.17). In questo caso, chiaramente, le mutue distanze tra i punti non esprimono una distanza geografica, piuttosto sono il riflesso di una “diversità” complessiva dei bacini idrografici in termini di caratteristiche geomorfoclimatiche. La presenza o meno di un *sill*, del *nugget* e in generale la regolarità del variogramma sperimentale sono parametri che suggeriscono il modello di funzione aleatoria da adottare, stazionaria o non stazio-

---

<sup>2</sup>Si ricorda che la dimensione dei due dataset,  $X$  e  $Y$ , deve essere la stessa in termini di numeri di righe, giacché si riferiscono allo stesso numero di bacini.



**Figura 3.4:** Grafico qualitativo di una superficie di interpolazione ottenuta con Canonical Kriging

naria. Tramite una regressione ai minimi quadrati è possibile associare al variogramma sperimentale uno teorico, tramite una funzione analitica  $\gamma(h)$ , che ha il pregio di essere continua e derivabile quindi utilizzabile ai fini della stima.

Stabilita la natura della funzione aleatoria, il “krigaggio” consiste nell’interpolazione tramite una combinazione lineare a coefficienti costanti, anche detti ponderatori, della variabile regionalizzata

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i)$$

dove i  $\lambda_i$  sono costanti determinabili con le due tecniche geostatistiche di *Kriging Ordinario* risolvendo il sistema (2.39) e di *Kriging Universale* risolvendo il sistema (2.44). La scelta delle due tecniche dipende dal comportamento della funzione aleatoria e può ricadere su una delle due nel caso si manifesti stazionarietà o al contrario la presenza di una deriva. La scelta molto spesso non è banale e richiede un’analisi accurata dei variogrammi, inoltre non è detto che la distinzione tra FA stazionaria e non stazionaria sia riconoscibile a priori, ma potrebbero essere necessari dei tentativi prima di decretare il comportamento della FA. Il risultato finale del *canonical kriging* è una superficie di interpolazione (v. fig. 3.4) estesa sul dominio fissato dalla prima e seconda componente canonica.

In conclusione, conoscendo le caratteristiche geomorfologiche e climatiche di un determinato bacino (come quelle riportate ad es. in tabella 3.1), per il quale, però, non si

hanno a disposizione dati idrometrici, si possono calcolare le coordinate sintetiche con le (3.1) mediante gli strumenti messi a disposizione dall'analisi della correlazione canonica, e trovare, infine, il valore che la superficie di interpolazione assume in quel punto.

### 3.3 Topological Kriging

Il Topological Kriging, o *Top-Kriging* (v. Skøien et al., 2006; 2011), è un metodo di interpolazione basato sulle tecniche tradizionali di kriging nel quale però si ammette che la variabile regionalizzata sia a supporto non puntuale, ovvero che il supporto abbia un'estensione areale finita. Secondo l'approccio proposto dagli autori il supporto coincide proprio con il bacino idrografico sotteso dalla sezione di chiusura di un corso d'acqua per la quale si hanno a disposizione dati di portata.<sup>3</sup> Tale variabile si definisce “variabile regolarizzata” perché il passaggio da supporto puntuale ad areale comporta una maggiore regolarità (v. Cressie, 1993, Raspa e Bruno, 1994a). Pertanto la variabile regionalizzata è definita come una media integrale sul dominio individuato dall'area  $A$  del bacino (v. eq. 2.46):

$$Z_r(A) = \frac{1}{A} \int_A Z(x) dx$$

Per i motivi già introdotti nel Par. 3.1, il metodo presenta caratteristiche innovative nell'ambito delle tecniche di interpolazione geostatistica applicate ai deflussi superficiali. Recenti studi hanno dimostrato, infatti, che il *Top-Kriging* può essere ritenuto uno dei migliori approcci all'interpolazione di variabili idrometriche, proprio perché esiste una correlazione tra deflusso superficiale misurato in una determinata sezione fluviale ed estensione del bacino sotteso da quella sezione.

Dalla (2.50) è facile poter espandere l'espressione del variogramma regolarizzato ricavato sotto l'ipotesi del supporto ad area costante a quella con supporto ad area qualsiasi (v. Skøien et al, 2011):

$$\gamma_{i,j}^r = \frac{1}{A_i A_j} \int_{A_i A_j} \int_{A_i A_j} \gamma(x_i - x_j) dx_i dx_j - \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{A_i^2} \iint_{A_i} \gamma(x_i - x_j) dx_i dx_j + \frac{1}{A_j^2} \iint_{A_j} \gamma(x_i - x_j) dx_i dx_j \right\} \quad (3.5)$$

Nella (3.5), il primo addendo al secondo membro esprime la semivarianza tra due bacini di area  $A_i$  e  $A_j$ , mentre il secondo addendo rappresenta la diminuzione di semivarianza calcolata all'interno del contorno di ciascun bacino. La (3.5) può essere quindi utilizzata

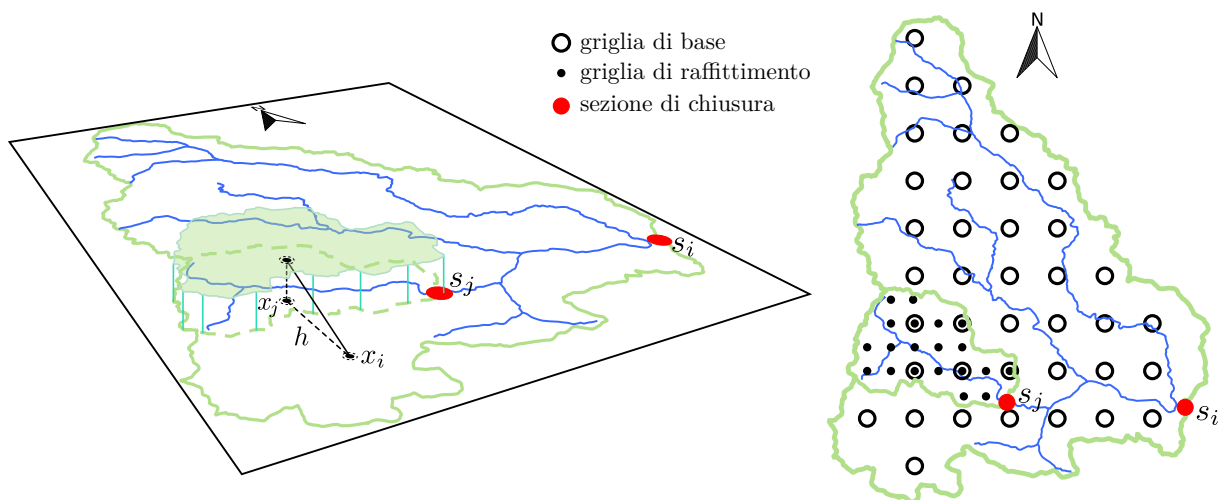
---

<sup>3</sup>Sebbene l'approccio si riferisca a dati *osservati* è possibile estendere l'ipotesi di applicabilità anche a dati provenienti da un'analisi subordinata, v. ad es. dati empirici come i quantili di piena, o indici di magra.



per stimare il variogramma regolarizzato a partire dalla conoscenza di un variogramma puntuale  $\gamma(h)$ , dove  $h = x_i - x_j$  rappresenta la distanza euclidea, calcolata su un piano orizzontale, tra i punti di coordinate appartenenti rispettivamente al bacino di area  $A_i$  a  $A_j$  (v. fig. 3.5). Piuttosto che riferirsi alle coordinate dei punti delle stazioni di misura (punti rossi in fig. 3.5)  $s_i$  e  $s_j$ , il Top-kriging ricava il variogramma regolarizzato con la (3.5) calcolando combinazioni di punti appartenenti ad  $A_i$  e  $A_j$ . Un tale approccio permette, parimenti al metodo classico, di ottenere per due stazioni un valore univoco di variogramma, ma che include l'effetto combinato dell'area del bacino e della struttura annidata tra bacino e sottobacino sulla stima dei deflussi.

La complessità di dover risolvere analiticamente integrali quadrupli porta, nella pratica, ad implementare uno schema di calcolo numerico a partire da una discretizzazione regolare dei supporti considerati. È importante tener conto che la maglia di discretizzazione delle aree deve essere la stessa, ma può anche capitare, specialmente nelle operazioni di stima di variabili idrometriche, di avere a che fare con bacini di estensioni areali che, abbracciando diversi ordini di grandezza, possono determinare una perdita di accuratezza soprattutto nei bacini più piccoli. Secondo quanto proposto da Skøien, viene fissata una griglia di base che per un determinato supporto può essere ridefinita aumentando la risoluzione finché all'interno non si ha un numero minimo accettabile di punti di calcolo (v. fig. 3.5). Questa tecnica assicura che i punti usati per i supporti più grandi vengono riutilizzati nella discretizzazione di supporti più piccoli contenuti nei primi, com'è naturale se si tratta di sottobacini contenuti in bacini più grandi (v. fig. 3.5).



**Figura 3.5:** Discretizzazione di due aree in sovrapposizione di diversa estensione, i punti piccoli rappresentano lo schema di raffittimento per le aree più piccole.

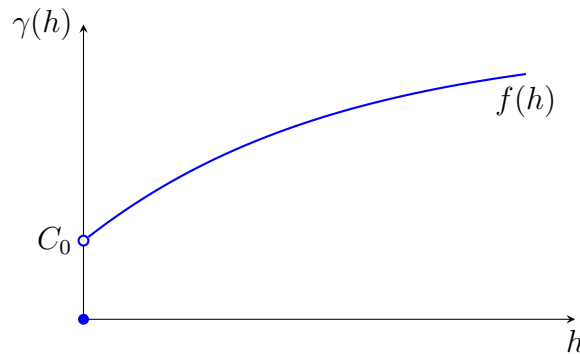
È verosimile che molte variabili idrologiche, tra cui i deflussi, possano avere un *nugget* che rappresenti la variabilità a scale più piccole della distanza tra punti di misura, tuttavia

il variogramma deve rispettare la condizione  $\gamma(h = 0) = 0$ . Il variogramma puntuale  $\gamma$  da utilizzare nella (3.5) sarà quindi una funzione “a tratti” del tipo:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{se } h = 0 \\ f(h) + C_0 & \forall h \neq 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

Se la variabile regionale si riferisce a portate fluviali, Skøien (2006) propone di modellare il variogramma puntuale  $\gamma$  utilizzando un variogramma “misto” esponenziale, ossia il prodotto di un variogramma esponenziale e un variogramma potenza, si ha quindi:

$$\gamma(h) = \begin{cases} 0 & \text{se } h = 0 \\ C_0 + ah^b(1 - e^{(-\frac{h}{c})^d}) & \forall h \neq 0 \end{cases} \quad (3.7)$$



**Figura 3.6:** Variogramma puntuale.

In generale,  $C_0 = cost.$  esprime il *nugget* e  $f(h)$  è una funzione continua che esprime il variogramma puntuale al variare di  $h$ . Sostituendo la (3.6) nella (3.5) il termine  $C_0$  si semplifica vanificando l’effetto della regolarizzazione per il parametro  $C_0$ . Lo stesso autore propone di stimare il *nugget* attraverso un approccio empirico calcolando la semivarianza regolarizzata  $C_0$  tra due supporti di diversa taglia  $A_i$  e  $A_j$  mediante l’espressione:

$$C_0(A_i, A_j) = \frac{1}{2} \left( \frac{C_0}{A_i} + \frac{C_0}{A_j} - \frac{2C_0 \text{Mis}(A_i \cap A_j)}{A_i A_j} \right) \quad (3.8)$$

dove  $\text{Mis}(A_i \cap A_j)$  rappresenta l’intersezione (area condivisa) tra le due aree  $A_i$  e  $A_j$  e possono presentarsi due casi:

**Aree in sovrapposizione**

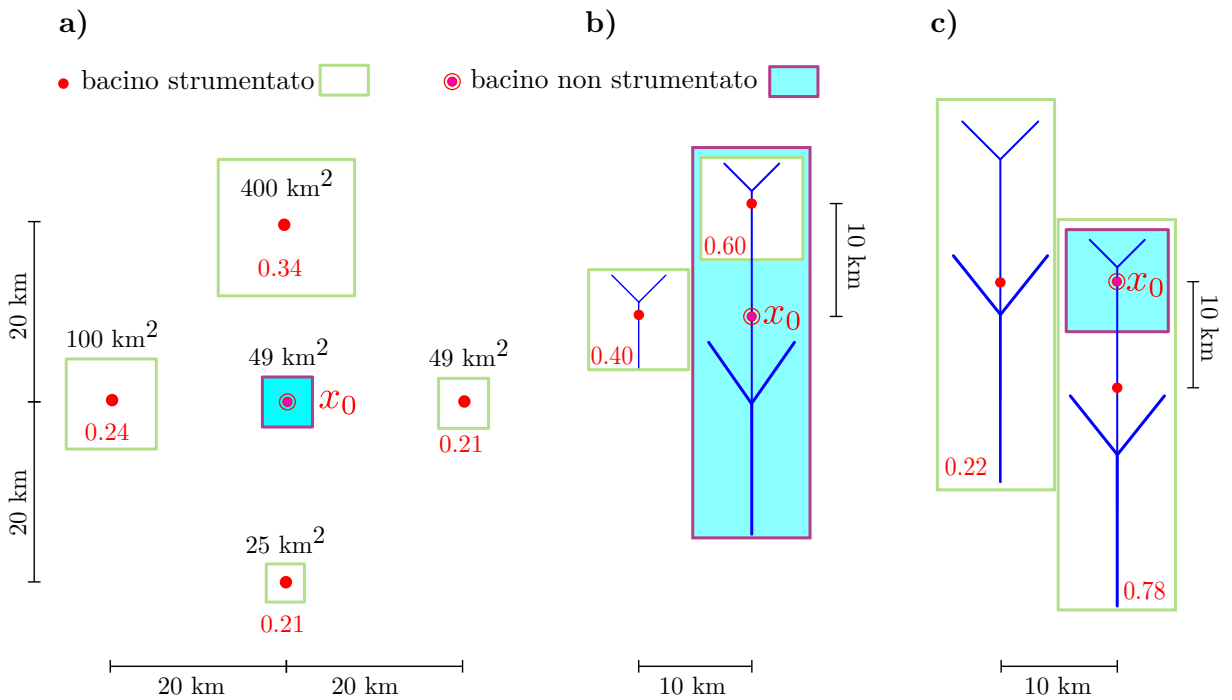
$$\text{Mis}(A_i \cap A_j) = \min\{A_i, A_j\}$$

**Aree disgiunte**

$$\text{Mis}(A_i \cap A_j) = 0$$

In definitiva, l'equazione (3.5) può essere utilizzata in fase di stima nel calcolo dei ponderatori risolvendo il sistema lineare (2.39), introdotto nel capitolo 2 nell'ambito del Kriging Ordinario (v. par. 2.6.2), nel quale i vari  $\gamma_{i,j}$  vengono sostituiti con  $\gamma_{i,j}^r$  ottenuti con la (3.5).<sup>4</sup>

Come illustrato in figura 3.7 si riporta uno schema tratto da Skøien (2006) che evidenzia l'influenza delle dimensioni delle aree e della struttura annidata dei bacini nella determinazione dei ponderatori  $\lambda_i$ . In tutti e tre gli esempi riportati i bacini hanno bari-centro posto nella medesima distanza da quello per il quale si intende stimare la grandezza di interesse. Nella sottofigura a) viene mostrato come ad un bacino avente area maggiore sia assegnato un peso maggiore; nella sottofigura b) si evidenzia come un sottobacino appartenente ad un bacino più grande per il quale si vuole effettuare la stima ha un peso maggiore rispetto ad un bacino di pari estensione posto nelle vicinanze; mentre nella sottofigura c) si mostra l'effetto contrario a b), ovvero che l'influenza di un bacino su un suo sottobacino di cui si vuole effettuare la stima risulta maggiore rispetto ad un bacino di pari estensione posto nelle vicinanze. In entrambi i casi b) e c) rivelano l'effetto della struttura annidata dei bacini.



**Figura 3.7:** a) Effetto della dimensione dei supporti areali sui ponderatori  $\lambda_i$  (in rosso); b) e c) struttura annidata dei bacini.

Concludendo si può affermare che nelle applicazioni geostatistiche ed in particolare

<sup>4</sup>Nelle ipotesi considerate si è fatto riferimento alla stazionarietà della FA che può risultare in alcuni casi stringente in presenza del fenomeno di deriva, problema che può essere risolto adottando modelli quasi-stazionari.

in quelle idrologiche è possibile regolarizzare una variabile regionalizzata applicando una trasformazione lineare che consideri la non puntualità del supporto, per poi procedere all'interpolazione finale che tiene conto dell'estensione areale e della mutua vicinanza, o sovrapposizione, dei bacini per i quali si vuole effettuare la stima.

# Capitolo 4

## Stima geostatistica della curva di durata delle portate

Il presente capitolo descrive in dettaglio come è stata sviluppata la metodologia di stima delle curve di durata in siti non strumentati a base geostatistica. Come tecnica di appoggio per la stima si è scelto di usare il Top-kriging (v. cap. 3) per diverse ragioni: (i) considera l'intera area del bacino come *driver* principale della generazione dei delfussi; (ii) conserva la gerarchia tra bacini idrografici e (iii) i tempi e la procedure di calcolo sono disponibili per l'utente finale attraverso il pacchetto `rtop` sviluppato in ambiente **R** (v. Skoien et al., 2015). È utile puntualizzare da subito che la metodologia proposta è del tutto generale e può essere riadattata utilizzando anche diverse tecniche di interpolazione.

### 4.1 Approccio geostatistico al problema della stima

Come già anticipato, la stima della curva di durata in bacini non strumentati riveste un capitolo fondamentale dell'idrologia superficiale. Numerosi approcci sono stati proposti in letteratura, da quelli basati su tecniche deterministiche a quelli, più sofisticati, basati su metodi stocastici. Esistono, inoltre, metodi basati su analisi regionali di regressione multivariata (v. cap. 6).

Recentemente, Castellarin (2014) ha proposto un primo tentativo di utilizzo di tecniche di krigaggio adottando uno schema di ponderazione delle curve di durata che sfrutta tecniche PSBI-kriging 3D. Secondo questa tecnica, il piano orizzontale, definito dagli assi  $x$  e  $y$ , è il risultato dell'analisi della correlazione canonica tra variabili idrometriche (portate fluviali) e un set di descrittori geomorfologici e climatici. Delle nuove variabili sintetiche  $U_i$ , si prendono le prime 2,  $U_1$  e  $U_2$ , le quali dovrebbero spiegare la maggior parte della varianza dell'informazione totale contenuta nelle variabili di partenza (v. par. 3.2;

Castellarin, 2014). L'asse  $z$  è invece rappresentato dalle durate (frequenza empirica di superamento) come variabile normale standard.

Alcuni dei metodi stocastici ricordati poc'anzi, riescono a combinare tecniche di stima avanzate dei parametri delle distribuzioni scelte, con metodi regionali tradizionali, come il metodo del “deflusso indice”. Questi esperimenti hanno dimostrato che si può trasferire questo approccio combinato, similmente alla stima di deflussi puntuali (indici di piena, magra, ecc.) e con altrettanto buone prestazioni, anche alla stima delle curve di durata.

Facendo tesoro dei risultati ottenuti nei precedenti studi, l'idea che sta alla base della tecnica presentata in questo lavoro di ricerca è quella di sviluppare un metodo che fonda assieme la stima della curva di durata mediante un modello Top-kriging (v. par. 3.3) con il metodo del deflusso indice. Supponiamo di avere per una determinata sezione di un corso d'acqua identificata con il punto  $\mathbf{x} = (u, v)$  nel piano cartesiano di coordinate  $u$  e  $v$  in una qualsiasi proiezione topografica, ad es. UTM (proiezione universale trasversa di Mercatore). Supponiamo inoltre che lo stesso punto sia una stazione di misura lungo il reticolo idrografico per la quale sono disponibili delle registrazioni di portata. Per questo punto è quindi possibile costruire una curva di durata  $\Psi(x, d)$  che dipende sia dalla posizione del punto che dalla frequenza di superamento. Se si sceglie poi un valore di portata di riferimento  $Q^*$  e si standardizza ciascun valore appartenente alla curva per tale portata il risultato è una curva adimensionale:

$$\psi(x, d) = \frac{\Psi(x, d)}{Q^*(x)} \quad \text{con } Q^* \in [Q_{\min}, Q_{\max}] \quad (4.1)$$

Seguendo pertanto l'approccio del deflusso-indice possiamo costruire due modelli di stima per un dato sito non strumentato  $\mathbf{x}_0$ : il primo modello capace di stimare la curva di durata adimensionale; il secondo, invece, che sia in grado di stimare per lo stesso sito, il valore “indice”. In definitiva nel punto non strumentato la curva di durata dimensionale stimata a data da:

$$\hat{\Psi}(x_0, d) = \hat{Q}^*(x_0)\hat{\psi}(x_0, d) \quad (4.2)$$

La struttura dell'equazione (4.2) è di fatto simile al metodo utilizzato nell'ambito delle piene. Analogamente alle analisi condotte per le serie dei massimi annuali, il termine  $\psi$  può essere paragonato alla curva di crescita regionale, mentre la  $Q^*$  è proprio la portata indice.

#### 4.1.1 La deviazione totale negativa (TND)

L'approccio al problema della stima in un sito non strumentato risulta necessariamente di tipo multidimensionale data la dipendenza dalla posizione  $\mathbf{x}$  della sezione di

chiusura di un tratto d'alveo, che sottende una determinata area  $A(x)$ , e dalla durata  $d$ . Il problema della multidimensionalità può essere aggirato se si introduce un indice di forma descrittivo dell'andamento qualitativo della curva di durata. Per raggiungere questo scopo, alcuni autori hanno proposto di utilizzare, come elemento caratterizzante della curva, la pendenza, scegliendo due punti a priori e calcolando l'inclinazione della retta congiungente i due punti (v. Sawicz et al., 2011). Questa soluzione nasce dall'osservazione sperimentale della forma della curva, che generalmente presenta un andamento regolare se si applica una trasformazione logaritmica alla serie dei deflussi. Tale andamento risulta nella maggior parte dei casi quasi lineare nella parte centrale, ma rimane fortemente non lineare alle code (v. fig.1.1). Seppure di prima approssimazione, un simile approccio sembra essere piuttosto controverso poiché lascia parecchio margine all'incertezza, dovuta principalmente alla soggettività introdotta nella scelta degli estremi.

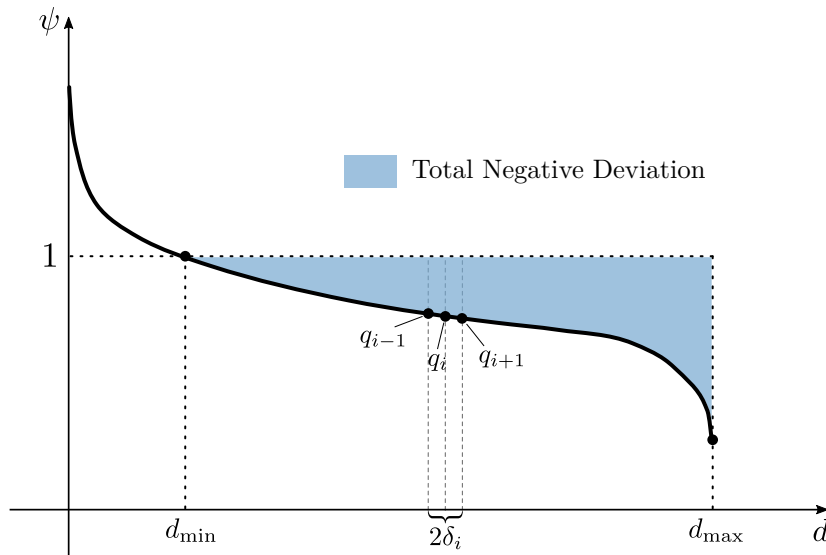
Con lo stesso obiettivo di individuare un indice descrittivo dell'andamento della curva, Pugliese et al. (2014) hanno introdotto un indice, chiamato *Total Negative Deviation* (TND), che permette di superare il problema legato all'incertezza e alla soggettività dei punti da considerare. Questo indice è calcolato a partire dalla conoscenza di una curva di durata adimensionale  $\psi(x, d)$  come la somma delle differenze in valore assoluto tra ciascun punto sulla curva e 1, ovvero:

$$TND = \sum_{i=1}^k |q_i - 1| \delta_i, \quad (4.3)$$

dove  $q_i$  rappresenta l' $i$ -esimo valore di portata adimensionale,  $\delta_i$  è la metà dell'intervallo di frequenza tra il valore di portata  $(i + 1)$ -esimo e  $i$ -esimo, e la sommatoria include i soli punti  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, k$ , appartenenti alla curva che sono minori di 1 (v. fig.4.1).

Praticamente si tratta di calcolare l'area tra la curva di durata e la retta di ordinata 1, ma considerando solo l'area "negativa". La scelta di prendere solamente la porzione di area negativa della curva è dettata da diverse considerazioni preliminari.

Tipicamente la stima delle portate in regime di piena (basse e bassissime durate) deve essere affrontato in un contesto specifico, centrando il problema della frequenza di accadimento di un evento di piena in un contesto *ad hoc*, ad es. attraverso modelli regionali, che sappiano prevedere una piena temibile in dato punto del reticolo idrografico a partire dalle serie dei massimi annuali. Tuttavia, l'obbiettivo finale del metodo proposto non è quello di rappresentare in dettaglio le code della curva, ovvero i regimi estremi (di magra o di piena), ma di fornire un strumento che sia in grado di cogliere l'andamento globale dei deflussi e sia capace di stimarlo in siti non strumentati; oltretutto, la parte inferiore della curva fornisce sicuramente più informazioni sulla forma della curva rispetto alla



**Figura 4.1:** Rappresentazione qualitativa per il calcolo del  $TND$ .

parte superiore; forma che a sua volta, è controllata dalle caratteristiche geo-pedologiche, morfologiche e climatiche del bacino idrografico. Generalmente bacini idrografici caratterizzati da una capacità di immagazzinamento dei deflussi sotterranei maggiore, presentano un andamento centrale della curva di durata più schiacciato verso l'unità<sup>1</sup>, mentre bacini più impermeabili o che hanno subito pesanti alterazioni antropiche, ad es. per la presenza di sbarramenti per fini idroelettrici o idropotabili, o che sono a regime intermittente, sono caratterizzati da una risposta rapida, che si riflette in pendenze più accentuate della curva. Nel primo caso troviamo valori di  $TND$  bassi, mentre il secondo caso è tipico di valori di  $TND$  elevati.

È bene precisare da subito che il metodo è piuttosto flessibile poiché prescinde da un specifico valore  $Q^*$ , che quindi può essere qualunque. Tuttavia, è consigliabile utilizzare un valore centrale della serie di portate a disposizione, come ad es. la media campionaria, oppure un valore ragguagliato della precipitazione media a scala di bacino, in modo da rendere efficace l'effetto della standardizzazione.

#### 4.1.2 Interpolazione del $TND$ e delle curve di durata adimensionali

I valori di  $TND$  possono essere considerati a tutti gli effetti valori distribuiti spazialmente in ciascun punto reticolo idrografico. Per poter applicare i modelli di krigaggio è necessario valutare che la funzione aleatoria spazialmente distribuita  $TND(x)$  sia la

---

<sup>1</sup>Ci si riferisce anche qua a curve adimensionali.



realizzazione di una legge spaziale probabilistica:

$$F_{TND}(z) = \text{Prob}\{TND(x) < z(x)\} \quad \forall x \in S \quad (4.4)$$

dove  $z$  rappresenta una particolare rappresentazione deterministica di un valore di  $TND$  (v. par. 2.1). Affinché il  $TND$  rappresenti effettivamente una legge spaziale è necessario valutare se vengono soddisfatti alcuni requisiti che competono alle funzioni aleatorie. La figura 4.2 riporta un esempio di alcune analisi di pre-processamento eseguite su un campione di realizzazioni della variabile  $TND$ .

Al solo scopo di fornire una panoramica delle analisi da mettere a punto in questa fase, si è preso a riferimento un campione di 182 stazioni idrometriche e si è calcolato il  $TND$  con la (4.3). Come è possibile osservare dalla figura (i) la media campionaria  $\mu$  della variabile standardizzata  $z = \frac{TND-\mu}{\sigma}$  non presenta particolari *drift* e rimane costante e prossima allo zero (linea tratteggiata); (ii) la distribuzione empirica dei valori di  $z$  può ritenersi con buona approssimazione normale a media nulla e deviazione standard 1 e (iii) i quantili risultano per un intervallo piuttosto significativo di valori di probabilità appartenenti ad una normale, con una leggera deviazione alle code. In questo caso si può concludere che i valori empirici ottenuti sono descritti da una funzione aleatoria definita spazialmente. Inoltre, la media non presenta *trend* e quindi la variabile aleatoria in questione può ritenersi con buona approssimazione stazionaria.<sup>2</sup>

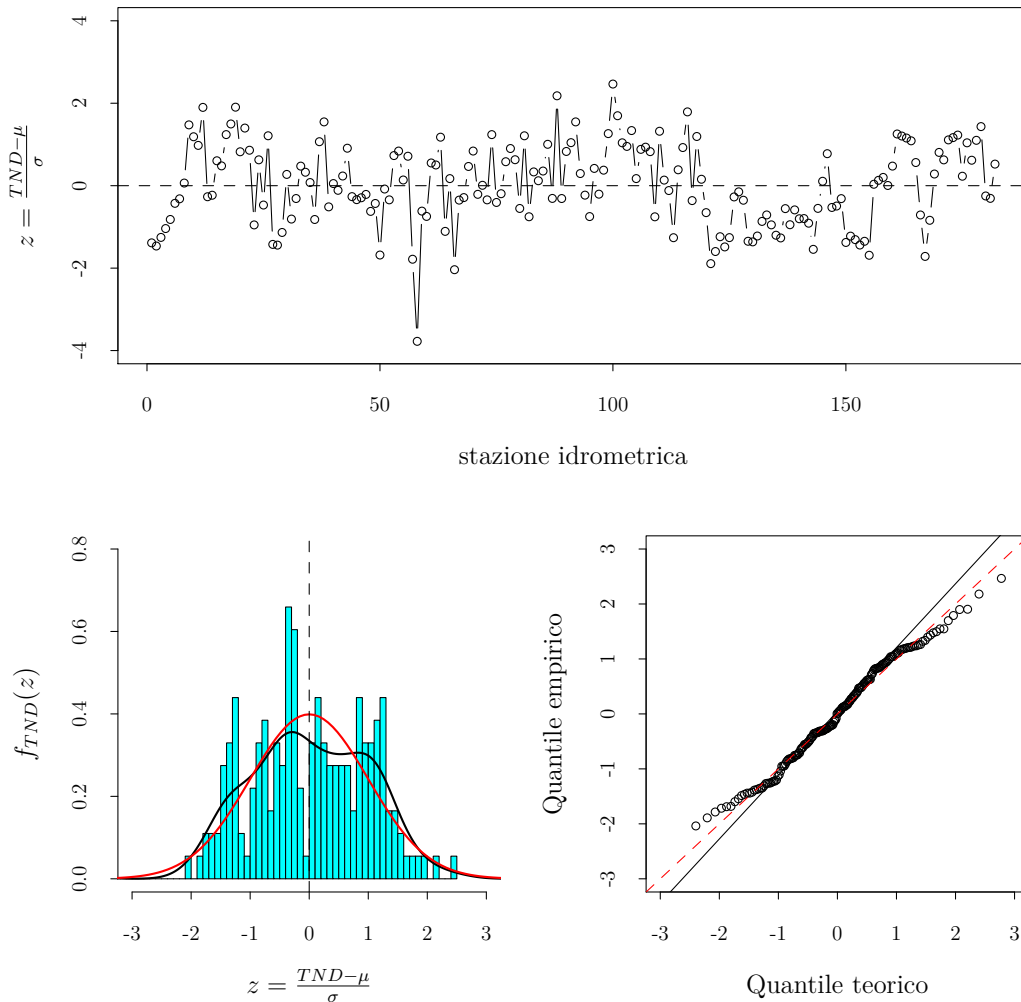
Se la variabile aleatoria ricade in questa categoria è possibile impiegare un modello Top-kriging, che, come già accennato nel capitolo 3, è un metodo basato sul Kriging-Ordinario, per il quale la stazionarietà di ordine 2 è condizione necessaria e sufficiente (v. par. 2.1) per ottenere una stima non deviata. Implementando una procedura basata sul Top-kriging è possibile stimare il valore della deviazione negativa della curva di durata, il  $TND$ , in un sito non strumentato  $\mathbf{x}_0$ . La stima in  $\mathbf{x}_0$  produce un set di  $n$  pesi “geostatistici”  $\boldsymbol{\lambda} = \{\lambda_i\}$  con  $i = 1, \dots, n$  che esprimono l’influenza di  $n$  stazioni poste nelle vicinanze del sito *target*  $\mathbf{x}_0$  nella stima finale del  $TND(x_0)$ . Ovvero, se  $TND(x)$  è la nostra variabile regionale, secondo la (2.26) si avrà in  $\mathbf{x}_0$ :

$$TND(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i TND(x_i) \quad (4.5)$$

Si introduce ora l’ipotesi che il set di  $n$  pesi  $\lambda_i$  calcolati in fase di stima del  $TND(x_0)$  possono essere adottati, nello stesso ordine, per la stima della curva di durata nel sito non strumentato  $\mathbf{x}_0$ . Note, infatti, le curve di durata adimensionali empiriche negli stessi

---

<sup>2</sup>È bene puntualizzare che le valutazioni statistiche possono risultare di difficile interpretazione nei casi in cui si ha a disposizione un ridotto numero di stazioni di misura della portate.



**Figura 4.2:** Analisi statistiche preliminari su un campione di realizzazioni empiriche di  $TND$ . In alto: valore di  $TND$  standardizzato rispetto alla sua media campionaria  $\mu$  (linea nera tratteggiata) e deviazione standard  $\sigma$  (cerchi neri), in funzione di un indice progressivo della stazione  $i$ -esima. In basso a sinistra sono raffigurate: la distribuzione in frequenza della variabile standard  $z$ ; la densità di frequenza empirica campionaria (o *kernel density*, linea nera); la distribuzione normale standard (linea rossa) e la media campionaria  $\mu$  (linea nera tratteggiata). In basso a destra: il diagramma a dispersione con i quantili teorici (asse  $x$ ) riferiti ad una normale standard e i quantili empirici (asse  $y$ ); la linea 1:1 (rossa tratteggiata) e la linea passante per il I e III quartile delle due distribuzioni.

siti  $\mathbf{x}_i$ , ordinati per  $i = 1, \dots, n$ , per i quali si è calcolato in precedenza il  $TND(x_i)$ , la  $\psi(x_0, d)$  può essere stimata come media pesata:

$$\hat{\psi}(x_0, d) = \sum_{i=1}^n \lambda_i \psi(x_i, d) \quad (4.6)$$

nella quale i pesi  $\lambda_i = cost.$  sono gli stessi utilizzati in fase di krigaggio.

È possibile estendere con facilità queste proprietà al caso in cui si hanno più siti non strumentati. Sia  $\Xi = [\boldsymbol{\chi}_1, \boldsymbol{\chi}_2, \dots, \boldsymbol{\chi}_m]^T$  una matrice di  $m$  punti di coordinate  $\boldsymbol{\chi} = (u, v)$  non strumentati presi sul reticolo idrografico, per i quali si vuole applicare il modello di stima; sia poi  $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_n]^T$  l'insieme dei punti di misura. La (4.6) diventa il prodotto matriciale

$$\hat{\boldsymbol{\psi}}(\Xi, d) = \boldsymbol{\Lambda}^T \cdot \boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, d), \quad (4.7)$$

dove la matrice dei pesi  $\boldsymbol{\Lambda}$  ha dimensioni  $m \times n$ , ovvero

$$\boldsymbol{\Lambda} = \begin{bmatrix} \lambda_{1,1} & \lambda_{1,2} & \dots & \lambda_{1,n} \\ \lambda_{2,1} & \lambda_{2,2} & \dots & \lambda_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \lambda_{m,1} & \lambda_{m,2} & \dots & \lambda_{m,n} \end{bmatrix},$$

similmente  $\hat{\boldsymbol{\psi}}(\Xi, d)$  e  $\boldsymbol{\psi}(\mathbf{x}, d)$  rappresentano l'insieme di curve di durata adimensionali, rispettivamente per i siti non strumentati  $\Xi$  (*target sites*) e quelli strumentati  $\mathbf{x}$  (*donor sites*). Si sta dicendo, di fatto, che la variabilità spaziale che contraddistingue le curve di durata adimensionali può essere interpretata mediante l'introduzione di una variabile di appoggio, il  $TND$ , che ne racchiude le caratteristiche principali, come la forma, la pendenza e i valori estremi. I pesi calcolati con il Top-kriging tengono, inoltre, in conto dell'idrologia nell'intorno del bacino non strumentato di area  $A(x_0)$ , poiché questi dipendono anche dalle caratteristiche topologiche e della struttura morfologica dell'area oggetto di studio.

Tuttavia è evidente che le diverse semplificazioni introdotte potrebbero, alla fine, inficiare la correttezza della stima finale: da un lato abbiamo l'errore intrinseco del modello di stima geostatistica; dall'altro lato, l'errore che si commette nel non considerare i punti caratterizzati da basse durate ma solo quelli inferiori al valore soglia  $Q^*$ . È utile ricordare, infine, che tra tutti i metodi possibili per la stima in siti non strumentati, i metodi di *kriging* sono considerati metodi “non devianti”, o *Best Linear Unbiased Estimator* (BLUE): il valore atteso del residuo è per definizione nullo, pertanto le stime sono sempre “corrette” (v. par. 2.6).

### 4.1.3 Stima delle curve di durata dimensionali

Con la (4.6) abbiamo individuato un metodo per il calcolo di uno dei due termini che costituiscono il secondo membro della (4.2), che quindi diventa

$$\hat{\Psi}(x_0, d) = \hat{Q}^*(x_0) \left( \sum_{i=1}^n \lambda_i \psi(x_i, d) \right). \quad (4.8)$$

La curva dimensionale in un sito non strumentato è il risultato di una media pesata di curve empiriche adimensionali disponibili nei siti strumentati limitrofi al sito  $\mathbf{x}_0$ , a meno di un fattore di scala dimensionale costante  $Q^*$ . Se abbiamo più punti per i quali vogliamo simultaneamente eseguire la stima, si avrà

$$\hat{\Psi}(\Xi, d) = \hat{Q}^* \cdot \hat{\psi}(\Xi, d) \quad (4.9)$$

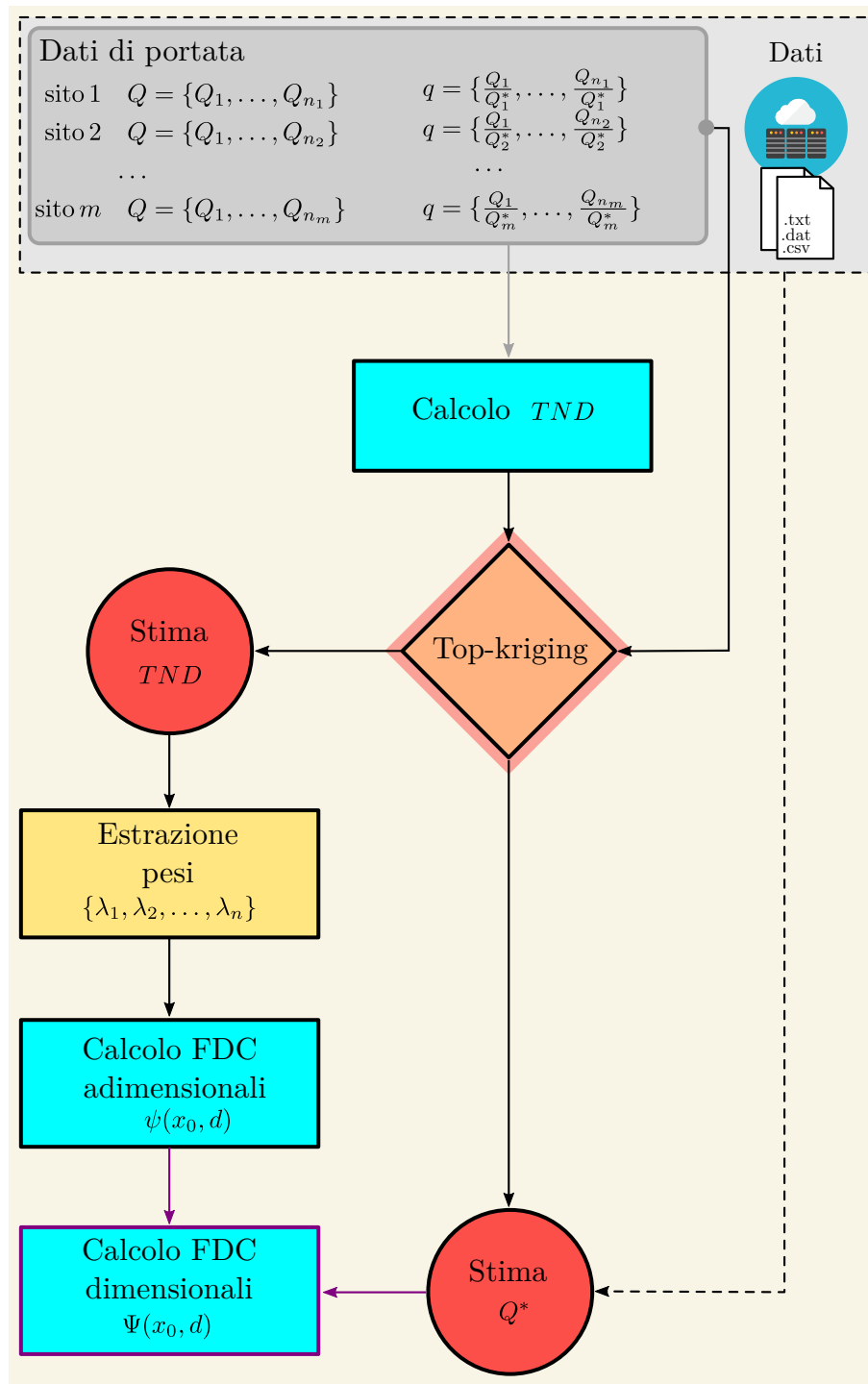
dove  $\hat{Q}^* = \{\hat{Q}_1^*, \hat{Q}_2^*, \dots, \hat{Q}_m^*\}$  è il vettore delle stime di  $Q^*$  negli  $m$  siti *target*  $\Xi$ .

I modelli di stima per il termine di scala  $Q^*$  possono essere qualsiasi. Più avanti si proporranno diverse metodologie da applicare per il calcolo di questa componente in siti privi di misure. Possiamo, però, subito anticipare che se si prende per  $Q^*$  un valore centrale della distribuzione delle portate, come ad es. la media campionaria, si potrebbe pensare di applicare il Top-kriging, senza bisogno di alcuna modifica e in parallelo al calcolo dei pesi per la curva di durata. Altri esempi di modelli impiegabili per la stima del fattore di scala potrebbero essere:

- metodi regionali statistici classici, parametrici o non parametrici, che si basano sull'inferenza statistica della distribuzione in frequenza di  $Q^*$ ;
- metodi deterministici-idrologici, come ad esempio le tecniche di stima regionale multivariata che associano a  $Q^*$  un set di descrittori geomorfologici e climatici;
- metodi empirici, che derivano dalle considerazioni sul bilancio idrico previsto attraverso l'impiego di indici di precipitazioni;
- metodi misti statistici-deterministici utilizzati in modelli afflussi-deflussi.

## 4.2 Procedura TNDTK

La figura 4.3 descrive un diagramma di flusso che costituisce un riassunto procedurale che conduce al calcolo della curva di durata con la (4.8). Per brevità, ci si riferirà, qui e successivamente nel testo, al metodo proposto con l'acronimo TND-Top-kriging, o più brevemente TNDTK. Tenendo conto di quanto visto in precedenza, la metodologia da implementare è costituita da i seguenti punti:



**Figura 4.3:** Schema a blocchi rappresentante il flusso di calcoli necessari per la valutazione della curva di durata in bacini non strumentati.

1. Raccolta dati. Determinata un'area di studio e i confini del “campo” di definizione della variabile regionale, per  $m$  punti appartenenti al reticolo idrografico si hanno a disposizione  $m$  serie di portata giornaliera osservate caratterizzate, verosimilmente, da lunghezze diverse.
2. Calcolo del  $TND$ . Ciascuna serie viene standardizzata per un valore di riferimento  $Q^*$ , ad es. la portata media annua, e per ciascuna stazione strumentata viene calcolato il  $TND$  mediante la (4.3);
3. Top-kriging del  $TND$ . Si sviluppa un modello Top-kriging utilizzando i valori spazialmente distribuiti  $TND$ ;
4. Stima del  $TND$ . Si stima il  $TND$  nel punto (o nei punti se più di uno) non strumentato  $x_0$ ;
5. Stima di  $Q^*$ . Si stima il  $Q^*$  nel punto (o nei punti se più di uno) non strumentato  $x_0$ . Questo *step* può essere soddisfatto o impiegando nuovamente il Top-kriging per l'interpolazione della variabile  $Q^*$ , oppure sviluppando un modello *ad hoc* non necessariamente di tipo geostatistico.
6. Estrazione pesi. La stima al punto 4 produce un vettore di pesi  $\lambda$ , nel caso di più punti di stima il vettore diventa una matrice  $\Lambda$ ;
7. Calcolo delle FDC adimensionali. La curva di durata adimensionale nel punto non strumentato  $x_0$  si calcola con la (4.6), ovvero come media pesata tra curve empiriche poste in prossimità del sito  $x_0$ ;
8. Calcolo dell FDC dimensionali. La curva di durata dimensionale nel punto non strumentato  $x_0$  si calcola con la (4.8), come prodotto dei risultati ottenuti ai punti 5 e 7.

### 4.3 Valutazione delle prestazioni e dell'accuratezza del metodo

In questo paragrafo si analizzano gli indici prestazionali maggiormente utilizzati nella letteratura scientifica per la descrizione e valutazione oggettiva dei risultati ottenuti nelle varie applicazioni del metodo proposto.

### 4.3.1 Validazione del modello

Le tecnica di validazione, o cross-validazione, che sarà maggiormente implementata nei codici di calcolo per la stima della curva di durata, è la cosiddetta *Leave-One-Out Cross-Validation* (LOOCV), o anche nota come *jack-knife* o a volte anche, in ambito più propriamente statistico, *bootstrap*. La tecnica consiste nel simulare, a turno per ciascun passo di calcolo, l'assenza di dati osservati o empirici, dove, in realtà, c'è disponibilità di dati. Questo approccio non è altro che la riduzione ad un solo punto della più nota cross-validazione per parti, o anche *r-fold cross-validation*: data una certa serie di punti nello spazio, si divide il dataset in siti *training* e siti *target*; i primi sono quelli visti come “strumentati”, nei secondi si simulano le condizioni di assenza di dati e sono quindi etichettati come “non strumentati”. Ruotando a turno i gruppi *target* e *training* si ottiene una simulazione del modello per ciascun punto appartenente al dataset. In pratica, si tratta di implementare il seguente algoritmo:

1. dato un set di  $m$  stazioni di misura, si divide il dataset in  $r$  raggruppamenti uguali;
2. viene rimosso l' $i$ -esimo raggruppamento dai dati disponibili e tutti i punti appartenenti ad esso vengono etichettati come “non strumentati”;
3. si sviluppa il modello di stima a partire dai dati raccolti nei  $r - 1$  raggruppamenti e si applica la stima ai punti appartenenti al raggruppamento  $i$ -esimo;
4. si ripetono i punti 2 e 3 per  $i = 1, \dots, r$ .

Si ottiene una validazione LOOCV se si impone  $r = m$ .

### 4.3.2 Indici di prestazione

La cross-validazione delle curve di durata da luogo, per ciascuno punto appartenente all'area di studio, a dei valori simulati della curva di durata (o in generale di una variabile idrologica). Allora per ogni punto si ha a disposizione sia una serie empirica  $\Psi(x_0, d)$  che una serie simulata  $\hat{\Psi}(x_0, d)$ . È possibile, pertanto, confrontare i modelli utilizzati per la stima sulla base di valori diagnostici delle prestazioni. In questo lavoro di ricerca di farà ricorso ai seguenti indici:

#### Efficienza di Nash-Sutcliffe globale

Questo indice di prestazione è, tra tutti quelli proposti in letteratura, uno dei più popolari nell'ambito idrologico (v. Nash e Sutcliffe, 1970). Se pari a 1, significa che l'accordo tra i dati empirici e quelli simulati è perfetto, mentre se i valori sono prossimi a

0 o negativi significa che il modello non riesce a simulare la realtà ed è, per questo, non adeguato.

$$\text{NSE} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^l (Q_i - \hat{Q}_i)^2}{(Q_i - \mu)^2} \quad (4.10)$$

dove  $Q_i$  e  $\hat{Q}_i$  rappresentano rispettivamente l' $i$ -esimo valore di portata empirica e simulata,  $l$  è la lunghezza della serie derivante dall'unione di tutte le curve appartenenti al dataset e  $\mu$  è la media campionaria della serie empirica  $\{Q\}_i$  con  $i = 1, \dots, l$ . Se si applica una trasformazione logaritmica a ciascuna delle due serie, si ottiene

$$\text{LNSE} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^l (\ln Q_i - \ln \hat{Q}_i)^2}{(\ln Q_i - \omega)^2} \quad (4.11)$$

dove  $\omega$  è la media campionaria della serie empirica  $\{\ln Q\}_i$  con  $i = 1, \dots, l$ .

### Efficienza di Nesh-Sutcliffe puntuale (per sito)

Per il fatto che le curve di durata sono degli oggetti multidimensionali è possibile introdurre una variante dell'efficienza di Nash-Sutcliffe, applicando le equazioni (4.10) e (4.11) per ciascun sito  $x_j$  al variare della durata  $d$ , ovvero:

$$\begin{aligned} \text{NSE}_j &= 1 - \frac{\sum_{k=1}^p (\Psi(x_j, d_k) - \hat{\Psi}(x_j, d_k))^2}{(\Psi(x_j, d_k) - \mu_j)^2} \\ \text{LNSE}_j &= 1 - \frac{\sum_{k=1}^p (\ln \Psi(x_j, d_k) - \ln \hat{\Psi}(x_j, d_k))^2}{(\ln \Psi(x_j, d_k) - \omega_j)^2} \end{aligned} \quad (4.12)$$

dove  $j = 1, \dots, m$ ,  $m$  è il numero complessivo di stazioni appartenenti al dataset,  $\mu_j$  e  $\omega_j$  sono le medie campionarie calcolate sulla serie di portata rispettivamente in scala naturale e logaritmica. La sommatoria si estende ad un numero fissato di durate  $p$ , che rappresenta poi la lunghezza della serie  $\{Q\}_j$  nel sito  $x_j$  ( $p$  può anche essere un sottoinsieme di punti presi sulla curva se si applica un ricampionamento delle curve<sup>3</sup>).

---

<sup>3</sup>questo aspetto sarà chiarito più avanti poiché il ricampionamento delle curve sarà uno strumento fondamentale nell'analisi dei risultati.



### Efficienza di Nash-Sutcliffe puntuale (per durata)

Analogamente è possibile valutare l'efficienza di Nash-Sutcliffe fissato un valore di durata  $d_k$  al variare dei punti nell'area di studio, invertendo i pedici si ha:

$$\begin{aligned} \text{NSE}_k &= 1 - \frac{\sum_{j=1}^N \left( \Psi(x_j, d_k) - \hat{\Psi}(x_j, d_k) \right)^2}{\left( \Psi(x_j, d_k) - \mu_k \right)^2} \\ \text{LNSE}_k &= 1 - \frac{\sum_{j=1}^N \left( \ln \Psi(x_j, d_k) - \ln \hat{\Psi}(x_j, d_k) \right)^2}{\left( \ln \Psi(x_j, d_k) - \omega_k \right)^2} \end{aligned} \quad (4.13)$$

dove  $k = 1, \dots, p$

Il calcolo degli indici puntuali produce delle distribuzioni di valori: sarà quindi interessante valutarne le statistiche principali e soprattutto i valori centrali. Bisogna tuttavia considerare che la numerosità delle serie può variare anche di ordini di grandezza a seconda se si considera (L)NSE per sito o per durata.

### Errore cumulato assoluto

Questa metrica è stata proposta da Ganora et al. (2009) ed è molto utile nell'ambito delle analisi comparative delle prestazioni dei modelli, quando si vuole verificare l'entità dell'errore che si commette nella stima complessiva di una curva di durata per uno specifico sito. L'errore  $\varepsilon$  in valore assoluto cumulato è esprimibile come:

$$\varepsilon_j = \sum_{k=1}^p |\Psi(x_j, d_k) - \hat{\Psi}(x_j, d_k)| \quad j = 1, \dots, m. \quad (4.14)$$

La notazione dei pedici è simile alle espressioni di cui sopra.

### 4.3.3 Valutazioni grafiche

Gli indici di prestazioni saranno affiancati da una serie di grafici e diagrammi come ad es. diagrammi a dispersione, fasce di confidenza dell'errore in funzione della durata, andamento di NSE e LNSE in funzione di alcuni parametri del modello, mappe qualitative e quantitative della distribuzione spaziale degli indici elencati sopra, ecc., aiutando la valutazione complessiva sulle prestazioni dei modelli.



# Capitolo 5

## Applicazione I: confronto con il metodo del deflusso indice

Una prima applicazione della metodologia messa a punto nell'ambito di questo lavoro di ricerca ha riguardato la stima della curva di durata per 18 bacini idrografici della regione Marche. Obiettivo principale dell'analisi è la valutazione delle prestazioni della metodologia sviluppata e descritta nel capitolo 4 per la stima della curva di durata di lungo periodo (POR-FDC) in siti non strumentati. Verrà illustrato un confronto con tecniche regionali statistiche basate sul metodo del deflusso indice, sviluppate per la stessa area di studio e con gli stessi dati di portata (v. Castellarin, 2004; 2007). In particolare si valuteranno le prestazioni sia ad un livello "intermedio", riferite cioè alle sole curve di durata adimensionali, sia ad un livello "finale", ovvero alla ricostruzione dimensionale delle curve di durata.

### 5.1 Area di studio

#### 5.1.1 Dati a disposizione

L'area oggetto di studio include 18 bacini idrografici caratterizzati da un regime di portate "non-regolate" o "naturali". Seppur presenti in quest'area, si può ipotizzare, in prima approssimazione, che gli sbarramenti dei corsi d'acqua per usi energetici o idropotabili non producono un'alterazione significativa del regime naturale dei deflussi fluviali. Per questi bacini sono disponibili serie storiche di portate giornaliere ottenute dagli idrometri ciascuno posto in corrispondenza della sezione di chiusura del bacino considerato. Queste stazioni appartenevano all'ex Servizio Idrografico e Mareografico Nazionale (SIMN), che ne ha gestito la raccolta e la diffusione dei dati dal 1920 fino al 2000. La lunghezza delle serie varia da 5 a 40 anni, con una media di 18 anni. Inoltre, per gli stessi siti si dispo-

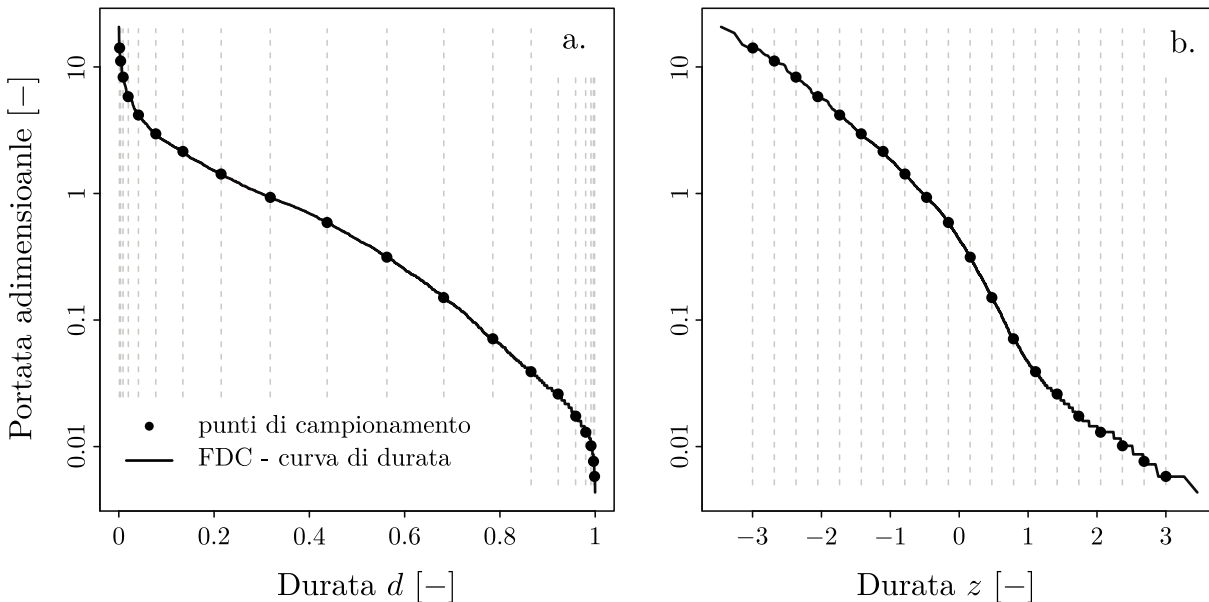
ne anche di valori empirici di precipitazione media annua, o *Mean Annual Precipitation* (MAP), stimati da una rete di pluviometri piuttosto densa (1 pluviometro per  $\approx 50 \text{ km}^2$ ) durante lo stesso intervallo temporale di registrazione delle serie di portata giornaliera (v. tab. 5.1).

### 5.1.2 Impostazioni iniziali

La rappresentazione classica delle curve di durata è generalmente quella mostrata dalla figura 5.1 nel grafico di sinistra (v. anche fig. 1.1), nella quale si riporta la durata  $d$  sulle ascisse, mentre le portate sulle ordinate sono in scala logaritmica. Un'altra rappresentazione, grafico di destra della stessa figura, adotta uno spazio log-normale per il quale l'asse  $y$  riporta ancora i valori di portata in scala logaritmica, mentre l'asse  $x$  riporta i valori di durata espressi come una normale standard  $z$ ,

$$z = \Phi^{-1}(1 - d) \quad (5.1)$$

dove  $\Phi$  è la cumulata di una distribuzione normale standard. Questa trasformazione aumenta significativamente la visualizzazione degli estremi della curva, che possono variare anche di diversi ordini di grandezza.



**Figura 5.1:** Rappresentazioni di FDCs: (sinistra) scala log-naturale e (destra) scala log-normale; i due grafici inoltre mostrano 20 punti di campionamento delle curve empiriche.

Le FDCs<sup>1</sup> empiriche sono state costruite, seguendo la procedura delineata nel pa-

<sup>1</sup>per brevità ci si riferirà, in questo capitolo e successivamente del manoscritto, con l'acronimo FDC, *Flow Duration Curve*, o FDCs se al plurale.

ragrafo 1.1, a partire dalla serie storiche delle portate e applicando la trasformazione log-normale. Per ragioni che saranno più chiare a breve, si è scelto di standardizzare ciascuna curva di durata per due tipi di portate diverse:

- $Q^* = \text{MAF}$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ]: *Mean Annual Flow*, o portata media annua;
- $Q^* = \text{MAP}^* = \eta \cdot \text{MAP} \cdot A(x)$  [ $\text{m}^3 \text{s}^{-1}$ ]: *Mean Annual Precipitation*, o precipitazione media annua  $\text{MAP}$  [ $\text{mm}$ ], scalata sia alle proporzioni del bacino  $A(x)$  [ $\text{km}^2$ ] sia per un fattore di dimensionalità  $\eta = 3.171 \times 10^{-5} \left[ \frac{\text{anni}}{\text{s}} \frac{\text{m}^2}{\text{km}^2} \frac{\text{m}}{\text{mm}} \right]$ .

I dei due valori di  $Q^*$  sono entrambe l'espressione di un valore approssimativamente centrale della distribuzione in frequenza dei valori di portata. Mentre le ragioni che conducono al primo sono chiare poiché  $\text{MAF}$  rappresenta la portata che storicamente si è presa a riferimento nel metodo del deflusso indice, quelle che portano alla definizione del secondo lo sono meno. Tuttavia, a differenza della portata media, i valori di precipitazioni provengono da misure di campi di pioggia che si basano su una rete di pluviometri molto più densa della rete di misura dei livelli idrometrici. Questo comporta che la media campionaria possa essere ritenuta di per se una stima non deviata e piuttosto accurata del valore atteso di precipitazione media annua. In più, reperire dati di pioggia è di gran lunga più agevole rispetto ai dati di portata (che, il più delle volte, devono essere ricostruiti attraverso la scala di deflusso), data la vasta disponibilità alla fonte del dato.

### 5.1.3 Calcolo del TND

Il calcolo del  $TND$  è stato eseguito mediante l'eq. (4.3), considerando entrambe i valori di portata di cui sopra; ci riferirò quindi a:

- $TND_1$ . Standardizzazione per  $\text{MAF}$ ;
- $TND_1$ . Standardizzazione per  $\text{MAP}^*$ .

La figura 5.2 illustra la distribuzione spaziale dei  $TND_1$  e  $TND_2$ . Come si evince, i valori di  $TND$  risultano più elevati per i bacini di nord-ovest, mentre risultano più bassi per i bacini a sud-est. Questo comportamento potrebbe essere dovuto alla geologia dei bacini settentrionali, che presentano una minore permeabilità, quindi una capacità di trattenere e immagazzinare l'acqua minore. Inoltre la presenza di invasi potrebbe contribuire, anche se in minima parte, alla formazione di deflussi di magra più prolungati, e quindi di curve più pendenti. La tabella 5.1 mostra la variabilità della area drenante  $A$ , della portata media annua  $\text{MAF}$ , della precipitazione media annua  $\text{MAP}$ , della precipitazione media annua modificata  $\text{MAP}^*$ , dei  $TND_1$  e  $TND_2$  empirici, riportando il minimo, il massimo, la media e il primo, il secondo (mediana), e il terzo quartile.

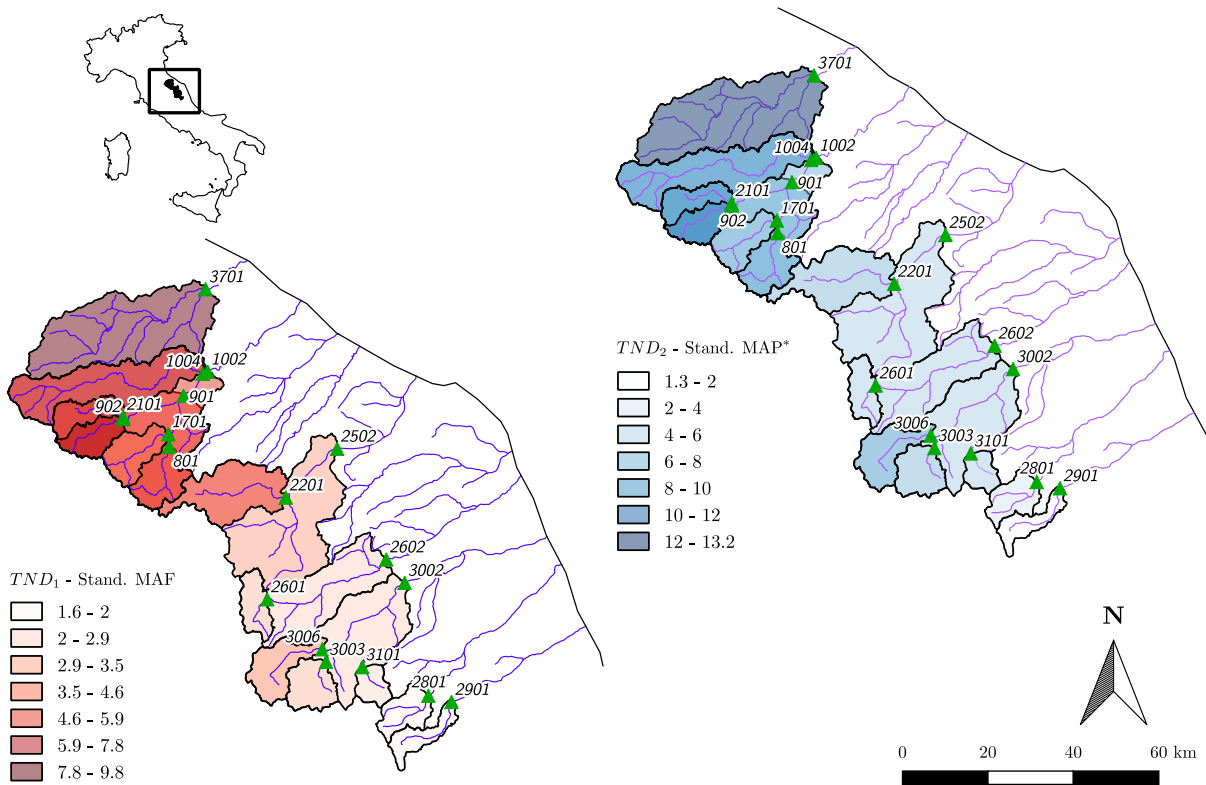


Figura 5.2: Applicazione I: area di studio.

## 5.2 Analisi

### 5.2.1 Standardizzazione per MAF

L'applicazione del metodo TND-Top-Kriging, o per brevità TNDTK, (v. anche capitolo 3; Pugliese et al., 2014) prevede la preliminare applicazione del Top-kriging ai valori  $TND_1$ . Questo passaggio richiede (1) il *fitting* di un variogramma puntuale  $\gamma(h)$  a partire dai valori sperimentali e (2) il calcolo del variogramma regolarizzato che produce l'effetto regolarizzante indotto dall'area del bacino preso come supporto (v. par. 3.3). A tal proposito si è scelto di modellare i valori empirici con un variogramma teorico "misto" esponenziale a 5 parametri, proposto da Skøien et al. (2006) (v. il sistema (3.7) a pag. 42), tenendo conto che il *nugget*, viene poi trasformato con la tecnica illustrata dalla (3.8). Per la stima dei parametri si è utilizzata la funzione obiettivo ai minimi quadrati pesati, o *weighted least squares* (WLS), proposta da Cressie (1985). La figura 5.3 illustra il confronto tra il variogramma stimato puntuale (linea nera) e una selezione di variogrammi regolarizzati che mostrano diverse combinazioni di area drenanti (linee colorate), ad es. "350 vs. 75" si riferisce al variogramma regolarizzato tra due bacini di area drenante rispettivamente  $\sim 350$  e  $\sim 75$  km<sup>2</sup>, mentre le linee tratteggiate si riferiscono ai variogrammi

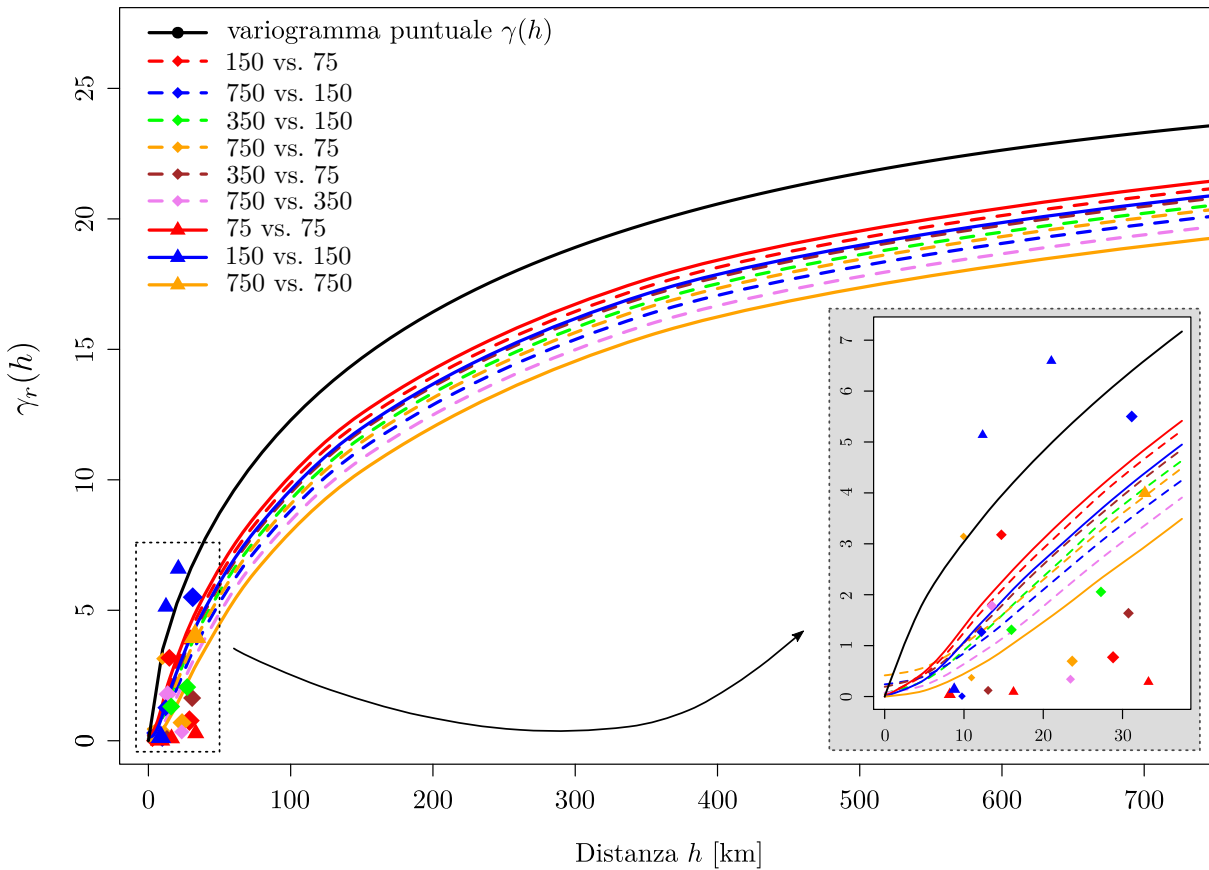
**Tabella 5.1:** Area di studio: variabilità espressa in termini di minimo, massimo, media, primo, secondo (mediana) e terzo quartile delle distribuzioni dell'area drenante ( $A$ ), portata media annua (MAF), precipitazione media annua (MAP), precipitazione media annua modificata (MAP\*),  $TND_1$  e  $TND_2$  empirici e lunghezza delle serie osservate ( $Y$ ).

	$A$ [km <sup>2</sup> ]	MAF [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	MAP [mm]	MAP* [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$TND_1$ [-]	$TND_2$ [-]	$Y$ [anni]
minimo	61	1.49	918	2.17	1.59	1.25	5
I Qu.	104	2.63	1079	3.60	2.76	4.38	8.5
mediana	164	3.83	1123	5.99	3.82	5.78	11.5
media	330	6.51	1118	11.69	4.52	6.11	18.1
III Qu.	562	7.54	1162	17.53	5.74	7.55	26
massimo	1044	21.29	1298	37.07	9.83	13.21	40

regolarizzati riferiti a bacini della stessa taglia.

Minimizzando la funzione obiettivo per tutte le combinazioni di area troviamo i parametri del variogramma teorico  $\gamma(h)$  espresso dalla (3.7) e rappresentato in figura 5.3 con una linea nera continua, per il quale i parametri valgono rispettivamente:  $a \simeq 1.80 \times 10^1$ ,  $b \simeq 1.8 \times 10^5$ ,  $C_0 = 0$ ,  $c \simeq 3.11 \times 10^{-2}$  e  $d \simeq 6.91 \times 10^{-1}$ . È importante notare che, a differenza dei variogrammi regolarizzati calcolati per bacini della stessa grandezza (linee continue in fig. 5.3), la semivarianza tra bacini diversi sarà sempre diversa da 0 anche quando  $h = 0$ . Questo spiega il *nugget* apparente delle linee tratteggiate in figura 5.3.

Il Top-kriging è stato applicato iterativamente nell'area di studio per stimare il  $TND_1$  utilizzando un algoritmo di cross-validazione di tipo LOOCV (v. par. 4.3.1 a pag. 55) e facendo variare il numero di stazioni  $n$  che determinano la lunghezza del vettore dei pesi  $\lambda$ . Alla luce di analisi preliminari si è notato che  $n = 6$  può essere considerato un buon settaggio del modello. I vettori dei pesi  $\lambda$  ottenuti per la stima del  $TND_1$  sono stati successivamente utilizzati per stimare le curve di durata adimensionali in ciascun sito. Al fine di valutare l'accuratezza della stima, le FDCs sono state ricampionate usando  $p = 20$  punti equamente distanziati nella rappresentazione log-normale (v. fig. 5.1b.), scegliendo come estremi dell'intervallo di durata  $d_1 = 0.00135$  e  $d_{20} = 0.9986$ . Questi due valori sono stati selezionati considerando la serie meno numerosa, i.e. 5 anni; in tal modo tutte le altre curve dell'area di studio hanno valori nell'intervallo  $[d_1, d_{20}]$  scelto. Applicando la procedura descritta nel paragrafo 4.2 si ottengono infine le FDCs adimensionali stimate per ciascuno dei 18 siti dell'area di studio. La cross-validazione LOOCV permette di confrontare FDCs empiriche e stimate. Molte applicazioni in ambito idrologico hanno fatto ricorso a questo tipo di validazione, si vedano esempi in in Kroll and Song (2013), Salinas et al. (2013), Wan Jaafar et al. (2011), Srinivas et al. (2008).



**Figura 5.3:** Variogramma sperimentale (simboli) e variogrammi regolarizzati in funzione della distanza  $h$  e dell'area drenante. La linea continua nera rappresenta il variogramma puntuale  $\gamma(h)$  teorico calibrato; le linee continue colorate rappresentano i variogrammi regolarizzati per area e rispettivamente di 75, 150 e 750 km<sup>2</sup>; le linee tratteggiate colorate rappresentano variogrammi regolarizzati su tutte le 6 combinazioni possibili tra i bacini di area 75, 150 e 750 km<sup>2</sup> (v. anche fig. 4 in Skøien et al., 2014).

## Modelli di riferimento

Le stime delle FDCs adimensionali ottenute con il TNDTK sono messe a confronto con due modelli regionali di riferimento basati sull'approccio del deflusso indice, applicati analogamente in cross-validazione LOOCV:

### MEAN

è l'approccio regionale più semplice, secondo il quale vengono trascurate le caratteristiche di eterogeneità dell'area di studio e che stima le FDCs adimensionali per ciascun sito prendendo la media campionaria di tutte le curve disponibili. Questo modello è preso per il confronto *baseline*, ovvero come risultato minimo possibile;

### KMOD

è un modello regionale a base statistica sviluppato da Castellarin et al. (2004a)



che utilizza una distribuzione K a media unitaria per rappresentare le FDCs adimensionali (v. Hosking and Wallis, 1997). I tre parametri della distribuzione, ossia il parametro di centralità, e i due parametri di forma, sono stimati applicando un regressione ai minimi quadrati ordinaria, o *Ordinary Least Squares* (OLS). Il quarto parametro, quello di scala, è ottenuto come funzione dei primi tre parametri, introducendo l'ipotesi che la media della distribuzione è pari a 1. In Castellarin et al. (2007) è possibile trovare le regressioni dei parametri in funzione di un numero adeguato di descrittori geomorfologici e climatici dei bacini idrografici. KMOD è un metodo regionale parametrico tradizionale che viene adottato come confronto *benchmark*, ovvero ci si aspetta risultati paragonabili.

### 5.2.2 Standardizzazione per MAP\*

Analogamente a quanto visto per  $TND_1$ , il Top-kriging è stato applicato per la stima del  $TND_2$ , ricavato standardizzando le FDCs per MAP\*. Le impostazioni utilizzate nel caso precedente, ossia il numero di stazioni vicine  $n$ , il variogramma teorico  $\gamma(h)$  e la procedura di calibrazione sono riproposte anche in questo caso. Similmente, anche qui è stata utilizzata una procedura di validazione LOOCV, dalla quale si sono poi estratti set di pesi da utilizzare per mediare le FDCs adimensionali.

Quello che differenzia questo tipo di standardizzazione dalla precedente è la possibilità di ottenere curve dimensionali  $\Psi(x_0, d)$ , infatti si ha che

$$\hat{\Psi}(x_0, d) = \hat{\psi}(x_0, d) \text{MAP}^*(x_0) \quad (5.2)$$

nella quale il  $\text{MAP}^*(x_0)$  rappresenta una stima locale della precipitazione media annua.

#### Modelli di riferimento

Le stime delle FDCs dimensionali sono messe a confronto con due modelli di stima, entrambi a base statistica. In questo caso ciascun modello è considerato *benchmark* nel confronto con TNDTK:

#### KMOD

stesso KMOD utilizzato per le FDCs adimensionali (di cui sopra), ma si aggiunge un modello regionale multiregressivo per la stima del MAF in funzione di un numero di descrittori dei bacini (v. dettgli in Castellarin et al., 2007);

#### LLK

questo modello adotta una distribuzione log-logistica (LL) a due parametri per de-

scrivere la distribuzione in frequenza empirica del deflusso indice e una distribuzione K a quattro parametri per l'analisi in frequenza delle portate adimensionali. I parametri di entrambe le distribuzioni sono stimati utilizzando un algoritmo che sfrutta il calcolo degli L-momenti sviluppato da Hosking and Wallis (v. Hosking and Wallis, 1997). La procedura in questo caso prevedeva una ricalibrazione dei parametri utilizzando un metodo di ottimizzazione non lineare, o *sequential quadratic programming* (SQP), con l'obiettivo di minimizzare lo scarto tra probabilità di non superamento empiriche e teoriche. Successivamente, i parametri vengono associati ad un adeguato set di descrittori dei bacini (v. dettagli sulla procedura in Castellarin et al., 2007).

## 5.3 Risultati

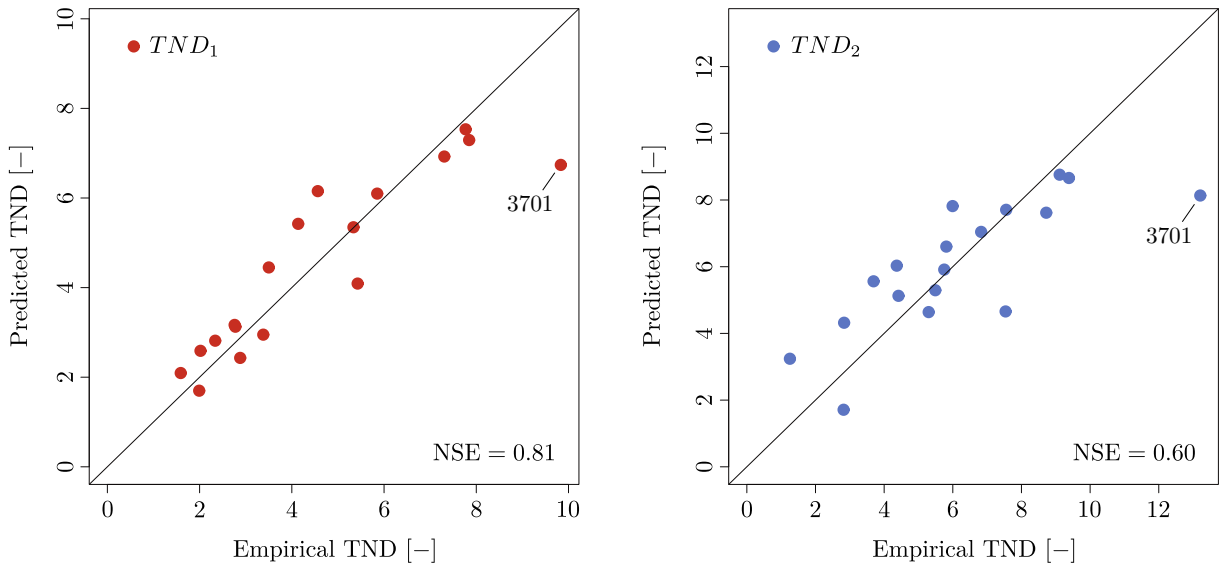
### 5.3.1 FDCs adimensionali - standardizzazione per MAF

La figura 5.4 (sinistra) riporta i valori di  $TND_1$  empirici contro quelli stimati con il Top-kriging in cross-validazione. L'efficienza NSE globale è pari a 0.81. Nella stessa figura è possibile osservare un stima errata per il sito 3701, che può essere dovuta al valore piuttosto elevato del  $TND$  per quel sito ( $TND_1 = 9.8 [-]$ ,  $A = 605\text{km}^2$ ), che ha anche l'area drenante maggiore.

Per quanto riguarda la stima delle FDCs adimensionali, il grafico errore-durata in figura 5.5 mostra chiaramente che il TNDTK ha delle prestazioni significativamente migliori di KMOD e MEAN: la distribuzione dei residui relativi è caratterizzata da fasce più strette sull'intero dominio delle durate, anche se questo comportamento è più marcato per le durate più basse. Tuttavia, prestando attenzione all'andamento delle curva mediana (linea nera), si nota che il metodo risulta non deviato per tutto il dominio delle durate. Nella stessa figura, i diagrammi a dispersione mostrano un buon accordo tra le portate adimensionali stimate ed empiriche per TNDTK, con valori di efficienza globale NSE e LNSE pari rispettivamente a 0.958 e 0.96 (v. par. 4.3). MEAN e KMOD presentano valori NSE e LNSE più bassi.

Infine, la figura 5.6 illustra l'errore assoluto cumulato per ciascun sito, come espresso dalla (4.14) (v. par. 4.3 a pag. 4.14). Il diagramma a dispersione dell'errore cumulato riporta l'errore del modello TNDTK sulle ascisse, mentre l'errore dei due modelli di confronto sulle ordinate. In questa rappresentazione una equivalenza tra le prestazioni dei modelli è rappresentata dalla linea bisettrice; pertanto, se un punto cade nella zona nord-ovest del grafico, oltre la bisettrice, il TNDTK presenta, per quel determinato sito, prestazioni migliori del modello di confronto, vice versa se cade nella zona sud-est. La

figura mostra che per 14 siti su 18 TNDTK ha migliori prestazioni di KMOD, mentre per 16 su 18 se confrontato con MEAN.

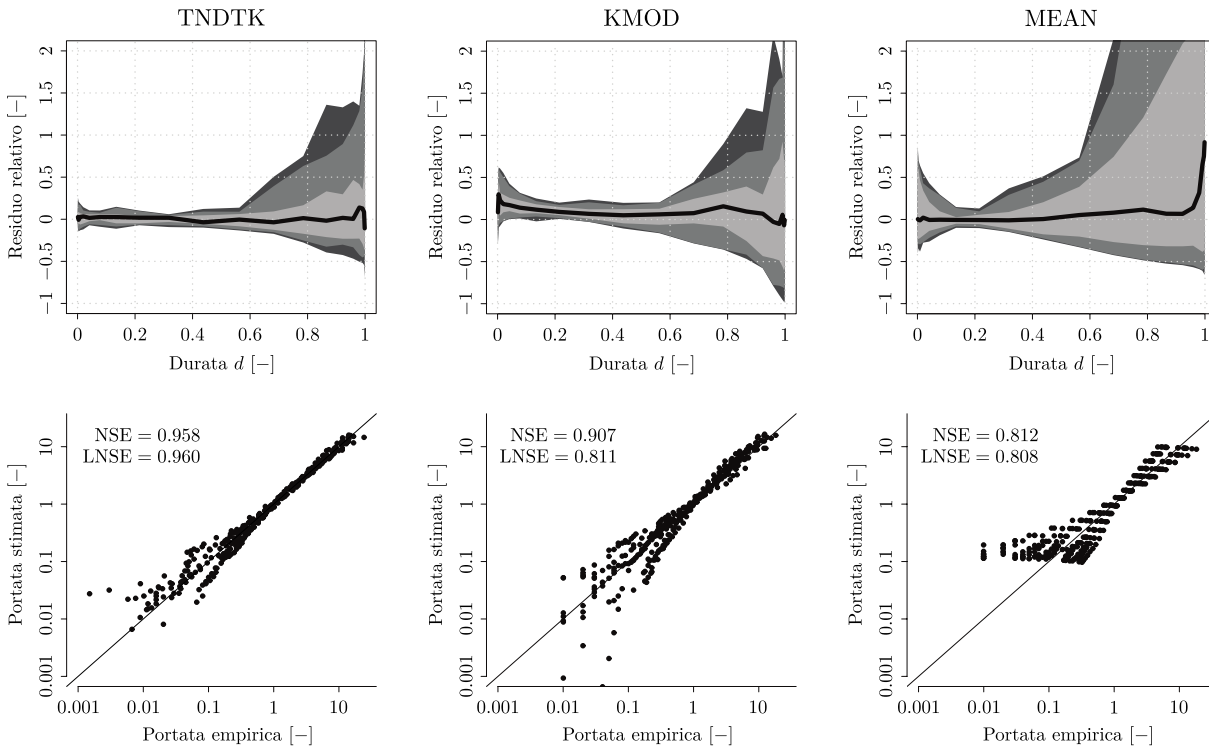


**Figura 5.4:** Cross-validazione dei valori di  $TND_1$  (sinistra) e  $TND_2$  (destra). In basso a destra nei due grafici si riporta l'efficienza NSE.

### 5.3.2 FDCs dimensionali - standardizzazione per MAP\*

Il grafico di destra di figura 5.4 illustra prestazioni soddisfacenti nella stima dei valori di  $TND_2$  in bacini non strumentati. Il valore di efficienza NSE è circa 0.6 e anche qui il sito 3701 è piuttosto lontano dalla bisettrice, ragionevolmente per le stesse ragioni di cui sopra. Anche se le prestazioni nella stima di  $TND_2$  sono meno accurate del  $TND_1$ , l'accuratezza globale del TNDTK per la stima delle FDCs dimensionali è soddisfacente. Dal confronto con i modelli di riferimento (v. fig. 5.7) si evince che TNDTK, pur presentando fasce di errore più larghe per  $d < 0.8$  (specialmente se si considera la più scura, pari al 90% degli errori), mostra delle prestazioni leggermente migliori nel *range* delle durate elevate con  $0.8 < d < 1$ , i.e. per i deflussi di magra. I grafici inferiori della stessa figura riportano i diagrammi a dispersione tra le portate dimensionali ed empiriche. Se è vero che l'efficienza NSE del TNDTK presenta il valore più basso, i.e. 0.914, prendendo i logaritmi dei deflussi il valore di efficienza LNSE risulta il più elevato, i.e. 0.922, confermando le buone prestazioni del metodo proposto.

La figura 5.8 mostra l'errore cumulato  $\varepsilon$  di TNDTK contro LLK e KMOD. Il confronto mostra in entrambe i casi un'accuratezza di stima migliore per 10 siti su 18. Inoltre, tra gli 8 bacini per il quale LLK e KMOD presentano prestazioni migliori del TNDTK, è giusto notare che le prestazioni sono praticamente coincidenti in due casi (i.e. 3006 e 2201) se confrontato con LLK e in tre casi con KMOD (i.e. 1004, 2101 e 3006).



**Figura 5.5:** Cross-validazione dei modelli regionali: MEAN (destra), KMOD (centro), TNDTK (approccio proposto, sinistra); (sopra) fasce errore-durata che riportano il profilo dell'errore relativo rispettivamente della mediana (linea nera) e delle fasce contenenti il 50, 80 e 90% degli errori relativi (fasce grige annidate) in funzione della durata  $d$ ; (sotto) portate stimate vs. portate empiriche.

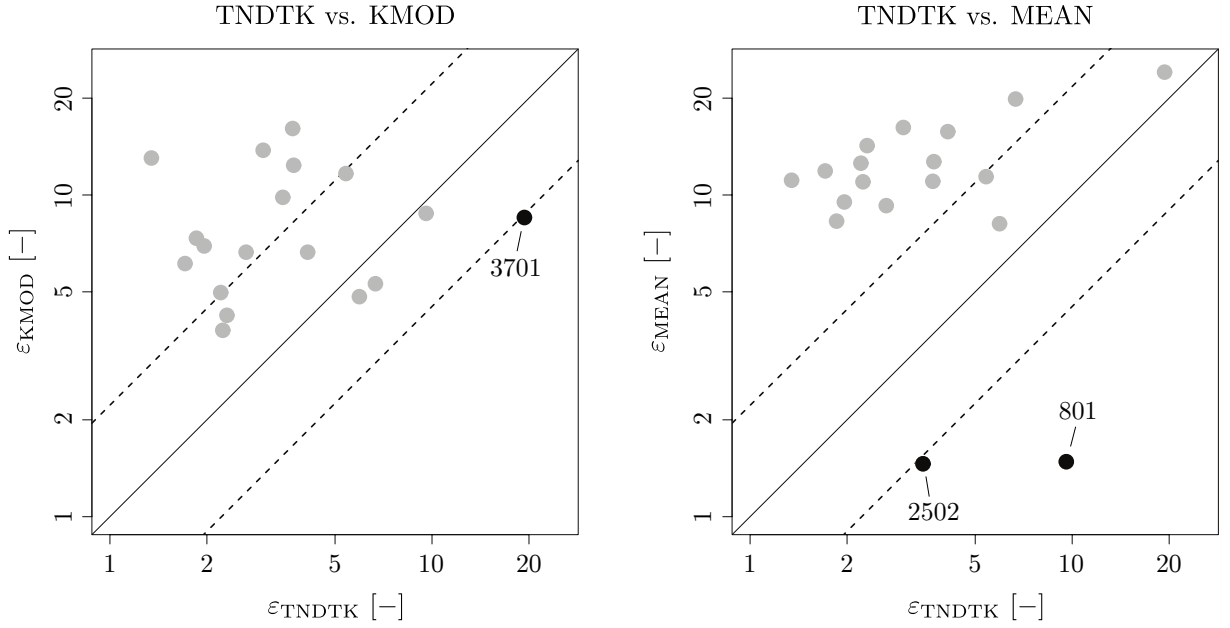
## 5.4 Analisi di sensitività

La metodologia proposta e l'applicazione ad una caso reale richiede l'introduzione di alcune scelte di impostazione del modello, come ad es. il numero  $n$  di stazioni comprese nel vicinaggio di stima, che a sua volta si ripercuote sulla lunghezza del vettore  $\lambda$  dei pesi geostatistici utilizzati per stimare le curve di durata.

Inoltre, si è voluto testare quanto il  $TND$ , attraverso lo schema di pesi, possa descrivere effettivamente la similarità/dissimilarità tra le curve stesse.

### 5.4.1 Coerenza dei pesi geostatistici

Una delle ipotesi principali che sta alla base di questo studio di ricerca sta nel supporre che i pesi  $\lambda$  ottenuti con il Top-kriging per la stima del  $TND$  possano essere utilizzati in uno schema di ponderazione lineare per la stima delle FDCs. Al fine di testare e validare tale assunzione, si è analizzata la relazione tra i pesi  $\lambda$  e il grado di dissimilarità tra curve empiriche. In particolare si è calcolato per ciascuna coppia di curve  $i$  e  $j$  una metrica  $\beta_{i,j}$ ,

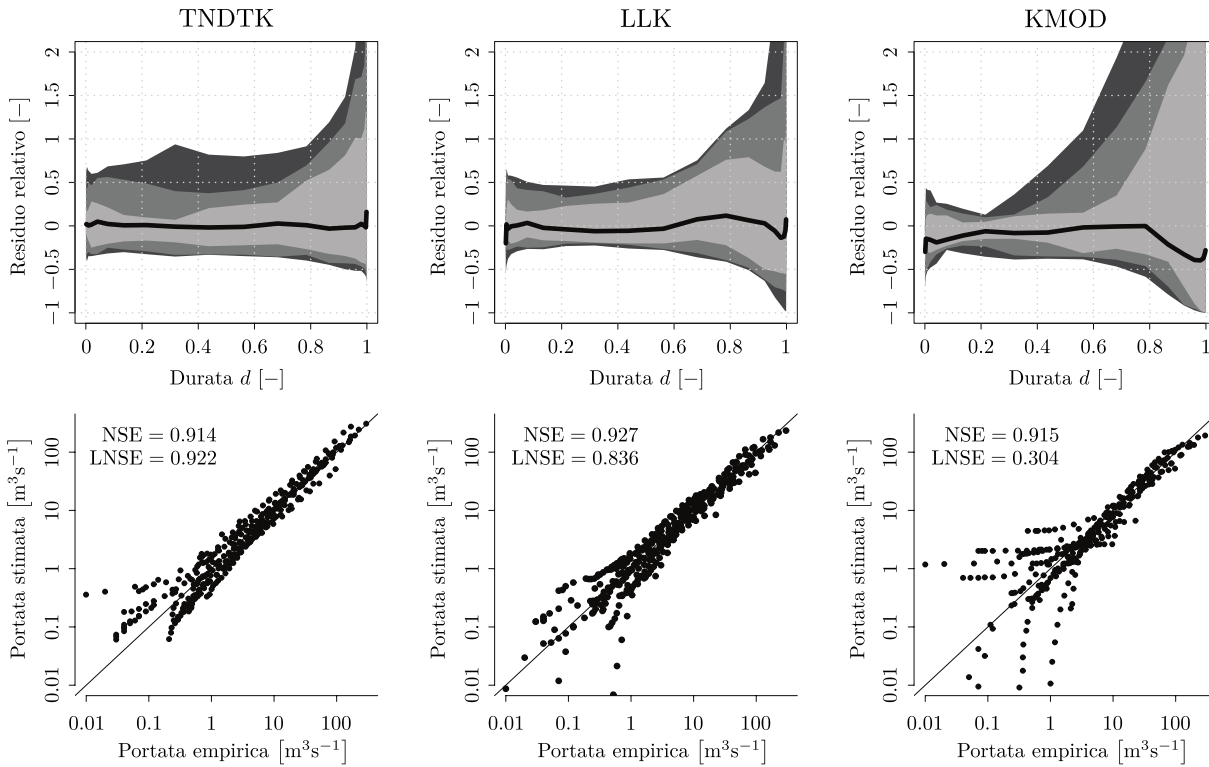


**Figura 5.6:** Confronto tra i modelli TNDTK, MEAN e KMOD in termini di errore cumulato  $\varepsilon_{\text{MOD}}$  (v. eq. 4.14), dove il pedice MOD indica, a turno, i modelli a confronto.

proposta da Gonora (2009), che può essere espressa come segue:

$$\beta_{i,j} = \sum_{k=1}^{365} |q_{i,k} - q_{j,k}|, \quad (5.3)$$

dove 365 è il numero di punti  $p$  utilizzati per ricampionare le curve e  $q_{i,k}$  e  $q_{j,k}$  sono i valori di portata associati con la durata  $\frac{k}{365+1}$  rispettivamente per il sito  $i$  e  $j$ . Se le ipotesi sono corrette, ci si aspetta che valori  $\beta$  elevati (i.e. curve dissimili) dovrebbero essere associati a pesi  $\lambda$  piccoli, e vice versa. Il Top-kriging ha la particolarità di tenere in conto la struttura annidata dei bacini seguendo la rete idrografica; pertanto, dove esiste una correlazione tra bacini di testata e sottobacini, ci si aspetta di trovare curve simili con valori di  $\beta$  relativamente piccoli e valori dei pesi  $\lambda$  relativamente elevati. La figura 5.9 (grafico a destra) mostra i valori  $\beta_{i,j}$  calcolati con la (5.3) per ciascuna coppia di bacini dell'area di studio, con  $i, j = 1, \dots, 18$  e  $i = j$  (i.e. 306 punti), contro i corrispettivi pesi  $\lambda_{i,j}$  ottenuti lanciando il modello TNDTK con  $TND = TND_1$  e necessariamente un numero di stazioni di vicinaggio  $n = 17$ , dato che tutte le stazioni devono essere considerate se si vuole confrontare  $\beta_{i,j}$  con  $\lambda_{i,j}$  (per  $i, j = 1, \dots, 18$  e  $i = j$ ). La figura, inoltre, mette in rilievo le differenze tra bacini annidati (pallino nero) e non annidati (cerchio grigio). La figura dimostra che le ipotesi sono soddisfatte: (1) i pesi  $\lambda_{i,j}$  tendono in generale a decrescere all'aumentare di  $\beta$  e (2) nessuna coppia di bacini annidati è associata con un valore elevato o molto elevato di  $\beta$ , ovvero, tutti i bacini annidati a coppie cadono nella

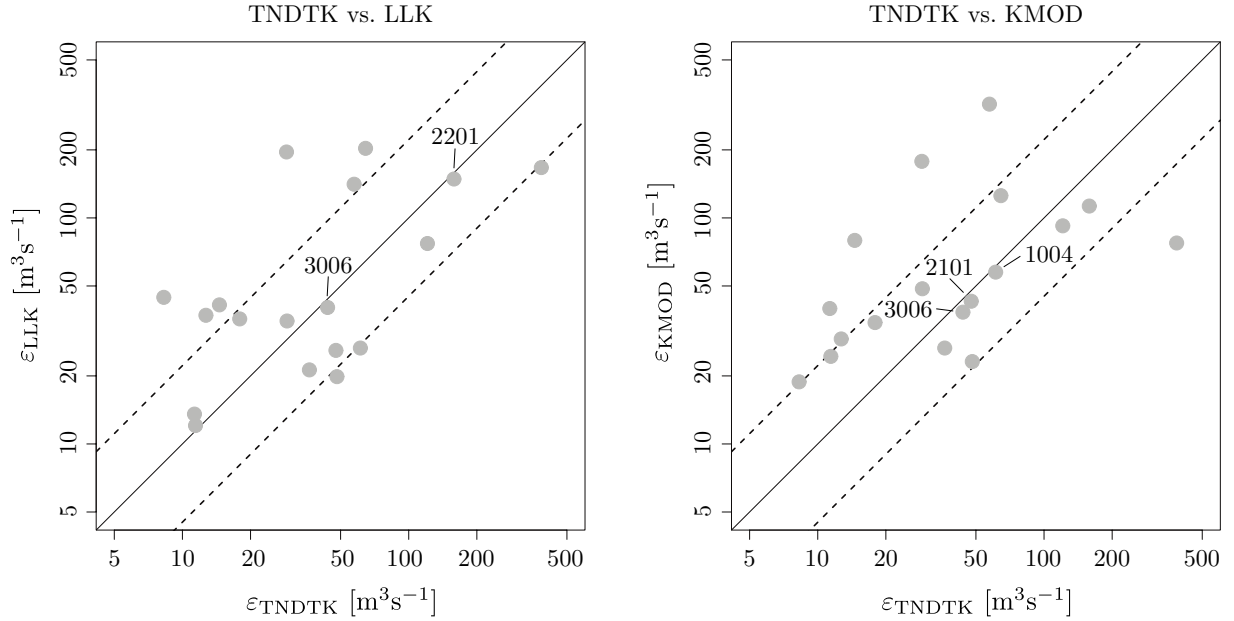


**Figura 5.7:** Cross-validazione dei modelli regionali: KMOD (destra), LLK (centro), TNDTK (approccio proposto, sinistra); (sopra) fasce errore-durata che riportano il profilo dell’errore relativo rispettivamente della mediana (linea nera) e delle fasce contenenti il 50, 80 e 90% degli errori relativi (fasce grige annidate) in funzione della durata  $d$ ; (sotto) portate stimate vs. portate empiriche.

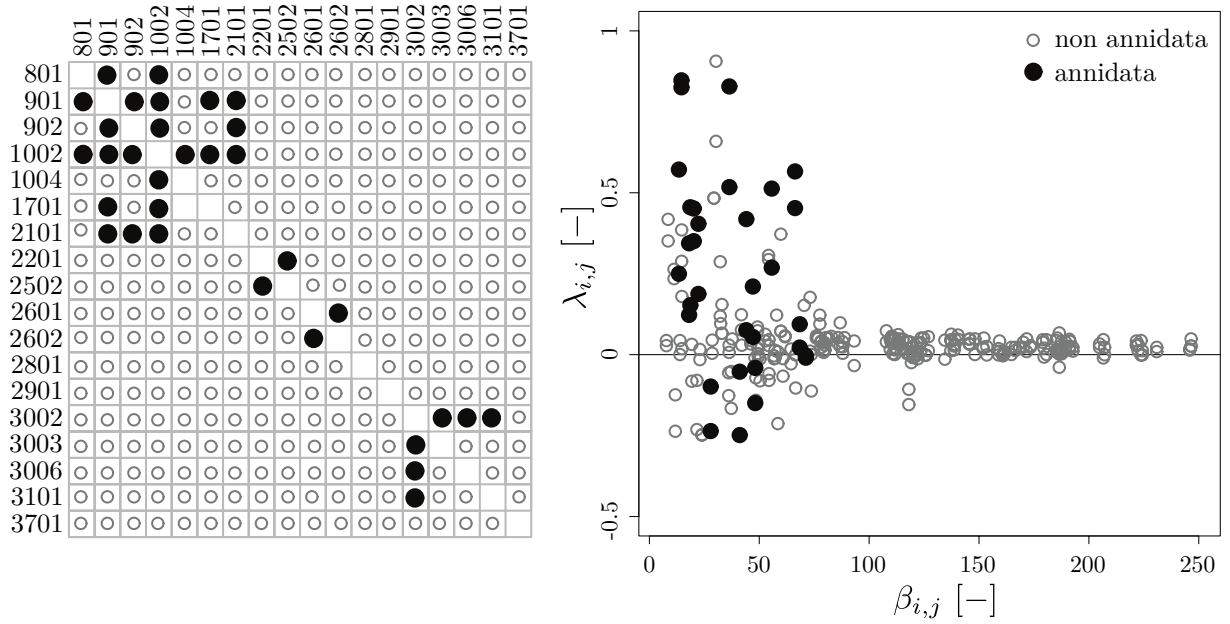
parte più a sinistra con valori di  $\beta$  relativamente bassi.

#### 5.4.2 Influenza del numero di stazioni vicine $n$

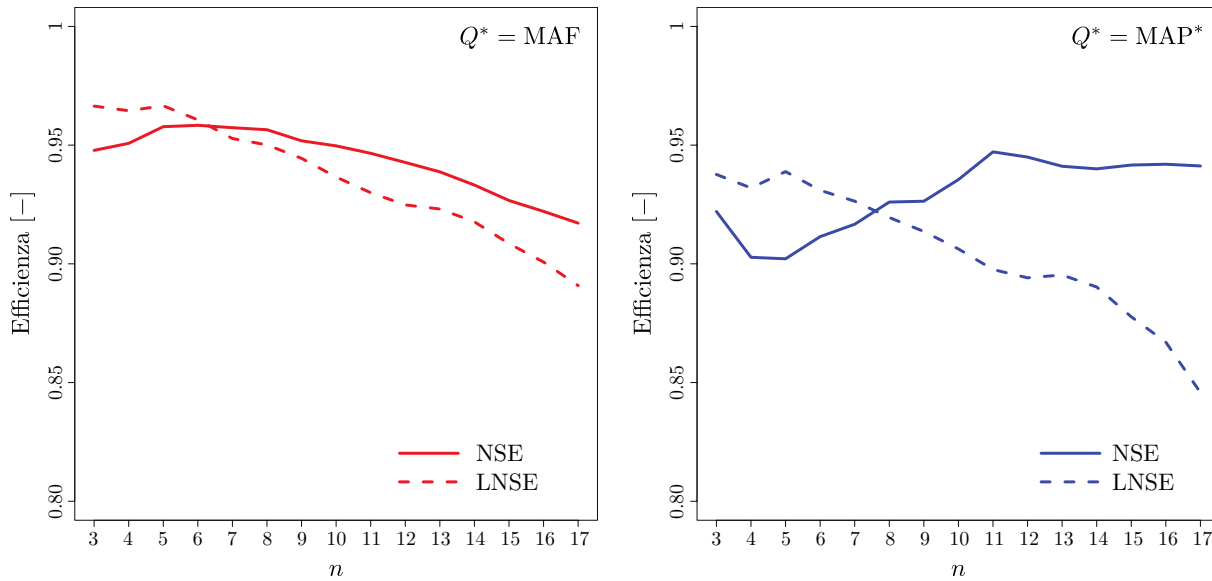
Come anticipato nel par. 5.3 il numero di stazioni da considerare come “vicine” è stato posto pari a 6. Con questo valore si sono quindi stimate le FDCs, secondo quanto illustrato nei paragrafi precedenti. Il valore scelto è la sintesi di un’analisi di sensitività del metodo alla variazione di  $n$ , che è stata eseguita lanciando iterativamente il calcolo. Ad ogni step si è incrementato di uno il numero delle stazioni “donatrici” a partire da un minimo di 3 stazioni, fino ad un massimo di 17. Il risultato principale dell’analisi di sensitività è che le prestazioni dell’approccio non sono propriamente dipendenti dal  $n$ , piuttosto il contrario. La figura 5.10 mostra le efficienze del modello, per entrambe le standardizzazioni (i.e. MAF e MAP\*), ottenuta a ciascuna iterazione del calcolo. Il grafico di sinistra in figura si riferisce a FDCs adimensionali, standardizzate per MAF, e mostra come per  $n = 6$  si raggiunga il miglior compromesso tra NSE e LNSE. Ciononostante, NSE e LNSE sono piuttosto elevati per ogni valore di  $n$ . Similmente, il grafico di destra



**Figura 5.8:** Confronto tra i modelli TNDTK, LLK e KMOD in termini di errore cumulato  $\varepsilon_{\text{MOD}}$  (v. eq. 4.14), dove il pedice MOD indica, a turno, i modelli a confronto.



**Figura 5.9:** Struttura annidata dei bacini idrografici per l'area di studio. (Sinistra) se la coppia di siti  $s_i, s_j$  risulta come “annidata”, i.e. esiste almeno un sito  $s_i$  più a monte o più a valle sulla stessa rete di canali di un sito  $s_j$ , è riportata da un punto nero, o da un cerchietto altrimenti; (destra) grado di dissimilarità  $\beta_{i,j}$  tra curve  $i$  e  $j$  contro il corrispettivo valore del peso geostatistico  $\lambda_{i,j}$ . La differenza tra punti neri e cerchi nel grafico a destra ha lo stesso significato di quello a sinistra.



**Figura 5.10:** Efficienza di NSE (linea continua) e LNSE (linea tratteggiata) al variare del numero di stazioni vicine  $n$  al sito *target*: (sinistra) standardizzazione per MAF, i valori di efficienza si riferiscono alla stima di FDCs adimensionali; (destra) standardizzazione per  $\text{MAP}^*$ , i valori di efficienza di riferimento si riferiscono alla stima di FDCs dimensionali

si riferisce alla stima delle FDCs dimensionali, standardizzate per  $\text{MAP}^*$  e mostra che le prestazioni in termini di efficienza NSE non variano molto al variare di  $n$ , mentre per LNSE, si ottengono prestazioni crescenti con  $n$ . Nel secondo caso, si può concludere che per un valore di  $n$  compreso tra 6 e 7, si può ottenere il giusto compromesso tra NSE e LNSE.

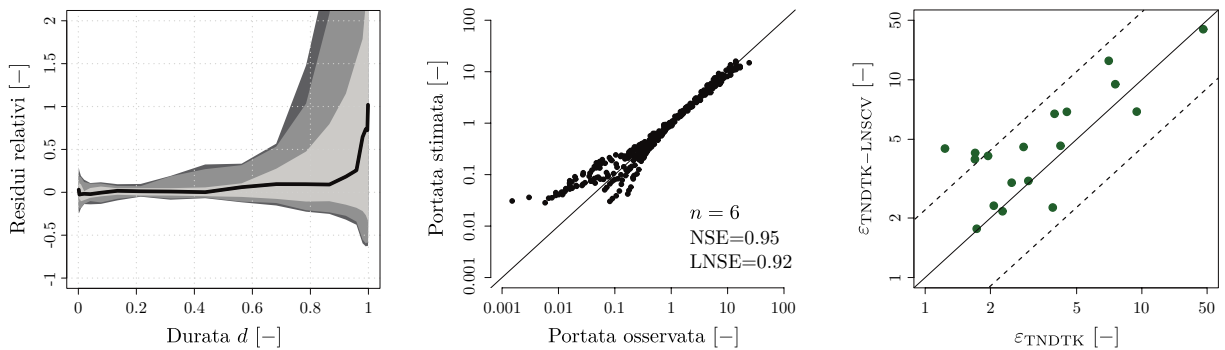
I risultati dell'analisi di sensitività lasciano concludere che impostando il modello a  $n = 6$  stazioni di vicinaggio, si possono ottenere le migliori prestazioni, tenendo presente però che anche variando il valore di  $n$  i risultati non cambiano significativamente.

### 5.4.3 Influenza della struttura annidata

Da un punto di vista operativo è importante capire se e quanto il grado di annidamento tra bacino di testata e bacino a valle sul reticolo idrografico possa alterare o impattare a sfavore delle prestazioni dell'approccio proposto. Chiaramente c'è da aspettarsi le migliori prestazioni in tutti quei casi in cui il sito non strumentato sia posto più a monte o più a valle di punti strumentati sulla stessa rete di canali. Al fine di quantificare questo impatto, si è validato il metodo rimuovendo tutti i bacini etichettati come annidati per il bacino di interesse. La figura 5.9 (grafico di sinistra) mostra tutte le coppie di bacini annidati attraverso una matrice nella quale se c'è annidamento tra il bacino  $i$  e  $j$  viene evidenziato con punto nero grande (sono inoltre riportati i codici identificativi dei bacini).



Dopo l'identificazione di tutte le coppie di bacini annidati è stata usata una procedura di cross-validazione simile a quella descritta nel par. 4.3.1, adattata agli scopi di questa analisi: al passo 2., oltre ad essere rimossa l' $i$ -esima stazione, si rimuovono anche tutte le stazioni che sono collocate a monte e a valle rispetto alla rete idrografica e al bacino di interesse  $i$ . Per brevità e per evitare facili confusioni, ci si riferirà a quest'ultima procedura di validazione con l'acronimo, *Leave Nested Out Cross-Validation* (LNOCV) (v. Pugliese et al., 2014). È giusto tenere presente che, a differenza della LOOCV nella quale il variogramma era unico per ciascuna iterazione della procedura di validazione, la LNOCV produce stime diverse del variogramma sperimentale e teorico per ciascun passo di calcolo. L'analisi è stata condotta in riferimento alle sole stime delle FDCs adimensionali (i.e. stadardizzate per MAF).



**Figura 5.11:** Risultati della cross-validazione LNOCV: la fasce di errore in funzione della durata riportano il profilo dell'errore medio relativo (linea nera) e le fasce contenenti il 50,80 e 90% degli errori relativi (fasce grige); confronto tra portate empiriche e stimate (centro); diagramma a dispersione dell'errore cumulato complessivo tra FDCs adimensionali empiriche e stimate, i valori di TNDTK sono confrontati con i valori dello stesso modello senza bacini annidati.

I risultati, mostrati in figura 5.11, evidenziano un leggero calo di prestazioni, con indici di efficienza NSE e LNSE pari rispettivamente a 0.95 e 0.92 (grafico centrale). In particolare, guardando le fasce di errore in funzione della durata (grafico di sinistra nella stessa figura), le principali differenze si notano specialmente per le durate elevate (deflussi di magra), dove la distribuzione dei residui relativi presenta fasce leggermente più larghe e la linea dell'errore medio si presenta piegata verso l'alto per le durate elevate, i.e. sovrastima significativa per i deflussi di magra. In più, se si mette a confronto l'errore cumulato complessivo calcolato per ciascun sito con le due tecniche di cross-validazione (i.e. LOOCV e LNOCV) (grafico di destra), la maggior parte dei punti (14 su 18) cade sopra la linea bisettrice, confermando un impoverimento globale delle prestazioni. Il fatto che 4 punti, invece, cadano sotto la bisettrice, si può giustificare dal momento che ciascuna iterazione della LNOCV stima un nuovo variogramma. Questo potrebbe, con

buona probabilità, favorire la stima di bacini vicini, seppur non annidati. Alla luce di questi risultati si può concludere che le prestazioni sono anche in questo caso soddisfacenti e l'impoverimento della capacità di stima limitato. I peggiori risultati si hanno per i deflussi di magra, tuttavia questo comportamento era prevedibile data la scarsa capacità che il modello ha nel catturare la variabilità dei regimi di magra in bacini non strumentati, pertanto non considerare bacini a monte o a valle del sito *target* ha, per questi deflussi, gli effetti più marcati a causa della forte affinità in termini di variabilità climatica e geomorfologica.

## 5.5 Discussione

I risultati delle cross-validazione mostrano che il Top-kriging può essere effettivamente impiegato per la stima delle FDCs adimensionali nell'area di studio. È doveroso sottolineare che la procedura può produrre pesi negativi (v. fig. 5.9). I pesi negativi sono il risultato del cosiddetto *screening-effect*, ovvero un effetto “schermo” provocato dai punti più vicini rispetto a quelli più lontani (v. ad es. Stein, 2002; Deutsch, 1996); inoltre, il variogramma teorico con *nugget* pari a zero, come in questo caso, può accentuarne la produzione. Nel caso di studio analizzato non si sono verificati casi in cui la variabile stimata non avesse significato fisico, come ad es. portate negative, che potrebbero essere il risultato di una media ponderata nella quale i pesi negativi hanno un influenza significativa. In ogni caso è possibile impostare le *routine* di calcolo vincolando il sistema kriging delle (2.39) ad ottenere pesi unicamente positivi. Questa funzionalità è attualmente implementata nel pacchetto `rtop` in ambiente **R** (v. Skøien, 2016). Nelle analisi successive si farà ricorso anche a questo tipo di impostazione del modello.

Le FDCs stimate presentano generalmente un buon accordo con i dati empirici, dai deflussi di magra a quelli di piena, e i residui prodotti dalla stima sono inferiori, o al più uguali, dei residui risultanti dall'applicazione di modelli regionali tradizionali. Una valutazione accurata dei risultati indica che il TNDTK ottiene prestazioni particolarmente cattive in tre casi solamente. Il modello regionale *benchmark* KMOD stima meglio la FDC per il sito 3701, stazione sul fiume Candigliano ad Acqualagna (v. il grafico di sinistra fig. 5.6). Questo sito presenta una curva di durata particolarmente inclinata, la serie delle portate presenta diversi zeri, e il valore di *TND* è il più elevato dell'area di studio (v. tab.5.1). Le ipotesi principali che sono alla base del Top-kriging poggiano sull'influenza che la prossimità spaziale ha sull'idrologia; questo tuttavia può risultare limitante nei casi in cui la geologia e/o la morfologia giocano un ruolo fondamentale nella formazione dei deflussi, tanto che il regime idrologico di bacini vicini può risultare parecchio diverso. Questo

potrebbe spiegare perché si ottengono prestazioni poco soddisfacenti in questo punto dell'area di studio: il bacino 3701 presenta un capacità di immagazzinamento limitata, tanto da poter essere considerato come impermeabile, rispetto ai bacini che gli stanno attorno. Al contrario, i modelli statistici regionali come KMOD, incorporano esplicitamente informazioni sulla permeabilità nelle equazioni multiregressive dei parametri (v. Castellarin, 2007). Inoltre, il modello *baseline* MEAN presenta prestazioni abbondantemente migliori per i siti 2502 e 801. Questo risultato può essere spiegato dal fatto che entrambi i bacini sono associati a FDCs adimensionali empiriche dall'andamento medio, nel senso che la media aritmetica di tutte le curve si avvicina di molto alle curve dei siti in questione.

Da un confronto tra le figure 5.6 e 5.7 sembrerebbe che il metodo proposto TNDTK, se impiegato nella stima delle curve di durata dimensionali, produce risultati molto peggiori rispetto a quelli ottenuti sulle curve di durata adimensionali. È giusto, però, puntualizzare che il confronto va sempre fatto tra prodotti "omogenei", cioè tra curve adimensionali da un lato, e tra curve dimensionali dall'altro. A proposito dei risultati nella stima delle curve di durata dimensionali, il confronto delle prestazioni tra il TNDTK e i modelli regionali statistici è positivamente inatteso per il fatto che i risultati sono ragionevolmente buoni. Inatteso perché mentre i modelli di confronto si affidano ad una stima della portata media annua per la ricostruzione delle curve, il TNDTK impiega solo una stima della precipitazione media annua MAP\* per ricostruire la dimensionalità delle curve.

I capitoli successivi mostreranno l'applicazione del TNDTK in circostanze climatiche e geomorfologiche diverse: una seconda applicazione è stata condotta per una vasta area degli Stati Uniti sudorientali e una terza applicazione per bacini prevalentemente alpini del Tirolo al confine tra Austria e Italia. Queste due ulteriori applicazioni rispondono a problematiche diverse, la prima è una verifica delle prestazioni in aree molto vaste, nella seconda il metodo TNDTK è usato come strumento di correzione di serie simulate da un modello afflussi-deflussi.



# Capitolo 6

## Applicazione II: confronto con il metodo dei quantili regionalizzati

Questo capitolo mostrerà i risultati ottenuti con la metodologia proposta di stima delle curve di durata in bacini non strumentati su un'area di studio molto vasta del sud-est degli Stati Uniti.<sup>1</sup>

Nel capitolo 5 si è mostrata la procedura sviluppata nell'ambito di questo lavoro di ricerca, presentandola nei minimi dettagli e analizzando i risultati attraverso un approccio comparatistico tra modelli di stima. Anche qui si analizzeranno le prestazioni del metodo TNDTK ponendo maggiormente l'accento sui risultati in relazione alle dimensioni dell'area di studio e dell'influenza che le variazioni climatiche e geomorfologiche hanno sulla stima del regime dei deflussi. Anche in questo caso il metodo proposto verrà confrontato con un modello *benchmark*. Il riferimento è un metodo piuttosto consolidato e ben noto nella letteratura idrologica sulla stima delle curve di durata, basato su tecniche regionali di regressione lineare, sviluppato da Farmer et al. (2014) per la stessa area di studio (v. anche Castellarin, 2013).

### 6.1 Area di studio

L'area di studio è collocata negli Stati Uniti sud-orientali e copre un superficie di circa 355 000 km<sup>2</sup>. Il clima è generalmente temperato con porzioni a sud più umide, con temperature medie che vanno dai 19°C nelle zone più meridionali ai 10.4°C in quelle settentrionali; la precipitazione media annua va dai 1150mm ai 2070mm (v. Gotvald et al., 2009; Farmer et al., 2014). L'area di studio abbraccia parti di stati quali Alabama,

---

<sup>1</sup>Questo studio è frutto di una collaborazione con l'*United States Geological Survey* (USGS). Per il fatto che i risultati contenuti nel manoscritto non sono stati ancora approvati, l'USGS tiene a precisare che questi non sono riconducibili a quelli ufficiali dell'ente.

Florida, Georgia, Mississippi, North Carolina, South Carolina, Tennessee and Virginia e include 182 stazioni di misura per i quali si può ipotizzare una scarsa influenza degli effetti della regolazione da parte di sbarramenti dei corsi d'acqua (Falcone, 2011).

La figura 6.1 mostra la distribuzione spaziale dei bacini idrografici nell'area di studio. La tabella 6.1 riporta le statistiche fondamentali per le distribuzioni empiriche di alcuni indici caratteristici del clima e dell'idrologia dell'area di studio. Per ciascuna stazione idrometrica dell'area in esame l'USGS raccoglie, distribuisce, mantiene aggiornati dati di portata giornaliera. Come descritto da Farmer et al. (2014), queste stazioni sono state selezionate in modo da avere almeno 6 anni completi di dati di portata, registrati tra l'1/10/1980 e il 30/03/2010. Le serie ricavate presentano portate nulle per soli 6 siti su 182, ovvero lo per 0.3% del dataset completo. I deflussi nulli sono stati portati a circa  $(0.00003 \text{ m}^3/\text{s})^2$  (v. tab. 1 in Farmer et al., 2014). La maggior parte delle stazioni di misura sono etichettate dall'USGS come di "alta qualità" (Falcone, 2011) in riferimento all'buona affidabilità del dato fornito. Per maggiori dettagli sui dati e per informazioni più accurate sulle stazioni di misura si rimanda a Farmer et al. (2014).

Le FDCs empiriche sono costruite a partire dai dati di portata come descritto nel par. 1.1 a pag. 5. Tuttavia, diversamente dal caso di studio marchigiano, per ottenere risultati omogenei con il modello multiregressivo si è adottata una Blom *plotting position* (Blom, 1958), ovvero:

$$d_i = \frac{i - 0.375}{l + 0.25}, \quad (6.1)$$

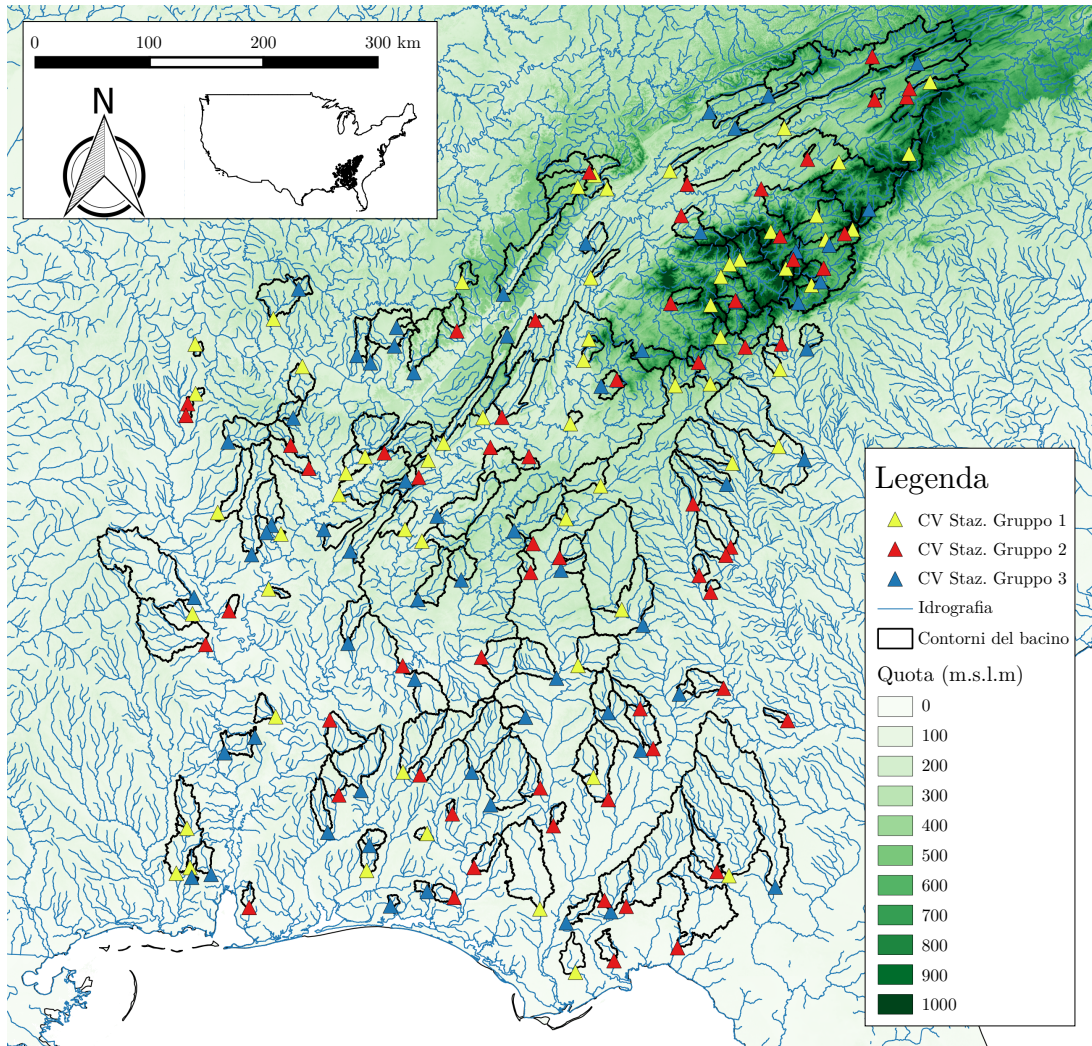
con  $i = 1, \dots, l$ , che definisce la probabilità di superamento, o durata, associata all' $i$ -esimo valore ordinato di portata per una determinata serie di lunghezza  $l$ . Questa *plotting position* produce quantili non devianti di una distribuzione normale, che può essere ragionevolmente utilizzata quando i valori di portata sono trasformati logaritmicamente (v. Stedinger et al., 1993). Diversamente dal caso marchigiano, per il calcolo dei valori di *TND* si è scelto di non applicare una trasformazione logaritmica ai deflussi, pur mantenendo una trasformazione normale delle durate (v. fig 5.1).

## 6.2 Analisi

Come già anticipato, l'obbiettivo dell'analisi è il confronto della tecnica TNDTK sviluppata in questo lavoro di ricerca con una tecnica di regressione lineare multivariata, piuttosto comune e largamente impiegata per la stima delle curve di durata in bacini non strumentati. Essendo basata su tecniche regionali di regressione lineare ci si riferirà nel prosieguo con l'acronimo, *Regional Regression* (RR). Le stime sono state ottenute per

---

<sup>2</sup>il valore è approssimato perché i dati erano inizialmente riferiti a unità di misura nel sistema imperiale.



**Figura 6.1:** Area di studio. Sono riportati 182 stazioni idrometriche e i relativi contorni dei bacini idrografici (linee nere) di una vasta area degli Stati Uniti sud-orientali. I triangoli colorati rappresentano le posizioni delle sezioni di chiusura dei bacini, dove il colore indica l'appartenenza ad uno specifico raggruppamento di stazioni della *three-fold cross-validation* (Stazione appartenente al raggruppamento  $r = 1, 2, 3$ ).

**Tabella 6.1:** Area di studio: variabilità espressa in termini di minimo, massimo, media, primo, secondo (mediana) e terzo quartile delle distribuzioni dell’area drenante ( $A$ ), portata media annua ( $MAF$ ), precipitazione media annua ( $MAP$ ), del quantile adimensionale (standardizzato per  $MAF$ ) corrispondente al 95% di probabilità di superamento ( $q_{95}$ ), evapotraspirazione potenziale ( $PET$ ), temperatura media del bacino ( $T_{\text{mean}}$ ), la quota media del bacino ( $H_{\text{mean}}$ ), il  $TND$  la lunghezza delle serie osservate ( $Y$ ).

	$A$ [km <sup>2</sup> ]	$MAF$ [m <sup>3</sup> s <sup>-1</sup> ]	$MAP$ [cm]	$q_{95}$ [-]	$PET$ [mm d <sup>-1</sup> ]	$T_{\text{mean}}$ [°C]	$H_{\text{mean}}$ [m]	$TND$ [-]	$Y$ [anni]
minimo	15	0.3	115	0	577	10	18	1.373	6
I Qu.	226	3.3	136	0.05	754	13	116	2.679	18.2
mediana	588	6.9	146	0.12	862	16	252	2.998	30
media	1427	15.4	147	0.13	846	15	371	2.995	24.3
III Qu.	1317	15.8	155	0.21	955	18	521	3.351	30
massimo	56610	598.1	207	0.59	1042	20	1452	4.054	30

entrambe i modelli all’interno di procedure automatiche di cross-validazione. In questo caso, si è optato per una validazione di tipo  $r$ -fold a tre raggruppamenti ( $r = 3$ ) di stazioni, implementando l’algoritmo illustrato nel paragrafo 4.3.1 (pag. 4.3.1). Ci si riferirà a questa particolare procedura con l’acronimo, *3-fold cross-validation* (3FCV).

### 6.2.1 Regressioni regionali

La tecnica regionale di regressione lineare (RR) tratta la curva di durata come un insieme di punti discreti. In questo schema per ciascun punto associato alla curva di durata si costruisce, indipendentemente da un punto all’altro, un modello di regressione lineare. Farmer et al. (2014) ha scelto di discretizzare la FDC in 27 quantili, di durata rispettivamente 0.02, 0.05, 0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 5, 10, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 75, 80, 90, 95, 98, 99, 99.5, 99.8, 99.9, 99.95 e 99.98%. Il modello sviluppato è di tipo log-lineare, per il quale, ad ogni valore di durata, i quantili vengono log-trasformati e associati ad un set di descrittori dei bacini, non tutti però trasformati logaritmicamente, tanto che questo approccio viene chiamato log-lineare “misto”. Per stimare i parametri del modello si fa ricorso alla tecnica di ottimizzazione ai minimi quadrati, pesati in funzione della lunghezza della serie osservata. Al fine di garantire il più possibile la continuità delle curve, la stima dei parametri del modello log-lineare è eseguita suddividendo il range complessivo delle durate in tre domini di riferimento: durate minori del 5%, maggiori del 95% e in mezzo ai due valori. Per ulteriori dettagli si rimanda a Farmer et al. (2014).



## 6.2.2 TNDTK

### Stima di $Q^*(\mathbf{x}_0)$

Seguendo il metodo classico, in questa applicazione si è fatto ricorso alla standardizzazione delle FDCs per la portata media annua ( $Q^* = \text{MAF}$ ). Per confrontare il metodo innovativo TNDTK con RR è necessario introdurre un modello che sia in grado di stimare la portata di riferimento  $Q^*$  in siti non strumentati dal momento che la valutazione comparativa richiede la ricostruzione dimensionale delle curve.

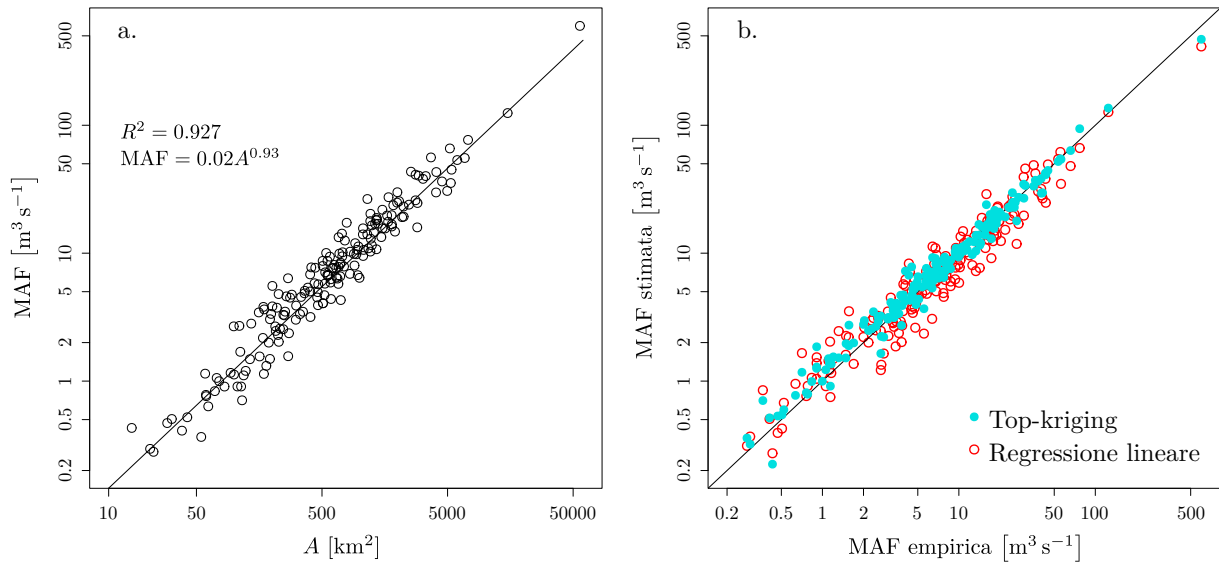
Al fine di individuare un modello efficiente per la stima della portata media nell'area di studio, si sono messi in relazione attraverso una regressione lineare semplice, i valori di MAF e dell'area drenante  $A$ . Questo ha permesso di verificare quanta parte della variabilità di MAF può essere interpretata mediante la sola  $A$ . Si è quindi interpolato un modello potenza del tipo:

$$\text{MAF} = \rho A^\theta,$$

che linearizzata per mezzo di una trasformazione logaritmica diventa

$$\log \text{MAF} = \alpha + \theta \log A, \quad (6.2)$$

dove  $\alpha = \log \rho$ .



**Figura 6.2:** Diagrammi a dispersione. A sinistra confronto tra la portata media annua, o *Mean Annual Flow* (MAF) e l'area drenante ( $A$ ); a destra valori empirici (asse  $x$ ) vs. cross-validatati (asse  $y$ ) di MAF con Top-kriging (punto color ciano) e con la regressione regionale (cerchi rossi).

Per mezzo di questa semplice regressione lineare si è osservata un forte relazione log-lineare ( $R^2 = 0.927$ ) tra MAF e  $A$ , tanto che l'esponente di scala  $\theta \simeq 0.93$  (v. fig. 6.2a).

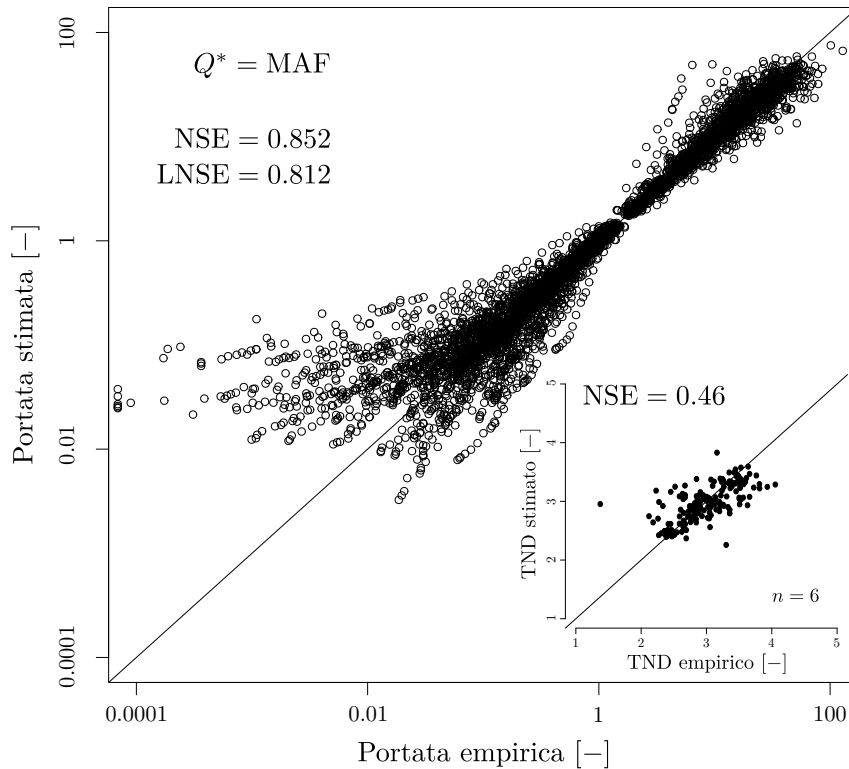
La figura 6.2 dimostra che l'area drenante può essere ragionevolmente considerata un *driver* (se non il principale) che controlla la formazione dei deflussi medi per l'area di studio.

Il Top-kriging, il quale presenta una connessione diretta con l'area drenante, può essere impiegato in questa fase, in modo parallelo e autonomo rispetto alla stima delle curve di durata, per la stima del deflusso-indice MAF in bacini non strumentati. Utilizzando la legge di scala trovata con la (6.2), i deflussi medi vengono standardizzati per  $A^{0.93}$  e stimati mediante Top-kriging attraverso una procedura di validazione 3FCV. La procedura è stata implementata facendo variare il numero di stazioni vicine  $n$  in modo da poter valutare le prestazioni del metodo TNDTK al variare di  $n$  (si veda anche par. 5.4.2). La figura 6.2b mostra un esempio di prestazioni ottenute da Top-kriging con  $n = 6$  (punti di colore ciano) e quelle ottenute dal modello di regressione log-lineare (cerchi rossi). Nel grafico sono riportati i valori empirici ( $[\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$ , asse  $x$ ) contro i valori cross-validati ( $[\text{m}^3 \text{s}^{-1}]$ , asse  $y$ ) del deflusso medio annuo (MAF) per entrambe i modelli a confronto. La valutazione dell'accuratezza di stima in termini di efficienza globale (v. par. 4.3.2 a pag. 54 per il calcolo degli indici di efficienza) rivela prestazioni molto buone per il Top-kriging, con NSE e LNSE rispettivamente pari a circa 0.93 e 0.97, mentre le prestazioni ottenute con la regressione lineare regionale risultano, per gli stessi indici, rispettivamente pari a 0.90 e 0.93. È doveroso sottolineare che nonostante le differenze di accuratezza tra il metodo di regressione regionale e il Top-kriging sono poco rilevanti, per coerenza con la struttura metodologica del metodo, si è deciso di adottare comunque il Top-kriging per la stima del deflusso indice MAF in bacini non strumentati.

### Stima di $\psi(\mathbf{x}_0, d)$

Il metodo TNDTK, come visto nei capitoli 4 (per via teorica) e 5 (applicato ad un primo caso studio) produce stime di curve di durata adimensionali  $\psi(x_0, d)$ . Per i dettagli sulla procedura si rimanda ai suddetti capitoli.

Una analisi preliminare sulla sensitività del metodo alla variazione del numero di stazioni da considerare nella stima indica  $n = 6$  come il miglior risultato; in figura 6.3 sono riportati con diagrammi a dispersione sia i risultati della validazione 3FCV del TND (grafico piccolo in basso a sinistra) che delle FDCs adimensionali (grafico grande centrale), curve riferite ciascuna a 27 punti di campionamento. Per entrambe sono riportati i valori di NSE (e anche LNSE per le FDCs adimensionali) calcolati con le (4.10) come efficienze globali. Sorprendentemente, nonostante la prestazioni del Top-kriging nella stima del TND non siano pienamente soddisfacenti, essendo  $\text{NSE} = 0.46$ , ciò non si riflette allo stesso modo nella stima delle curve, che, anzi, presentano efficienze pienamente soddisfacenti,



**Figura 6.3:** Stima delle FDCs in cross-validazione 3FCV: valori empirici contro valori stimati di portata adimensionale (grafico centrale); valori empirici contro valori cross-validati di TND (grafico in basso a destra).

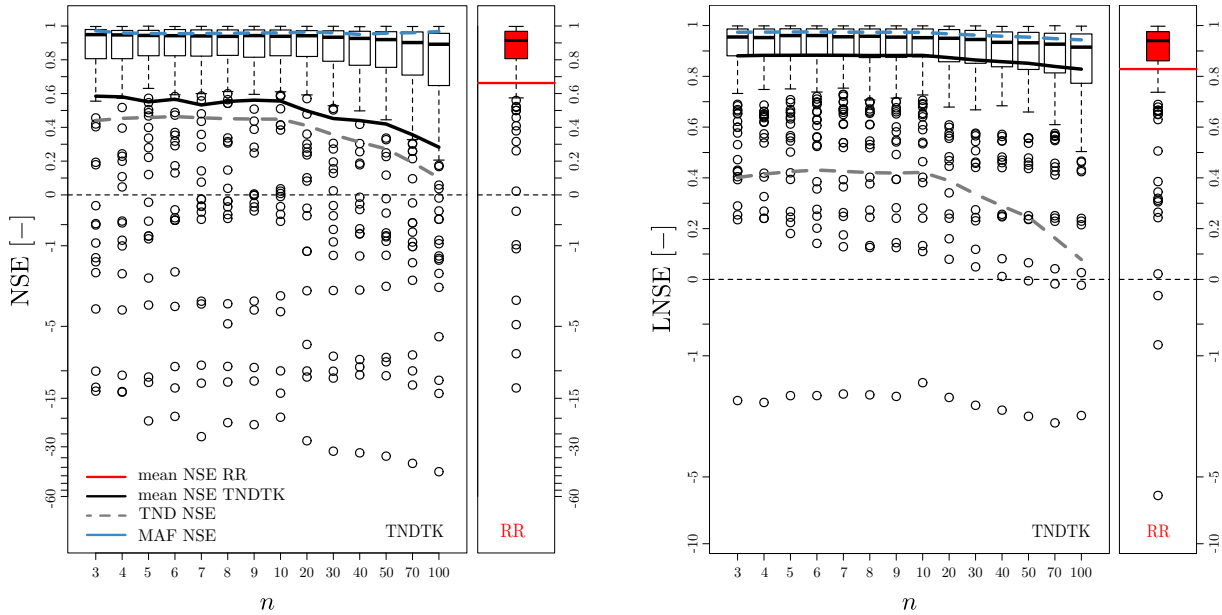
con NSE e LNSE rispettivamente pari a 0.852 e 0.812. Questo comportamento suggerisce che lo schema di ponderazione individuato con il Top-kriging, produce valore aggiunto se usato per interpolare FDCs.

## 6.3 Risultati

Per quanto riguarda il TNDTK, le stime geostatistiche di FDCs in siti non strumentati sono state ottenute, in cross-validazione e per ogni sito dell'area di studio, moltiplicando per ciascun bacino la stima della curva di durata adimensionale  $\psi(x_0, d)$  con la stima della portata media  $MAF(x_0)$  (v. par. 4.9).

### 6.3.1 Confronto delle efficienze locali per sito al variare di $n$

La figura 6.4 mostra le distribuzioni degli indici di efficienza NSE e LNSE calcolati localmente per ciascuno dei 182 siti con le (4.12) per entrambe i modelli considerati, in particolare per il TNDTK è mostrata anche la variazione delle distribuzioni di efficienza al variare del numero di stazioni  $n$  vicine, con  $n = 3, \dots, 100$ .



**Figura 6.4:** Distribuzioni locali per sito di efficienza NSE (sinistra) e LNSE (destra) in funzione del numero di stazioni vicine  $n$  utilizzate nell'interpolazione delle FDCs con TNDTK. I valori di efficienza sono rappresentati con un *box-and-whiskers plot* che sintetizza graficamente il I, II (mediana), III quartile e 1.5 volte il *range* inter-quartile con il tracciato tratteggiato. I cerchi neri indicano punti estremi delle distribuzioni. La linea nera continua illustra la media al variare di  $n$ ; le linee grige e ciano tratteggiate indicano rispettivamente le prestazioni kriging del TND e del MAF. Le prestazioni di stima del modello RR sono illustrate in rosso con gli stessi strumenti grafici.

Per il TNDTK si osserva che, sia per NSE che LNSE, la prestazione media (individuata dalla media campionaria delle distribuzioni a ciascun passo  $n$ ) tende a decrescere al crescere di  $n$ , specialmente con  $n \geq 10$ . Infatti, il minimo NSE, pari a 0.282, si verifica per  $n = 100$ , mentre i migliori risultati sono ottenuti per  $3 \leq n \leq 8$ , con la media e la mediana di NSE che variano, rispettivamente da 0.556 a 0.585 e da 0.939 a 0.949. LNSE, che è generalmente maggiore di NSE, si mantiene in valore medio sempre al di sopra di 0.8, con un massimo di 0.883 per  $n = 6$ , mentre i valori mediani sono sempre sopra 0.91, con un massimo di 0.961 per  $n = 6$ . Inoltre, la tendenza all'impoverimento di prestazioni (in media) con  $n$  crescenti è accompagnata anche da una crescente produzione di *outliers*, ovvero di valori particolarmente negativi di NSE. Il motivo principale di un comportamento così dipendente dal numero di stazioni è molto probabilmente da attribuire all'andamento del TND (linea grigia), anch'esso decrescente con  $n$ . È importante sottolineare che, a differenze del TND e delle FDCs, la stima del MAF con Top-kriging (linea tratteggiata color ciano) non sembra essere affetta da alcuna dipendenza da  $n$  e mostra risultati molto buoni, con efficienze NSE e LNSE pari in media rispettivamente a 0.959 e 0.966.

I valori di NSE sono simili per TNDTK e per RR, anche se TNDTK mostra un'accuratezza di stima in media inferiore rispetto a RR. Infatti, RR produce una media di NSE locali pari a 0.662 mentre per TNDTK ( $n = 6$ ) è pari a 0.585. Le mediane risultato più equilibrate: 0.914 e 0.949 rispettivamente per RR e TNDTK. Notoriamente NSE è particolarmente sensibile ai valori estremi, specialmente se si considera l'intero intervallo di portate, dalle piene alle magre, per un dato bacino. Pertanto, un'analisi più accurata di LNSE, che è molto meno sensibile ai valori estremi, risulta necessaria in quanto consente una valutazione globale sulla bontà della stima prodotta dai modelli. I valori di LNSE mostrano prestazioni sostanzialmente equilibrate, se non migliori da parte di TNDTK. Infatti, il valore medio per TNDTK raggiunge un massimo di LNSE pari a 0.883 con  $n = 6$ , mentre per RR è pari a 0.829. Le mediane valgono invece 0.961 e 0.940 rispettivamente per TNDTK e RR. Sicuramente è possibile affermare che le migliori prestazioni di NSE e LNSE per TNDTK si hanno impostando  $n = 6$ , per questo motivo si prenderà in considerazione questo risultato quando TNDTK è richiamato.

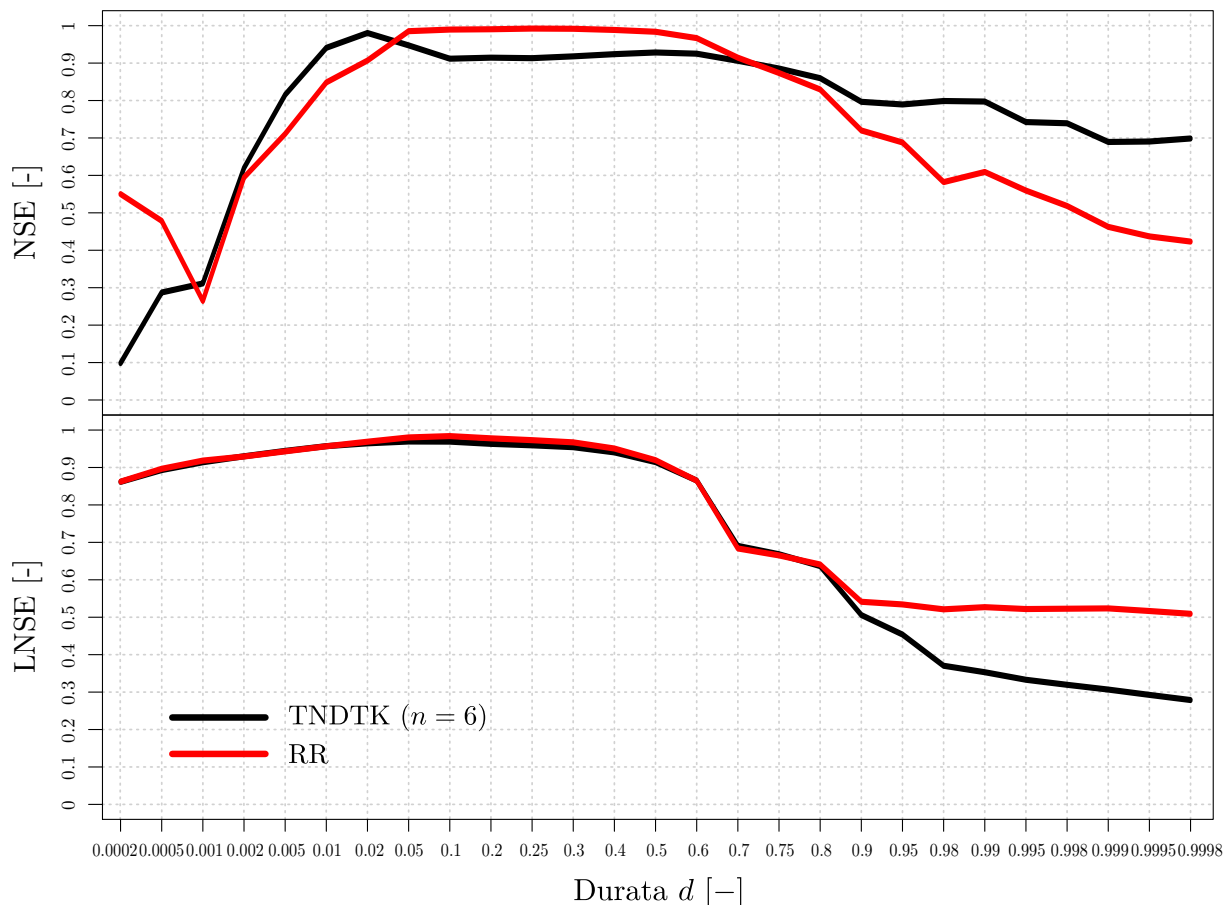
### 6.3.2 Confronto delle efficienze locali per durata

In aggiunta ad un confronto locale per sito è possibile sviluppare una analisi comparativa sulla base di efficienze calcolate per durata, ovvero l'efficienza che si ottiene per ciascun quantile della curva di durata nell'area di studio. Tuttavia, è doveroso sottolineare che le distribuzioni delle efficienze ottenute con l'una (per sito) o l'altra (per durata) tecnica hanno significato diverso: la prima descrive l'efficienza in uno specifico sito, la seconda può risentire maggiormente l'impatto di siti per i quali la stima è completamente sbagliata. La figura 6.5 mostra i risultati per NSE e LNSE calcolati per ciascun quantile al variare dei 182 siti dell'area di studio. Per durate  $0.7 \leq d \leq 1$  e  $0.001 \leq d \leq 0.02$  il TNDTK ottiene prestazioni migliori di RR, mentre RR va meglio per i deflussi mediani, con durate  $0.05 \leq d \leq 0.7$  e per le piene elevate,  $d < 0.001$ . Nonostante questa variabilità, la maggior parte delle differenze tra i due modelli si mostrano per  $d > 0.8$ , dove il TNDTK ottiene apparentemente il miglior risultato per i deflussi di magra.

Tuttavia, analizzando l'efficienza dei deflussi logaritmici LNSE le prestazioni sono tecnicamente le stesse fino a  $d = 0.8$ , ma per  $d > 0.8$  i risultati sono ribaltati con RR che prevale sul TNDTK per la stima dei deflussi di magra.

### 6.3.3 Valutazione dell'errore di stima

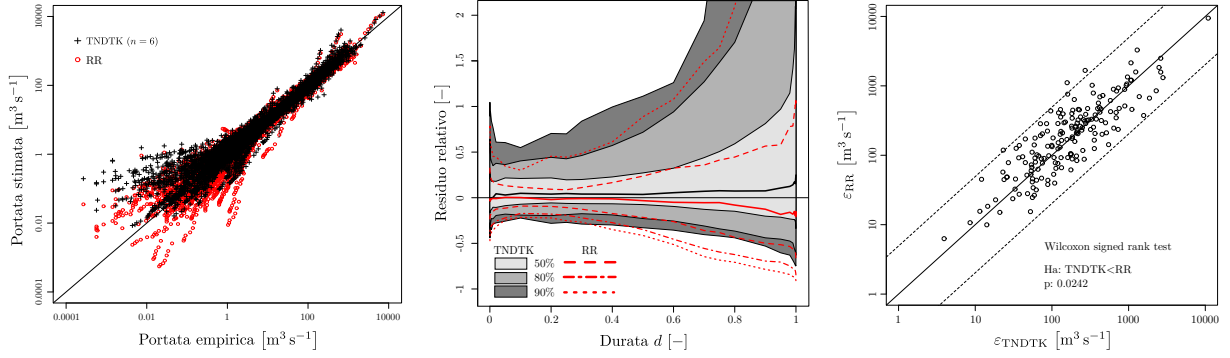
La figura 6.6 spiega meglio il comportamento anomalo riscontrato in figura 6.5. Nel grafico in alto è riportato un diagramma a dispersione in scala bi-logaritmica tra le portate



**Figura 6.5:** Efficienze di stima per deflussi naturali (NSE, sopra) e log-trasformati (LNSE, sotto) calcolate per ciascuna delle 27 durate considerate per TNDTK (linea nera) e RR (linea rossa).

empiriche (asse  $x$ ) e le portate stimate (asse  $y$ ) con il TNDTK (croci nere) e RR (cerchi rossi). La sovrapposizione delle due serie conferma nuovamente la sostanziale equità di prestazioni tra i due metodi a confronto, che presentano efficienze di NSE medie pari a 0.566 e 0.662, e LNSE medio pari 0.883 e 0.829, rispettivamente per TNDTK e RR (v. anche tab. 6.2). Tuttavia, la variabilità delle prestazioni è più marcata nel regime delle magre, tanto che TNDTK tende a sovrastimare, più di RR, queste portate. Il grafico in mezzo di figura 6.6 mostra i residui relativi compiuti per ciascuno dei 27 valori di durata. Questo grafico conferma la tendenza alla sovrastima per le magre da parte di TNDTK, tuttavia, anche se in misura minore, RR tende ugualmente alla sovrastima nello stesso *range* di durata. Nello stesso grafico si nota una differenza, seppur minima, tra TNDTK e RR che sta nel segno dell'errore medio: quello del TNDTK (linea nera) è positivo e la linea è più vicina all'asse  $x$  rispetto a quello di RR, che ha segno negativo (linea rossa) e presenta un'ampiezza leggermente maggiore, specialmente per le durate elevate.

La tabella 6.2 riporta l'ampiezza delle area sottese dalle fasce di errore illustrate in figura 6.6 (grafico in mezzo). Questa metrica può essere interpretata come l'errore medio



**Figura 6.6:** Confronto tra FDC dimensionali stimate in cross-validazione con TNDTK e RR: (sinistra) diagramma a dispersione tra portate empiriche e stimate; (in mezzo) fasce di errore in funzione della durata contenenti il 50, 80 e 90% dell'errore si stima e la mediana (linea continua); (destra) errore globale sito-specifico calcolato con l'eq. (4.14)

sulla durata ad un fissato livello di confidenza. Una sostanziale equivalenza si ottiene per le fasce di errore del 50 e 80%. Il valore dell'area per la fascia del 90%, che è quella che compete ai valori delle portate basse o bassissime, risulta doppio per il TNDTK rispetto a RR. Quest'ultima valutazione supporta ancora una volta la maggiore tendenza alla sovrastima del TNDTK.

Infine, l'ultimo grafico in figura 6.6 mostra il confronto fatto sito per sito applicando la metrica (4.14) che esprime la distanza globale tra una curve stimata ed empirica. TNDTK mostra prestazioni migliori per 109 siti su 182 ( $\simeq 60\%$ ); il risultato è confermato anche applicando il test di significatività statistica di Wilcoxon (*Wilcoxon signed rank test*) secondo il quale l'ipotesi nulla che gli errori del TNDTK sono più grandi di RR può essere rigettata con un livello di significatività del 5% ( $p$ -value pari a 0.0242). Tuttavia è bene sottolineare che questa metrica è influenzata per lo più dai deflussi di piena, che sono tipicamente associati ai valori maggiori, quindi potrebbe verosimilmente non essere in grado di valutare le prestazioni per i deflussi di magra.

**Tabella 6.2:** TNDTK vs. RR: accuratezza di stima di portate naturali (NSE) e log-trasformate (LNSE); ampiezza delle area associate con le fasce che raccolgono il 50, 80 e 90% dell'errore della fig. 6.6.

	TNDTK	RR
NSE	0.566	0.662
LNSE	0.883	0.829
Area 50%	0.528	0.547
Area 80%	1.422	1.289
Area 90%	3.756	1.929

## 6.4 Discussione

I risultati ottenuti dall'applicazione dei due metodi, geostatistico l'uno (TNDTK) e tradizionale di regressione lineare multivariata l'altro (RR), rivelano che i due approcci hanno prestazioni simili a prescindere da una specifica scelta di impostazione dei modelli. Essi possono essere ragionevolmente considerati l'un l'altro interscambiabili, perché mostrano gli stessi risultati per la maggior parte dei regimi di portata, dalle piene alle magre, ad eccezione delle durate  $d > 0.95$ . In corrispondenza delle durate elevate, infatti, che rappresentano regimi dominati principalmente da deflussi sub-superficiali, i due metodi possono essere ritenuti l'un l'altro complementari, come dimostrato da NSE e LNSE nella figura 6.5.

Uno degli aspetti più interessanti, evidenziato dall'analisi comparatistica tra i modelli considerati, è che entrambe i metodi presentano solo per qualche sito valori negativi di efficienza NSE e LNSE. Ad esempio, TNDTK ne produce 10/182 e 1/182, rispettivamente se si considera NSE o LNSE, mentre per RR risultano 7/182 e 3/182, valori negativi di NSE e LNSE rispettivamente. Le mappe in figura 6.7 riportano i siti dove i valori negativi sono stati ottenuti per ciascun modello. Nelle mappe, quella centrale e quelle laterali, si riportano 4 diverse combinazioni:

- a) l'intersezione di tutti i siti per i quali si ottengono valori negativi di NSE prodotti da TNDTK e RR ( $\{\mathbf{x} : \text{NSE}_{\text{TNDTK}} < 0 \cap \text{NSE}_{\text{RR}} < 0\}$ )
  - b) l'intersezione di tutti i siti per i quali si ottengono valori positivi di NSE per TNDTK e negativi per RR ( $\{\mathbf{x} : \text{NSE}_{\text{TNDTK}} > 0 \cap \text{NSE}_{\text{RR}} < 0\}$ )
  - c) l'intersezione di tutti i siti per i quali si ottengono valori negativi di NSE per TNDTK e positivi per RR ( $\{\mathbf{x} : \text{NSE}_{\text{TNDTK}} < 0 \cap \text{NSE}_{\text{RR}} > 0\}$ )
- centro** l'unione di tutti i siti per i quali si ottengono valori di LNSE minori di 0.5 per TNDTK e RR ( $\{\mathbf{x} : \text{LNSE}_{\text{TNDTK}} < 0.5 \cup \text{NSE}_{\text{RR}} < 0.5\}$ )

Nella prima combinazione (a) si nota come i siti associati alle peggiori prestazioni per entrambe i metodi sono posizionati nelle zone periferiche dell'area di studio e sono raggruppati in due zone climatiche nettamente diverse: il gruppo a sud presenta clima umido, quello a nord, invece, continentale. Inoltre, questi siti sono associati a bacini idrografici con area drenante o molto piccola o molto grande. È chiaro che l'area drenante, la mutua posizione dei bacini, la struttura annidata e le differenze climatiche giocano un ruolo fondamentale sia per TNDTK che per RR nella stima delle FDCs in bacini non strumentati. Inoltre, entrambe presentano prestazioni poco soddisfacenti in relazione alla bassa densità delle stazioni di misura (circa 0.05 stazioni ogni 100 km<sup>2</sup>, v. anche Castiglioni et al., 2011; Parajka et al., 2015). La tabella 6.3 presenta una sintesi dei siti nei quali si



ottengono NSE negativi riportando per questi sia l'area drenante, sia una variabile logica (sì/no) che indica se il sito in questione fa parte di una struttura annidata.

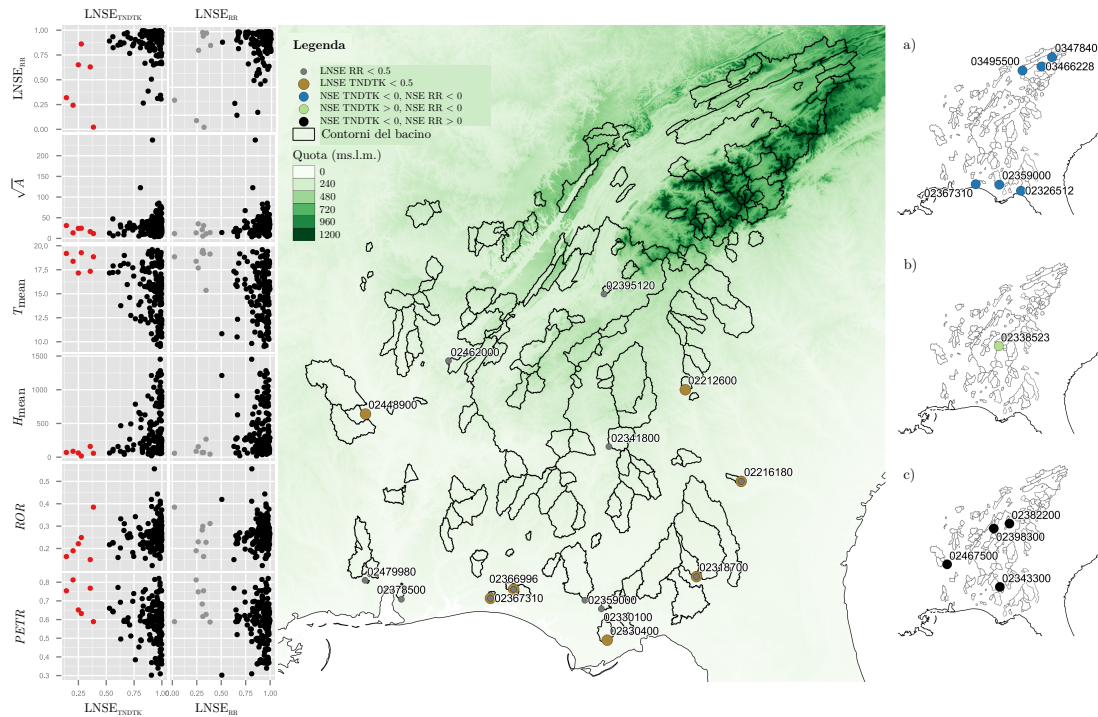
**Tabella 6.3:** Focus sui siti per i quali sia TNDTK che RR riportano NSE negativi (vedi anche la mappa in figura 6.7). Da sinistra a destra, le colonne riportano rispettivamente il codice identificativo dei bacini (ID), l'area drenante ( $A$ ), un valore logico che dice se il bacino è annidato (NEST) e il raggruppamento delle cross-validazione (GCV).

	ID	$A$ [km <sup>2</sup> ]	NEST	GCV	NSE <sub>TNDTK</sub> [–]	NSE <sub>RR</sub> [–]
Bacini a sud	02367310	99	No	2	-12.89	-7.71
	02359000	2946	No	1	-3.57	-0.24
	02326512	2868	No	3	-9.38	-4.86
Bacini a nord	03466228	55	No	3	-0.41	-0.97
	03495500	15041	Sì	2	-19.47	-12.89
	03478400	106	Sì	2	-1.86	-3.20

Ad esempio, i siti 03495500 e 03478400 sono annidati e, pertanto, dovrebbero beneficiare dell'informazione sul reticolo idrografico. Tuttavia, la differenza tra i siti citati in termini di area drenante è di più di tre ordini di grandezza; in più, entrambe appartengono allo stesso raggruppamento nella validazione 3FCV (i.e. gruppo 2). Come anticipato, il variogramma teorico viene ricalcolato in ciascuna delle tre iterazioni dell'algoritmo di validazione, e quindi la stima di uno dei due non beneficia dell'informazione derivata dall'altro, e vice versa. Queste considerazioni potrebbero essere estese in via del tutto generale a tutti i bacini annidati che appartengono allo stesso raggruppamento. Inoltre, quando questi due siti sono rimossi dal dataset il variogramma teorico cross-validato non riesce a catturare la variabilità globale dell'area drenante, producendo un effetto negativo sulle prestazioni finali.

Al contrario, efficienze negative ottenute per i bacini del sud possono essere ragionevolmente attribuite alle variazioni climatiche e geomorfologiche. Un ragionamento analogo potrebbe essere fatto per i 4 bacini associati ai valori di NSE molto bassi prodotti da TNDTK (punti neri); la combinazione di bacini di piccola taglia e la variazione climatica non trascurabile potrebbe inficiare la capacità del modello di stimare la variazione del regime di portata. Detto ciò, è utile investigare come questi meccanismi influenzano la stima delle curve di durata.

La figura 6.7 (grafici a sinistra) suggerisce che esiste una tendenza climatica associata alle prestazioni più basse. Per entrambe i metodi, sono riportati il valori di LNSE contro una serie di variabili descrittive del clima (una lista completa di variabili può essere trovata in Falcone, 2011): l'area del bacino sotto radice,  $\sqrt{A}$  (km<sup>2</sup>), la temperatura media del



**Figura 6.7:** Efficienze di Nash-Sutcliffe in scala naturale (NSE, destra) e logaritmica (LNSE, centro) per diverse combinazioni di risultati in riferimento agli indici NSE e LNSE; a sinistra si mostrano gli LNSE (compresi tra 0 e 1) per TNDTK e RR contro la radice dell'area drenante ( $\sqrt{A}$ ), la temperatura media ( $T_{\text{mean}}$ ), la quota media ( $H_{\text{mean}}$ ), il coefficiente di ritenzione ( $ROR$ ) e l'evapotraspirazione potenziale ( $PETR$ ).

bacino,  $T_{\text{mean}}$  ( $^{\circ}\text{C}$ ), la quota media del bacino,  $H_{\text{mean}}$  (m), il coefficiente di ritenzione del bacino, noto in letteratura come *Run-Off Ratio*  $ROR = \frac{\text{MAF}}{\text{MAP}}$  (–) e il coefficiente di evapotraspirazione potenziale,  $PETR = \frac{\text{PET}}{\text{MAP}}$  (–) (v. Budyko, 1974). I valori di  $0 < \text{LNSE} < 0.5$  sono messi in risalto con colore rosso per TNDTK e grigio scuro per RR, mentre la mappa riporta tutti i siti che corrispondono ai valori di  $\text{LNSE} < 0.5$ . Come si può notare dalla figura i siti in questione presentano area drenante piccola o molto piccola, e sono caratterizzati da una temperatura media elevata, bassa quota media del bacino, alta capacità di ritenzione (basso coefficiente di run-off) e alta evapotraspirazione. Per il fatto che sia ROR che PETR riassumono prevalentemente il bilancio idrico medio di un dato bacino, segue che il regime di portate dei bacini più a sud è dominato da deflussi sub-superficiali, insieme ad una forte capacità di immagazzinamento. Inoltre, il clima umido aumenta la variabilità stagionale dei deflussi (Ponce et al., 2000; Berghuijs et al., 2014). Stesso discorso vale per il metodo regionale di regressione lineare. Concludendo, è verosimile che il deflusso sotterraneo insieme a variazioni climatiche significative lungo la direzione NE-SO possono influenzare, anche pesantemente, la stima del regime di magra e delle curva di durata per entrambe i metodi.

# Capitolo 7

## Applicazione III: correzione di serie temporali simulate

Nei capitoli 5 e 6 si è visto come il metodo innovativo proposto sia sufficientemente adeguato per la stima delle curve di durata in bacini non strumentati producendo stime non deviate delle curve. Si è inoltre osservato che il metodo ha prestazioni praticamente simili o in qualche caso migliori rispetto ai metodi che la recente letteratura propone come riferimento teorico alla soluzione del problema. In questo capitolo il metodo proposto verrà applicato come modulo integrativo di un modello di stima in bacini non strumentati di serie temporali di portata, al fine di migliorare la capacità di simulare serie attendibili, prodotte ad es. da un modello afflussi-deflussi.

### 7.1 Il progetto SWITCH-ON e il modello EHYPE

Recentemente, il metodo sviluppato con questo lavoro di ricerca, è stato proposto come uno dei metodi applicabili nell'ambito del progetto Europeo *Sharing Water-related Information to Tackle Changes in the Hydrosphere - for Operational Needs* (SWITCH-ON, <http://www.water-switch-on.eu/>). Il progetto, finanziato dalla Comunità Europea (CE), ha come obiettivo l'uso di *Open Data* in esperimenti collaborativi tra università consorziate per la produzione di strumenti, per lo più informatici, di gestione e sviluppo delle risorse idriche. Tra gli esperimenti proposti nei quali l'Università di Bologna è partner attiva, si vedrà in dettaglio quello sulla stima delle curve di durata a scala Europea, chiamato *Geostatistical Enhancement of European Hydrological Predictions* (GEEHP), che ha come obiettivo il miglioramento della capacità di stima di serie simulate in un determinato sito della rete idrografica, a partire dalla conoscenza della curva di durata per lo stesso sito.

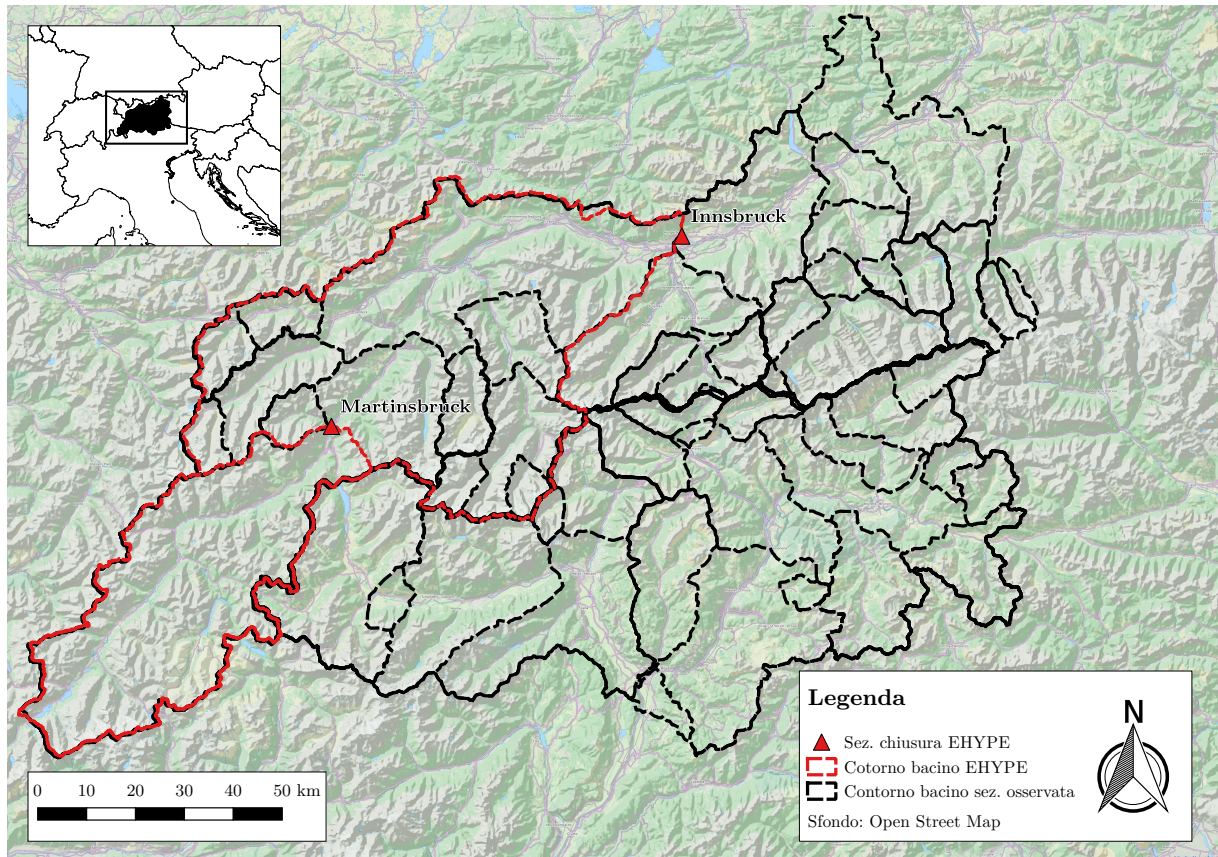
Il modello afflussi-deflussi che viene preso in considerazione, sia in questo che in altri esperimenti, è il modello *Hydrological Predictions for the Environment* (HYPE), in particolare ci si riferirà alla sua variante Europea (EHYPE, <http://hypeweb.smhi.se/>; v. anche Donnelly et al., 2015). Questo modello è stato sviluppato ed è mantenuto costantemente aggiornato, con rilasci annuali, dallo *Swedish Meteorological and Hydrological Institute* (SMHI) ed ha diverse caratteristiche uniche: (1) funziona alla scala di sottobacino, (2) è applicato su tutto il territorio europeo e (3) produce simulazioni in continuo di numerose variabili idrologiche, tra le quali citiamo le portate giornaliere, la temperatura dell'acqua e una serie di elementi chimici per la valutazione della qualità delle acque; si trovano poi anche una serie di indici climatici medi come le precipitazioni, la temperatura dell'aria e l'evapotraspirazione. Il modello è completamente *open access* e *web-based*, basta navigare tra le schede del sito e dalle mappe tematiche scaricare le serie temporali o gli indici di interesse.

Per quanto riguarda le portate fluviali, sono disponibili serie simulate di portata media giornaliera per almeno 30 anni di dati, che vanno dal 1979 al 2010, disponibili su un dominio spaziale che comprende tutta l'Europa, con una densità di punti simulati elevatissima. È possibile, infatti, ottenere indistintamente simulazioni per bacini di testata, piccoli o molto piccoli, o bacini di medie dimensioni come il Po a Pontelagoscuro, o come anche di grandissima dimensione come il Danubio all'foce. Si rimanda ai riferimenti citati per approfondimenti sulla composizione del modello.

L'esperimento GEEHP è strutturato in due fasi successive: dopo la raccolta e l'organizzazione dei dati a disposizione, la prima fase prevede la messa a punto del metodo di stima delle curve di durata a partire da dati di portata osservati e raccolti in prossimità dei bacini di EHYPE; in una seconda fase sono stati selezionati due punti del dataset di EHYPE, utilizzati come punti di calibrazione del modello afflussi-deflussi, e si è sviluppato un metodo di correzione dei residui sfruttando la tecnica geostatistica di stima della curva di durata.

## 7.2 Area di studio

Nel presente esperimento è stata applicata la procedura geostatistica TNDTK su un'ampia regione alpina che abbraccia parzialmente i territori di Italia, Austria e Svizzera, centrata in Tirolo, e che include 51 stazioni di misura. L'analisi fa capo a due tipologie di serie di dati: portate giornaliere osservate e portate giornaliere simulate da EHYPE. La figura 7.1 mostra la distribuzione spaziale dei bacini sull'area di studio, riportando i contorni dei bacini per la rete EHYPE in rosso e i contorni dei bacini corrispondenti



**Figura 7.1:** Area di studio applicazione III: Tirolo (Austria/Italia). Distribuzione spaziale di bacini idrografici rappresentati dai contorni dei bacini relativi alle serie simulate dal modello EHYPE (rosso) e alle serie osservate (nero).

alle stazioni di misura in nero. Dalla rete EHYPE, che ricordiamo essere distribuita su tutta Europa, sono state selezionate due sezioni di chiusura, una nei pressi di Innsbruck e l'altra vicino Martinsbruck (entrambe in Austria, v. fig. 7.1), per le quali l'SMHI ha reso disponibili le serie osservate utilizzate per calibrare EHYPE nella zona oggetto di studio.

Il dataset di serie di portate giornaliere osservate, rappresentate dai bacini dal contorno nero in figura 7.1, è il risultato dell'unione di fonti diverse: per il versante italiano sono disponibili i dati dal 1990 al 2010 del servizio Idro-Meteo-Clima della Provincia autonoma di Bolzano, i dati del versante austriaco provengono invece dal servizio idrologico locale e vanno dal 1980 al 2009.<sup>1</sup> La lunghezza media delle serie di portata è pari a circa 20 anni e per le quali si ipotizza uno scarso effetto di disturbo da parte di piccoli invasi artificiali presenti nelle zone più a monte.

Le serie simulate disponibili per le due stazioni EHYPE coprono 32 anni, mentre le

<sup>1</sup>È possibile, infatti, notare in fig. 7.1 un leggero *off-set* nei contorni dei bacini proprio nelle vicinanze del confine italo-austriaco, per motivi legati sia alla diversa georeferenziazione che alla digitalizzazione dei contorni.

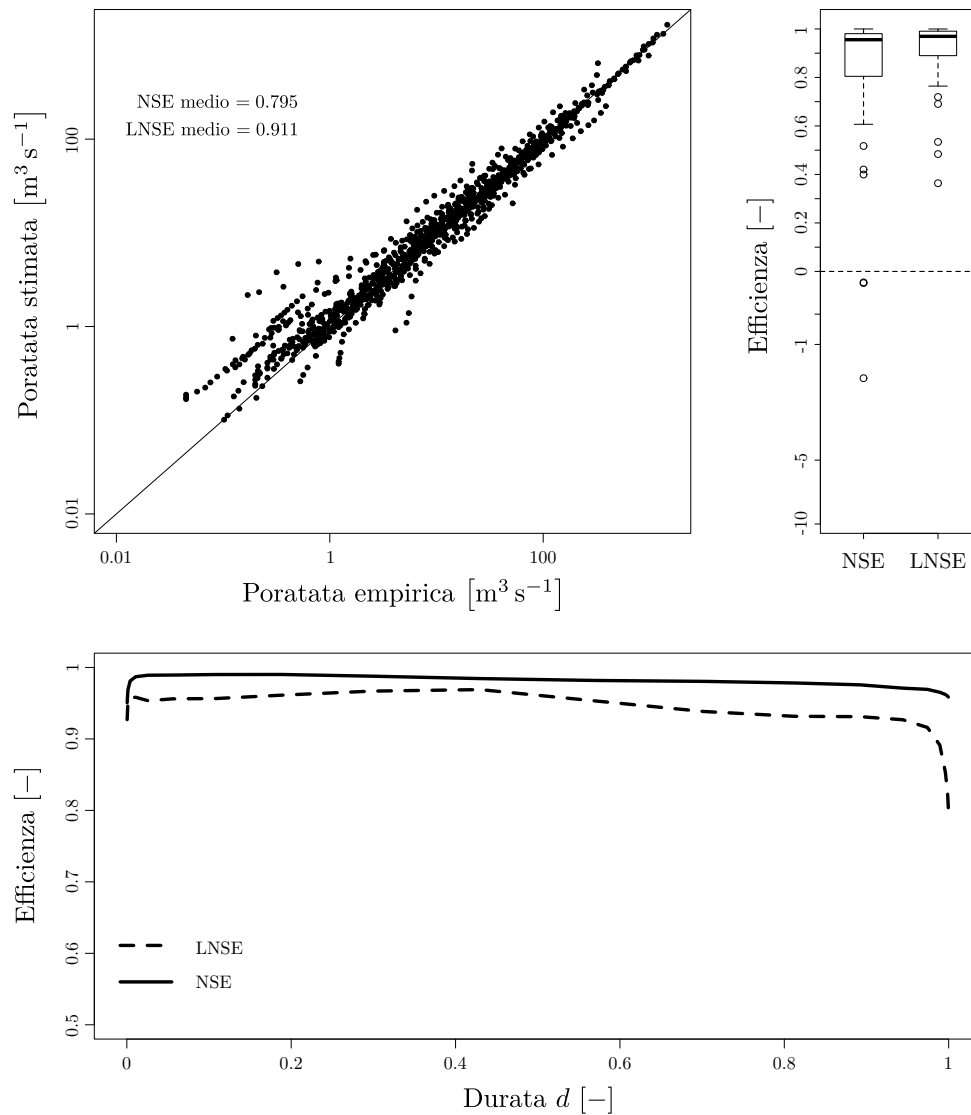
serie osservate utilizzate per la calibrazione del modello hanno lunghezze pari a 32 anni, i.e. dal 1979 al 2010, per la serie osservata della sezione di Martinsbruck e 31 per quella di Innsbruck, i.e. dal 1979 al 2009. Chiaramente il confronto con le serie simulate terrà in conto della diversa estensione della finestra temporale per le due stazioni, ovvero si scarcerà l'ultimo anno di simulazione per la stazione di Innsbruck.

### 7.3 Stima delle curve di durata con TNDTK

In questo paragrafo si darà solamente un breve accenno alla messa a punto della procedura di stima delle FDCs. Si rimanda alla lettura dei capitoli 5 e 6, nei quali la stessa procedura è illustrata con dovizia di particolari.

La prima fase dell'esperimento GEEHP prevede la messa a punto di un metodo in grado di stimare le curve di durata (FDCs) in siti non strumentati. Il modello TNDTK è stato applicato alla previsione delle FDC opportunamente standardizzate con la portata media annua (MAF). Ciò ha richiesto la preliminare applicazione del Top-kriging ai valori del TND, condotta calcolando prima il variogramma sperimentale raggruppato per classi di distanza, poi interpolando i dati empirici con il variogramma teorico "misto" esponenziale a 5 parametri (v. par. 3.3; Skøien et al., 2006). Diversamente dai casi precedenti si è scelto di non eseguire un'analisi preliminare di sensitività delle prestazioni alla variazione del numero  $n$  di stazioni vicine al punto *target*, pertanto, alla luce della stabilità che i risultati hanno mostrato negli altri casi studio, si è imposto fin da subito  $n = 6$  come miglior parametro di controllo del "vicinaggio". Le stime delle FDCs sono state condotte utilizzando lo schema di ponderazione ottimale della cross-validazione dei valori di TND. In questo caso è stata implementata una procedura di validazione LOOCV (v. 4.3.1) al fine di simulare condizioni non strumentate per ciascun punto dell'area di studio e per testare quantitativamente la robustezza e affidabilità del TNDTK. Analogamente, per gli stessi siti per i quali sono state ottenute le FDC standardizzate predette, è stato applicato il Top-kriging per la previsione del MAF usando le stesse impostazioni adottate per la stima delle FDCs adimensionali (i.e. variogramma teorico, vicinaggio, etc.). Così facendo si sono ricostruite le FDCs dimensionali per l'intera area in esame. Al fine di valutare quantitativamente le prestazioni del modello, si è fatto riferimento all'efficienza di Nash-Sutcliffe, valutata localmente per ciascun sito, sia in scala naturale (NSE) che logaritmica (LNSE) (v. par. 4.3.2). La figura 7.2 mostra il diagramma a dispersione tra i quantili di portata osservati (asse  $x$ ) e stimati (asse  $y$ ) per la regione del Tirolo, campionando le curve a 20 punti come illustrato nel par. 5.1.2. Dalla figura si nota un buon accordo tra i valori osservati e previsti, con NSE e LNSE che in media valgono rispettivamente circa

0.795 e 0.911. Anche la distribuzione di NSE e LNSE (v. *box-and-whiskers plot* di destra), a parte i valori negativi ottenuti per NSE per due soli bacini, mostra che per il maggior numero di bacini risulta avere una buona capacità di stima, con mediana superiore a 0.9 sia per NSE che per LNSE.



**Figura 7.2:** Cross-validazione del TNDTK per l'area di studio:(in alto a sinistra) diagramma a dispersione tra i quantili empirici (asse  $x$ ) contro i quantili cross-validati (asse  $y$ ); (in alto a destra) *box-and-whiskers plots* che rappresentano le distribuzioni spaziali degli indici di efficienza NSE e LNSE; (in basso) indici di efficienza NSE e LNSE calcolati per durata.

In basso in figura si riportano i valori di efficienza NSE e LNSE calcolati per ciascun quantile di durata fissata, al variare della durata  $d$ . Si nota che per entrambe si ottengono prestazioni molto buone indipendentemente dal regime di deflusso considerato. I valori medi di NSE e LNSE (mediati sulla durata) sono pari rispettivamente a 0.957 e 0.927 e, in ogni caso, sempre superiori a 0.920 e 0.803 (valori minimi).

## 7.4 Correzione dei residui

Nella seconda fase dell'esperimento, prendendo spunto dalla metodologia di ricostruzione delle serie di portata in siti non strumentati proposto da Smakhtin e Masse (2000), è stata sviluppata una tecnica in grado di stimare l'errore del modello per una serie simulata qualsiasi. Sebbene tale approccio sia facilmente generalizzabile, ci si è concentrati sul miglioramento delle prestazioni delle simulazioni EHYPE applicando il TNDTK come modello di riferimento per la previsione dei residui. L'idea di fondo è quella di modificare l'idrogramma EHYPE ottenuto in un certo sito  $x_0$ , calcolando per quel sito la differenza tra la FDC simulata da EHYPE,  $\hat{\Psi}_{\text{EHYPE}}(x_0, d)$ , e la FDC stimata mediante TNDTK,  $\hat{\Psi}_{\text{TNDTK}}(x_0, d)$ . Il risultato finale è una stima, per il sito  $x_0$ , dell'errore  $\varepsilon(x_0, d)$  in funzione della durata  $d$ . Esiste, quindi, una curva di durata dell'errore, che chiameremo *error-duration curve*,  $\varepsilon_{\text{DC}}(x_0, d)$ . La figura 7.3 illustra graficamente la procedura, che è composta dai seguenti passaggi:

1. data una serie storica di portate giornaliere generate da un modello, ad es. afflussi-deflussi come EHYPE (linea rossa nel primo quadrante di fig. 7.3), si seleziona uno specifico giorno  $\tilde{t}$ , relativo alla portata  $\tilde{Q}$ ;
2. dalla portata  $\tilde{Q}$ , si ricava il valore di durata  $\tilde{d}$  associato a  $\tilde{Q}$  ;
3. nota la FDC del modello afflussi-deflussi EHYPE (linea rossa nel secondo quadrante), dal valore di durata  $\tilde{d}$  si ricava l'errore  $\tilde{\varepsilon}$  dalla curva di durata d'errore  $\varepsilon_{\text{DC}}(x_0, d) = \hat{\Psi}_{\text{TNDTK}}(x_0, d) - \hat{\Psi}_{\text{EHYPE}}(x_0, d)$  (linea nera nel terzo quadrante);
4. si calcola il valore di portata modificata come la differenza  $\tilde{Q} - \tilde{\varepsilon}$ ;

iterando l'algoritmo per tutti i passi temporali si ottiene la serie di portate modificate (linea blu nel primo quadrante).

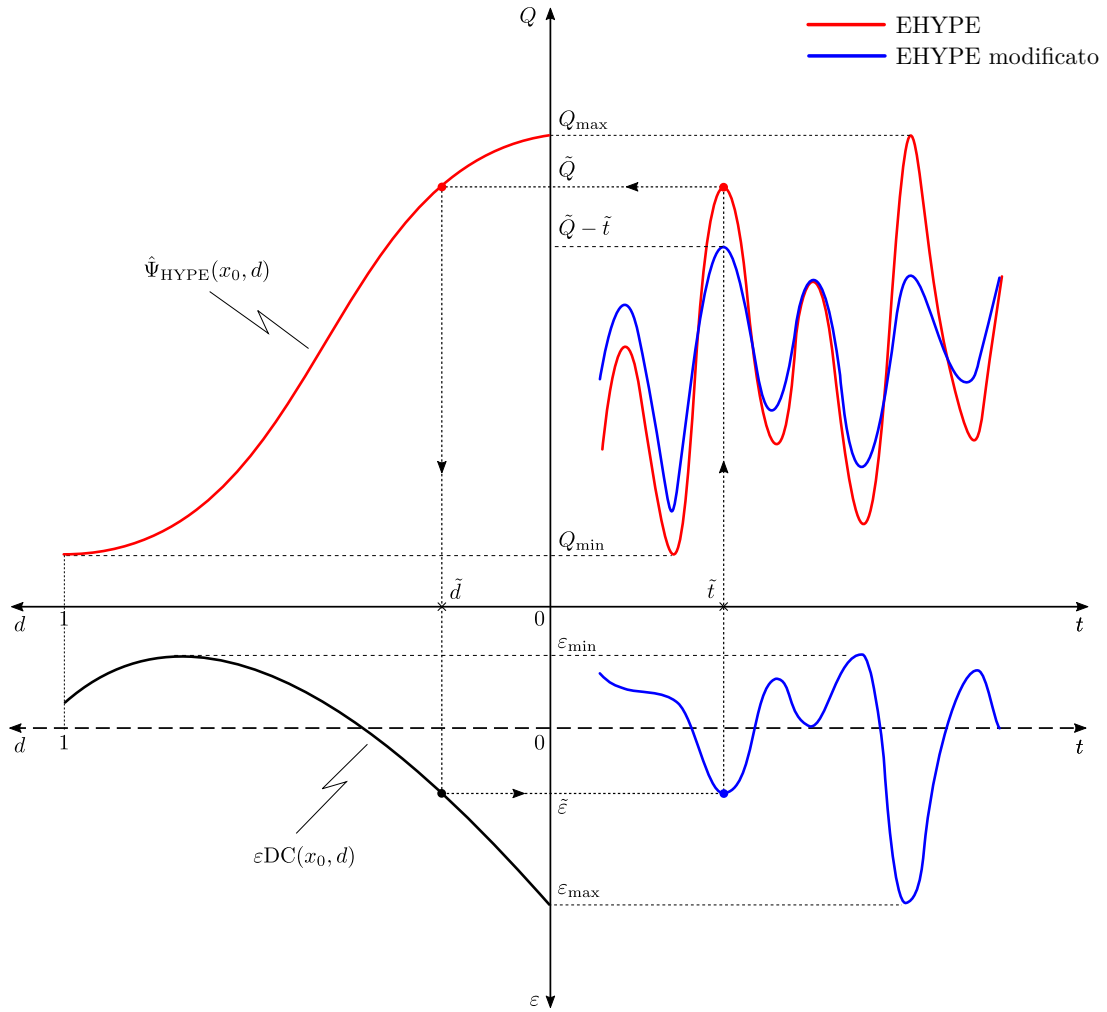
## 7.5 Analisi e risultati

La procedura di correzione descritta nel paragrafo precedente è stata applicata alle due sezioni tirolesi di Innsbruck e Martinsbruck, per le quali EHYPE indica scarse prestazioni del modello, con valori di NSE inferiori allo 0.<sup>2</sup> In particolare, i valori di NSE per tali due sezioni sono stati calcolati con riferimento alle corrispondenti serie osservate di portata media giornaliera aventi lunghezza rispettivamente di 31 anni (1979-2009) e 32 anni (1979-2010). Per ciascun sito è stata applicata la procedura TNDTK per stima delle FDCs

---

<sup>2</sup>La pagina web <http://hypeweb.smhi.se/europehype/model-performance/> mostra i risultati delle calibrazioni per tutti i siti d'Europa per i quali è stato ottimizzato EHYPE.



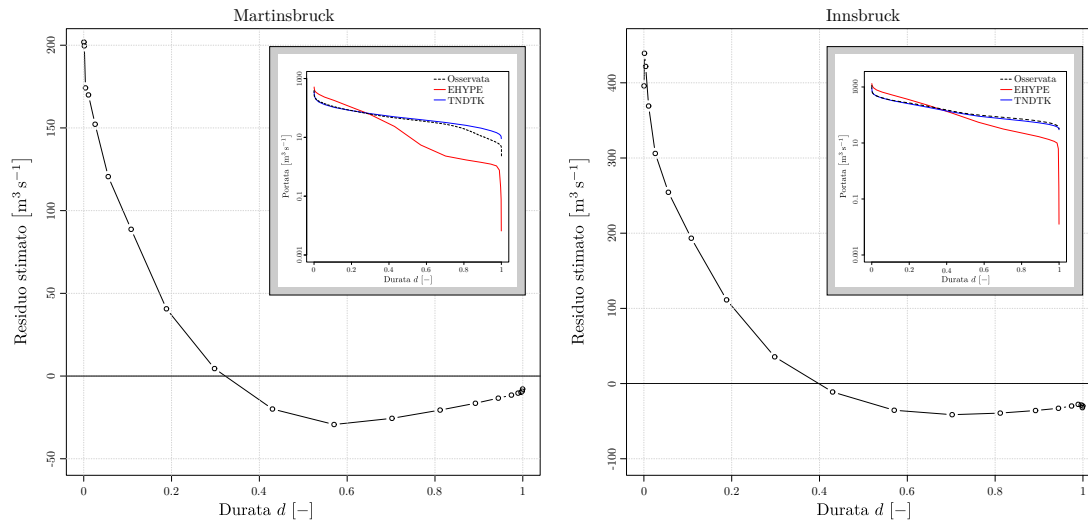


**Figura 7.3:** Grafico qualitativo che descrive la procedura di correzione dei residui per una serie simulata da EHYPE (linea rossa). La correlazione è valutata calcolando la differenza tra la FDC simulata da EHYPE  $\hat{\Psi}_{\text{EHYPE}}$  la FDC ottenuta con il metodo TNDTK  $\hat{\Psi}_{\text{EHYPE}}(x_0, d)$  per il sito di interesse:  $\varepsilon DC(x_0, d)$ .

considerando questi due siti come non strumentati.<sup>3</sup> In entrambi i casi, si osserva un buon accordo tra le FDC stimate con TNDTK e quelle empiriche, che risultano essere molto più vicine tra loro di quanto non accada in confronto alle FDC simulate da EHYPE (v. fig. 7.4). È importante notare che, anche se la procedura non richiede alcuna particolare restrizione alla risoluzione delle curve, le  $\varepsilon DC$ , come le FDCs, sono ottenute su 20 punti non equamente distanziati.

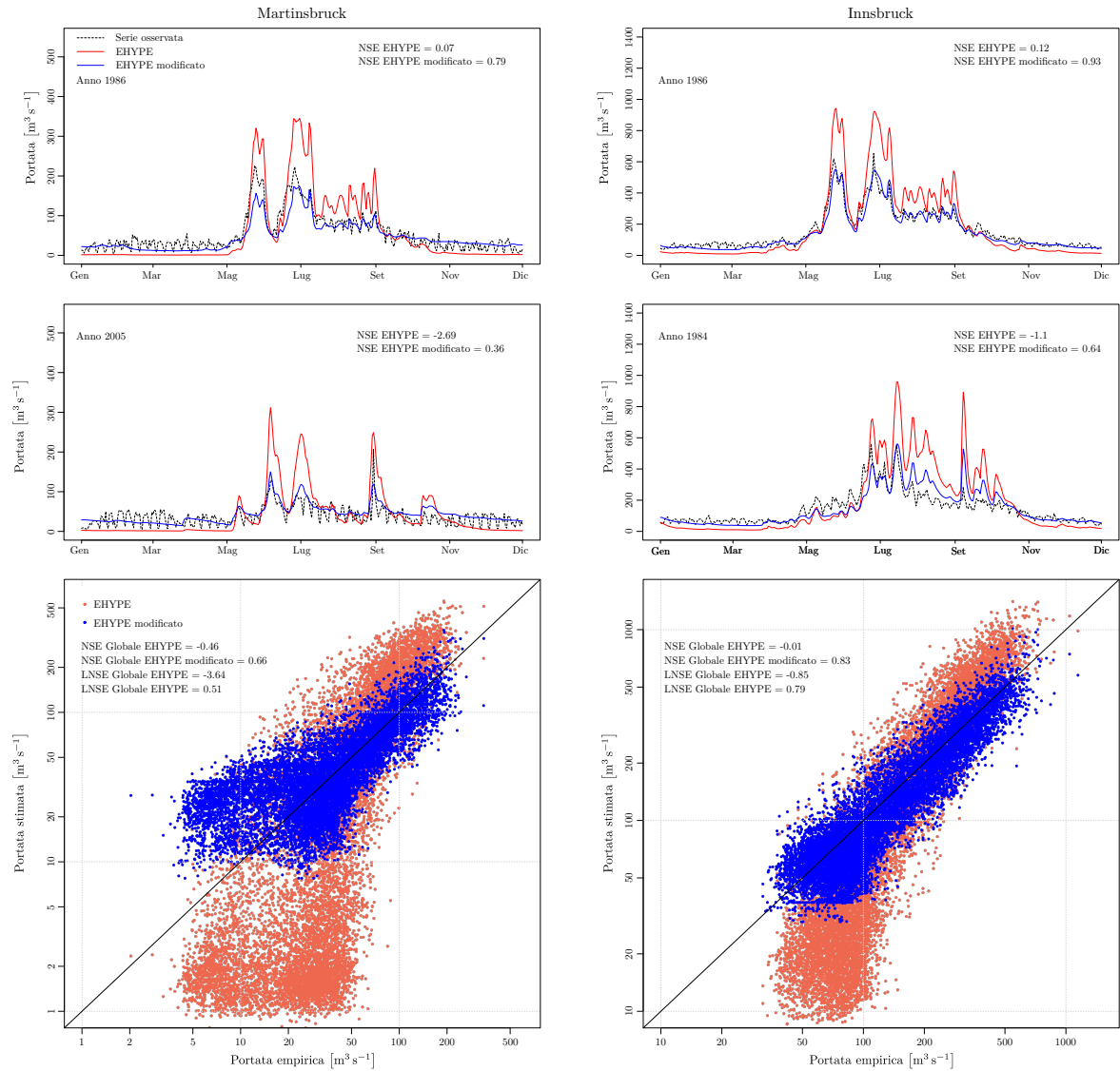
La figura 7.4 mostra le curve di errore ottenute nei due siti in oggetto. Per entrambi le  $\varepsilon DC$  mostrano errori positivi per durate basse e negativi per durate elevate, ad indicare che, per la regione in esame, il modello EHYPE tende a sovrastimare le portate di piena

<sup>3</sup>Si puntualizza che, ovviamente, le serie di portate osservate utilizzate per la calibrazione di EHYPE non fanno parte delle 51 stazioni di misura del dataset con le quali è stato costruito il modello TNDTK.



**Figura 7.4:** Applicazione delle procedura di calcolo delle curve di durata di errore per due siti del Tirolo: Martinsbruck (sinistra) e Innsbruck (destra). In ciascun grafico sono riportate, in alto a destra in piccolo, le FDCs osservate (linea nera tratteggiata), simulate da EHYPE (linea rossa) e simulate da TNDTK (linea nera).

e sottostimare quelle di magra. Le curve  $\varepsilon$ DC sono state successivamente impiegate seguendo la procedura illustrata nel par. 7.4 per calcolare la serie EHYPE modificata. La valutazione delle prestazioni del modello modificato, è stata eseguita calcolando gli indici NSE e LNSE sia con riferimento alle serie intere (1979-2009 per Innsbruck, 1979-2010 per Martinsbruck) sia anno per anno. I risultati (v. fig. 7.5) mostrano l'importante miglioramento delle prestazioni del modello ottenuto applicando la procedura proposta con la correzione dei residui. Nella stessa figura in basso sono riportati i diagrammi a dispersione ottenuti confrontando, su tutto il periodo di osservazione, le serie EHYPE (punti rossi) e EHYPE modificato (punti blu) con i valori osservati. Sebbene le prestazioni nella sezione di Martinsbruck risultino sempre inferiori a quelle del sezione di Innsbruck, si osserva un significativo incremento dei valori di NSE e LNSE in entrambi i casi: l'NSE globale passa da  $-0.007$  a  $0.833$  per Innsbruck e da  $-0.465$  a  $0.665$  per Martinsbruck, mentre LNSE va da  $-0.855$  a  $0.794$  nel primo e da  $-3.644$  a  $0.509$  nel secondo. Anche con riferimento ai singoli anni, il modello EHYPE modificato mostra in tutti i casi un netto miglioramento: i valori minimi di NSE passano da  $-1.160$  a  $0.637$  (Innsbruck) e da  $-2.691$  a  $0.365$  (Martisbruck) dopo la correzione, mentre per i massimi si passa da  $0.236$  a  $0.933$  (Innsbruck) e da  $0.236$  a  $0.788$  (Martisbruck). Si rimanda alla tabella 7.1 per un quadro completo del miglioramento della prestazioni sia in termini di NSE che LNSE.



**Figura 7.5:** (In basso) Diagrammi a dispersione tra le serie osservate (asse  $x$ ) e le serie simulate (asse  $y$ ) per le sezioni di Martinsbruck (sinistra) e Innsbruck (destra); nei grafici si riportano anche le prestazioni globali dei modelli in termini di efficienza NSE e LNSE. (In alto) Per le due sezioni si riportano serie di lunghezza un anno riferite a quegli anni per i quali si sono ottenuti rispettivamente il migliore (sopra) e il peggiore (sotto) risultato in termini di efficienza di stima per EHYPE modificato.

**Tabella 7.1:** Risultati della modellazione dei residui per le sezioni di chiusura di Martinsbruck e Innsbruck: i valori di efficienza NSE e LNSE sono calcolati sia considerando l'intero periodo di osservazione ("Globale", in alto), sia ad intervalli annuali ("Annuale", in basso), di cui si riporta la media, la mediana il valore minimo e massimo.

		Martinsbruck - ID: 9616191		Innsbruck - ID: 9605619	
		EHYPE	EHYPE modificato	EHYPE	EHYPE modificato
<i>Globale</i>					
	NSE	-0.465	0.665	-0.007	0.833
	LNSE	-3.644	0.509	-0.855	0.794
<i>Annuale</i>					
Media	NSE	-0.746	0.640	-0.098	0.821
	LNSE	-3.849	0.485	-0.907	0.783
Mediana	NSE	-0.464	0.661	0.026	0.842
	LNSE	-3.651	0.494	-0.709	0.787
Minimo	NSE	-2.691	0.365	-1.160	0.637
	LNSE	-9.300	0.132	-6.839	0.619
Massimo	NSE	0.236	0.788	0.322	0.933
	LNSE	-2.020	0.635	0.055	0.887

## 7.6 Discussione

L'esperimento GEEHP condotto nell'ambito del progetto europeo SWITCH-ON rappresenta una innovazione rilevante nei modelli di simulazione dei deflussi in bacini non strumentati. I dati immediatamente disponibili (*open data*) e l'estensione a scala europea rendono EHYPE un modello appetibile in qualsiasi tipo di applicazione, che sia di ricerca o, soprattutto, di progettazione di opere idrauliche o per studi idrologici in generale. Come tutti i modelli afflussi-deflussi deterministici parametrici, EHYPE necessita dell'ottimizzazione di un numero consistente di parametri che molto spesso può portare a stime errate dovute ad ottimizzazioni poco precise del set di parametri; oppure, il fatto che il modello non riesca a catturare i processi che stanno alla base delle formazione dei deflussi in determinati contesti climatici, potrebbe essere un'altra chiave di lettura delle cattive prestazioni. Infatti, un supporto alla seconda ipotesi, è possibile trovarlo guardando cosa succede nel periodo invernale. Figura 7.5 mostra che, durante il periodo invernale (da novembre ad aprile), si riscontrano delle oscillazioni regolari delle portate attorno ad un valore pressoché costante. Questo fenomeno potrebbe essere dovuto a cicli di scioglimento e congelamento di volumi d'acqua, ad intervalli sub-settimanali, per le zone dei bacini a quote più elevate, o per sottobacini di testata. EHYPE non tiene evidentemente in conto

di questo tipo di fenomeni che condizionano la generazione dei deflussi naturali; ciò porta, di conseguenza, a sottostimare le portate nel periodo invernale. La correzione con il metodo proposto, sebbene non in grado di modificare la forma dell'idrogramma, riporta i valori simulati attorno ad un valore medio, migliorando di fatto le prestazioni.

Il modello EHYPE assume implicitamente che l'errore di stima può essere trascurabile e non tiene in conto della componente casuale che certamente l'errore introduce nel modello (v. Vogel, 1999; 2003; Wagener, 2003). La procedura geostatistica presentata in questo lavoro di ricerca può essere applicata per migliorare le stime prodotte da un modello di simulazione di deflussi modellando proprio l'errore. È chiaro che l'implementazione della procedura proposta, sebbene prescindendo dalla conoscenza di qualsiasi ulteriore variabile climatica o geomorfologica, può essere utilizzata a patto che sia garantita la disponibilità di un numero sufficiente di stazioni di misura di portata nelle vicinanze del sito dove si vuole migliorare le prestazioni del modello simulatore dei deflussi. Molto spesso non è facile reperire dati di portata, soprattutto per il fatto che non esiste una politica comune europea di pubblicazione e gestione di banche dati condivise tra i paesi membri. Pertanto l'assenza di dati a livello locale precluderebbe l'uso della metodologia proposta.

Tuttavia, i notevoli vantaggi ottenuti dalla combinazione di un modello afflussi-deflussi con un metodo geostatistico, che, da un lato produce simulazioni continue di portate, e dall'altro impiega un metodo capace di prevedere i regimi fluviali per mezzo di curve di durata di lungo periodo, fanno sì che questo approccio, se raffinato e testato, potrebbe essere implementato a scala europea. Quindi, nelle regioni dove sono disponibili dati di portata, è possibile aumentare considerevolmente le capacità di EHYPE su tutto il reticolo idrografico europeo: uno dei tanti benefici di tale combinazione è, ad es., quello di migliorare le stime di producibilità idroelettrica potenziale a scala europea.

Le analisi e i risultati presentati in questo capitolo sono del tutto preliminari e richiedono test più approfonditi, come anche un riscontro in zone climatiche diverse dal contesto alpino.



# Conclusioni

In questo lavoro di ricerca è stato presentato un metodo innovativo a base geostatistica per la stima della curva di durata dei deflussi fluviali in bacini non strumentati (Pugliese et al., 2014). La procedura implementata prende a riferimento teorico il metodo del “deflusso indice”, che viene riadattato in un contesto nuovo sfruttando i vantaggi dell’approccio geostatistico. Il primo vantaggio è sicuramente quello di poter implementare una procedura che prescindendo dalla preliminare individuazione di regioni omogenee, spesso caratterizzata, di fatto, da elementi di soggettività che potrebbero inficiare generalità ed attendibilità della procedura di regionalizzazione. Il secondo vantaggio è che le tecniche di stima geostatistica sono per definizione stimatori corretti (o *unbiased*), caratteristica che garantisce una certa robustezza del metodo proposto. La metodologia proposta sfrutta le capacità di stima del Top-kriging (Skoien, 2006) applicato per l’interpolazione dei valori di un indice puntuale, il *TND* (*Total Negative Deviation*), calcolato come l’area tra la curva di durata adimensionale e 1. Il *TND* può essere utilizzato come metrica di similarità, o dissimilarità, tra curve di durata empiriche e rappresentarne la variabilità spaziale. Dalle stime del *TND* in cross-validazione, ottenute applicando il Top-kriging, è possibile stimare la curva di durata adimensionale utilizzando lo stesso schema di ponderazione che porta alla valutazione del *TND* nel bacino non strumentato (chiamata *TNDTK*, ovvero *Total Negative Deviation Top-kriging*). La procedura sviluppata è stata applicata in tre casi studio indipendenti: (1) per 18 bacini idrografici della Regione Marche, (2) per un’area vasta degli Stati Uniti sud-orientali e (3) nei territori tirolesi al confine tra Italia e Austria.

Dette applicazioni hanno dimostrato che, nei casi in cui il contesto climatico e le caratteristiche geomorfologiche dei bacini non cambiano molto nell’area di studio, il *TND* è risultato un buon compromesso per descrivere la forma della curva; al contrario, se l’area di studio presenta una notevole variabilità climatica, il *TND* ha mostrato dei limiti. Tuttavia, il trasferimento dell’informazione, dalla stima *TND* alle curve, non è lineare: lo stesso schema di ponderazione ha effetti diversi se applicato ai valori di *TND* o alle curve di durata adimensionali. Infatti, non è detto che un calo di efficienza di stima del *TND* si ripercuota allo stesso modo sulle prestazioni nella stima delle curve di durata (v. ad

es. i risultati mostrati nei capp. 5 e 6). Il metodo ha mostrato buone prestazioni in cross-validazione, sia implementando la *Leave-One-Out Cross-Validation* (LOOCV) (l'algoritmo di validazione per ciascun punto dell'area di studio), sia la *3-Fold Cross-Validation* 3FCV (validazione a gruppi di stazioni idrometriche).

Nel caso di studio marchigiano, il metodo proposto ha riguardato sia la stima di curve di durata adimensionali, standardizzate per il deflusso medio annuo (*Mean Annual Flow*, MAF), sia per la stima di curva di durata dimensionali, nel secondo caso passando attraverso la standardizzazione delle curve per la precipitazione media annua, scalata alle dimensioni del bacino (*Mean Annual Precipitation*, MAP\*). Il confronto con i modelli statistici (Castellarin, 2004; 2007), che associano la curva di durata ad una distribuzione in frequenza cumulata, ha rivelato ottimi risultati per la stima di curve adimensionali, sempre superiori in termini di efficienza di Nash-Sutcliffe sia in scala naturale (NSE) che logaritmica (LNSE); mentre per le curve dimensionali il confronto è più bilanciato.

L'applicazione della metodologia su 182 bacini idrografici degli Stati Uniti ha confermato buone prestazioni del TNDTK, dimostrando di poter essere applicato anche in area vaste. Il confronto con la tecnica tradizionale di stima basata sull'analisi regionali di regressione lineare dei quantili di portata (Farmer et al., 2014; Castellarin, 2013) è stato condotto utilizzando la cross-validazione 3FCV, mostrando una sostanziale equità nella capacità di stima per tutto il dominio di durata, ad eccezione per le durate alte (deflussi di magra) dove si evidenzia una certa complementarità tra i due modelli (v. fig. 6.5).

Sicuramente, uno dei vantaggi principali che il TNDTK introduce rispetto a tutti i modelli presi a confronto, deriva dalla scelta di associare un solo peso per ciascuna curva, a prescindere dal regime di deflusso. Ad esempio, il metodo delle regressioni lineari, trattando ciascun punto della curva come indipendente e producendo per ciascuno di essi una funzione log-lineare *ad hoc*, potrebbe produrre dei deflussi non-decrescenti all'aumentare della durata. Il TNDTK, invece, permette di preservare le caratteristiche di monotonicità. Tuttavia, questa proprietà è teoricamente garantita solo nel caso in cui venga introdotto il vincolo di pesi positivi all'interno del sistema di krigaggio; è giusto notare, però, che nella prima applicazione (caso studio nelle Marche), nonostante i pesi fossero non vincolati, si sono ottenute ugualmente curve monotone decrescenti. Un altro punto di forza di questo approccio è che non necessita di alcuna variabile aggiuntiva descrittiva dei fenomeni idrologici e meteorologici, se non i soli deflussi fluviali misurati per un numero sufficiente di stazioni idrometriche e i relativi contorni dei bacini in formato GIS (*Geographic Information System*). Questi ultimi sono, ad oggi, facilmente ottenibili tramite *routine* implementate in software *open source*, come ad es. GRASS GIS (<https://grass.osgeo.org>) o altri, che estraggono i contorni a partire da un mo-



dello digitale del terreno. L'assenza di descrittori climatici e geomorfologici nel TNDTK spiegherebbe, in parte, il comportamento complementare (e anche le prestazioni poco soddisfacenti per i deflussi di magra) con la tecnica delle regressioni lineari, che invece beneficia dell'informazione derivante proprio dai descrittori del bacino.

Ciononostante, si è osservato, trasversalmente in ogni caso di studio, che il Top-kriging tende a sovrastimare le portate di magra e, in certi casi a sottostimare le piene. Questo comportamento è prevedibile dal momento che il kriging altro non è che una media ponderata: quando, per mezzo dell'algoritmo di cross-validazione, viene tolto un sito che mostra portate di magra (o di piena) significativamente minori (o maggiori) dei siti posti nelle vicinanze, è chiaro che i siti limitrofi non sono in grado di veicolare l'informazione necessaria per una stima accurata. Inoltre, il caso di studio americano ha mostrato delle criticità intrinseche nell'utilizzo del *TND* come descrittore delle curve, che, *a posteriori*, potrebbe non essere sufficiente a catturare la variabilità dei deflussi derivante da fattori climatici e morfologici. Oppure, il Top-kriging potrebbe non essere un adeguato modello di stima e l'introduzione di tecniche multivariate di krigaggio, come il *co-kriging* potrebbero soddisfare queste necessità.

L'ultima applicazione trattata riguarda l'area di studio tirolese. In questo esperimento si è utilizzata la metodologia TNDTK al fine di migliorare le simulazioni di un modello afflussi-deflussi che opera alla scala di sotto-bacino per tutto il territorio europeo. La procedura sviluppata prende spunto dalla tecnica proposta da Smakhtin e Masse (2000) ed è in grado di produrre una curva di durata dei residui, ottenuti come la differenza tra la curva di durata stimata dal TNDTK e simulata dal modello, in un sito non strumentato. I risultati, ottenuti per le due stazioni di Martinsbruck e Innsbruck, hanno mostrato come sia possibile migliorare le prestazioni di un modello afflussi-deflussi quando, ad es. questo non sia capace di simulare cicli di scioglimento e congelamento subsettimanali per bacini alpini di testata. In generale, l'aumento delle prestazioni è risultato considerevole, incoraggiando implementazioni future alla scala europea.

In conclusione, la metodologia introdotta in questo lavoro di ricerca presenta dei vantaggi palesi, che, in determinati contesti, potrebbero renderla preferibile ai tradizionali metodi statistici, soprattutto dove l'informazione e la reperibilità di dati è scarsa. Studi futuri cercheranno di superare gli attuali elementi critici, come ad es. la definizione di una metrica migliore di similarità tra curve, oppure un schema di ponderazione differente per fissati regimi di deflusso, o anche una migliore interpretazione della variabilità spaziale della forma della curva di durata per mezzo di variogrammi nuovi, sviluppati appositamente per questo fine.



# Bibliografia

- Archfield, S. A., A. Pugliese, A. Castellarin, J. O. Skøien e J. E. Kiang (2013). «Topological and canonical kriging for design flood prediction in ungauged catchments: an improvement over a traditional regional regression approach?» In: *Hydrology and Earth System Sciences* 17.4, pp. 1575–1588.
- Archfield, S. A., R. M. Vogel, P. A. Steeves, S. L. Brandt, P. K. Weiskel e S. P. Garabedian (2010). *The Massachusetts Sustainable-Yield Estimator: A decision-support tool to assess water availability at ungauged stream locations in Massachusetts*. US Department of the Interior, US Geological Survey.
- Berghuijs, W. R., M. Sivapalan, R. A. Woods e H. H. G. Savenije (2014). «Patterns of similarity of seasonal water balances: A window into streamflow variability over a range of time scales». In: *Water Resources Research* 50.7, pp. 5638–5661.
- Blöschl, G., M. Sivapalan, T. Wagener, A. Viglione e H. Savenije (2013). *Runoff prediction in ungauged basins: synthesis across processes, places and scales*. Cambridge University Press.
- Budyko, M. I. (1974). «Climate and Life». In: *Academic Press, N. Y.*
- Burn, D. H. (1990). «Evaluation of regional flood frequency analysis with a region of influence approach». In: *Water Resources Research* 26.10, pp. 2257–2265.
- Castellarin, A. (2014). «Regional prediction of flow-duration curves using a three-dimensional kriging». In: *Journal of Hydrology* 513, pp. 179–191.
- Castellarin, A., G. Botter, D. A. Hughes, S. Liu, T. B. M. J. Ouarda, J. Parajka, D. A. Post, M. Sivapalan, C. Spence, A. Viglione et al. (2013). «Prediction of flow duration curves in ungauged basins». In: *Runoff Prediction in Ungauged Basins: Synthesis across Processes, Places and Scales*. A cura di G. Blöschl, M. Sivapalan, T. Wagener, A. Viglione e H. Savenije. Cambridge University Press, pp. 135–162.
- Castellarin, A., G. Camorani e A. Brath (2007). «Predicting annual and long-term flow-duration curves in ungauged basins». In: *Advances in Water Resources* 30.4, pp. 937–953.

- Castellarin, A., G. Galeati, L. Brandimarte, A. Montanari e A. Brath (2004). «Regional flow-duration curves: reliability for ungauged basins». In: *Advances in Water Resources* 27.10, pp. 953–965.
- Castellarin, A., R. M. Vogel e A. Brath (2004). «A stochastic index flow model of flow duration curves». In: *Water Resources Research* 40.3.
- Castiglioni, S. (2009). «Modelli per la stima delle risorse idriche superficiali in bacini idrografici non strumentati». Tesi di dott. Alma Mater Studiorum - Università di Bologna.
- Castiglioni, S., A. Castellarin e A. Montanari (2008). «Stima delle portate di magra in siti non strumentati mediante tecniche di interpolazione spaziale». In: *XXXI Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*.
- (2009). «Prediction of low-flow indices in ungauged basins through physiographical space-based interpolation». In: *Journal of Hydrology* 378, pp. 272–280. ISSN: 0022-1694. DOI: 10.1016/j.jhydro1.2009.09.032.
- Castiglioni, S., A. Castellarin, A. Montanari, J. O. Skøien, G. Laaha e G. Blöschl (2011). «Smooth regional estimation of low-flow indices: physiographical space based interpolation and top-kriging». In: *Hydrology and Earth System Sciences* 15.3, pp. 715–727. DOI: 10.5194/hess-15-715-2011.
- Ceola, S. e A. Pugliese (2014). «Regional prediction of basin-scale brown trout habitat suitability». In: *Proceedings of the International Association of Hydrological Sciences* 364, pp. 26–31.
- Chokmani, K. e T. B. M. J. Ouarda (2004). «Physiographical space-based kriging for regional flood frequency estimation at ungauged sites». In: *Water Resour. Res.* 40.12, W12514–. ISSN: 0043-1397.
- Cressie, N. (1985). «Fitting variogram models by weighted least squares». In: *Journal of the International Association for Mathematical Geology* 17.5, pp. 563–586.
- Cressie, N. A. C. *Statistics for Spatial Data, revised edition, 1993*.
- Deutsch, C. V. (1996). «Correcting for negative weights in ordinary kriging». In: *Computers & Geosciences* 22.7, pp. 765–773.
- Dingman, S. L. (1978). «Synthesis of Flow-Duration Curves for Unregulated Streams in New Hampshire<sup>1</sup>». In: *Journal of the American Water Resources Association* 14.6, pp. 1481–1502.
- Donnelly, C., J. C. M. Andersson e B. Arheimer (2015). «Using flow signatures and catchment similarities to evaluate the E-HYPE multi-basin model across Europe». In: *Hydrological Sciences Journal*, pp. 1–19.

- Falcone, J. A. (2011). *GAGES-II: Geospatial attributes of gages for evaluating streamflow*. Rapp. tecn. US Geological Survey.
- Farmer, W. H., S. A. Archfield, T. M. Over, L. E. Hay, J. H. LaFontaine e J. E. Kiang (2014). «A comparison of methods to predict historical daily streamflow time series in the southeastern United States». In: *Scientific-Investigations Report* 5231.
- Fennessey, N. e R. M. Vogel (1990). «Regional flow-duration curves for ungauged sites in Massachusetts». In: *Journal of Water Resources Planning and Management* 116.4, pp. 530–549.
- Franchini, M. e M. Suppo (1996). «Regional analysis of flow duration curves for a limestone region». In: *Water resources management* 10.3, pp. 199–218.
- Ganora, D., P. Claps, F. Laio e A. Viglione (2009). «An approach to estimate non-parametric flow duration curves in ungauged basins». In: *Water resources research* 45.10.
- Gotvald, A. J., T. D. Feaster e J. C. Weaver (2009). *Magnitude and Frequency of Rural Floods in the Southeastern United States*. Rapp. tecn. United States Geological Survey.
- Hosking, J. R. M. e J. R. Wallis (1997). *Regional frequency analysis: an approach based on L-moments*. Cambridge University Press.
- Hughes, D. A. e V. Smakhtin (1996). «Daily flow time series patching or extension: a spatial interpolation approach based on flow duration curves». In: *Hydrological Sciences Journal* 41.6, pp. 851–871.
- Kroll, C. N. e P. Song (2013). «Impact of multicollinearity on small sample hydrologic regression models». In: *Water Resources Research* 49.6, pp. 3756–3769.
- Laaha, G., J. O. Skøien, F. Nobilis e G. Blöschl (2013). «Spatial prediction of stream temperatures using Top-kriging with an external drift». In: *Environmental Modeling & Assessment* 18.6, pp. 671–683.
- LeBoutillier, D. W. e P. R. Waylen (1993a). «A stochastic model of flow duration curves». In: *Water Resources Research* 29.10, pp. 3535–3541.
- LeBoutillier, D. W. e P. R. Waylen (1993b). «Regional variations in flow-duration curves for rivers in British Columbia, Canada». In: *Physical Geography* 14.4, pp. 359–378.
- Maione, U. e A. Brath (1996). «La difesa idraulica del territorio». In: *Bios, Cosenza*.
- Nash, J. E. e J. V. Sutcliffe (1970). «River flow forecasting through conceptual models part I—A discussion of principles». In: *Journal of hydrology* 10.3, pp. 282–290.
- Nezhad, M. K., K. Chokmani, T. B. M. J. Ouarda, M. Barbet e P. Bruneau (2010). «Regional flood frequency analysis using residual kriging in physiographical space». In: *Hydrological Processes* 24.15, pp. 2045–2055.

- Ouarda, T. B. M. J., C. Girard, G. S. Cavadias e B. Bobée (2001). «Regional flood frequency estimation with canonical correlation analysis». In: *Journal of Hydrology* 254.1, pp. 157–173.
- Parajka, J., R. Merz, J. O. Skøien e A. Viglione (2015). «The role of station density for predicting daily runoff by top-kriging interpolation in Austria». In: *Journal of Hydrology and Hydromechanics* 63.3, pp. 228–234.
- Ponce, V. M., R. P. Pandey e S. Ercan (2000). «Characterization of drought across climatic spectrum». In: *Journal of Hydrologic Engineering* 5.2, pp. 222–224.
- Pugliese, A., A. Castellarin e A. Brath (2014). «Geostatistical prediction of flow–duration curves in an index-flow framework». In: *Hydrology and Earth System Sciences* 18.9, pp. 3801–3816.
- Raspa, G. e R. Bruno (1994a). *Dispense di Geostatistica Applicata*. Capitolo 3 - Geostatistica di base. URL: <http://w3.uniroma1.it/geostatistica/Geostatistica/Dispense.pdf>.
- (1994b). *La pratica della geostatistica lineare: il trattamento dei dati spaziali*. Edizioni Angelo Guerini ed Associati S.r.l., p. 170.
- Salinas, J. L., G. Laaha, M. Rogger, J. Parajka, A. Viglione, M. Sivapalan e G. Blöschl (2013). «Comparative assessment of predictions in ungauged basins—Part 2: Flood and low flow studies». In: *Hydrology and Earth System Sciences* 17.7, pp. 2637–2652.
- Sawicz, K., T. Wagener, M. Sivapalan, P. A. Troch e G. Carrillo (2011). «Catchment classification: empirical analysis of hydrologic similarity based on catchment function in the eastern USA». In: *Hydrology and Earth System Sciences* 15.9, pp. 2895–2911.
- Shu, C. e T. B. M. J. Ouarda (2012). «Improved methods for daily streamflow estimates at ungauged sites». In: *Water Resources Research* 48.2.
- Singh, K. P. (1971). «Model flow duration and streamflow variability». In: *Water Resources Research* 7.4, pp. 1031–1036.
- Sivapalan, M., K. Takeuchi, S. W. Franks, V. K. Gupta, H. Karambiri, V. Lakshmi, X. Liang, J. J. McDonnell, E. M. Mendiondo, P. E. O’connell et al. (2003). «IAHS Decade on Predictions in Ungauged Basins (PUB), 2003–2012: Shaping an exciting future for the hydrological sciences». In: *Hydrological sciences journal* 48.6, pp. 857–880.
- Skøien, J. O. (2015). *rtop: Interpolation of Data with Variable Spatial Support*. R package version 0.5-5.
- Skøien, J. O., G. Blöschl, G. Laaha, E. J. Pebesma, J. Parajka e A. Viglione (2011). «rtop - an R package for interpolation of data with a variable spatial support - examples from river networks».

- Skøien, J. O., R. Merz e G. Blöschl (2006). «Top-kriging - geostatistics on stream networks». In: *Hydrology and Earth System Sciences* 10.2, pp. 277–287. DOI: 10.5194/hess-10-277-2006.
- Smakhtin, V. Yu. e B. Masse (2000). «Continuous daily hydrograph simulation using duration curves of a precipitation index». In: *Hydrological Processes* 14.6, pp. 1083–1100.
- Smakhtin, VU (2001). «Low flow hydrology: a review». In: *Journal of hydrology* 240.3, pp. 147–186.
- Srinivas, V. V., S. Tripathi, A. R. Rao e R. S. Govindaraju (2008). «Regional flood frequency analysis by combining self-organizing feature map and fuzzy clustering». In: *Journal of Hydrology* 348.1, pp. 148–166.
- Stedinger, J. R., R. M. Vogel e E. Foufoula-Georgiou (1993). «Frequency analysis of extreme events». In: *Handbook of Hydrology*. A cura di D. R. Maidment. New York: McGraw-Hill. Cap. 18, pp. 18.11–18.66.
- Stein, M. L. (2002). «The screening effect in kriging». In: *Annals of statistics*, pp. 298–323.
- Vogel, R. M. (1999). «Stochastic and deterministic world views». In: *Journal of Water Resources Planning and Management* 125.6, pp. 311–313.
- Vogel, R. M. e N. M. Fennessey (1994). «Flow-duration curves. I: New interpretation and confidence intervals». In: *Journal of Water Resources Planning and Management* 120.4, pp. 485–504.
- Vogel, R. M. e A. Sankarasubramanian (2003). «Validation of a watershed model without calibration». In: *Water resources research* 39.10.
- Vogel, R. M., I. Wilson e C. Daly (1999). «Regional regression models of annual streamflow for the United States». In: *Journal of Irrigation and Drainage Engineering* 125.3, pp. 148–157.
- Wagener, T., N. McIntyre, M. J. Lees, H. S. Wheater e H. V. Gupta (2003). «Towards reduced uncertainty in conceptual rainfall-runoff modelling: Dynamic identifiability analysis». In: *Hydrological Processes* 17.2, pp. 455–476.
- Wan Jaafar, W. Z., J. Liu e D. Han (2011). «Input variable selection for median flood regionalization». In: *Water Resources Research* 47.7.