

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

**DOTTORATO DI RICERCA IN**  
**Ingegneria Civile, Ambientale e dei Materiali**

Ciclo XXVII

**Settore Concorsuale di afferenza: 08/A3**

**Settore Scientifico disciplinare: ICAR/05**

**La calibrazione del Diagramma Fondamentale e la valutazione  
del Livello di Servizio operativo sulle autostrade italiane**

**Presentata da: Andrea Pompigna**

**Coordinatore del Dottorato:**

**Prof. Ing. Alberto Lamberti**

**Relatore:**

**Prof. Ing. Federico Rupi**

**Esame Finale anno 2016**

## Sommario

<b>1. ABSTRACT.....</b>	<b>5</b>
<b>2. INTRODUZIONE.....</b>	<b>7</b>
<b>3. VARIABILI E MODELLI PER IL DEFLUSSO VEICOLARE .....</b>	<b>12</b>
3.1. Caratteristiche microscopiche e macroscopiche del deflusso veicolare .....	12
3.1.1. Caratteristiche microscopiche del deflusso.....	12
3.1.2. Caratteristiche macroscopiche del deflusso .....	14
3.2. Modelli macroscopici e microscopici per il deflusso veicolare .....	16
3.2.1. Modelli macroscopici del deflusso .....	16
3.2.2. Modelli microscopici del deflusso .....	20
3.3. Il rapporto micro-macro nella modellazione del traffico .....	25
3.4. Metodi e sistemi per la misurazione delle variabili del deflusso .....	27
<b>4. ASPETTI GENERALI DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE.....</b>	<b>34</b>
4.1. Il Diagramma Fondamentale.....	34
4.1.1. Relazione Idrodinamica e Diagramma Fondamentale .....	34
4.1.2. Evidenze Empiriche del Diagramma Fondamentale.....	35
4.1.3. Rappresentazione tipica e valori chiave del Diagramma Fondamentale .....	37
4.2. Regimi di Deflusso.....	39
4.3. Dati sperimentali e variabili caratteristiche del deflusso .....	41
4.3.1. Velocità media spaziale e temporale.....	43
4.3.2. La stima della densità.....	45
4.4. Le misure sperimentali: localizzazione, aggregazione e omogeneizzazione .....	47
4.4.1. Localizzazione della sezione di misurazione .....	48
4.4.2. Intervalli temporali di misurazione .....	50
4.4.3. Disomogeneità del Flusso .....	53
4.4.4. Aggregazione e disaggregazione dei dati per corsie .....	56
<b>5. LA CALIBRAZIONE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE .....</b>	<b>59</b>
5.1. Curve Fitting e Modelli di Regressione .....	61
5.1.1. Regressione Lineare .....	62
5.1.2. Regressione Non Lineare .....	66
5.1.3. Regressioni pesate.....	68
5.1.4. Filtering ed eliminazione degli outliers .....	70
5.1.5. Regressioni ortogonali .....	71

---

5.1.6. Binning dei dati .....	75
5.1.7. Regressione Quantile e Regressione Quantile Approssimata .....	78
5.1.8. La Bontà del Fitting .....	80
5.2. Diagramma Fondamentale e Misure Sperimentali .....	84
5.2.1. La dispersione delle misure sperimentali .....	84
5.2.2. L'evidenza del drop di capacità .....	88
5.2.3. L'approccio stocastico .....	90
5.3. Un richiamo al Diagramma Fondamentale Macroscopico .....	93
<b>6. MODELLI DI DIAGRAMMA FONDAMENTALE .....</b>	<b>97</b>
6.1. Modelli macroscopici singolo regime .....	97
6.2. Modelli macroscopici multi regime .....	104
6.3. Modelli macroscopici di derivazione microscopica .....	110
6.3.1. Modello di Van Aerde - VAM .....	112
6.3.2. Il Modello Longitudinal Control LCM .....	113
6.4. Un confronto tra i modelli a singolo regime .....	119
6.4.1. La calibrazione dei modelli in una sezione di test .....	122
6.4.2. La bontà del fitting nei modelli calibrati .....	134
<b>7. CIRCOLAZIONE AUTOSTRADALE E DIAGRAMMA FONDAMENTALE 141</b>	
7.1. Qualità della circolazione e congestione .....	141
7.2. La capacità di deflusso: generalità e metodi di stima .....	144
7.3. Approcci alla misurazione della qualità della circolazione autostradale .....	150
7.3.1. L'approccio per Indicatori .....	151
7.3.2. L'approccio per Livelli di Servizio .....	154
7.3.3. L'approccio per Affidabilità .....	157
7.3.4. Applicazione e diffusione degli approcci .....	160
7.4. Il Diagramma Fondamentale e l'individuazione dei Livelli di Servizio .....	160
7.4.1. L'individuazione secondo l'analogia di Drew .....	161
7.4.2. L'individuazione secondo l'analogia di Brilon .....	167
7.4.3. I Livelli di Servizio autostradali secondo i criteri HCM .....	169
7.5. Valutazione di funzionalità di un segmento autostradale nell'HCM2010 .....	179
<b>8. CALIBRAZIONE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE, DEI LIVELLI DI LERVIZIO E ANALISI COMPARATIVA DELLE PROCEDURE HCM2010 187</b>	
8.1. Scelta dei Modelli per la calibrazione del Diagramma Fondamentale .....	197
8.2. Dati per la calibrazione nelle sezioni di test .....	199

---

8.3. Calibrazione del Diagramma Fondamentale .....	210
8.3.1. Longitudinal Control Model .....	210
8.3.2. Van Aerde Model .....	217
8.4. Analisi comparativa dei Livelli di Servizio nelle sezioni test .....	220
8.4.1. I LOS secondo i Diagrammi Fondamentali calibrati .....	220
8.4.2. I LOS secondo le metodologie HCM2010 .....	223
8.5. Discussione e Confronto dei risultati .....	229
<b>9. EFFETTI DISTRIBUTIVI DEL TRAFFICO SU UNA CARREGGIATA A TRE CORSIE .....</b>	<b>241</b>
9.1. Disomogeneità trasversale delle variabili macroscopiche .....	241
9.2. Modelli Lane Ratio .....	245
9.3. Calibrazione dei modelli Lane Ratio nella sezione di test .....	248
9.3.1. Identificazione della sezione di test .....	248
9.3.2. Calibrazione dei modelli distributivi .....	249
9.3.3. Discussione dei risultati .....	253
9.4. Confronti internazionali tra modelli distributivi .....	256
<b>10. CONCLUSIONI .....</b>	<b>260</b>
<b>11. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI .....</b>	<b>265</b>

## 1. ABSTRACT

Nell'analisi del deflusso autostradale trovano ampia applicazione le metodologie HCM e molti paesi, tra cui l'Italia, fanno ad esse riferimento per la valutazione delle infrastrutture esistenti e di progetto. Le norme italiane, pur citando il manuale, non esplicitano chiaramente riferimenti o procedure. Le esperienze delle Concessionarie autostradali, inoltre, mostrano dubbi sulla rappresentatività dei risultati ottenuti applicando le procedure americane, evidenziando un divario tra gli output e la percezione del reale grado di congestione.

Considerando alcuni tratti autostradali italiani, la ricerca si propone di verificare l'applicabilità di procedure per la calibrazione del Diagramma Fondamentale del traffico e per la valutazione della qualità del deflusso, testando la consistenza dei risultati con gli output delle metodologie HCM2010.

Rispetto agli andamenti standard, i Diagrammi ottenuti mostrano una migliore capacità di interpretare i dati sperimentali, in considerazione delle condizioni specifiche delle sezioni, delle differenze nelle caratteristiche dei veicoli o nel comportamento e nelle regole di guida. In questi termini, i modelli calibrati stimano valori di flusso e densità critici inferiori a quelli HCM2010, ma prossimi a quelli suggeriti dall'analogo manuale tedesco HBS.

L'analisi comparativa, a valle della quale sono approfondite e motivate le principali differenze tra il contesto italiano, quello americano e altre situazioni internazionali, mostra come il manuale statunitense tenda ad esprimere condizioni di circolazione migliori di quelle sintetizzate con i modelli calibrati.

La ricerca evidenzia, quindi, la possibilità di una sottostima della congestione sulle sezioni in esame, suggerendo un cauto e attento utilizzo delle procedure standard. I risultati ottenuti rilevano, in generale, come il mancato utilizzo di modelli calibrati e l'uso alternativo di procedure che appaiono troppo generali e provenienti da contesti eterogenei possa condizionare e penalizzare la rappresentatività dei risultati, comportando un'incoerente rappresentazione dei livelli di congestione e invalidando i requisiti di adeguatezza e di rappresentatività nella valutazione della qualità del servizio.

\*\*\*

*HCM methodologies are widely used for analyzing freeways. Many countries, including Italy, refers to HCM for the assessment of existing or planned infrastructures. Although citing the manual, the Italian regulations don't make explicit references or procedures. Furthermore, the experiences of motorway operators show doubts about the representativeness of the results obtained by the American procedures, showing a gap between the output and the perception of the real level of congestion.*

*Considering some Italian motorway sections, this research aims to analyze the applicability of a procedure for the calibration of the Fundamental Diagram of traffic*

*flows and for the assessment of the quality of service, testing the consistency of the results with the output of HCM2010 methodologies.*

*In comparison to standards, the calibrated Diagrams show a better match with data, due to the special conditions of the sections, the differences in vehicle characteristics or behavior and driving rules. In this way, the calibrated models estimate critical flow and density values lower than those of HCM2010, but close to the similar German manual HBS.*

*The comparative analysis, after which the main differences between the Italian context, the American and other international situations are studied in deep and further motivated, shows as the US manual tends to give better traffic flow conditions (i.e. less congestion) than those synthesized using the calibrated models.*

*The research remarks, therefore, the possibility of an underestimation of the congestion on the sections examined, suggesting a cautious and careful use of standard procedures. Failure to use calibrated procedures and models and the alternative use of procedures which seem too general and coming from heterogeneous contexts may affect and penalize the reliability of the results. This can result in an incoherent representation of congestion levels and may invalidate the requirements of adequacy and representativeness in the evaluation of service quality.*

\*\*\*

## 2. INTRODUZIONE

Importanti decisioni d'investimento in campo stradale e autostradale sono significativamente influenzate dai risultati delle analisi di funzionalità di uno o più segmenti, esistenti o programmati, che compongono la rete infrastrutturale.

La Teoria dei Flussi di Traffico, o *Traffic Flow Theory*, consente di descrivere i fenomeni legati al traffico veicolare e fornisce le basi per l'implementazione di modelli e strumenti per la progettazione e gestione delle infrastrutture stradali e autostradali. Partendo da tali fondamenti teorici e dalle esperienze maturate dal *US Transportation Research Board (TRB)*, ente americano che come divisione del *National Research Council* opera come agenzia a servizio del governo, degli enti pubblici e della comunità tecnico-scientifica, a partire dagli anni 50 del secolo scorso si sono consolidate le metodologie specificate nelle diverse edizioni dell'*Highway Capacity Manual*. Il manuale, solitamente identificato con l'acronimo HCM, contiene procedure per calcolare la capacità e la qualità del servizio su infrastrutture stradali ed autostradali, basate sull'analisi su dati sperimentali e su criteri di generalizzazione formalizzati dal *Capacity and Quality of Service Committee* rispetto al contesto di riferimento statunitense.

Nel corso degli anni, e con il susseguirsi delle varie edizioni fino all'ultima del 2010, queste metodologie hanno trovato ampia applicazione a livello internazionale e numerosi paesi le adottano o fanno comunque riferimento ad esse per l'analisi di funzionalità delle infrastrutture stradali ed autostradali. Se l'HCM costituisce comunque il riferimento più diffuso, non mancano tuttavia adattamenti anche sostanziali o approcci alternativi al tema, in riferimento alle specifiche particolarità di situazioni riscontrabili in determinati contesti nazionali. Tra questi si può citare, ad esempio, il caso del manuale HBS pubblicato dal FGSV e ampiamente utilizzato in Germania. D'altra parte lo stesso TRB ha spesso promosso iniziative per il confronto tra le proprie procedure e metodologie di adattamento dell'HCM, se non addirittura alternative, derivanti dalle esperienze di altri Paesi. Questo è stato, ad esempio, il tema di alcuni International Symposia organizzati dal TRB per la presentazione di esperienze nazionali adattative e/o alternative dell'HCM per il calcolo della funzionalità degli elementi di una rete stradale, ed autostradale in particolare (es. 6th ISHC International Symposium on Highway Capacity and Quality of Service, Stoccolma, Svezia, 28 giugno – 1 luglio 2011).

Nel panorama internazionale si colloca anche il contesto italiano, le cui norme per la costruzione delle strade (DM 5 novembre 2001 n.6972) richiamano già dal 2001 i concetti di livello e di portata di servizio circa le condizioni minime di funzionalità da assicurare su un'infrastruttura, in relazione alla tipologia ed alla localizzazione. Le stesse norme, tuttavia, non forniscono sufficienti dettagli a proposito degli aspetti metodologici e procedurali con cui questi controlli devono essere eseguiti; si riscontra solo un riferimento accennato all'edizione 1994 dell'HCM. Questo riferimento comunque contenuto nelle norme citate è, nella maggior parte dei casi, disatteso dalla prassi comune che attualmente tende a fare riferimento alle edizioni più recenti del 2000 o del 2010.

In questo contesto si inseriscono, peraltro, le norme emanate dalla Regione Lombardia tra il 2005 ed il 2006 con le linee guida sulla progettazione stradale (D.G.R. n.7/20829) e i criteri funzionali e geometrici per le strade (D.G.R. n.8/3219). Tali norme richiamano alcuni elementi tecnici inerenti i Livelli di Servizio degli assi stradali e, precisando come i metodi HCM nascano da osservazioni sperimentali e giudizi di esperti inerenti alle condizioni di deflusso negli Stati Uniti, propongono varianti dei modelli di calcolo HCM necessarie ad adattare le modalità di analisi standard al caso Lombardia. Nel caso autostradale in particolare, le linee guida evidenziano come più appropriate per il caso lombardo le metodologie HCM 1985.

A quanto evidenziato si aggiunge un riscontro di problematicità in merito all'effettiva rappresentatività dei risultati ottenuti con le metodologie HCM. Ponendo l'attenzione specifica sulle infrastrutture di rango autostradale, dubbi significativi in proposito vengono evidenziati tanto dai tecnici progettisti e/o analisti del traffico, quanto dagli operatori delle Concessionarie autostradali italiane, che mettono in evidenza il gap esistente tra i risultati prodotti dall'analisi e la percezione degli stessi di quello che è il reale grado di congestione della rete autostradale.

Se, come detto, le analisi di funzionalità rappresentano un requisito di valutazione nelle fasi di pianificazione e progettazione di un'infrastruttura come previsto dalla normativa, la loro utilità continua durante l'intero ciclo di funzionamento dell'infrastruttura. Sempre con riferimento specifico a un'infrastruttura autostradale è evidente, infatti, il ruolo di primo piano che ha per una Concessionaria autostradale la verifica costante della qualità del servizio offerto all'utenza durante la fase di esercizio. La funzionalità delle tratte autostradali è, ad esempio, un parametro che viene monitorato per l'analisi delle criticità lungo la rete e per l'individuazione delle soluzioni più adatte per ammodernamenti, ampliamenti o nuove infrastrutturazioni, nel continuo confronto con le istituzioni (concedente, ministeri, enti locali). Inoltre la valutazione della qualità del servizio offerto rappresenta spesso un vero e proprio metro di valutazione delle performance aziendali, ad esempio in sede di audit interno della Concessionaria nei sistemi di analisi e certificazione della qualità aziendale, nei rapporti istituzionali con gli enti di controllo (audizioni, statistiche e report di criticità) o con l'utenza (materiale informativo, carta dei servizi).

Quanto sopra riassunto evidenzia come, nella molteplicità degli impieghi specifici, le analisi e le valutazioni di funzionalità necessitino di una adeguata definizione di metodologie e procedure in grado di assicurare la rappresentatività dei risultati.

Da queste prime considerazioni emerge quello che è l'oggetto di questa tesi, incentrata sull'analisi sperimentale dei Livelli di Servizio (LOS) sulla rete autostradale italiana. Entrando maggiormente nel dettaglio, la ricerca si propone di:

- verificare l'applicabilità di vari modelli per la calibrazione del Diagramma Fondamentale del traffico, prendendo in esame alcune sezioni di test della rete autostradale italiana;



- valutare la Qualità del Deflusso nelle sezioni considerate, sulla base del Diagramma Fondamentale calibrato;
- valutare la consistenza di questi risultati con quanto si ottiene applicando le metodologie HCM2010;
- approfondire le differenze tra il contesto italiano, altre situazioni nazionali e gli standard proposti dal manuale americano.

Nella esposizione che segue vengono trattate le varie fasi ed attività che hanno caratterizzato il percorso di ricerca e che hanno riguardato:

- l'approfondimento della *Traffic Flow Theory*, con una review dei modelli classici e di recente pubblicazione per le relazioni tra le variabili macroscopiche;
- una review delle metodologie di calibrazione del Diagramma Fondamentale, in relazione alla raccolta ed elaborazione dei dati sperimentali ed alle tecniche di stima mediante regressione;
- la calibrazione di alcuni modelli a singolo regime su una sezione autostradale di test, con l'approfondimento delle relative caratteristiche di adattamento ai dati e l'individuazione dei modelli con le migliori performance di *fitting*;
- l'approfondimento sulla definizione e la misurazione della qualità della circolazione autostradale, evidenziandone i legami con le variabili macroscopiche ed il Diagramma Fondamentale, e la derivazione delle metodologie HCM;
- la definizione di una metodologia operativa per la stima del Diagramma Fondamentale funzionale all'analisi della qualità del deflusso sulla rete autostradale italiana, con individuazione dei criteri per la definizione dei LOS;
- l'applicazione della metodologia su alcune sezioni della rete autostradale italiana ed il confronto con quanto ottenuto utilizzando le procedure HCM2010;
- la discussione ed il confronto dei risultati, con l'approfondimento di alcuni aspetti che possono aiutare a chiarirne l'interpretazione

In particolare al capitolo 3 vengono richiamate le variabili fondamentali del deflusso veicolare, sia rispetto alla sua descrizione macroscopica sia nell'approccio microscopico. In considerazione dei due approcci, inoltre, sono richiamati i concetti fondamentali della modellazione del deflusso di traffico. In chiusura di capitolo si offre una panoramica sintetica dei sistemi e degli strumenti per la misurazione sperimentale delle variabili del deflusso.

Il capitolo 4 affronta le principali tematiche inerenti il Diagramma Fondamentale nella modellazione delle correnti di traffico, evidenziandone i fondamenti teorici e identificando i valori chiave delle relazioni flusso – densità - velocità. Si affrontano gli aspetti principali che emergono in considerazione delle evidenze empiriche e in merito all'identificazione dei regimi di deflusso, alla misurazione diretta delle variabili macroscopiche e alle relative problematiche connesse con la localizzazione delle sezioni, l'aggregazione degli intervalli di misurazione e l'omogeneizzazione delle componenti veicolari.

Al capitolo 5 vengono affrontati i temi inerenti la stima delle relazioni flusso – densità - velocità che identificano il Diagramma Fondamentale. Sono trattate le tecniche di preparazione dei dati sperimentali e di stima parametrica mediante regressione lineare e non lineare, con approfondimento delle metodologie di regressione pesata, ortogonale e quantile, e sono prese in esame alcune metriche per la misura della bontà di adattamento delle funzioni ai dati. Nel capitolo si approfondiscono alcuni aspetti ed evidenze delle misure sperimentali, con un richiamo ad aspetti particolari della modellazione, e si accenna al passaggio dall'approccio di sezione/segmento stradale a quello di rete nella trattazione del *Network o Macroscopic Fundamental Diagram*.

Nel capitolo 6 viene proposta una review dei modelli in letteratura, sia singoli che multi regime. Vengono individuati alcuni modelli macroscopici o di derivazione microscopica e, sulla base dei dati di monitoraggio raccolti su una sezione della rete autostradale italiana, si propone un confronto tra gli stessi in termini di capacità di adattamento ai dati. L'analisi di un panel di metriche di bontà del *fitting* evidenzia i modelli caratterizzati da migliori performances di adattamento.

Il capitolo 7 affronta le problematiche connesse con la definizione della qualità della circolazione in ambito autostradale. Si offre una trattazione degli approcci alla stima della capacità e alla misurazione della qualità del deflusso, approfondendo il tema dell'utilizzo del Diagramma Fondamentale. In relazione a questo aspetto si individuano i criteri per la definizione dei Livelli di Servizio, con la definizione delle metodologie quantitative per la loro identificazione, e si approfondisce la trattazione in merito offerta dalle diverse edizioni dell'HCM. In chiusura del capitolo si ripercorre la procedura di analisi della funzionalità di un segmento base autostradale come proposta dall'ultima edizione HCM2010 del manuale americano.

Sulla base della trattazione dei capitoli precedenti, nel capitolo 8 si propone una procedura per la calibrazione delle relazioni flusso – densità – velocità che delineano il Diagramma Fondamentale e per l'identificazione dei Livelli di Servizio che consentono di descrivere in maniera specifica per una sezione autostradale la qualità del deflusso. Nel capitolo vengono individuati i modelli più adeguati per la stima e viene definita una metodologia di elaborazione dei dati sperimentali, di stima dei parametri mediante tecniche di regressione non lineare e di caratterizzazione dei Livelli di Servizio. I modelli sono calibrati utilizzando i dati provenienti dal monitoraggio di 6 sezioni della rete autostradale italiana. I dati di monitoraggio vengono utilizzati per produrre un'analisi di funzionalità secondo i criteri della metodologia proposta e i relativi output sono posti a

confronto con quanto si ottiene applicando le metodologie HCM2010. I risultati del confronto vengono discussi anche in considerazione di altri criteri di analisi adottati in Europa e nel mondo, ed in particolare di quelli introdotti dal manuale tedesco HBS.

Infine al capitolo 9, partendo da alcune considerazioni emerse a proposito della caratterizzazione dei valori critici stimati e al loro confronto con i valori standard, viene approfondito l'effetto della disomogeneità trasversale del traffico sulla capacità e sulla qualità del deflusso. L'approfondimento su una sezione a tre corsie prende in esame la calibrazione di modelli di distribuzione sulle corsie e considera un confronto tra la situazione italiana e quanto si riscontra in letteratura per paesi europei ed extra-europei.

### 3. VARIABILI E MODELLI PER IL DEFLUSSO VEICOLARE

Nel corso degli ultimi ottanta anni, numerosi studi hanno contribuito alla definizione dei fondamenti della Teoria dei Flussi di Traffico, o *Traffic Flow Theory*. A partire dalle prime esperienze compiute da Bruce Greenshiends negli anni '30 presso lo *Yale Bureau of Highway Traffic*, osservazioni e sperimentazione aventi come oggetto le correnti di traffico sono oggetto di grande interesse ancora oggi.

Numerosi contributi teorici, attraverso approcci di natura induttiva o deduttiva, hanno visto combinarsi l'uso di modelli matematici che interpretano le leggi della fisica con il trattamento empirico di determinate proprietà del traffico, osservabili o intuitivamente ipotizzabili in considerazione di dati sperimentali.

Un carattere distintivo per l'analisi del traffico è rappresentato dal punto di vista che viene assunto e che può essere, in generale, macroscopico o microscopico. Le caratteristiche microscopiche si riferiscono alla singola unità di traffico, intesa come costituita dal veicolo e dal proprio guidatore, in relazione alle altre unità che formano il flusso, descrivendone i comportamenti attraverso variabili quali l'accelerazione, la velocità e il distanziamento spaziale e temporale. Da un altro punto di vista, che è quello macroscopico, le caratteristiche del traffico sono riferite all'intero flusso, considerato in un dato istante e in un certo punto dell'infrastruttura, descrivendone il comportamento complessivo mediante l'utilizzo di variabili aggregate, quale la portata di flusso, rappresentata dal numero di transiti nell'unità di tempo, la velocità e la densità.

Nella consapevolezza della vastità della trattazione presente nella letteratura internazionale, nei paragrafi che seguono sono presentati con maggior dettaglio sia le variabili che intervengono nella modellazione microscopica e macroscopica del traffico veicolare, sia i principali modelli che possono essere ascritti a ciascuno dei due punti di vista sopra richiamati, come utile premessa alla trattazione del lavoro di tesi.

#### 3.1. CARATTERISTICHE MICROSCOPICHE E MACROSCOPICHE DEL DEFLUSSO VEICOLARE

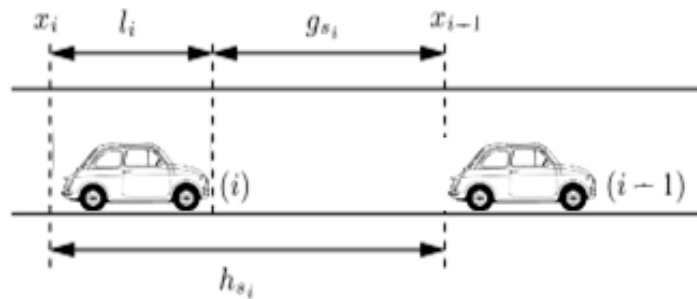
##### 3.1.1. CARATTERISTICHE MICROSCOPICHE DEL DEFLUSSO

Dal punto di vista microscopico, ogni veicolo che compone una corrente veicolare mantiene la propria individualità e le relazioni con gli altri veicoli. Il comportamento di ciascun veicolo  $i$  all'interno della corrente viene descritto attraverso le seguenti variabili:

- una lunghezza propria  $l_i$ ;
- una posizione  $x_i$  lungo la direzione longitudinale  $x$  della corrente;

- una velocità  $v_i = dx_i/dt$ ;
- una accelerazione  $a_i = dv_i/dt = d^2x_i/dt^2$ ;
- un tempo di percezione e reazione del guidatore  $\tau_i$ ;

In riferimento alla figura seguente, si possono considerare due veicoli consecutivi sulla medesima corsia di marcia, indicando con  $i$  il veicolo *follower* e con  $i-1$  il veicolo *leader*. La posizione dei due veicoli lungo la direzione  $x$  del flusso è indicata rispettivamente  $x_i$  ed  $x_{i-1}$ , con la posizione di ciascun veicolo generalmente riferita al suo paraurti posteriore. Il veicolo *follower*  $i$  è separato da un certo distacco, o *headway*, spaziale  $h_{si}$  rispetto al veicolo leader. Tale distacco è composto dalla distanza netta tra i veicoli, o *space gap*,  $g_{si}$  e dalla lunghezza del veicolo *follower*  $l_i$  ed è pari alla differenza tra le posizioni misurate ai paraurti posteriori ( $x_{i-1} - x_i$ ).



**Fig. 3.1: Posizione relativa e distanziamento di veicoli consecutivi**

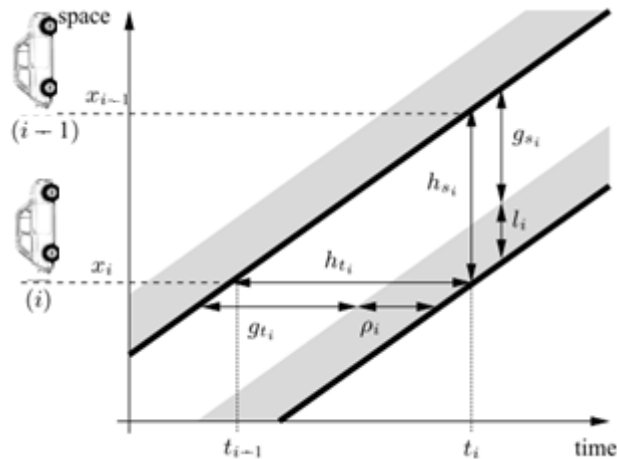
Analogo discorso può essere fatto rispetto ai tempi: ogni veicolo  $i$  è caratterizzato da un distacco, o *headway*, temporale rispetto al veicolo che lo precede. L'*headway* temporale  $h_{ti}$  si compone del distacco netto, o *time gap*,  $g_{ti}$  e del tempo di *occupancy*  $\rho_i$ .

Sia gli *headway* spaziali che quelli temporali possono essere visualizzati in un diagramma bidimensionale spazio-tempo, come quello visualizzato nella figura 3.2, sulla base del tracciamento delle traiettorie  $x_i(t)$  ed  $x_{i-1}(t)$ .

Quando il veicolo viaggia ad una velocità costante, il *time gap* per il veicolo *follower* rappresenta il tempo necessario per raggiungere la posizione attuale del *leader* viaggiando alla velocità corrente, che corrisponde all'intervallo temporale osservato da una postazione fissa tra il passaggio dei due veicoli consecutivi. In maniera analoga il tempo di *occupancy* è interpretabile come il tempo necessario ad un veicolo per attraversare una distanza pari alla propria lunghezza alla velocità corrente, ossia  $\rho_i = l_i/v_i$ .

*Headway* spaziali e temporali sono legati alla velocità  $v_i$  del veicolo  $i$  dalla relazione:

$$\frac{h_{si}}{h_{ti}} = \frac{g_{si}}{g_{ti}} = \frac{l_i}{\rho_i} = v_i \quad (3.1)$$



**Fig. 3.2: Diagramma spazio temporale di due veicoli consecutivi e *headway* spazio-temporali**

### 3.1.2. CARATTERISTICHE MACROSCOPICHE DEL DEFLUSSO

Nel paragrafo 3.1.1 sono state descritte le più importanti variabili che caratterizzano il flusso di traffico dal punto di vista microscopico. In questa sezione, invece, vengono affrontate le principali variabili macroscopiche che descrivono il comportamento medio della corrente di traffico piuttosto che quello del singolo veicolo: l'intensità, la densità e la velocità media.

L'intensità  $q$  di una corrente di traffico di traffico, detta anche portata di flusso o tasso di flusso o brevemente flusso, è il numero di veicoli che passa attraverso una sezione trasversale nell'unità di tempo. Il valore può essere riferito alla sezione complessiva di una strada, o a parte di essa distinguendo la carreggiata unidirezionale o la singola corsia, ed eventualmente ad una segmentazione per categorie di veicoli/guidatori. Come unità temporale può essere usato qualsiasi riferimento (ore, minuti, secondi), ma generalmente si utilizzano valori orari.

A prescindere dall'unità di tempo prescelta (che ad esempio può essere l'ora), il flusso  $q$  è definito come il rapporto tra il numero  $n$  di veicoli transitati nell'intervallo  $T$  (esempio 15 min.) e la durata in unità di tempo dello stesso intervallo  $T$  (0,25 h).

$$q = \frac{n}{T} \quad (3.2)$$

Essendo  $T$  uguale alla somma degli *headway* temporali  $h_{ti}$  degli  $n$  veicoli transitati, si ottiene:

$$q = \frac{n}{T} = \frac{n}{\sum_i h_{ti}} = \frac{1}{\frac{1}{n} \sum_i h_{ti}} = \frac{1}{\bar{h}} \quad (3.3)$$

dove  $\bar{h}$  è l'*headway* temporale medio.

La densità di una corrente di traffico  $k$  è il numero di veicoli presenti su un segmento di lunghezza unitaria in un dato momento. Come nel caso del flusso, la densità può fare riferimento all'intero segmento, alla sua porzione monodirezionale o alla singola corsia. Come unità di lunghezza può essere usato qualsiasi riferimento (metri, chilometri), ma generalmente si utilizzano valori espressi in veicoli/km.

La densità  $k$  è definita per un certo tempo  $t$  per una regione  $X$ , coincidente nel caso unidimensionale con un segmento di lunghezza  $x$  ed è esprimibile come il rapporto tra il numero di veicoli  $m$  presenti in un segmento di lunghezza  $x$  e la stessa lunghezza  $x$ :

$$k = \frac{m}{x} \quad (3.4)$$

Essendo  $x$  uguale alla somma degli *headway* spaziali  $h_{si}$  degli  $m$  veicoli presenti, si ottiene:

$$k = \frac{m}{x} = \frac{m}{\sum_i h_{si}} = \frac{1}{\frac{1}{m} \sum_i h_{si}} = \frac{1}{\bar{s}} \quad (3.5)$$

dove  $\bar{s}$  è l'*headway* spaziale medio.

La velocità di una corrente di traffico può essere definita come velocità media dei veicoli che la costituiscono e può essere determinata in diversi modi:

- supponendo di misurare le velocità  $v_i$  degli  $n$  veicoli in transito attraverso una sezione per un certo periodo  $T$ , la media aritmetica delle  $n$   $v_i$  rappresenta la cosiddetta velocità media locale  $v_L$ ;

$$v_L = \frac{1}{n} \sum_i v_i \quad (3.6)$$

- supponendo di conoscere le velocità  $v_j$  degli  $m$  veicoli presenti in un tratto  $x$  in un dato istante, la media aritmetica delle  $m$   $v_j$  è la cosiddetta velocità media istantanea  $v_M$

$$v_M = \frac{1}{m} \sum_j v_j \quad (3.7)$$

## 3.2. MODELLI MACROSCOPICI E MICROSCOPICI PER IL DEFLUSSO VEICOLARE

### 3.2.1. MODELLI MACROSCOPICI DEL DEFLUSSO

Il nucleo centrale della modellazione macroscopica del traffico è rappresentato dalla formalizzazione della corrente di traffico come flusso di un mezzo continuo. La trattazione di una corrente di traffico è identificata in analogia ad una corrente di fluido parzialmente comprimibile con densità, velocità e flusso considerate variabili continue dello spazio e del tempo. Per questo motivo tali modelli vengono identificati come modelli macroscopici fluidodinamici o continui del deflusso.

In questi termini, il legame esistente tra le variabili macroscopiche del deflusso, ossia densità, velocità e flusso (rispettivamente  $k$ ,  $v$  and  $q$ ) è rappresentato dalla relazione fondamentale del traffico veicolare, detta anche relazione idrodinamica del traffico (Treiber & Kesting, 2013). Considerando una corrente di traffico costituito da sub-correnti che si presentano stazionarie nel tempo e nello spazio e descrivibili mediante variabili continue e deterministiche, l'equazione di stato tra le variabili macroscopiche può essere espressa mediante la relazione:

$$q = k \cdot v \quad (3.8)$$

Sotto queste condizioni, il numero di unità di traffico che attraversano una sezione trasversale nell'unità di tempo (flusso  $q$ ) è uguale al prodotto del numero delle unità presenti nell'unità di lunghezza (densità  $k$ ) per la distanza coperta dalle stesse nell'unità di tempo (velocità  $v$ ). Come sarà chiarito nel capitolo seguente, la velocità  $v$  è adeguatamente definita in modo da assicurare il soddisfacimento dell'equazione idrodinamica.

Se si è in presenza di non stazionarietà, ossia se la corrente veicolare è costituita da sub-correnti che osservate nel tempo e nello spazio presentano variabilità, l'equazione di stato conserva validità locale in termini spazio-temporali, e si esprime nella forma:

$$q(x, t) = k(x, t) \cdot v(x, t) \quad (3.9)$$

Come conseguenza della continuità delle variabili, l'approccio macroscopico considera la conservazione dei veicoli esprimendo un'equazione di continuità, che descrive



l'evoluzione della densità  $k$  come funzione del gradiente del flusso in dipendenza dalla geometria dell'infrastruttura.

Se in un intervallo temporale  $\Delta t = (t_2 - t_1)$  si considera un tratto di strada di lunghezza  $\Delta x = (x_2 - x_1)$  privo di rampe di ingresso o uscita (tale che il flusso netto in ingresso/uscita tra  $x_2$  ed  $x_1$  sia sempre e comunque nullo) o di altre disomogeneità geometriche, ed esteso in modo tale da contenere un numero di veicoli sufficiente a rappresentare le grandezze macroscopiche, l'equazione di continuità espressa come conservazione dei veicoli per  $\Delta t$  e  $\Delta x$  che tendono a zero è data da :

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial(kv)}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (3.10)$$

Si osservi che, nel caso di presenza di rampe di accesso ed egreso in posizione intermedia sul tratto in esame, il secondo membro della relazione precedente prevedrebbe dei termini che tengono conto rispettivamente dei flussi di ingresso ed uscita.

La dinamica evolutiva delle variabili macroscopiche esprime la variazione nel tempo e nello spazio di flusso, velocità e densità stanti le condizioni iniziali (ad esempio  $k_0 = k(x, 0)$ ) e le condizioni al contorno (ad esempio  $q(t) = q(x_0, t)$ ). Se gli stati di deflusso sono pertanto funzione del tempo  $t$  e dello spazio  $x$ , l'equazione di continuità consente di descrivere la relazione dinamica tra flusso  $q(x, t)$  e densità  $k(x, t)$ .

L'equazione di continuità coinvolge due variabili indipendenti  $x$  e  $t$  e due variabili dipendenti, ossia  $q(x, t)$  e  $k(x, t)$ . In quanto tale, l'equazione non può essere risolta, avendo un numero di incognite pari a due. La soluzione necessita di condizioni aggiuntive, che possono provenire dalla relazione idrodinamica:

$$q(x, t) = k(x, t) \cdot v(x, t) \quad (3.11)$$

Questa, tuttavia, introduce una terza variabile nel modello ossia la velocità  $v(x, t)$ , rendendo necessaria una nuova equazione. Lighthill & Whitham (1955) e Richards (1956) proposero una equazione aggiuntiva postulando l'esistenza di una relazione tra flusso e densità veicolare, che chiamarono curva flusso-concentrazione. Formulando l'ipotesi che: "in un qualsiasi punto di una strada, il flusso  $q$  è funzione della densità  $k$ ", essi definirono l'esistenza di una equazione costitutiva, ossia di un modello teorico che traduce in termini matematici le caratteristiche fenomenologiche e comportamentali del traffico veicolare. A complemento dell'equazione di continuità, può essere quindi proposta l'equazione:

$$v(x, t) = V_e(k(x, t)) \quad (3.12)$$

Questa relazione assume che la velocità  $v(x, t)$  sia sempre in uno stato di equilibrio locale con riferimento al valore della densità  $k(x, t)$ . La forma specifica della relazione  $V_e$  è il cosiddetto Diagramma Fondamentale il cui andamento è solitamente ottenuto mediante un *fitting* dei dati in riferimento alle distribuzioni sperimentali, come sarà approfondito nel capitolo seguente, ed esprimibile per mezzo dell'equazione idrodinamica anche mediante la relazione  $q=Q_e(k)$ . In considerazione di questa relazione, l'equazione di continuità può essere espressa come:

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial x} = 0 \quad (3.13)$$

L'equazione di cui sopra rappresenta la forma più semplice del modello di Lighthill–Whitham–Richards o modello LWR, matematicamente espresso come modello alle derivate parziali del primo ordine (*PDE*). Inserendo le specifiche condizioni al contorno, il modello LWR descrive la dinamica del traffico veicolare mediante una famiglia di curve

$$v = v[k(x - wt)] \quad (3.14)$$

dette curve caratteristiche o onde cinematiche, costituite dai punti del piano spazio-tempo aventi la stessa densità  $k$ . La soluzione analitica si può ottenere, infatti, utilizzando il metodo delle caratteristiche e comporta la determinazione di un'onda cinematica (*kinematic wave*) che nel caso di piccole variazioni delle variabili di stato viaggia con una velocità costante:

$$w = \frac{\partial q}{\partial k} \quad (3.15)$$

Le soluzioni dell'equazione, dette appunto caratteristiche, ammettono un integrale generale della forma:

$$k(x, t) = k(x - wt) \quad (3.16)$$

con  $k$  costante per ogni caratteristica. L'equazione precedente ha soluzione:

$$v = x - wt \quad (3.17)$$

che rappresenta la propagazione di uno stato con densità  $k$  nel piano  $(x, t)$  e che può essere utilizzata per rappresentare lo stato di deflusso della corrente mediante la densità. Se  $w=0$ , allora lo stato di traffico non si propaga e si identifica una densità  $k_c$  che si definisce critica; se  $w<0$ , si riscontra che lo stato di densità è inferiore a quello critico  $k_c$  e si propaga nel medesimo verso della velocità  $v$  della corrente; se  $w>0$ , si riscontra che lo

stato di densità è maggiore di quello critico  $k_c$  e si propaga in direzione opposta alla velocità  $v$  lungo la corrente.

La soluzione del modello, ossia dell'equazione differenziale alle derivate parziali stanti le condizioni al contorno, può essere ricercata anche per via numerica attraverso una discretizzazione del dominio della corrente in celle consecutive di definita ampiezza ed adottando uno schema alle differenze finite. Ciò sostituisce la rappresentazione del deflusso tramite l'approccio continuo e trasforma l'equazione di continuità in un'equazione alle differenze finite utilizzando un procedimento iterativo per aggiornare lo stato, ossia la densità di ogni cella, per intervalli consecutivi di ampiezza  $\Delta t$ . Questo approccio ha prodotto interessanti applicazioni numeriche presenti in letteratura, e tra esse si può richiamare il CTM (*Cell Transmission Model*) sviluppato da Daganzo (1994).

In termini generali, dal momento che il modello del primo ordine non fa riferimento ad una specifica forma funzionale del Diagramma Fondamentale, spesso si parla di modelli LWR per comprendere tutti quei modelli che, pur nella diversità della definizione del Diagramma Fondamentale, fanno riferimento ad un'unica equazione dinamica rappresentata dall'equazione di continuità. In tal modo, finché la dinamica del modello è rappresentata mediante l'equazione di continuità e questa dipende solo dalla geometria dell'infrastruttura, è il modello individuato per la rappresentazione del Diagramma Fondamentale che identifica completamente il modello macroscopico all'interno di quelli che vengono identificati come modelli del primo ordine o LWR.

L'identificazione del Diagramma Fondamentale, che come detto si esprime attraverso le coppie di relazioni tra le variabili caratteristiche del deflusso sotto l'ipotesi di stazionarietà, ha interessato numerosi studi a partire dalle prime esperienze di Greenshields (1935). Al fine di ottenere Diagrammi Fondamentali consistenti con i dati sperimentali, differenti modelli di equilibrio sono stati proposti e basati su assunzioni di regime singolo o multiplo, ossia rispettivamente una o più relazioni valide nel campo di variazione delle grandezze rappresentative. La letteratura internazionale presenta, oltre ai modelli definibili come classici di Greenshields (1935), Greenberg (1959), Underwood (1961), Drake et al. (1967), Drew (1968) e Pipes (1967), numerose altre formulazioni per la cui discussione si rimanda al capitolo 6 seguente.

Per quanto visto i modelli cosiddetti del primo ordine non prendono in considerazione nessun tipo di relazione dinamica per la velocità, che si presenta solo legata alla densità sulla base dell'equazione del Diagramma Fondamentale. Un'ulteriore classe di modelli, detti del secondo ordine, tiene conto dell'impossibilità dei conducenti di aggiornare istantaneamente la velocità, come invece ipotizzato da quelli del primo ordine in cui la velocità della corrente  $v(x,t)$  si adatta istantaneamente nel tempo e nello spazio alla variazione di densità  $k(x,t)$ , introducendo relazioni aggiuntive che considerano anche la velocità come una grandezza dinamica.

Prendendo in esame due veicoli consecutivi *follower* - *leader*, il *follower* adegua il proprio comportamento, in termini di variazioni di velocità, in dipendenza da quello che lo precede (*leader*) secondo l'equazione:

$$v((x(t + \tau), t + \tau) = V_e(k(x + \Delta x, t)) \quad (3.18)$$

con  $\tau$  tempo di reazione,  $x(t)$  la posizione del veicolo all'istante  $t$ ,  $v(x, t)$  la sua velocità in  $x$  e all'istante  $t$ ,  $\Delta x$  il distanziamento dal veicolo leader e  $V_e$  e la velocità d'equilibrio espressa in funzione della densità  $k$  alle coordinate spazio temporali  $(x + \Delta x, t)$ . Passando attraverso un'espansione in serie di Taylor dei due membri dell'equazione si ottiene l'equazione che descrive la dinamica della velocità e che può essere espressa, in una forma generalizzata mediante l'espressione seguente:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{\tau} [V_e(k) - v] - \frac{c_0^2}{k} \frac{\partial k}{\partial x} \quad (3.19)$$

L'equazione sopra riportata ha un riferimento formale nelle equazioni di Eulero e di Navier-Stokes per l'idrodinamica e rappresenta il bilanciamento complessivo della quantità di moto. L'equazione descrive tre aspetti della dinamica del deflusso, mediante: un termine convettivo che rappresenta la variazione della velocità in funzione di arrivi e partenze di veicoli in  $(x, t)$ ; un termine di rilassamento che rappresenta l'adeguamento della velocità dei veicoli rispetto a quella di equilibrio in un certo tempo di reazione; un termine di anticipazione che rappresenta la reazione dei veicoli alle condizioni di traffico a valle (pressione di traffico). Con  $V_e$  si intende la velocità di equilibrio nella forma generalizzata dell'equazione densità - velocità deducibile dal Diagramma Fondamentale.

In corrispondenza di scelte nella formulazione dei diversi termini sopra richiamati si ottengono i casi sviluppati da Payne e Whitham (1971), da Phillips (1979), da Kuhne (1984), da Kerner & Konhauser (1993), da Michalopoulos et al. (1993), da Zhang (1998) e da Treiber et al. (1999). Tali modelli possono essere tutti ricondotti alla forma precedente per l'equazione dinamica della velocità e all'equazione di continuità e, presentando più equazioni differenziali alle derivate parziali, sono detti di ordine superiore (*High Order PDEs*).

Anche in questo caso la ricerca della soluzione può essere effettuata per via numerica mediante discretizzazione del tratto stradale (spazio) e dell'intervallo in esame (tempo), ottenendo una formulazione simile a quella del CTM già vista per i modelli del primo ordine (Smulders, 1990).

### 3.2.2. MODELLI MICROSCOPICI DEL DEFLUSSO

In contrapposizione ai modelli macroscopici, che considerano i comportamenti aggregati della corrente veicolare, i modelli microscopici analizzano il comportamento del singolo veicolo, catturandone le relative caratteristiche cinematiche e di interazione con gli altri

veicoli, Nei modelli microscopici, quindi, l'unità di traffico non è intesa come una particella di un mezzo continuo, ma come un elemento privo di massa e attivo, ossia capace di assumere decisioni sulla base di uno schema prefissato di regole.

In generale gli aspetti che riguardano il comportamento del guidatore in un modello microscopico sono duplici:

- un aspetto longitudinale, che riguarda l'accelerazione, il mantenimento della velocità e della distanza desiderata dal veicolo che precede, generalmente identificati come *car-following*;
- un aspetto trasversale, che riguarda il cambio di corsia ed il sorpasso, generalmente identificati come *lane-changing*.

La gestione dei due aspetti longitudinale e trasversale da parte del guidatore, ossia operando una decisione di *car-following* scegliendo velocità e accelerazione in modo da evitare la collisione con il veicolo precedente, ovvero effettuando un *lane-changing* per evitare il condizionamento del veicolo precedente, sono regolate da una ulteriore decisione, generalmente identificata come *gap-acceptance*. Rispetto a tale decisione, infatti, il guidatore subordina l'azione alla ricerca ed individuazione di situazioni accettabili per il passaggio nella corsia adiacente.

In relazione al contesto di discussione di questa tesi, l'approfondimento sui modelli di scala micro riguarda in modo preminente gli aspetti longitudinali, ed in particolare i modelli di *car-following* o modelli di veicolo accodato. Gli aspetti longitudinali sono relativi, infatti, sia all'interazione con la carreggiata stradale sia all'interazione con gli altri veicoli che compongono il flusso di traffico. Facendo riferimento alla prima, la descrizione riguarda la dinamica di accelerazione in considerazione della velocità desiderata dal guidatore in assenza di altri veicoli che lo precedano (e quindi dipendente dalla sola infrastruttura); prendendo in esame la seconda, la descrizione riguarda le interazioni reciproche che si attivano tra i veicoli nelle dinamiche *follower - leader*.

I modelli di veicolo accodato possono essere classificati come segue:

- Modelli della distanza di sicurezza: basati sull'ipotesi che il veicolo *follower* si mantenga ad una distanza di sicurezza dal veicolo leader;
- Modelli stimolo risposta: basati sull'ipotesi che la risposta del veicolo *follower* sia direttamente proporzionale allo stimolo, quale ad esempio la velocità relativa rispetto al veicolo *leader*;
- Modelli psicofisici: basati sulla modellazione del processo decisionale umano alla base della guida, prendendo in considerazione la percezione del guidatore ed alcune regole comportamentali.

I modelli della distanza di sicurezza, o *safe-distance models*, sono basati sull'idea che il conducente di un veicolo *follower* mantenga una distanza e adotti una velocità rispetto al veicolo leader tale da consentirgli un arresto sicuro, qualora lo stesso leader si arresti

improvvisamente. Il primo modello microscopico di questo tipo fu sviluppato dal Pipes (1953), assumendo come concetto fondamentale la distanza di sicurezza dal veicolo precedente, considerata pari almeno alla lunghezza media del veicolo per ogni dieci miglia orarie di velocità di marcia:

$$s_i \geq l_{i-1} + l_i \cdot v_i \cdot \frac{1}{4.47} \quad (3.20)$$

dove  $l_{i-1}$  è la lunghezza del veicolo leader,  $v_i$  è la velocità del veicolo *follower* e  $l_i$  è la sua lunghezza. Forbes (1958) propose un approccio simile, considerando un distanziamento temporale tra due veicoli consecutivi pari almeno al tempo di reazione del guidatore  $\tau_i$ . In termini di distanziamento spaziale tra i due veicoli, si ha:

$$s_i \geq l_i + v_i \cdot \tau_i \quad (3.21)$$

Gipps (1981) introduce il concetto di velocità ottimale, in considerazione del fatto che un inseguitore scelga una velocità tale da assicurare l'arresto del veicolo in sicurezza in caso di improvviso arresto del veicolo precedente. In altri termini, in ogni istante  $t$ , il veicolo *follower* farà in modo di avere davanti a se abbastanza spazio di sicurezza, in modo tale che in caso di frenata improvvisa del veicolo leader, lo stesso *follower* abbia il tempo di percepire e reagire, decelerando fino a fermarsi e senza entrare in collisione con il leader. In termini matematici la distanza di sicurezza minima si esprime come:

$$s_i(t) \geq \frac{v_i(t) + v_i(t + \tau_i)}{2} \tau_i + v_i(t + \tau_i) \theta - \frac{v_i^2(t + \tau_i)}{2b_i} + \frac{v_{i-1}^2(t)}{2B_{i-1}} + l_{i-1} \quad (3.22)$$

dove  $v_i$  è la velocità del veicolo *follower*,  $\tau_i$  è il suo tempo di reazione e  $\theta$  è il relativo extra buffer di sicurezza,  $v_{i-1}$  è la velocità del veicolo leader e  $l_{i-1}$  è la sua lunghezza;  $B_{i-1}$  e  $b_i$  e sono invece rispettivamente il tasso di frenatura di emergenza applicato dal veicolo leader e il tasso di decelerazione accettabile per il veicolo *follower*. Arrangiando rispetto alla  $v_i(t + \tau_i)$  si ottengono due valori della velocità che sono relativi rispettivamente al flusso libero e al *car-following*. In questi termini, pertanto, il modello di Gipps è un modello multi regime, presentando due equazioni per la velocità a seconda che si tratti di regime di flusso libero o meno.

I modelli stimolo-risposta, o *stimulus-response*, descrivono la reazione del guidatore come funzione delle variazioni di distanza, velocità, etc. rispetto al veicolo leader e in considerazione di una certa sensibilità. Tali modelli mettono in evidenza come ciascun guidatore tenda a non lasciare troppo spazio di separazione con il veicolo che lo precede, per evitare l'inserimento di altri veicoli in sorpasso, ma nello stesso tempo senta l'esigenza di lasciare un sufficiente spazio di sicurezza. I modelli stimolo-risposta assumono che per assicurare uno spazio adeguato, i guidatori controllino l'accelerazione. Se la risposta è, quindi, l'accelerazione, diverse ipotesi sono state fatte sullo stimolo, tra cui quella della velocità relativa. Per quanto riguarda la sensibilità, la stessa viene considerata come dipendente dalla distanza tra i veicoli: più i veicoli sono lontani più è

bassa e cresce al loro avvicinarsi. Il primo tra i cosiddetti modelli stimolo – risposta fu proposto da Chandler et al. (1958) assumendo che la reazione, nella risposta del guidatore, sia proporzionale alla variazione della velocità e della distanza rispetto al veicolo precedente:

$$a_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[v_{i-1}(t) - v_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]} \quad (3.23)$$

Da questo modello, che evidenzia una dipendenza lineare tra le velocità relative dei veicoli in considerazione di un coefficiente di sensibilità dei guidatori, i laboratori *General Motors* (GM) svilupparono successivamente modelli non lineari e tali da incorporare anche il distanziamento tra i veicoli. La forma generalizzata del modello GM fu proposta da Gazis et al. (1961), considerando una riduzione della sensibilità del guidatore all'aumentare del distanziamento tra i veicoli:

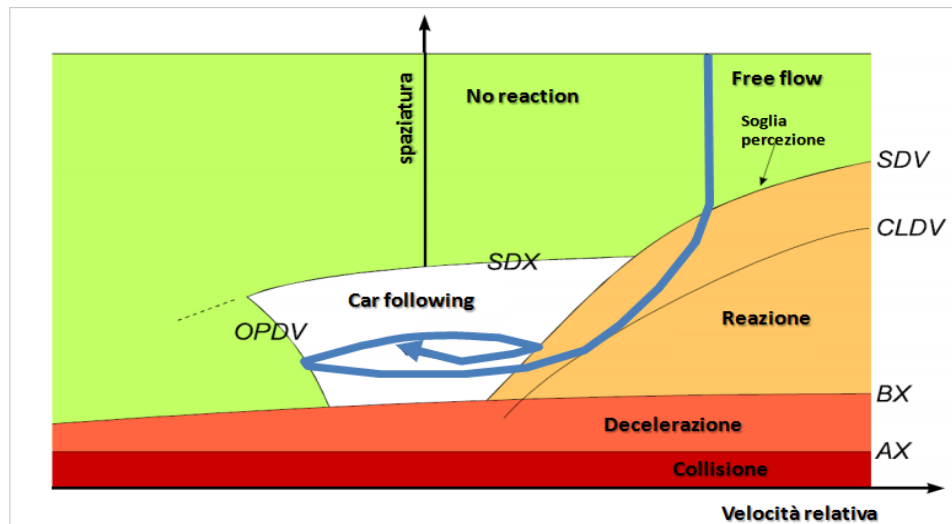
$$a_i(t + \tau_i) = \alpha \frac{[v_{i-1}(t) - v_i(t)]}{[x_{i-1}(t) - x_i(t)]} [v_{i-1}(t + \tau_i)]^m \quad (3.24)$$

Tanto i modelli della distanza di sicurezza quanto i modelli stimolo-risposta considerano come fattori umani solo il tempo di reazione. I modelli psicofisici, detti anche *action point*, partono da alcune considerazioni in merito all'impossibilità per i guidatori di percepire stimoli al di sotto di determinati valori, alla difficoltà di valutare ogni situazione e di determinare per ciascuna di essa una precisa soluzione, alla impossibilità di organizzare accelerate e frenate in maniera precisa ed ottimizzata. Essendo ciascun guidatore impegnato in numerosi compiti, infatti, lo stesso non può costantemente prestare attenzione all'inseguimento del veicolo precedente ed alle sue dinamiche.

I modelli *action point* costituiscono il fondamento di molti moderni modelli di simulazione di traffico, considerando nell'insieme fattori psicologici (quali soglie di reazione e percezione o comportamenti inconsci che producono un accodamento tra veicoli) e fisici (quali accelerazioni o decelerazioni). Un tipico modello psicofisico *action point* è quello proposto da Wiedemann (1974). Il modello considera i due fattori che influenzano maggiormente la guida: lo spazio tra i veicoli e la velocità relativa. I due fattori vengono rappresentati in un piano, rispettivamente come asse  $y$  e asse  $x$  e all'interno di tale piano si può individuare un punto rappresentativo delle condizioni operative del veicolo  $i$  rispetto al suo leader  $i-1$ . Quando un veicolo si muove, la variazione dei due fattori individuati produce una traiettoria nel piano  $x$ - $y$  sopra richiamato. In un determinato istante la relazione tra i due veicoli può essere individuata sulla base della localizzazione di tale punto e della suddivisione del piano in zone di funzionamento, come mostrato nella figura 3.3.

Nel caso del modello sopra richiamato, si distinguono alcune zone di funzionamento che definiscono le relazioni tra il veicolo *follower* ed il suo *leader*: *free flow* o *no reaction area*, *approaching* o *reaction area*, *following area*, *deceleration area* e *collision area*. Sono inoltre riportate le linee di separazione tra le aree: AX distanziamento desiderato tra

veicoli fermi; BX distanza minima di accodamento considerata sicura dai guidatori; CLDV punti a breve distanza per i quali i guidatori percepiscono che la propria velocità è più elevata rispetto al veicolo precedente; SDV punti a maggiore distanza per la quale i guidatori percepiscono le differenze delle velocità quando avvicinano veicoli più lenti; OPDV punti a breve distanza per i quali i guidatori percepiscono che la propria velocità è più bassa rispetto al veicolo precedente; SDX: la massima distanza di accodamento che indica il limite superiore del processo di *car-following*.



**Fig. 3.3: Piano velocità relativa - distanziamento in un modello psicofisico**

Sviluppi più recenti nel campo dei modelli microscopici riguardano i modelli ad Automi Cellulari o *Cellular Automata* (CA), che descrivono il traffico attraverso un reticolo di celle di egual misura attraverso i quali gli automi si muovono di cella in cella. Applicazioni e verifiche di tali modelli da parte di Wu & Brilon (1999) e Nagel et al. (1998), mostrano risultati abbastanza realistici su scala macroscopica, in termini di riproduzione delle curve empiriche velocità - densità.

In conclusione di questo paragrafo dedicato all'approccio microscopico, si riporta un accenno anche ai cosiddetti modelli submicroscopici o picoscopici, che oltre a descrivere il comportamento spazio-temporale delle singole entità nel sistema traffico, pongono l'attenzione sul funzionamento di parti specifiche del veicolo o di processi che riguardano le attività di guida (Minderhoud, 1999), (Van Arem & Hogema, 1995), (Ludmann, 1998)). I modelli picoscopici sono d'interesse prevalente nelle applicazioni dell'ingegneria e della tecnica automobilistica, nell'ambito delle quali sono stati proposti modelli dinamici con vari gradi di libertà, in grado di rappresentare il movimento e la stabilità del veicolo e le modalità con cui di un guidatore interagisce con lo stesso rispondendo all'ambiente di guida in cui si trova.



### 3.3. IL RAPPORTO MICRO-MACRO NELLA MODELLAZIONE DEL TRAFFICO

Assumendo come riferimento uno o più approcci tra quelli sopra richiamati, nuovi modelli microscopici sono stati definiti sia nella forma multi regime sia a regime singolo. In alcuni di questi modelli, in aggiunta ad alcuni elementi che comunque rappresentano i comportamenti dell'unità di traffico veicolo-guidatore, ha assunto crescente importanza il bisogno di sintetizzare, attraverso lo stesso modello, alcune evidenze empiriche emergenti a livello aggregato, ossia macroscopico.

Prima di concentrare l'attenzione nella ricerca del legame diretto tra i punti di vista microscopico e macroscopico come sopra richiamati, si ritiene utile un accenno a quello che può essere interpretato come un punto di vista intermedio, che viene identificato come mesoscopico. Nella categoria di modelli mesoscopici di deflusso si ricomprendono, infatti, quei modelli che non distinguono i singoli veicoli e non ne tracciano il relativo movimento e comportamento, ma si concentrano sull'analisi probabilistica di gruppi di veicoli. Il traffico è, quindi, rappresentato da piccoli gruppi di unità con attività ed interazioni reciproche descritte con un basso livello di dettaglio. Tra di essi si evidenziano soprattutto i modelli gas-cinetici che interpretano la dinamica delle distribuzioni di velocità derivandola dall'analogia con la teoria cinetica dei gas (Prigogine, 1961), (Prigogine & Herman, 1971), (Paveri-Fontana, 1975), (Helbing, 1997), (Hoogendoorn & Bovy, 2000).

Tornando all'approfondimento del legame e dell'esplicitazione delle relazioni tra modelli macroscopici e modelli microscopici, la ricerca di un ponte di connessione tra la teoria micro e macro del traffico ha assunto caratteri sempre più interessanti. Da questo punto di vista, quindi, se le relazioni tra le variabili tasso di flusso, densità e velocità sono in generale riferite ad un livello di lettura macroscopico dei fenomeni di traffico, per molti modelli macroscopici e per i relativi Diagrammi Fondamentali sono stati proposti approcci che ne consentono la derivazione da modelli di natura microscopica. Da questo punto di vista, Gazis (1959) (1961) fu il primo ad ottenere le relazioni del Diagramma Fondamentale rispettivamente nella forma delle equazioni di Greenshields e di Greenberg impiegando il modello GM. Tra gli altri, e più di recente, Ni (2013) ha dimostrato in maniera sistematica come diverse espressioni del Diagramma Fondamentale in letteratura (Greenshields, Greenberg, Underwood, Drew, Drake, Pipes, etc.) possano essere ottenuti dal medesimo modello, assumendo condizioni di stazionarietà, in un quadro unificato nel quale le diverse formulazioni macroscopiche possono essere collegate e messe in relazione tra loro nel cosiddetto *Unified Diagram*.

Tra i modelli che approfondiscono la consistenza rispetto all'evidenza empirica dei comportamenti macroscopici, si può porre in evidenza il modello di Newell (1961). Nel proporre la formulazione del modello, Newell esprime come la scelta della forma funzionale sia da mettere in relazione alla capacità di adattarsi alle evidenze empiriche e di essere sufficientemente semplice. Questi requisiti vengono richiamati anche in alcuni modelli proposti negli anni seguenti da Van Aerde (1995), e da Helbing, Hennecke e Treiber (Intelligent Driver Model IDM) (2000-2002). In questi modelli, infatti, si ritrova

una adeguata rappresentazione dell'evidenza del comportamento della singola unità di traffico, insieme ad una appropriata descrizione a livello aggregato delle caratteristiche macroscopiche del flusso, espresse come Diagramma Fondamentale. In questa ottica di legame micro-macro, un richiamo va fatto in merito ai cosiddetti modelli a particella o *particle models* nei quali, pur essendo presente la distinzione e il tracciamento di ciascun veicolo, il comportamento complessivo del flusso è descritto in termini aggregati ricorrendo ad un modello macroscopico, come ad esempio in (Van Aerde, 1994) (Van Aerde, 1995).

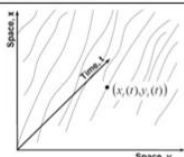
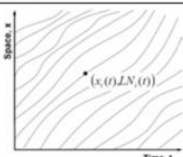
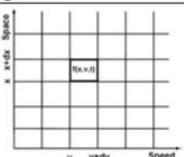
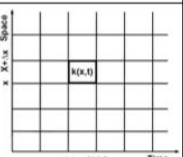
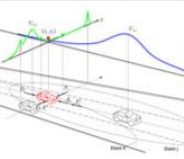
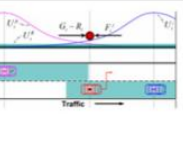
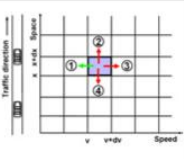
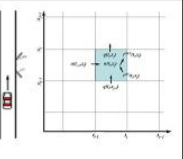
Scale	Picoscopic	Microscopic	Mesoscopic	Macroscopic
State variable	$(x_i(t), y_i(t))$ $i = 1, 2, 3, \dots \quad 0 < t < \infty$	$(x_i(t), LN_i(t))$ $LN \in \{1, 2, \dots, n\}$	$f(x, v, t)$	$k(x, t)$
Variable description	Vehicle trajectory in longitudinal x and lateral y directions	Vehicle trajectory in x direction and lane # LN in y direction	Distribution of a vehicle at location x and time t with speed v	Concentration of vehicles at location x and time t
State diagram				
Underlying principle	Control theory System dynamics Field theory	Field theory	Statistical mechanics	Fluid dynamics
Modeling approach				
Model coupling		Pico-Micro	Micro-Meso	Meso-Macro
		Micro - Macro		

Fig. 3.4: Ambiti della modellazione multiscala (da Ni, 2013)

Di recente Ni (2013) ha affrontato la modellazione del flusso di traffico in un'ottica multiscala ricercando una coerenza intrinseca tra i vari livelli (vedi figura 3.4). La coerenza riguarda la possibilità di definire e formalizzare collegamenti tra i modelli a scale diverse, derivando i modelli con minor livello di dettaglio da quelli con un grado di definizione più elevato e mostrando come i modelli di maggior dettaglio possano essere semplificati in modelli di analisi maggiormente aggregata. Ni propone un approccio coerente con la modellazione multiscala basato sulla teoria dei campi che vede i vari elementi del sistema traffico (strade, veicoli, e dispositivi di controllo e regolazione) come componenti di campi percepiti dal guidatore. Lo stesso guidatore, pertanto, si rapporta con questi elementi con una interazione a distanza mediata dal campo associato a ciascun elemento. L'approccio parte dalla scala submicroscopica o picoscopica, con la formazione di un modello in grado di rappresentare l'agire umano del guidatore nel rapportarsi al veicolo e all'ambiente di guida. Il modello di livello microscopico può essere ottenuto a partire dalla semplificazione del modello picoscopico conservando la

capacità di catturare i meccanismi essenziali di movimento e di interazione tra i veicoli. L'ulteriore gradino mesoscopico viene derivato dal modello microscopico in base alla meccanica statistica e, in ultimo, il modello macroscopico può essere derivato dalla scala mesoscopica ricorrendo ai principi della dinamica dei fluidi.

Nell'ambito di tale approccio viene formulato il *Longitudinal Control Model* o LCM di Ni et al. (2012, 2015) come massima aggregazione al livello macroscopico dell'insieme delle interazioni a distanza che si esprimono sotto forma di campi collegati ai diversi elementi che costituiscono il sistema traffico.

Funzionalmente agli obiettivi della ricerca, nel capitolo seguente saranno approfonditi in particolare i modelli di Van Aerde (1995) e di Ni et al. (2012, 2015), a partire dalla loro struttura microscopica per arrivare alla rappresentazione aggregata delle variabili macroscopiche.

### **3.4. METODI E SISTEMI PER LA MISURAZIONE DELLE VARIABILI DEL DEFLUSSO**

La conoscenza dettagliata ed aggiornata delle condizioni effettive del traffico in transito, in termini di variabili macroscopiche e microscopiche che lo caratterizzano, è elemento imprescindibile per lo studio e l'interpretazione dei fenomeni connessi con il deflusso veicolare. D'altra parte, da un lato maggiormente applicativo e gestionale dei fenomeni di traffico, la crescita progressiva dei fenomeni di congestione e la ricerca di soluzioni che consentano la massimizzazione dell'efficienza e della qualità del servizio ha determinato la diffusione delle cosiddette applicazioni *Intelligent Transport System ITS* che si basano in maniera sostanziale sul monitoraggio del deflusso e delle relative grandezze caratteristiche.

A partire dagli anni '20 e '30 del secolo scorso, quando furono introdotti i primi strumenti per la rilevazione automatica dei veicoli, le soluzioni tecnologiche proposte nel corso degli anni sono state molteplici. Allo stato attuale sono disponibili diverse tipologie di sensori e di sistemi per il monitoraggio e la raccolta di dati di traffico, variamente classificabili a seconda delle tecnologie, delle modalità di raccolta delle informazioni e della relativa tipologia. Tra le diverse possibili, le classificazioni di seguito riportate prendono in esame il rapporto reciproco con l'infrastruttura e con il traffico che defluisce sulla stessa, e il principio di funzionamento del sistema.

In relazione al grado di interferenza con la sede stradale e con il traffico, i sensori e gli apparati di rilevazione possono essere:

- intrusivi, se l'installazione del sistema richiede interventi sull'infrastruttura ed interruzioni del traffico;
- non intrusivi, se l'installazione non richiede interventi sull'infrastruttura e/o interruzioni del traffico;

- fuori sede, se non è prevista installazione fissa lungo gli spazi della carreggiata.

In relazione al principio di funzionamento, i sensori e gli apparati di rilevazione possono essere distinti in:

- puntuali: consentono misurazioni operate in maniera esterna al flusso e in corrispondenza di un ben preciso punto lungo il segmento d'infrastruttura, che per tale motivo sono anche dette *cross sectional measurements*;
- areali: consentono misurazioni operate in maniera esterna al flusso e in corrispondenza di una certa area d'infrastruttura, che per tale motivo sono anche dette *space measurements*;
- a sensori mobili: consentono misurazioni operate internamente al flusso effettuate da apparati che si muovono all'interno dello stesso.

Un sensore puntuale viene montato su una postazione fissa lungo la carreggiata o sugli spazi contigui. Esempi di sensori puntuali comunemente impiegati sono:

- **Tubi pneumatici** – i tubi pneumatici sono dispositivi di rilevazione portatili posizionati sulla superficie stradale. Un veicolo, ovvero un suo asse, che passa sul tubo esercita una pressione che spinge l'aria nel tubo verso una membrana. La pressione muove la membrana e l'apparato di controllo registra il transito dell'asse. L'apparato è dotato di un sistema di controllo che sulla base di uno specifico settaggio sul campo consente di raccogliere dati relativi ai transiti, alla velocità istantanea, alla direzione del flusso, all'istante di transito e alla classificazione (p.e. per numero di assi o per lunghezza) del veicolo transitato. Il costo è generalmente limitato ma l'installazione comporta interruzione del traffico e disagi alla circolazione. La copertura in termini di corsia è limitata e nonostante gli apparati possano essere riutilizzati in altre postazioni, gli stessi risultano particolarmente suscettibili di danneggiamento da parte dei veicoli in transito, con conseguenti errori di misurazione e raccolta dati.
- **Spire induttive** – le spire induttive sono dispositivi fissi installati nella pavimentazione stradale che rilevano la presenza di un oggetto metallico a causa delle correnti indotte e della riduzione dell'induttanza della spira. Gli apparati sono costituiti da uno o più anelli di filo conduttore annegati nella pavimentazione collegati ad una unità elettronica. Quando un veicolo passa sulla spira o si ferma all'interno dell'area da essa racchiusa, si produce una riduzione dell'induttanza della spira che viene rilevata dall'unità elettronica e interpretata dal controller. Un rilevatore a spire induttivo può controllare una corsia, ma può essere organizzato in batterie per l'intera carreggiata, ed è in grado di effettuare conteggi classificati dei transiti, velocità istantanee, *headway* temporali, *on time occupancy* (tempo durante il quale il rilevatore emette un stato occupato) in tutte le condizioni meteorologiche e di luce, ad eccezione di neve e ghiaccio. L'installazione di spire induttive può comportare disagi temporanei per il traffico, e presenta costi d'installazione e manutenzione non trascurabili.

- **Sensori magnetici** – i sensori magnetici sono dispositivi passivi che rilevano la presenza di oggetti metallici mediante la perturbazione o anomalia magnetica che gli stessi producono nel campo magnetico terrestre. Si tratta di dispositivi abbastanza compatti e dai costi contenuti, solitamente in formato di piastra e non permanenti, fissati (uno per corsia) sulla superficie della carreggiata e con una minima impronta sulla pavimentazione;
- **Sensori radar acustici/ultrasonici** - i sensori acustici/a ultrasuoni emettono un fascio di onde sonore (radar), che viaggia fino a quando non colpisce un oggetto e rimbalza indietro, ritornando al sensore. L'unità di controllo misura il tempo che impiega l'onda per viaggiare e sulla base della sua velocità, il sensore è in grado di contare il veicolo e di determinarne la distanza rispetto al sensore. L'emissione secondo due angoli incidenti e ravvicinati permette di determinare la velocità veicolare sulla base del tempo impiegato per attraversare i due fasci. In alcuni sensori l'emissione di un segnale di frequenza costante permette di misurare la velocità del veicolo utilizzando l'effetto Doppler: la frequenza del segnale ricevuto risulta maggiore rispetto a quella emessa se si tratta di un veicolo in movimento verso il radar, mentre risulta minore se il movimento è nella direzione opposta. In tali tipi di sensori il passaggio di ogni veicolo e la sua registrazione è legata ad una variazione della frequenza del segnale ricevuto dal sensore. Il sensore non misura, in generale, la presenza di veicoli fermi, ma rileva solo quelli in movimento. Questo tipo di sensori è solitamente poco intrusivo, in quanto collocato o a bordo della carreggiata con fasci paralleli alla sezione, o in posizione elevata rispetto alla carreggiata (su portali) con fasci ortogonali alla sezione.
- **Trasponder RFID** – i sistemi di identificazione a radio-frequenza (*Radio-Frequency Identification RFID*), comunemente detti trasponder ed utilizzati in particolare nell'esazione elettronica del pedaggio (*E-ZPass, Telepass, etc.*) utilizzano onde radio per scambiare dati tra una postazione fissa ed un oggetto in movimento con il proposito del riconoscimento e del tracciamento della posizione. Una singola postazione riesce quindi ad identificare il veicolo e a registrare il tempo del passaggio, mentre più postazioni ravvicinate consentono di elaborare informazioni aggiuntive sulle velocità. I sensori RFID non sono minimamente intrusivi ed hanno costi contenuti, ma consentono solo di rilevare i veicoli provvisti di trasponder e quindi non l'intero flusso transitato.
- **Sistemi VIPS** – si tratta di sistemi di elaborazione delle immagini, *Video Image Processing System (VIPS)* costituiti da una o più telecamere montate lungo l'infrastruttura che comunicano le informazioni rilevate ad un sistema di elaborazione il quale provvede al riconoscimento automatico dei veicoli in transito. Quando un veicolo entra nella zona di rilevazione settata sulla telecamera e riconosciuta dal sistema, la logica di controllo rileva la presenza del veicolo e ne determina la classe veicolare, la velocità istantanea, l'*headway* e l'*occupancy*. Questo tipo di sensori è solitamente poco intrusivo, generando scarse interferenze con l'infrastruttura e con il traffico in quanto collocato in posizione elevata rispetto alla carreggiata (su pali o portali). I sistemi VIPS

sono generalmente costosi nell'installazione, settaggio e manutenzione e sono vulnerabili ai fenomeni meteorologici.

Un sensore areale può o essere montato su una postazione fissa lungo la carreggiata/spazi contigui, avendo comunque come riferimento un certo segmento di infrastruttura e non una sezione trasversale come avviene per i sensori puntuali, oppure essere totalmente al di fuori di essa:

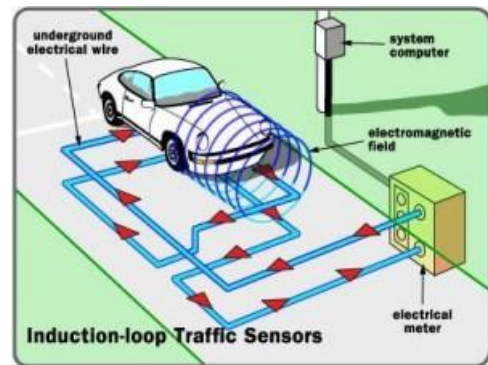
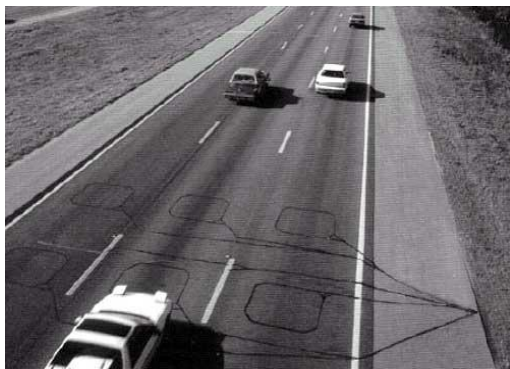
- al primo gruppo appartengono sistemi del tipo VIPS, installati su supporto fisso, per i quali il riconoscimento non si riferisce solo ad una sezione trasversale della carreggiata, ma ad una certa superficie caratterizzata da una dimensione longitudinale apprezzabile;
- al secondo gruppo appartengono sistemi capaci di catturare ed elaborare immagini o registrazioni video da posizioni al di fuori della carreggiata e degli spazi contigui (foto/video aerei), mediante droni o simili.

Un sensore mobile consente misurazioni delle grandezze caratteristiche del traffico operate internamente al flusso ed effettuate da apparati che si muovono all'interno e in maniera solidale con lo stesso. Si tratta in generale di sistemi e dispositivi che rendono disponibili i cosiddetti *Floating Car Data* o *Floating Cellular Data* (FCD), collezione di dati geolocalizzati di percorsi, velocità, tempi e direzione di viaggio ottenuti mediante dispositivi GPS e/o connessioni WIFI e/o alla rete di telefonia mobile all'interno dei veicoli.

Ciò significa che ogni veicolo con un dispositivo attivo agisce da sensore nella rete stradale generando dati essenziali per le informazioni sul traffico e per il funzionamento di sistemi di trasporto intelligenti ITS. I sensori mobili non sono minimamente intrusivi, non hanno bisogno di hardware aggiuntivi e lavorano con qualsiasi condizione meteo climatica. Essi, tuttavia, consentono di rilevare i dispositivi più che i veicoli in movimento. In tal modo le informazioni ottenute sono specifiche del singolo veicolo o comunque dei veicoli equipaggiati e quindi non direttamente l'intero flusso transitato.



**Fig. 3.5: Sensori puntuali o cross sectional del tipo Tubi pneumatici**



**Fig. 3.6: Sensori puntuali o cross sectional del tipo Spire induttive**



**Fig. 3.7: Sensori puntuali o cross sectional del tipo Piastra magnetica**

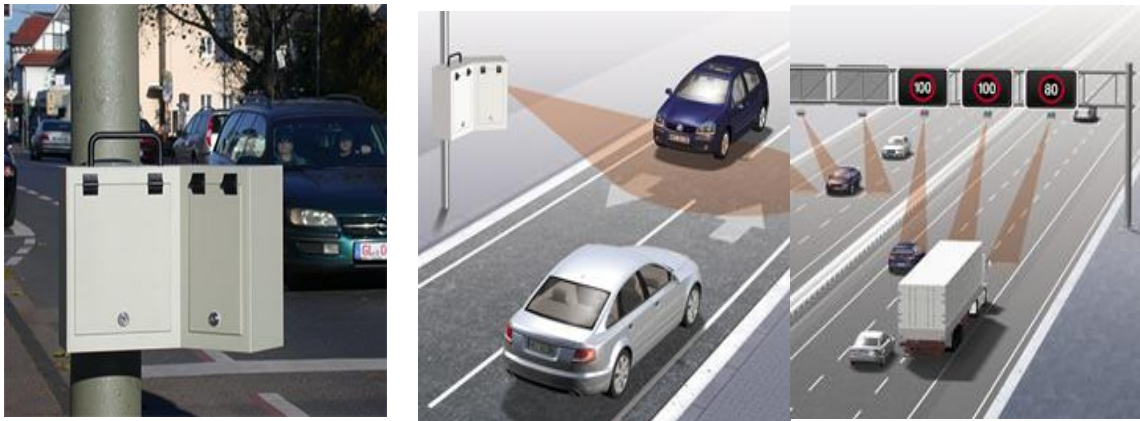


Fig. 3.8: Sensori puntuali o cross sectional del tipo Radar Doppler

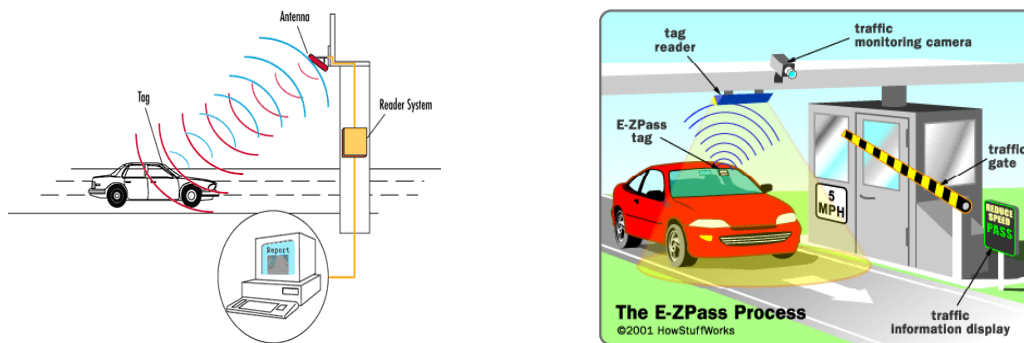


Fig. 3.9: Sensori puntuali o cross sectional del tipo RFID



Fig. 3.10: Sensori puntuali o cross sectional del tipo VIPS





Fig. 3.11: Sensori areali del tipo VIPS



Fig. 3.12: Sensori areali del tipo Aereo/Drone

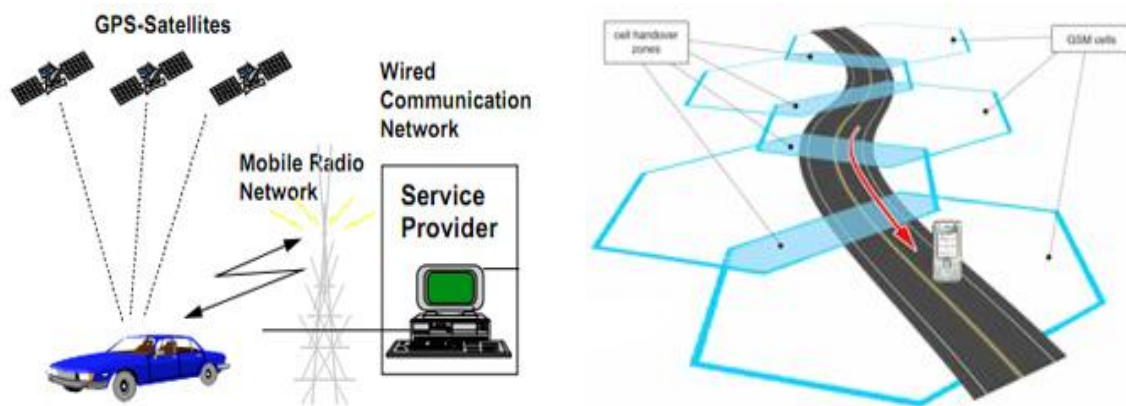


Fig. 3.13: Sensori mobili FCD

## 4. ASPETTI GENERALI DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

### 4.1. IL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

#### 4.1.1. RELAZIONE IDRODINAMICA E DIAGRAMMA FONDAMENTALE

Come accennato al capitolo precedente, la relazione fondamentale del traffico veicolare rappresenta il legame esistente tra le variabili macroscopiche del deflusso, ossia densità, velocità e flusso (rispettivamente  $k$ ,  $v$  and  $q$ ), espressa dall'identità:

$$q = k \cdot v \tag{4.1}$$

In tali termini, il numero di unità di traffico che attraversano una sezione trasversale nell'unità di tempo (tasso di flusso  $q$ ) è uguale al prodotto del numero delle unità presenti nell'unità di lunghezza (densità  $k$ ) per la distanza coperta dalle stesse nell'unità di tempo (velocità  $v$ ).

La relazione fondamentale, detta anche relazione idrodinamica del traffico (Treiber & Kesting, 2013), individua un legame ben definito tra le tre quantità: note due di esse, l'applicazione della relazione fondamentale consente di conoscere anche la terza. In generale l'applicabilità della relazione è condizionata da alcune restrizioni che la rendono valida solo nell'ipotesi di variabili continue e corrente di traffico costituita da sub-correnti che si presentano in condizioni di:

- Omogeneità, dove per composizione omogenea s'intende una composizione delle sub-correnti costituita da veicoli del medesimo tipo;
- Stazionarietà, dove per traffico in condizioni stazionarie s'intende che le sub-correnti non presentino variazioni nel tempo e nello spazio.

Come richiamato al capitolo precedente a proposito della trattazione dei modelli macroscopici, nel 1955 Lighthill and Whitham postularono l'esistenza di una relazione tra flusso e densità veicolare che chiamarono curva flusso - concentrazione, nell'ambito della formalizzazione del modello fluidodinamico del primo ordine per il flusso di traffico.

Formulando l'ipotesi che: “*in un qualsiasi punto di una strada, il flusso  $q$  è funzione della densità  $k$* ”, essi definirono l'esistenza di un'equazione costitutiva, ossia di un modello teorico che traduce in termini matematici le caratteristiche fenomenologiche e comportamentali del traffico veicolare. Ad indicare l'equazione costitutiva del flusso di traffico veicolare Haight (1963) introdusse per la prima volta il termine di Diagramma

Fondamentale, di seguito spesso abbreviato in DF, espresso dalla funzione  $q = f(k)$ . Tra i diversi approcci esistenti in letteratura, quello che considera Diagramma Fondamentale è sicuramente il più diffuso per descrivere le relazioni esistenti tra le variabili macroscopiche (Chen et al., 2014).

In considerazione della relazione fondamentale che lega le tre variabili macroscopiche, il Diagramma Fondamentale è la rappresentazione della relazione che esiste, in condizioni di stazionarietà ed omogeneità, tra il flusso veicolare e la sua velocità media in corrispondenza di una data sezione stradale, riportando ciò che può essere osservato sperimentalmente. Il termine stazionario indica che le variabili sono considerate costanti durante un certo periodo di tempo e in un certo intervallo spaziale, e quindi in una situazione che può essere definita di equilibrio per una corrente caratterizzata da composizione e comportamenti omogenei. In tal modo il flusso di traffico con composizione veicolare omogenea, è stazionario se i veicoli hanno una distribuzione di comportamenti uniforme nel tempo e nello spazio.

In condizioni stazionarie i veicoli perdono, quindi, la loro individualità viaggiando ad una velocità uniforme e questa situazione può essere espressa in termini di Diagramma Fondamentale, ossia mediante una relazione tra flusso e densità. Dalla relazione fondamentale (4.1), con una sostituzione per  $q$ , il DF può essere espresso come curva velocità – densità; con una sostituzione per  $k$ , invece, lo stesso diagramma può essere espresso come una funzione velocità – flusso. In sintesi, con il termine Diagramma Fondamentale si indicano le tre forme equivalenti legate dalla relazione fondamentale del traffico:

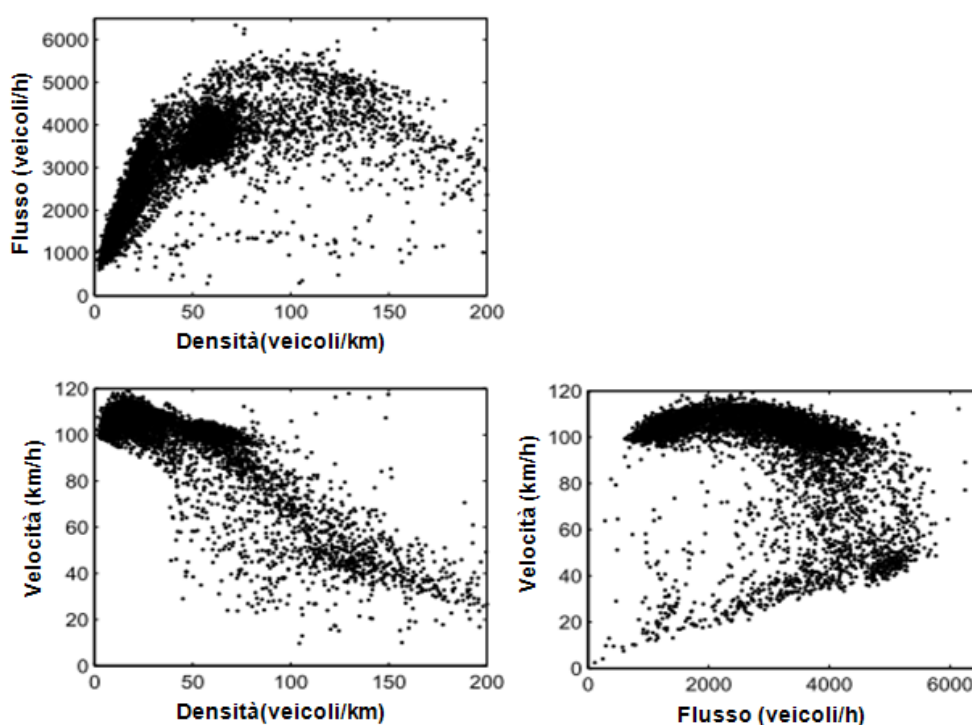
$$q = f(k), v = f(k), q = f(v), \quad (4.3)$$

#### 4.1.2. EVIDENZE EMPIRICHE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

Diversi approcci e differenti forme funzionali sono stati proposti per la caratterizzazione del Diagramma Fondamentale negli ultimi 80 anni, a partire dal lavoro di Greenshields (Greenshields et al., 1935). In particolare sono state esplorate soprattutto le relazioni velocità – densità e flusso – densità, sia a partire da considerazioni teoriche sia impiegando metodi empirici, e facendo riferimento ad approcci sia di natura macroscopica sia microscopica.

Qualunque sia la forma funzionale adottata sulla base di una definita formulazione teorica, le equazioni del Diagramma Fondamentale esprimono il legame tra le variabili caratteristiche del deflusso, in dipendenza da alcuni parametri. Questi parametri possono essere stimati sulla base di dati sperimentali di velocità, flusso e densità, usando metodi matematici e statistici di *curve – fitting*.

Il primo passo nello studio sperimentale del Diagramma Fondamentale è sicuramente rappresentato dall'analisi dei punti sperimentali nei diagrammi bidimensionali flusso-velocità, densità-velocità e densità-flusso. Tralasciando per il momento gli approfondimenti in relazione alle modalità di raccolta dei dati ed alle ipotesi di base che devono essere formulate, supponiamo di considerare una sezione di misura posta su un tronco di infrastruttura di lunghezza nota, con caratteristiche geometriche e funzionali omogenee e di misurare in un qualche modo il flusso veicolare, in termini di veicoli in transito in un determinato intervallo temporale (es. nell'ora), la velocità e la densità. Rappresentando il set di punti misurati in corrispondenza di varie situazioni di deflusso e secondo le tre combinazioni di riferimenti cartesiani dati dalle variabili macroscopiche, avremo dei diagrammi di dispersione del tipo riportato in figura 4.1.



**Fig. 4.1: Punti sperimentali nei diagrammi bidimensionali flusso – velocità - densità**

Esaminando le relazioni tra densità e flusso, si possono formulare le seguenti affermazioni, sostanziate da esperimenti ed osservazioni:

- Per un valore della densità in una determinata porzione di area di infrastruttura pari a zero, il flusso che attraversa la medesima è anche esso pari a zero;
- Al crescere della densità, si assiste ad un aumento del flusso;
- Esiste un valore massimo della densità nell'area, raggiunto il quale il flusso che attraversa la stessa area diventa nullo;
- Nel passaggio dal valore nullo al valore massimo della densità, valore per cui il flusso è nullo, lo stesso flusso assume un valore massimo;

- La funzione è concava.

A riguardo della relazione tra densità e velocità, d'altra parte, si possono fare le seguenti asserzioni:

- In una determinata area di infrastruttura per un valore della densità tendente a zero, la velocità del flusso che attraversa la medesima area è massima, dal momento che i veicoli sono pressoché liberi dai condizionamenti reciproci;
- Al crescere della densità, la velocità decresce per via dell'aumento del mutuo condizionamento dei veicoli;
- Quando la densità raggiunge il suo massimo, la velocità tende ad assumere un valore nullo, essendo sostanzialmente impedito il moto dei veicoli;
- La funzione è monotona non crescente.

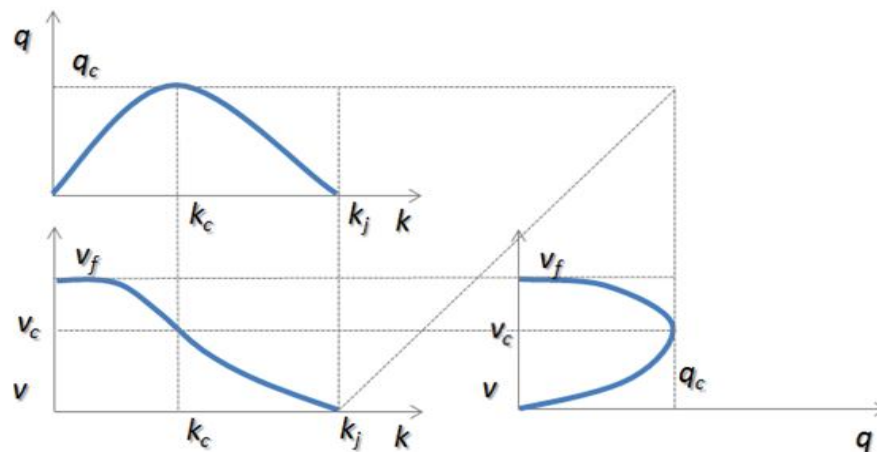
Se si considera la relazione flusso – velocità, si possono sintetizzare le seguenti affermazioni:

- Per valori del flusso prossimi allo zero, la velocità di attraversamento dell'area raggiunge il suo valore massimo, essendo i veicoli scarsamente condizionati nei loro movimenti;
- Al crescere del flusso, la velocità diminuisce per effetto del condizionamento reciproco tra i veicoli;
- Il flusso cresce fino a raggiungere il valore massimo; a partire da tale valore, l'aumento del condizionamento reciproco tra i veicoli comporta una riduzione progressiva del flusso, che si combina con una progressiva riduzione della velocità fino a raggiungere il valore nullo.

#### 4.1.3. RAPPRESENTAZIONE TIPICA E VALORI CHIAVE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

Una tipica rappresentazione delle tre forme equivalenti del Diagramma Fondamentale è indicata schematicamente in figura 4.2. Nonostante le tre forme del DF contengano le medesime informazioni, a seconda dei casi di specifica applicazione ciascuna può essere preferita o preferibile rispetto alle altre. La forma  $v(q)$  è particolarmente usata nei contesti più pratici ed operativi dell'ingegneria del traffico, specialmente per quanto riguarda il ramo superiore. Da un punto di vista teorico, e talvolta anche da quello pratico, il fatto che la funzione individui due valori della velocità per ciascun valore del flusso può generare alcuni problemi. In aggiunta a ciò, occorre considerare come il flusso di traffico non sia di per se una variabile propriamente indicata per rappresentare lo stato, ossia il regime, del deflusso. Da questo punto di vista, infatti, è sicuramente da preferire la densità.

La funzione velocità – densità  $v(k)$  consente di mettere in relazione la velocità dei veicoli alla concentrazione degli stessi mediante una forma funzionale biiettiva. Per questo motivo nello studio del DF è preferibile usare la funzione  $v(k)$  per la modellazione del deflusso, essendo la stessa in grado di rappresentare la tendenza dei veicoli ad adattare la propria velocità per effetto della presenza di altri veicoli in prossimità. Tale scelta, quindi, fornisce l'opportunità di identificare la densità in maniera univoca nota la velocità, e viceversa, operazione che al contrario non risulta possibile utilizzando la funzione velocità – flusso.



**Fig. 4.2: Tipica rappresentazione delle tre forme funzionali equivalenti per il Diagramma Fondamentale**

Si può osservare, in aggiunta, come la presenza di un tratto costante per la  $v(k)$  in corrispondenza di densità basse, comporti una determinazione univoca della velocità nota la densità, ma non viceversa. Per tale motivo a volte può essere preferibile ricorrere alla funzione  $q(k)$ , che mostra più esplicitamente anche il valore massimo per il flusso, non direttamente ottenibile dalla forma  $v(k)$ .

Nella molteplicità delle forme funzionali che sono state identificate, le relazioni sono caratterizzate da alcuni valori chiave, che spesso rappresentano parametri nella modellazione delle funzioni del Diagramma Fondamentale, o che comunque possono essere derivati dalle stesse mediante analisi funzionale. Di seguito i valori chiave del DF:

- $v_f$  velocità di flusso libero o *free-flow speed FFS*: per bassi valori della densità la velocità dei veicoli raggiunge il valore massimo;
- $q_c$  flusso massimo: solitamente identificato come capacità;
- $k_c$  densità critica: è il valore della densità corrispondente alla capacità;
- $v_c$  velocità critica: è il valore della velocità corrispondente alla capacità;
- $k_{jam}$  densità jam: valore massimo della densità, per il quale tende a zero sia il flusso sia la velocità.

## 4.2. REGIMI DI DEFLUSSO

Prendendo in esame il comportamento di una corrente di veicoli in transito su un tratto omogeneo di infrastruttura, in via del tutto generale possiamo distinguere diverse situazioni operative caratteristiche. Queste situazioni tipiche vengono comunemente indicate come “regimi”, “fasi” o “stati” del flusso di traffico. Ciascuno di questi regimi è caratterizzato da proprietà uniche e distintive, sostanzialmente legate alle caratteristiche macroscopiche e microscopiche del deflusso. Le osservazioni dirette del comportamento di un flusso veicolare in transito su un tronco omogeneo suggeriscono, infatti, alcuni tratti distintivi dei regimi di traffico.

In presenza di un flusso di traffico contenuto e di un contenuto numero di veicoli presenti nel tronco considerato, l'evidenza suggerisce le caratteristiche del regime cosiddetto del “*deflusso libero*”. I veicoli subiscono poche interazioni reciproche e pertanto sono scarsamente condizionati nei relativi comportamenti. Ciascun guidatore, pertanto, è in grado di mantenere la propria velocità desiderata, prescelta sulla base delle proprie abitudini di guida, della velocità massima consentita e delle caratteristiche proprie del veicolo. La scarsità delle interazioni reciproche tra i veicoli riduce la possibilità di ritardi rispetto al tempo di percorrenza alla velocità desiderata, essendo in generale non ostacolata la libertà nella manovra di sorpasso. L'assenza di condizionamento produce un'elevata varianza nella distribuzione delle velocità ideali, rispetto alle quali tuttavia può essere ricavata (come media o altro percentile) la velocità rappresentativa del flusso, che prende il nome di velocità di flusso libero (comunemente *FFS – Free Flow Speed*).

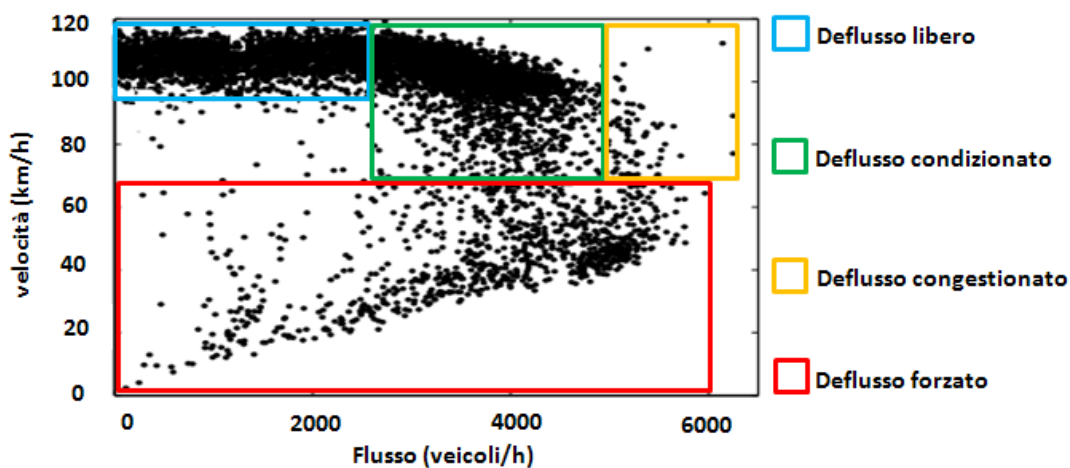
In definitiva, un flusso di traffico di portata contenuta, in transito da una sezione individuata nel tronco di infrastruttura considerato e tale da comportare una presenza altrettanto contenuta di veicoli nel medesimo segmento, si muove alla velocità di flusso libero, con ampi distanziamenti tra i veicoli che lo compongono e con disturbi contenuti, in una situazione pressoché stabile.

All'aumentare del flusso nella sezione, ed in parallelo del numero di veicoli presenti nel segmento, il distanziamento tra gli stessi si riduce e la libertà di manovra subisce anch'essa una riduzione. I guidatori sono costretti ad adeguare la propria velocità anche per effetto della presenza degli altri veicoli, che tendono ad ostacolare le manovre di sorpasso. La velocità del flusso, pertanto, si riduce rispetto al regime libero e, parimenti, si riduce anche la sua varianza, per effetto dei condizionamenti reciproci dei veicoli. In tal senso, il regime viene identificato come “*deflusso condizionato*”.

Un ulteriore aumento del flusso in transito produce ancor più evidenti condizionamenti tra i veicoli, con aumento del numero dei veicoli presenti nel segmento e una riduzione delle velocità degli stessi. Ciò avviene fino al raggiungimento di un valore massimo del flusso, che identifica la cosiddetta capacità della sezione, in corrispondenza del quale si determina il valore critico di densità per i veicoli presenti nel tratto. Il flusso è estremamente condizionato, con formazione di plotoni veicolari in movimento alla cosiddetta velocità critica, o velocità alla capacità. In quello che viene identificato come

regime di “*deflusso congestionato*”, i guidatori sono estremamente vincolati nelle scelte di guida, tanto in termini spaziali che temporali, e costretti a viaggiare ad una velocità sensibilmente inferiore a quella desiderata.

Quando il numero di veicoli presenti nel tratto aumenta ancora rispetto alla densità critica, il regime diventa di “*deflusso instabile*” o “*deflusso forzato*” con una riduzione della scorrevolezza e con continui fenomeni di *stop- and - go*. In corrispondenza di una sezione lungo il tratto si assisterà, pertanto, ad una riduzione del flusso in transito. Quando si raggiunge il massimo della densità di veicoli per il tratto considerato, il distanziamento spaziale tra i veicoli diventa minimo e si instaura una situazione di blocco del traffico (flusso nullo sulla sezione). Questa situazione estrema del “*deflusso instabile*” individua il cosiddetto “*traffic jam*”, ossia una situazione per cui il raggiungimento della densità massima, detta appunto densità *jam*, comporta il blocco definitivo del deflusso.



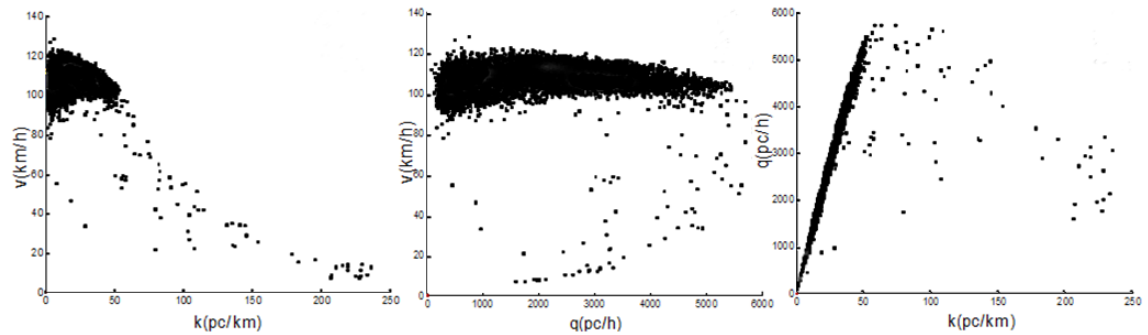
**Fig. 4.3: Identificazione delle aree rappresentative dei regimi di deflusso**

Nell'identificazione delle caratteristiche di ciascun regime di deflusso, si è fatto riferimento alle grandezze macroscopiche del deflusso, in considerazione del fatto che proprio le stesse, per quanto visto in precedenza, sono in grado di rappresentare il comportamento del flusso veicolare. Nel diagramma di dispersione dei punti misurati nel piano flusso – velocità, la clusterizzazione rispetto alle definizioni identificative dei vari regimi di deflusso individuati produce una suddivisione della nuvola sperimentale del tipo evidenziato in figura 4.3.

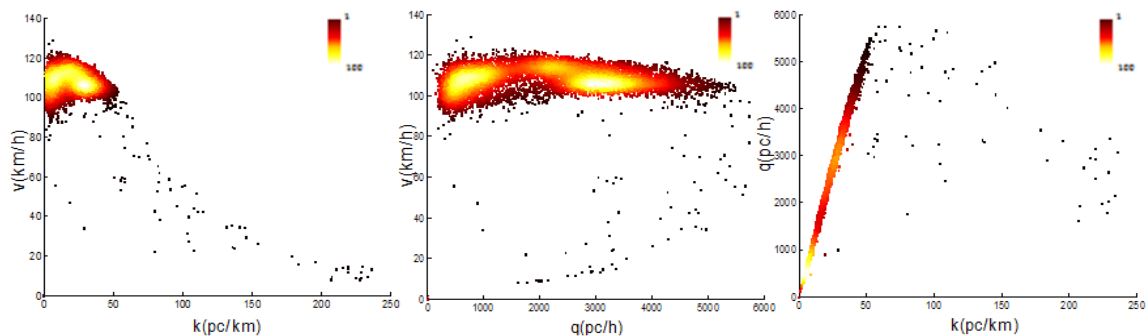
E' in generale evidente come un'adeguata rappresentazione grafica costituisca un utile supporto, oltre che per la scelta della più appropriata forma funzionale del diagramma fondamentale, anche nell'individuazione dei regimi di traffico dominanti. Se i consueti diagrammi di dispersione del tipo riportato in figura 4.1, in cui ogni punto rappresenta una misura nel piano cartesiano bidimensionale o tridimensionale delle caratteristiche macroscopiche del traffico (solitamente private della variabile temporale che ne descrive la sequenzialità), sono un utile supporto nell'analisi esplorativa dei dati, Bar-Gera (2010)



propone una più efficace rappresentazione che tenga conto anche della numerosità dei punti.



**Fig. 4.4: Diagrammi sperimentali densità - velocità, densità - flusso e flusso - velocità**



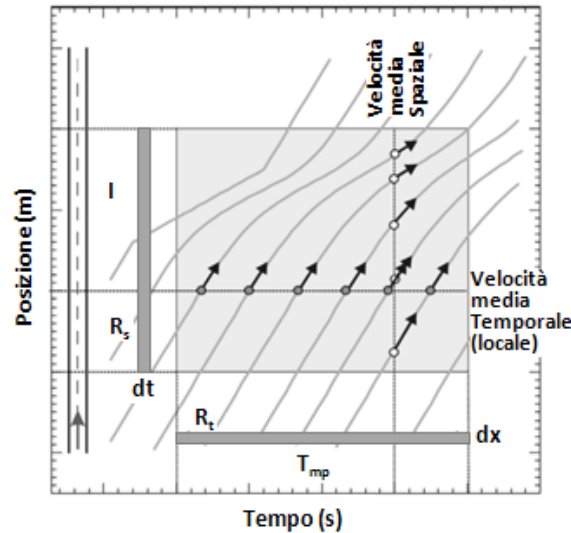
**Fig. 4.5: Diagrammi sperimentali densità - velocità, densità - flusso e flusso - velocità**

Nei grafici riportati in figura 4.4, infatti, viene fornita dapprima una classica rappresentazione secondo diagrammi bidimensionali di dispersione, e quindi una rappresentazione che interpreta quanto consigliato da Bar-Gera. I grafici in figura 4.5 consentono di valutare, mediante un gradiente cromatico, anche la numerosità delle coppie di coordinate flusso - velocità, densità - velocità e densità - flusso, con una rappresentazione che, oltre ai citati suggerimenti rispetto all'andamento e alla forma funzionale delle relazioni del Diagramma Fondamentale, fornisce una immediata percezione dei regimi di traffico dominanti.

### 4.3. DATI SPERIMENTALI E VARIABILI CARATTERISTICHE DEL DEFLUSSO

Richiamando quanto trattato al capitolo precedente, per flusso si intende il numero di veicoli in transito nell'unità di tempo, generalmente l'ora; se, come talvolta accade, si fa riferimento al flusso transitato in intervalli di tempo infra - orari, quest'ultimo viene trasformato in flusso orario (*flow rate* o tasso di flusso). La densità rappresenta, invece, il numero di veicoli presenti in un segmento di infrastruttura di lunghezza unitaria.

Prendendo in esame la velocità per una unità di traffico, essa corrisponde alla distanza percorsa nell'unità di tempo; giacché all'interno di un flusso di traffico ogni unità che lo compone ha una propria velocità, la velocità del flusso veicolare può essere interpretata come una media delle velocità delle singole unità.



**Fig. 4.6: Diagramma spazio temporale delle traiettorie veicolari**

Occorre a questo punto fare una considerazione su come le tre grandezze caratteristiche possono essere messe in relazione tra di loro. Se consideriamo un segmento di lunghezza unitaria, dalle definizioni sopra riportate emergono delle potenziali disomogeneità tra le variabili. Il flusso è, infatti, sostanzialmente riferito ai transiti che attraversano il segmento in un dato intervallo temporale, e come tali sono misurabili in una sezione dello stesso, mentre la densità considera il numero di veicoli che si trovano sul segmento in un istante temporale, e pertanto è misurabile lungo l'intero segmento. D'altra parte si è introdotta la velocità del flusso come velocità media delle unità di traffico che lo compongono, ma non risulta definito in che modo tale media deve essere considerata, ossia se come media delle velocità dei veicoli nella sezione o come media delle velocità dei veicoli nel segmento.

Per risolvere questo problema, Edie (1963) ha proposto le seguenti definizioni per il flusso  $q$ , la densità  $k$  e la velocità media  $v$ , valide per una regione  $A$  nel piano spazio ( $x$ ) - tempo ( $t$ ):

$$q = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{|A|} \quad k = \frac{\sum_{i=1}^N t_i}{|A|} \quad v = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{\sum_{i=1}^N t_i} \quad (4.4)$$

dove  $x_i$  è la distanza percorsa dal veicolo  $i$ -esimo tra gli  $N$  presenti nella regione  $A$ ,  $t_i$  è il tempo speso dal veicolo  $i$ -esimo tra gli  $N$  presenti nella regione  $A$  ed  $|A|$  è l'area (euclidea) della regione  $A$ , avente le dimensione [lunghezza][tempo], con la lunghezza

solitamente corrispondente alla lunghezza fisica del segmento (in km) indipendentemente dal numero di corsie. La velocità media calcolata secondo l'equazione precedente è detta comunemente velocità media spaziale (*SMS – space mean speed*) ed indicata con  $v_s$  e com'è evidente dai termini della 4.4 soddisfa la relazione fondamentale del traffico.

Facendo riferimento al diagramma spazio tempo  $x - t$  nella figura 4.6, all'interno dello stesso può essere rappresentata la traiettoria dell' $i$ -esimo veicolo e, misurando per ognuno degli  $N$  veicoli presenti i valori di  $x_i$  e  $t_i$ , nota  $A$  si possono ricavare  $q$ ,  $k$  e  $v_s$  secondo la definizione di Edie. Nel diagramma viene rappresentata l'area  $A$  come prodotto tra la lunghezza del segmento  $I$  e l'intervallo di misurazione  $T_{mp}$  e possono essere individuate le due regioni  $R_s$  ed  $R_t$ :

- $R_s$  rappresenta una misurazione effettuata in istante di tempo  $dt$  sull'intera lunghezza del segmento  $I$ , ad esempio effettuata mediante una foto aerea scattata nell'istante  $dt$  in questione, relativamente ad un numero di veicoli  $N_s$ ;
- $R_t$  rappresenta una misura effettuata in un punto ben definito  $dx$  sul segmento durante l'intero intervallo di misurazione  $T_{mp}$ , ad esempio effettuata mediante rilevamento con radar o spira induttiva, relativamente ad un numero di veicoli  $N_t$ .

In considerazione di ciò possiamo ricostruire l'area  $A$  come misurazione spazio temporale  $R_{st}$ , quale potrebbe essere ad esempio una registrazione video aerea.

#### 4.3.1. VELOCITÀ MEDIA SPAZIALE E TEMPORALE

Riprendendo la definizione di velocità media secondo Edie, in relazione alla regione  $R_s$  (misurazione effettuata in un istante  $dt$  di tempo su tutto il segmento  $I$ ) avremo:

$$v_s = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} x_i}{\sum_{i=1}^{N_s} t_i} = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} v_i \cdot dt}{N_s \cdot dt} = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} v_i \quad (4.5)$$

In relazione alla regione  $R_t$  (misurazione effettuata in un punto  $dx$  del segmento per tutto il tempo  $T_{mp}$ ) avremo:

$$v_s = \frac{\sum_{i=1}^{N_t} x_i}{\sum_{i=1}^{N_t} t_i} = \frac{N_t \cdot dx}{\sum_{i=1}^{N_t} \frac{dx}{v_i}} = \frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} \frac{1}{v_i} \quad (4.6)$$

Le relazioni sopra ottenute mettono in evidenza come la velocità media definita secondo Edie si ottenga come media aritmetica delle velocità istantanee (sul segmento  $I$  in

corrispondenza di  $dt$ ) per la regione  $R_s$ , ovvero come media armonica delle velocità locali (nel punto  $dx$  in corrispondenza dell'intervallo  $T_{mp}$ ) per la regione  $R_t$ .

Nell'ipotesi che siano trascurabili le accelerazioni lungo il segmento  $I$ , la media armonica delle velocità locali per la regione  $R_t$  eguaglia la media aritmetica delle velocità istantanee per la regione  $R_s$ , dove quest'ultima rappresenta la velocità media spaziale  $v_s$  dei veicoli presenti nel segmento  $I$  al tempo  $dt$ . Se le accelerazioni non sono trascurabili, la media armonica delle velocità locali rappresenta un'approssimazione della velocità media spaziale  $v_s$ .

Se al posto della media armonica consideriamo la media aritmetica delle velocità locali, sempre in considerazione della regione  $R_t$  (misurazione effettuata in un punto  $dx$  del segmento per tutto il tempo  $T_{mp}$ ) si ottiene quella che viene definita velocità media temporale, ed indicata con  $v_t$ .

Velocità media spaziale  $v_s$  e velocità media temporale  $v_t$  sono legate dalla relazione dimostrata da Wardrop (1952), per cui risulta:

$$v_t = v_s + \frac{\sigma_s^2}{v_s} \quad (4.7)$$

Con  $\sigma_s^2$  corrispondente alla varianza delle velocità istantanee:

$$\sigma_s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (v_i - v_s)^2 \quad (4.8)$$

La relazione tra  $v_s$  e  $v_t$  sopra richiamata presenta, tuttavia, una limitata utilità reale, dal momento che consente di stimare la velocità media temporale, nota la velocità media spaziale e la varianza delle velocità istantanee. Nella maggior parte dei casi, infatti, si ha necessità di stimare la velocità media spaziale  $v_s$ , legata a  $k$  e  $q$  dalla relazione fondamentale del traffico, nota la velocità media temporale. Questa necessità è legata alla maggiore disponibilità di misure puntuali, definite al capitolo precedente come *cross-sectional measurements* e realizzate mediante spire induttive o radar, rispetto alla disponibilità di misure areali, o *space measurements* realizzate mediante videoriprese aeree, e alla possibilità di avere soprattutto misure di velocità locali in luogo di misure di velocità istantanee.

Rakha e Zhang (2005) hanno dimostrato la validità di un'analogia relazione che consente di determinare  $v_s$ , nota  $v_t$  e la varianza delle velocità locali:

$$v_s = v_t - \frac{\sigma_t^2}{v_t} \quad (4.9)$$

con  $\sigma_t^2$  corrispondente alla varianza delle velocità locali:

$$\sigma_t^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (v_i - v_t)^2 \quad (4.10)$$

Occorre comunque ricordare che tutte le considerazioni sopra fatte, in relazione alla possibilità di stimare l'effettiva velocità media spaziale misurata sul segmento di lunghezza  $l$  in un particolare istante mediante delle misure effettuate in un certo punto del segmento per un dato periodo di tempo, sono valide solo in condizioni di traffico stazionario, ossia indipendente dalla posizione e dal tempo, composizione omogenea e accelerazioni trascurabili.

#### 4.3.2. LA STIMA DELLA DENSITÀ

L'accurata analisi delle condizioni di traffico non può che essere impostata a partire da dati rilevati direttamente sul campo. Come già si è avuto modo di approfondire, le misurazioni fatte in corrispondenza di un ben preciso punto lungo il segmento d'infrastruttura (*cross sectional measurements*) effettuate mediante radar, spire induttive o altri dispositivi di tipo analogo, consentono di valutare l'entità del flusso in transito e di stimare, sotto le ipotesi già considerate, la velocità media spaziale.

Una valutazione corretta della densità veicolare sul segmento necessiterebbe, al contrario, di misure areali che consentano di esaminare l'intero segmento (*space measurements*) mediante ad esempio riprese aeree. Come già osservato al capitolo precedente, si può notare come la disponibilità di sensori spaziali e le possibilità di un loro effettivo impiego su vasta scala siano al momento limitate, al contrario di quanto accade per i sensori puntuali, il cui utilizzo è estremamente più diffuso, in relazione alla semplicità tecnologica, alla flessibilità di funzionamento ed al costo contenuto degli apparati. Questa situazione si verifica in maniera abbastanza uniforme su tutte le reti nazionali, compreso il caso italiano dove la quantità di sensori puntuali sulla rete autostradale, seppur non confrontabile per copertura rispetto a quanto riscontrabile in altri paesi, è decisamente preponderante rispetto alle limitate esperienze di misurazioni areali.

Da questo punto di vista, è una pratica abbastanza diffusa, soprattutto nell'analisi di estese reti infrastrutturali, quella di operare considerando i dati provenienti da sensori puntuali e di aggregare i relativi dati di rilievo per ottenere oltre che il flusso e la velocità media spaziale, anche una stima della densità.

Come già specificato, la relazione fondamentale lega il flusso  $q$  e la velocità media spaziale  $v_s$  alla densità veicolare  $k$ , che rappresenta il numero di veicoli che occupano un segmento di lunghezza unitaria. Accettate le ipotesi di stazionarietà ed omogeneità del traffico così come chiarite in precedenza, per un segmento di infrastruttura nel quale non si verificano variazioni nelle caratteristiche geometriche e funzionali, la relazione fondamentale fornisce una stima della densità veicolare, la cui misurazione diretta non è

agevole, a partire dai valori del flusso e della velocità media spaziale, quest'ultima ottenuta come media armonica delle velocità locali.

Treiber & Kesting (2013) evidenziano come la densità locale calcolata mediante la relazione fondamentale, noto il flusso e la densità media spaziale, in generale tenda a sovrastimare la reale densità, intesa come numero di veicoli che occupano una data sezione di lunghezza unitaria così come osservata mediante un sensore spaziale, a causa della covarianza a livello microscopico tra i distanziamenti spaziali  $h_{si}$  e le velocità  $v_i$ . Potendosi dimostrare (Treiber & Kesting, 2013) che

$$k = \frac{q}{v_s} \cdot \left( \frac{1}{1 - q \cdot COV(h_{si}, 1/v_i)} \right) = \frac{q}{v_s} \cdot f \quad (4.11)$$

dal momento che  $h_{si}$  cresce al crescere di  $v_i$  e decresce al crescere di  $1/v_i$ ,  $COV(h_{si}, 1/v_i)$  assume valori negativi e quindi risulta  $f < 1$ . Se  $COV(h_{si}, 1/v_i) = 0$ , quindi  $f = 1$  e da flusso e velocità media spaziale si ottiene l'esatto valore della densità  $k$ .

Una stima indiretta della densità può essere ottenuta utilizzando il valore dell'*occupancy*  $o$ , ossia la percentuale di tempo in cui un sensore di tipo *cross sectional* è occupato dal passaggio dei veicoli nell'intervallo di misurazione  $T$ , che generalmente è disponibile nelle misurazioni puntuali. Essendo:

$$o = \frac{t}{T} = \frac{n \cdot \frac{(L+d)}{v}}{T} = \frac{(L+d)}{\frac{T}{n} \cdot v} = \frac{(L+d)}{\frac{1}{q} \cdot v} = k \cdot (L+d) \quad (4.12)$$

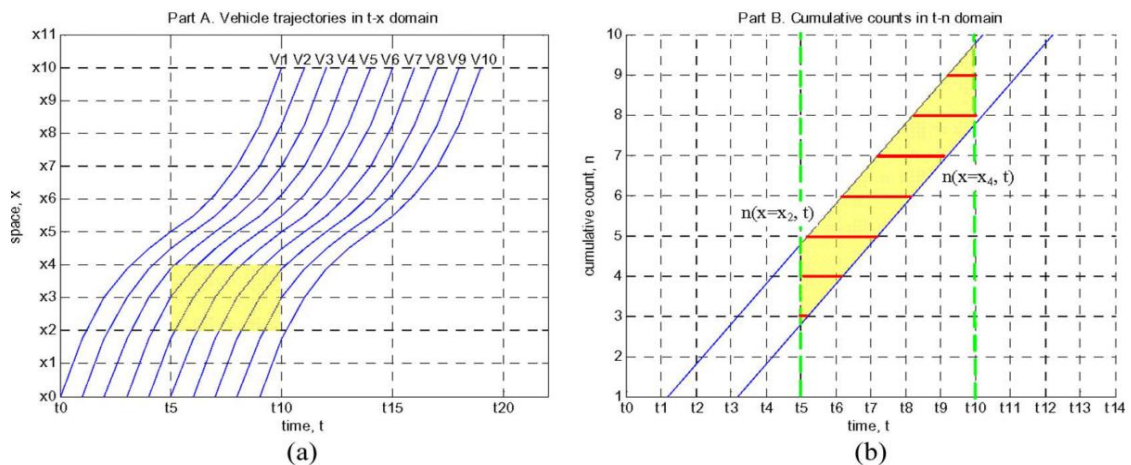
si ottiene:

$$k = \frac{o}{(L+d)} \quad (4.13)$$

con  $L$  che rappresenta la lunghezza veicoli e  $d$  che rappresenta l'estensione del sensore. Occorre comunque osservare che anche la stima della densità utilizzando l'*occupancy* è valida in condizioni di stazionarietà ed omogeneità, poiché è in tale situazione che risulta valida la relazione fondamentale del traffico che consente di ottenere la (4.13), e che si può assumere una distribuzione uniforme della lunghezza dei veicoli, rappresentata mediante il valore medio  $L$ .

Stime della densità su un tratto omogeneo di infrastruttura, tale da non avere al suo interno punti di entrata o di uscita per i veicoli, possono essere ottenute da una coppia di sensori puntuali posti ai due estremi del segmento. Ni (2007) propone un metodo di stima indiretta che utilizza le curve cumulative dei transiti in funzione del tempo su ciascuna delle due sezioni terminali del segmento in un dato intervallo di misurazione. La densità è stimata direttamente dalle curve, secondo la definizione di Edie (1963), mediante il

calcolo del tempo totale di viaggio dei veicoli nell'area definita dalle due curve cumulative e dagli istanti iniziale e finale dell'intervallo di misurazione, e l'ampiezza della stessa area. Nella figura 4.7 sono riportate le traiettorie esemplificative dei veicoli tra le due sezioni (a) e le relative curve cumulative (b), con individuazione dei tempi di viaggio (in rosso) e dell'area (in giallo), così come riportate in Ni (2007), cui si rimanda per il dettaglio della procedura di calcolo.



**Fig. 4.7: Traiettorie dei veicoli tra due sezioni (a) e le relative curve cumulative (b) - Ni (2007)**

Stime della densità possono essere ottenute sulla base dei dati di flusso e velocità rilevati su due sezioni terminali del segmento utilizzando la tecnica del filtro di Kalman, così come proposto ad esempio da Szeto & Gazis (1972). La procedura prevede la stima del tempo di viaggio tra le due sezioni terminali del segmento di infrastruttura sulla base delle velocità misurate e quindi, noti i flussi, dell'accumulo dei veicoli nel segmento. L'accumulo stimato è trattato mediante un filtro di Kalman che, mediante opportune calibrazioni, consente di ottenere la stima della densità.

#### 4.4. LE MISURE SPERIMENTALI: LOCALIZZAZIONE, AGGREGAZIONE E OMOGENEIZZAZIONE

Secondo quanto indicato da Hoogendoorn (2013) l'approccio allo studio del diagramma fondamentale di una sezione stradale deve tenere conto di alcuni fattori:

- dei regimi di deflusso che si vogliono modellare, ossia se si vuole restituire l'andamento del legame tra le variabili per la sola regione non congestionata ovvero la sola regione congestionata o per l'insieme delle due;

- dell'omogeneità del tratto stradale in esame e della possibilità di utilizzare, nel caso la stessa si verifichi, misure puntuali ovvero utilizzare altri metodi di osservazione areali o in movimento;
- del periodo di analisi, tenendo presente che se lo stesso è troppo breve le fluttuazioni casuali possono avere enorme influenza mentre se è lungo l'ipotesi di stazionarietà diventa questionabile;
- della scelta del modello funzionale e del metodo di stima dei parametri, che nella maggior parte dei casi considera tecniche di regressione.

Per quanto richiamato ai paragrafi seguenti, nel momento in cui si accetta l'ipotesi di omogeneità geometrica e funzionale del segmento le misure *cross sectional* delle variabili effettuate mediante sensori puntuali consentono di stimare le variabili macroscopiche del deflusso sull'intero segmento, stanti le ipotesi di omogeneità del flusso di traffico e l'ipotesi di stazionarietà dello stesso, ossia d'indipendenza dalla posizione lungo il segmento e dal tempo,

Una delle questioni aperte in merito al Diagramma Fondamentale è appunto come ottenere, in pratica, la stima a partire dai dati sperimentali dal momento che la relazione è definita per stati omogenei e stazionari, i quali non possono essere misurati in maniera precisa mediante osservazioni e dati sperimentali (Chen et al., 2014). La questione può essere tradotta nell'approfondimento delle modalità con cui possono essere ottenuti dati sperimentali significativi allo scopo e dei termini entro i quali è possibile accettare le ipotesi sopra richiamate. Ciò al fine di definire in quale modo occorre che le misure vengano effettuate al fine di assicurare un adeguato campionamento, capace di rappresentare i diversi regimi di flusso e di cogliere situazioni che approssimino le ipotesi di validità teorica dello stesso Diagramma Fondamentale.

Tenuto conto di ciò, risultano fondamentali alcune considerazioni in merito alla localizzazione dei punti di misura, alle modalità di aggregazione dei dati rilevati sia dal punto di vista temporale (intervallo di mediazione in relazione alla stazionarietà), che da quello di composizione veicolare (uniformare il flusso in relazione alla omogeneità) e di distribuzione laterale (effetti della distribuzione del traffico trasversalmente, ossia sulle corsie, in relazione alla stazionarietà ed alla omogeneità).

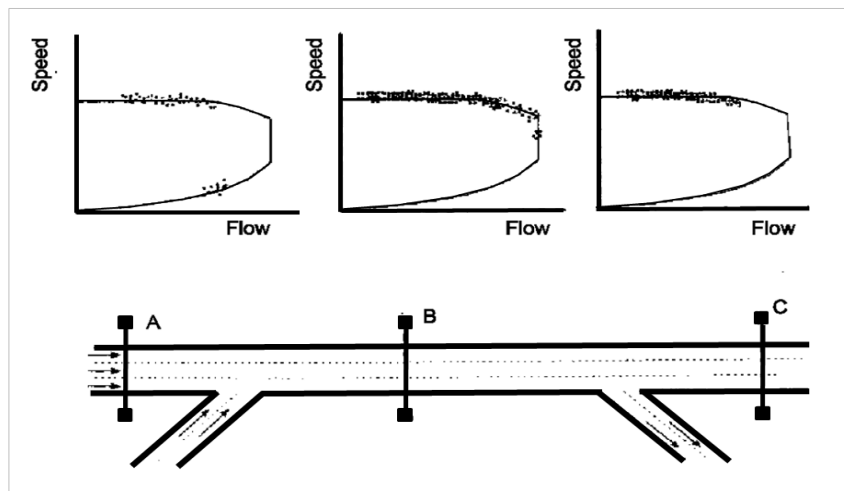
#### 4.4.1. LOCALIZZAZIONE DELLA SEZIONE DI MISURAZIONE

Per quanto riguarda la localizzazione della sezione di misura, in linea con quanto già richiamato, occorre anzitutto che il segmento sia omogeneo per caratteristiche funzionali e geometriche. Solo in questo caso, infatti, le misure su una sezione posta lungo il segmento possono essere assunte per stimare le variabili macroscopiche del traffico lungo lo stesso. Se ciò non accade, occorre considerare dei sub segmenti omogenei, con relative



sezioni di misura puntuali, ovvero adottare metodi di misura differenti che considerino, ad esempio, un osservatore mobile.

La localizzazione della sezione di misura rispetto alla configurazione dell'infrastruttura, inoltre, risulta estremamente determinante a proposito dei regimi di deflusso che possono essere osservati. Questo tipo di considerazione si ritrova per la prima volta nel lavoro di Drake et al. (1967), in cui vengono considerate le differenze nelle osservazioni che possono essere condotte su tre tipi di sezione di misura: a monte e a valle di un restringimento, oltre che nel restringimento stesso.



**Fig. 4.8: Localizzazione della sezione e configurazione dell'infrastruttura - Hall (1996)**

La medesima distinzione si ritrova anche in Hall (1996), che identifica le tre localizzazioni tipiche con le prime tre lettere dell'alfabeto. Il sito di misura A è posto sull'asse dell'infrastruttura a monte di una rampa di immissione; a valle della stessa rampa e contemporaneamente a monte di una rampa di uscita viene individuato il sito misura B; a valle della rampa di uscita viene collocato il sito di misura C. L'autore attribuisce a ciascuna postazione alcune peculiarità in termini di regimi di deflusso che possono essere osservati. Nel sito C, a valle della rampa di uscita, possono essere sperimentati i regimi non congestionati del traffico, mentre non si verificano situazioni di deflusso alla capacità né in regime congestionato. Il sito di tipo B, invece, può fornire informazioni in relazione ai regimi non congestionati e alla capacità, con scarso contributo alla identificazione dei regimi congestionati. Questi ultimi, invece, possono essere sperimentati insieme ai regimi non congestionati nei siti di tipo A, che al contrario generalmente non forniscono contributi in merito alla capacità.

May (1990) e Hoogendoorn (2013) schematizzano quattro tipi di localizzazioni, identificandoli con le lettere A, B, C, e D. La sezione A viene identificata a monte di un restringimento, in una posizione che non viene raggiunta dagli effetti legati ad un sovraccarico nello stesso restringimento.

La sezione B è situata a valle della sezione A e a monte del restringimento, in una posizione tale da poter risentire degli effetti della congestione in quest'ultimo. La sezione C è collocata all'interno del restringimento, mentre la sezione D si colloca, infine, a valle dello stesso restringimento.

Nelle sezioni di tipo A e D possono essere sperimentati i regimi di deflusso non congestionato, mentre nessuna informazione può essere ottenuta in merito alla capacità o al regime congestionato. Quest'ultimo, sempre insieme ai regimi non congestionati, si sperimenta nelle sezioni di tipo B. Il regime di deflusso alla capacità, invece, può essere sperimentato nella sezione di tipo C, insieme ai regimi non congestionati.

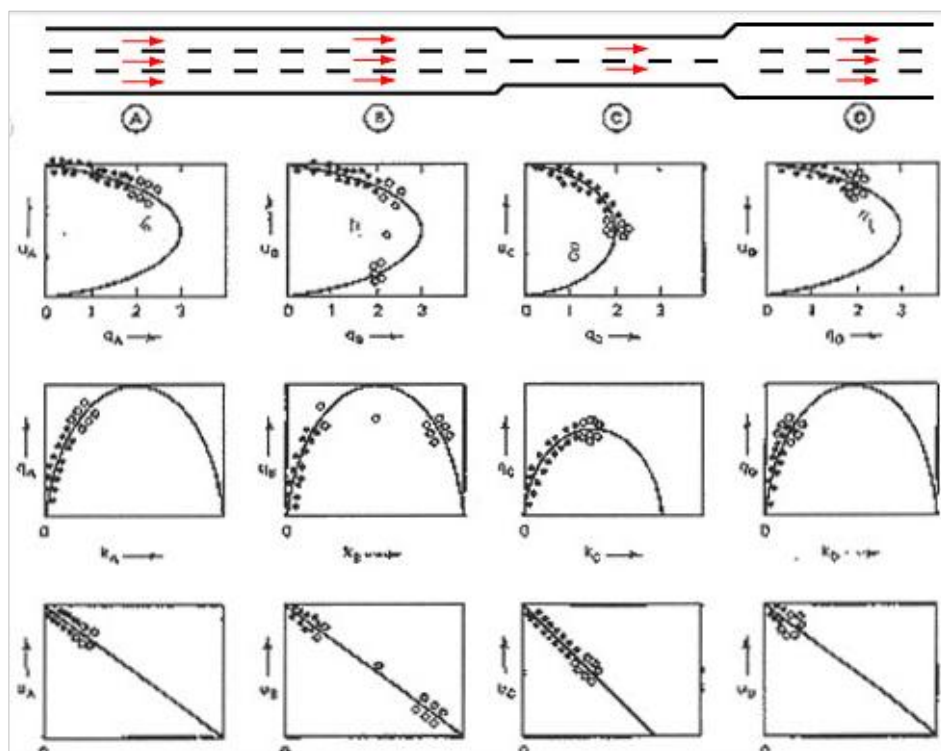


Fig. 4.9: Localizzazione della sezione e configurazione dell'infrastruttura - May (1990)

#### 4.4.2. INTERVALLI TEMPORALI DI MISURAZIONE

In generale le misure di traffico, ed in particolare quelle derivate da sensori puntuali su sezioni *cross sectional* sono definite rispetto ad un determinato intervallo temporale. All'interno di questo intervallo i flussi di traffico e la velocità media spaziale possono essere valutate sulla base della registrazione, da parte degli apparati di misura, dei singoli transiti.

Se, come detto, l'accelerazione può considerarsi trascurabile così come la covarianza tra distanziamenti e velocità a livello microscopico, la densità può essere stimata mediante la relazione fondamentale. Affinché ciò sia possibile, occorre che negli intervalli temporali considerati si manifestino situazioni prossime alla stazionarietà. E' da ricordare, inoltre, che lo stesso Diagramma Fondamentale come insieme di relazioni costitutive del flusso di traffico è valido in situazioni di stazionarietà ed omogeneità, e tali situazioni rappresentano solo alcuni degli stati in cui si può trovare il traffico.

Ciò considerato, è evidente come qualunque serie di misurazioni provenienti da contesti reali presenti situazioni che non risultano strettamente conformi a tali requisiti, rendendo tali misure non propriamente adeguate rispetto alle assunzioni di base. Dal punto di vista strettamente teorico, l'equazione costitutiva che è rappresentata dal Diagramma Fondamentale può essere colta solo se si considerano le misure stazionarie, e pertanto per la sua determinazione dovrebbero essere eliminati tutte le misure che non lo sono. Altrettanto dovrebbe accadere per le situazioni di non omogeneità, considerando flussi veicolari caratterizzati da una composizione omogenea di unità di traffico veicologuidatore e da uniformità di situazioni al contorno (situazione dell'infrastruttura, ora della giornata, condizioni meteorologiche, ecc).

In tali termini diversi autori hanno individuato tecniche di identificazione della non stazionarietà per il filtraggio dei dati. Ad esempio, Ferrari et al. (1982) individuano i periodi di flusso costante, caratterizzati da  $n$  sottoperiodi con medie di flusso simultaneamente costanti su ciascuna corsia, mediante un test di indipendenza tra le sequenze degli  $n$  sottoperiodi e i primi  $n$  numeri naturali. Suddividendo tali periodi in successioni di processi di velocità omogenei, si verifica l'omogeneità in media e in varianza dei residui di processi auto-regressivi del primo ordine. Cassidy (1998) definisce alcuni step procedurali per la costruzione dei diagrammi bivariati nell'ipotesi di stazionarietà, identificando periodi prossimi alla stazionarietà mediante l'analisi delle curve cumulative. Del Castillo e Benitez (1995a) (1995b) considerano come periodi potenzialmente stazionari intervalli temporali lunghi al massimo 5 minuti e tali da mostrare una deviazione standard delle velocità misurate inferiore al 15% della velocità media, verificandone l'effettiva stazionarietà mediante una serie di test di Kendall. Rossi et al. (2014) propongono una tecnica già utilizzata da Luttinen (1996) e che si basa sull'analisi del trend *Exponential Ordered Scores Trend Test EOSTT* di Cox & Lewis (1966) per i distanziamenti temporali (*time headway*).

Tali approcci, tuttavia, possono presentare problematicità applicative in alcune situazioni pratiche, soprattutto nel caso in cui ci si debba confrontare con grosse moli di dati. L'eliminazione di sottoperiodi non stazionari e non omogenei, inoltre, produce veri e propri "buchi" temporali nelle serie storiche dei dati rilevati che in alcuni casi possono essere non accettabili. Occorre d'altra parte considerare che una disaggregazione del dato fino al transito elementare spesso non è disponibile. Si può ad esempio pensare a situazioni di estese reti di sensori puntuali coordinati di monitoraggio e analisi, sia off-line che in tempo reale, in cui i dati raccolti e analizzati vengono accorpati e mediati su intervalli preimpostati rispetto ad alcune macrocategorie veicolari, dovendo comunque assicurare il mantenimento della continuità temporale. In questi casi l'individuazione ed

eliminazione di intervalli è scarsamente perseguibile e diventa, pertanto, interessante comprendere in quale maniera si può ridurre la probabilità e gli effetti legati alla presenza nei dati di misura di situazioni di traffico non stazionario e/o non omogeneo.

A ciò si può aggiungere una considerazione in termini di obiettivi che ci si propone. Da questo punto di vista, infatti, Treiber & Kesting (2013) distinguono il Diagramma Fondamentale, che rappresenta la relazione tra le variabili macroscopiche flusso e densità per traffico omogeneo e stazionario e quindi per stati di equilibrio stazionario di unità di traffico (veicolo-guidatore) identiche, dal Diagramma Flusso-Densità che rappresenta la relazione esistente tra le variabili macroscopiche aggregate in un contesto reale, che solitamente riporta condizioni di traffico eterogeneo e non stazionario composto da unità di traffico con caratteristiche differenti e in situazioni non di equilibrio. Se si sposta l'analisi, quindi, dalla individuazione dell'equazione costitutiva del deflusso del traffico all'individuazione della funzione sperimentale che ne evidenzia e riassume l'andamento nelle condizioni operative, l'eliminazione di situazioni eterogenee e non stazionarie può essere in un certo senso "ridimensionata" nell'individuazione delle condizioni che ne minimizzino gli effetti.

Per la non stazionarietà ciò si traduce nella ricerca di quanto l'intervallo di mediazione delle misure debba essere lungo per contenere l'effetto della presenza di situazioni lontane dalla stazionarietà. La considerazione di valori medi delle variabili macroscopiche su periodi di tempo adeguati viene, quindi, spesso utilizzata per ottenere un'approssimazione delle stime del Diagramma Fondamentale (Banks 1989; Banks 2002), considerando i dati provenienti da sensori puntuali e aggregati in intervalli temporali che vanno dai 30 secondi ai 15 minuti.

Per contenere l'effetto della non stazionarietà si cerca, quindi, di individuare un periodo sufficientemente breve, tale da non generare sostanziali variazioni rispetto alla situazione di equilibrio e, d'altra parte, sufficientemente lungo da contenere l'effetto delle fluttuazioni casuali. Come riportato da Chen et al. (2014) l'intervallo di aggregazione ottimale è da considerarsi compreso tra i 30 secondi e i 5 minuti. Oltre tale valore, la corrente veicolare non può essere considerato omogeneo con sufficiente approssimazione per via della maggiore influenza che si riscontra nell'eterogeneità dei veicoli, dei comportamenti di guida e nella casualità della distribuzione dei distanziamenti e della relativa percezione. Secondo gli autori, tempi compresi tra i 30 secondi e i 5 minuti definiscono un intervallo sufficientemente breve per assumere l'omogeneità. Come già evidenziato, Del Castillo e Benitez (1995a) (1995b) considerano come periodi potenzialmente stazionari intervalli temporali lunghi al massimo 5 minuti. De Wit et al. (2014) raccomandano di usare intervalli di aggregazione compresi tra 1 e 5 o 6 minuti, al fine di evitare di cogliere andamenti nei dati non significativi; come osservato dagli autori, intervalli più brevi evidenziano generalmente un andamento dei dati molto disturbato. Hoogendoorn (2013) in considerazione del fatto che periodi troppo brevi risentono maggiormente di fluttuazioni casuali mentre periodi troppo lunghi generalmente non soddisfano la stazionarietà, consiglia nella pratica di utilizzare periodi compresi tra 5 e 15 minuti come bilanciamento tra casualità e stazionarietà.

Come indicato da MacNicholas (2008) il modello stimato su un insieme di dati che non consideri solo stati stazionari può essere ragionevolmente considerato come trend di ciò che si verifica in condizioni di stazionarietà. Rispetto alla curva stimata, che può essere assunta come rappresentativa del comportamento stazionario, lo *scattering* della nuvola di punti rappresenta gli stati di transizione non stazionari. Da questo punto di vista in diversi studi recenti e relativi alla calibrazione sperimentale delle relazioni tra le variabili macroscopiche che dal punto di vista teorico sono rappresentate mediante il Diagramma Fondamentale, tra cui (Wu, 2002), Erlingsson et al. (2006), Roux et al (2007), Hranac et al. (2006), Mauro (2007), (Knoop et al., 2010), (Brilon & Lohoff, 2011a, 2011b), Durlin et al. (2012), Lee & Park (2012), Mauro et al. (2013), Knoop & Daamen (2014), Guessous et al. (2014), Chiappone et al. (2016), si è riscontrata la rimozione della restrizione agli stati propriamente stazionari, con la considerazione dell'intera nuvola di punti rilevati sperimentalmente all'interno di un intervallo. Tale intervallo nei diversi casi va dai 20-30 secondi ai 5-6 minuti, fino a comprendere anche 10-15 minuti, ma senza superare tale soglia.

Nei termini sopra descritti, i dati complessivi provenienti da sensori puntuali adeguatamente posizionati sono utilizzati per valutare, negli intervalli considerati, la velocità media spaziale e la densità. Ciò consente di stimare l'andamento della curva velocità-densità (o anche flusso-densità), rappresentando l'andamento sperimentale di quello che in via teorica è il Diagramma Fondamentale del traffico. Per contenere comunque l'influenza delle variazioni casuali e la possibilità di non stazionarietà, secondo quanto riscontrato nei casi citati, può essere considerato come buon compromesso un intervallo di aggregazione delle misure avente durata di 5 minuti. Questa scelta riduce la probabilità di combinare più stati di traffico e nello stesso tempo consente di catturare la variabilità delle condizioni di deflusso.

#### 4.4.3. DISOMOGENEITÀ DEL FLUSSO

Diversi autori hanno individuato modelli multi classe nel tentativo di interpretare le differenze esistenti tra le unità di traffico che compongono la corrente e che non consentono di considerare la stessa come omogenea.

Daganzo (2002) propone un modello multi classe e multi corsia basato sul modello LWR, considerando la presenza di due tipologie di guidatori: una meno aggressiva e rappresentata dalle cosiddette "lumache" che viaggiano a bassa velocità e sono scarsamente interessate alle manovre di sorpasso, e una più aggressiva rappresentata dai cosiddetti "conigli" che viaggiano con velocità più elevate e tendono a sorpassare con più frequenza. Anche Wong & Wong (2002) hanno proposto un modello multi classe come estensione di un modello del primo ordine, che considera il flusso di ciascuna classe interpretandone il Diagramma Fondamentale attraverso la densità totale; in tal modo vengono preservate le caratteristiche specifiche di ciascuna classe nella descrizione del flusso totale.

Logghe (2003) ha proposto un'estensione del modello LWR in una versione multi classe, dove ciascuna classe esprime un proprio Diagramma Fondamentale. Il modello considera specifici coefficienti di equivalenza, detti *Passenger Equivalent Car* o in breve PCE, che rappresentano il contributo in termini di autovetture aggiunto al flusso da ciascun veicolo (esempio 1,5 autovetture per ogni veicolo commerciale medio (Light Gross Vehicle) e 3 autovetture per ogni veicolo commerciale pesante (Heavy Gross Vehicle)). Anche Chanut & Buisson (2003), Benzoni-Gavage & Colombo (2003), Ngoduy & Liu (2007) e Nair et al. (2012) propongono modelli multi classe che considerano coefficienti di equivalenza per le diverse classi veicolari a valori costanti; in particolare Ngoduy & Liu (2007) fanno riferimento ai valori riportati dall'Highway Capacity Manual 2000. Il modello *Fastlane* proposto da Van Lint et al. (2008), sempre del primo ordine, introduce dei coefficienti di equivalenza dinamici, considerando differenze negli spazi occupati dalle diverse classi veicolari a seconda delle condizioni del deflusso (da flusso libero a flusso congestionato). Il modello considera una densità effettiva, ottenuta come sommatoria delle densità specifiche di classe mediante i coefficienti di equivalenza come input per il Diagramma Fondamentale di ciascuna classe e riporta il tutto a livello di corrente veicolare complessiva considerando un flusso effettivo (equivalente), sempre come sommatoria dei flussi di ciascuna classe pesati tenendo conto dei relativi PCE.

Appare evidente, quindi, come sia approccio diffuso al problema della non omogeneità quello di considerare dei coefficienti di equivalenza specifici, i cosiddetti PCE, che consentono di riportare il traffico totale caratterizzato da una commistione di classi veicolari a un traffico equivalente caratterizzato da sole autovetture. La determinazione dei coefficienti PCE è rilevante in diverse applicazioni dell'ingegneria dei trasporti, poiché permette di considerare adeguatamente l'impatto generato dalla presenza di varie classi veicolari sulle caratteristiche del flusso, tenuto conto della dinamicità della composizione veicolare, delle differenze nelle dimensioni e prestazioni dei mezzi e nelle abitudini di guida di ciascuna classe rispetto alle autovetture.

Ingle (2004) e Giuffré et al. (2015) riportano un'estesa bibliografia in merito alla stima dei coefficienti di equivalenza, individuando una classificazione di metodi basati su:

- densità;
- *headway*;
- velocità;
- ritardo;
- rapporto volume/capacità;
- formazione di plotoni di veicoli;
- tempo di viaggio.

Tra i metodi sopra indicati, anche in relazione alla discussione sul Diagramma Fondamentale, si ritiene utile approfondire il metodo della densità, o meglio flusso-densità, già richiamato da John & Glauz (1976), Huber (1982), Krammes & Crowley (1987), Sumner et al. (1984), De Marchi & Setti (2003), Webster & Eleftheriadous (1999), ed utilizzato anche in Ingle (2004) e Giuffré et al. (2015). La densità, come sarà meglio

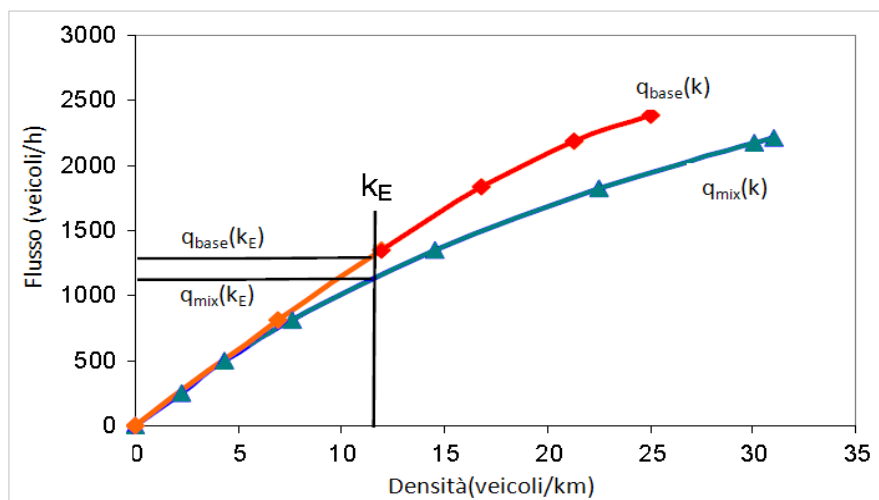
chiarito nei capitoli seguenti, è un indicatore della libertà di manovra all'interno del flusso ed è correntemente utilizzata per valutare la qualità del deflusso e il livello di congestione. Pertanto le stime di densità ottenibili dalle misure sperimentali rappresentano utili punti di riferimento per il calcolo dei PCE. In maniera sintetica e generale, il metodo del flusso – densità considera:

- la stima di una curva flusso-densità  $q_{base} = q(k_{base})$ , la cosiddetta curva base, per traffico costituito da sole autovetture e per un range di densità che va dal flusso libero fino alla congestione;
- la stima di varie curve  $q_{mix} = q(k_{mix})$ , le cosiddette curve mix, con traffico non omogeneo costituito da autovetture e mezzi pesanti, e in corrispondenza di diversi valori della percentuale  $p_T$  degli stessi pesanti sul flusso totale;
- la comparazione a densità costante ( $k_E = k_{base} = k_{mix}$ ) del flusso ottenuto in considerazione del flusso base  $q_{base}$  con il flusso  $q_{mix}$  in corrispondenza della percentuale  $p_T$ :

$$q_{base} = q_{mix} \cdot (1 - p_T) + q_{mix} \cdot p_T \cdot PCE_T \quad (4.14)$$

- la stima dei valori PCE per una data percentuale di pesanti  $p_T$  mediante la relazione che si ottiene dall'uguaglianza 4.14:

$$PCE_T = \frac{1}{p_T} \cdot \left( \frac{q_{base}}{q_{mix}} - 1 \right) + 1 \quad (4.15)$$



**Fig. 4.10: Relazioni flusso-densità – curva base e curva mix per la determinazione del PCE a densità costante**

#### 4.4.4. AGGREGAZIONE E DISAGGREGAZIONE DEI DATI PER CORSIE

Le variabili caratteristiche dei flussi di traffico, ed in particolare i valori critici alla capacità e gli indicatori della qualità del deflusso sono solitamente stimati per l'intera sezione della carreggiata utilizzando dati aggregati e mediati sull'insieme delle corsie che la compongono. Numerosi studi sulle caratteristiche del deflusso di traffico e sulle relazioni tra le variabili macroscopiche, tanto in termini teorici sull'andamento del Diagramma Fondamentale quanto in termini pratici sulla calibrazione sperimentale di curve flusso-densità o velocità-densità, sono espressi in termini totali o medi per corsia sull'intera carreggiata, senza distinzione o differenziazione rispetto alle corsie che compongono la sezione.

Occorre rilevare, tuttavia, come l'esperienza suggerisca chiaramente una significativa variabilità dei parametri di deflusso in maniera trasversale rispetto alle corsie: un dato flusso totale che attraversa un segmento di strada a più corsie si distribuisce in generale in maniera non uniforme tra le stesse corsie, con altrettanto non uniformi distribuzioni per le velocità e le densità.



**Fig. 4.11: Esempi di distribuzione disomogenea del traffico sulle corsie**

Le espressioni *Lane Distribution*, *Lane Utilization*, *Lane Split* o *Lane Ratio*, indicano nella letteratura internazionale la distribuzione di una variabile macroscopica del traffico rispetto alle singole corsie di un segmento di carreggiata stradale unidirezionale multi - corsia. Se, infatti, le caratteristiche complessive della sezione si esprimono in termini aggregati o medi mediante il diagramma fondamentale, è mediante la caratterizzazione dei modelli di *Lane Distribution* che si prendono in esame gli effetti distributivi rispetto alle singole corsie.

Generalmente si definiscono modelli di distribuzione del tipo *Lane Flow Distribution*  $LFR(q)$  e *Lane Density Distribution*  $LDR(k)$ , che evidenziano l'andamento della variabile sulla corsia  $i$ -esima in funzione dell'andamento della sua omologa sulla carreggiata (*Flow Ratio* di corsia rispetto al flusso sulla carreggiata o *Density Ratio* di corsia rispetto alla densità di carreggiata), ma si definiscono anche modelli misti del tipo  $LDR(q)$  (*Density Ratio* di corsia rispetto alla densità di carreggiata) che consentono di esprimere l'andamento dei due rapporti (*Flow e Density Ratio*) in funzione della medesima variabile di carreggiata, ossia il flusso.



Numerosi studi internazionali concordano, in maniera qualitativa o quantitativa, nell'evidenziare la variabilità delle grandezze caratteristiche del deflusso rispetto alle corsie e sulla specificità dei relativi fattori di causa che rendono i modelli distributivi estremamente sensibili al contesto di riferimento.

In effetti, si riscontrano numerosi fattori che influenzano la distribuzione del flusso sulle corsie che compongono la carreggiata, quali:

- composizione veicolare;
- comportamenti ed abitudini di guida;
- regole per il superamento ed il sorpasso;
- disciplina delle corsie;
- specializzazione delle corsie.

Nella loro specificità, i modelli di distribuzione si dimostrano di grande interesse in diversi campi applicativi, ad esempio:

- nella pianificazione, progettazione e controllo di infrastrutture autostradali per le fasi di costruzione, esercizio e manutenzione (ad esempio nelle verifiche di funzionalità e di sicurezza, nella progettazione di corsie aggiuntive, pavimentazioni, barriere acustiche e nella programmazione di operazioni di manutenzione);
- nel test, calibrazione e validazione dei parametri nei modelli di simulazione mesoscopica e microscopica del traffico nell'ottica di riprodurre situazioni maggiormente realistiche (*car following*, *lane-changing*, modelli di distribuzione statistica degli *headway* e delle velocità per i veicoli in ingresso nella simulazione, ecc.);
- nella definizione di politiche, azioni e nella progettazione e calibrazione di soluzioni ITS, quali corsie dinamiche, limiti variabili di velocità, *ramp metering*, sistemi di monitoraggio del traffico e degli incidenti, in *car-advice* e *connected cruise control systems*.

Da queste considerazioni iniziali emerge con evidenza l'importanza di distinguere tra dati in forma aggregata sull'intera carreggiata, e dati disaggregati in riferimento a ciascuna delle corsie che la compongono. Se i primi consentono di valutare in termini medi le caratteristiche del traffico e del segmento in questione, una conoscenza approfondita dei

fenomeni del deflusso, in funzione di un efficace e rappresentativo utilizzo nei settori già citati, non può prescindere dalla valutazione degli effetti legati alla variabilità e alla non omogeneità distributiva delle variabili caratteristiche del deflusso trasversalmente rispetto all'asse stradale.



**Fig. 4.12: Principali fattori di influenza nella distribuzione trasversale del traffico**

Alla discussione di questo aspetto, in relazione al legame con la quantificazione della qualità del deflusso e al confronto tra la realtà italiana e quella internazionale è dedicato un capitolo specifico di questa tesi (cfr. capitolo 9), cui si rimanda per il dettaglio dell'esame della letteratura internazionale, degli aspetti più approfonditi del tema e delle relative applicazioni.

## 5. LA CALIBRAZIONE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

Come richiamato nei capitoli precedenti, il Diagramma Fondamentale nella sua espressione matematica rappresenta una legge costitutiva che descrive le proprietà e i comportamenti del mezzo continuo con cui può essere descritta, dal punto di vista macroscopico, una corrente veicolare.

In quanto tale, il Diagramma Fondamentale è strettamente legato ad un insieme di fattori che agiscono in maniera concomitante:

- tipo di strada, ossia alla conformazione geometrica e funzionale della stessa (andamento plano-altimetrico, numero e larghezza delle corsie, presenza di corsie aggiuntive dinamiche, presenza di aree specializzate a bordo strada, presenza di banchine e spartitraffico, presenza di svincoli, presenza di dispositivi di regolazione del traffico, qualità della segnaletica, qualità del fondo stradale, ecc.);
- regole di guida (limiti di velocità permanenti o dinamici, regole di circolazione, divieti o limitazioni al sorpasso, utilizzo riservato di corsie, ecc.);
- caratteristiche comportamentali dei guidatori (aggressività, tempo di reazione, livello di esperienza e confidenza nella guida, classi tipologiche di spostamento es. pendolare/occasionale/vacanziero, ecc.);
- caratteristiche dei veicoli (dimensionali, prestazionali, di equipaggiamento, ecc.) alla loro influenza nella composizione del traffico (veicoli leggeri, commerciali medi e pesanti, turistici, ecc.);
- altre condizioni al contorno (visibilità, illuminazione, fattori meteorologici, ecc.)

Nella particolarità delle situazioni sopra richiamate e dell'influenza esercitata dalle stesse sulla legge costitutiva della corrente veicolare flusso veicolare, il Diagramma Fondamentale è esprimibile mediante un modello matematico tale da rappresentare ciascuna delle tre relazioni bivariate mediante una funzione delle caratteristiche macroscopiche e di un certo numero di parametri.

Tale funzione, secondo Wang et al. (2010), deve nello stesso tempo rispecchiare una elegante formalizzazione matematica e una accuratezza empirica, connotandosi per:

- una forma funzionale sufficientemente semplice e flessibile, con un numero adeguato di parametri che possano essere agevolmente stimati sulla base di dati sperimentali;
- un dominio che consideri l'intero range di variabilità, ossia tale da valere per tutti i regimi di flusso;
- dei parametri che abbiano un significato fisico diretto nell'interpretazione dei fenomeni di traffico veicolare.

In generale viene preferito l'utilizzo di una funzione monotona e per questo motivo è solitamente la funzione  $v(k)$  ad essere utilizzata nella stima del Diagramma Fondamentale (Roess et al., 2004). Tale funzione interseca l'asse  $v$  in corrispondenza della velocità di flusso libero, l'asse  $k$  in corrispondenza della densità jam, e presenta un punto di flesso in corrispondenza della densità critica alla capacità. D'altra parte è tale funzione che esprime in maniera più diretta l'interazione dei veicoli nel flusso di traffico. All'interno dello stesso, infatti, i conducenti sperimentano la densità, le cui variazioni implicano la riduzione o l'aumento delle distanze tra i veicoli, e ad essa adattano il loro comportamento di guida (Chiappone et al., 2016).

In altri casi viene utilizzata la funzione  $q(k)$ , che si presenta come funzione concava con un massimo in corrispondenza della densità critica che identifica la capacità. Raramente, invece, si ricorre alla forma  $q(v)$  che in realtà non rappresenta una funzione, ma l'unione di due funzioni valide per due range di  $v$ , rispettivamente compresi tra la velocità di flusso libero e la velocità critica alla capacità (regimi non congestionati) e tra la stessa velocità critica e 0 (regimi congestionati).

Calibrare un Diagramma Fondamentale del traffico significa quindi identificare e stimare nei parametri una funzione che consenta di individuare la velocità media spaziale di una corrente di traffico in funzione della sua densità. In questi termini la funzione Diagramma Fondamentale esprime il legame tra la variabile risposta  $v_s$  e la variabile predittore  $k$ , considerando un termine di errore  $\varepsilon$ , ossia:

$$v_s = f(k) + \varepsilon \tag{5.1}$$

Mentre la funzione deterministica  $f(k)$  riproduce la dipendenza funzionale tra velocità e densità della corrente veicolare, la componente stocastica  $\varepsilon$  a media nulla tiene in conto la dipendenza della velocità da altri fattori rispetto alla densità, che non possono essere controllati o eliminati. La funzione è modellabile sulla base di un set di dati sperimentali  $\{(k, v_s)_i \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ , per cui calibrare un Diagramma Fondamentale significa utilizzare il set di dati sperimentali per definire una funzione  $\hat{f}$  che leghi velocità e densità e che sia una ragionevole approssimazione di  $f(k)$  nel dominio considerato.

In effetti, il procedimento sopra richiamato rappresenta un approccio generale in molti problemi pratici dell'ingegneria, consentendo di ottenere una espressione analitica che lega una variabile dipendente ad una (o più di una) variabile indipendente mediante un set di parametri calibrati.

In generale l'approccio per la stima della funzione, o *curve fitting*, può essere distinto in parametrico e non parametrico:

- l'approccio parametrico presuppone una specificazione a priori della funzione e una calibrazione dei relativi parametri sulla base del set di dati a disposizione;

- l'approccio non parametrico non necessita di una specificazione funzionale a priori, ma l'andamento della stessa è suggerito direttamente dai dati.

Ambedue gli approcci, in via generale, presentano vantaggi e svantaggi e la preferenza dell'uno piuttosto che dell'altro è dettata dalle necessità del caso specifico. I benefici dell'approccio parametrico risiedono soprattutto nella sintetica rappresentazione del Diagramma Fondamentale attraverso una definita funzione matematica calibrata nei parametri, pur a scapito di capacità di *fitting* dei dati spesso ridotte rispetto all'approccio non parametrico.

Quest'ultimo, d'altro canto, pur assicurando ottime performances nel modellare dati reali, non risulta immediatamente utilizzabile nel rappresentare la relazione esistente tra le variabili macroscopiche. Pur rilevando in letteratura diverse esperienze di *curve fitting* non parametrico (Chen et al. 2004, Einbeck & Tutz 2006, Jiang and Huang 2009) occorre sottolineare che tali approcci non consentono di ottenere l'esplicitazione dei valori chiave della relazione tra le variabili macroscopiche, quali velocità di flusso libero, densità jam e valori critici alla capacità. Inoltre le relazioni che si ottengono in generale non rispettano le condizioni ai limiti del dominio delle variabili.

In considerazione degli obiettivi che la ricerca si propone, il *curve fitting* parametrico rappresenta in questo caso l'approccio più appropriato per la calibrazione del Diagramma e, pertanto, a tale approccio si farà riferimento nei paragrafi seguenti.

## 5.1. CURVE FITTING E MODELLI DI REGRESSIONE

Le tecniche di *fitting* parametrico di dati reali sono diffusamente utilizzate nei casi in cui si vuole approssimare un set di punti sperimentali mediante una funzione specificata, ma di parametri incogniti.

In termini generali l'approssimazione di un set di punti mediante una funzione parametrica può seguire due vie: l'interpolazione e la regressione. Se si è certi dell'esattezza dei dati, l'approccio consiste nel calibrare i parametri di una funzione imponendo il passaggio della stessa per ogni singolo punto che compone il set, parlando in questo caso di interpolazione.

Quando i dati sono affetti da errore o da incertezza legata a problemi di varia natura, come richiamato in precedenza a proposito dei punti sperimentali bivariati nei piani cartesiani delle variabili caratteristiche del deflusso veicolare, l'obiettivo diventa quello di individuare una forma funzionale che segua al meglio l'andamento generale dei dati. In tali termini si procede a una calibrazione dei parametri della funzione individuata, in modo tale da ottenere la migliore approssimazione del set di punti, senza imporre il vincolo che la funzione stessa passi necessariamente per essi. Un approccio di questo tipo viene detto più propriamente regressione o *curve fitting*.

Il *curve fitting* parametrico, quindi, descrive l'andamento dei dati sperimentali mediante una funzione matematica, nella forma individuata e prescelta dall'analista, e calibrata nei parametri mediante un criterio che consenta di ottenere la migliore approssimazione dei punti. I punti che compongono il set da approssimare sono identificati come  $n+1$ -ple composte dalle realizzazioni sperimentali della variabile dipendente  $y$ , detta variabile risposta o output, e di  $n$  variabili indipendenti, dette variabili esplicative, regressori, predittori o variabili di input  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ .

In termini di funzione si ha:

$$y = f(x, \beta) + \varepsilon \quad (5.2)$$

che indica l'esistenza di un legame funzionale in media, non necessariamente causale, tra la variabile dipendente e i regressori (o predittori)  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  in considerazione di un set di parametri della funzione  $\beta = (\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n)$ , rappresentato dalla componente  $f(x, \beta)$  che prende il nome di componente sistematica e che rappresenta la parte della variabile risposta spiegata dai predittori. A questa va ad aggiungersi un'altra componente cosiddetta accidentale o casuale, e che rappresenta la parte di variabilità della risposta che non può ricondursi a fattori sistematici, ma che interessa più in generale cause di diversa natura non considerate nel modello.

### 5.1.1. REGRESSIONE LINEARE

Se la funzione  $f(x, \beta)$  è di tipo lineare si parla appunto di regressione lineare, o modello lineare, semplice o multipla a seconda del numero dei regressori, che assume la seguente formulazione:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + \varepsilon \quad (5.3)$$

dove  $\beta_0$  è detto termine noto, mentre  $\beta_1, \dots, \beta_n$  sono detti coefficienti di regressione e, insieme alla varianza dell'errore, sono i parametri del modello da stimare sulla base delle osservazioni campionarie.

Nel modello di regressione lineare multipla, quindi, la variabile dipendente  $y$  è spiegata da  $n$  regressori  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Per ciascuna di queste  $n+1$  variabili  $(y, x_1, x_2, \dots, x_n)$  sono disponibili  $m$  osservazioni, con  $m > n$ , che rappresentano il set di punti sperimentali:

$$\begin{cases} y_1 = \beta_0 + \beta_1 x_{11} + \beta_2 x_{12} + \dots + \beta_n x_{1n} + \varepsilon_1 \\ \dots \\ y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \beta_2 x_{i2} + \dots + \beta_n x_{in} + \varepsilon_i \\ \dots \\ y_m = \beta_0 + \beta_1 x_{m1} + \beta_2 x_{m2} + \dots + \beta_n x_{mn} + \varepsilon_m \end{cases} \quad (5.4)$$

In forma matriciale, il modello lineare può esprimersi in maniera compatta:

$$\bar{y} = \bar{X} \cdot \bar{\beta} + \bar{\varepsilon} \quad (5.5)$$

con

$$\bar{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \dots \\ y_m \end{bmatrix} \quad \bar{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \dots \\ \beta_n \end{bmatrix} \quad \bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \dots \\ \varepsilon_m \end{bmatrix} \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \dots & x_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_{m1} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

In relazione agli errori  $\varepsilon$  vengono formulate delle ipotesi di base, che si sintetizzano in:

$$\varepsilon \approx N_n(0, \sigma^2) \quad (5.7)$$

$$E(\varepsilon) = 0 \quad (5.8)$$

$$E(\varepsilon\varepsilon) = \sigma^2 I_n \quad (5.9)$$

ossia la distribuzione degli errori è di tipo normale multivariata, con media nulla e varianza costante (omoscedasticità) e gli errori sono a due a due incorrelati. Da queste ipotesi, che vanno opportunamente verificate tramite test statistici di calibrazione del modello, ne deriva che:

$$E(\bar{y}) = \bar{X} \cdot \bar{\beta} \quad (5.10)$$

$$COV(\bar{y}) = \sigma^2 I_n \quad (5.11)$$

Il passo ulteriore consiste nel formulare un criterio di *fitting* tra la funzione e i dati sperimentali, e identificare una procedura che consenta di stimare il set di parametri della

funzione che approssima al meglio i dati sperimentali in considerazione del criterio adottato.

Se indichiamo con  $\bar{b}$  il vettore delle stime di  $\bar{\beta}$ , e se indichiamo con  $\bar{y}^*$  i valori della variabile dipendente calcolati per le  $m$  osservazioni nell'ipotesi di perfetta dipendenza lineare tra la stessa e i regressori, avremo:

$$\bar{y}^* = \bar{X} \cdot \bar{b} \quad (5.12)$$

In considerazione di ciò risulta definito lo scarto  $\bar{e}$  tra i valori misurati  $\bar{y}$  e quelli ottenuti mediante il modello  $\bar{y}^*$ . Gli  $m$  valori di  $\bar{e}$  sono le determinazioni campionarie del termine d'errore  $\bar{e}$  del modello:

$$\bar{e} = \bar{y} - \bar{y}^* = \bar{y} - \bar{X} \cdot \bar{b} \quad (5.13)$$

Il metodo comunemente più utilizzato è quello dei Minimi Quadrati che considera il minimo della funzione  $\phi(\bar{b})$ , somma dei quadrati degli scarti, come criterio di ottimizzazione:

$$\underset{\bar{b}}{MIN}[\phi(\bar{b})] = \underset{\bar{b}}{MIN}[\bar{e}^T \bar{e}] = \underset{\bar{b}}{MIN}[(\bar{y} - \bar{X} \cdot \bar{b})^T (\bar{y} - \bar{X} \cdot \bar{b})] \quad (5.14)$$

Risulta, quindi,

$$\phi(\bar{b}) = \bar{y}^T \bar{y} - \bar{b}^T \bar{X}^T \bar{y} - \bar{y}^T \bar{X} \cdot \bar{b} + \bar{b}^T \bar{X}^T \bar{X} \cdot \bar{b} = \bar{y}^T \bar{y} - \bar{b}^T \bar{X}^T \bar{y} + \bar{b}^T \bar{X}^T \bar{X} \cdot \bar{b} \quad (5.15)$$

La minimizzazione di questa funzione s'impone uguagliando a zero la derivata calcolata rispetto al vettore di parametri incogniti:

$$\frac{\partial \phi(\bar{b})}{\partial \bar{b}} = -2\bar{X}^T \bar{y} + 2\bar{X}^T \bar{X} \cdot \bar{b} = 0 \quad (5.16)$$

Semplificando si ottiene un sistema di  $n+1$  equazioni in  $n+1$  incognite, il cosiddetto sistema delle equazioni normali, ossia un insieme di equazioni lineari simultanee nei parametri la cui soluzione consente di trovare le stime dei parametri. Queste equazioni possono essere scritte come:

$$\bar{X}^T \bar{X} \cdot \bar{b} = \bar{X}^T \bar{y} \quad (5.17)$$



dove nel caso particolare  $n = I$  si ha il modello di regressione lineare semplice, e per  $n > I$  il modello di regressione lineare multipla.

Se le colonne di  $\bar{X}$  sono linearmente dipendenti la matrice  $\bar{X}'\bar{X}$  è singolare e ci si trova nella cosiddetta situazione di multicollinearità, in cui il sistema normale ha infinite soluzioni. Se  $\bar{X}'\bar{X}$  è invertibile, il sistema ammette una sola soluzione e si ricava:

$$\bar{b} = (\bar{X}'\bar{X})^{-1} \bar{X}'y \quad (5.18)$$

che è uno stimatore BLUE (*best linear unbiased estimator*) del vettore dei parametri del modello  $\bar{\beta}$ .

Dopo aver stimato il modello di regressione è necessario verificare che siano valide le ipotesi di base esposte in precedenza tramite opportuni test statistici, (ed in prima analisi anche utilizzando metodi grafici) verificando che: la media degli errori non sia significativamente diversa da zero; la normalità della distribuzione degli errori; l'omoschedasticità dei residui e l'assenza di correlazione seriale. Per i parametri stimati, verificata l'ipotesi che i coefficienti di regressione siano significativamente diversi da zero, ovvero che esista una relazione lineare tra la variabile risposta e il regressore dovuta a fattori sistematici e non casuali, si possono valutare anche degli intervalli di confidenza, una volta che si è stimata la varianza del termine di errore  $\sigma^2$  sulla base della variabilità dei residui campionari.

Altra valutazione che occorre effettuare è l'eventuale presenza di quasi multicollinearità. Si è visto che se  $\bar{X}'\bar{X}$  è singolare, ossia il relativo determinante uguale a zero, allora il sistema è multicollineare con infinite soluzioni, mentre se il determinante è diverso da zero la soluzione esiste ed è unica. Se, invece, si è in presenza di quasi multicollinearità, ossia se il determinante di  $\bar{X}'\bar{X}$  è assai prossimo a zero, le stime delle varianze e degli intervalli di confidenza dei coefficienti di regressione risultano poco attendibili.

Nel caso in cui i test restituiscano situazioni problematiche rispetto alle ipotesi di base del modello di regressione, si possono utilizzare tecniche adeguate che consentono di migliorare la robustezza delle stime mediante opportune correzioni: le cosiddette *Heteroskedasticity Consistent e Heteroskedasticity Autocorrelation Consistent corrections* (K. D. West, 2008).

Nel caso di errori non correlati e/o di eteroschedasticità negli stessi, il metodo dei Minimi Quadrati sopra richiamato, cosiddetto dei Minimi Quadrati Ordinari (*Ordinary Least Squares OLS*), può essere sostituito con il metodo dei Minimi Quadrati Generalizzati (*Generalized Least Squares GLS*), che considera ipotesi più generali (Aitken, 1935). Se consideriamo ad esempio il modello lineare sopra individuato in forma matriciale:

$$\bar{y} = \bar{X} \cdot \bar{\beta} + \bar{\varepsilon} \quad (5.19)$$

Se i residui non sono incorrelati ed omoschedastici, allora risulterà che:

$$E(\varepsilon \varepsilon') \neq \sigma^2 I_n \quad (5.20)$$

In tal modo si potrà scrivere

$$E(\varepsilon \varepsilon') = \sigma^2 \Omega \quad (5.21)$$

con  $\Omega$  matrice definita positiva. Sotto tali ipotesi è possibile dimostrare (Aitken, 1935) che lo stimatore ottimale è lo stimatore dei Minimi Quadrati Generalizzati (GLS). I parametri del modello possono essere stimati mediante:

$$\bar{b} = (\bar{X}' \Omega^{-1} \bar{X})^{-1} \bar{X}' \Omega^{-1} y \quad (5.22)$$

La soluzione del problema rappresenta la minimizzazione della funzione obiettivo

$$\phi(\bar{b}) = (\bar{r}' \Omega^{-1} \bar{r}) \quad (5.23)$$

con

$$\bar{r} = \bar{y} - \bar{X} \cdot \bar{\beta} \quad (5.24)$$

### 5.1.2. REGRESSIONE NON LINEARE

Se la funzione  $f(x, \beta)$  non è di tipo lineare nei parametri, come spesso accade per le funzioni utilizzate per la stima delle relazioni tra le variabili macroscopiche, in alcuni casi la stessa può essere linearizzata attraverso opportune trasformazioni di variabili (ad esempio con trasformazione logaritmica per funzioni potenza o esponenziali), ed i parametri  $\beta$  del modello possono essere stimati, stanti le ipotesi considerate sugli errori, mediante regressione lineare ordinaria. Si parla in questi casi di funzioni lineari per trasformazione, ossia linearizzabili per semplice trasformazione delle variabili. Occorre tuttavia considerare che le trasformazioni per linearizzazione delle variabili, pur presentando il vantaggio di ricondurre la stima dei parametri al caso lineare, inducono

anche una trasformazione nella distribuzione degli errori. Ciò potrebbe portare a delle distorsioni nelle ipotesi di base del modello di regressione.

Tenendo conto di ciò, oltre che del fatto che non tutte le funzioni possono comunque essere linearizzate nei parametri, si può ricorrere all'impiego di metodologie di regressione non-lineare, che permettono di adattare direttamente funzioni curvilinee di qualunque tipo ai dati sperimentali. In questo caso il metodo risolutivo indicato per i Minimi Quadrati lineari non può più essere applicato e occorre percorrere altre strade.

Per l'esecuzione delle regressioni non lineari vengono generalmente impiegati metodi iterativi nei quali è necessario fissare delle stime iniziali dei parametri, che vengono corrette in ogni iterazione successiva fino ad ottenere la convergenza sui valori che minimizzano la funzione obiettivo. Anche in questo caso si può utilizzare il minimo della funzione  $\phi(\bar{b})$ , somma dei quadrati degli scarti come criterio di ottimizzazione:

$$\underset{\bar{b}}{MIN}[\phi(\bar{b})] = \underset{\bar{b}}{MIN} \left[ \sum_{i=1}^m [y_i - f(x_i, \beta)]^2 \right] \quad (5.25)$$

In generale non esiste una forma chiusa per la stima dei parametri di *best fitting* per il caso non lineare, ma si ricorre ad algoritmi di ottimizzazione che ne consentono la loro approssimazione. A tal proposito occorre rilevare che al contrario del caso lineare in cui la funzione obiettivo ha un minimo globale, nel caso non lineare la stessa può avere minimi locali. La scelta di un set iniziale di parametri appropriato e l'utilizzo di un algoritmo ricorsivo di ottimizzazione consentono di indirizzare la ricerca verso una stima non distorta, tale da rappresentare il minimo globale della funzione obiettivo.

I più diffusi software di analisi ed elaborazione statistica includono specifiche funzioni per la regressione non lineare che si basano su algoritmi iterativi di ottimizzazione. Alla  $i$ -esima iterazione viene individuata una soluzione approssimata del problema di minimo e, mediante tecniche variabili a seconda degli algoritmi, la soluzione approssimata viene aggiornata ad ogni ulteriore passo finché la stessa non può essere accettata come soluzione del problema.

I metodi classici considerano algoritmi di tipo *line search*, che consentono di ottenere ad ogni iterazione una direzione di ricerca del minimo e lungo questa direzione di individuare il punto migliore a rappresentare il minimo stesso. La direzione in cui avviene la ricerca del minimo è sempre una direzione discendente della funzione obiettivo, che viene calcolata approssimando il problema originale di ottimizzazione per l'iterazione corrente. Ciò assicura che lungo la direzione di ricerca esisteranno sempre punti migliori finché non si raggiunge un punto stazionario.

I più recenti algoritmi *Trust Region* seguono un approccio più spinto in termini di approssimazione. Alla  $i$ -esima iterazione viene comunque individuata una soluzione del problema di minimo; in un intorno di questo punto viene impostato un modello di ottimizzazione approssimato e la sua soluzione viene utilizzata come nuovo punto su cui

impostare l'iterazione successiva. In un algoritmo di questo tipo il modello approssimato risulta confidente con quello di partenza nella regione intorno al punto corrente, che viene appunto detta *Trust Region* e che viene aggiornata di iterazione in iterazione. Ciò che contraddistingue i diversi algoritmi di ottimizzazione è appunto la procedura per l'individuazione e l'aggiornamento della *Trust Region*.

Anche in questo caso i diversi software hanno algoritmi specifici per il problema sopra richiamato. Di seguito viene illustrato, nelle sue caratteristiche più generali, l'algoritmo *Trust Region Reflective (TRR)* in quanto tale algoritmo presenta alcuni vantaggi nel *curve fitting* parametrico, consentendo ad esempio la definizione di limiti superiori ed inferiori nei domini dei parametri da stimare.

Nel caso in esame relativo alla stima regressiva del Diagramma Fondamentale, infatti, i parametri da stimare possiedono solitamente un significato fisico rispetto al fenomeno del deflusso veicolare e poterne definire i limiti, insieme all'adeguata individuazione di una soluzione di partenza, aiuta nella possibilità di raggiungere la convergenza nell'ottimizzazione e quindi di individuare il set di parametri di *best fit*.

Secondo l'approccio *TRR* per la minimizzazione della funzione  $\phi(x)$ , dove  $x$  può essere anche un vettore, nella ricerca di un punto  $x_{i+1}$  un cui la funzione assuma un valore minore rispetto ad un valore corrente  $x_i$ , la stessa funzione  $\phi$  può essere approssimata mediante una espansione di Taylor fino al termine quadratico nell'intorno  $N$  di  $x_i$ .  $N$  prende il nome di *Trust Region*, nel quale si troverà anche il punto  $x_{i+1}$ . Il passo  $s_i = x_{i+1} - x_i$  si ottiene risolvendo in maniera approssimata la relazione

$$\underset{s \in N}{\text{MIN}}[\psi_i(s)] \quad (5.26)$$

con

$$\psi_i(s) = g' s + \frac{1}{2} s' H s \quad (5.27)$$

dove  $g$  e  $H$  sono rispettivamente il gradiente e l'Hessiano di  $\phi$  valutati in  $x_i$ . Anche per la regressione non lineare valgono le considerazioni fatte a proposito della autocorrelazione ed eteroschedasticità degli errori, e sono stati sviluppati specifici algoritmi che consentono di applicare il modello dei Minimi Quadrati Generalizzati (es. in Marquardt, 1963), inseriti nei più diffusi pacchetti di analisi statistica.

### 5.1.3. REGRESSIONI PESATE

Come indicato da May (1990) e da Qu et al (2015), il metodo dei Minimi Quadrati rappresenta l'approccio più utilizzato nel *curve fitting* parametrico per la calibrazione dei

coefficienti delle funzioni di regressione del DF, sia lineari che linearizzabili o non lineari. Utilizzando di volta in volta gli algoritmi e le procedure numeriche più adatte, diversi autori hanno impiegato modelli di regressione lineare o non lineare aventi come funzione obiettivo la minimizzazione degli scarti quadratici, per stimare i parametri delle relazioni a singolo regime tra le variabili macroscopiche del deflusso, tra cui Greenshields (1935), Greenberg (1959), Drake (1967), Del Castillo & Benitez (1995a, 1995b), Wang et al. (2010, 2013), Brilon & Lohoff (2011a, 2011b), etc.

Nonostante negli anni siano stati proposti modelli a singolo regime che, con un incremento controllato del numero di parametri, riescono a riprodurre una migliore capacità di adattamento ai dati, diversi autori hanno contestato la capacità intrinseca di una singola relazione funzionale a rappresentare adeguatamente tutti i regimi di traffico. Le diverse proposte già citate di modelli multi regime hanno cercato di sopperire all'identificata scarsa capacità di riprodurre l'andamento reale dei dati sperimentali proponendo funzioni valide su intervalli o regimi di traffico, a loro volta stimate parametricamente su porzioni di dominio della variabile indipendente mediante regressione ai Minimi Quadrati.

Nell'ambito di quanto richiamato, e stanti alcune considerazioni in merito alle ragioni della dispersione dei punti sperimentali che descrivono le variabili macroscopiche che saranno meglio approfondite al paragrafo 5.2, Qu et al. (2015) individuano nel metodo dei Minimi Quadrati un elemento penalizzante per una buona stima di un modello a regime singolo. Gli autori richiamano, infatti, come nel metodo dei Minimi Quadrati l'errore quadratico di ogni osservazione si cumuli per somma nella funzione obiettivo da minimizzare.

Da questo punto di vista se la variabile indipendente è, ad esempio, la densità e se buona parte delle osservazioni ricadono in un certo intervallo di densità, come conseguenza i parametri stimati dalla minimizzazione della funzione risultano influenzati dalla concentrazione delle osservazioni in corrispondenza di tale intervallo di densità. In altri termini, è la stessa selezione dei punti campione che influenza la stima dei parametri, causando una perdita di qualità del *fitting* in corrispondenza di valori di densità con minore concentrazione di punti campione.

Per cercare di rimediare a questo tipo di *bias* nella stima, gli autori propongono l'utilizzo della Regressione Pesata, già introdotta da Aitken (1935) e variamente impiegata nei modelli di *fitting* parametrico. La Regressione Pesata è, in generale, un caso particolare di GLS, corrispondente alla situazione in cui i residui non siano auto correlati ma risultino eteroschedastici, con varianza non costante. In tal caso si definisce una matrice dei pesi  $W$  corrispondente all'inversa della matrice  $\Omega$  e caratterizzata dal possedere elementi  $\omega_i$  non nulli e distinti solo sulla diagonale principale. Nella trattazione generale di Aitken (1935), i pesi  $\omega_i$  sono assunti uguali al reciproco della varianza  $\sigma^2_i$  e nel caso lineare risulta che parametri del modello possono essere stimati mediante:

$$\bar{b} = (\bar{X}^T W \bar{X})^{-1} \bar{X}^T W \bar{y} \quad (5.28)$$

e la soluzione del problema rappresenta la minimizzazione della funzione obiettivo

$$\phi(\bar{b}) = (\bar{r}^T W \bar{r}) \quad (5.29)$$

con

$$\bar{r} = \bar{y} - \bar{X} \cdot \bar{\beta} \quad (5.30)$$

Il caso proposto nella trattazione di Qu et al. (2015) considera una funzione generica non lineare e la soluzione del problema implica la minimizzazione della funzione:

$$\phi(\bar{b}) = \sum_{i=1}^m \omega_i [y_i - f(x_i, \beta)]^2 \quad (5.31)$$

dove  $\omega_i$  è il peso attribuito nella regressione all'osservazione  $i$  ed è tale che il suo valore sia basso per osservazioni ascrivibili a regimi di traffico sovra rappresentati, ovvero che lo stesso sia alto per regimi di traffico sotto rappresentati. Ciò affinché, rispettivamente, i regimi sovra rappresentati non dominino nel processo di calibrazione e i regimi sotto rappresentati vengano propriamente tenuti in considerazione nel medesimo processo di calibrazione. Gli autori propongono, inoltre, due metodi per individuare il valore da attribuire ai pesi nella regressione per la cui trattazione approfondita si rimanda alla citata pubblicazione (Qu et al., 2015).

#### 5.1.4. FILTERING ED ELIMINAZIONE DEGLI OUTLIERS

Altro elemento che condiziona la bontà del *fitting* dei dati è la presenza di punti particolari che possono essere definiti come outliers rispetto all'intera nuvola di punti. Si tratta, in effetti, di punti che si discostano dall'andamento predominante per effetto di errori di vario tipo nella rilevazione delle variabili macroscopiche del deflusso e che potrebbero influenzare pesantemente il *fitting*. Se tali valori, infatti, sono estremamente disallineati rispetto all'andamento della nuvola, essi risulteranno verosimilmente disallineati dalla curva teorica che ne interpreta l'andamento. Nel criterio dei Minimi Quadrati, tuttavia il residuo quadratico degli outliers peserà notevolmente rispetto agli altri punti, forzando la stima dei parametri. Diversi approcci sono utilizzati nelle tecniche di regressione per risolvere i problemi legati alla presenza degli outliers, ma i più comuni prevedono una individuazione ed una eliminazione di tali punti dal set complessivo mediante alcuni filtri.

Tra i filtri più diffusi, ripresi anche da Gatti & Di Giasi (2000), troviamo il cosiddetto filtro box-plot o filtro di Tukey (1977), che prevede l'esclusione dal set di punti di quei valori per cui la variabile dipendente non risulti compresa tra  $Q_1 - 1.5IQR$  e  $Q_3 + 1.5IQR$  con  $Q_1$  e  $Q_3$  che rappresentano rispettivamente i valori del 25° e del 75° percentile dei flussi osservati e  $IQR$  pari alla differenza tra il 75° e il 25° percentile. Un altro criterio di filtraggio, usato sia in diversi campi delle scienze applicate dalla geotecnica all'ingegneria del traffico è il criterio di Vivatrat (Vivatrat, 1979). Il criterio suddivide l'intero dominio della variabile indipendente, ad esempio la densità veicolare, in finestre contenenti un minimo di 5-10 punti identificando il  $\Delta$  della procedura. All'interno di ciascuna finestra individuata i valori vengono filtrati eliminando quelli che risultano al di fuori del range  $\mu_i \pm A \cdot S_r$ , dove  $\mu_i$  è la mediana dei punti,  $S_r$  è la deviazione standard rappresentativa e  $A$  è un coefficiente che determina l'ampiezza del semi intervallo considerato accettabile per i valori.  $S_r$  è definito come il valore minimo tra le seguenti espressioni:

$$S_r = \frac{1}{2}(S_{i+1} + S_i) \quad S_r = \frac{1}{2}(S_{i-1} + S_i) \quad S_r = \frac{1}{2}(S_{i+1} + S_{i-1}) \quad (5.32)$$

dove  $S_{i-1}$ ,  $S_i$  e  $S_{i+1}$  sono le deviazioni standard calcolate per le finestre  $(i-1)$ ,  $i$  e  $(i+1)$  rispettivamente.

A questi approcci che individuano un criterio di filtraggio formulato analiticamente, si aggiungono altri approcci che affrontano il tema degli outliers in maniera più qualitativa. Ad esempio Roux et al. (2007) evidenziano alcuni test di coerenza da applicare ai dati per individuare eventuali dati da scartare:

- dati con sovrastima delle variabili misurate (es. flusso in un intervallo di 6 minuti maggiore di 360 veicoli per corsia o velocità maggiore di 160 km/h);
- dati con valore nullo delle variabili misurate (es. flusso e/o velocità e/o densità nulle in un intervallo di 6 minuti);
- lunghezza media dei veicoli transitati minore di 1,7 metri o maggiore di 25 metri.
- A valle di questi test gli autori suggeriscono di applicare una analisi visuale dei dati, che consente di individuare ed eliminare dalla nuvola di punti eventuali valori outliers.

### 5.1.5. REGRESSIONI ORTOGONALI

Occorre sottolineare che l'impiego di un modello di regressione implica che vi sia una variabile assunta come dipendente e una o più variabili assunte come indipendenti. Nel caso in esame l'utilizzo di un modello di regressione per la stima dei parametri di una delle tre funzioni che rappresentano il Diagramma Fondamentale implica che, per

ciascuna delle tre coppie tra le variabili macroscopiche, venga individuata la variabile dipendente e quella indipendente. Prendendo come esempio il *fitting* di una curva velocità-densità sulla base di punti sperimentali, ciò significa scegliere quali tra le due variabili è quella indipendente e quale quella dipendente.

Oltre alla difficoltà di operare tale scelta, in generale il risultato che si ottiene in termini di curva tracciata nel piano bivariato è diverso a seconda della scelta che si opera. A quanto sopra detto si aggiunge il fatto che nella regressione ai Minimi Quadrati la variabile indipendente è considerata esente da errori, che sono invece individuabili per la variabile dipendente. Nel caso sopra esaminato, quindi, oltre a dover scegliere quali tra velocità e densità è la variabile indipendente, occorre assegnare ad essa la proprietà di non essere affetta da errori.

Da quanto sopra riassunto emerge che, nell'ipotesi di voler stimare mediante regressione ai Minimi Quadrati una delle relazioni del Diagramma Fondamentale, occorre operare delle scelte in merito alle variabili in esame che hanno poco riscontro rispetto alla natura delle stesse. Van Aerde & Rahka (1995) individuano l'esistenza di questo problema nell'utilizzo di una regressione ai Minimi Quadrati legato al fatto di dover operare una scelta tra quale delle due variabili in questione sia la variabile dipendente e quale quella indipendente.

In realtà la questione sopra evidenziata emerge nel caso più generale in cui le due variabili su cui si effettua la regressione, senza ulteriore distinzione di quale sia quella dipendente e quale quella indipendente, siano affette da errore. Ciò, infatti, contravviene alle ipotesi di fondo dei Minimi Quadrati, che impongono l'assenza di errori nella variabile indipendente, qualunque essa sia. Sempre in via generale, in questi casi si ha a che fare con le cosiddette Regressioni *Errors in Variables (EIV)*, che possono essere risolte mediante le tecniche identificate come Minimi Quadrati Totali (*Total Least Square o TLS*), conosciuti anche in alcuni casi particolari come Regressioni Ortogonali.

Richiamando la funzione obiettivo già vista per il caso dei Minimi Quadrati Generalizzati, in cui si tiene conto della eteroschedasticità e dell'autocorrelazione dei residui mediante la matrice di varianza covarianza  $\Omega$ , nel caso dei Minimi Quadrati Totali la funzione da rendere minima deve tenere conto degli errori relativi a ciascuna delle due variabili e deve considerare le relative matrici di varianza – covarianza.

La funzione obiettivo è pertanto rappresentata da:

$$\phi(\bar{b}) = \left( \bar{r}_x | \Omega_x^{-1} \bar{r}_x \right) + \left( \bar{r}_y | \Omega_y^{-1} \bar{r}_y \right) \quad (5.33)$$

con  $\bar{r}_x$  e  $\bar{r}_y$  che rappresentano gli scarti nelle due variabili rispettivamente.

Nel caso bidimensionale, quel è il caso del *fitting* delle relazioni che descrivono il Diagramma Fondamentale del traffico, il problema è noto come Regressione di Deming e



considera, sulla base di quanto detto sopra, che debba essere minima la somma dei quadrati delle distanze dei punti sperimentali rispetto alla funzione di *fitting* (lineare o meno) lungo una direzione che non risulti parallela agli assi (altrimenti si ricadrebbe nel caso di una variabile non affetta da errori e quindi tale da poter rappresentare la variabile indipendente per i Minimi Quadrati).

Se si conoscono le varianze degli errori nelle variabili, si possono fare ulteriori considerazioni in merito ai Minimi Quadrati Totali ed al loro significato. Consideriamo le due variabili  $y$  ed  $x$  affette da errore (potrebbero essere nel caso del Diagramma Fondamentale, una delle tre coppie velocità-flusso, velocità-densità o flusso-densità), allora la  $i$ -esima osservazione è caratterizzata dalla coppia  $(x_i, y_i)$  con:

$$y_i = y_i^* + \varepsilon_i \quad (5.34)$$

$$x_i = x_i^* + \eta_i \quad (5.35)$$

con  $y_i^*$  e  $x_i^*$  valori veri e  $\varepsilon_i$  ed  $\eta_i$  rispettivi errori. Se si suppone, inoltre, che gli errori per le due variabili siano indipendenti e che le relative varianze  $\sigma_{\varepsilon}^2$  e  $\sigma_{\eta}^2$  siano note e tali che il loro rapporto  $\delta$  sia pari ad uno, la regressione prende il nome di ortogonale e la direzione lungo la quale si misura la distanza tra i punti sperimentali e la funzione di *fitting* è quella perpendicolare alla curva stessa. Le considerazioni sopra fatte e riferite al caso di una funzione lineare possono essere estese, con le dovute considerazioni in merito agli algoritmi di soluzione, anche al caso non lineare.

Pur senza effettuare considerazioni specifiche rispetto alla varianza negli errori con cui vengono misurate le variabili in questione, Van Aerde & Rahka (1995), Rakha & Arafteh (2007), (2010) affrontano il problema della stima del Diagramma Fondamentale nei termini di una Regressione Ortogonale in uno spazio tridimensionale, ponendo come obiettivo nella stima dei parametri del modello identificato la funzione:

$$\phi = \sum_i \left\{ \left( \frac{v_i - \hat{v}_i}{\bar{v}} \right)^2 + \left( \frac{q_i - \hat{q}_i}{\bar{q}} \right)^2 + \left( \frac{k_i - \hat{k}_i}{\bar{k}} \right)^2 \right\} \quad (5.36)$$

con:

$$\hat{k}_i = f(c_1, c_2, c_3, \hat{v}_i) \quad \forall i \quad (5.37)$$

$$\hat{q}_i = \hat{k}_i \hat{v}_i \quad \forall i \quad (5.38)$$

$$\hat{q}_i, \hat{k}_i, \hat{v}_i \geq 0 \quad \forall i \quad (5.39)$$

e dove  $f$  è la funzione utilizzata per la stima del modello densità velocità nei parametri  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$ .

Gli autori introducono una funzione obiettivo che minimizza la somma dei quadrati delle distanze rispetto alla perpendicolare alla curva che, nello spazio tridimensionale, descrive il Diagramma Fondamentale. In considerazione di questo approccio, gli stessi autori propongono anche una standardizzazione delle variabili, per rendere conto delle dimensioni diverse e non confrontabili con cui le stesse vengono descritte. In sostituzione del quadrato della distanza euclidea, le distanze lungo un certo asse vengono standardizzate in considerazione del valore massimo misurato per la relativa variabile.

Tale problema è ben noto, in generale, per il metodo dei Minimi Quadrati Totali, essendo questo non invariante rispetto alla scala con cui sono misurati i valori delle variabili. I problemi derivanti dalla non invarianza di scala vengono generalmente risolti considerando una distanza lungo ciascun asse normalizzata in considerazione della relativa precisione di misura (ossia tenendo conto della varianza dell'errore), ovvero combinando gli scarti in maniera moltiplicativa e non additiva (Samuelson, 1942).

In relazione al tema della funzione obiettivo proposta da Van Aerde & Rahka (1995) e Rakha & Arafah (2007, 2010), di recente Jia et al. (2014) hanno dimostrato che, nel caso del Diagramma Fondamentale, la Regressione Ortogonale e nello specifico la funzione obiettivo citata può essere ampiamente semplificata e ridotta all'utilizzo di una sola variabile.

Ciò, in altri termini, consente di riportare il *fitting* nell'ambito dei Minimi Quadrati Ordinari senza significativi effetti nella stima dei parametri.

Richiamando la funzione

$$\phi = \sum_i \left\{ \left( \frac{v_i - \hat{v}_i}{\bar{v}} \right)^2 + \left( \frac{q_i - \hat{q}_i}{\bar{q}} \right)^2 + \left( \frac{k_i - \hat{k}_i}{\bar{k}} \right)^2 \right\} \quad (5.40)$$

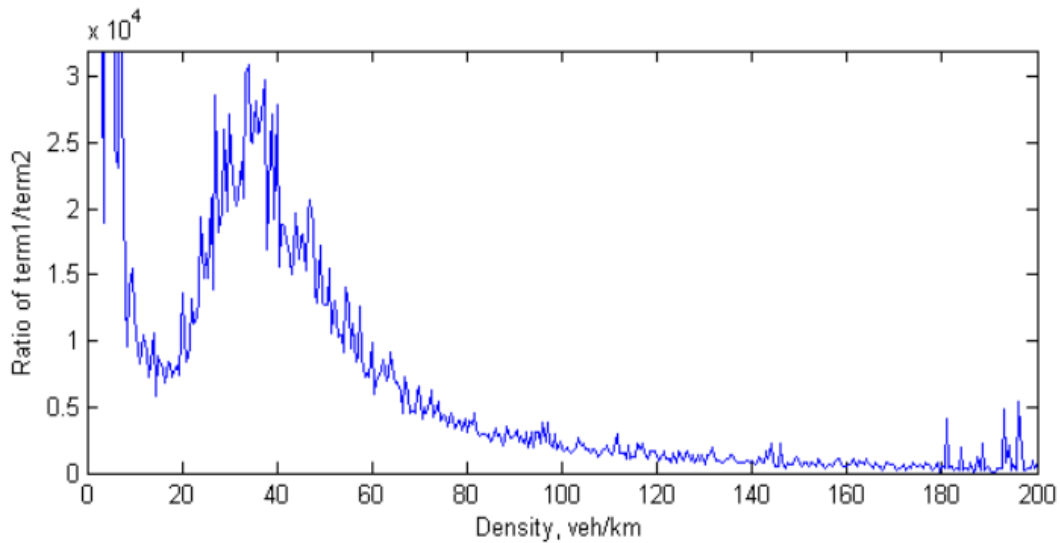
Jia et al. (2014) evidenziano che nelle ipotesi di lavoro, che considerano la stazionarietà, vale l'equazione fondamentale. Pertanto nella stima della funzione del Diagramma Fondamentale nella forma densità-velocità, il termine relativo agli errori in  $q$  risulta ridondante, per cui si può ridurre il criterio al seguente:

$$\phi = \sum_i \left\{ \left( \frac{v_i - \hat{v}_i}{\bar{v}} \right)^2 + \left( \frac{k_i - \hat{k}_i}{\bar{k}} \right)^2 \right\} \quad (5.41)$$

La funzione obiettivo può essere ulteriormente ridotta in considerazione del fatto che i termini di errore rispetto a  $k$  sono trascurabili in rapporto a quelli in  $v$ . Se si considera, infatti, la funzione:

$$f = \sum \left( \frac{v_i - \hat{v}_i}{\bar{v}} \right)^2 / \sum \left( \frac{k_i - \hat{k}_i}{\bar{k}} \right)^2 \quad (5.42)$$

gli autori dimostrano che in tutto il campo della variabilità di  $k$ , il denominatore risulta trascurabile rispetto al numeratore, come suggerito nella figura 5.1.



**Fig. 5.1:** Andamento del rapporto tra l'errore in  $v$  e l'errore in  $k$  - Jia et al. (2014)

In tali termini, la funzione obiettivo viene semplificata senza compromettere la precisione del modello e la bontà della stima, in:

$$\phi = \sum_i \left\{ \left( \frac{v_i - \hat{v}_i}{\bar{v}} \right)^2 \right\} = \sum_i \{ |v_i - \hat{v}_i| \} \quad (5.43)$$

### 5.1.6. BINNING DEI DATI

La numerosità dei dati sperimentali rende spesso molto onerose le elaborazioni di *fitting* dei parametri della funzione prescelta. Al fine di semplificare l'impegno delle risorse e quindi di ridurre il tempo di calcolo, può risultare utile effettuare delle operazioni di aggregazione dei dati sperimentali, attraverso una procedura di *data binning*.

In generale il *data binning* è una tecnica di *pre - processing* dei dati che consente di sostituire i dati che ricadono entro un intervallo predeterminato con dei valori rappresentativi degli stessi per il dato intervallo, solitamente valori centrali (medie o mediane). Il *binning* è, nel caso più generale, una mappa iniettiva tra numeri reali e un set finito di numeri interi. Le procedure di *binning* vengono utilizzate per raggruppare dati sperimentali entro classi individuate nell'ambito del dominio di variabilità delle misure stesse, secondo i due criteri seguenti:

- *Equal frequency*: ciascun *bin* viene individuato sulla base di un numero  $n$  predeterminato di misure o record della variabile oggetto di raggruppamento;
- *Equal interval*: ciascun *bin* viene individuato sulla base di un intervallo, solitamente costante, di discretizzazione della variabile oggetto di raggruppamento.

A tal proposito si può osservare che la tecnica di *binning* con criterio *equal interval* è quella che viene comunemente utilizzata, ad esempio, nella produzione dei grafici ad istogramma. In relazione al criterio adottato per il raggruppamento, ai valori che ricadono in ciascun *bin* possono essere sostituiti valori rappresentativi degli stessi, quali ad esempio la media, la mediana, il valore massimo e minimo, i vari percentili dei dati raggruppati, etc.

Pur con alcune precisazioni chiarite di seguito in merito al *binning* dei dati preventivo rispetto al *fitting* dei parametri di una funzione prescelta, il ricorso a tecniche di raggruppamento si riscontra in numerosi studi aventi come oggetto la calibrazione del Diagramma Fondamentale. Il *binning* dei dati sperimentali relativi alle variabili macroscopiche del deflusso viene generalmente effettuato considerando i record bidimensionali  $q-v$ ,  $k-v$  e  $k-q$  ed individuando la variabile da discretizzare attraverso il raggruppamento. Prescelta la coppia delle variabili (es.  $k-v$ ), noti i relativi valori sperimentali e stabilito il criterio di *binning* e i relativi parametri (es. *equal interval* con ampiezza pari ad 1), per ciascun *bin* conseguentemente individuato vengono calcolati secondo le esigenze e le necessità, i valori sintetici (es. valore medio) dei record ricadenti nello stesso tanto per la variabile discretizzata (es. densità  $k$ ), che per la relativa variabile accoppiata (esempio velocità media spaziale  $v_s$ ).

Anche Greenshields, agli albori della scienza del traffico veicolare, operò mediante aggregazioni sui dati di partenza. Nello studio del 1934 (Greenshields, 1934), a partire dalle misurazioni di distanziamento e velocità effettuate direttamente in campo mediante l'apparecchiatura da lui ideata, Greenshields individuò delle coppie di valori di sintesi, usate per la calibrazione della relazione lineare, partendo dal raggruppamento delle velocità ad intervalli di 2 miglia orarie. Scomponendo il dominio delle velocità in intervalli di 2 mi/h, infatti, per ciascun intervallo calcolò il valore medio delle velocità misurate ed il relativo distanziamento medio (*equal interval*). Nel successivo studio, pubblicato nel 1935 (Greenshields, 1935), la quantità di dati raccolti ed elaborati divenne estremamente più consistente; in questo caso la compattazione del data set sperimentale

venne operata raggruppando i dati prima in gruppi di 10 e poi in gruppi di 100, al fine di ridurre la variabilità dei dati di base (*equal frequency*).

A partire dalle procedure di aggregazione dei dati proposte da Greenshields nei primi studi, negli anni diversi approcci sono stati sperimentati, sempre nel tentativo sia di ridurre la mole di dati su cui calibrare i parametri delle forme funzionali di volta in volta individuate su basi teoriche o su deduzioni empiriche, sia di ridurre la variabilità dei dati di base.

Operazioni di aggregazione dei dati sperimentali preventive alla calibrazione del diagramma fondamentale vengono indicate anche in lavori più recenti. Rakha & Arafeh (2007) utilizzano valori sintetici aggregati a partire dai dati elementari rispetto a bin di densità, al fine di ridurre tempo e spazio di calcolo nello sviluppo della procedura euristica SPD\_CAL per la stima del Diagramma Fondamentale.

In Jia et al. (2014) i dati rilevati delle variabili caratteristiche flusso - velocità - densità vengono compattati mediante una procedura di *binning* con criterio *equal interval*, individuando come valori sintetici del raggruppamento per ciascun bin i valori medi della variabile discretizzata (densità) e delle variabili ad essa accoppiate. Scelta l'ampiezza della finestra di densità, che nel contributo citato è assunta pari a 1, ed operando il calcolo delle medie, la mole di dati sperimentali viene ridotta in un numero decisamente più contenuto di valori medi utilizzabili per una calibrazione computazionalmente meno onerosa.

Occorre tuttavia ricordare che il *fitting* parametrico eseguito su dati aggregati presenta alcuni aspetti problematici che devono comunque essere tenuti in debita considerazione. La procedura di *binning*, infatti, nella sua forma più semplice consente di sostituire su intervalli della variabile indipendente i diversi punti sperimentali con un unico punto rappresentativo degli stessi, e che può essere considerato come il punto avente come coordinate le medie delle coordinate sperimentali. In tal modo, mediante una discretizzazione della variabile indipendente si ottiene una riduzione del numero di punti sperimentali. Se i punti aggregati vengono utilizzati in luogo dei punti sperimentali per effettuare un *fitting* parametrico mediante regressione, si può osservare una sostanziale invarianza nei parametri, ma si ottengono valori distorti per gli intervalli di confidenza e per gli errori che non risultano più riferibili al set sperimentale, ma che al contrario sono da riferirsi al set aggregato.

Pur tenendo conto di tali considerazioni, come indicato da Jia et al. (2014) e da Rakha & Arafeh, (2007), il *binning* dei dati può consentire enormi risparmi di tempo di calcolo. Il *binning*, inoltre, può essere estremamente utile nell'identificazione della forma funzionale più adeguata a rappresentare l'andamento dei dati sperimentali, contribuendo a rendere maggiormente esplicito l'andamento degli stessi, anche in associazione con altre tecniche di regressione locale non parametrica e secondo un approccio di analisi di tipo esplorativo (*Exploratory Data Analysis*) (Tukey, 1977).

### 5.1.7. REGRESSIONE QUANTILE E REGRESSIONE QUANTILE APPROSSIMATA

Una regressione ai Minimi Quadrati, lineare o non lineare, può essere applicata ad una serie di dati per ottenere la risposta in media della variabile dipendente come funzione di una o più variabili indipendenti o repressori. Una delle ipotesi fondamentali della regressione ai Minimi Quadrati è che i quantili della variabile dipendente condizionati alla variabile indipendente siano paralleli su tutto il dominio della stessa variabile indipendente. In altri termini, se si volesse valutare per regressione l'andamento dei quantili della variabile dipendente si otterrebbe una serie di curve parallele, e ciò rappresenta evidentemente un limite del metodo.

Se, inoltre, i metodi classici di regressione lineare consentono di determinare gli intervalli di confidenza per i parametri stimati, tali intervalli si riferiscono alla relazione nel suo complesso, ossia sull'intero dominio della medesima. Anche la distribuzione di probabilità della variabile dipendente, data la variabile indipendente, può essere stimata mediante i metodi classici. Tuttavia quello che si ottiene non risulta soddisfacente nei casi in cui si vuole valutare la possibilità che la distribuzione della variabile dipendente, e quindi i relativi quantili, vari nel dominio della variabile indipendente.

Nel caso della regressione applicata alla stima della relazione esistente tra le variabili macroscopiche del deflusso, la Regressione ai Minimi Quadrati consente di stimare i parametri di una qualsiasi relazione funzionale tra una coppia di variabili. I metodi di regressione consentono anche di individuare gli intervalli di confidenza e distribuzione di probabilità e i quantili della variabile dipendente, quale può essere ad esempio la velocità, rispetto alla variabile indipendente, che può essere la densità, con riferimento all'intero dominio della stessa. Se, invece, si pone l'obiettivo di valutare come variano i quantili della velocità, e quindi la distribuzione di probabilità, al variare della densità i Minimi Quadrati non consentono di risolvere il problema.

Il metodo della Regressione Quantile venne introdotto in econometria e statistica da Roger Koenker e Gilbert Bassett Jr. nel 1978 (Koenker & Bassett Jr., 1978) per fornire una soluzione ai problemi sopra evidenziati. Mentre una curva di regressione dei Minimi Quadrati restituisce la curva rappresentativa della media condizionata della distribuzione per un insieme di variabili esplicative, la Regressione Quantile consente di calcolare diverse curve di regressione corrispondenti a vari punti della distribuzione della variabile dipendente, e più precisamente a diversi percentili, rispetto alla distribuzione della variabile indipendente. Ciò consente, quindi, di ottenere una informazione di maggior dettaglio nel legame funzionale tra le variabili quando le relazioni tra la dipendente e le esplicative variano al variare della loro distribuzione. Nel caso di una variabile continua  $y$ , il quantile di ordine  $\tau$ , con  $0 < \tau < 1$ , è definito come quel valore  $\xi_\tau$  che soddisfa  $F(\xi_\tau) = P(y \leq \xi_\tau) = \tau$ , dove  $F(y)$  rappresenta la funzione di ripartizione di  $y$ .

La Regressione Quantile specifica la relazione fra i quantili della distribuzione condizionata della variabile dipendente (nel caso del diagramma fondamentale ad esempio la velocità),  $Q_{y|x}(\tau|x)$ , e la variabile indipendente  $x$  (nel caso del Diagramma

Fondamentale, ad esempio, la densità) tramite una relazione  $\xi(x, \beta)$  con  $\beta$  parametro incognito. Considerato un campione di  $n$  osservazioni, i parametri possono essere stimati, risolvendo un problema di ottimo analogo a quello dei Minimi Quadrati, come

$$MIN \left[ \sum_{i=1}^n \rho_{\tau} [y_i - \xi(x_i, \beta)] \right] \quad (5.44)$$

dove  $\rho_{\tau}$  è data  $(1-\tau) \cdot [y_i - \xi(x_i, \beta)]$  se  $[y_i - \xi(x_i, \beta)] < 0$  e da  $\tau \cdot [y_i - \xi(x_i, \beta)]$  se  $[y_i - \xi(x_i, \beta)] \geq 0$ .

Il problema di minimo

$$MIN \left[ \sum_{i=1|y_i \geq \xi(x_i, \beta)}^n \tau [y_i - \xi(x_i, \beta)]_+ + \sum_{i=1|y_i < \xi(x_i, \beta)}^n (1-\tau) \cdot [y_i - \xi(x_i, \beta)]_+ \right] \quad (5.45)$$

può essere risolto efficacemente da metodi di Programmazione Lineare (LP).

I parametri della Regressione Quantile possono essere interpretati in modo analogo a quelli dei più usuali modelli di regressione lineare. Il singolo parametro rappresenta la variazione nel quantile specificato dovuta ad una variazione unitaria nella corrispondente variabile esplicativa. Alcune dei vantaggi della Regressione Quantile possono essere sintetizzate in:

- stime robuste del vettore dei coefficienti, non sensibili ad outliers o a dipendenze tra le variabili;
- stimatori forniti dalla Regressione Quantile più efficienti degli stimatori dei Minimi Quadrati, nel caso di termini di errore non normalmente distribuiti;
- analisi dell'influenza della covariata, ad esempio la densità, sulla variabile dipendente, ad esempio la velocità, nei vari punti della distribuzione quantile condizionata.

La numerosità dei dati sperimentali e soprattutto l'eventuale non linearità delle relazioni possono rendere, tuttavia, estremamente difficoltose le elaborazioni di *fitting* dei parametri della funzione prescelta per il dato quantile.

Koenker & Hallock (2001), pur evidenziando che esistono approcci non corretti di segmentazione dei campioni rispetto alla variabile dipendente, con individuazione di subset di punti e successivo *fitting* regressivo sugli stessi, individuano come valida opzione rispetto alla Regressione Quantile la segmentazione dei campioni rispetto al vettore delle variabili covariate. Prendendo come esempio il caso di una sola variabile indipendente, il caso presentato dagli autori considera una procedura di data *binning*, con la suddivisione del dominio della variabile indipendente in un certo numero  $p$  di celle, e

riduce la Regressione Quantile al calcolo dei quantili univariati per ciascuna cella, ovvero all'applicazione in ciascuna di esse di modelli di regressione.

Nel caso specifico della stima del Diagramma Fondamentale Chow et al. (2008) e Dervisoglu et al. (2009) introducono il metodo della Regressione Quantile, proponendo un approccio da essi stessi definito approssimato (*Approximate Quantile Regression*) e che considera un data *binning* per la porzione di dominio delle densità (variabile dipendente) superiore alla densità critica, con individuazione della densità media e del massimo valore non outlier della velocità per ciascun bin dei dati. Rispetto a quanto già richiamato al paragrafo 5.1.6 a proposito del binning dei dati, nel metodo approssimato suggerito da Chow et al. (2008) e Dervisoglu et al. (2009) viene utilizzato un binning di tipo *equal frequency*, considerando  $N$  celle di *binning* di ampiezza variabile e non sovrapponibili, contenenti 10 punti ciascuna.

Per ciascuna cella si individua la densità media, come media delle densità dei 10 punti in esame, ed il valore massimo della velocità della cella considerando i valori che soddisfano il criterio del filtro di Tukey (1977), ossia che risultano inferiori a  $Q_3 + 1.5IQR$  con  $Q_3$  valore del 75° percentile dei flussi osservati e  $IQR$  pari alla differenza tra il 75° e il 25° percentile, già citato al paragrafo 5.1.4. Per le densità superiori a quella critica, come ulteriormente chiarito al capitolo successivo, gli autori propongono la regressione quantile approssimata dei punti sperimentali flusso – densità come regressione lineare dei punti  $(k_{bin}; q_{bin})_j$  individuati per ogni intervallo come:

$$BIN_j = \{(k_1; q_1), (k_2; q_2), \dots, (k_{10}; q_{10})\}_j \quad (5.46)$$

$$k_{bin,j} = mean\{k_1, k_2, \dots, k_{10}\} \quad (5.47)$$

$$q_{bin,j} = \max_{q_i} \{q_i \mid q_i \in BIN_j, q_i < Q_3 + 1.5IQR\} \quad (5.48)$$

### 5.1.8. LA BONTÀ DEL FITTING

La bontà del *fitting*, o *Goodness of Fit* (GOF) descrive la capacità del modello di adattarsi alle osservazioni sperimentali. Le tipiche misure di bontà dell'adattamento in generale prendono in considerazione lo scostamento totale tra i valori osservati e quelli attesi in considerazione del modello in questione.

La più comune misura della bontà del *fitting* è rappresentata dal coefficiente di determinazione  $R^2$ . Nella regressione lineare il coefficiente di determinazione  $R^2$  rappresenta la proporzione della variabilità dei dati che viene spiegata dal modello. La formulazione generale dell' $R^2$ , infatti, si basa sulla comparazione tra la variabilità,



espressa come somma dei quadrati, tra gli errori del modello e i valori originali su cui il modello è stimato nei relativi parametri.

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \quad (5.49)$$

Con

$$SS_{res} = \sum_i (y_i - f_i)^2 \quad (5.50)$$

$$SS_{tot} = \sum_i (y_i - \bar{y})^2 \quad (5.51)$$

e dove  $y_i$  sono i valori osservati, la cui media è  $\bar{y}$ , e  $f_i$  sono i relativi valori restituiti dal modello.

Nel caso della regressione lineare, introducendo

$$SS_{reg} = \sum_i (f_i - \bar{y})^2 \quad (5.52)$$

si può scrivere che:

$$SS_{res} + SS_{reg} = SS_{tot} \quad (5.53)$$

per cui l' $R^2$  diventa

$$R^2 = \frac{SS_{reg}}{SS_{tot}} = \frac{SS_{reg}/n}{SS_{tot}/n} \quad (5.54)$$

In questa forma l' $R^2$  rappresenta il rapporto tra la varianza spiegata dal modello e la varianza totale dei dati iniziali.

Occorre sottolineare che nel caso in cui il numero dei regressori del modello aumenta, si assiste ad un incremento anche dell' $R^2$  pur in assenza di un effettivo miglioramento del *fitting*. Per risolvere tale problema viene spesso utilizzato il cosiddetto  $R^2$  corretto o *adjusted*, che tiene conto del numero di variabili in considerazione:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left(1 - R^2\right) \frac{n-1}{n-p-1} = 1 - \left(1 - R^2\right) \frac{p}{n-p-1} \quad (5.55)$$

con  $p$  numero complessivo dei regressori, escluso il termine costante, e  $n$  il numero di elementi del dataset campione.

Nel caso della regressione lineare, il valore assunto dall' $R^2$  varia tra 0 e 1, fornendo una veloce interpretazione di come la varianza dei dati sia spiegata dalla regressione:

$$R^2 = 1 \rightarrow SS_{reg}/n \rightarrow SS_{tot}/n \quad (5.56)$$

$$R^2 = 0 \rightarrow SS_{reg}/n \ll SS_{tot}/n \quad (5.57)$$

dove nel primo caso si ha un *fitting* ottimale, con una varianza dei dati completamente spiegata dalla regressione, e nel secondo caso un pessimo *fitting*, con una varianza stimata dalla regressione che non è confrontabile con quella dei dati.

Occorre osservare che nel caso di una regressione non lineare l'equazione:

$$SS_{res} + SS_{reg} = SS_{tot} \quad (5.58)$$

non risulta più valida, per questo non si può interpretare l' $R^2$  come rapporto tra la varianza spiegata dal modello e la varianza totale dei dati iniziali. Alcuni autori sottolineano la non validità dello stesso coefficiente di determinazione nei casi non lineari, ma in molti casi in letteratura così come negli strumenti di analisi statistica più diffusi (Matlab, SPSS, SAS) l' $R^2$  viene utilizzato, con le dovute cautele, anche nel caso di *fitting* non lineare (Motulsky & Ransnas, 1987). Nel caso non lineare, infatti, l' $R^2$  viene calcolato utilizzando la formulazione più generale:

$$R^2 = 1 - \frac{SS_{res}}{SS_{tot}} \quad (5.59)$$

Considerando, quindi, la somma dei residui quadrati della regressione, ossia la somma dei quadrati delle distanze verticali tra i punti sperimentali e la curva di regressione, l' $R^2$  viene ottenuto complementando a 1 il rapporto con la somma dei quadrati delle distanze da una linea orizzontale che rappresenta la media dei valori osservati, come rappresentato in figura 5.2 (Motulsky & Ransnas, 1987).

Anche nel caso non lineare un buon *fitting* produce valori di  $R^2$  vicini ad 1. Occorre osservare, tuttavia, che nel caso non lineare l' $R^2$  può assumere valori minori di 0, legati al fatto che la curva stimata replica i dati in maniera peggiore rispetto alla linea orizzontale che li attraversa. Un valore negativo dell' $R^2$  suggerisce pertanto l'inadeguatezza del modello.

Un'altra misura frequentemente utilizzata nella misura delle differenze tra valori osservati e valori modellati è rappresentata dal cosiddetto errore standard della regressione.

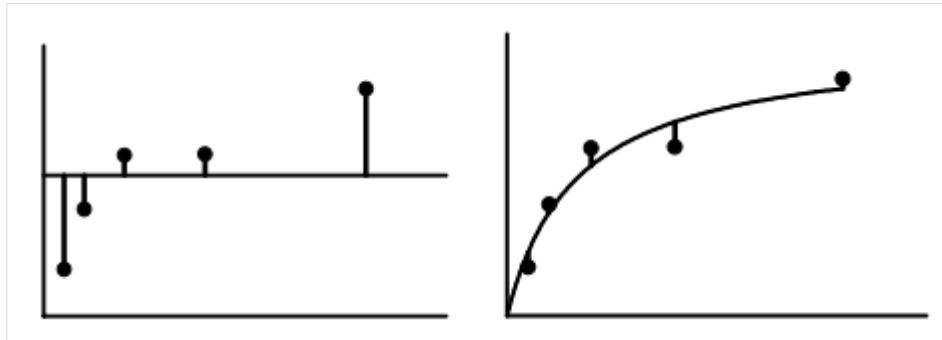


Fig. 5.2: Il significato dell' $R^2$  nella regressione non lineare - (Motulsky & Ransnas, 1987)

Tale valore viene identificato come  $S_E$ , o *RMSE Round Mean Square Error* e nella forma corretta, che tiene conto della numerosità  $p$  dei parametri della regressione (in analogia con il concetto di correzione già visto per l' $R^2$ ) si scrive come:

$$S_E = \sqrt{\frac{\sum_{i=1...n} (y_i - f_i)^2}{n - p}} \quad (5.60)$$

Un *fitting* migliore si ottiene in considerazione di valori di  $S_E$  decrescenti, e pertanto l'errore standard può essere utilizzato per il confronto della bontà del *fitting* tra modelli differenti.

Si può osservare che il valore ottenuto ha le dimensioni della variabile considerata e ciò rende intuitivo il confronto tra modelli che prendono in esame la medesima variabile. Nel caso in cui il confronto nella bontà del *fitting* è tra modelli che esaminano variabili diverse, l'errore può essere normalizzato al fine di renderlo indipendente dalla scala dei valori considerati ed ottenendo  $N(ormal)S_E$  o  $N(ormal)RMSE$ :

$$NS_E = \frac{S_E}{y_{\max} - y_{\min}} \quad (5.61)$$

Il valore si esprime generalmente in percentuali e, anche in questo caso, è tanto minore quanto è minore la varianza residua.

Una misura della bontà del *fitting* e dell'accuratezza di un modello di regressione è rappresentata anche dall'errore medio percentuale assoluto *MAPE*, *Mean Absolute Percentage Error* noto anche come *MAPD*, *Mean Absolute Percentage Deviation* o *MMRE*, *Mean Magnitude of Relative Error* (Toffalis, 2015), definito secondo la formula:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - f_i}{y_i} \right| \quad (5.62)$$

dove  $y_i$  sono i valori osservati e  $f_i$  sono i relativi valori restituiti dal modello. Solitamente il valore viene espresso in termini percentuali.

Alcuni autori, tra cui Toffalis (2015) rilevano che quando l'errore medio percentuale assoluto viene utilizzato per confrontare modelli lo stesso tende a favorire quelli che producono un valore minore delle stime. Se nella formulazione vista l'errore si esprime percentualmente rispetto ai valori osservati, si trovano anche forme che lo esprimono rispetto ai valori modellati:

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - f_i}{f_i} \right| \quad (5.63)$$

riducendo, ma non eliminando l'effetto.

Un'ulteriore misura, che risolve completamente la problematica sopra rilevata, è rappresentata dal cosiddetto rapporto di accuratezza *AR*, *Accuracy Ratio* (Toffalis, 2015):

$$AR = \sum_{i=1}^n (\ln Q_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\ln f_i - \ln y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\ln y_i - \ln f_i)^2 \quad (5.64)$$

## 5.2. DIAGRAMMA FONDAMENTALE E MISURE SPERIMENTALI

### 5.2.1. LA DISPERSIONE DELLE MISURE SPERIMENTALI

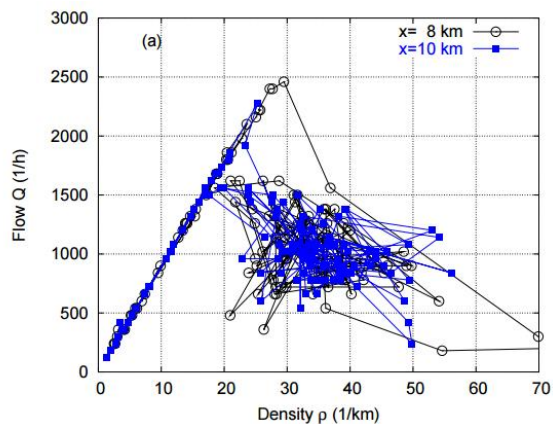
Come richiamato, il Diagramma Fondamentale è una relazione funzionale valida in condizioni di equilibrio, ossia di omogeneità e di stazionarietà del flusso, tra le variabili macroscopiche del traffico, rappresentabile come la curva descritta dalla funzione medesima nel piano cartesiano delle variabili.

In apparente contrasto con ciò, le misure sperimentali delle variabili macroscopiche si distribuiscono nel medesimo piano cartesiano in maniera difforme rispetto a quello di qualunque funzione, evidenziando una certa dispersione. Tale effetto può essere osservato soprattutto nel piano velocità - densità e in quello flusso - densità come effetto di un insieme di fattori concomitanti, oggetto di numerosi studi.

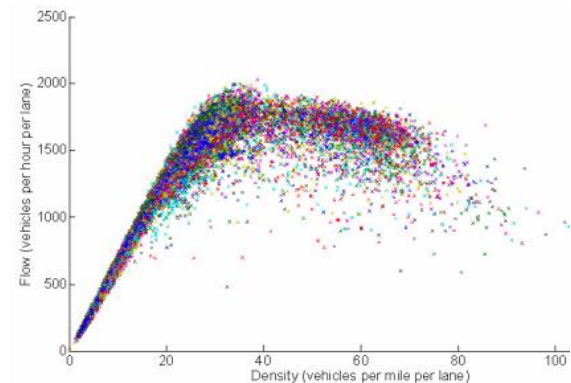
Osservando un generico diagramma di dispersione (vedi fig. 5.3), relativo ai punti di misurazione nei piani bidimensionali delle variabili macroscopiche, si possono effettuare delle osservazioni generali:

- il regime congestionato in generale presenta notevole dispersione dei punti sperimentali rispetto agli assi flusso-densità, decisamente più spiccata di quanto possa essere riscontrato per il flusso libero; in altri termini, la varianza del flusso misurato è relativamente contenuta nei regimi non congestionati e tende a crescere al crescere della densità, fino a quando il sistema diventa instabile e raggiunge la congestione;
- per i regimi non congestionati la relativamente bassa varianza del flusso consente pertanto di approssimare in maniera generalmente soddisfacente la nuvola di punti sperimentali con una funzione matematica opportunamente calibrata nei parametri; la stessa cosa generalmente non accade per i regimi congestionati.

La ricerca dei motivi che generano questi fenomeni, e nello specifico l'elevata varianza del flusso congestionato che si riscontra nei dati rilevati al crescere della densità e soprattutto al superamento del valore critico, ha suscitato negli anni numerosi approfondimenti sulla concordanza stessa tra quello che evidenziano i punti sperimentali e le assunzioni del Diagramma Fondamentale (Chen et al., 2014), alcuni dei quali hanno portato a ipotesi alternative rispetto all'esistenza di tale relazione.



(Treiber et al, 2006)

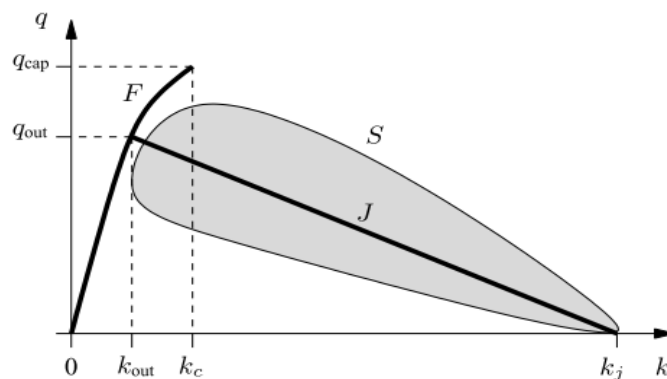


(Dervisoglu et al, 2009)

**Fig. 5.3: Esempi di dispersione dei dati sperimentali**

Da questo punto di vista, Kerner & Rehborn (1996) e Kerner (2001, 2004, 2009) con la Teoria Trifasica superano il concetto consolidato di relazione funzionale tra flusso e densità come valida per l'intero dominio delle densità (ossia tra 0 e la densità jam), restringendone la validità ai soli regimi non congestionati (*synchronised flow e wide-moving jam*).

Se la bassa dispersione di punti sperimentali nel piano flusso - densità per i regimi non congestionati (*free flow*) rende accettabile l'ipotesi di una relazione funzionale tra le due grandezze macroscopiche rappresentabile in generale come una curva, la stessa cosa secondo Kerner non avviene per i regimi congestionati. In questo caso, infatti, l'elevata dispersione dei punti porta ad ipotizzare più verosimilmente, secondo gli autori, l'esistenza di una regione o dominio *S* piuttosto che di una curva in grado di rappresentare teoricamente nel piano flusso densità i regimi congestionati (vedi fig. 5.4).



**Fig. 5.4: Relazione flusso-densità nella teoria trifasica di Kerner**

Vari autori, tra cui Cassidy, Del Castillo e Benitez, Daganzo, Moerivoet, hanno osservato come in generale i punti sperimentali nel piano delle variabili macroscopiche non rappresentino necessariamente i valori riscontrati in intervalli di misura in cui siano valide le ipotesi di stazionarietà ed omogeneità già introdotte. Ciò determinerebbe lo *scattering* dei punti, affiancato ed amplificato dalla presenza di altri fattori legati alla disomogeneità con cui vengono effettuate le misure, che se non si riscontra in relazione alla sezione di misura (solitamente i dati sono clusterizzati per sezioni omogenee) a volte si evidenzia in merito alle diverse condizioni al contorno (meteorologiche, di illuminazione, comportamentali, incidentali, ecc.).

Fatte queste considerazioni, Daganzo (1997) afferma che la rimozione dei fattori sopra richiamati (considerazione di situazioni in cui sia strettamente valida l'ipotesi di stazionarietà e di omogeneità del traffico e delle condizioni al contorno) riduce sostanzialmente la dispersione nei punti sperimentali. Treiber & Helbing (2003) e Treiber et al (2006) evidenziano come lo *scattering* possa essere modellato e riprodotto considerando le variazioni nella velocità di propagazione del flusso e la varianza delle velocità medie spaziali causate dai differenti distanziamenti temporali tra veicoli successivi e dai tempi di percezione e adattamento nel comportamento dei guidatori. Kim and Zhang (2004a, 2004b) spiegano ulteriormente lo *scattering* dei punti sperimentali in termini di variazioni casuali dei distanziamenti temporali sulla base di un modello *car-*

*following* semplificato e dimostrando come una perturbazione nei distanziamenti spaziali produca effetti nella dispersione dei punti sperimentali. Chen et al. (2014) evidenziano il legame esistente tra i modelli di distribuzione dei distanziamenti temporali e spaziali (*headway/spacing*) e la dispersione dei punti sperimentali, in considerazione della presenza di plotoni di veicoli omogenei ed eterogenei (questi ultimi scomponibili anche essi in sequenze omogenee). Gli autori propongono un modello stocastico per i plotoni omogenei capace di far emergere similarità tra le distribuzioni delle variabili stimate e quelle empiriche e, riguardo ai plotoni non omogenei, dimostrano come si possano ottenere i limiti probabilistici per lo *scattering* dei diagrammi sperimentali.

Tornando alla natura stessa dei dati sperimentali, Knoop & Daamen (2014), oltre alla mancanza di omogeneità e di stazionarietà, includono tra i fattori che determinano la dispersione dei punti sperimentali rispetto al Diagramma Fondamentale anche l'esistenza di errori/difetti intrinseci nelle misurazioni e nell'elaborazione delle stesse:

- Veri e propri malfunzionamenti degli apparati di rilievo (*failures*);
- Arrotondamento a valori interi dei veicoli transitati nell'intervallo di misurazione;
- Calcolo della velocità media temporale in luogo della velocità media spaziale (legata spesso alla compattazione dei dati effettuata direttamente dall'apparato mediante semplice calcolo di medie aritmetiche);
- Errori intrinseci di misurazione legati, ad esempio, all'impossibilità di rilevare veicoli fermi, o con distanziamento ridotto per presenza di traffico bloccato o coda in lento movimento.

Knoop & Daamen (2014) affermano, pertanto, che gran parte di questi problemi sono essenzialmente legati all'utilizzo di spire induttive (ma più in generale si può parlare di sensori puntuali), richiamando il fatto che nonostante siano state proposte diverse soluzioni per eliminare tali problemi, l'utilizzo dei sensori puntuali resta per vari motivi sicuramente predominante.

D'altra parte i dati sperimentali, con i loro limiti, sono necessari per la stima dei parametri del Diagramma Fondamentale. Sulla base delle considerazioni sopra riportate ed estendendo le osservazioni proposte da Daganzo (1997) in relazione alla stazionarietà e all'omogeneità, si può affermare che un'accurata valutazione dei dati sperimentali, predisposti utilizzando più appropriatamente sensori spaziali ovvero eliminando gli errori intrinseci nella misurazione o elaborazione dei dati rilevati con sensori puntuali, operi una sensibile riduzione nella dispersione dei dati stessi.

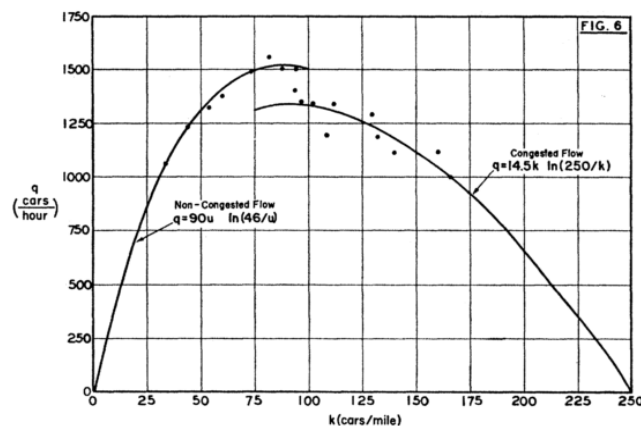
A valle di ciò, e funzionalmente alla calibrazione del Diagramma Fondamentale, si può richiamare quanto indicato da Holmes (2009), il quale afferma che lo *scattering* dei punti costituisce una innegabile problematica nel momento in cui ci si accinge a formulare una calibrazione del Diagramma Fondamentale. Sempre secondo Holmes (2009) lo *scattering* è generalmente meno significativo se si considera il piano velocità – densità, che

rappresenta pertanto la migliore alternativa nella identificazione del modello costitutivo tra le tre combinazioni delle variabili macroscopiche.

### 5.2.2. L'EVIDENZA DEL DROP DI CAPACITÀ

Sempre a partire dall'osservazione e dall'analisi dei diagrammi di dispersione, eventualmente tenendo conto anche della variabile tempo per descriverne la sequenzialità dei punti, nei primi anni 60 del secolo scorso diversi ricercatori cominciarono ad osservare l'esistenza di una potenziale discontinuità nelle misure in prossimità della capacità.

Per tenere conto di queste evidenze Edie (1961) propose un modello a doppio regime, introducendo una discontinuità in corrispondenza della densità critica. Nella formulazione di Edie, infatti, viene distinto un regime di flusso libero che ha come flusso massimo la cosiddetta capacità di flusso libero, e un traffico congestionato, che ha come flusso massimo il cosiddetto flusso di scarico di coda (*discharge flow*). Nella discontinuità che si genera, e che prende il nome di *drop* di capacità, la capacità di flusso libero assume un valore più elevato rispetto al flusso di scarico di coda.



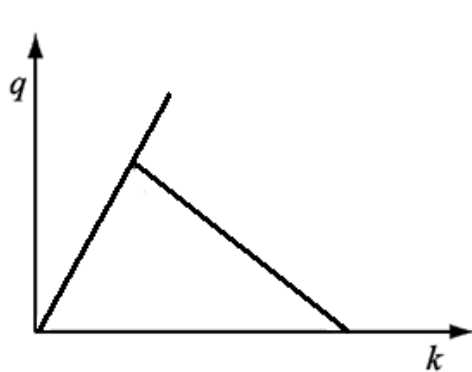
**Fig. 5.5: Relazione flusso-densità con drop di Capacità - Edie (1961)**

Nella formulazione di Koshi et al.(1981), la discontinuità nel diagramma fondamentale espresso nella forma  $q - k$ , produce la tipica forma del diagramma detto a lambda rovesciata, con i due regimi libero e congestionato rappresentati da due segmenti di curva che si incontrano non in corrispondenza della capacità, ma di un flusso inferiore alla stessa e quindi libero nel ramo non congestionato e che corrisponde al flusso di scarico di coda nel ramo congestionato. Diagrammi del tipo a lambda rovesciata sono stati proposti anche da Banks (1989) e da Kerner (1998).

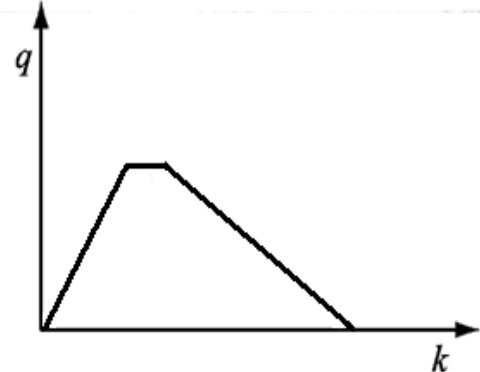
L'esistenza della discontinuità nel Diagramma, e la presenza di due valori della capacità, rende conto del fatto che finché si ricade nel regime non congestionato, il flusso può crescere fino a raggiungere la capacità alla densità critica; quando, invece, ci si sposta nel



regime congestionato, per ritornare alle condizioni non congestionate occorre che la densità scenda al di sotto della densità critica, con un valore del flusso che deve essere inferiore alla capacità, avendo come limite proprio il valore dello scarico della coda.

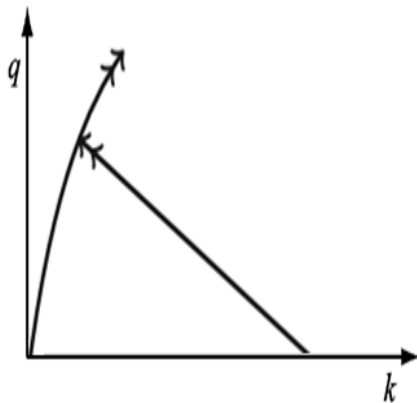


**Fig. 5.6: Diagramma lambda rovesciato**  
Koshi et al.(1981)

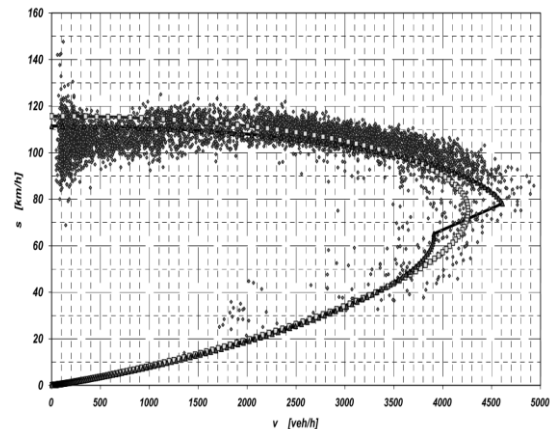


**Fig. 5.7: Diagramma troncato Daganzo**  
(1997)

In altre parole quando la densità aumenta nel regime libero si raggiunge un valore di flusso massimo, ossia la capacità di flusso libero, maggiore al valore massimo raggiungibile quando la densità diminuisce nel regime congestionato. Daganzo (1997) considera un Diagramma Fondamentale troncato, in cui la capacità che viene raggiunta in corrispondenza della densità critica si mantiene costante all'interno di un range definito di densità super-critiche.



**Fig. 5.8: Diagramma di Wu (2002)**



**Fig. 5.9: Diagramma di Brilon & Lohoff**  
(2011a)

Il drop di capacità e la relativa discontinuità che si genera nel diagramma fondamentale è stata tenuta in considerazione anche da Wu (2002), che rispetto al diagramma a lambda rovesciato considera una velocità decrescente a densità crescenti, in luogo della velocità costante, nel ramo non congestionato. Quest'ultimo modello è stato ripreso anche da Knoop & Daamen (2014) nello studio di una procedura automatica per il *fitting* del Diagramma Fondamentale.

Il *drop* di capacità, con la discontinuità tra il valore della capacità vera e propria e il flusso di scarico della coda, è stato di recente proposto anche da Brilon & Lohoff (2011a) in una versione del loro modello esponenziale. Di recente Ni et al. (2014) hanno collegato l'esistenza del *drop* di capacità e della forma a lambda rovesciata nella relazione flusso - densità ai fattori umani, o *human factors*, ed in particolare all'aggressività della popolazione dei guidatori. Ni et al. (2012, 2015) hanno, infatti, incorporato la dipendenza del Diagramma fondamentale da alcuni fattori comportamentali nel Longitudinal Control Model (LCM) considerando come parametri del modello la velocità desiderata, il tempo medio di reazione dei guidatori, la lunghezza media effettiva dei veicoli e l'aggressività media. E' proprio a quest'ultimo parametro, che assumendo valori positivi, nulli o negativi, Ni et al. (2014) attribuiscono l'interpretazione del *drop* di capacità. Al modello LCM, ai suoi parametri e alla sua versatilità nel rappresentare le varie situazioni di traffico e di comportamento dei guidatori sono dedicati specifici approfondimenti nei capitoli seguenti.

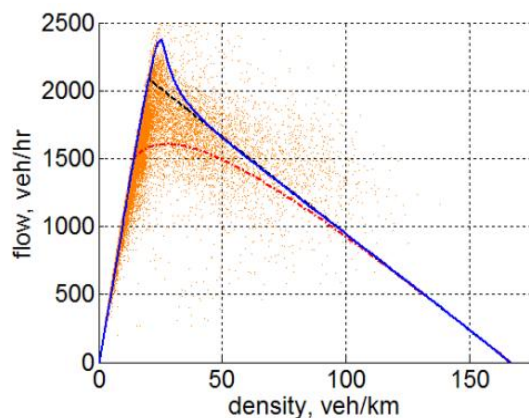


Fig. 5.10: Diagramma di Ni et al. (2014)

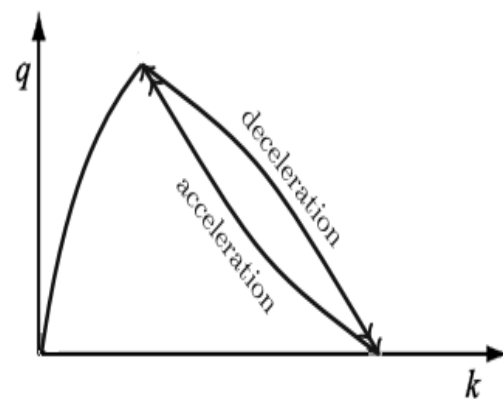


Fig. 5.11: Diagramma di Zhang e Kim (2005)

In merito ai regimi congestionati, inoltre, Zhang e Kim (2005) evidenziano nel Diagramma l'esistenza di fenomeni di isteresi dei quali fornisce una possibile e rigorosa spiegazione matematica, basata sui comportamenti di guida e soprattutto di *car-following* e alla asimmetria accelerazione/decelerazione tra veicolo *leader* e veicolo *follower*.

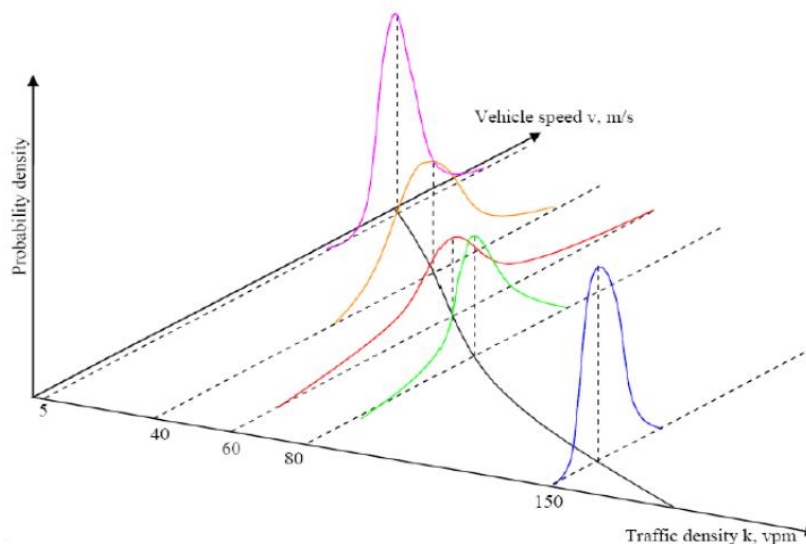
### 5.2.3. L'APPROCCIO STOCASTICO

Come si è già evidenziato, lo *scattering* dei punti sperimentali è ancora un argomento oggetto di studio, dal momento che la considerazione dei soli stati stazionari tende a limitarlo ma non ad eliminarlo del tutto.

Alcuni studi di Wang, tra cui Wang et al. (2009), Wang (2010), Wang et al. (2010) e Wang et al. (2013) evidenziano l'esistenza di due sorgenti di aleatorietà nei dati sperimentali: la prima è essenzialmente legata alla raccolta e all'elaborazione dei dati, che

può essere analizzata e controllata dal punto di vista statistico; la seconda è intrinsecamente legata alla natura dei fenomeni di traffico e viene riferita alla mancata considerazione di alcuni dettagli del sistema analizzato, che riguardano la variabilità dei comportamenti di guida e che rendono necessario una trattazione in termini probabilistici del comportamento aggregato di gruppi di guidatori piuttosto di una semplice descrizione deterministica. Un modello di deflusso completamente deterministico è, secondo gli autori, incapace di rendere efficacemente i fenomeni connessi al deflusso per via dell'importante componente aleatoria che ne è associata.

Dal punto di vista del Diagramma Fondamentale, i diagrammi sperimentali a coppie tra le variabili macroscopiche evidenziano l'esistenza di distribuzioni di probabilità condizionate tra le variabili. Se si prende in esame il diagramma velocità-densità, appare evidente come in corrispondenza di una data densità, si riscontri una velocità che si caratterizza per una distribuzione di probabilità e tale distribuzione è da collegarsi, per gli autori, alla natura stocastica dei fenomeni, scarsamente rappresentabili mediante un modello deterministico che ne descrive il solo andamento in media.

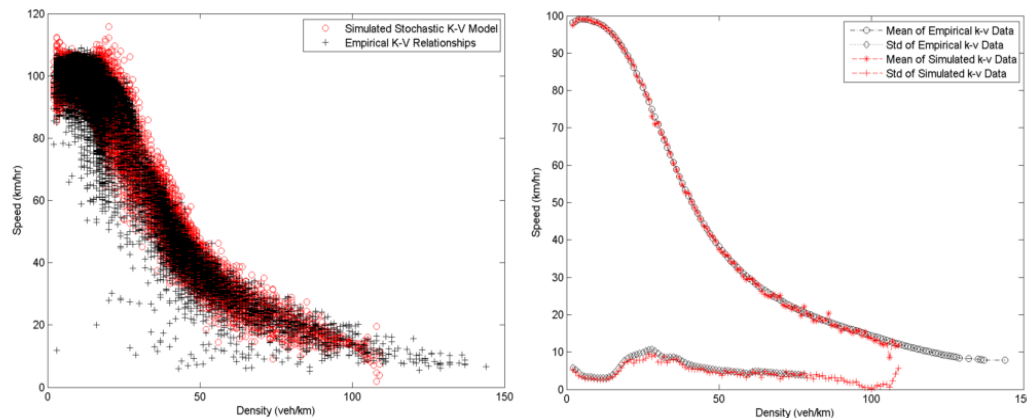


**Fig. 5.12: Distribuzioni di probabilità della velocità al variare di  $k$  nel DF - Wang et al. (2013)**

In questo senso viene interpretata l'utilità dell'introduzione di un Diagramma Fondamentale stocastico, nella forma espressa dalla relazione velocità - densità  $v=v(k)$ , ritenuto più realistico e capace di rappresentare le dinamiche del traffico e l'aleatorietà che esprime un sistema caratterizzato da una molteplicità di unità di traffico differenti.

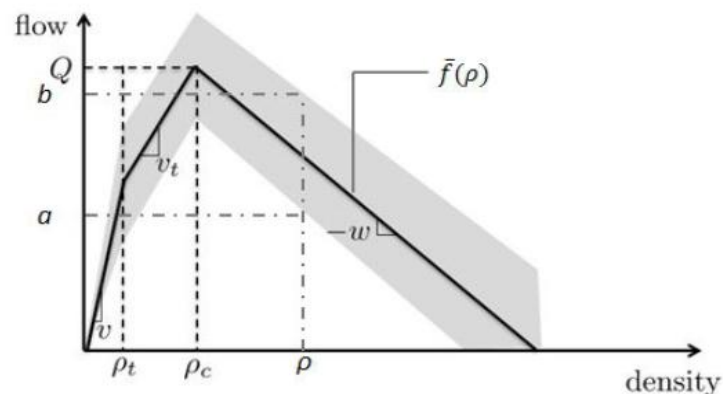
Il modello viene espresso assumendo la velocità  $v$  del flusso come processo stocastico della densità  $k$  e della variabile aleatoria  $v = v(k, \omega)$ , dove  $\omega$  è definita sull'insieme  $\Omega$  delle fonti di aleatorietà associate ad ogni valore di  $k$ . Il processo stocastico viene discretizzato mediante il metodo spettrale agli elementi finiti stocastici (espansione Karhunen-Loeve), con un'espansione in serie di Fourier che fornisce una

caratterizzazione dei momenti secondi del processo mediante variabili aleatorie incorrelate e funzioni ortogonali deterministiche. Nelle figure seguenti, riprese da Wang et al. (2010) sono riportati, nel piano velocità-densità; a sinistra la sovrapposizione dei punti sperimentali (in nero) e dei punti ottenuti mediante un processo simulativo che utilizza il modello stocastico; a destra il confronto tra la media e la varianza dei dati sperimentali (in nero) e quella dei dati simulati mediante il modello stocastico.



**Fig. 5.13: Confronto tra dati sperimentali e dati simulati con il modello stocastico di Wang et al. (2013) – a sinistra: confronto tra punti sperimentali (nero) e punti simulati (rosso); a destra confronto tra media e varianza sperimentale (nero) e simulate (rosso)**

Anche Phegley et al. (2013) propongono una caratterizzazione probabilistica per il Diagramma Fondamentale capace di rappresentare sia il valore atteso sia la distribuzione di probabilità della velocità (o del flusso) in corrispondenza di un dato valore della densità. Nelle figura seguente, ripresa da Phegley et al. (2013), sono riportati, nel piano flusso-densità il valore atteso del flusso al variare della densità e l'area caratterizzata dal 95% di probabilità di trovare il valore del flusso al variare della densità.



**Fig. 5.13: Diagramma stocastico di Phegley et al. (2013)**

### 5.3. UN RICHIAMO AL DIAGRAMMA FONDAMENTALE MACROSCOPICO

Negli ultimissimi anni diversi studi si sono occupati di indagare la possibilità di estendere il concetto di Diagramma Fondamentale, relativo ad un tratto di infrastruttura, ad un insieme di archi che possano identificare un corridoio o una porzione di rete infrastrutturale.

Se sul singolo segmento, infatti, possono essere misurati velocità media spaziale, tasso di flusso e densità veicolare e che in condizioni di stazionarietà e di omogeneità sono legate dalla relazione fondamentale e dall'equazione costitutiva espressa dal Diagramma Fondamentale, diversi ricercatori si sono preoccupati di capire che cosa accade per un insieme di segmenti su cui siano disponibili le medesime misure delle variabili macroscopiche caratteristiche del deflusso.

La prima ipotesi teorica dell'esistenza di una relazione tra flusso e densità veicolare estesa al caso di una rete infrastrutturale si deve a Godfrey (1969). L'idea venne quindi ripresa da Herman & Prigogine (1979) che ipotizzarono la dipendenza della velocità media dei veicoli che si muovono sugli archi di una rete infrastrutturale dalla percentuale dei veicoli che subiscono un arresto sui medesimi archi. Ardekani & Herman (1987) approfondirono ulteriormente questo approccio, legando la percentuale di veicoli che subiscono arresto alla densità media del flusso veicolare sugli archi della rete.

Alcuni decenni dopo Geroliminis & Daganzo (2008) ipotizzano l'esistenza, a livello di rete infrastrutturale, di un legame tra *accumulation*  $A$  e *production*  $P$ , rispettivamente la densità media della rete e il flusso medio sulla rete per unità di lunghezza, pesate rispetto alla lunghezza degli archi considerati. In altri termini:

$$A = \frac{\sum_x k_x \cdot L_x}{\sum_x L_x} \quad (5.65)$$

$$P = \frac{\sum_x q_x \cdot L_x}{\sum_x L_x} \quad (5.66)$$

con  $q_x$  e  $k_x$  rispettivamente flusso e densità veicolare sull'arco  $x$  di lunghezza  $L_x$ , appartenente all'insieme degli archi considerati.

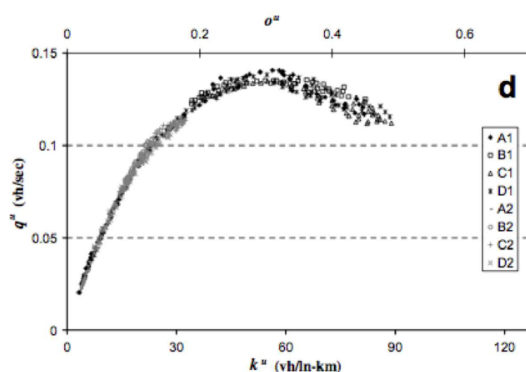
La chiara conferma dell'ipotesi teorica fu ottenuta attraverso l'analisi dei dati rilevati da sensori fissi e mobili nella congestionata area urbana di Yokohama, in Giappone in considerazione di condizioni sufficientemente regolari, ossia con una domanda a bassa variabilità dalle caratteristiche distributive uniformi e con una rete omogeneamente congestionata. I due autori definirono il legame tra *production* e *accumulation* in un dato intervallo temporale su una certa porzione di rete come *Macroscopic Fundamental*

*Diagram* (MFD), e tale dizione è stata ripresa da altri ricercatori, anche se alcuni come Saberi & Mahmassani (2012) hanno preferito il termine *Network Fundamental Diagram* (NFD) al fine di non generare confusione con il riferimento macroscopico alle variabili caratteristiche del deflusso.

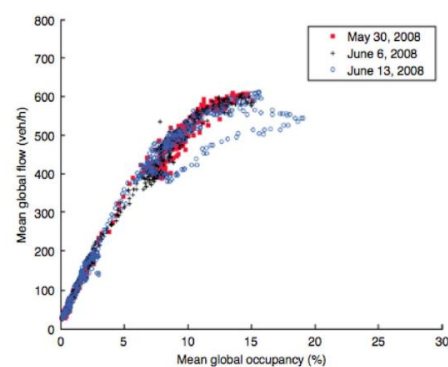
Helbing (2009), prendendo in esame il MFD, argomenta come il flusso aggregato non sia solo dipendente dalla concentrazione aggregata, ma anche da come la densità veicolare si distribuisce sulla rete in esame. La dipendenza dalla distribuzione spaziale della congestione è rimarcata anche in recenti lavori, come elemento quantitativo in grado di condizionare la dispersione di punti sperimentali e la forma del MFD. Queste considerazioni le ritroviamo tra gli altri in Mazlounian et al. (2010), Geroliminis & Sun (2011), Mahmassani et al. (2013).

In uno studio recente Knoop et al (2013) legano il flusso medio con la densità media e la disomogeneità distributiva della densità. Nel lavoro citato, infatti, si propone una generalizzazione del MFD, appunto Generalized MFD o GMFD, come funzione a due variabili in cui la *production* sulla rete è funzione dell'*accumulation* e della *inhomogeneity* della congestione, espressa come deviazione standard della densità sulla rete. Knoop & Hoogendoorn (2013) hanno di recente presentato osservazioni empiriche relative al GMFD sulla base di dati rilevati su porzioni della rete autostradale nell'area di Amsterdam.

Buisson & Ladier (2009) hanno presentato uno studio su dati sperimentali rilevati nella città francese di Toulouse, evidenziando come la forma del MFD sia strettamente legata al tipo di rete che si considera (sistemi tangenziali, sistemi radiali, reti autostradali o primarie, reti locali) e al contesto territoriale in esame (aree centrali, aree residenziali). Gli stessi autori hanno messo anche in evidenza l'insorgenza di cicli di isteresi nel diagramma, che evidenziano la possibilità di raggiungere valori superiori di *production* prima dell'insorgenza della congestione rispetto ai valori che si raggiungono a parità di densità durante il recupero post congestione.



Geroliminis and Daganzo (2008)



Buisson and Ladier (2009)

**Fig. 5.14: Esempi di punti sperimentali del Diagramma Fondamentale Macroscopico**

Fenomeni di isteresi nel MFD, insieme ad effetti di *capacity drop*, sono stati riscontrati da Saberi & Mahmassani (2012, 2013) su dati rilevati per la rete autostradale nell'area di Portland. Il fenomeno dell'isteresi e del *drop* è stato spiegato da Gayah & Daganzo (2011), i quali hanno evidenziato come la fase di carico della rete e quella di recupero post congestione generino percorsi asimmetrici e di conseguenza una disomogenea distribuzione della congestione. Gli stessi hanno dimostrato come la fase di recupero sia più instabile, dal momento che la velocità con cui le condizioni vengono recuperate dipende dalla gravità della stessa, e pertanto tende ad essere più lenta nelle aree maggiormente congestionate e più veloce nelle aree meno congestionate.

Courbon & Leclercq (2011) e Leclercq et al. (2014) nei rispettivi lavori hanno confrontato alcuni metodi per l'individuazione del MFD, ossia il metodo analitico proposto da Daganzo & Geroliminis (2008), il metodo delle traiettorie e il metodo dei sensori puntuali. Se l'approccio analitico fa riferimento al metodo variazionale, ed il metodo dei sensori considera solo i valori puntuali rilevati su alcune sezioni della rete, il metodo delle traiettorie fa riferimento al metodo di Edie (1963) e considera i percorsi effettivi dei veicoli sulla rete, con i parametri di posizione e tempo individuati da veicoli dotati di apparati GPS. Quest'ultimo metodo viene individuato dagli autori come il più adeguato per ottenere una stima del MFD. Tuttavia, se da un lato i dati relativi alle traiettorie sono facilmente ottenibili in contesti simulativi, la loro disponibilità in contesti reali è sicuramente ridotta rispetto alla possibilità di disporre di misure puntuali di traffico, e pertanto gli autori suggeriscono una più realistica combinazione dei due metodi.

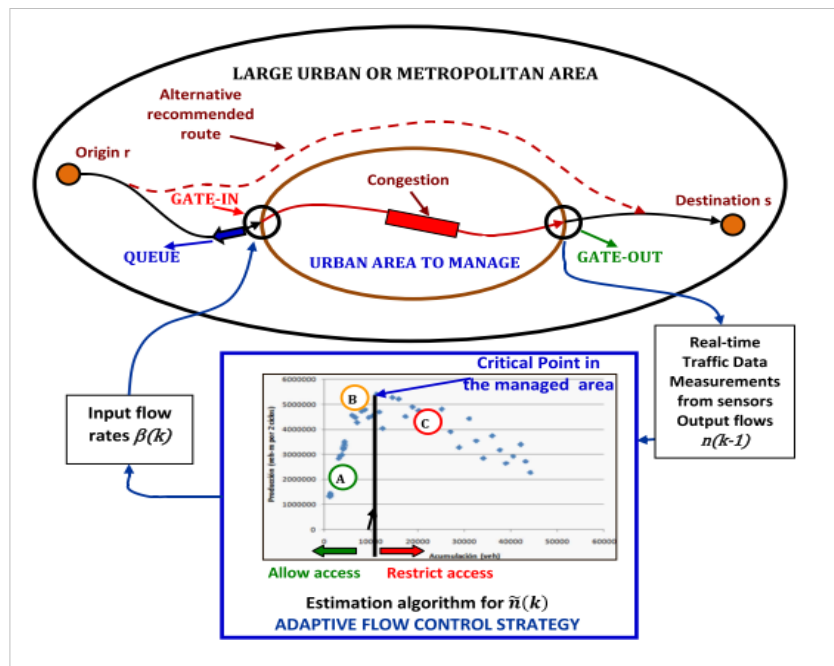


Fig. 5.15: Applicazione del Diagramma Macroscopico nella gestione del traffico – da Barcelo (2015)

Come suggerito da Barcelo (2015) la risposta alla domanda se esista una relazione “fondamentale” tra le variabili macroscopiche anche a livello di rete simile alla relazione fondamentale che è alla base della teoria del deflusso, e se possa essere individuata una capacità massima della stessa rete come generalizzazione del relativo concetto di capacità presenta aspetti di notevole utilità nella gestione del traffico su aree vaste.

Nonostante le proprietà del MFD e i relativi metodi di indagine e di stima siano ancora oggetto di studio, si può sicuramente riscontrare l'estrema utilità del Diagramma nel supportare numerose attività legate alla gestione del traffico e dei sistemi di trasporto, in relazione ad esempio alla gestione e al controllo di ampie aree urbane, di reti stradali ed autostradali e di eventuali sistemi per il controllo degli ingressi, di politiche e strategie di pricing, di monitoraggio e di informazione al traffico o di qualsiasi altra applicazione ITS (*Intelligent Transport o Transportation Systems*). In figura 5.15 è riportato uno schema concettuale ripreso da Barcelo (2015) che mostra l'applicazione del Diagramma Macroscopico per la gestione del traffico a livello di area.



## 6. MODELLI DI DIAGRAMMA FONDAMENTALE

In modo abbastanza condiviso, il ruolo di fondatore della teoria dei flussi di traffico e soprattutto di pioniere nella ricerca delle relazioni che definiscono il Diagramma Fondamentale, viene attribuito a Bruce Greenshields, con i suoi studi del 1934 - 1935.

A tal proposito, tuttavia, Roess & Prassas (2014) chiariscono l'esistenza di esperienze precedenti, in quelli che sono i primi lavori di ricerca sulle relazioni velocità - flusso - densità veicolare, risalenti alla seconda metà degli anni 20 del secolo scorso e che riguardano soprattutto l'approfondimento delle relazioni distanziamento spaziale - velocità in condizioni di flusso ininterrotto utilizzando semplici modelli di *car-following*.

Richiamando in maniera sintetica l'approfondito excursus storico proposto da Roess & Prassas (2014), la prima relazione distanziamento - velocità fu proposta nel 1927 da McLean, e nello stesso anno sempre in merito alla citata relazione venne pubblicato il modello teorico proposto da Hamlin, che allora presiedeva il *Committee on Highway Traffic Analysis dell'Highway Research Board* (l'attuale *Transportation Research Board TRB*). Sempre nello stesso periodo, tra il 1927 ed il 1929, Johnson sviluppò un proprio modello teorico di distanziamento - velocità, così come fece nel 1930 anche Dougherty.

Le prime considerazioni in merito al concetto di capacità e di congestione si devono a A.N. Johnson, il quale nel 1930 osservava come, al crescere del numero di veicoli in transito su un tratto di strada, in corrispondenza di un certo valore del transito si riscontra un aumento del tempo impiegato da alcuni di essi per percorrere il tratto di strada. Tale ritardo può essere imputato alla difficoltà di effettuare manovre di sorpasso, che risultano in parte ostacolate per via della numerosità dei veicoli. Questo valore limite del transito indica l'inizio della congestione, e viene identificato come *working capacity* o capacità di libero movimento.

Mentre i contributi sopra richiamati avevano come punto di partenza delle ipotesi teoriche che portavano alla formulazione del modello, eventualmente calibrato sulla base di dati osservati e generalmente esigui, nel 1934 Greenshields pubblicò il suo primo studio completamente basato su osservazioni empiriche. Nell'anno successivo Greenshields pubblicò un ulteriore studio, basato su più numerose osservazioni empiriche, gettando le basi per una vera e propria scienza del traffico veicolare.

### 6.1. MODELLI MACROSCOPICI SINGOLO REGIME

Il modello proposto da Greenshields (1934) (1935) ipotizza l'esistenza di una relazione lineare ad interpretare il legame esistente tra velocità, flusso e densità veicolare. La formulazione originale considera:

$$v_s = v_f \left( 1 - \frac{k}{k_j} \right) \quad (6.1)$$

dove  $v_f$  è la velocità di flusso libero e  $k_j$  è la densità limite o jam. Alla semplicità del modello, tuttavia, non corrisponde una sufficiente bontà di adattamento ai dati, soprattutto per quanto attiene la modellazione del traffico in situazione di flusso ininterrotto, qual è il caso autostradale.

Nella ricerca di una soluzione in proposito, Pipes (1967) e Munjal (1971) introdussero un ulteriore parametro  $n$ , provvedendo una formulazione più generale, data dall'espressione:

$$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right] \quad (6.2)$$

dove con  $n=1$  si ottiene il modello lineare di Greenshields, e con  $n$  variabile si ottengono formule polinomiali ( $n=2$  modello quadratico). La modifica del parametro  $n$  in  $(n+1)/2$  produce il cosiddetto modello di Drew (1968):

$$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^{\frac{n+1}{2}} \right] \quad (6.3)$$

May & Keller (1968) proposero una riformulazione dei modelli di Pipes e Munjal e di Drew, considerando un ulteriore parametro esponente  $m$ , nella forma:

$$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right]^m \quad (6.4)$$

Nel 1959 Greenberg propose un modello logaritmico per descrivere il legame tra velocità e densità, utilizzando un'analogia fluidodinamica e un set di dati rilevati in corrispondenza del Lincoln Tunnel di New York. Il modello esprime la relazione  $v = f(k)$  come

$$v_s = v_c \ln \frac{k_j}{k} \quad (6.5)$$

dove  $v_c$  rappresenta la velocità al flusso massimo, ossia alla capacità. Occorre sottolineare, tuttavia, che pur offrendo buone capacità di rappresentazione in situazioni vicine alla congestione, il modello produce  $v_s \rightarrow \infty$  per  $k = 0$ .

In considerazione del fatto che anche in condizioni di basso traffico nella realtà la densità non è pari a zero Ardekani & Ghandehari (2008) hanno proposto un modello di Greenberg modificato. Tale modello introduce una densità minima non nulla  $k_0$ . Nel dominio flusso densità si ha la formulazione che segue:

$$q = v_c k \ln \frac{k_j + k_0}{k + k_0} \quad (6.6)$$

Rispetto al modello classico di Greenberg, nella versione modificata si ottiene una velocità di flusso libero finita  $v_f = v_c \ln(1 + k_j/k_0)$  anche quando la densità si avvicina a zero; praticamente coincidenti nei due modelli risultano essere i valori della densità alla capacità ( $k_c \approx 0.4k_j$  nella versione modificata e  $k_c \approx 0.368k_j$  nella versione classica).

Il modello di Underwood (1961) propone una relazione esponenziale tra densità e velocità, con una migliore capacità di approssimare i dati nei regimi non congestionati rispetto ai modelli già richiamati, pur non avendo tuttavia analoghe caratteristiche di adattamento per i regimi congestionati. Il modello si esprime nella relazione:

$$v_s = v_f \cdot e^{-\frac{k}{k_c}} \quad (6.7)$$

con  $k_c$  densità al flusso massimo, ossia alla capacità.

Dal momento che il modello non consente di individuare il valore della densità jam, in corrispondenza del valore nullo della velocità, l'equazione di Underwood può essere espressa come espansione in serie di Taylor. Arrestandosi al termine in  $k^3$ , si ottiene:

$$v_s = v_f \cdot \left( 1 - \frac{k}{k_c} + \frac{k^2}{2k_c^2} - \frac{k^3}{6k_c^3} \right) \quad (6.7)$$

che per  $v_s=0$  consente di ottenere  $k_j$

Come variante del modello di Underwood, Brilon & Lohoff (2011a, 2011b) hanno proposto l'equazione generale:

$$v_s = v_f \cdot e^{-\left(\frac{k}{k_c}\right)^a} \quad (6.8)$$

con  $a$  e  $b$  parametri stimati su dati reali mediante tecniche di regressione e preferibilmente nel dominio velocità - densità. Gli autori propongono anche una seconda relazione, con risultati molto simili alla prima:

$$v_s = \frac{2 \cdot v_f}{\left(1 + e^{\frac{k}{b}}\right)^a} \quad (6.9)$$

Negli anni '60 del secolo corso Drake (Drake et al., 1967) propose la cosiddetta funzione a campana, nel tentativo di migliorare con essa la bassa significatività statistica riscontrata nei modelli fino a quel momento postulati. Il modello proposto venne calibrato nel dominio velocità-densità stimando la stessa densità a partire dal flusso e dalla velocità, e trasformando nuovamente la relazione nel dominio flusso – velocità. Il modello presentò buone capacità di *fitting* nei regimi non congestionati, ma non risultò altrettanto performante per il regime congestionato, come visto per il modello di Underwood. La relazione del modello di Drake, noto anche come modello Northwestern, si esprime come segue:

$$v_s = v_f \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{k}{k_c}\right)^2} \quad (6.10)$$

Come nel caso del modello di Underwood, anche il modello di Drake non consente di determinare soluzioni per la densità jam quando i valori della velocità approssimano lo zero. A tal proposito può essere operata una espansione in serie di Taylor per ottenere, ponendo  $v_s = 0$  un'approssimazione numerica della densità massima:

$$v_s = v_f \cdot \left(1 - \frac{k^2}{2k_c^2} + \frac{k^4}{8k_c^4} - \frac{k^6}{48k_c^6}\right) \quad (6.11)$$

Del Castillo & Benitez (1995a, 1995b) presentano una generalizzazione del problema della ricerca di forme funzionali adeguate, proponendo di considerare funzioni aventi la forma funzionale

$$v_s = v_f \cdot \left\{1 - f\left[\frac{1}{v_f} \left(\frac{1}{k} - 1\right)\right]\right\} \quad (6.12)$$

Scrivendo

$$\lambda = \frac{1}{v_f} \left(\frac{1}{k} - 1\right) \quad (6.13)$$

la forma funzionale diventa

---

$$v_s = v_f [1 - f(\lambda)] \quad (6.14)$$

con  $f(\lambda)$  chiamata funzione generatrice. La funzione generatrice secondo gli autori può essere di quattro tipi: esponenziale, doppio esponenziale, razionale ed esponenziale reciproca. Considerando funzioni generatrici esponenziali si ha la forma

$$f(\lambda) = e^{\left[1 - \left(1 + \frac{\lambda}{n}\right)^n\right]} \quad (6.15)$$

con  $n > 0$ . Se  $n=1$  la funzione generatrice diventa  $f(\lambda) = e^{-\lambda}$  e il modello di Del Castillo e Benitez si esprime nella forma:

$$v_s = v_f \cdot \left\{ 1 - e^{\left[ \frac{c_j}{v_f} \left( 1 - \frac{k_j}{k} \right) \right]} \right\} \quad (6.16)$$

con  $C_j$  velocità dell'onda cinematica alla densità jam (che rappresenta la tangente al punto di densità massima nel dominio flusso-densità).

Ulteriori studi di Del Castillo (2012) hanno portato alla formulazione di tre nuovi modelli di Diagramma Fondamentale, espressi nella forma flusso – densità. I tre modelli propongono curve rispettivamente di tipo potenza, esponenziale ed esponenziale negativa ottenute con diverse assunzioni in termini di funzione generatrice e considerano come parametri la densità jam  $k_j$ , la velocità di flusso libero  $v_f$ , la velocità dell'onda cinematica alla capacità  $c_j$  e un parametro di forma che viene identificato con  $\theta$  o con  $\alpha$  a seconda dello specifico modello. In questa trattazione non vengono affrontate nel dettaglio le forme funzionali proposte da Del Castillo (2012), dal momento che le stesse come riportato nelle calibrazioni pubblicate dall'autore, in presenza di dati rilevati forniscono andamenti molto simili al modello di Del Castillo e Benitez (1995a, 1995b).

Sempre negli ultimi anni MacNicolas (2008) ha proposto un modello esprimibile mediante la relazione

$$v_s = v_f \cdot \left[ \frac{k_j^a - k^a}{k_j^a + bk^a} \right] \quad (6.17)$$

con  $a$  e  $b$  parametri di forma, in generale positivi e non nulli.

Sempre agli ultimi anni risale il modello proposto da Wang et al. (2011) che esprime la relazione velocità-densità secondo una funzione logistica a 5 parametri (5PL). La funzione sigmoide proposta assume la forma:

$$v_s = v_b + \frac{v_f - v_b}{\left(1 + e^{\left(\frac{k-k_c}{\theta_1}\right)^{\theta_2}}\right)} \quad (6.18)$$

con  $v_f$  e  $v_b$  asintoti superiore e inferiore della funzione, e rispettivamente uguali alla velocità di flusso libero e alla velocità media in condizioni di *stop and go*,  $\theta_1$  parametro di scala che rappresenta lo stiramento della curva nel campo delle densità,  $\theta_2$  parametro di forma che controlla l'asimmetria della curva e  $k_c$  rappresenta la densità alla capacità, con passaggio dal regime non congestionato a quello congestionato.

Gli autori propongono anche varianti a 4 e 3 parametri (4PL e 3PL), rispettivamente ponendo  $\theta_2=1$  e ipotizzando, inoltre,  $v_b=0$ :

$$v_s = v_b + \frac{v_f - v_b}{1 + e^{\left(\frac{k-k_c}{\theta_1}\right)}} \quad (6.19)$$

$$v_s = \frac{v_f}{1 + e^{\left(\frac{k-k_c}{\theta_1}\right)}} \quad (6.20)$$

Nella tabella seguente sono riassunti i diversi modelli macroscopici a singolo regime sopra richiamati.

Modello	Equazione	Parametri
<b>Greenshields</b>	$v_s = v_f \left( 1 - \frac{k}{k_j} \right)$	$v_f; k_j$
<b>Pipes - Munjal</b>	$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right]$	$v_f; k_j; n$
<b>May - Keller</b>	$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right]^m$	$v_f; k_j; n; m$
<b>Greenberg</b>	$v_s = v_c \ln \frac{k_j}{k}$	$v_c; k_j$
<b>Greenberg modificato</b>	$q = v_c k \ln \frac{k_j + k_0}{k + k_0}$	$v_c; k_j; k_0$
<b>Underwood</b>	$v_s = v_f \cdot e^{-\frac{k}{k_c}}$	$v_f; k_c$
<b>Underwood esp. Taylor</b>	$v_s = v_f \cdot \left( 1 - \frac{k}{k_c} + \frac{k^2}{2k_c^2} - \frac{k^3}{6k_c^3} \right)$	$v_f; k_c$
<b>Brilon - Lohoff (1)</b>	$v_s = v_f \cdot e^{-\left(\frac{k}{k_c}\right)^a}$	$v_f; k_c; a$
<b>Brilon - Lohoff (2)</b>	$v_s = \frac{2 \cdot v_f}{\left( 1 + e^{\frac{k}{b}} \right)^a}$	$v_f; k_c; a; b$
<b>Drake (o Northwestern)</b>	$v_s = v_f \cdot e^{-\frac{1}{2\left(\frac{k}{k_c}\right)^2}}$	$v_f; k_c$

<b>Drake esp. Taylor</b>	$v_s = v_f \cdot \left( 1 - \frac{k^2}{2k_c^2} + \frac{k^4}{8k_c^4} - \frac{k^6}{48k_c^6} \right)$	$v_f; k_c$
<b>Del Castillo e Benitez</b>	$v_s = v_f \cdot \left\{ 1 - e^{\left[ \frac{C_j}{v_f} \left( 1 - \frac{k_j}{k} \right) \right]} \right\}$	$v_f; k_j; C_j$
<b>MacNicolas</b>	$v_s = v_f \cdot \left[ \frac{k_j^a - k^a}{k_j^a + bk^a} \right]$	$v_f; k_c; a; b$
<b>Wang 5PL</b>	$v_s = v_b + \frac{v_f - v_b}{\left( 1 + e^{\left( \frac{k - k_c}{\theta_1} \right)^{\theta_2}} \right)}$	$v_f; v_b; k_c; \theta_1; \theta_2$
<b>Wang 4PL</b>	$v_s = v_b + \frac{v_f - v_b}{1 + e^{\left( \frac{k - k_c}{\theta_1} \right)}}$	$v_f; v_b; k_c; \theta_1$
<b>Wang 3PL</b>	$v_s = \frac{v_f}{1 + e^{\left( \frac{k - k_c}{\theta_1} \right)}}$	$v_f; k_c; \theta_1$

**Tab. 6.1: Equazioni e parametri dei principali modelli a singolo regime**

## 6.2. MODELLI MACROSCOPICI MULTI REGIME

Nonostante l'enorme sviluppo che negli anni hanno avuto i modelli macroscopici a regime singolo, alcuni autori (Edie 1961; May 1990; Kockelman 2001) hanno criticato la possibilità di avere buone rappresentazioni dell'andamento del Diagramma Fondamentale utilizzando un'unica equazione valida nell'intero dominio. Ciò ha portato allo sviluppo di modelli multi – regime, che descrivono il legame tra le variabili macroscopiche, e segnatamente tra velocità e densità, utilizzando funzioni differenti a seconda dei regimi di traffico (es. flusso libero e flusso congestionato). Ciò consente di ottenere una migliore approssimazione dei dati.



Il primo ad introdurre un modello multi - regime fu Edie (1961), proponendo l'utilizzo del modello di Underwood per il flusso libero e del modello di Greenberg per il flusso congestionato:

$$v_s = \begin{cases} 54.9 \cdot \exp\left(\frac{-k}{163.9}\right) & \text{per } k \leq 50 \\ 26.8 \cdot \ln\left(\frac{162.5}{k}\right) & \text{per } k \geq 50 \end{cases} \quad (6.21)$$

Occorre evidenziare che il modello sopra richiamato presenta una discontinuità per  $k=50$ , che individua il *drop* di capacità identificato da Edie e già discusso al capitolo precedente.

Drake et. al (1967) hanno a loro volta proposto diversi modelli multi - regime. Il primo modello propone l'impiego del modello lineare di Greenshields per entrambi i regimi non congestionato e congestionato, espressi dalle due relazioni seguenti:

$$v_s = \begin{cases} 60.9 - 0.525k & \text{per } k \leq 65 \\ 40 - 0.265k & \text{per } k \geq 65 \end{cases} \quad (6.22)$$

Il secondo modello suggerisce una velocità costante per il regime di flusso libero ed una relazione di Greenberg per il regime congestionato:

$$v_s = \begin{cases} 48 & \text{per } k \leq 35 \\ 32 \ln\left(\frac{145.5}{k}\right) & \text{per } k \geq 35 \end{cases} \quad (6.23)$$

Il terzo tra i modelli proposti da Drake et al. (1967) propone una formulazione con tre regimi, nella forma seguente:

$$v_s = \begin{cases} 50 - 0.098k & \text{per } k \leq 40 \\ 81.4 - 0.912k & \text{per } 40 \leq k \leq 65 \\ 40 - 0.265k & \text{per } k \geq 65 \end{cases} \quad (6.24)$$

Nella definizione di un Diagramma Fondamentale per le autostrade olandesi, Smulders (1990) ha introdotto la seguente formulazione:

$$v_s = \begin{cases} v_f \left(1 - \frac{k}{k_j}\right) & \text{per } k \leq k_c \\ \gamma \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}\right) & \text{per } k \geq k_c \end{cases} \quad (6.25)$$

Il parametro  $\gamma$  viene determinato attraverso la condizione di continuità della curva in  $k_c$  per cui risulta  $\gamma = v_f \cdot k_c$ , il che reduce il numero totale di parametri da 4 a 3. Gli altri parametri possono essere stimati sulla base di dati reali mediante regressione (l'analisi condotta in Olanda dall'autore riscontra  $k_c = 27$  veq/km,  $v_f = 110$  km/h e  $k_{jam} = 110$  veq/km).

De Romph (1994) ha proposto una generalizzazione del diagramma di Smulders, utilizzata per la stima di Diagrammi Fondamentali per il Ring Road di Amsterdam, nella forma:

$$v_s = \begin{cases} v_f(1 - \alpha k) & \text{per } k \leq k_c \\ \gamma \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}\right)^\beta & \text{per } k \geq k_c \end{cases} \quad (6.25)$$

Anche in questo caso la continuità in  $k_c$  impone che  $\gamma = v_f(1 - \alpha k_c) / (1/k_c - 1/k_j)^\beta$ , riducendo i parametri da 6 a 5.

Nella ricerca di un Diagramma Fondamentale semplice che possa essere utilizzato nelle valutazioni operative del deflusso, Daganzo (1997) introduce un modello a doppio regime in tre parametri, che nel dominio flusso-densità assume la semplice forma di un triangolo i cui vertici rappresentano l'assenza di traffico (0;0), la capacità ( $k_c, I_c$ ) e il blocco ( $k_{jam}, 0$ ). Nel dominio velocità-densità la formulazione è la seguente:

$$v_s = \begin{cases} v_f & \text{per } k \leq k_c \\ \frac{k_j}{k} - 1 & \text{per } k \geq k_c \\ v_f \frac{k}{k_j} - 1 & \text{per } k \geq k_c \\ \frac{k_j}{k_c} - 1 & \text{per } k \geq k_c \end{cases} \quad (6.25)$$

con i tre parametri  $v_f$ ,  $k_c$  e  $k_{jam}$  da stimare sui dati reali.

Di recente Wu (2000) ha proposto un modello multiplo, che tiene conto di tre regimi separati, ossia traffico fluido, traffico congestionato jam e da una situazione intermedia di transizione (trans):

$$v_s = \begin{cases} v_{fluido} : v_f - (v_f - v_{ko}) \cdot \left( \frac{k}{k_{ko}} \right)^{N-1} & \text{fluido per } k \leq k_{ko} \\ v_{trans} : v_{fluido} \cdot p_u + v_{jam} \cdot (1 - p_u) & \text{trans per } k_{go,min} \leq k \leq k_{ko} \\ v_{jam} : \frac{1}{\tau_{go}} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k_{max}} \right) & \text{jam per } k \geq k_{go,min} \end{cases} \quad (6.26)$$

con  $p_u = 1 - (k - k_{go,min}) / (k_{ko} - k_{go,min})$ ,  $N$  numero di corsie e  $v_f$ ,  $v_{ko}$ ,  $k_{ko}$ ,  $\tau_{go}$ ,  $k_{max}$ ,  $k_{go,min}$  parametri da stimare.

Il diagramma proposto da Wu è stato ripreso anche da Knoop & Daamen (2014), considerando solo i regimi fluido e jam, nello studio di una procedura automatica di *fitting* del Diagramma Fondamentale.

Dervisoglu et al. (2009) e Dervisoglu (2012) propongono un Diagramma Fondamentale a doppio regime simile a quello definito da Daganzo (1997), separando il regime di flusso libero da quello congestionato. Per la stima delle due equazioni del modello, rappresentate nel dominio flusso – densità da due segmenti di retta che si intersecano in corrispondenza della capacità, gli autori propongono un metodo originale riassumibile nei seguenti quattro step:

- identificazione della capacità come il valore massimo non anomalo del flusso registrato nella sezione, ossia:
- $q_c = \max_{q_i} \{q_i \mid q_i < Q_3 + 1.5IQR\}$
- con  $Q_3$  valore del 75° percentile dei flussi osservati e  $IQR$  pari alla differenza tra il 75° e il 25° percentile degli stessi;
- regressione lineare dei punti sperimentali flusso – densità per velocità inferiori a 55mph secondo la retta  $q = v_f k$  e stima della  $v_f$  ;

- individuazione del valore di  $k_c$ , e quindi di  $v_c$ , come intersezione della retta di regressione stimata per il flusso libero e della retta di capacità  $q = q_c$ ;
- regressione quantile approssimata dei punti sperimentali flusso – densità per velocità superiori a  $v_c$  come regressione lineare dei punti  $(k_{bin}; q_{bin})_j$ , a loro volta ottenuti in considerazione di  $N$  intervalli di condensazione non sovrapponibili, tali da far ricadere in ogni intervallo  $j$  10 punti campione  $(k_i; q_i)$ ; per ogni intervallo  $BIN_j = \{(k_1; q_1), (k_2; q_2), \dots, (k_{10}; q_{10})\}_j$  vengono individuati:

$$k_{bin,j} = mean\{k_1, k_2, \dots, k_{10}\}_j \quad (6.27)$$

$$q_{bin,j} = \max_{q_i} \{q_i \mid q_i \in BIN_j, q_i < Q_3 + 1.5IQR\} \quad (6.28)$$

con  $Q_3$  e  $IQR$  definiti come sopra in relazione.

Le varie ricerche ed esperienze sui modelli multi regime, pur scontando il fatto di non avere l'eleganza formale dei modelli a singolo regime (Wang et al., 2011) hanno tuttavia sottolineato la loro capacità e flessibilità nel descrivere l'andamento del Diagramma Fondamentale nelle diverse situazioni di traffico.

Una delle difficoltà che permangono nello sviluppo e impiego dei modelli multi regime è rappresentata dall'individuazione dei punti di separazione (*knot o breakpoint*) tra i diversi regimi. Tale scelta è basata spesso su giudizi soggettivi, mancando generalmente metodi oggettivi per l'individuazione di tali punti. Alcuni autori hanno cercato di sopperire a questa mancanza, proponendo alcune soluzioni metodologiche, quali l'applicazione della cluster analysis di Lu Sun (2005), o la regressione semiparametrica con impiego di tecniche di ottimizzazione con metodo del gradiente ed Algoritmi Genetici proposta da Yang (2010).

Nella tabella seguente sono riassunti i diversi modelli macroscopici a regime multiplo sopra richiamati.

Modello	Flusso libero	Transizione	Flusso congestionato
<b>Edie</b>	$v_s = 54.9 \cdot \exp\left(\frac{-k}{163.9}\right)$		$v_s = 26.8 \cdot \ln\left(\frac{162.5}{k}\right)$
<b>Drake I</b>	$v_s = 60.9 - 0.525k$		$v_s = 40 - 0.265k$
<b>Drake II</b>	$v_s = 48$		$v_s = 32 \ln\left(\frac{145.5}{k}\right)$
<b>Drake III</b>	$v_s = 50 - 0.098k$	$v_s = 81.4 - 0.912k$	$v_s = 40 - 0.265k$
<b>Smulders</b>	$v_s = v_f \left(1 - \frac{k}{k_j}\right)$		$v_s = \gamma \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}\right)$
<b>De Romph</b>	$v_s = v_f (1 - \alpha k)$		$v_s = \gamma \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_j}\right)^\beta$
<b>Daganzo</b>	$v_s = v_f$		$v_s = v_f \frac{\frac{k_j}{k} - 1}{\frac{k_j}{k_c} - 1}$
<b>Wu</b>	$v_s = v_{fluido} \cdot v_f - (v_f - v_{ko}) \cdot \left(\frac{k}{k_{ko}}\right)^{N-1}$	$v_s = v_{trans} \cdot v_{fluido} \cdot p_u + v_{jam} \cdot (1 - p_u)$	$v_s = v_{jam} \cdot \frac{1}{\tau_{go}} \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{k_{max}}\right)$
<b>Dervisoglu</b>	$v_s = v_f$		$v_s = v_f \frac{\frac{k_j}{k} - 1}{\frac{k_j}{k_c} - 1}$ (regressione quantile)

Tab. 6.2: Equazioni e parametri dei principali modelli a regime multiplo

### 6.3. MODELLI MACROSCOPICI DI DERIVAZIONE MICROSCOPICA

Come richiamato in precedenza, studi recenti sui modelli di traffico hanno prodotto contributi significativi nel tentativo di riunire in una unica, semplice ed efficiente struttura teorica gli approcci microscopici e macroscopici, rendendo pertanto possibile una vera e propria sintesi nei due approcci di descrizione del deflusso del traffico.

Come già evidenziato, la deducibilità microscopica dei vari modelli macroscopici presentati, buona parte dei quali possono essere definiti come modelli classici in quanto appartengono alla storia fondante della teoria del deflusso veicolare, è stata oggetto di discussione fin dagli anni 60 e 70 del secolo scorso.

In tempi più recenti la necessità provvedere alla formulazione di modelli di deflusso in grado di catturare i comportamenti microscopici e nel contempo di risultare coerenti dal punto di vista dei fenomeni aggregati è divenuta sempre più stringente. Da questo punto di vista nel 1961 Newell propose il suo modello microscopico non lineare, nella forma:

$$\dot{x}_i(t + \tau_i) = v_i \left( 1 - e^{-\frac{\lambda_i}{v_i}(s_i(t) - l_i)} \right) \quad (6.27)$$

dove  $\dot{x}_i$  è la velocità del veicoli  $i$  all'istante  $t$ ,  $\tau_i$  è il tempo di percezione e reazione del guidatore del medesimo veicolo,  $v_i$  è la sua velocità desiderata,  $\lambda_i$  è un parametro associato al guidatore,  $s_i$  è il distanziamento del veicolo  $i$  dal veicolo precedente e  $l_i$  è il minimo valore del distanziamento che può essere considerato pari alla lunghezza nominale del veicolo. La forma funzionale individuata da Newell, secondo quanto riportato dallo stesso autore, non deriva da motivazioni o implicazioni di natura teorica sui fenomeni microscopici, ma è dettata da esigenze di semplicità e di adeguata rappresentazione matematica dei fenomeni descritti.

Se l'equazione sopra vista descrive il fenomeno dal punto di vista microscopico, nelle già caratterizzate condizioni di stazionarietà del flusso, dal punto di vista macroscopico il modello non lineare di Newell si scrive nella forma:

$$v_s = v_i \left( 1 - e^{-\frac{\lambda_i}{v_f} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k_j} \right)} \right) \quad (6.28)$$

Nella direzione della ricerca di coerenza microscopica e macroscopica della modellazione del deflusso si inseriscono anche le ipotesi e le forme funzionali individuate da Helbing, Hannecke e Treiber negli anni 2000 e 2002 nel cosiddetto *Intelligent Driver Model*, o in breve IDM.

Il modello di Helbing et al. (2000, 2002) si esprime come sovrapposizione di un termine di accelerazione e di un termine di decelerazione per il veicolo  $i$ :

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = g_i \left[ 1 - \left( \frac{\dot{x}_i}{v_i} \right)^\delta - \left( \frac{s_i^*}{s_i} \right)^2 \right] \quad (6.29)$$

con  $\delta$  parametro esponenziale dell'accelerazione,  $s_i$  distanziamento tra il veicolo  $i$  e quello che lo precede e distanziamento desiderato, a sua volta funzione della velocità del veicolo  $i$  e della velocità relativa tra lo stesso veicolo ed il precedente nei parametri:  $s_0, s_1, T_i$  e  $b_i$ .

$$s_i^* = s_0 + s_1 \sqrt{\frac{\dot{x}_i}{v_i}} + T_i \dot{x}_i + \frac{\dot{x}_i [\dot{x}_i - \dot{x}_{i-1}]}{2\sqrt{g_i b_i}} \quad (6.30)$$

Nelle solite condizioni di stazionarietà, il modello macroscopico si esprime come:

$$k = \frac{1}{(s_0 + vT) \left[ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^\delta \right]^{-1/2}} \quad (6.31)$$

In aggiunta al modello non lineare di Newell e all'IDM, tra i modelli di derivazione microscopica per la calibrazione del Diagramma Fondamentale e per la valutazione delle caratteristiche del deflusso veicolare troviamo il modello di Van Aerde, o VAM, ed il Longitudinal Control Model, o LCM.

Il primo venne proposto da Van Aerde e Van Aerde e Rakha nel 1995 e da allora è stato ampiamente utilizzato per la calibrazione di diagrammi in U.S., Canada, (Van Aerde & Rakha, 1995) (Washburn et al., 2010), Netherlands (Van Aerde & Rakha, 1995), Germany (Brilon & Lohoff, J. (2011), Iceland, (Erlingsson et al., 2006), mostrando buone capacità di *fitting* dei dati.

Il secondo è stato proposto da Ni e da NI et al. (2011, 2012, 2015) e si caratterizza anche esso per una buona capacità di replicare l'andamento dei dati reali e di mantenere, anche nella formulazione macroscopica, alcuni parametri rappresentativi dei comportamenti medi dei guidatori dei veicoli che compongono il flusso.

Di questi due modelli, che nel proseguimento della ricerca saranno utilizzati diffusamente nelle valutazioni sperimentali sulla rete autostradale italiana, i paragrafi successivi riportano il dettaglio delle ipotesi e le formulazioni microscopica e macroscopica.

### 6.3.1. MODELLO DI VAN AERDE - VAM

Il VAM (Van Aerde, 1995) (Van Aerde & Rakha, 1995) si basa su un semplice modello microscopico di *car following*, secondo cui il distanziamento tra il veicolo  $i$  e il veicolo che lo precede è esprimibile secondo una combinazione di tre termini:

- Un primo termine costante;
- Un secondo termine che dipende dalla differenza tra la velocità a cui viaggia il veicolo  $i$  e la velocità desiderata o di flusso libero,
- Un terzo termine che dipende dalla stessa velocità del veicolo  $i$

Il distanziamento si esprime pertanto con

$$s_i = c_1 + \frac{c_2}{(v_f - \dot{x}_i)} + c_3 \cdot \dot{x}_i \quad (6.31)$$

con  $c_1$ ,  $c_2$  e  $c_3$  che dipendono dalle caratteristiche macroscopiche del deflusso sull'infrastruttura, ossia dalla velocità di flusso libero  $v_f$ , dalla densità jam  $k_j$ , dalla capacità  $q_c$  e dalla velocità critica alla capacità  $v_c$ .

$$\begin{cases} c_1 = \frac{v_f}{k_j \cdot v_c^2} (2v_c - v_f) \\ c_2 = \frac{v_f}{k_j \cdot v_c^2} (v_f - v_m)^2 \\ c_3 = \frac{1}{q_c} - \frac{v_f}{k_j \cdot v_c^2} \end{cases} \quad (6.32)$$

In condizioni di stazionarietà, il modello nella forma macroscopica si può scrivere:

$$k = \frac{1}{c_1 + \frac{c_2}{v_f - v} + c_3 \cdot v} \quad (6.33)$$

I parametri del modello si esprimono anche nella forma seguente:

$$c_1 = m \cdot c_2 \quad (6.34)$$

$$m = \frac{2 \cdot v_c - v_f}{(v_f - v_c)^2} \quad (6.35)$$



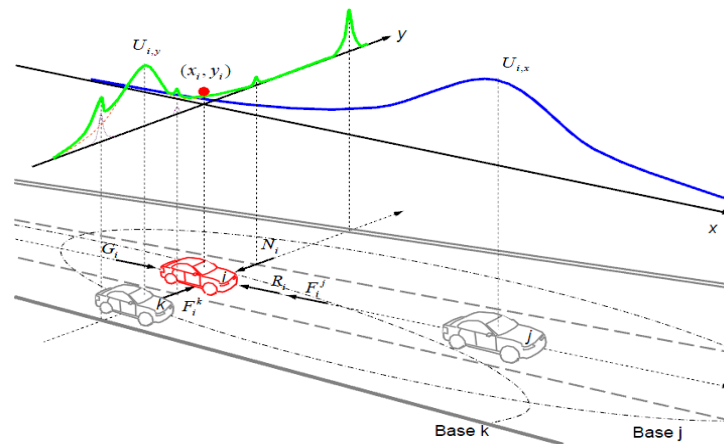
$$c_2 = \frac{1}{k_j \cdot \left( m + \frac{1}{v_f} \right)} \quad (6.36)$$

$$c_3 = \frac{\frac{v_c}{q_c} - c_1 - \frac{c_2}{v_f - v_c}}{v_c} \quad (6.37)$$

Van Aerde e Rakha (1995) hanno dimostrato le buone capacità di *fitting* del modello in rapporto ad altri modelli a regime singolo o multiplo, utilizzando dati di letteratura e dati sperimentali europei e nordamericani.

### 6.3.2. IL MODELLO LONGITUDINAL CONTROL LCM

Il Longitudinal Control Model, in breve LCM e proposto da Ni et al. (2012, 2015) si presenta come un modello di natura macro, e pertanto valido in condizioni di stazionarietà, a regime singolo derivato da un modello microscopico. Il LCM possiede una struttura semplice, flessibile e confidente nel rappresentare differenti condizioni di deflusso di traffico e adatto a descrivere un ampio spettro di segmenti stradali ed autostradali con una elevata capacità di interpretare l'andamento dei dati reali.



**Fig. 6.1: Campi di forze a distanza cui è soggetto un veicolo nel modello LCM (Ni et al. 2012)**

In condizioni di stazionarietà, la versione macroscopica del LCM è derivata dall'equazione del modello microscopico, che descrive il controllo ed il moto longitudinale di un veicolo soggetto ad un campo di forze. Nella formulazione proposta dagli autori, questo campo è determinato dalla presenza dell'infrastruttura su cui si svolge il moto e dalla presenza sulla stessa infrastruttura degli altri veicoli.

Il modello si basa, inoltre, su quattro postulati di seguito richiamati:

- L'infrastruttura stradale appare come un campo fisico, che può essere associato nel tempo e nello spazio ad una forza di natura gravitazionale  $G$  e ad una forza resistente  $R$ .  $G$  è una funzione della massa dell'unità di traffico e dell'accelerazione gravitazionale percepita dal guidatore, che a sua volta è funzione delle caratteristiche dello stesso guidatore, del veicolo e della strada;  $R$  è, invece, legata al rispetto delle regole di guida e dipende, essenzialmente, dalla differenza tra la velocità effettiva e la velocità ideale; la forza netta ( $G-R$ ) può rappresentare pertanto una sorta di spinta al moto non soddisfatta per il guidatore;
- Ogni veicolo risponde all'influsso dell'ambiente circostante in maniera non isotropica, variabile con l'angolo di visuale e con una frequenza di scansione del contesto, definendo una sorta di risposta direzionale dello stesso nei confronti dell'intorno;
- Ogni guidatore interagisce con gli altri attraverso una azione di forza a distanza, trasmessa per tramite del campo e che esprime la percezione del pericolo di collisione con gli altri veicoli;
- Ogni guidatore implementa una strategia di guida che gli permette di perseguire gli obiettivi di efficienza e di sicurezza del moto, riducendo il rischio di collisione con altri veicoli e di violazione delle regole e delle discipline di guida; ciò si esprime attraverso un campo  $U$  che esercita una forza repulsiva  $F$ .

Lungo la direzione longitudinale  $x$ , coincidente con l'asse dell'infrastruttura, opera la citata spinta di moto non soddisfatta, ossia la differenza tra la forza di gravitazione  $G$  e la forza resistente  $R$ , e la forza di repulsione  $F$  legata alla presenza del veicolo precedente.

$$m_i \cdot \ddot{x} = G_i - R_i - F_i^j \quad (6.38)$$

La spinta di mobilità non soddisfatta ( $G-R$ ) ha il suo massimo quando la velocità del veicolo è uguale a zero, mentre viene minimizzata annullandosi quando il veicolo raggiunge la sua velocità desiderata  $v_i$ .

Partendo da fermo, la spinta di mobilità non soddisfatta si traduce in una massima accelerazione che porta il veicolo alla velocità desiderata  $v_i$ . Se una qualsiasi perturbazione porta la velocità al di sopra di tale valore, la spinta di mobilità non soddisfatta assume valore negativo e si traduce in una decelerazione del veicolo, al fine di riportarlo alla velocità desiderata e di annullare la spinta stessa. In questi termini la spinta di mobilità non soddisfatta assume la forma:

$$G_i - R_i = m_i g_i \left[ 1 - \left( \frac{\dot{x}_i}{v_i} \right)^\delta \right] \quad (6.39)$$

con  $\delta$  parametro del modello e  $g_i$  che rappresenta l'accelerazione massima che il guidatore  $i$  applica al veicolo partendo da fermo.

La forza longitudinale repulsiva  $F$  può essere espressa in maniera semplice attraverso una funzione esponenziale. In questo modo si ottiene la rappresentazione di una forza di modulo decrescente con la distanza tra il veicolo in oggetto e quello che lo precede, che diventa significativa quando i due veicoli si avvicinano l'un l'altro. Indicando con  $s_{ij}^*$  il distanziamento desiderato dal veicolo  $i$  rispetto al precedente veicolo  $j$ , il LCM si esprime con:

$$m_i \ddot{x}_i = m_i g_i \left[ 1 - \left( \frac{\dot{x}_i}{v_i} \right)^\delta - f \left( e^{s_{ij}^* - s_{ij}} \right) \right] \quad (6.40)$$

Introducendo la dipendenza dal tempo  $t$  e dal tempo di risposta del guidatore  $\tau$ , semplificando rispetto alla massa dei veicoli e scegliendo una forma funzionale specifica tra quelle possibili, la relazione diventa:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = g_i \left[ 1 - \left( \frac{\dot{x}_i(t)}{v_i} \right) - \left( e^{\frac{s_{ij}^*(t) - s_{ij}(t)}{s_{ij}^*(t)}} \right) \right] \quad (6.41)$$

Nella formulazione proposta dagli autori, il distanziamento desiderato può essere espresso mediante le seguenti regole di sicurezza di guida:

- La distanza di sicurezza deve essere almeno uguale alla lunghezza nominale del veicolo;
- La distanza di sicurezza desiderata deve tenere in conto il tempo di reazione del guidatore;
- La distanza di sicurezza deve tenere in considerazione il fatto che il guidatore deve poter decelerare con un tasso di decelerazione  $b_i$ , posto che anche il veicolo che lo precede potrebbe decelerare, ad esempio con un tasso di decelerazione  $B_j$

In considerazione delle regole sopra elencate, il distanziamento desiderato nel caso in esame prende la forma del modello proposto da Gipps (1981)

$$s_{ij}^*(t) = \left( \frac{\dot{x}_i^2(t)}{2b_i} \right) + \dot{x}_i \tau_i - \left( \frac{\dot{x}_j^2(t)}{2B_j} \right) + L_j \quad (6.42)$$

dove  $L_j$  rappresenta la lunghezza effettiva del veicolo  $j$ , ossia la sua lunghezza fisica più un buffer di distanza alle due estremità anteriore e posteriore, e  $\tau_i$  è il tempo di percezione

e reazione del guidatore del veicolo  $i$ . La formula del distanziamento desiderato sopra indicata considera che il veicolo  $i$  si arresti dietro al veicolo  $j$  con un tempo di percezione e reazione  $\tau_i$  e con un processo di decelerazione che avviene con tasso di decelerazione  $b_i$ , stante una frenata di emergenza del veicolo  $j$  che avviene con un tasso  $B_j$  e una lunghezza effettiva dello stesso veicolo pari a  $L_j$ .

Dall'equazione del distanziamento desiderato è possibile isolare il termine:

$$\left( \frac{\dot{x}_i^2(t)}{2b_i} - \frac{\dot{x}_j^2(t)}{2B_j} \right) \quad (6.43)$$

che costituisce una misura del grado di aggressività desiderata dal veicolo  $i$  in relazione al veicolo  $j$  che lo precede.

La specificazione del modello macroscopico si concretizza nella definizione delle relazioni a coppia tra le variabili macroscopiche  $k$ ,  $q$  e  $vs$ .

Considerando una situazione stazionaria, con una indipendenza delle variabili dal tempo, e di equilibrio con variabili uniformi e deterministiche, i veicoli  $i$  e  $j$  viaggiano a velocità uniforme

$$\dot{x}_i = \dot{x}_j = v_{ij}; \quad (6.44)$$

In una tale situazione il termine di aggressività sopra individuato può essere scritto come

$$\left( \frac{\dot{x}_i^2}{2b_i} - \frac{\dot{x}_j^2}{2B_j} \right) = v_{ij}^2 \cdot \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{1}{b_i} - \frac{1}{B_j} \right) \right] = v_{ij}^2 \cdot \gamma_i \quad (6.45)$$

Con  $\gamma_i$  che rappresenta una misura dell'aggressività del guidatore del veicolo  $i$ . Sostituendo nell'equazione (6.44) si ottiene:

$$s_{ij}^* = v_{ij}^2 \gamma + v_{ij} \tau_i + L_j \quad (6.46)$$

In condizioni stazionarie e di equilibrio i veicoli, che possiedono accelerazione nulla ( $\ddot{x}_i = 0$ ), perdono la propria individualità, per cui si possono assumere le seguenti semplificazioni:

$$s_{ij} \rightarrow s = \frac{1}{k} \quad s_{ij}^* \rightarrow s^* = \frac{1}{k^*} \quad v_i \rightarrow v_f \quad \tau_i \rightarrow \tau \quad (6.47)$$

$$v_{ij} \rightarrow v_s \quad \gamma_i \rightarrow \gamma \quad L_j \rightarrow L$$

Riprendendo l'equazione microscopica:

$$\ddot{x}_i(t + \tau_i) = g_i \left[ 1 - \left( \frac{\dot{x}_i(t)}{v_i} \right) - \left( e^{\frac{s_{ij}^*(t) - s_{ij}(t)}{s_{ij}^*(t)}} \right) \right] \quad (6.48)$$

nelle condizioni sopra descritte si può scrivere:

$$0 = \left[ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right) - \left( e^{1 - \frac{k^*}{k}} \right) \right] \quad (6.49)$$

Quindi si ha in definitiva l'equazione macroscopica della relazione velocità densità del LCM espressa come:

$$v_s = v_f \left[ 1 - e^{1 - \frac{k^*}{k}} \right] \quad (6.50)$$

con

$$k^* = \frac{1}{v^2 \gamma + v \tau + L} \quad (6.51)$$

La relazione  $v=f(k)$  è espressa in dipendenza da due parametri rappresentati dalla velocità desiderata dai veicoli  $v_f$ , la cui definizione può coincidere in maniera semplice con la velocità di flusso libero (*free flow speed* – FFS) e  $k^*$ , che a sua volta è funzione della velocità e di tre parametri: l'aggressività media  $\gamma$ , il tempo medio di percezione e reazione  $\tau$  e la lunghezza media effettiva dei veicoli  $L$ .

Il modello LCM espresso mediante la (6.50) e la (6.51) risulta definito in una forma implicita in cui la variabile velocità non può essere isolata ed esplicitata rispetto alla densità, essendo  $v=f(k, (v_f, k^*))$  con  $k^*=g(v, (\gamma, \tau, L))$ .

Le altre due relazioni, densità-flusso e flusso-velocità si possono ottenere applicando l'equazione fondamentale e provvedendo alla completa definizione del Diagramma Fondamentale secondo il Longitudinal Control Model proposto da Ni et al. (2012, 2015).

$$q = f(k) = k \cdot v_f \left[ 1 - e^{-\frac{k^*}{k}} \right] \quad (6.52)$$

$$q = f(v) = v \cdot \frac{k^*}{\left[ 1 - \ln \left( 1 - \frac{v}{v_f} \right) \right]} \quad (6.53)$$

Il modello macroscopico possiede ben definite condizioni agli estremi del dominio delle densità. Come si evince dalla formulazione della relazione densità velocità, risultano i seguenti valore limite:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \left\{ v_f \left[ 1 - e^{-\frac{k^*}{k}} \right] \right\} = v_f \quad (6.54)$$

$$\lim_{k \rightarrow k_j = 1/L} \left\{ v_f \left[ 1 - e^{-\frac{k^*}{k}} \right] \right\} = 0 \quad (6.55)$$

Le relazioni matematiche tra le variabili macroscopiche consentono di ricavare, come per gli altri modelli presentati, i relativi valori notevoli del diagramma, ed in particolare i valori critici alla capacità. Per le proprietà del diagramma, la terna di valori critici ( $q_c$ ,  $v_c$ ,  $k_c$ ) si ottiene annullando la derivata di  $q$  rispetto a  $k$ :

$$\frac{dq}{dk} = v + k \frac{dv}{dk} = \frac{(v^2 \gamma + v \tau + L) \cdot \left[ 1 - \ln \left( 1 - \frac{v}{v_f} \right) \right]}{(2v \gamma + \tau) \cdot \left[ 1 - \ln \left( 1 - \frac{v}{v_f} \right) \right] + (v^2 \gamma + v \tau + L) \cdot \left( \frac{1}{v_f - v} \right)} = 0 \quad (6.56)$$

In conclusione, si può osservare che se da un lato l'impossibilità di esprimere il modello individuato dalle (6.50) e (6.51) in forma esplicita e la difficoltà di individuare una soluzione analitica per la terna di valori critici ( $q_c$ ,  $v_c$ ,  $k_c$ ) a partire dalla soluzione della (6.56) potrebbero condizionare e limitare l'applicazione del LCM, dall'altro si evidenzia

come le due questioni possano essere affrontate in maniera conveniente mediante l'impiego di metodi e tecniche numeriche.

#### 6.4. UN CONFRONTO TRA I MODELLI A SINGOLO REGIME

Nei paragrafi precedenti è stata proposta una rassegna di modelli di deflusso presentati principalmente nella forma di relazioni  $v(k)$  tra la velocità e la densità e caratterizzati dall'aver una sola relazione valida sull'intero range di variabilità del predittore, i cosiddetti modelli a regime singolo, ovvero da più relazioni ciascuna delle quali valida all'interno di una porzione di tale range identificabile come un particolare stato del deflusso, i cosiddetti modelli multi regime.

Se l'identificazione dei primi modelli multi regime si era basata sulla constatazione della bassa qualità del *fitting* assicurata dai modelli a singolo regime (Wang et al., 2010), nel corso dei decenni le nuove relazioni funzionali proposte hanno consentito di migliorare la capacità di tali modelli di replicare l'andamento dei set di dati sperimentali sull'intero dominio del deflusso dal flusso libero fino al blocco (jam). Tali miglioramenti sono stati ottenuti proponendo funzioni che aggregano a livello macroscopico i comportamenti microscopici, e che sono caratterizzate da un andamento più compatibile con i riscontri sperimentali e da una maggiore flessibilità nell'adattarsi agli stessi, ottenuta con un aumento del numero di parametri.

A ciò si aggiungono le citate difficoltà che permangono nello sviluppo e impiego dei modelli multi regime, rappresentate dall'individuazione dei punti di separazione (*knot* o *breakpoint*) tra i diversi regimi (Wang et al., 2010).

In virtù di tali considerazioni, questa ricerca focalizza l'attenzione sui modelli a regime singolo riprendendo le diverse forme funzionali proposte nei paragrafi precedenti e relative sia ai modelli che si possono definire come classici nell'ambito della teoria del deflusso del traffico, sia a quelli più recenti. Nella tabella seguente, pertanto, vengono richiamati 18 modelli macroscopici con le rispettive funzioni e i relativi parametri, per i quali si è provveduto ad effettuare un test di calibrazione.

Come dettagliato nei paragrafi seguenti, il test di calibrazione è stato effettuato su una sezione di prova della rete autostradale italiana, al fine di evidenziare le capacità di *fitting* di ciascun modello e di individuare tra gli stessi quelli caratterizzati dalle migliori capacità di adattamento ai dati sperimentali. I 18 modelli presi in esame contengono un numero di parametri che va da 2 a 5, a seconda della formulazione che i rispettivi autori hanno assunto per la funzione delle variabili densità e velocità. Come indicato da Del Castillo (2012), la scelta del numero più appropriato di parametri da considerare nel modello deve essere bilanciata rispetto alle esigenze di assicurare un buon *fitting* dei dati sperimentali e di contenere il rischio di *overfitting*, ossia di forzare eccessivamente l'andamento della funzione rispetto al trend degli stessi dati.

Esaminando i 18 modelli selezionati, la scelta di considerare 4 come numero di parametri di modellizzazione appare come la più condivisa (7 modelli su 18), seguita da 3 parametri (6 su 18), 2 parametri (4 su 18) e quindi 5 parametri (1 su 18).

	<b>Modello</b>	<b>Equazione</b>	<b>Parametri</b>
<b>1</b>	<b>Greenshields</b>	$v_s = v_f \left( 1 - \frac{k}{k_j} \right)$	$v_f; k_j$
<b>2</b>	<b>Pipes - Munjal</b>	$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right]$	$v_f; k_j; n$
<b>3</b>	<b>May - Keller</b>	$v_s = v_f \left[ 1 - \left( \frac{k}{k_j} \right)^n \right]^m$	$v_f; k_j; n; m$
<b>4</b>	<b>Greenberg</b>	$v_s = v_c \ln \frac{k_j}{k}$	$v_c; k_j$
<b>5</b>	<b>Greenberg modificato</b>	$q = v_c k \ln \frac{k_j + k_0}{k + k_0}$	$v_c; k_j; k_0$
<b>6</b>	<b>Underwood</b>	$v_s = v_f \cdot e^{-\frac{k}{k_c}}$	$v_f; k_c$
<b>7</b>	<b>Brilon - Lohoff (1)</b>	$v_s = v_f \cdot e^{-\left(\frac{k}{k_c}\right)^a}$	$v_f; k_c; a$
<b>8</b>	<b>Brilon - Lohoff (2)</b>	$v_s = \frac{2 \cdot v_f}{\left( 1 + e^{\frac{k}{b}} \right)^a}$	$v_f; k_c; a; b$
<b>9</b>	<b>Drake (o Northwestern)</b>	$v_s = v_f \cdot e^{-\frac{1}{2 \left( \frac{k}{k_c} \right)^2}}$	$v_f; k_c$



10	Del Castillo e Benitez	$v_s = v_f \cdot \left\{ 1 - e^{\left[ \frac{C_j}{v_f} \left( 1 - \frac{k_j}{k} \right) \right]} \right\}$	$v_f; k_j; C_j$
11	MacNicolas	$v_s = v_f \cdot \left[ \frac{k_j^a - k^a}{k_j^a + b k^a} \right]$	$v_f; k_c; a; b$
12	Wang 5PL	$v_s = v_b + \frac{v_f - v_b}{\left( 1 + e^{\left( \frac{k - k_c}{\theta_1} \right)^{\theta_2}} \right)}$	$v_f; v_b; k_c; \theta_1; \theta_2$
13	Wang 4PL	$v_s = v_b + \frac{v_f - v_b}{1 + e^{\left( \frac{k - k_c}{\theta_1} \right)}}$	$v_f; v_b; k_c; \theta_1$
14	Wang 3PL	$v_s = \frac{v_f}{1 + e^{\left( \frac{k - k_c}{\theta_1} \right)}}$	$v_f; k_c; \theta_1$
15	Newell	$v_s = v_i \left( 1 - e^{-\frac{\lambda_i}{v_f} \left( \frac{1}{k} - \frac{1}{k_j} \right)} \right)$	$v_f; k_j; \lambda_i$
16	IDM	$k = \frac{1}{(s_0 + vT) \left[ 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right)^\delta \right]^{-1/2}}$	$v_f; T; \delta; s_0$
17	Van Aerde	$k = \frac{1}{c_1 + \frac{c_2}{v_f - v} + c_3 \cdot v}$	$v_f; c_1; c_2; c_3$
18	LCM	$v_s = v_f \left[ 1 - e^{-\frac{1}{1 - \frac{v_s^2 \gamma + v_s \tau + L}{k}}} \right]$	$v_f; \gamma; \tau; L$

Tab. 6.2: Modelli macroscopici a singolo regime

Come già precisato il legame tra la variabile risposta  $y$  e la variabile predittore  $x$ , considerando un termine di errore  $\varepsilon$ , si esprime come:

$$y = f(x) + \varepsilon \quad (6.57)$$

dove la funzione deterministica  $f(x)$  riproduce la dipendenza funzionale tra le variabili macroscopiche selezionate e la componente stocastica  $\varepsilon$  a media nulla tiene in conto la dipendenza della variabile risposta da altri fattori rispetto al predittore, non controllabili o eliminabili. Come accennato si parla in questi casi di *curve fitting* parametrico, con la funzione che viene modellata sulla base di un set di dati sperimentali  $\{(x, y)_i \mid i = 1, 2, \dots, N\}$ , mediante un criterio di minimizzazione degli errori che consente di ottenere la stima dei parametri  $b$ . Il metodo comunemente più utilizzato considera il minimo della funzione  $\phi(\bar{b})$ , somma dei quadrati degli scarti tra i dati osservati e quelli modellati, come criterio di ottimizzazione.

Tra i 18 modelli selezionati, 17 considerano come variabili la velocità  $v$  e densità  $k$ , mentre uno (il modello di Greenberg modificato di Ardekani & Ghandehari (2008)) considera il flusso  $q$  e la densità  $k$ . In particolare tra i 17 modelli velocità-densità, 15 considerano la velocità come variabile risposta e la densità come predittore  $v=v(k)$ , mentre 2 considerano un ruolo opposto tra le variabili  $k=k(v)$  (IDM di Helbing et al. (2000, 2002) e Van Aerde di Van Aerde & Rakha (1995)). Si può osservare come tutti i modelli siano esprimibili nella forma esplicita  $y=f(x)$ , ossia come funzioni in cui la variabile risposta (dipendente) può essere esplicitata rispetto alla variabile predittore (indipendente), ad eccezione del modello LCM che, come evidenziato al paragrafo 6.3.2, risulta definito in una forma implicita in cui la variabile risposta (velocità) non può essere isolata rispetto al predittore (densità) [ $v=f(k, (v_f, k^*))$  con  $k^*=g(v, (\gamma, \tau, L))$ ].

Ad eccezione del modello di Greenshields che è lineare, tutti gli altri 17 modelli selezionati risultano non lineari nei parametri, pur essendo alcuni di essi linearizzabili mediante trasformazione logaritmica e cambio di variabili (es. Greenberg (1950), Underwood (1961), Drake et al (1967)). In considerazione di ciò, per la stima dei parametri dei modelli può essere utilizzata una regressione parametrica lineare per il modello di Greenshields e non lineare per gli altri modelli.

#### 6.4.1. LA CALIBRAZIONE DEI MODELLI IN UNA SEZIONE DI TEST

Per il test di calibrazione dei 18 modelli a singolo regime già richiamati, è stata individuata una sezione di prova localizzata sull'Autostrada A22 del Brennero. La sezione di rilievo è posta tra gli svincoli di Trento Sud e Rovereto nord, al Km 156 sulla carreggiata in direzione sud. Le spire induttive annegate nella pavimentazione delle due corsie di marcia sono poste su un tratto rettilineo e senza particolari pendenze, a sufficiente distanza (circa 2.5 km) dalla rampa di uscita del casello di Rovereto Nord.

Nella figura seguente è riportata la localizzazione lungo il tracciato della A22 e il posizionamento degli apparati nella sezione individuata.



**Fig. 6.2: Localizzazione della sezione di rilevazione – km 156 tratta Trento Sud/Rovereto Nord – carreggiata sud e posizionamento delle spire induttive sulla carreggiata**

Per la sezione in esame si sono ricevuti dalla concessionaria che gestisce il servizio autostradale i dati relativi ai singoli transiti avvenuti tra l'1/06/2014 e il 31/08/2014 preventivamente validati dalla stessa concessionaria con i relativi controlli di qualità e di coerenza delle misure (per lunghezze e velocità rilevate). I dati raccolti dai sistemi di monitoraggio di tipo *cross sectional* installati sulla sezione consentono di qualificare ciascun transito rispetto alle seguenti informazioni:

- Istante di transito (formato data tipo Unix in secondi dal 1° gennaio 1970);
- Codice identificativo spira rilevazione;
- Identificativo corsia di marcia;
- *Space headway*;
- *Time headway*;
- Flag direzione conforme/contromano;
- Velocità in km/h;
- Lunghezza veicolo in cm.

I 92 file relativi ai record dei transiti giornalieri (fig. 6.3) sono stati accorpati e strutturati in un unico database mdb di Microsoft Access per il quale è stata attivata una connessione ODBC (fig. 6.4). Utilizzando le funzioni del Database Toolbox di Matlab, sono state effettuate delle *query* sui record del database dei transiti che hanno consentito di definire all'interno di un *workspace* Matlab le variabili caratteristiche da utilizzare per la calibrazione dei modelli. Occorre precisare che, pur essendo stati già effettuati controlli di qualità e coerenza del dato, i record sono stati elaborati per individuare eventuali persistenze di valori anomali. In particolare, richiamando quanto riportato al paragrafo 5.1.4, è stato utilizzato il criterio proposto da Roux et al. (2007) per l'individuazione di record anomali (velocità > 260 km/h, flusso in 5 minuti > 300 veicoli, lunghezza veicolare > 35m o < 1.75m). Il controllo non ha evidenziato la presenza di anomalie nei dati.

Nell'ambito delle procedure di *query* e aggregazione un'analisi sulla distribuzione delle velocità in relazione alle lunghezze veicolari, i cui output grafici sono riportati in figura 6.4, ha consentito di effettuare una distinzione tra i veicoli, suddividendoli in due categorie. Come evidenziato dalla figura 6.5, infatti, la nuvola mostra una netta separazione della distribuzione delle velocità in corrispondenza di una lunghezza compresa tra i 500 e i 600 cm. In considerazione di ciò e tenuto conto delle lunghezze medie dei veicoli in circolazione in Italia, la lunghezza di 550 cm è stata assunta come indicativa per la suddivisione dei veicoli nelle classi leggeri ( $\leq 550$  cm) e pesanti ( $>550$  cm).

ISTANTE	CODICE_SPIRA	CORSIA	AVANZAMENTO	DISTANZIAMENTO	DIREZIONE	VELOCITA'	LUNGHEZZA
1401573601	2589	2	298	300	0	108	421
1401573603	2589	1	40	41	0	88	1634
1401573632	2589	1	293	300	0	167	477
1401573639	2589	3	438	440	0	87	1677
1401573642	2589	4	585	586	0	122	450
1401573645	2589	1	119	120	0	157	418
1401573663	2589	3	241	248	0	138	480
1401573666	2589	3	29	30	0	118	431
1401573669	2589	1	244	245	0	137	420
1401573671	2589	3	46	48	0	136	450
1401573675	2589	3	37	38	0	132	491
1401573677	2589	1	74	75	0	114	415
1401573684	2589	1	71	72	0	152	429
1401573713	2589	1	285	286	0	114	389
1401573717	2589	1	40	41	0	133	526
1401573721	2589	3	458	459	0	154	397
1401573733	2589	3	114	115	0	102	457
1401573747	2589	1	297	299	0	195	431
1401573750	2589	1	25	25	0	139	465
1401573752	2589	1	18	19	0	130	444
1401573758	2589	3	253	255	0	153	467
1401573762	2589	1	97	98	0	108	411

Fig. 6.3: Esempio tracciato record dei file giornalieri di rilievo

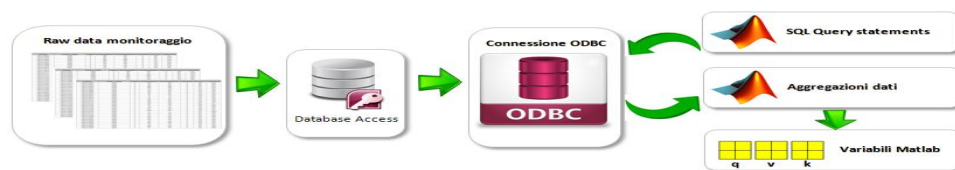


Fig. 6.4: Schema logico del processo di caricamento ed elaborazione dei dati di monitoraggio

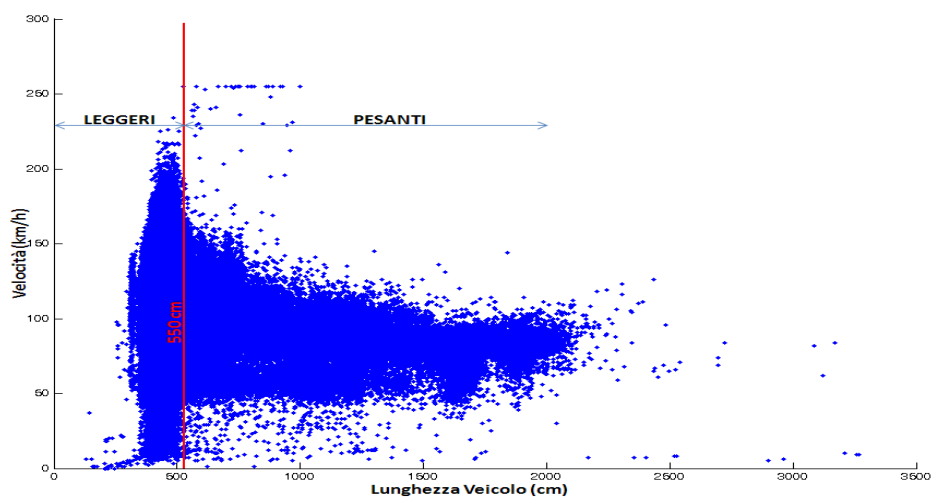


Fig. 6.5: Distribuzione velocità/lunghezze e individuazione della lunghezza limite per la classificazione veicolare

Sulla base di tale limite di lunghezza, considerato il totale di 2'503'229 transiti nei 3 mesi di rilievo, sono stati riscontrati 1'962'226 transiti di veicoli leggeri e 541'003 transiti di veicoli pesanti.

TGM PERIODO	LEGGERI	PESANTI	TOTALI	% PESANTI
TGM DA RILIEVO	21'329	5'880	27'209	21.61%
TGM UFFICIALE DI TRATTA A22	20'344	6'259	26'603	23.53%
SCOSTAMENTO %	4.8%	-6.0%	2.3%	-8.2%

**Tab. 6.3: Confronto tra i TGM ufficiali (fonte A22 transiti effettivi da ingressi/usciti caselli) sulla tratta e i TGM che si ottengono considerando i transiti monitorati dalle spire (01/06/2014 – 31/08/2014)**

Nella tabella 6.3 sono riportati i valori del traffico giornaliero medio (TGM) nel periodo di analisi così come indicato dai dati ufficiali dei transiti della Concessionaria, definiti sulla base delle operazioni di bigliettazione ed esazione sulla rete autostradale, insieme all'analogo valore desumibile dai dati di monitoraggio. A livello totale si riscontra un bassissimo scostamento che conferma la bontà del dato rilevato. Uno scostamento maggiore ma pur sempre contenuto si riscontra nella suddivisione tra leggeri e pesanti per via della diversità dei criteri adottati: sistema assi – sagoma nel TGM ufficiale (leggeri = classe A – pesanti = classi B, 3, 4, 5) e classificazione sulla base della lunghezza nel dato rilevato (leggeri  $\leq 550$  cm – pesanti  $> 550$  cm).

In considerazione di quanto discusso al paragrafo 4.3, e in particolare al 4.3.2 a proposito della scelta degli intervalli temporali di aggregazione delle misure, al fine di contenere sia gli effetti della casualità sia quelli della non stazionarietà è stato scelto un intervallo di durata pari a 5 minuti. In tal modo nei 92 giorni di monitoraggio sono stati individuati 26'496 intervalli di aggregazione, per ciascuno dei quali è stato valutato il flusso transitato su ciascuna corsia e suddiviso in leggeri e pesanti ed espresso in veicoli/h, con le relative velocità medie armoniche nella sezione come approssimazione della velocità media spaziale sul segmento di lunghezza unitaria (cfr. 4.2.1).

Per tenere conto della disomogeneità dei flussi, interpretata mediante la distinzione nelle due classi veicolari, i veicoli pesanti sono stati trasformati in unità equivalenti di traffico mediante appositi coefficienti di equivalenza PCE dipendenti dalla loro percentuale sul flusso totale  $P_t$ .

Per la sezione in esame i PCE sono stati stimati sulla base della metodologia discussa al paragrafo 4.3.3, evidenziando sulla base dei dati di rilievo un flusso base  $q_b$  costituito da sole autovetture (ossia con  $P_t < 2.5\%$  e quindi trascurabile) e alcuni flussi misti  $q_{mix}(P_t)$  caratterizzati dalla presenza di veicoli pesanti in percentuali sul totale rispettivamente  $2.5 < P_t < 5\%$ , tra 5% e 10% e  $> 10\%$ . I PCE per ciascun range di  $P_t$  sono stati stimati in considerazione dell'equazione (4.15) richiamata di seguito per comodità:

$$PCE_T = \frac{1}{P_T} \cdot \left( \frac{q_{base}}{q_{mix}} - 1 \right) + 1 \quad (4.15)$$

Come evidenziato al paragrafo 4.3.3, i PCE stimati con il metodo sopra richiamato manifestano una dipendenza rispetto alla densità, in quanto è a densità costante che vengono effettuati i confronti tra le due portate  $q_{base}$  e  $q_{mix}$ . Nei calcoli effettuati per ciascuna  $P_t$  i PCE sono stati valutati per valori discreti di densità e pari a 10, 20, 30, 40, 50 veicoli/km, assumendone in definitiva il valore medio dopo aver stimato mediante regressione lineare l'andamento delle funzioni  $q_{base}(k)$  e  $q_{mix}(k)$ . I calcoli effettuati hanno consentito di stimare un coefficiente di equivalenza medio che può essere approssimato a 1,5 autovetture per veicolo pesante nei diversi range di  $P_t$  considerati. Tale valore corrispondente a quanto indicato dall'Highway Capacity Manual 2000 e 2010 per andamento pianeggiante qual è quello in esame, e a quanto consigliato da Nuzzolo et al. (2004) sulla rete autostradale italiana. Utilizzando il valore del PCE le variabili macroscopiche del deflusso sono state trasformate in valori caratteristici del flusso equivalente.

In questa fase delle elaborazioni è stata trascurata la disomogeneità nella distribuzione trasversale del traffico e delle relative variabili macroscopiche sulle corsie, a cui è dedicato uno dei capitoli seguenti di questa tesi, e i valori sulle due corsie sono stati aggregati e riportati al valore medio per corsia. In assenza di informazioni specifiche sull'*occupancy* nei dati di rilievo, e tenuto conto di quanto riportato al paragrafo 4.2.2, i dati relativi ai transiti medi per corsia e alle velocità medie spaziali sono stati utilizzati per stimare la densità veicolare attraverso la relazione fondamentale. Nella figura 6.3 seguente sono riportati i diagrammi di dispersione e di concentrazione dei punti sperimentali nei piani cartesiani delle variabili velocità-densità, flusso – densità e flusso – velocità (cfr. par. 4.2, fig. 4.4 e 4.5).

La calibrazione dei parametri dei 18 modelli a singolo regime riportati in tabella 6.2 è stata effettuata considerando un totale di 24'496 coppie di punti  $(k, v_s)$ , con  $k$  densità media per corsia espressa in veicoli equivalenti per km di infrastruttura e  $v_s$  velocità media spaziale del flusso equivalente. Per la calibrazione dei modelli è stato utilizzato il Curve Fitting Toolbox™ di Matlab, che fornisce un insieme di funzioni utilizzabili da linea di comando o mediante interfacce grafiche utente (GUI) per l'adattamento di curve e superfici a dati sperimentali. Gli strumenti a disposizione nel toolbox consentono di eseguire analisi esplorative dei dati, elaborazioni preliminari di filtraggio, post-elaborazione dei dati e confronto tra modelli. Il toolbox supporta tecniche di modellazione parametrica e non parametrica di interpolazione e *smoothing*. Mediante funzioni specifiche è possibile effettuare analisi di regressione, utilizzando librerie di modelli lineari e non lineari o specificando equazioni personalizzate.

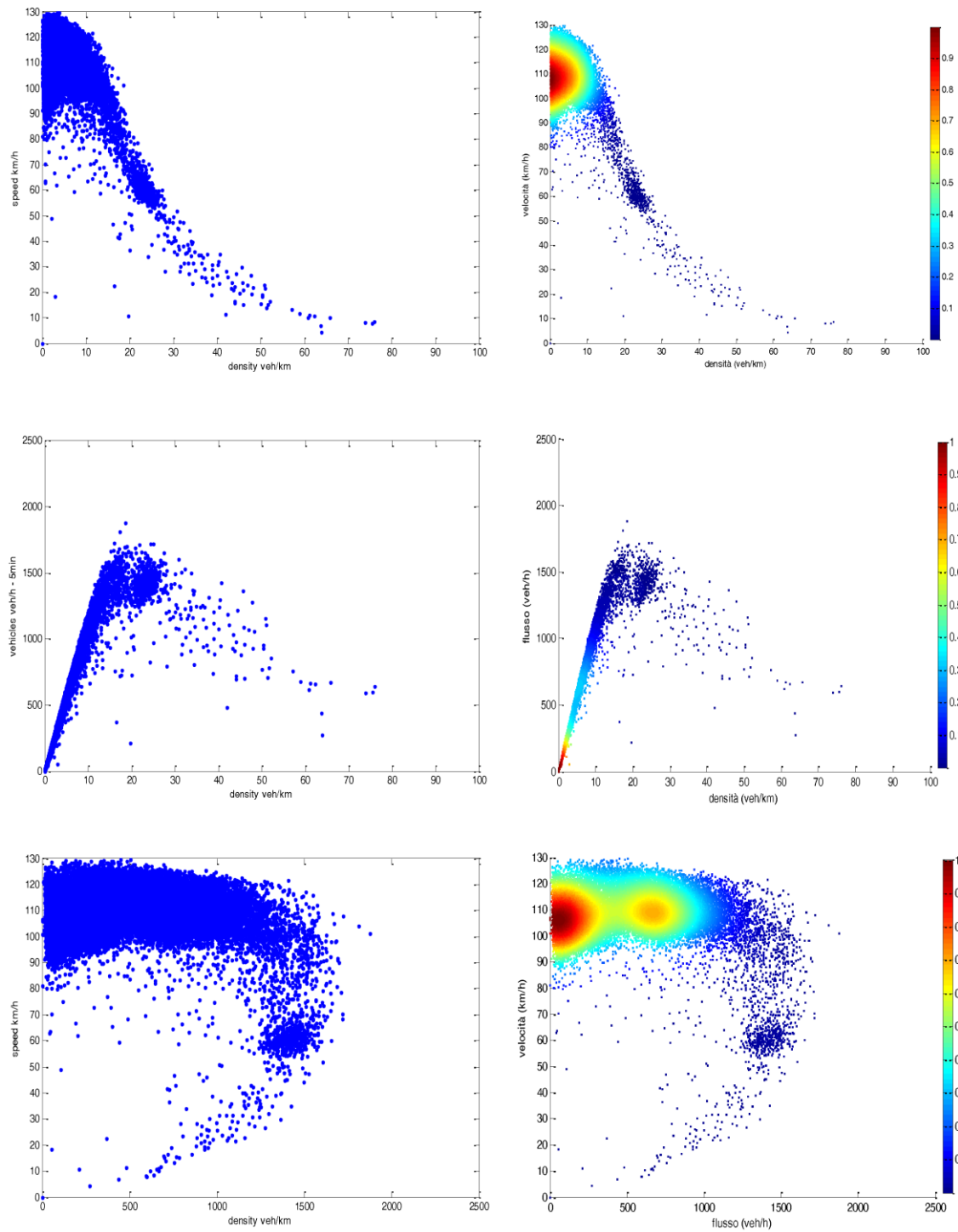
Nel caso specifico, tutti i modelli ad esclusione dei modelli Van Arde e LCM sono stati calibrati utilizzando Curve Fitting Toolbox ver 3.0 disponibile in Matlab 7.11 R2010b; per tutti i modelli non lineari è stato utilizzato un metodo *Non Linear Least Square* con

algoritmo *Trust Region* (cfr. paragrafo 5.1.2). Per questi ultimi, sulla base dell'analisi esplorativa del set di dati effettuata ad esempio mediante *smoothing* non parametrico ovvero facendo riferimento a valori ritenuti adeguati come prima proxy nel caso di parametri con immediato significato fisico, sono stati di volta in volta individuati i valori iniziali per la stima dei parametri (es  $v_f$ ,  $v_c$ ,  $k_j$ ,  $k_c$ , etc.). Insieme ai valori di partenza sono stati individuati anche i relativi range di variabilità (limiti massimi e minimi) caratteristici di ciascun modello, indispensabili per le procedure iterative di regressione non lineare (cfr. 5.1.2).

Per quanto riguarda il modello di Van Aerde per la calibrazione è stata utilizzata la procedura indicata da Rakha & Arafah (2007), implementata nel software di calcolo SPD\_CAL (Rakha, 2007) mediante una tecnica euristica *hill-climbing* per la ricerca del miglior set di parametri per il modello.

Per quanto riguarda il LCM, invece, è stata predisposta una procedura ad hoc in ambiente Matlab sempre basata sull'algoritmo *Trust Region* per la Regressione Non Lineare, ma che consente di risolvere il problema della non esplicitabilità della funzione già discussa al paragrafo 6.4.

Nella tabella 6.4 sono riportati per ogni modello i parametri risultanti dalla calibrazione, mentre nelle successive figure 6.4, 6.5 e 6.6 sono riportati i Diagrammi Fondamentali calibrati sempre in relazione a ciascun modello, in sovrapposizione alla nuvola sperimentale dei punti nei piani cartesiani velocità – densità, flusso – densità e flusso – velocità.

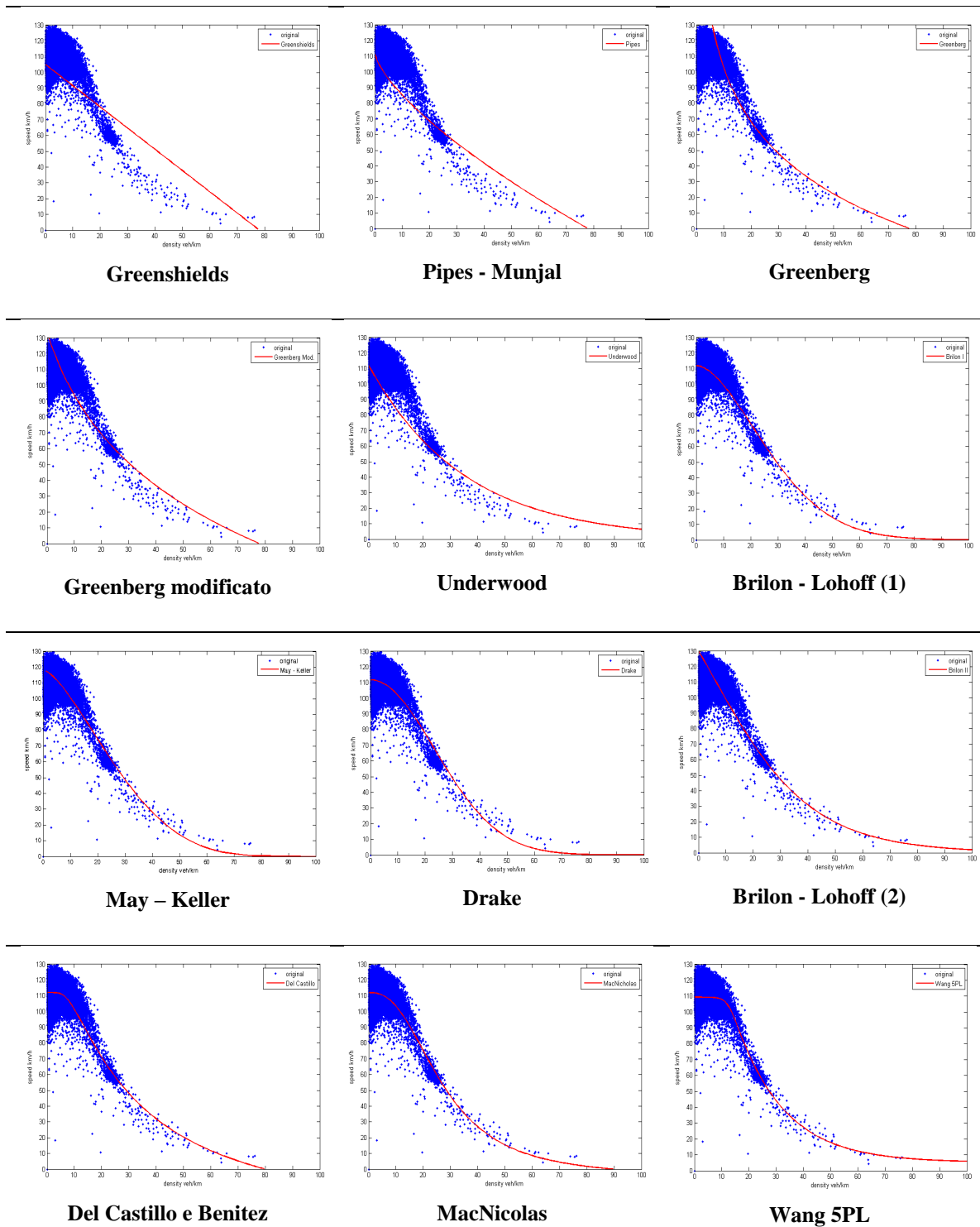


**Fig. 6.3: Diagrammi di dispersione (a sinistra) e di concentrazione (destra) delle variabili macroscopiche negli intervalli dell'intero periodo di monitoraggio (01/06/2014 – 31/08/2014)**

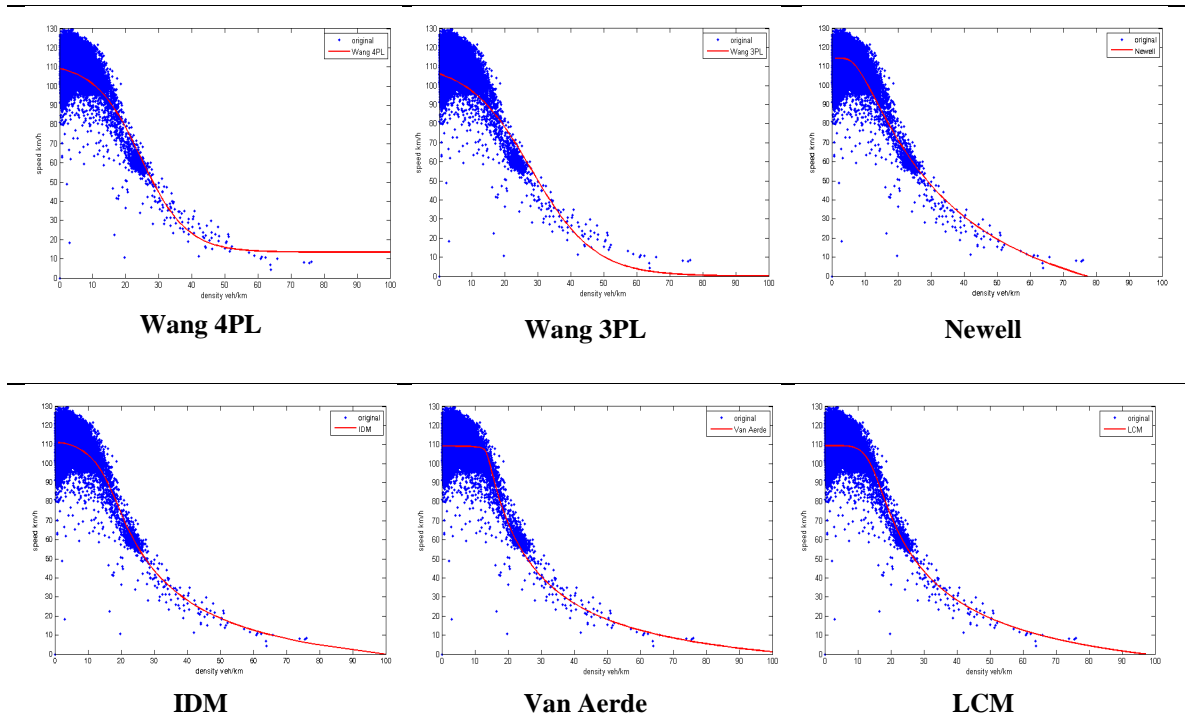


<b>Greenshields</b>	<b>Pipes - Munjal</b>	<b>Greenberg</b>
$f(x) = vf*((1-x/kj))$	$f(x) = vf*(1-(x/kj)^n)$	$f(x) = vc*log(kj/x)$
kjam =78 vf = 105	kjam =78 n =0.6968 vf = 112	kjam =78 vc =50
<b>Greenberg mod</b>	<b>Underwood</b>	<b>Brilon- Lohoff 1</b>
$f(x) = vc*log((kj+k0)/(x+k0))$	$f(x) = vf*exp(-x/kc)$	$f(x) = vf*exp(-(x/kc)^n)$
k0 = 12.29 kjam =78 vc = 67.04	kc = 34.97 vf = 112	kc = 33.31 n = 1.769 vf = 112
<b>Brilon- Lohoff 2</b>	<b>Drake</b>	<b>Del castillo</b>
$f(x) = (2*vf)/(1+exp(x/b))^a$	$f(x) = vf*exp((-1/2)*(x/kc)^2)$	$f(x) = vf*(1-exp(((abs(cj))/vf)*(1-kj/x)))$
a =0.6915 b = 14.74 vf = 105	kc = 23.34 vf = 111.8	cj =-39.12 kjam =78 vf = 112
<b>May - Keller</b>	<b>Mac Nicolas</b>	<b>Wang5pl</b>
$f(x) = vf*(1-(x/kj)^a)^b$	$f(x) = vf*((kj^a-x^a)/(kj^a+b*x^a))$	$f(x) = vb+(vf-vb)/(1+exp((x-kc)/t1))^t2$
a = 1.499 b = 4.914 kjam = 100 vf = 118.1	a = 2.525 b = 20.38 kjam =90 vf = 112.02	kc = 12.49 t1 = 1.448 t2 = 0.08163 vb =5.15
<b>Wang4pl</b>	<b>Wang3pl</b>	<b>Newell</b>
$f(x) = vb+(vf-vb)/(1+exp((x-kc)/t1))$	$f(x) = (vf)/(1+exp((x-kc)/t1))$	$f(x) = vf*(1-exp((-1/vf)*(1/x-1/kj)))$
kc = 24.52 t1 = 6.974 vb = 13.44 vf = 112	kc = 27.93 t1 =9.61 vf = 112	kjam = 77.24 l =3029 vf = 114.3
<b>IDM</b>	<b>Van Aerde</b>	<b>LCM</b>
$f(x) = 1/((s0+x.*t).*(1-(x/vf).^d).^(-1/2))$	$f(x) = 1/(c1+(c2/(vf-x))+c3*x)$	$f(x) =vf*(1-exp(1-k*/x))$ con $k*=g(\text{gamma}, \text{tau}, l)$
d = 9.114 s0 =0.009964 t = 0.0005329 vf = 111.1	c1 = 0.00919 c2 = 0.01056 c3 = 0.0005877 vf = 109.2	vf = 109.32 gamma = -0.0378 tau =1.435 l = 10.296

**Tab. 6.4: Risultati della calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test**



**Fig. 6.4: Calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test – relazioni  $v(k)$  continua**



segue

Fig. 6.4: Calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test – relazioni  $v(k)$

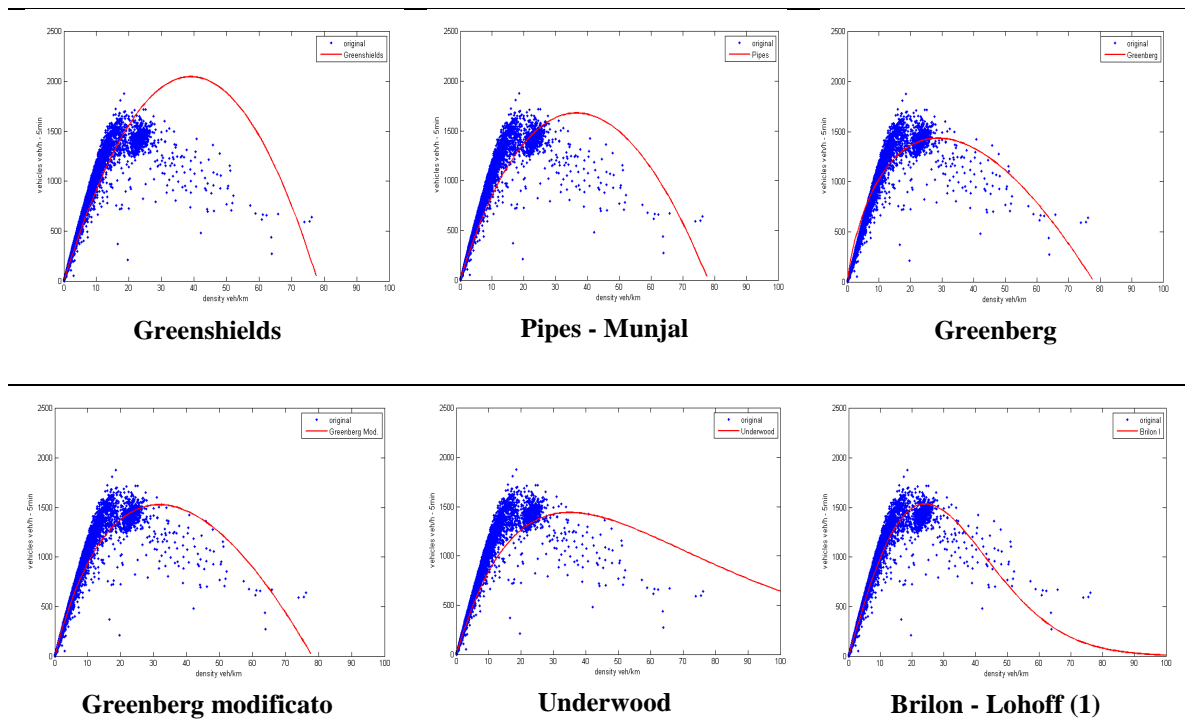
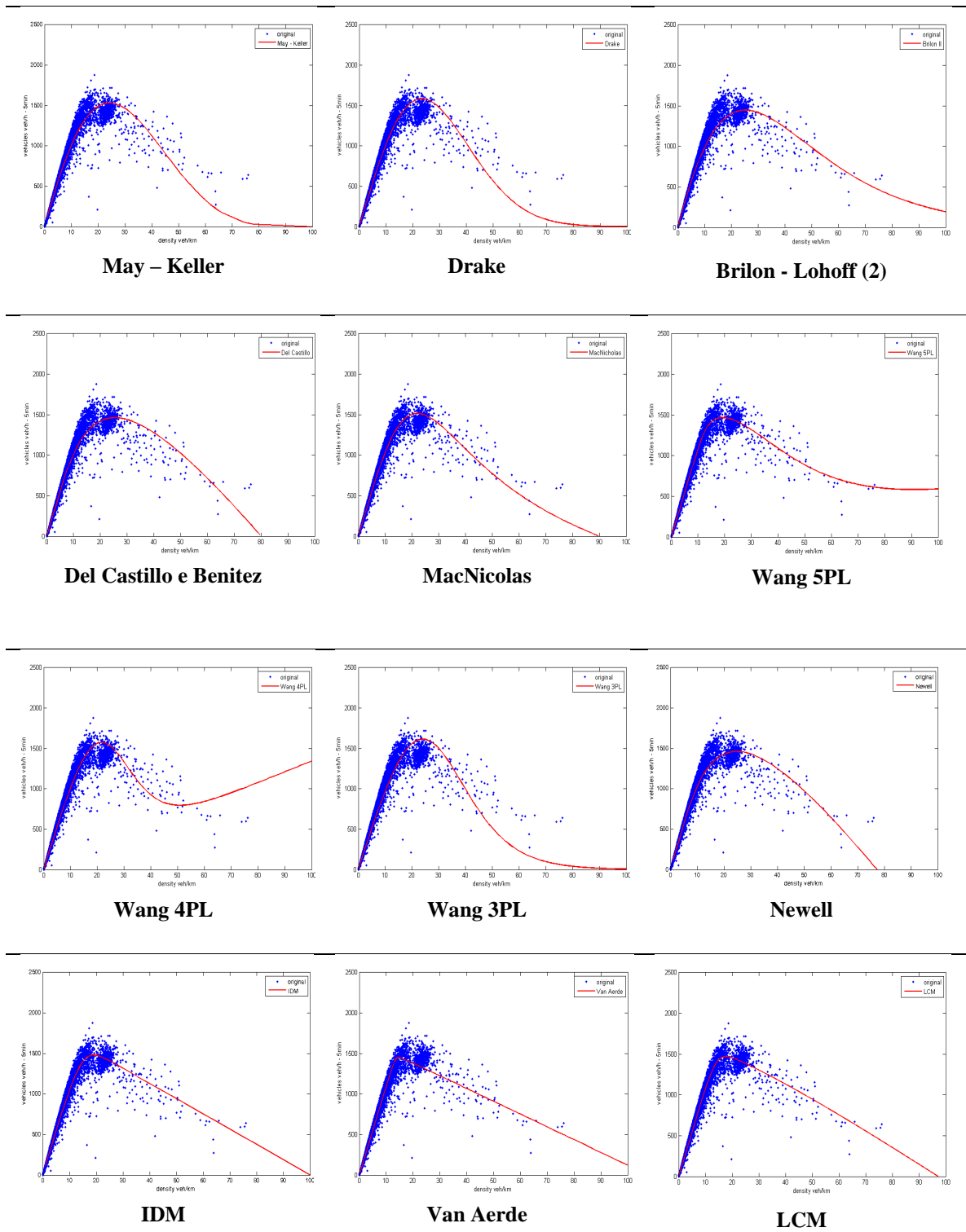
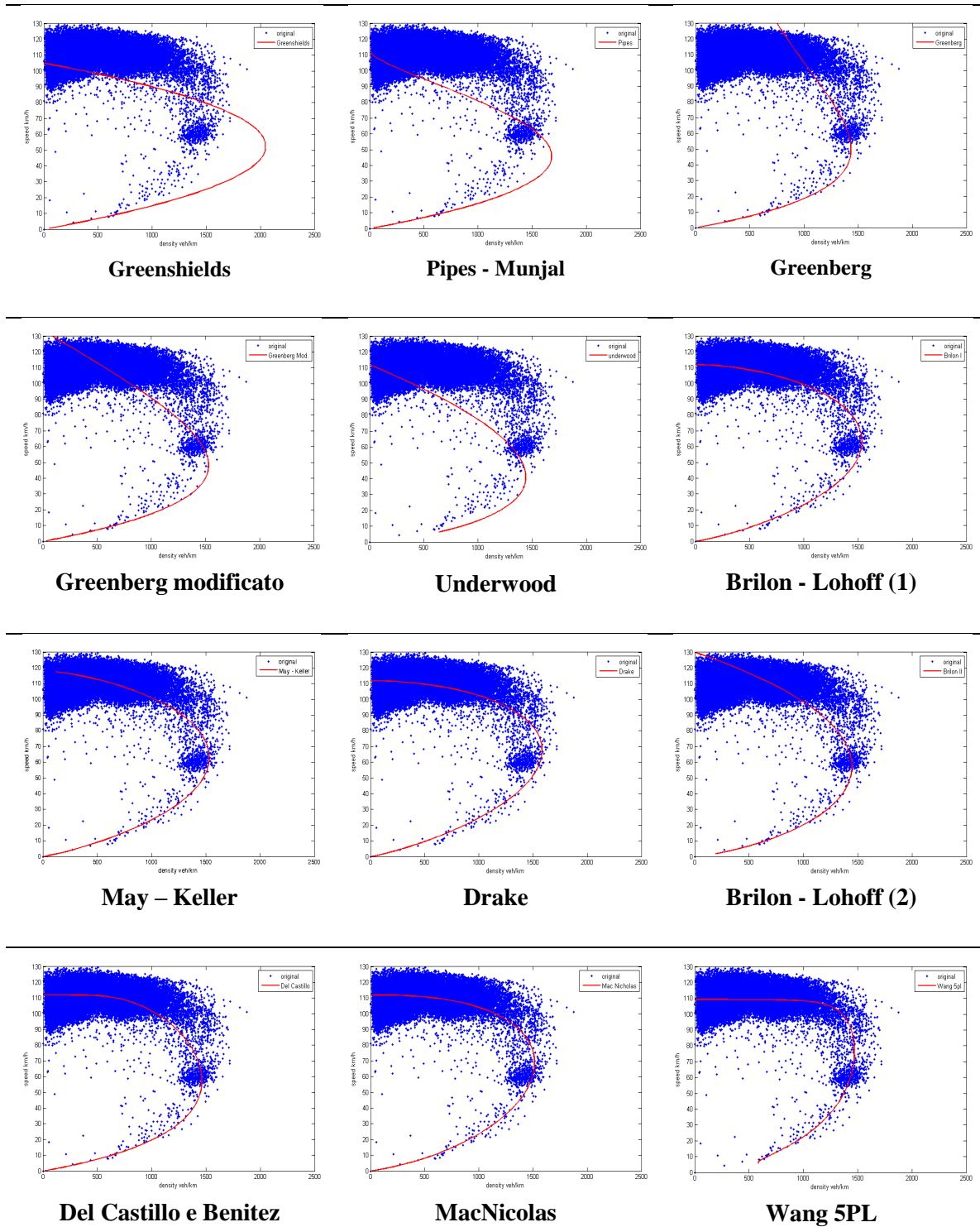


Fig. 6.5: Calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test – relazioni  $q(k)$   
continua

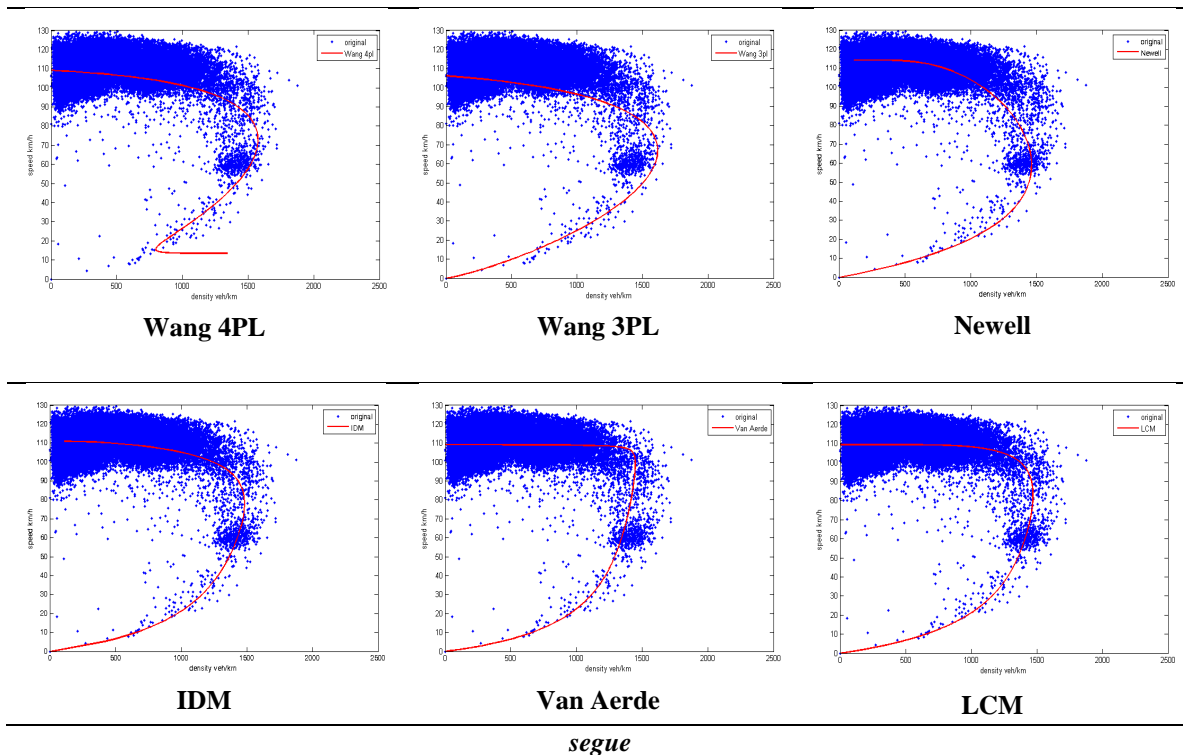


segue

Fig. 6.5: Calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test – relazioni  $q(k)$



**Fig. 6.6:** Calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test – relazioni  $v(q)$  *continua*



*segue*

**Fig. 6.6:** Calibrazione dei modelli a singolo regime nella sezione di test – relazioni  $v(q)$

#### 6.4.2. LA BONTÀ DEL FITTING NEI MODELLI CALIBRATI

Una prima valutazione della bontà del *fitting* rispetto alla calibrazione dei 18 modelli può sicuramente essere effettuata sulla base di un'analisi qualitativa dei diagrammi ottenuti. Passando in rassegna le figure 6.4, 6.5 e 6.6, infatti, si può valutare per ciascuno dei modelli la capacità della relativa funzione, stanti i parametri calibrati, di adattarsi all'andamento suggerito dalla nuvola di punti.

La prima analisi che può essere fatta riguarda il diagramma di dispersione dei punti sperimentali velocità-densità e i Diagrammi Fondamentali calibrati nella forma  $v = v(k)$ . Dall'analisi dei Diagrammi in figura 6.4, appare evidente come tutti i modelli siano capaci di riprodurre l'andamento monotono non crescente evidenziato dalla nuvola di punti, seppur con alcune differenze per quanto riguarda la capacità di adattamento nei diversi regimi di deflusso. A tal proposito si possono evidenziare le note lacune del modello di Greenberg, che ha un valore non finito per la velocità di flusso libero  $v_f$ , e dei modelli logistici a 4 e 5 parametri di Wang, che non hanno un valore finito per la  $k_j$  per via dell'asintoto orizzontale in corrispondenza di una velocità di *stop – and – go* non nulla.

In considerazione del trend evidenziato dalla nuvola di punti nel piano cartesiano  $v-k$  e del fatto che, fatte le eccezioni sopra richiamate, i diversi modelli sono tutti capaci di riprodurre l'andamento monotono non crescente, dal punto di vista qualitativo non è possibile effettuare altre deduzioni.

Ulteriori considerazioni possono essere effettuate, tuttavia, se si prendono in esame le sovrapposizioni tra dati sperimentali e Diagrammi calibrati nei piani cartesiani delle variabili  $q-k$  e  $q-v$ , come riportato nelle figure 6.5 e 6.6. Occorre precisare che, in ambedue i casi, l'andamento dei Diagrammi Fondamentali espressi rispettivamente secondo le relazioni  $q=q(k)$  e  $v=v(q)$  (in quest'ultimo caso tenendo conto della natura non biettiva della relazione) è stato ottenuto a partire dalla forma calibrata  $v=v(k)$  e dalla relazione idrodinamica  $q=v \cdot k$ .

Confermando la minore bontà degli adattamenti dei modelli già individuati con l'analisi qualitativa della figura 6.4 (Greenberg, Wang 4pl e Wang 5pl), la figura 6.5 mette in evidenza un minore grado di performance di *fitting* per i modelli di Greenshields, Pipes – Munjal, Greenberg modificato e Underwood. I restanti modelli evidenziano, al contrario, una migliore capacità di riprodurre l'andamento dei dati sperimentali.

Un ulteriore approfondimento in merito alla bontà di adattamento si ha con i confronti in figura 6.6: la sovrapposizione del legame tra flusso e velocità riprodotto dai Diagrammi Fondamentali e quello delineato dai dati sperimentali mettono ancor più in risalto quanto già discusso nei piani  $v-k$  e  $q-k$ , portando inoltre in evidenza la migliore capacità di rappresentare l'andamento dei dati da parte dei modelli IDM, Van Aerde e LCM, cui si aggiunge il modello logistico a 5 parametri di Wang. Per quest'ultimo si nota, tuttavia, la non definizione della porzione di diagramma per il regime congestionato in corrispondenza di valori del flusso tendenti a zero legata alla presenza del già citato asintoto orizzontale della funzione  $v = v(k)$  che determina la non definizione della densità jam in corrispondenza di una velocità media di stop and go non nulla.

Se una prima discussione della bontà del *fitting* dei modelli proposti può essere improntata su termini qualitativi, mediante un confronto tra l'andamento dei punti sperimentali e il trend evidenziato dal modello, un approfondimento può essere effettuato affrontando tale esame da un punto di vista più strettamente quantitativo. Riprendendo quanto discusso al paragrafo 5.1.8, un confronto tra la capacità dei vari modelli di descrivere il trend evidenziato dalle osservazioni sperimentali può essere valutato sulla base dell'analisi di diverse misure di *Goodness of Fit* (GOF). A tal proposito, quindi, possono essere presi in esame i seguenti indicatori di GOF:

- $R^2$  Adj –  $R^2$  Corretto
- $R^2$  Adj (EM) –  $R^2$  Corretto sulle medie empiriche
- RMSE – Round Mean Square Error
- NRMSE – Normal Round Mean Square Error
- MAPE – Mean Average Percentage Error
- AR – Accuracy Ratio

Rimandando al paragrafo 5.1.8 per la definizione degli indicatori sopra riportati (eq. 5.55 per  $R^2 Adj.$ , eq. 5.60 per  $RMSE$ , eq. 5.61 per  $NRMSE$ , eq. 5.63 per  $MAPE$  ed eq. 5.64 per  $AR$ ), occorre fare una precisazione a proposito dell' $R^2$  corretto sulle medie empiriche.

Il valore  $R^2 Adj (EM)$  consente di analizzare la bontà del *fitting* di ciascun modello rispetto all'andamento delle medie empiriche dei dati. Tali medie sono ottenute considerando un *binning equal interval* (cfr. paragrafo 5.1.6) sulle densità per intervalli unitari e calcolando, per ciascun bin, i valori medi di densità e velocità. Il confronto tra le medie empiriche della velocità e il relativo valore stimato da ciascun modello per ciascun bin  $i$  della densità consentono di definire il valore dell' $R^2 (EM) = 1 - SS_{res} (EM) / SS_{tot} (EM)$  con:

$$SS_{res} = \sum_i (v_i - \hat{v}_i)^2 \qquad SS_{tot} = \sum_i (v_i - \bar{v})^2 \qquad (6.58)$$

dove  $v_i$  sono le medie empiriche delle velocità per il bin  $i$ -esimo di densità, la cui media è  $\bar{v}$  e  $\hat{v}_i$  sono i relativi valori restituiti dal modello. L' $R^2 Adj (EM)$  corretto si ricava in considerazione del numero di parametri  $p$  di ciascun modello (cfr. eq. 5.55.)

Nelle tabelle seguenti 6.5 sono riportati i valori per ciascun indicatore di GOF per ciascuno dei 18 modelli calibrati, mentre in tabella 6.6 sempre in corrispondenza di ciascun indicatore sono riportate la classifica di GOF per ciascun modello (ordinata in grado decrescente da 1 a 18) e la classifica complessiva ottenuta considerando l'insieme dei 6 indicatori. Tale ordinamento è prodotto mediando i pesi di ordine da 1 a 18 attribuiti a ciascun modello secondo ciascun criterio GOF e ordinando gli stessi in maniera da ottenere la classifica globale di performances.

Nella figura 6.8 per ogni criterio  $j$  viene riportato il grado di scostamento  $IS_i^j$  di ciascun modello  $i$ , rispetto al miglior modello individuato per il medesimo criterio. Il valore è espresso come:

$$IS_i^j = \frac{GOF_i^j}{MGOF^j} \qquad (6.59)$$

dove  $GOF_i^j$  è il valore del singolo indicatore secondo il criterio  $j$  ( $R^2 Adj$ ,  $R^2 Adj (EM)$ ,  $RMSE$ ,  $NRMSE$ ,  $MAPE$ ,  $AR$ ) per il modello  $i$  e  $MGOF^j$  è il miglior valore dell'indicatore per criterio  $j$  tra tutti i modelli.



MODELLO	R <sup>2</sup> Adj	MODELLO	R <sup>2</sup> Adj (EM)	MODELLO	RMSE
LCM	0.533	Wang 5pl	0.997	LCM	7.067
Wang 5pl	0.533	LCM	0.996	Wang 5pl	7.067
Van Aerde	0.526	IDM	0.995	Van Aerde	7.125
IDM	0.497	Van Aerde	0.993	IDM	7.372
Mac Nicolas	0.476	Mac Nicolas	0.991	Mac Nicolas	7.611
Del Castillo	0.470	Wang 4pl	0.986	Del Castillo	7.737
Newell	0.463	Newell	0.982	Drake	7.743
Wang 4pl	0.458	Del Castillo	0.982	Wang 4pl	7.859
Drake	0.444	Drake	0.981	Brilon 1	8.145
Wang 3pl	0.417	Brilon 1	0.981	Newell	8.465
Brilon 1	0.400	May Keller	0.979	Wang 3pl	9.615
May Keller	0.343	Brilon 2	0.970	May Keller	9.650
Greenshields	0.257	Wang 3pl	0.968	Greenshields	12.630
Brilon 2	0.219	Underwood	0.958	Brilon 2	14.418
Underwood	0.175	Greenberg mod	0.940	Underwood	14.624
Pipes	0.157	Pipes	0.915	Pipes	15.006
Greenberg mod	0.140	Greenshields	0.871	Greenberg mod	15.543
Greenberg	0.023	Greenberg	0.828	Greenberg	73.017
ADJUSTED R <sup>2</sup>		ADJUSTED R <sup>2</sup> (EMPIRICAL MEAN)		RMSE	
MODELLO	NRMSE	MODELLO	MAPE	MODELLO	AR
LCM	5.40%	LCM	5.19%	Wang 5pl	169.632
Wang 5pl	5.40%	Wang 5pl	5.19%	LCM	170.053
Van Aerde	5.45%	Van Aerde	5.27%	Van Aerde	173.225
IDM	5.63%	IDM	5.39%	IDM	183.773
Mac Nicolas	5.82%	Mac Nicolas	5.58%	Mac Nicolas	199.324
Del Castillo	5.91%	Del Castillo	5.73%	Wang 4pl	208.824
Drake	5.92%	Drake	5.89%	Del Castillo	212.416
Wang 4pl	6.01%	Wang 4pl	6.01%	Brilon 1	232.203
Brilon 1	6.23%	Newell	6.19%	Drake	235.747
Newell	6.47%	Brilon 1	6.19%	Newell	251.719
Wang 3pl	7.35%	May Keller	6.96%	May Keller	322.799
May Keller	7.38%	Wang 3pl	8.00%	Wang 3pl	333.002
Greenshields	9.65%	Brilon 2	9.53%	Greenshields	570.022
Brilon 2	11.02%	Greenberg mod	10.69%	Brilon 2	594.184
Underwood	11.18%	Greenshields	11.15%	Greenberg mod	701.214
Pipes	11.47%	Underwood	13.13%	Underwood	756.656
Greenberg mod	11.88%	Pipes	13.63%	Pipes	796.166
Greenberg	55.81%	Greenberg	28.16%	Greenberg	7729.842
NRMSE		MAPE		AR	

Tab. 6.5: Indicatori Goodness of Fit (GOF) per i 18 modelli calibrati



Fig. 6.7: Indicatori *Goodness of Fit* (GOF) per i 18 modelli calibrati

Modello	ADJ R <sup>2</sup>	ADJ R <sup>2</sup> (EM)	RMSE	NRMSE	MAPE	AR	COMPLESSIVO (MEDIA)
LCM	1	2	1	1	1	2	1 (1.33)
Wang 5pl	2	1	2	2	2	1	2 (1.67)
Van Aerde	3	4	3	3	3	3	3 (3.17)
IDM	4	3	4	4	4	4	4 (3.83)
Mac Nicolas	5	5	5	5	5	5	5 (5.00)
Del Castillo	6	8	6	6	6	7	6 (6.50)
Wang 4pl	8	6	8	8	8	6	7 (7.33)
Drake	9	9	7	7	7	9	8 (8.00)
Newell	7	7	10	10	9	10	9 (8.83)
Brilon 1	11	10	9	9	10	8	10 (9.50)
Wang 3pl	10	13	11	11	12	12	11 (11.50)
May Keller	12	11	12	12	11	11	12 (11.50)
Brilon 2	14	12	14	14	13	14	13 (13.50)
Greenshields	13	17	13	13	15	13	14 (14.00)
Underwood	15	14	15	15	16	16	15 (15.17)
Greenberg mod	17	15	17	17	14	15	16 (15.83)
Pipes	16	16	16	16	17	17	17 (16.33)
Greenberg	18	18	18	18	18	18	18 (18.00)

Tab. 6.6: Ordinamento GOF per ciascun modello e ordinamento complessivo

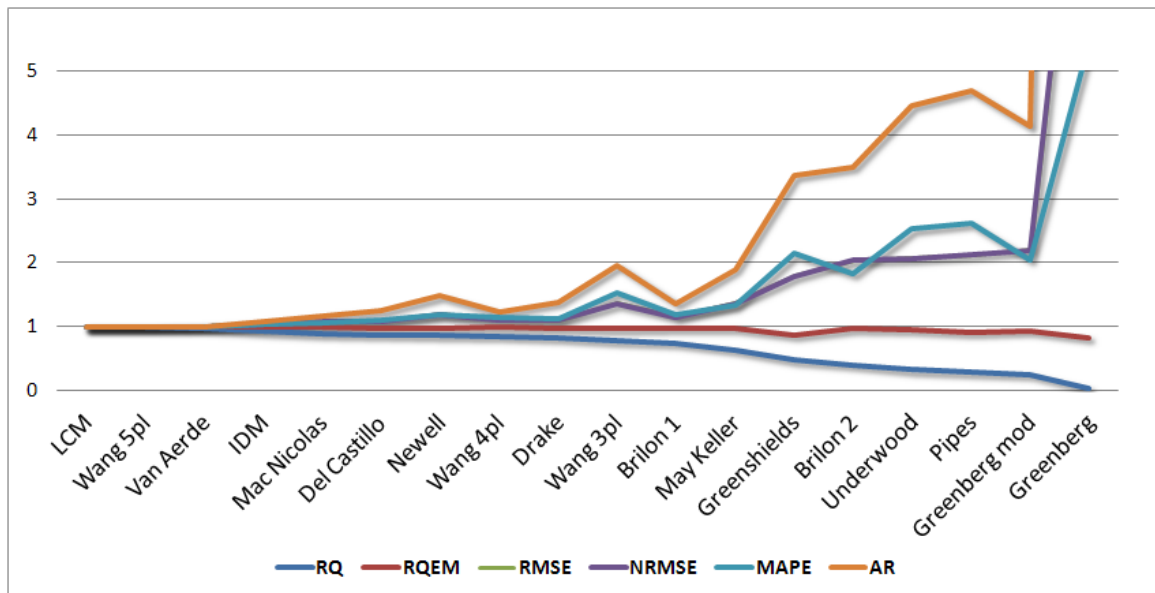


Fig. 6.8: Grado di scostamento rispetto al miglior modello per ciascun criterio GOF

L'analisi delle metriche di bontà del *fitting* riportate nella tabella 6.5 e nella figura 6.7, ma soprattutto la formulazione delle classifiche di adattamento in tabella 6.6 e

l'andamento del grado di scostamento  $IS_i^j$  di ciascun modello  $i$  rispetto al miglior modello individuato per ognuno dei criteri  $j$  riportato in figura 6.8, mettono in evidenza i modelli che si distinguono per il miglior grado di adattamento.

Tanto le classifiche parziali, quanto la globale e l'andamento di  $IS$  mostrano il grado di *fitting* più elevato dei modelli LCM, Wang 5pl e Van Aerde, confermando quanto emerso dall'analisi qualitativa.

Escludendo il modello logistico a 5 parametri di Wang per i motivi già elencati, cui si può aggiungere il fatto che allo stesso modello non sottendono questioni specifiche relative al deflusso veicolare di natura macroscopica o microscopica, ma solo una buona e generabile adattabilità della funzione sigmoide rispetto al fenomeno in questione, emerge la predominanza dei due modelli di Van Aerde e LCM. Come evidenziato al paragrafo 6.3, si tratta di formulazioni recenti nate dalla necessità di provvedere alla definizione di modelli di deflusso in grado di catturare i comportamenti microscopici e, nel contempo, di risultare massimamente coerenti dal punto di vista dei fenomeni aggregati.

Riprendendo quanto già indicato, infatti, si può ricordare come il modello di Van Aerde, proposto da Van Aerde e Van Aerde e Rakha nel 1995, sia stato ampiamente utilizzato per la calibrazione di diagrammi in U.S., Canada, (Van Aerde & Rakha, 1995) (Washburn et al., 2010), Netherlands (Van Aerde & Rakha, 1995), Germany (Brilon & Lohoff, J. (2011), Iceland, (Erlingsson et al., 2006), mostrando buone capacità di fitting dei dati. Per quanto riguarda il LCM, proposto da Ni e da Ni et al. (2012, 2015), il modello ha espresso nelle analisi proposte dagli autori ottime capacità di replicare i trend dei dati reali e di includere, anche nella formulazione macroscopica, alcuni parametri rappresentativi dei comportamenti medi dei guidatori dei veicoli. Ciò consente, tra l'altro, al modello di assumere andamenti capaci di riprodurre fenomeni particolari quali il drop di capacità (cfr. par. 5.2.2).

Per le evidenze sopra richiamate, il modello di Van Aerde e il LCM saranno utilizzati nel seguito di questa tesi per la calibrazione del Diagramma Fondamentale su altre sezioni di test sulla rete autostradale italiana per la valutazione dei regimi di deflusso e del relativo grado di qualità.

## 7. CIRCOLAZIONE AUTOSTRADALE E DIAGRAMMA FONDAMENTALE

### 7.1. QUALITÀ DELLA CIRCOLAZIONE E CONGESTIONE

La disponibilità di un accurato ed efficace metodo per misurare la qualità della circolazione ed il livello di congestione del traffico su un arco o una porzione di rete rappresenta un aspetto fondamentale nella pianificazione, progettazione e controllo di un sistema di trasporto. Nel campo del traffico stradale, ed autostradale in particolare, diversi decenni di studi e ricerche hanno avuto come oggetto specifico questo approfondimento, e diverse discussioni sono state proposte in merito alla accezione stessa di qualità della circolazione e della congestione, per arrivare alla definizione di modelli e procedure operative in grado di rappresentarla e monitorarla.

Nel corso degli anni, la crescente disponibilità di dati ha comportato ulteriori riflessioni su questi aspetti, legate sia all'impiego di tali dati come elemento di monitoraggio della qualità della circolazione sia al loro utilizzo nell'ambito di veri e propri sistemi di controllo delle infrastrutture e di gestione della domanda noti come *Intelligent Transportation Systems* (ITS).

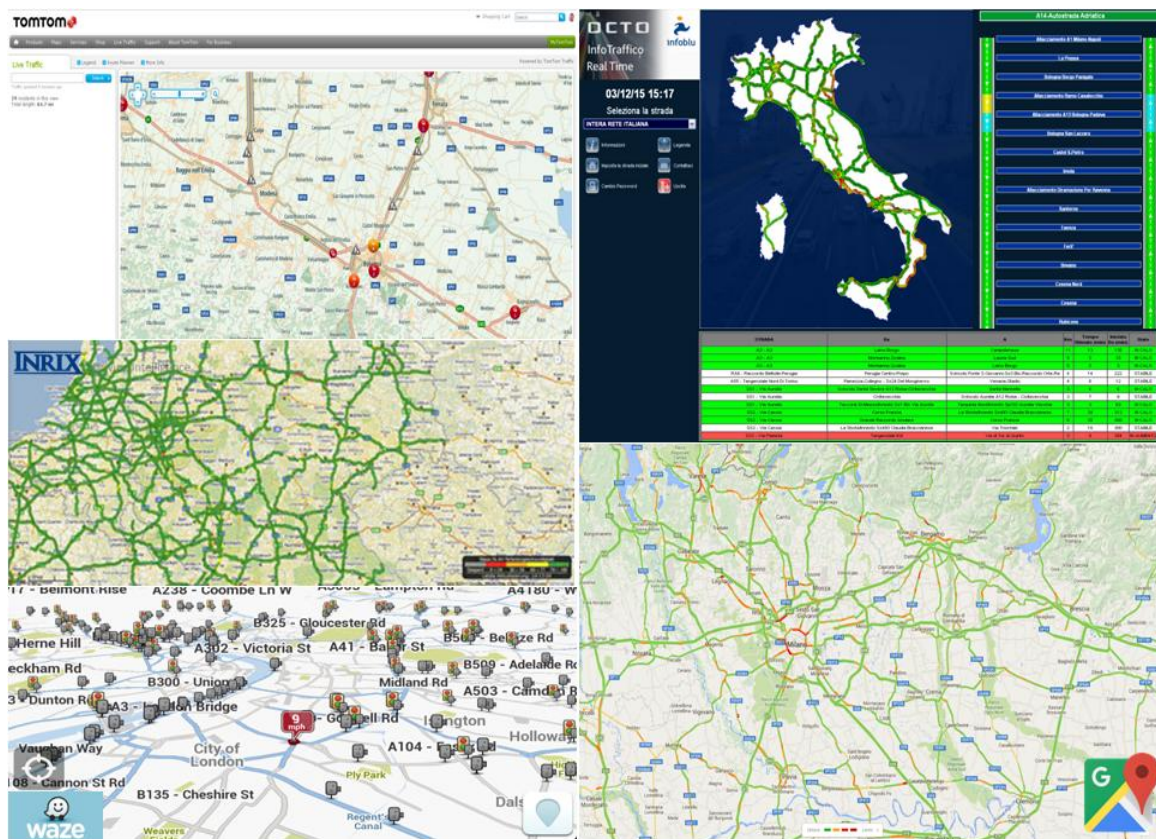
Se come indicato da Kurzhanskiy & Varaiya (2015), pur essendo centrale nella ricerca degli ultimi vent'anni, il tema degli ITS continua a rimanere più che altro un'aspirazione (e ciò è ancora più vero in Italia), è innegabile come la disponibilità di dati in relazione agli spostamenti compiuti dagli utenti abbia di recente avuto un enorme impulso. L'utilizzo pervasivo di tecnologie per il tracciamento degli spostamenti, mediante dispositivi GPS o di telefonia mobile personali e compatti, ha messo nella disponibilità d'uso immediato e di massa diversi sistemi e piattaforme informative on-line che sono in grado di fornire rappresentazioni dello stato di utilizzo della rete di trasporto.

La raccolta di informazioni provenienti dall'uso delle tecnologie sopra richiamate e direttamente fornite dall'utente, ha consentito a diversi operatori di disporre ed elaborare ingenti moli di dati variamente strutturati (generalmente identificati come *Big Data* in relazione alle dimensioni e alla varietà nella strutturazione/destrutturazione dell'informazione). L'analisi di tali informazioni, spesso integrata da applicazioni *social* con segnalazioni specifiche provenienti dagli utenti, ha consentito di proporre al grande pubblico strumenti immediati di lettura della situazione del traffico in un determinato contesto territoriale di interesse.

Piattaforme online, tra le quali si possono citare a titolo non esaustivo le diffusissime Google Traffic, TomTom, Bing, Inrix, Waze, Infoblu Octotelematics (fig. 7.1), mettono a disposizione su efficaci mappe navigabili varie indicazioni in merito ai tempi di viaggio e alle velocità di percorrenza su archi o itinerari stradali, sia in *real-time* (*live traffic*) che come medie su intervalli giornalieri ed orari selezionabili (situazioni tipiche). Le

informazione vengono inoltre variamente classificate, in modo da rappresentare le condizioni di deflusso effettive o medie secondo una scala qualitativa (es. con diversi livelli da traffico scorrevole a congestionato, ovvero da veloce a lento, ecc.).

Se l'utilizzo di tali strumenti può risultare utile per cogliere una *proxi* della qualità della circolazione interpretabile in maniera semplice e diretta, l'informazione fornita in termini di velocità medie o tempi di percorrenza risulta solo parziale per coloro che dal punto di vista tecnico si occupano di pianificazione, progettazione controllo di sistemi e reti di trasporto.



**Fig. 7.1: Alcune piattaforme online di *live traffic***

L'ingegneria del traffico, nelle sue diverse applicazioni, si basa sulla conoscenza multidimensionale dei fenomeni connessi al deflusso. In termini sintetici, infatti, la caratterizzazione del solo dato medio della velocità o del tempo di percorrenza su un campione di utenti raccolto con le modalità sopra richiamate si presenta insufficiente a definire compiutamente lo stato in cui l'infrastruttura si trova ad operare, se non è accompagnato da ulteriori informazioni. Queste riguardano, in prima analisi, le variabili macroscopiche velocità, flusso e densità: solo mediante la descrizione ottenuta in considerazione delle tre variabili macroscopiche, infatti, si può valutare lo stato in cui opera il deflusso e la qualità della circolazione, stimando quanto le condizioni riscontrate siano più o meno distanti dalla congestione.

D'altra parte anche il concetto di congestione ha bisogno di alcune precisazioni, che consentono di chiarire meglio il modo in cui la stessa debba essere intesa e quindi anche valutata. A tal proposito Kurzhanskiy & Varaiya (2015) prendono in esame alcune definizioni di congestione mutuati dalla *US Federal Highway Administration, FHWA*, e dallo *Joint Transport Centre della OECD, Organization for Economic Cooperation and Development*:

- secondo la *FHWA*, nel caso specifico del deflusso su tratti autostradali *“the process of congestion relief begins by understanding the problem”*; nel descrivere il problema della congestione, pertanto, l'ente federale americano specifica che *“highway congestion, very simply, is caused when traffic demand approaches or exceeds the available capacity of the highway system”* e che *“congestion represents the difference between the highway system performance that users expect and how the system actually performs”*;
- secondo lo *JTR-OECD* la congestione *“is a situation in which demand for road space exceeds capacity; “is the impedance vehicle impose on each other, due to the speed flow relationships”*; *“is linked to the differences between the roadway system performance that users expect and how the system actually performs”*.

Sintetizzando le definizioni sopra riportate, la congestione può essere intesa come una riduzione delle prestazioni del sistema per effetto di una domanda di mobilità che deve confrontarsi con la capacità del sistema di gestirla.

Al crescere della domanda e al suo avvicinarsi alla capacità, crescono sempre di più i condizionamenti e le impedenze reciproche tra i veicoli, come rappresentato dalle relazioni tra le variabili macroscopiche; ciò spinge il sistema verso i livelli di congestione elevati, che possono essere espressi come riduzione delle performances operative rispetto a quelle attese dagli utenti.

Come è evidente dall'assunto precedente, che rappresenta una sorta di parafrasi delle definizioni riportate per il concetto di congestione, emergono alcuni concetti chiave:

- si chiama in causa un rapporto tra la domanda di mobilità e la capacità dell'offerta a disposizione, comunque definita e valutata;
- si assume come riferimento un certo standard prestazionale atteso dagli utenti, comunque definito e valutato;
- si chiamano in causa i condizionamenti reciproci tra i veicoli che compongono il flusso, espressi come andamento delle relazioni tra le variabili macroscopiche comunque stimati;
- si individuano dei livelli, che rappresentano: in senso crescente la distanza tra la situazione in cui il sistema o l'infrastruttura opera e la situazione limite rappresentata dalla capacità; in senso decrescente la distanza tra la situazione in cui il sistema o l'infrastruttura opera e la situazione standard attesa dagli utenti.

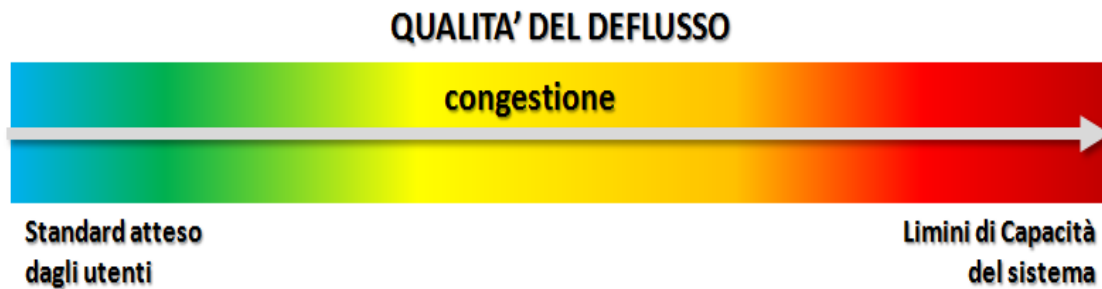


Fig. 7.2: La scala della congestione: livelli di qualità del deflusso e relativi standard minimi e limiti massimi

## 7.2. LA CAPACITÀ DI DEFLUSSO: GENERALITÀ E METODI DI STIMA

Dal punto di vista esposto in precedenza, l'individuazione di una relazione che leghi capacità e congestione si presenta come aspetto essenziale dell'ingegneria del traffico nelle problematiche legate alla pianificazione, progettazione ed esercizio di infrastrutture viarie. Il concetto stesso di capacità, oltre che essere centrale nella progettazione e controllo delle infrastrutture, presenta aspetti sicuramente non banali che vanno dalla sua chiara e non ambigua definizione all'individuazione di metodologie operative che ne consentano una quantificazione numerica.

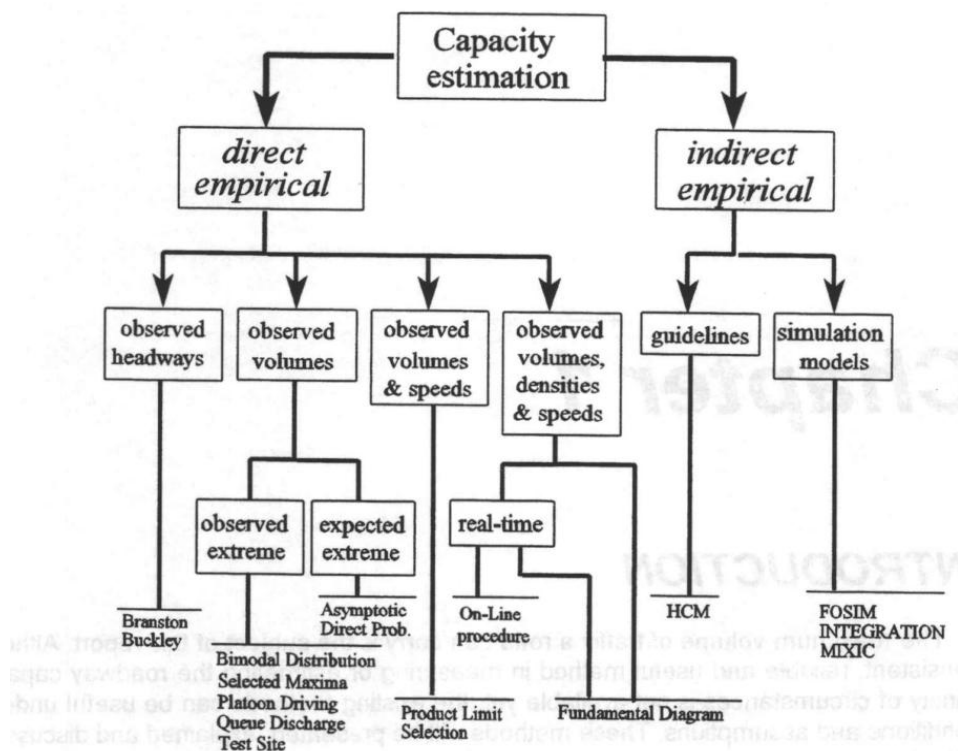
In generale, il termine "capacità" viene utilizzato per quantificare l'entità del carico, espresso in unità di traffico (autovetture, biciclette, passeggeri, etc.) che può essere sostenuto da una infrastruttura di trasporto nell'unità di tempo. Nel caso specifico delle infrastrutture viarie l'edizione 1950 dell'Highway Capacity Manual identifica la prima definizione formale per la capacità, indicando tre livelli: *basic capacity*; *possible capacity*; *practical capacity*. La capacità di base è essenzialmente legata al massimo volume orario che potrebbe essere smaltito dall'infrastruttura nel caso in cui vengono riscontrate condizioni che possono essere definite come "ideali". La capacità possibile è definita come il massimo volume orario che potrebbe essere smaltito dall'infrastruttura nelle condizioni in cui il traffico e l'infrastruttura si trovano effettivamente ad operare. La capacità pratica identifica, invece, il volume massimo orario che potrebbe essere smaltito dall'infrastruttura senza causare disagi e/o ritardi.

La seconda edizione dell'HCM (1965), per risolvere la confusione generata dall'esistenza dei tre concetti con le relative declinazioni sopra richiamate, individua un'unica definizione di capacità, che coincide con la capacità possibile dell'HCM 1950 e sostituisce il termine "capacità di base" con la locuzione "capacità in condizioni ideali" (definite in base alle caratteristiche geometriche, alla trascurabilità delle livellette, alle condizioni meteorologiche e della carreggiata, alla presenza di sole autovetture). Le successive edizioni ed aggiornamenti dell'HCM (1985, 1994, 1997, 2000, 2010), definiscono la capacità in modo simile; nella più recente definizione che ritroviamo



nella versione corrente del 2010 si definisce la capacità di una infrastruttura come la massima portata oraria sostenibile di persone o veicoli che si può ragionevolmente prevedere possa attraversare un punto o una sezione uniforme di una corsia o carreggiata durante un dato periodo di tempo, nelle effettive condizioni infrastrutturali, ambientali e di traffico.

Muovendo dalla definizione, particolare importanza riveste la questione della misurazione della capacità. Minderhood et al. (1997) presentano alcuni approcci per esprimere e per misurare la capacità di un'infrastruttura stradale identificando, come riportato nella figura seguente, due approcci empirici: i metodi diretti ed i metodi indiretti.



**Fig. 7.3: Classificazione delle metodologie di valutazione della capacità (Minderhood et al., 1997)**

Se i metodi indiretti non implicano l'osservazione diretta dei fenomeni del deflusso di traffico nella sezione in esame ma fanno riferimento a linee guida (es. l'HCM come accennato e come sarà ulteriormente trattato nel proseguimento del capitolo) o ad applicazioni simulative, per quanto riguarda i metodi empirici diretti la valutazione della capacità si basa sull'osservazione delle variabili caratteristiche e sulla definizione ed applicazione di specifiche tecniche di stima.

Come indicato da Minderhood et al. (1997) queste tecniche possono essere classificate sulla base dei dati necessari alla stima:

- osservazione degli *headway*;
- osservazione dei volumi di traffico;
- osservazione dei volumi di traffico, delle velocità e delle densità;
- osservazione dei volumi di traffico e delle velocità.

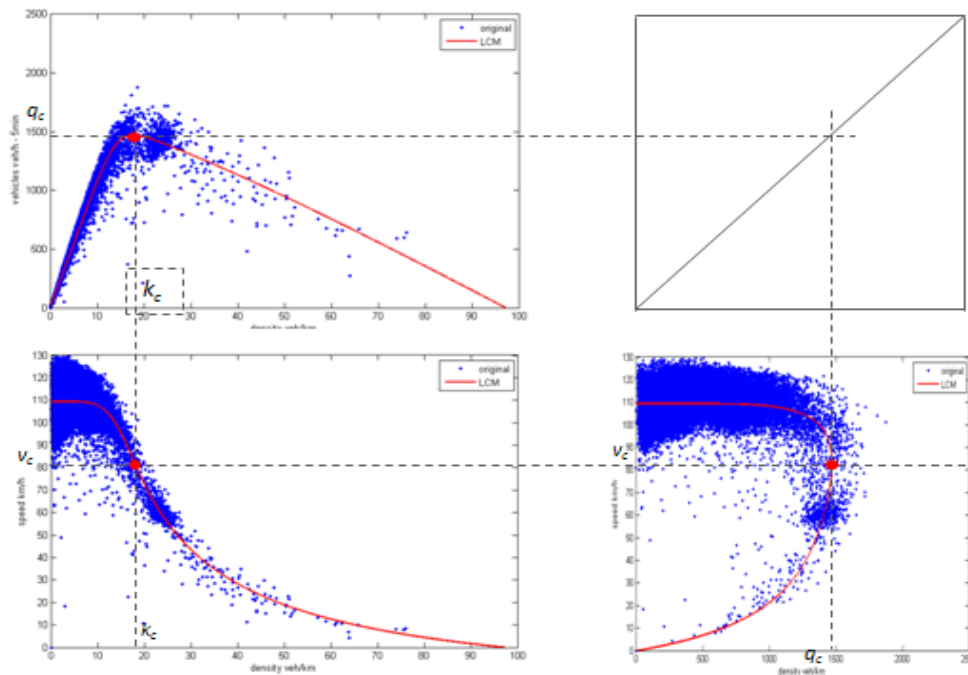
I metodi di stima con osservazione degli *headway* utilizzano le osservazioni dirette della distribuzione degli intervalli temporali per individuare l'*headway* minimo  $h_{fol}^*$  riscontrabile tra veicoli *follower* per ottenere la capacità come:

$$q_c = \frac{3600}{h_{fol}^*} \quad (7.1)$$

I metodi diretti basati esclusivamente sui volumi di traffico osservati possono essere suddivisi tra quelli basati sui valori estremi osservati (es. *Bimodal Distribution Method*, *Selected Maxima Method*) e quelli basati sui valori estremi attesi (*Expected Extreme Value Methods*). Come rilevato da Minderhood et al. (1997), se i primi stimano la capacità utilizzando solo i volumi massimi di traffico rilevati nel corso di un certo periodo, i secondi usano i medesimi valori per stimare mediante opportune tecniche statistiche un eventuale valore non rilevato e superiore ai massimi riscontrati.

I metodi basati sull'osservazione dei volumi, delle velocità e delle densità del traffico utilizzano modelli matematici di deflusso per stimare il valore della portata massima verificata o verificabile sulla carreggiata. I metodi si basano essenzialmente sulla calibrazione del Diagramma Fondamentale del traffico (cfr. capitoli 5 e 6) e sull'individuazione dei valori critici che identificano il flusso massimo  $q_c$ . Identificata una forma funzionale per il Diagramma Fondamentale, solitamente espresso nella forma  $q=q(k)$ , la capacità viene individuata come  $q_c=q(k_c)$  con  $k_c$  valore della densità che annulla la derivata prima di  $q(k)$  rispetto a  $k$ , e che quindi corrisponde al punto di massimo della funzione  $q(k)$ . Se il Diagramma è espresso nella forma  $v=v(k)$ , la capacità viene individuata come  $q_c=v(k_c)*k_c$  con  $k_c$  valore della densità che annulla la derivata seconda di  $v(k)$  rispetto a  $k$ , e che quindi corrisponde al punto di flesso della funzione  $v(k)$ .

I metodi sopra indicati consentono di stimare un determinato valore della capacità e, nel caso del metodo del Diagramma Fondamentale, anche i relativi valori critici di densità e velocità. Sulla base di tale considerazione, pertanto, l'interpretazione che gli stessi metodi danno del concetto di capacità è in termini specificatamente deterministici. Come alternativa a questo punto di vista Minderhoud et al. (1997) proposero un approccio stocastico al concetto di capacità, indicando come con tale termine si potesse sostanzialmente intendere uno specifico valore (media, mediana o percentile) della funzione di distribuzione della capacità stimata sulla base dei dati osservati.



**Fig. 7.4: Stima della capacità nel Diagramma Fondamentale**

Diversi contributi nella letteratura relativa all'argomento e che ritroviamo negli stessi Minderhoud et al. (1997), ma tra gli altri anche in Elefteriadou et al. (1995), Lorenz & Elefteriadou (2001), Elefteriadou & Lertworawanich (2003), Brilon et al. (2005), Calvert et al. (2015), evidenziano come il problema della definizione e determinazione della capacità possa essere studiato in una maniera adeguata attraverso l'analisi dei fenomeni di break down, ossia degli stati di transizione tra il flusso libero e quello congestionato.

I metodi che consentono di affrontare il concetto di capacità dal punto di vista ora definito fanno riferimento all'osservazione diretta dei valori del flusso e della velocità al fine di individuare, mediante l'analisi dei relativi andamenti, l'insorgenza di un fenomeno di repentina caduta di velocità tale da prefigurare un *breakdown* del deflusso. In corrispondenza di tali situazioni vengono identificati i valori del flusso transitato immediatamente prima dell'occorrenza di ciascun *breakdown*, che nel loro insieme vengono utilizzati per definire la distribuzione probabilistica della capacità di deflusso. Ciò consente di definire la capacità come una variabile aleatoria piuttosto che come una costante, di associare eventuali standard di riferimento per la pianificazione, progettazione e controllo dell'infrastruttura sulla base di specifici valori della distribuzione (es. percentili, media, mediana) e di distinguere in relazione al concetto già evidenziato di *drop* di capacità (cfr. paragrafo 5.2.2) i valori della capacità prima del *breakdown* (*pre-breakdown capacity*) da quelli dello scarico della coda (*discharge capacity*) (Calvert et al., 2015).

I metodi che identificano la capacità sulla base dell'osservazione dei valori di flusso e di velocità, e nello specifico gli studi già citati, si basano sull'approccio detto del Prodotto

Limite (*Product Limit*) mutuato dall'impostazione teorico-operativa dell'Analisi di Sopravvivenza o *Lifetime Analysis* (Kaplan & Meier, 1958).

La distribuzione empirica della capacità  $F_c(q) = \text{prob}(q_c \leq q)$  è individuata sulla base della probabilità di avere un valore della capacità  $q_c$  inferiore o uguale a  $q$ . Tale distribuzione si calcola sulla base dei flussi congestionati appartenenti ad un dato insieme  $C$  come rapporto tra  $N_c(q)$ , numero di osservazioni dell'insieme  $C$  che risultano avere un flusso minore di  $q$ , ed il totale delle osservazioni congestionate  $N$  dell'insieme  $C$ :

$$F_c(q) = \text{prob}(q_c \leq q) = \frac{N_c}{N} \quad (7.2)$$

Alla base del metodo del Prodotto Limite vi è una particolare differenziazione delle osservazioni che consente di suddividere i flussi in transito sulla base di quello che accade immediatamente a monte della sezione in esame. A seconda del fatto che ci sia o meno una situazione di congestione identificata attraverso una repentina e significativa caduta di velocità, i flussi possono essere suddivisi in misure che rappresentano la domanda di transito (misure in regime di flusso libero) e misure che esprimono la capacità (congestione). Questa caratterizzazione è un aspetto importante del metodo del Prodotto Limite, in quanto consente di stimare l'andamento della funzione  $F_c(q)$  considerando non solo le osservazioni appartenenti all'insieme  $C$  dei flussi congestionati, ma anche quelli appartenenti all'insieme  $Q$  dei valori di flusso libero. Questi ultimi valori, in effetti, vengono impiegati per migliorare l'andamento stimabile con i soli valori di  $C$ , ottenendo una distribuzione empirica della capacità in grado di adattarsi alle informazioni fornite dalle osservazioni di flussi numericamente elevati ma da considerarsi non ancora congestionati.

Nel caso più generale della *Lifetime Analysis*, infatti, l'idea di base del Prodotto Limite è di stimare la distribuzione di probabilità del tempo di vita di un sistema sulla base delle osservazioni sul tempo di guasto dello stesso e delle osservazioni di tempi di funzionamento che, pur se elevati, non evidenziano ancora situazioni di guasto. Le funzioni di sopravvivenza, infatti, tengono conto del fatto che nell'ambito della durata dell'esperimento si possono manifestare sia casi con durata del tempo vita che ha termine nell'ambito della durata dell'esperimento, sia casi in cui quest'ultima viene superata (si tratta dei cosiddetti *sensor data*), con un termine vita collocato oltre la durata dell'esperimento.

A tal proposito viene definita la funzione  $S_c(q)$  di sopravvivenza come probabilità che la capacità  $q_c$  sia maggiore o uguale ad un dato valore  $q$ :

$$S_c(q) = \text{prob}(q_c \geq q) = 1 - F(q) \quad (7.3)$$

Nel metodo non parametrico del Prodotto Limite (Kaplan & Meier, 1958) applicato al caso in esame la funzione di sopravvivenza viene stimata con:

$$S_c(q) = \prod_{i|q_i \leq q} \frac{k_i - d_i}{k_i} \quad \text{con } i \in C \quad (7.4)$$

dove  $q$  è un dato volume,  $q_i$  è il volume transitato in un intervallo  $i$ ,  $k_i$  è il numero di intervalli  $i$  con  $q \geq q_i$ ,  $d_i$  è il numero di *breakdown* in corrispondenza del volume  $q_i$ , con  $i$  appartenente all'insieme  $C$  degli intervalli in cui si è verificato un *breakdown*.

Tornando all'espressione di  $F_c(q)$ , risulta che la distribuzione di probabilità della capacità può essere determinata come:

$$F_c(q) = 1 - S_c(q) = 1 - \prod_{i|q_i \leq q} \frac{k_i - d_i}{k_i} \quad \text{con } i \in C \quad (7.5)$$

Tra i metodi indiretti, Minderhoud et al. (1997) includono l'utilizzo di linee guida e di valori di riferimento, quali possono essere considerati quelli pubblicati nelle diverse edizioni dell'Highway Capacity Manual. Il manuale pubblicato dall'*US TRB* fin dagli anni cinquanta del secolo scorso rappresenta un riferimento fondamentale nell'individuazione della capacità di deflusso di infrastrutture stradali. Il manuale, infatti, contiene valori di riferimento per l'individuazione della capacità in termini ideali e per la sua riconduzione alle effettive condizioni ambientali, di traffico e di esercizio dell'infrastruttura.

I valori di riferimento, nelle diverse edizioni, sono ottenuti sulla base di analisi di dati sperimentali e di relative calibrazioni del Diagramma Fondamentale cui si aggiungono criteri generali, giudizi, valutazioni e aggiustamenti proposti da parte di uno specifico Comitato per assicurare la congruenza dei valori e dei parametri suggeriti. Nella tabella 7.1 seguente sono riportati, per le infrastrutture di tipo autostradale (*freeway*) i valori della capacità ideale per corsia indicati in ciascuna delle edizioni del manuale, definite, come detto, sulla base della calibrazione del Diagramma Fondamentale e dei criteri e giudizi del Comitato. Nei paragrafi seguenti saranno approfondite le differenze tra le diverse edizioni, anche in rapporto alla misurazione della qualità del deflusso e del grado di congestione delle infrastrutture.

Occorre sottolineare che i valori riportati rappresentano la capacità in condizioni ideali per corsia. Tali valori devono essere riportati alle condizioni effettive di esercizio (ambiente, traffico ed infrastruttura) sulla base di alcuni correttivi che tengono in considerazione gli effetti di alcuni fattori sull'entità del massimo flusso servibile. Lo stesso manuale, infatti, si presenta come una raccolta di metodologie complesse che

consentono di adeguare alcuni valori standard di capacità per tenere conto delle condizioni effettive di esercizio (Roess & Prassas, 2014). Come sintetizzato da Modi (2009), seppur con alcune differenze tra le varie edizioni, il manuale riporta specifici valori che consentono di prendere in esame i seguenti effetti:

- *Free-Flow Speed* o velocità di flusso libero, individuata sulla base di specifiche formule indicate dal manuale e in dipendenza da alcuni parametri, ovvero sulla base dei dati rilevati di velocità;
- Larghezza della corsia di marcia;
- Larghezza della banchina laterale;
- Numero di corsie;
- Densità di rampe di ingresso/uscita.

EDIZIONE HCM	TIPOLOGIA (FFS O CORSIE)	CAPACITA' (VEICOLI/ORA)
1965-1985	70 MPH	2000
	60 MPH	2000
	50 MPH	1900
1994	4 CORSIE	2200
	6/8 CORSIE	2300
1997-2000-2010	75 MPH	2400
	70 MPH	2350
	60 MPH	2300
	55 MPH	2250

**Tab. 7.1: Valori della capacità per corsia autostradale nelle diverse edizioni dell’HCM**

### 7.3. APPROCCI ALLA MISURAZIONE DELLA QUALITÀ DELLA CIRCOLAZIONE AUTOSTRADALE

A partire dai primi lavori di Greenshields nella prima metà del secolo scorso, nel corso degli anni si sono susseguite diverse esperienze nella ricerca di un metodo per la misurazione della qualità della circolazione. Ferrari et al. (1982) distinguono da questo punto di vista due approcci generali:

- un primo approccio comprende quei metodi che definiscono la qualità della circolazione attraverso una relazione funzionale con alcuni parametri del deflusso di traffico (*approccio per indicatori*);
- un secondo approccio che definisce la qualità della circolazione attraverso un vettore formato da un set di parametri, rappresentabile come punto nello spazio degli stessi parametri all’interno del quale possono essere definite alcune zone

caratteristiche di particolari condizioni di deflusso e alle quali viene attribuito un determinato “Livello di Servizio” (*approccio per LOS*).

A questi due approcci individuati da Ferrari et al. (1982) se può aggiungere un terzo, che lega la qualità della circolazione ad alcune misure di affidabilità (*approccio per affidabilità*). Come indicato da Mauro et al. (2013), un sistema è considerato affidabile se è in grado di svolgere i compiti per i quali è stato progettato, e la sua affidabilità è la probabilità che esso svolga adeguatamente tale compito all'interno di un dato intervallo temporale ed in condizioni ambientali specificate.

Nei paragrafi seguenti sono approfondite le tematiche relative a ciascuno degli approcci sopra individuati.

### 7.3.1. L'APPROCCIO PER INDICATORI

Al primo metodo possono essere ascritte le esperienze di Greenshields (1961), Platt (1963), Greenshields & Platt (1964) e Drew (1968) che, come affermato da Ferrari et al. (1982), non hanno avuto significative applicazioni probabilmente per via dell'astrattezza con cui viene definita la qualità della circolazione e di quella che viene descritta come scelta arbitraria delle variabili significative e delle relazioni funzionali tra le stesse. Al fine di fornire all'interno di questa trattazione una panoramica delle metodologie di analisi della qualità del deflusso, si ritiene utile comunque accennare anche alle esperienze sopra richiamate.

Un esempio di indice di qualità del deflusso è rappresentato dal *Quality Index* di Greenshields (1961). Basandosi sul presupposto che il guidatore valuta l'esperienza di guida sull'infrastruttura sulla base della velocità che riesce a tenere sulla stessa e del relativo grado di uniformità, il *QI* viene definito come funzione della velocità e dei cambiamenti di velocità per miglio di lunghezza, secondo la relazione:

$$QI = \frac{KS}{\Delta S \sqrt{f}} \quad (7.6)$$

dove  $K$  è una costante (=1000),  $S$  è la velocità media in miglia per ora,  $\Delta S$  è il valore assoluto della somma delle variazioni di velocità per miglio di lunghezza e  $f$  è il numero delle medesime variazioni di velocità. Come mostrato dalla relazione, il *QI* cresce al crescere della velocità media e decresce all'aumentare delle variazioni di velocità, espresse in termini di numero e consistenza complessiva al fine di riflettere la frustrazione sperimentata dal guidatore per effetto delle stesse.

Platt (1963) propone un indice di livello del servizio di traffico *LSI* (*Level of Traffic Service Index*) che considera ulteriori fattori sperimentati dal guidatore, come il tasso di variazione della velocità, il tasso di controsterzata (che descrive la frequenza nel

cambiamento della direzione di movimento del volante dal senso antiorario al senso orario, o viceversa), il tasso di inversione delle accelerazioni (che descrive la frequenza nel cambiamento da accelerazione a decelerazione, o viceversa) e il tasso di frenata. In considerazione dei fattori di percezione nella guida, l'*LSI* può essere come:

$$LSI = \text{Qualità del flusso} + \frac{\text{Soddisfazione nella guida}}{\text{Sforzo nella guida}} - \text{Fastidio per ritardo}$$

Nella formulazione analitica dell'*LSI*, in considerazione della definizione sopra riportata, Platt impiega, per la descrizione di ciascun fattore, le variabili misurate mediante uno strumento appositamente sviluppato e noto come *drivometer*.

La formulazione dell'indice *LSI* proposta da Platt è la seguente:

$$LSI = C_2 \left[ \frac{S}{(SCR + C_1)(GYR + 0.1)} \right] + C_3 \left[ \frac{S}{SCR[SRR + ARR + 2BAR]} \right] - C_4 \left[ \left( \frac{TT}{RT} \right)^3 - 1 \right] \quad (7.7)$$

dove *S* è la velocità media in miglia orarie, *SCR* è il tasso di variazione della velocità, *GYR* è il tasso giroscopico, *SRR* è il tasso di controsterzata, *ARR* è il tasso di inversione dell'accelerazione, *BAR* è il tasso di applicazione delle frenate, *TT* è il tempo di viaggio, *RT* è il tempo in cui il veicolo è in movimento, e  $C_i$  con  $i=1,2,3,4$  sono costanti.

Alcuni studi di Drew (Drew & Dudek, 1965), (Drew & Keese, 1965) (Drew et al., 1967) mettono in evidenza come gli indici di qualità proposti da Greenshields e da Platt in realtà sono sostanzialmente legati ad una descrizione delle prestazioni medie sull'intero viaggio, o comunque su un tratto di infrastruttura piuttosto lungo. Lo stesso autore, richiamando l'evidenza di come alcune grandezze in questione sono legate alle caratteristiche dell'infrastruttura e queste di solito variano lungo il percorso di viaggio, definisce la necessità di legare qualsiasi parametro quantitativo per la descrizione della qualità a sezioni di infrastruttura brevi e comunque omogenee.

Lo stesso Drew (1965) introduce una nuova grandezza nella definizione dei parametri che identificano la qualità della circolazione, rappresentata dal disturbo di accelerazione o *acceleration noise*. Tale parametro viene definito dall'autore in maniera tale da considerare i tre aspetti base per la valutazione della qualità della circolazione: il guidatore, la strada e le condizioni di traffico.

Su un tratto di strada con bassi volumi di traffico tali da non influenzare la libertà di manovra, il singolo guidatore cerca di viaggiare ad una velocità uniforme e tale da essere ritenuta soddisfacente e confortevole, pur accelerando e decelerando occasionalmente in maniera inconscia. Quando i volumi di traffico crescono fino a condizionare la velocità desiderata, il guidatore è costretto a effettuare cambi di corsia per mantenere la velocità desiderata sorpassando i veicoli più lenti e sperimentando più frequentemente oscillazioni rispetto alla velocità uniforme.



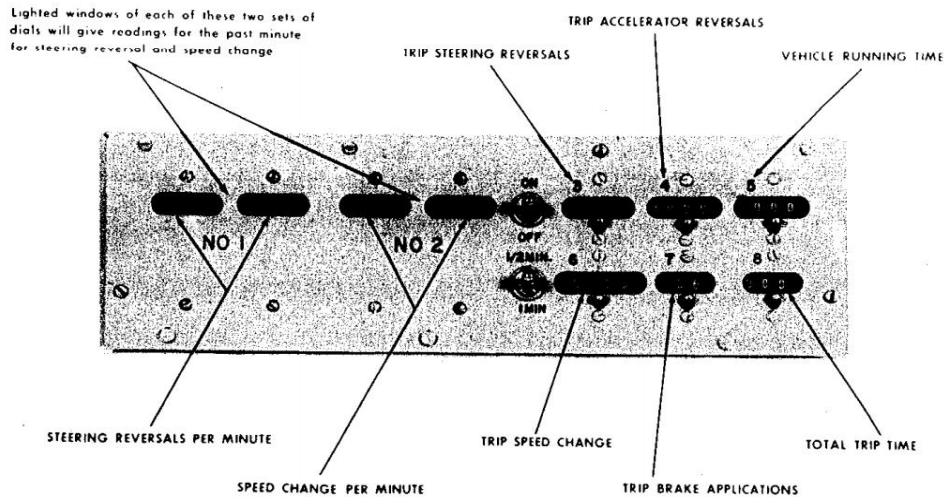


Fig. 7.5: Pannello lettura dati del *drivometer* di Platt (Greenshields & Platt, 1964).

L'accelerazione durante il percorso può essere considerata una variabile con una componente aleatoria che dipende dal tempo, e che risulta distribuita in maniera normale. La fluidità del viaggio può essere descritta considerando quanto le accelerazioni casuali siano disperse rispetto all'accelerazione, e misurata attraverso la deviazione standard delle stesse. Questo valore identifica, quindi, il disturbo di accelerazione e può essere considerato come una misura del disturbo percepito dal guidatore rispetto all'uniformità della velocità desiderata e quindi della fluidità con cui avviene la marcia. I fattori critici che influenzano il disturbo di accelerazione sono identificati da Drew nel guidatore e nel suo comportamento, nell'infrastruttura (che presenta un disturbo di accelerazione connesso alla sua geometria e presente anche in assenza di traffico), e nella congestione (che condiziona i rapporti reciproci tra i veicoli con accodamenti in plotoni, cambi di corsia e sorpassi).

Indicando con  $a(t_i)$  l'accelerazione all'istante  $t_i$  e  $a_{ave}$  il suo valore medio, il disturbo di accelerazione in un intervallo di tempo  $T$  si esprime come:

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [a(t_i) - a_{ave}]^2 dt \tag{7.8}$$

Con alcune semplificazioni e approssimazioni di calcolo, per le quali si rimanda alla pubblicazione originale, il disturbo di accelerazione può essere approssimato con l'equazione:

$$\sigma^2 = \frac{(\Delta v)^2}{T} \sum_{i=0}^T \frac{n^2}{\Delta t_i} - \left[ \frac{(v_T - v_0)}{T} \right]^2 \tag{7.9}$$

dove  $v_0$  e  $v_T$  sono le velocità iniziali e finali e  $n$  è il numero di cambiamenti di velocità pari a 2 miglia orarie in ognuno degli intervalli  $\Delta t_i$  che compongono l'intervallo di tempo complessivo  $T$ .

### 7.3.2. L'APPROCCIO PER LIVELLI DI SERVIZIO

L'approccio per Livelli di Servizio definisce la qualità della circolazione attraverso un vettore formato da un set di parametri, rappresentabile come punto nello spazio degli stessi parametri all'interno del quale possono essere definite alcune zone caratteristiche di particolari condizioni di deflusso.

In questa tipologia di approccio rientrano i metodi di analisi e valutazione contenuti nel più volte citato Highway Capacity Manual, e di cui si darà ampia descrizione nei paragrafi seguenti. Il tratto distintivo di tali metodi è quello di associare la qualità del deflusso ad alcune zone del Diagramma Fondamentale espresso nel piano cartesiano flusso-velocità, come tracciamento della curva  $q(v)$  e del relativo valore della densità individuato in considerazione dell'equazione fondamentale.

Le condizioni di circolazione sono rappresentate rispetto alla nuvola di punti sperimentali nel piano cartesiano flusso-velocità: a ciascuno punto viene associato un Livello di Servizio LOS a seconda della sua posizione rispetto alle 6 zone in cui lo stesso piano può essere suddiviso sulla base di una serie di criteri qualitativi e quantitativi. Nell'edizione del 1965 del manuale il Livello di Servizio viene definito come:

*“Level of service is a term which, broadly interpreted, denotes any one of an infinite number of different combinations of operating conditions that may occur on a given lane or roadway when it is accommodating various traffic volumes. Level of service is a qualitative measure of the effect of a number of factors, which include speed and travel time, traffic interruptions, freedom to maneuver, safety, driving comfort and convenience, and operating cost.”*

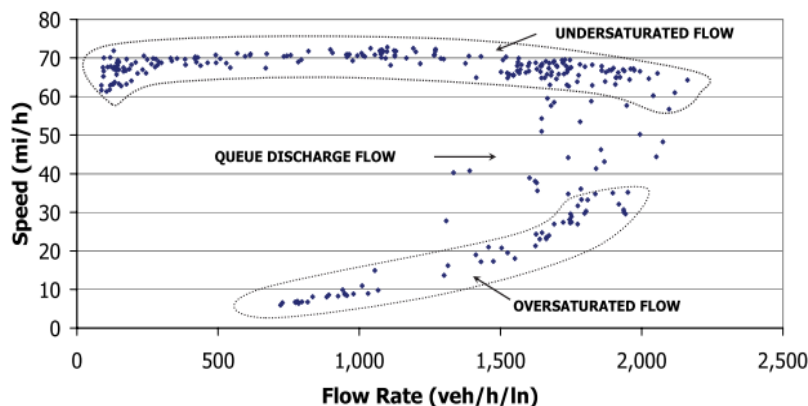


Fig. 7.6: Qualità del deflusso e diagramma flusso velocità (da HCM2010)

Applicando parzialmente la definizione, nella medesima edizione del 1965 le zone identificative di ciascun livello vennero individuate considerando il rapporto tra il flusso e la capacità (massimo flusso atteso sull'infrastruttura) come variabile identificativa, ossia la cosiddetta *Measure of Effectiveness* o MOE. Successivamente Treiterer et al. (1975) proposero un nuovo criterio, che prevedeva l'utilizzo della densità come MOE per la definizione e determinazione del LOS, identificando i seguenti livelli:

- Flusso libero;
- Flusso semilibero;
- Flusso alla capacità;
- Flusso condizionato;
- Flusso disturbato;
- Flusso forzato.

L'assunzione della densità come MOE per il Livello di Servizio introdotta da Treiterer et al. (1975) venne impiegata nelle edizioni successive del manuale in considerazione congiunta con la velocità media spaziale. Sulla base di valori della velocità di flusso libero tipiche vengono definite alcune relazioni tra il flusso e la velocità media; per quest'ultime, in considerazione del valore associato di densità, si individuano delle zone del diagramma caratteristiche di ciascun Livello di Servizio LOS e le si associano alle condizioni operative del traffico definite sulla base di alcuni parametri (caratteristiche dell'infrastruttura, flusso orario, percentuale di veicoli pesanti, abitudini di guida, ecc.).

Rimandando all'approfondimento dei paragrafi 7.4 e 7.5, possiamo qui richiamare come nelle edizioni successive si sia progressivamente cristallizzata la definizione dei sei Livelli di Servizio contraddistinti in modo decrescente, ossia dai livelli migliori a quelli più scarsi, sulla base delle lettere dell'alfabeto dalla A alla F. Per gli stessi, al di là della individuazione sulla base del valore assunto dalla specifica MOE e dalla relativa modalità di calcolo (con numerose variazioni nelle differenti edizioni) si può assumere la seguente descrizione qualitativa:

- LOS A: flusso libero;
- LOS B: flusso stabile su range superiori di velocità;
- LOS C: flusso stabile su range inferiori di velocità;
- LOS D: flusso in condizioni di pre - instabilità;
- LOS E: flusso instabile;
- LOS F: flusso forzato.

Ferrari et al. (1982) mettono in evidenza alcune potenziali lacune e semplificazioni delle metodologie del tipo HCM, che secondo gli autori vanno dall'eterogeneità delle variabili prese in esame (alcune delle quali rappresenterebbero parametri delle condizioni di circolazione, quali la velocità, altri invece ne sarebbero causa, quali il rapporto volume/capacità o la densità), alla non univocità delle stesse nella definizione della qualità del deflusso, alla non chiarezza con cui sono definite le condizioni relative a ciascun Livello di Servizio.

Gli autori propongono essi stessi un metodo che, seguendo il medesimo approccio alla definizione della qualità della circolazione attraverso un vettore rappresentabile nello spazio dei parametri, cerca di porre soluzione a quelle che essi evidenziano come lacune del metodo HCM.

Il punto di partenza del metodo è l'identificazione di un set di parametri misurabili e presumibilmente legati alla qualità del deflusso, che nel caso di un'infrastruttura a doppia carreggiata e doppia corsia sono in misura di 15, e la loro successiva elaborazione mediante Analisi delle Componenti Principali per renderli rappresentabili in uno spazio a dimensioni ridotte.

In questo modo vengono identificate tre componenti principali capaci di riassumere completamente ed efficacemente le condizioni descritte dall'intero vettore, e rappresentabili in uno spazio tridimensionale. In tale spazio, e in considerazione della nuvola di punti secondo le componenti principali, possono essere identificate 4 zone caratteristiche associabili ad altrettanti livelli prestazionali del servizio.

Le zone identificative dei livelli di qualità della circolazione sono indicate come deflusso libero, deflusso stabile, deflusso instabile e deflusso forzato e sono a loro volta esprimibili come combinazione lineare delle componenti del vettore di partenza. La qualità della circolazione è sintetizzata dalla prima componente principale, che contribuisce in massima parte alla spiegazione dei dati, mentre le altre due componenti sono legate rispettivamente alla sicurezza e all'instabilità del deflusso.

La prima componente principale, indicativa della qualità, mostra un'elevata correlazione con alcuni valori caratteristici del traffico, quali il flusso e la percentuale di veicoli pesanti, e pertanto gli autori ne definiscono, mediante regressione, la relazione utile per finalità pratiche nella progettazione o verifica di infrastrutture stradali.

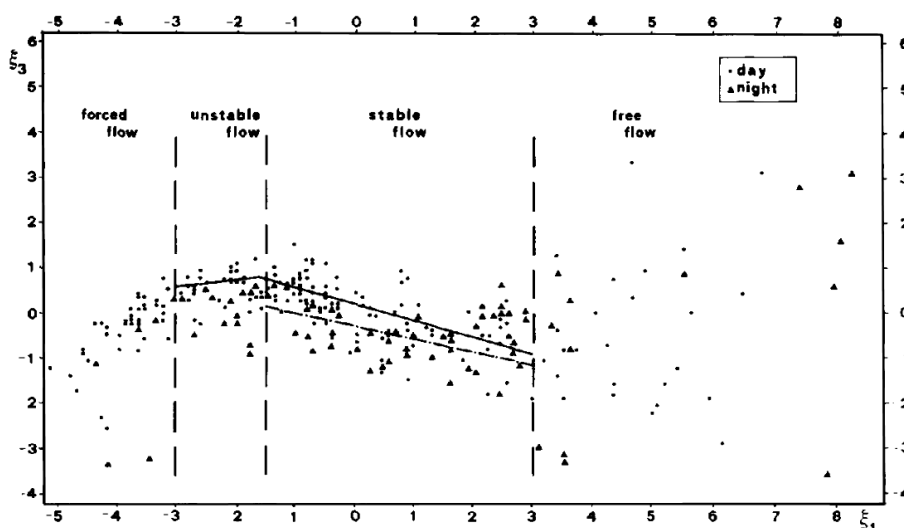


Fig. 7.7: Relazione tra la prima e la terza componente principale (da Ferrari et al., 1982)

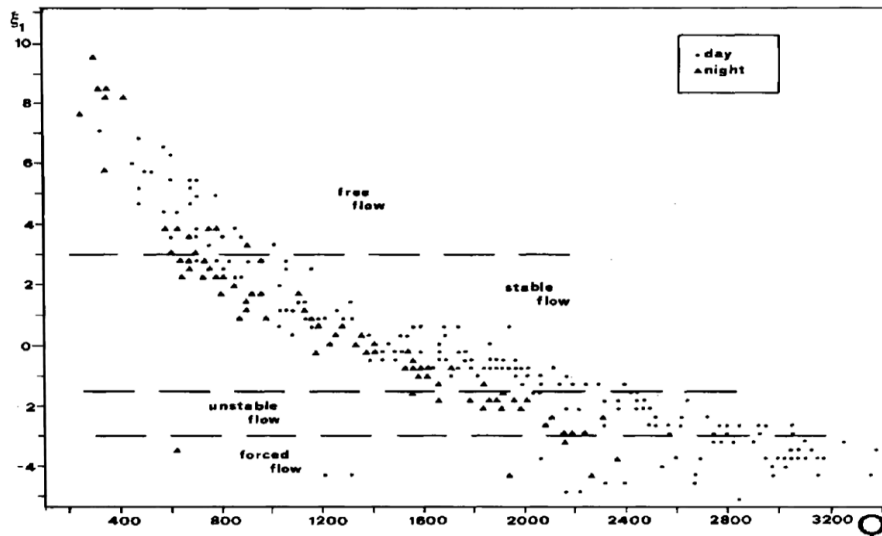


Fig. 7.8: Relazione tra la prima componente principale e il flusso (da Ferrari et al., 1982)

### 7.3.3. L'APPROCCIO PER AFFIDABILITÀ

Come già richiamato, l'affidabilità di un sistema è la probabilità che esso sia in grado di svolgere adeguatamente i compiti che gli sono propri all'interno di un dato intervallo temporale ed in condizioni ambientali specificate. In tali termini il grado di affidabilità assicurato da un sistema può essere associato al grado di qualità del servizio da esso assicurato. Queste considerazioni, valide in generale, possono essere fatte anche a proposito di un sistema di trasporto e, nello specifico, nel caso di una porzione di infrastruttura autostradale.

L'affidabilità di un'infrastruttura stradale a flusso ininterrotto può essere valutata considerando l'affidabilità dei parametri del deflusso lungo le corsie del tratto in esame, utilizzando un approccio stocastico che prenda in esame tali grandezze e il loro legame con la congestione e la qualità del servizio in termini probabilistici.

Chen et al. (2003) individuano l'affidabilità del tempo di viaggio come misura rappresentativa dell'affidabilità, e quindi della qualità, del servizio lungo un tratto autostradale base. L'affidabilità viene misurata attraverso la variabilità del tempo di viaggio mediante l'analisi del tempo medio, della varianza e dei percentili dello stesso, che consentono di rappresentarne la distribuzione probabilistica. Gli autori mettono in evidenza come la variabilità del tempo di viaggio sia un elemento chiave nel valutare l'affidabilità del trasporto autostradale in quanto è tenendo conto di essa che vengono valutati i costi generalizzati di spostamento, comprensivi dei probabili ritardi. Il 90° percentile viene quindi individuato come una buona misura di affidabilità, in quanto esprime l'incertezza del tempo di viaggio.

Sempre in questa direzione, Uno et al. (2002) propongono l'analisi dell'affidabilità del tempo di viaggio, attraverso la stima della distribuzione di probabilità sulla base di veicoli prova, come elemento per definire la qualità del servizio. Essi propongono l'attribuzione di un livello di servizio sulla base del valore medio e del coefficiente di variazione (COV) del tempo di viaggio per km di distanza.

Mauro et al. (2015) mettono in evidenza come l'affidabilità di un tratto autostradale possa essere valutata in termini di affidabilità nella gestione del flusso di traffico, e come quest'ultima implichi:

- l'analisi probabilistica e previsionale dei *breakdown* del deflusso;
- l'analisi probabilistica e previsionale dell'instabilità del deflusso.

Per quanto riguarda il primo approccio, nel paragrafo 7.2 si sono già affrontate le questioni dell'analisi probabilistica della capacità di una sezione autostradale attraverso l'analisi dei fenomeni di *breakdown* del deflusso, che consentono di caratterizzare la capacità come una variabile aleatoria (Brilon et al., 2005, 2007) (Geistefeldt, 2011). La distribuzione probabilistica della capacità può essere legata all'affidabilità del flusso in una sezione, in quanto esprime la probabilità che in corrispondenza di un certo flusso si raggiunga il valore della stessa capacità e quindi il *breakdown* del flusso; il complemento ad uno della medesima distribuzione può rappresentare la probabilità che il traffico non subisca interruzioni e *breakdown*, rappresentando quindi una misura di affidabilità (Mauro et al., 2013).

Per quanto riguarda il secondo approccio, l'utilizzo dell'analisi della stabilità/instabilità del flusso comporta che l'affidabilità del deflusso, e quindi la qualità del servizio, sia analizzata basandosi direttamente sulle osservazioni del processo stocastico delle velocità. Da questo punto di vista Ferrari (1988) esprime il concetto di affidabilità come probabilità che, all'interno di un certo periodo, non occorran cadute di velocità che possano ritenersi pericolose per il funzionamento del sistema e che comportino l'instabilità del flusso, con un aumento della densità e il progredire verso situazioni di congestione crescente e di blocco. L'autore definisce la struttura di un modello per il processo delle velocità, esplicitando le relazioni esistenti tra i parametri del modello e la densità e proponendo una procedura di simulazione per valutare l'affidabilità  $\phi$  di una corsia percorsa da un flusso  $q$  per un periodo  $T$ . L'autore propone, inoltre, un metodo per il calcolo *real time* dell'affidabilità  $\phi$ , basato sulle osservazioni delle velocità e dei distanziamenti temporali tra i veicoli sulle autostrade A12 in Olanda e A14 in Italia.

In Mauro et al. (2013) l'affidabilità del flusso di traffico in un intervallo  $T$  è espressa in termini di probabilità condizionata che, durante tale intervallo, non si manifestino livelli decrescenti nel processo stocastico delle velocità. Riprendendo la formulazione di Ferrari (1988), gli autori basano le valutazioni dell'affidabilità sull'analisi dell'instabilità del flusso e analizzano le osservazioni real-time del processo stocastico delle velocità su alcune sezioni dell'autostrada A22 del Brennero, ottenendone una valutazione della probabilità di instabilità. Gli autori, sulla base di una procedura simulativa, individuano inoltre la relazione tra l'affidabilità del deflusso e il flusso orario sulla corsia più veloce,

individuata come la prima su cui si manifesta instabilità, come mostrato nel grafico seguente.

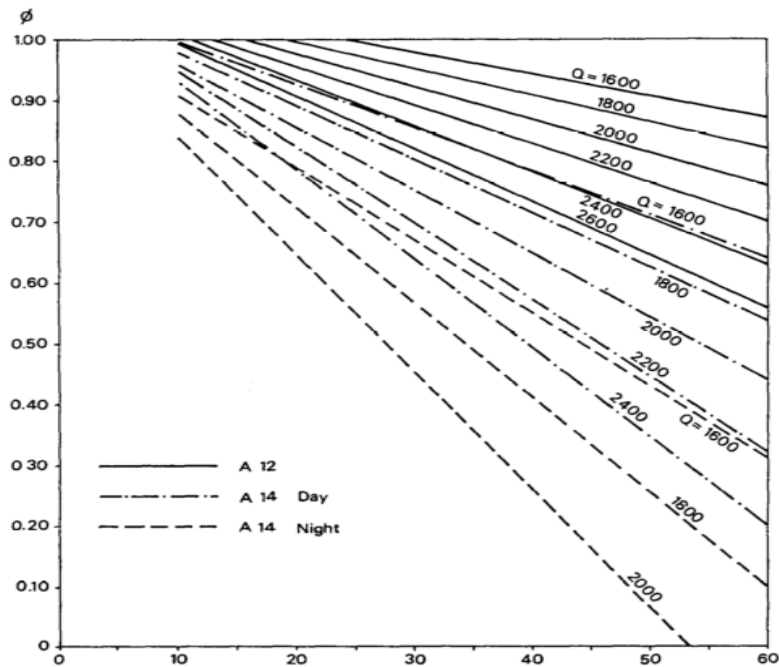


Fig. 7.9: Relazione tra affidabilità  $\phi$ , flusso  $q$  e intervallo  $t$  (da Ferrari, 1988)

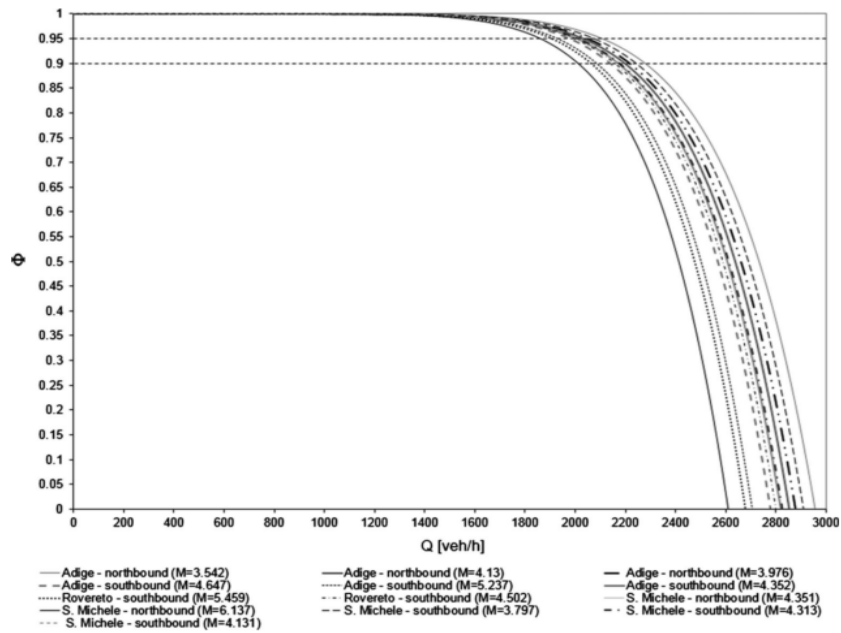


Fig. 7.10: Relazione tra affidabilità  $\phi$  e flusso  $q$  orario (da Mauro et al., 2014)

#### 7.3.4. APPLICAZIONE E DIFFUSIONE DEGLI APPROCCI

Si può indubbiamente sottolineare come nel corso degli anni l'approccio per Livelli di Servizio abbia avuto sicuramente una diffusione maggiore come metodo per definire la qualità della circolazione. I diversi indici numerici proposti da Greenshields, da Platt e da Drew, infatti, non hanno avuto una diffusione ed una applicazione pratica paragonabile a quella che ha caratterizzato i Livelli di Servizio e la loro definizione ed identificazione a partire dall'analisi dei diagrammi bidimensionali. D'altra parte la stessa considerazione può essere fatta per le tecniche probabilistiche che prendono in considerazione l'analisi dei fenomeni di *breakdown* e l'affidabilità del deflusso.

Nell'ambito dell'approccio per Livelli di Servizio, inoltre, le metodologie HCM hanno avuto estesa applicazione in molti paesi. Il Manuale ha avuto negli anni diverse edizioni, arricchendosi di metodologie per la valutazione del deflusso ininterrotto (autostrade) o interrotto (arterie urbane, intersezioni, ecc.) e per la valutazione di altre componenti della mobilità in aggiunta a quella veicolare (trasporti pubblici, pedoni, biciclette, sistemi multimodali, ecc). Le diverse edizioni sono diventate, quindi, il riferimento per la normativa e la pratica professionale sull'intero panorama internazionale, offrendo una serie di tabelle e valori direttamente applicabili ai casi reali e dipendenti da un numero contenuto di parametri facilmente individuabili e stimabili.

Come evidenziato da Roess & Prassas. (2014) negli anni i LOS individuati con le lettere da A ad F, al di là delle diverse edizioni e delle relative procedure di calcolo, sono diventati un vero e proprio standard anche a livello di linguaggio tra gli ingegneri e i tecnici del traffico in tutto il mondo. La sinteticità delle procedure e la versatilità nell'applicazione ha favorito, pertanto, l'estrema diffusione delle metodologie HCM, anche a scapito di punti di vista più rigorosi e strutturati, ma con un livello di trasferibilità minore.

Nei paragrafi e nei capitoli seguenti, pertanto, tale approccio sarà approfondito in relazione ai diversi aspetti che riguardano la definizione del concetto di Livello di Servizio, con particolare riguardo alle infrastrutture autostradali ed alle relazioni con il Diagramma Fondamentale del traffico.

#### 7.4. IL DIAGRAMMA FONDAMENTALE E L'INDIVIDUAZIONE DEI LIVELLI DI SERVIZIO

Le caratteristiche fondamentali del traffico sono espresse, come più volte richiamato, dalla velocità, dalla densità e dal flusso, ed il Diagramma Fondamentale ne evidenzia il legame esistente sotto le ipotesi di stazionarietà e di omogeneità del deflusso su un segmento di infrastruttura, anche esso omogeneo per caratteristiche geometriche e funzionali. Il Diagramma che si ottiene come stima sull'intera nuvola di punti



sperimentata direttamente sul campo nelle condizioni di normale deflusso, con le accortezze messe in evidenza nei capitoli precedenti per limitare le deviazioni rispetto alle ipotesi di base (localizzazione della sezione, aggregazione temporale dei dati, omogeneizzazione dei veicoli) consente di rappresentare in maniera sintetica gli stati del deflusso nella sezione in esame, in dipendenza dalle caratteristiche della sezione e del segmento e dalle condizioni operative del traffico.

Come evidenziato al paragrafo 7.3, pur essendo riscontrabili nella letteratura altri approcci alla definizione della qualità della circolazione con le relative metodologie per il calcolo, il Diagramma Fondamentale rimane il riferimento più diffuso ed utilizzato per valutare la qualità del deflusso di un segmento base autostradale, nelle condizioni operative in cui questo avviene.

L'attribuzione del Livello di Servizio ad una data situazione viene effettuata sulla base di una determinata *Misure of Effectiveness* o MOE, ossia una grandezza rappresentativa dello stato operativo del deflusso, e al suo collegamento con le sei classi già evidenziate. In termini generali, quindi, individuata la MOE e definiti per essa degli intervalli e le funzioni di corrispondenza che la legano a ciascun livello, l'analisi dei valori assunti dalla MOE nelle condizioni operative consente di attribuirne il LOS appropriato.

Nel caso di interesse, che riguarda i segmenti base autostradali, anche in termini di MOE gli approcci hanno visto nel tempo diverse ipotesi che hanno alternativamente privilegiato la velocità o il rapporto flusso su capacità, fino a focalizzare la densità come variabile sinteticamente più rappresentativa della percezione delle congestioni e della qualità della circolazione.

Al di là della definizione della MOE, il tema della definizione degli intervalli o delle funzioni di corrispondenza tra MOE e LOS è un argomento dibattuto nella letteratura e nella pratica professionale. Se nel corso degli anni, infatti, l'approccio è stato variamente criticato per l'arbitrarietà dell'individuazione delle zone di funzionamento all'interno del Diagramma Fondamentale, diversi autori hanno richiamato l'utilità intrinseca del Diagramma nella descrizione della qualità della circolazione, cercando i termini in cui possono essere individuate al suo interno le aree rappresentative di ciascun Livello di Servizio.

#### 7.4.1. L'INDIVIDUAZIONE SECONDO L'ANALOGIA DI DREW

Drew (Drew & Dudek, 1965) (Drew & Keese, 1965) (Drew et al., 1967) affronta il problema dell'approccio teorico alla definizione dei Livelli di Servizio, partendo dalla considerazione che se da un lato si possono definire i Livelli sulla base dell'andamento teorico o sperimentale del Diagramma Fondamentale, dall'altro non si può negare che gli stessi siano caratterizzati da una serie di fattori che non possono essere direttamente

espressi o immediatamente legati a tale andamento, e che è necessario che vengano approfonditi adeguatamente.

Drew affronta il problema proponendo l'analogia *Momentum – Energy* o Quantità di Moto – Energia, nell'ipotesi di considerare il traffico in movimento come il flusso unidimensionale di un fluido parzialmente comprimibile di densità  $k$  alla velocità  $v$ . Su tale base, egli propone le corrispondenze riportate in tabella seguente tra i due sistemi in analogia, ossia il sistema idrodinamico e quello del flusso di traffico.

Sistemi/Grandezze	Sistema Idrodinamico	Sistema di Traffico
<b>Variabile</b>	Densità di massa	Densità veicolare
	$\rho$	$k$
	Velocità	Velocità
	$v$	$v$
<b>Parametri</b>	Quantità di Moto	Flusso
	$\rho v$	$q = kv$
	Velocità onda d'urto	Velocità onda d'urto
	$U$	$U$
	Energia cinetica	Energia cinetica
	$\rho v^2 / 2$	$\alpha k v^2$
	Energia interna	Disturbo d'accelerazione
$\varepsilon$	$\sigma$	

**Tab.7.2: Corrispondenza tra sistemi nell'analogia idrodinamica (Drew & Keese, 1965)**

Assumendo che l'energia del flusso di traffico si conservi, Drew (1955) stabilisce la relazione tra energia totale del flusso, energia cinetica ed energia interna:

$$T = E + I = \alpha k v^2 + \sigma \quad (7.10)$$

ove  $k$  e  $v$  rappresentano la densità e la velocità del flusso,  $\sigma$  è il già richiamato disturbo di accelerazione (paragrafo 7.3.1) e  $\alpha$  rappresenta una costante.

La relazione indica che nella corrente di traffico si assiste ad una conversione di energia, come passaggio da una forma meccanica esprimibile come energia cinetica ad una forma

interna. In altri termini, per via delle forze di frizione interne alla corrente veicolare, si assiste ad una conversione di energia da una forma desiderata, che corrisponde al moto ed è espressa dall'energia cinetica  $kv^2$ , ad una forma indesiderata, che corrisponde alla disomogeneità nella marcia ed espressa dal disturbo di accelerazione  $\sigma$ .

Considerando come ottimo rappresentativo della qualità della circolazione la massimizzazione dell'energia cinetica, e quindi della sua espressione in moto, e la minimizzazione dell'energia interna, e quindi della sua espressione come disturbo di accelerazione, si ricercano i valori di  $k$  e di  $v$  che rendono  $E$  massimo:

$$\frac{dE}{dk} = 0 \quad \frac{dE}{dv} = 0 \quad (7.11)$$

Considerando l'espressione di  $v=v(k)$  di Greenshields:

$$v_s = v_f \left( 1 - \frac{k}{k_j} \right) \quad (7.12)$$

risulta

$$\frac{dE}{dk} = \frac{d \left( \beta v_f^2 k \left( 1 - 2 \left( \frac{k}{k_j} \right) + \left( \frac{k}{k_j} \right)^2 \right) \right)}{dk} = \frac{\beta v_f^2 (k_j - 3k)(k_j - k)}{k_j^2} = 0 \quad (7.13)$$

$$\frac{dE}{dv} = \frac{d \left( \beta k_j v^2 \left( 1 - \left( \frac{v}{v_f} \right) \right) \right)}{dv} = \frac{\beta k_j v (2v_f - 3v)}{v_f} = 0 \quad (7.14)$$

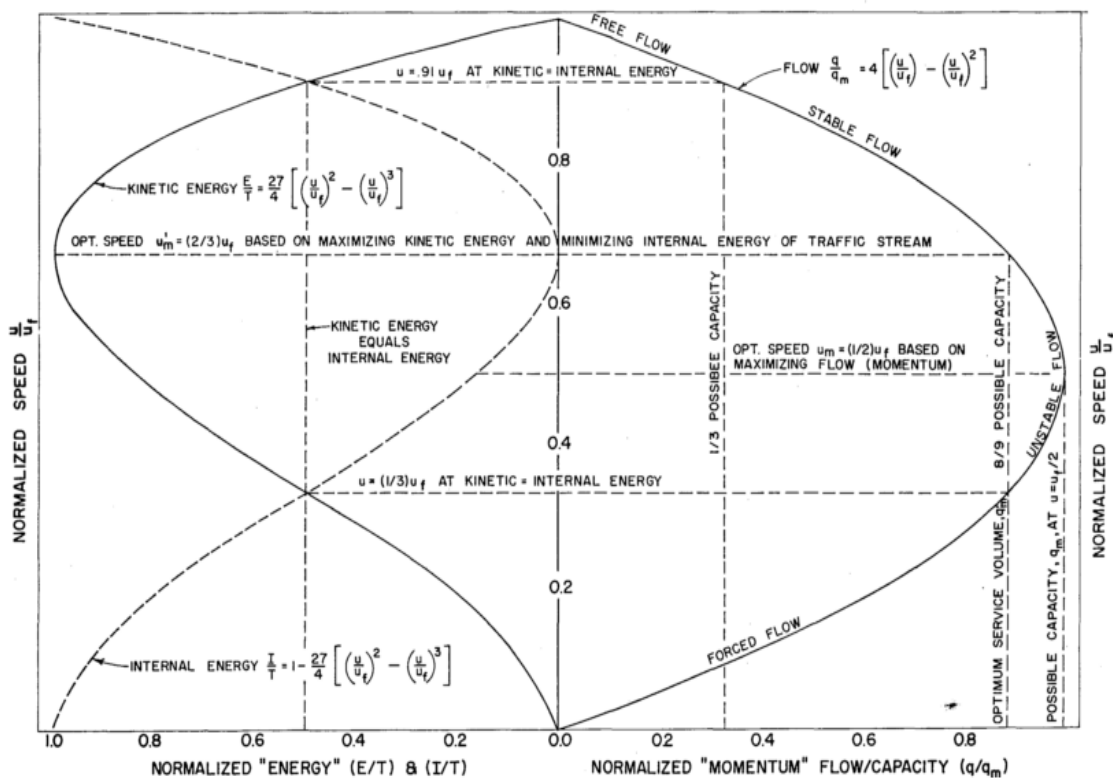
I valori del massimo di  $E$  si ottengono risolvendo le derivate sopra riportate e ottenendo, nel caso di un Diagramma Fondamentale nella forma di Greenshields:

$$k_{E_{max}} = \frac{1}{3} k_j \quad (7.15)$$

$$v_{E_{max}} = \frac{2}{3} v_f \quad (7.16)$$

$$q_{E_{max}} = \frac{2}{9} k_j v_f \tag{7.17}$$

$$\frac{q_{E_{max}}}{q_c} = \frac{8}{9} \tag{7.18}$$



**Fig. 7.11: Diagramma Fondamentale e Diagramma dell'Energia Totale (da Drew & Dudek, 1965)**

Gli andamenti di  $E$  ed  $I$  possono essere rappresentati, in virtù dei legami sopra richiamati, in maniera coordinata con il Diagramma Fondamentale, come riportato nella figura precedente elaborata direttamente da Drew nella sua pubblicazione del 1965.

L'andamento dell'energia cinetica suggerisce che, raggiunto il suo massimo in corrispondenza della definita tripletta di valori  $(q_{E_{max}}; v_{E_{max}}; k_{E_{max}})$ , un aumento anche minimo di flusso genera un forte decremento nell'energia cinetica e un aumento in quella

interna, esprimibile come disturbo di accelerazione. Il massimo dell'energia cinetica può essere assunto, quindi come delimitazione tra il flusso stabile e quello instabile.

Dovendo essere rispettata la conservazione dell'energia totale  $T$ , all'andamento della curva  $E$  si accompagna un andamento simmetrico della curva  $I$ , tale che le due curve si intersechino reciprocamente in due punti, in corrispondenza di altrettanti due triplette nel Diagramma Fondamentale. Drew individua tali triplette come rappresentative del limite di separazione tra il flusso libero ed il flusso stabile e tra quello stabile e quello forzato.

Nella tabella seguente sono individuati i valori numerici dei limiti dei 7 Livelli di Servizio così come riportati da Drew & Dudek (1965) in considerazione di un Diagramma Fondamentale espresso nella forma di Greenshields.

Level of Service Zone	Zone Limits Upper Lower (See Figure 22)		Description
Free Flow - A	$u_f$	$.91u_f, .35q_m$	Speeds controlled by driver desires and physical roadway conditions. This is the type of service expected in rural locations.
	B	$.91u_f, .35q_m$	Speed primarily a function of traffic density.
Stable Flow	C	$.83u_f, .55q_m$	The conditions in this zone are acceptable for freeways in suburban locations.
	D	$.75u_f, .75q_m$	The conditions in this zone are acceptable for urban design practice. The lower limit $u'_m$ , $q'_m$ represents the critical level of service.
Unstable Flow	E <sub>1</sub>	$u'_m, q'_m$	A small increase in demand (flow is accompanied by a large decrease in speed leading to high densities and internal friction.
	E <sub>2</sub>	$u_m, q_m$	This type of high density operation can not persist and leads inevitably to congestion.
Forced Flow	F	$.33u_f, q'_m$	Flows are below capacity and storage areas consisting of queues of vehicles form. Normal operation is not achieved until the storage queue is dissipated.

**Fig. 7.12: Delimitazione dei Livelli di Servizio con DF di Greenshields (da Drew & Dudek, 1965)**

Nella figura seguente è rappresentata la suddivisione dei 7 Livelli di Servizio secondo l'analogia di Drew, con la rappresentazione del Diagramma Fondamentale e dei Diagrammi dell'Energia (cinetica  $E$  ed interna  $I$ ) e con la suddivisione dei LOS secondo i punti notevoli sopra richiamati.

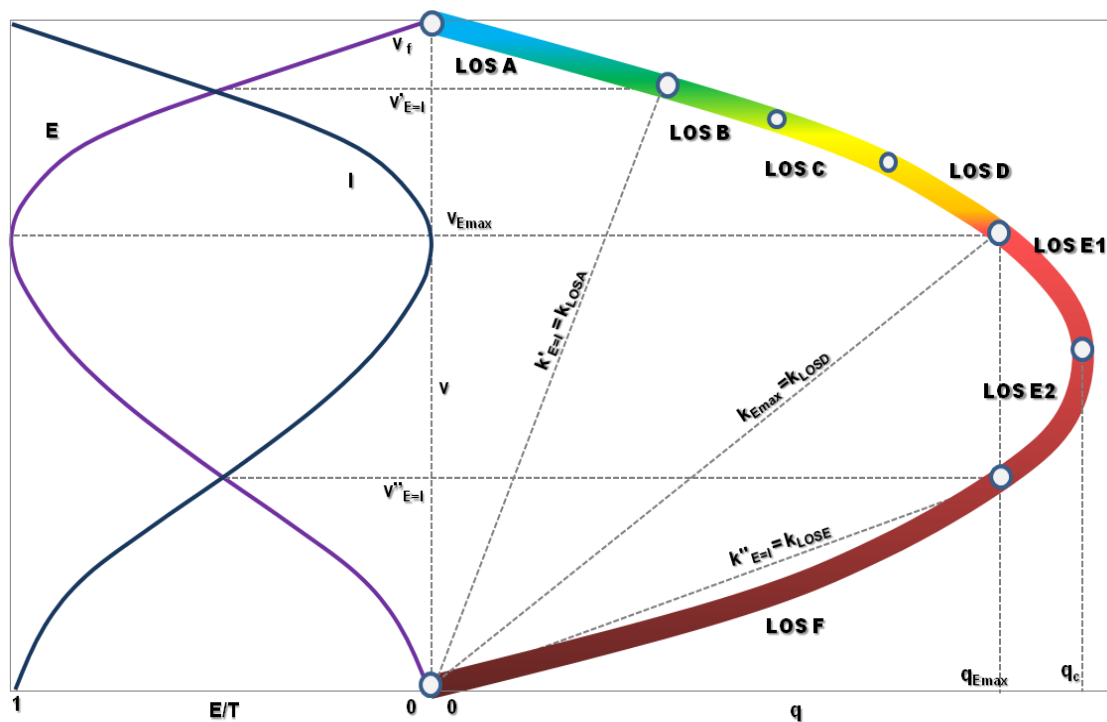


Fig. 7.13: Definizione dei Livelli di Servizio nell'analogia idrodinamica di Drew

Si può notare come nel modello dell'analogia energetica il punto di massimo dell'energia interna individui la separazione tra i livelli D (stabile) ed E (instabile). Posta la separazione del flusso libero individuata dal LOS A, come punto in cui le energie  $I$  ed  $E$  si eguagliano con il valore di velocità più elevato tra i due possibili, all'interno dei regimi stabili non c'è una distinzione teorica tra Livelli: i Livelli B, C e D vengono individuati, infatti, solo a livello pratico.

Si nota, inoltre, come il limite tra il flusso instabile e congestionato sia posto oltre la soglia della capacità, delimitato com'è dal punto in cui, nel regime congestionato, le due energie  $I$  ed  $E$  si eguagliano in corrispondenza del minore valore delle velocità tra i due possibili. Tale punto individua, pertanto la separazione tra il flusso E ed il flusso F. Le variabili caratteristiche alla capacità consentono, inoltre, di definire la suddivisione in due settori del livello E, rispettivamente  $E_1$  ed  $E_2$  a cavallo della stessa soglia critica.

In chiusura di questo paragrafo si può richiamare come l'utilizzo del disturbo di accelerazione come misura quantitativa dei Livelli di Servizio sia ripreso anche da Croft et al. (1985), che ne dimostrano anche il legame con le variabili macroscopiche flusso, velocità e densità rispettivamente esponenziale, lineare e quadratico.

7.4.2. L'INDIVIDUAZIONE SECONDO L'ANALOGIA DI BRILON

La ricerca di basi oggettive nella definizione dei livelli di servizio ha interessato anche Brilon (2000), il quale propone come base di approccio una analogia tra il flusso di traffico e i sistemi meccanici secondo le corrispondenze riportate in tabella seguente.

Sistema Meccanico			Sistema di Traffico					
			Singolo veicolo			Insieme di veicoli in un segmento di infrastruttura		
Parametro	Simbolo	Unità di misura	Parametro	Simbolo	Unità di misura	Parametro	Simbolo	Unità di misura
Forza	$P$	[N]	Veicolo	$veh$	[veh]	M	$M$	[veh]
Distanza	$S$	[m]	Distanza	$S$	[m]	Lunghezza	$S$	[km]
Tempo	$t$	[s]	Tempo	$t$	[s]	Intervallo	$T$	[h]
Velocità	$v$	[m/s]	Velocità	$v$	[m/s]	Velocità	$v$	[km/h]
Lavoro	$W=P*S$	[N*m]	Lavoro	$W=veh*S$	[veh*m]	Lavoro di Traffico	$W=M*S$	[veh*km]
Potenza	$E=W/t$	[N*m/s]	Potenza	$E=W/t$	[veh*m/s]	Efficienza	$E=W/T$	[veh*km/h]

**Tab. 7.3: Corrispondenza tra sistemi nell'analogia meccanica (Brilon, 2000)**

Brilon identifica come soglia utile per distinguere tra il flusso stabile e il flusso instabile i valori nel diagramma fondamentale in corrispondenza dei quali si raggiunge il massimo dell'efficienza di traffico  $E$ . Tale situazione del deflusso esprime, infatti, la massima potenza esprimibile dallo stesso, ossia il massimo lavoro di traffico in termini di veicoli\*km che può essere ottenuto dalla corrente di flusso.

Essendo

$$E = \frac{W}{T} = \frac{(M * S)}{T} = \frac{(q * T) * (v * T)}{T} = qvT \tag{7.19}$$

Nell'unità di tempo (ora), la potenza o efficienza  $E$  vale:

$$E = qv \tag{7.20}$$

Considerando l'espressione di  $v=v(k)$  secondo il modello di Greenshields, risulta che l'efficienza  $E$  ha derivata nulla in corrispondenza di

$$\frac{dE}{dk} = \frac{d\left(k\left(v_f\left(1 - \frac{k}{k_j}\right)\right)^2\right)}{dk} = \frac{v_f^2(k_j - 3k)(k_j - k)}{k_j^2} = 0 \quad (7.21)$$

$$\frac{dE}{dv} = \frac{d\left(k_j v^2 \left(1 - \left(\frac{v}{v_f}\right)\right)\right)}{dv} = \frac{\beta_j v (2v_f - 3v)}{v_f} = 0 \quad (7.22)$$

I valori del massimo dell'efficienza  $E$  si determinano come radici delle derivate sopra riportate ottenendo, nel caso di un Diagramma Fondamentale nella forma di Greenshields, il medesimo valore ricavato da Drew come massimo dell'energia interna.

Nella figura seguente è rappresentata l'individuazione del limite tra il flusso stabile ed instabile secondo l'analogia di Brilon, con la rappresentazione del Diagramma Fondamentale e del Diagramma dell'Efficienza.

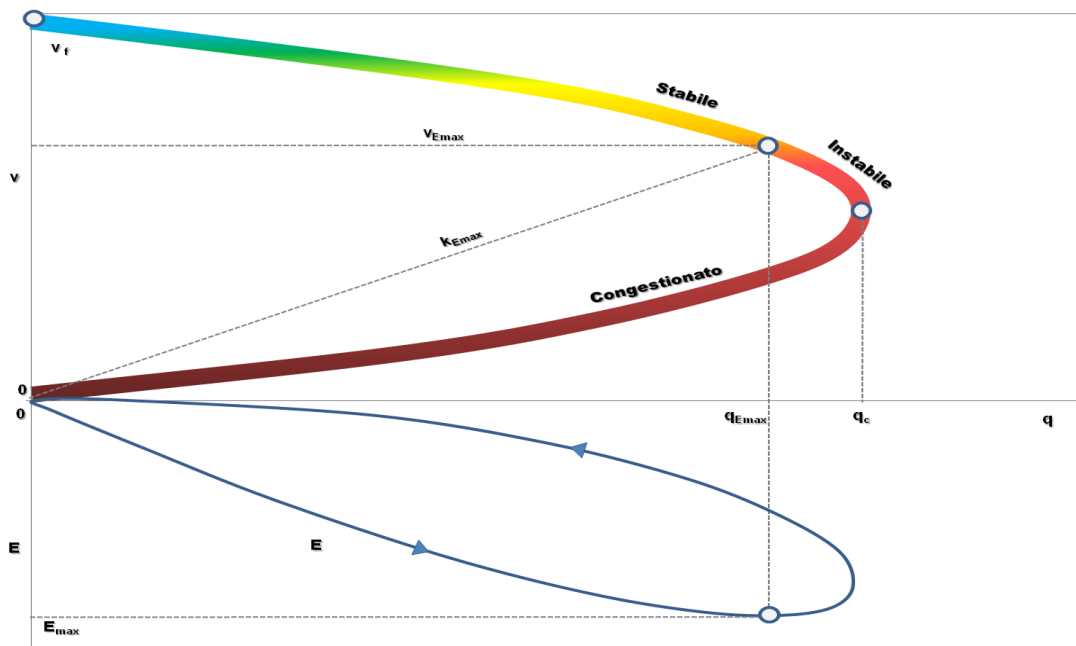


Fig. 7.14: Definizione dei Livelli di Servizio nell'analogia meccanica di Brilon

Brilon evidenzia l'utilità di considerare come punto notevole nel Diagramma Fondamentale il massimo dell'efficienza, soprattutto nel caso di tratte autostradali. In questo caso, infatti, pur essendo possibile raggiungere un valore superiore del flusso che



rende massima l'efficienza, quest'ultimo rappresenta il massimo introito ottenibile in termini di pedaggio dal concessionario dell'infrastruttura. Tale punto rappresenta un limite da tenere sotto controllo in quanto valori più elevati in termini di flusso e di densità, ancorché possibili evidenziano situazioni in cui l'infrastruttura si trova a lavorare al di sotto del massimo delle sue prestazioni, intese come massimo delle percorrenze (veicoli\*km) gestibili.

Oltre all'individuazione del limite di separazione tra il flusso stabile ed instabile (che rispetto alla scala a sei valori A-F rappresenterebbe il limite tra il Livello D ed il Livello E), Brilon considera in aggiunta solo la separazione tra il flusso instabile e quello congestionato dettata dalla capacità. Nessuna considerazione viene effettuata sulla suddivisione nell'ambito del flusso stabile.

#### 7.4.3. I LIVELLI DI SERVIZIO AUTOSTRADALI SECONDO I CRITERI HCM

La prima edizione dell'Highway Capacity Manual viene pubblicata nel 1950, con l'obiettivo di provvedere alla definizione di alcune metodologie standardizzate per la stima della capacità di deflusso di varie infrastrutture stradali. Come anticipato, la pubblicazione avviene a cura del *Committee on Highway Capacity*, istituito in seno all'*Highway Research Board* statunitense nel 1944, in seguito alla progressiva definizione della rete autostradale e alla necessità di dotarsi di un insieme comune di metodi per la progettazione e l'analisi della funzionalità delle infrastrutture in costruzione. Come già evidenziato al paragrafo 7.2, in questa edizione il *Committee* delinea la definizione formale di capacità, concretizzata in tre livelli: la capacità di base, la capacità possibile e la capacità pratica. Tali concetti rappresentano il primo tentativo di provvedere ad una sistematizzazione del concetto di qualità del deflusso.

Nelle definizioni proposte dalla prima edizione dell'HCM, la capacità di base rappresenta il massimo volume orario che può essere servito da una infrastruttura in condizioni ideali. Con il concetto di capacità possibile, invece, s'intende il massimo volume orario che può essere servito in considerazione delle reali condizioni dell'infrastruttura e del traffico, mentre la capacità pratica rappresenta il massimo volume che può essere servito nelle condizioni momentanee di traffico senza che si attivino fenomeni di instabilità del flusso, restrizioni alla libertà di manovra e conseguenti ritardi.

Dopo la pubblicazione della prima edizione, il *Committee* avvia le attività di aggiornamento preparando una nuova edizione e attivando uno specifico nucleo di studio per la definizione del concetto di Livello di Servizio, nell'intenzione di dettagliare in maniera più strutturata i massimi volumi di traffico che possono essere serviti da una data infrastruttura, assicurando definite performance operative. Con la pubblicazione dell'edizione 1965 dell'HCM le tre definizioni di capacità vengono unificate in un'unica definizione, intendendo con capacità il massimo numero di veicoli che si possono ragionevolmente attendere in transito su una corsia o sulla carreggiata di una

infrastruttura durante un determinato intervallo temporale e in corrispondenza delle condizioni di traffico e dell'infrastruttura presenti al momento. Tale definizione restituisce, in effetti, un concetto molto simile a quello della capacità possibile della precedente edizione del Manuale.

Con la seconda edizione viene, quindi, approfondito lo studio delle infrastrutture a flusso ininterrotto, introducendo nel Manuale alcune curve flusso – velocità come espressione del Diagramma Fondamentale per segmenti autostradali. Pur essendo state condotte una serie di analisi di regressione di dati sperimentali, l'edizione propone curve velocità-flusso interamente costruite sulla base di una serie di giudizi e criteri generali ad opera del *Committee*, senza una esplicitazione nel materiale pubblicato del legame esistente con i risultati sperimentali e senza indicazione delle relative equazioni.

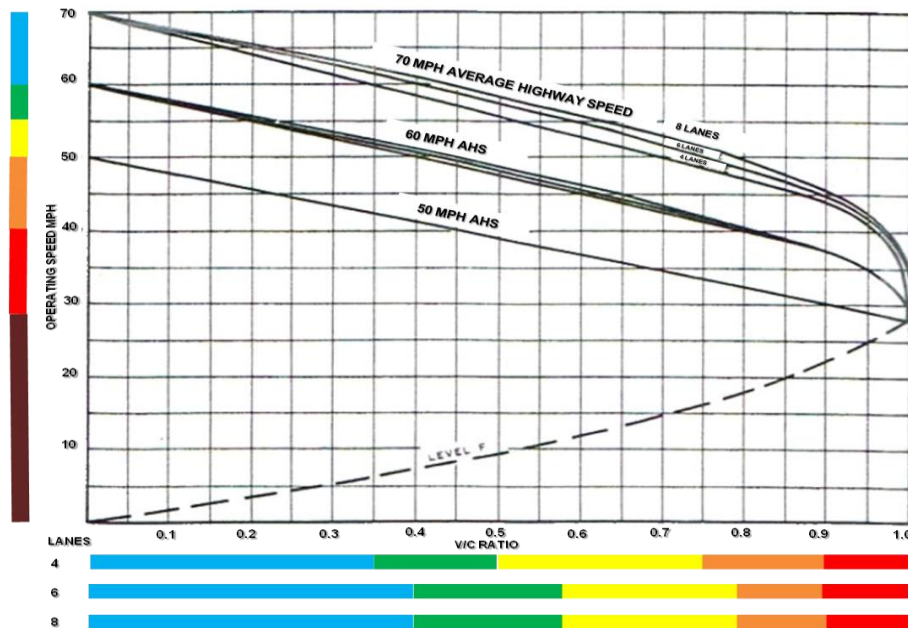
Nel caso dei segmenti autostradali, vengono individuate curve diverse in corrispondenza di differenti valori della velocità media con differenti valori di capacità: 1900 veicoli per ora e per corsia per la curva con velocità media di 50 mi/h e 2000 veicoli per ora e per corsia per le curve con velocità media di 60 e 70 mi/h. Tali curve prendono in esame valori di flusso orario e relative velocità operative, intese come i massimi valori della velocità che un guidatore può ragionevolmente scegliere per una data situazione, coincidenti con alti percentili (85%-90%) della distribuzione delle velocità.

Nella seconda edizione fanno la loro comparsa i 6 Livelli di Servizio, con l'intenzione di provvedere all'introduzione di una scala qualitativa di gradi di qualità del deflusso del traffico funzionali ad interpretare le varie e diversificate condizioni operative di un'infrastruttura che si trova a gestire differenti volumi di traffico. La struttura a 6 livelli viene inizialmente formulata dal *Committee* con riferimento principale al flusso ininterrotto e quindi alle infrastrutture di tipo autostradale, e successivamente estesa con i dovuti adattamenti ad altri tipi di infrastrutture per il traffico veicolare.

In definitiva, nelle intenzioni dell'edizione del 1965, il Livello di Servizio rappresenta una misura della qualità del traffico in considerazione di alcuni fattori, comprendendo tra essi la velocità ed il tempo di viaggio, le interruzioni del deflusso, la libertà di manovra, la sicurezza, il comfort di guida, la convenienza e i costi operativi. Occorre tuttavia sottolineare che, pur comprendendo nel concetto generale di Livello di Servizio una serie di fattori, per un insieme di motivi dovuti anche allo stato dell'arte degli studi sul deflusso e sul comportamento di guida solo alcuni di essi vennero effettivamente tenuti in conto nella formulazione della scala di qualità e delle relative metodologie applicative.

Nella figura seguente è riportata a titolo esemplificativo la suddivisione dei Diagrammi Fondamentali standard secondo i Livelli di Servizio come indicata nell'edizione 1965 del Manuale. In particolare l'edizione del 1965 assume come *Misures of Effectiveness* del Livello di Servizio delle infrastrutture a flusso ininterrotto, la velocità ed il rapporto tra flusso e capacità (*v/c ratio*). L'utilizzo dei due parametri, infatti, viene proposto in maniera integrata con vari Diagrammi Fondamentali standard, definiti sulla base di un'analisi di dati reali e di criteri specificamente individuati dal *Committee*.

Si può osservare, in maniera generale, come i limiti fissati per l'attribuzione dei Livelli sulla base del rapporto tra flusso e capacità siano ampiamente variabili, in dipendenza dalla velocità media, dal numero di corsie e dal fattore dell'ora di punta introdotto per considerare la situazione corrispondente al quarto d'ora più carico.



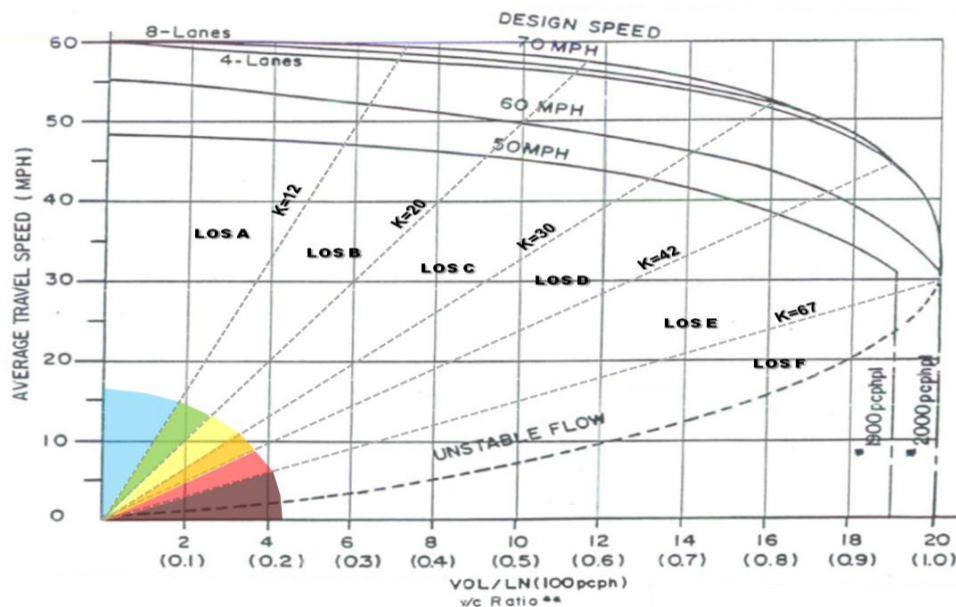
**Fig.7.15: Definizione dei Diagrammi Fondamentali e dei Livelli di Servizio per sezioni autostradali – elaborazione da HCM1965**

I valori specifici attribuiti al rapporto flusso capacità, e i conseguenti valori della velocità media individuati in considerazione dei Diagrammi Fondamentali standard, vennero definiti in seno al *Committee* sulla base di giudizi di adeguatezza e di congruenza, senza però che venisse individuata una vera e propria formalizzazione e oggettivazione delle scelte operate. E' appunto in questo contesto, nella ricerca di una definizione di un criterio oggettivo per l'individuazione delle soglie di qualità, che si inseriscono le ricerche di Drew & Dudek (1965), Drew & Keese (1965) e Drew et al. (1967) per la determinazione dei Livelli sulla base dell'analogia energetica, di cui al paragrafo 7.4.1.

Nella terza edizione del Manuale, pubblicata nel 1985, vengono introdotti alcuni cambiamenti nella definizione del concetto di Livello di Servizio nonostante la stessa appaia abbastanza simile a quella dell'edizione precedente. Come messo in evidenza da Roess & Prassas (2014), nella definizione appare per la prima volta il concetto di Livello di Servizio legato alla percezione dei guidatori che avvia l'esigenza di descrivere i livelli mediante parametri e misure in grado di rappresentarla adeguatamente. In tal senso, quindi, viene abbandonato l'utilizzo del rapporto flusso/capacità e si assume la densità come MOE per la definizione dei 6 Livelli di Servizio, secondo la scala qualitativa che

rimane sostanzialmente invariata rispetto all'edizione precedente. In tal senso, pertanto, si mettono in atto nella redazione del Manuale le osservazioni di Treiterer et al. (1975) già richiamate (cfr. paragrafo 7.3.2).

Nell'edizione del 1985 la velocità operativa indicata dal manuale del 1965 viene sostituita dalla velocità media e il flusso orario viene sostituito dal tasso di flusso orario nel quarto d'ora più carico. Così come già visto per l'edizione precedente, il *Committee* propone alcune curve flusso-velocità costruite in considerazione di un set di dati sperimentali, anche se ristretto (Roess, 2011a), e soprattutto di criteri e giudizi di ordine generale. Anche in questo caso nel Manuale non vengono fornite le equazioni; si mantengono inalterati, inoltre, i valori della capacità per le diverse curve individuate (1900 veicoli per ora e per corsia per la curva con velocità media di 50 mi/h e 2000 veicoli per ora e per corsia per le curve con velocità media di 60 e 70 mi/h).

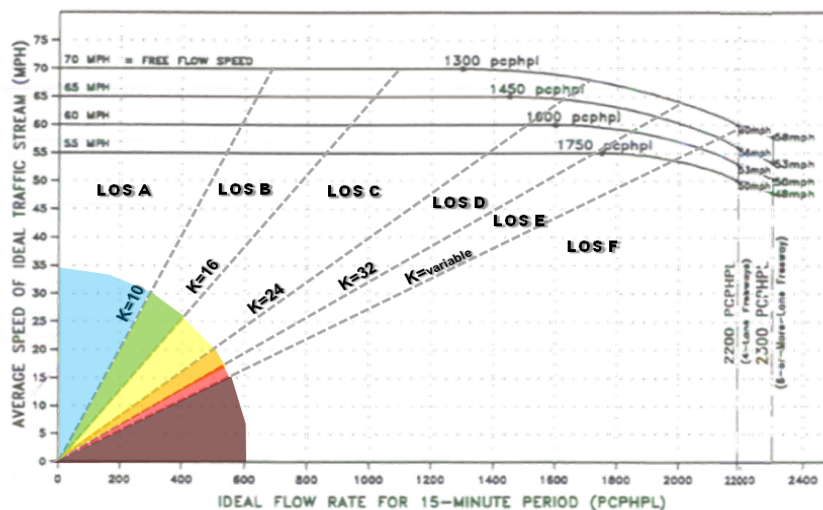


**Fig. 7.16: Definizione dei Diagrammi Fondamentali e dei Livelli di Servizio per sezioni autostradali – elaborazione da HCM1985**

Anche i valori della densità assunti come limiti di ciascun Livello vengono scelti in seno al *Committee*, sulla base di giudizi di merito in considerazione delle curve flusso-densità individuate come standard e di criteri di omogeneità e congruenza generale. Al contrario di quanto avveniva nell'edizione precedente per il rapporto flusso/capacità, nella nuova edizione i limiti di densità che identificano ciascun Livello sono i medesimi per ogni Diagramma Fondamentale standard per segmenti autostradali (A <12; B <20; C <30; D <42; E <67; F >67). Dall'edizione del 1985 in poi la densità rimane la MOE per la caratterizzazione dei Livelli di Servizio per le infrastrutture a flusso ininterrotto, seppur i relativi range di delimitazione e i Diagrammi Fondamentali standard abbiano subito, nelle seguenti revisioni 1994 e 1997 e nuove edizioni 2000 e 2010, variazioni ed adattamenti.

Nel 1994 viene proposto un aggiornamento dell'edizione 1985 per tenere conto di numerosi studi sul traffico autostradale e sui relativi modelli di Diagramma Fondamentale. Sulla base di una review degli studi e di un insieme di criteri di giudizio e di congruenza generale, il *Committee* propone due set di curve, rispettivamente per 4 e 6-8 corsie, con capacità rispettivamente pari a 2200 e 2300 veicoli per ora e per corsia. Le curve, per le quali non vengono fornite le equazioni, considerano i quattro valori di FFS (introdotta nell'edizione come velocità in corrispondenza di un flusso prossimo a 0) 70, 65, 60 e 55 miglia per ora e prendono in esame il solo ramo non congestionato, evidenziando un andamento a velocità costante fino ad un flusso variabile tra i 1300 veicoli per ora per la curva dei 70 mph e fino a 1750 per la curva dei 50 mph.

Come nell'edizione precedente i Livelli di Servizio sono identificati mediante limiti di densità, che risultano però differenti rispetto all'edizione 1985. Questi limiti sono invariati per ogni Diagramma Fondamentale standard per segmenti autostradali, ad eccezione del Livello E che ha limiti variabili secondo i casi (A <10; B <16; C <24; D <32; E variabile in funzione delle corsie e della FFS tra 36.7 e 47.9 veicoli equivalenti/miglio).



**Fig. 7.17: Definizione dei Diagrammi Fondamentali e dei Livelli di Servizio per sezioni autostradali – elaborazione da HCM1985/update 1994**

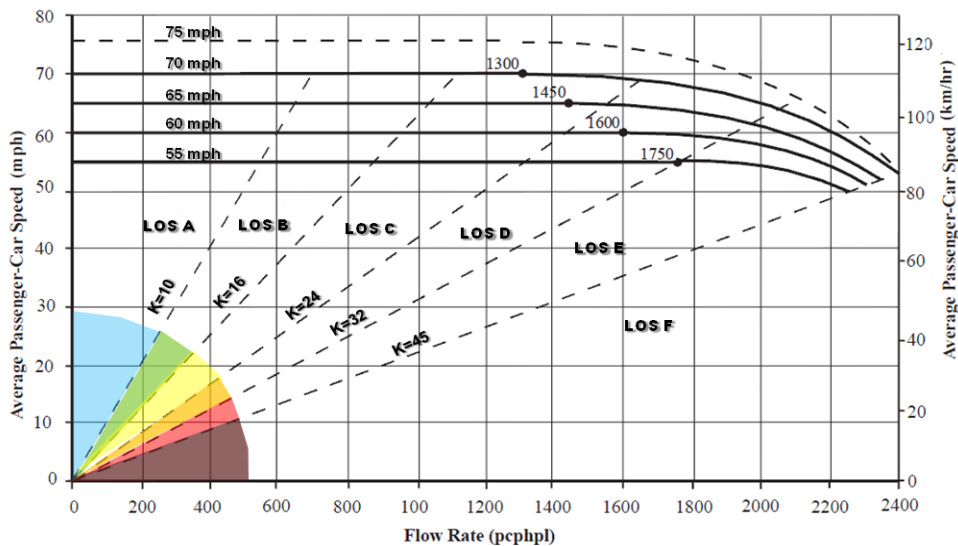
Nel 1997 viene proposto un nuovo aggiornamento per l'edizione del 1985, con indicazione di nuove curve flusso-velocità prodotte sulla base di nuove e più numerose analisi sperimentali, tenendo fermo il ruolo di sintesi e di omogeneizzazione operato dal *Committee* mediante un insieme di criteri di congruenza.

Un nuovo set di curve viene definito sulla base di valori della FFS, velocità di flusso libero, determinata sulla base di una specifica metodologia. Alle 4 FFS dell'aggiornamento precedente viene aggiunta la quinta, posta a 75 mph e vengono identificati valori di capacità per corsia variabili da 2400 veicoli per ora e per corsia per la curva 70-75 mph fino a 2250 veicoli per ora e per corsia per la curva 55 mph.

Per tutte le curve vengono identificati range omogenei per i Livelli di Servizio, sostanzialmente invariati rispetto all'aggiornamento del 1994, considerando un valore comune anche per la densità alla capacità ( $A < 10$ ;  $B < 16$ ;  $C < 24$ ;  $D < 32$ ;  $E < 45$  veicoli equivalenti/miglio). Tutte le curve sono indicate solo per i regimi non congestionati e sono suddivise in due segmenti: il primo segmento con andamento di velocità costante e pari alla FFS tra il flusso nullo ed un flusso di cosiddetto Break Point (BP) variabile a seconda della stessa FFS; il secondo per valori di flusso compresi tra il BP e la capacità, con velocità variabili secondo l'equazione:

$$v = FFS - a \cdot (q - BP)^b \quad (7.23)$$

con  $a$ ,  $b$  e BP definiti per ciascuna curva.

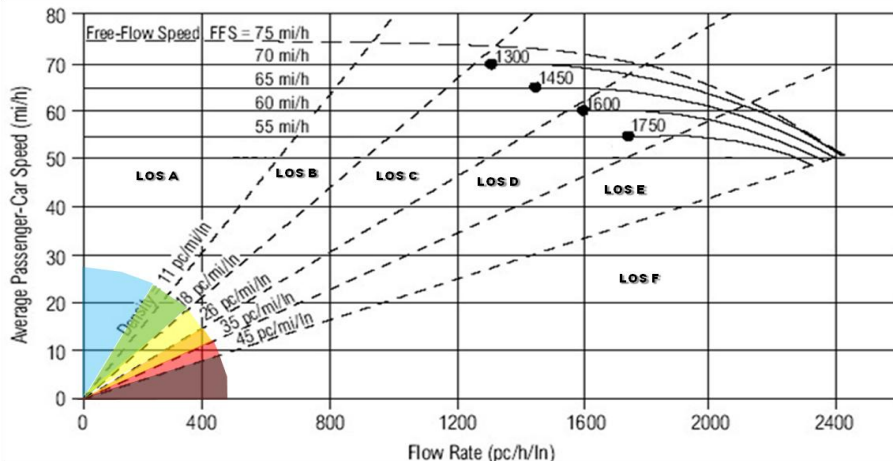


**Fig. 7.18: Definizione dei Diagrammi Fondamentali e dei Livelli di Servizio per sezioni autostradali – elaborazione da HCM1985/update 1997**

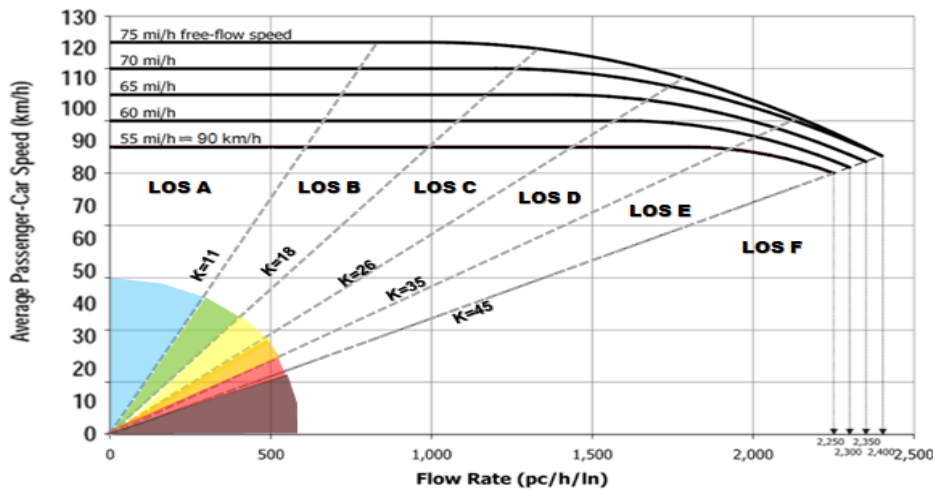
Una nuova edizione del Manuale è stata pubblicata nel 2000, mantenendo nel caso dei segmenti autostradali le medesime curve dell'aggiornamento 1997. Anche in questo caso vengono indicate 5 curve definite come sopra e vengono stabiliti range uniformi di densità per l'individuazione dei Livelli di Servizio, con leggere variazioni rispetto a quelli dell'edizione precedente ( $A < 11$ ;  $B < 18$ ;  $C < 26$ ;  $D < 35$ ;  $E < 45$  veicoli equivalenti/miglio). L'edizione 2000 è stata pubblicata, oltre che nella consolidata versione in unità di misura US, anche con unità del SI e ciò ha contribuito ad incrementarne l'applicazione in ambito internazionale.

La più recente edizione del Manuale è del 2010, alle cui metodologie in merito ai segmenti autostradali è dedicato uno specifico paragrafo di questo capitolo. Nell'edizione 2010 del manuale i Diagrammi Fondamentali standard per sezioni autostradali sono definiti per i medesimi valori della FFS già individuati nelle edizioni precedenti, ossia tra

75 e 55 mph, e rispettano l'andamento già richiamato dall'equazione 7.23. I parametri BP, a e b sono stati ricalibrati in considerazione di nuovi database sperimentali mentre per la FFS viene fornita una nuova metodologia di stima. Nessuna variazione è stata introdotta nella nuova edizione in merito ai range uniformi di densità per l'individuazione dei Livelli di Servizio rispetto a quelli già fissati nell'edizione 2000 (A <11; B<18; C<26; D<35; E<45 veicoli equivalenti/miglio).



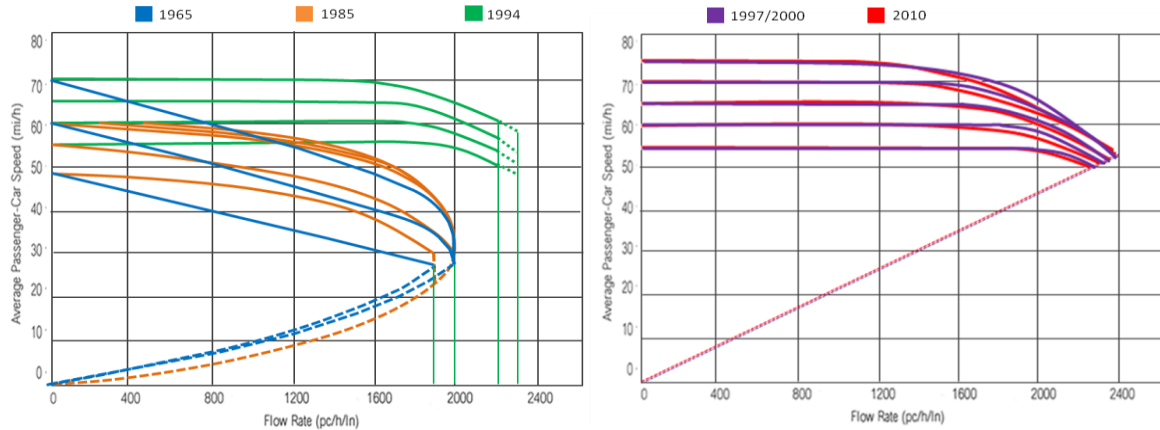
**Fig. 7.19: Definizione dei Diagrammi Fondamentali e dei Livelli di Servizio per sezioni autostradali – elaborazione da HCM2000**



**Fig. 7.20: Definizione dei Diagrammi Fondamentali e dei Livelli di Servizio per sezioni autostradali – elaborazione da HCM2010**

In chiusura di questo paragrafo, che fornisce una carrellata dei criteri di attribuzione dei Livelli di Servizio per le sezioni base autostradali nelle diverse edizioni dell'HCM e della loro relazione con i Diagrammi Fondamentali standard individuati, in figura 7.21 si riporta un raffronto tra i diagrammi flusso-capacità. Nelle tabelle di seguito, invece, sono riportati: i valori limite per ogni LOS per il Diagramma corrispondente ad una velocità di flusso libero di 70 mph (circa 112 km/h, nelle diverse edizioni (tabella 7.4); i limiti dei

Livelli di Servizio indicati rispetto alla MOE della singola edizione (tabella 7.5); i valori della capacità per corsia (tabella 7.6).



**Fig. 7.21. Diagrammi Fondamentali standard per sezioni autostradali nelle diverse edizioni HCM**

EDITION	HCM 1965				HCM 1985				HCM 1994			
	LOS	MAX	MIN V mph	MAX K	MAX	MIN V mph	MAX K	MAX	MIN V mph	MAX K		
A	0.35	60.00 (96.56)	12 (7)	0.35	58.33 (93.88)	12 (7)	0.32	70.40 (113.30)	10 (6)			
B	0.5	55.00 (88.51)	18 (11)	0.54	54.00 (86.90)	20 (12)	0.51	70.13 (112.86)	16 (10)			
C	0.68	50.00 (80.47)	27 (17)	0.77	51.33 (82.61)	30 (19)	0.75	68.75 (110.64)	24 (15)			
D	0.81	40.00 (64.37)	41 (25)	0.93	44.29 (71.27)	42 (26)	0.92	63.25 (101.79)	32 (20)			
E	1	30.00 (48.28)	67 (41)	1	29.85 (48.04)	67 (42)	1	59.95 (96.47)	36.7 (23)			

EDITION	HCM 1997			HCM 2000			HCM 2010		
	LOS	MAX	MIN V mph	MAX K	MAX	MIN V mph	MAX K	MAX	MIN V mph
A	0.29	70.00 (112.65)	10 (6)	0.32	70.00 (112.65)	11 (7)	0.32	70.00 (112.65)	11 (7)
B	0.47	70.00 (112.65)	16 (10)	0.53	70.00 (112.65)	18 (11)	0.52	69.44 (111.76)	18 (11)
C	0.68	68.00 (109.44)	24 (15)	0.74	68.20 (109.76)	26 (16)	0.70	65.00 (104.61)	26 (16)
D	0.85	64.00 (103.00)	32 (20)	0.9	61.50 (98.97)	35 (22)	0.87	59.43 (95.64)	35 (22)
E	1	53.00 (85.30)	45 (28)	1	53.30 (85.78)	45 (28)	1.00	53.33 (85.83)	45 (28)

**Tab. 7.4: Definizione dei LOS nelle diverse edizioni per il Diagramma Fondamentale 70 mph (in corsivo i valori stimati sulla base di quelli indicati in ciascuna edizione)**

HCM	1965			1985			1994					
TIPO	70	60	50	70	60	50	70	65	60	55		
CAPACITY	2000	2000	1900	2000	2000	1900	2200-2300 (*)					
HCM	1997			2000			2010					
TIPO	70	65	60	55	70	65	60	55	70	65	60	55
CAPACITY	2400	2350	2300	2250	2400	2350	2300	2250	2400	2350	2300	2250

**Tab. 7.5: Capacità orarie per corsia nelle diverse edizioni [(\*) valori per 4/6- 8 corsie]**

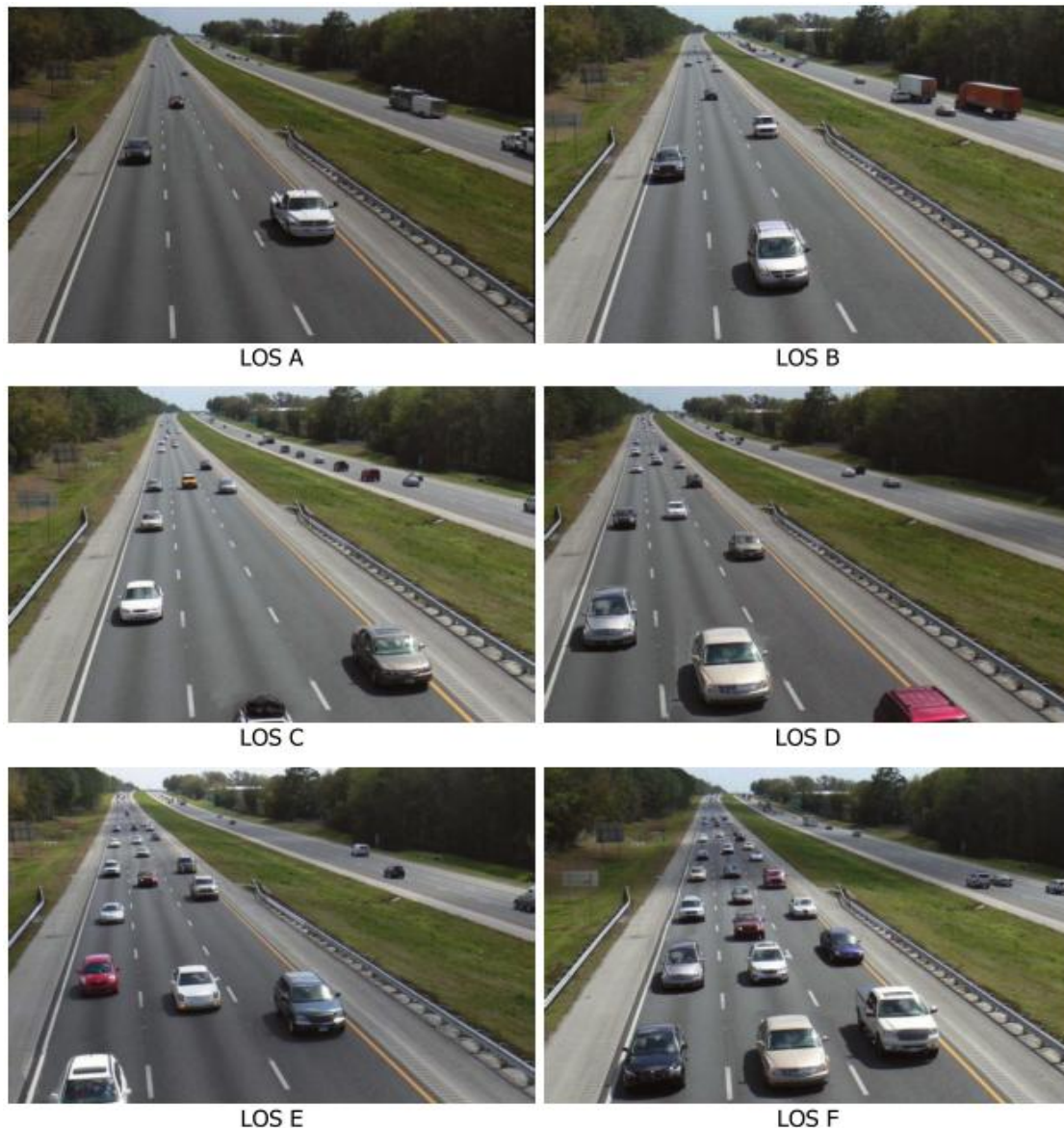


HCM	TIPO (mph)	MO E	A	B	C	D	E	F
1965	70	q/c	$\leq 0.35/0.40/0.4$	$\leq 0.50/0.58/0.6$	$\leq 0.75/0.80/0.8$			
	60	q/c	3	3	3	$\leq 0.9$	$\leq 1$	$> 1$
	50	q/c	(*)	(*)	(*)	0		
1985	70	k						
	60	k	$\leq 12$	$\leq 20$	$\leq 30$	$\leq 42$	$\leq 67$	$> 67$
	50	k						
1994	70	k					$\leq 36.7/39.7$ (**)	$> 36.7/39.8$ (**)
	65	k					$\leq 39.3/43.4$ (**)	$> 39.3/43.5$ (**)
	60	k	$\leq 10$	$\leq 16$	$\leq 24$	$\leq 32$	$\leq 41.5/46.0$ (**)	$> 41.5/46.1$ (**)
	55	k					$\leq 44.0/47.9$ (**)	$> 44.0/47.10$ (**)
1997	70	k						
	65	k						
	60	k	$\leq 10$	$\leq 16$	$\leq 24$	$\leq 32$	$\leq 45$	$> 45$
	55	k						
2000	70	k						
	65	k						
	60	k	$\leq 11$	$\leq 18$	$\leq 26$	$\leq 35$	$\leq 45$	$> 45$
	55	k						
2010	70	k						
	65	k						
	60	k	$\leq 11$	$\leq 18$	$\leq 26$	$\leq 35$	$\leq 45$	$> 45$
	55	k						

**Tab. 7.6: Definizione dei Livelli di Servizio nelle diverse edizioni per il Diagramma Fondamentale [(\*) valori per 4/6/8 corsie; (\*\*) valori per 4/6-8 corsie]**

Pur nelle differenze tra le edizioni del Manuale presentate nel paragrafo, i Livelli di Servizio proposti dall'Highway Capacity Manual esprimono alcune situazioni standardizzate sulla base di una descrizione qualitativa in relazione al comfort, alla libertà di manovra, al mantenimento della velocità desiderata, alla capacità di assorbire disturbi momentanei. Facendo riferimento a quanto indicato nell'ultima edizione del manuale a proposito dei segmenti base autostradali (capitolo 11 HCM2010), gli stessi possono essere sintetizzati come segue:

- **LOS A** - Rappresenta condizioni di deflusso libero. La velocità di flusso libero tende a prevalere sulla carreggiata e i veicoli non risentono di interferenze o impedimenti nelle loro possibilità di manovra all'interno del flusso di traffico. Gli effetti di incidenti o *breakdown* momentanei sono facilmente assorbiti.
- **LOS B** - Rappresenta una situazione che si può ritenere ancora e ragionevolmente di flusso libero. La libertà di manovra all'interno del flusso di traffico è solo leggermente condizionata, con un livello generale di comfort fisico e psicologico dei conducenti ancora elevato. Gli effetti di incidenti o *breakdown* momentanei sono ancora facilmente assorbiti.
- **LOS C** - Rappresenta una situazione di deflusso con velocità prossime, ma inferiori, alla velocità di flusso libero. La libertà di manovra all'interno del flusso di traffico comincia ad apparire notevolmente limitata, con cambi di corsia che richiedono più attenzione da parte del conducente. Gli effetti di incidenti o *breakdown* momentanei possono ancora essere assorbiti, ma il peggioramento nella qualità del servizio comincia ad essere significativo e possono formarsi accodamenti a monte di eventuali blocchi significativi.
- **LOS D** - E' il livello per il quale le velocità cominciano a diminuire sensibilmente con l'aumento dei flussi, con una densità che cresce più rapidamente. La libertà di manovra all'interno del flusso di traffico è molto limitata e i guidatori sperimentano ridotti livelli di comfort fisico e psicologico. Anche perturbazioni di ordine minore possono comportare fenomeni di accodamento, per via dell'incapacità del flusso di assorbirne gli effetti.
- **LOS E** - Descrive il funzionamento a capacità. Le operazioni sono altamente instabili, con uno scarsissimo distanziamento che lascia pochi spazi di manovra all'interno del flusso di traffico. Qualsiasi interruzione del flusso di traffico, dovuta ad esempio a veicoli che entrano da una rampa o che effettuano un cambio di corsia producono un'onda di perturbazione che si propaga in tutto il flusso di traffico a monte. Alla capacità il flusso di traffico non riesce a dissipare anche la più piccola perturbazione e qualsiasi fenomeno incidentale può produrre effetti sensibili e generare accodamenti. Il comfort fisico e psicologico offerto è scarso.
- **LOS F** - Descrive un flusso instabile con *breakdown* del deflusso. Tali condizioni si manifestano negli accodamenti che si formano a monte di un collo di bottiglia. I *breakdown* possono verificarsi per una serie di motivi: incidenti improvvisi possono ridurre temporaneamente la capacità di un breve tratto, facendo sì che il numero di veicoli che arrivano all'inizio del tratto sia maggiore del numero di veicoli che possono attraversarlo; punti di congestione ricorrenti, come ad esempio confluenze o tronchi di scambio, in corrispondenza dei quali si sperimenta una domanda di veicoli in arrivo superiore rispetto a quella che può essere gestita dalla geometria dell'infrastruttura.



**Fig. 7.22: Esempi di situazioni di traffico in un segmento autostradale corrispondenti ai diversi Livelli di Servizio (HCM2010)**

## **7.5. VALUTAZIONE DI FUNZIONALITÀ DI UN SEGMENTO AUTOSTRADALE NELL’HCM2010**

Nell’edizione 2010 dell’Highway Capacity Manual la valutazione di funzionalità di un segmento autostradale viene affrontata al capitolo 11 (*chapter 11 - Basic Freeway Segment*). In questo paragrafo vengono affrontati i lineamenti generali della procedura, successivamente utilizzata per le valutazioni di cui al capitolo seguente. I *Basic Freeway*

*Segments*, o segmenti base autostradali, sono definiti come segmenti di autostrada che si trovano al di fuori delle aree di influenza di rampe di ingresso o uscita e da tronchi di scambio tra i flussi di traffico che impegnano la carreggiata. Ciò comporta che gli scambi di corsia non siano influenzati da situazioni di obbligo per i veicoli (*mandatory lane changes*), ma che siano legati solo alle preferenze degli utenti (*discretionary lane changes*) rispetto alla velocità da mantenere e alle interazioni con gli altri veicoli che impegnano la carreggiata.

Il manuale propone la metodologia per l'analisi della capacità e del Livello di Servizio per segmenti base esistenti o di progetto, caratterizzati da caratteristiche di omogeneità geometrica e funzionale (larghezza delle corsie, geometria e composizione della carreggiata, andamento plano-altimetrico) e di traffico (domanda costante per volume e composizione veicolare).

Le condizioni di base in corrispondenza delle quali viene identificata la capacità ideale includono buone condizioni meteorologiche, buona visibilità, assenza di incidenti o di situazioni di turbativa, assenza di cantieri, pavimentazione in condizioni tali da non produrre effetti sulle condizioni del deflusso. Tali condizioni ideali includono ulteriori fattori per i quali il manuale fornisce opportuni fattori di aggiustamento nel momento in cui gli stessi non vengono riscontrati nel caso effettivo di esercizio:

- Flusso costituito da sole autovetture, con assenza di veicoli pesanti (*trucks, bus, camper*);
- Popolazione di utenti composta principalmente da utilizzatori abituali che possiedono una certa familiarità con l'infrastruttura;
- Corsie di larghezza minima di 12 ft (3.66 m), con franco laterale destro (banchina o corsia di emergenza) di larghezza minima 6 ft (1.83 m)

Il manuale fornisce una serie di curve flusso equivalente  $V_p$  - velocità  $S$  (che nel seguito della tesi saranno indicate come *SFC* in abbreviazione di *Speed Flow Curve*), limitate al solo regime non congestionato e quindi per valori di flusso inferiori alla capacità, in corrispondenza di 5 valori della velocità di flusso libero FFS (75 mi/h, 70 mi/h, 65 mi/h, 60 mi/h, e 55 mi/h) espresse nella forma:

$$S = FFS - a(v_p - BP)^2 \quad (7.24)$$

A tal proposito si deve osservare come le curve, di cui in figura 7.23 si riporta l'andamento e in tabella 7.7 si riportano le relative equazioni e i parametri  $a$  e  $BP$ , siano fornite con velocità in miglia orarie e non esista una analoga formulazione nelle unità del SI, come avvenuto per l'edizione precedente HCM2000. Si osserva, inoltre, come il manuale non preveda interpolazioni per valori intermedi della FFS, consigliando invece di arrotondare la stessa secondo i seguenti criteri:

- $\geq 72.5$  mi/h < 77.5 mi/h: si arrotonda FFS = 75 mi/h,
- $\geq 67.5$  mi/h < 72.5 mi/h: si arrotonda FFS = 70 mi/h,
- $\geq 62.5$  mi/h < 67.5 mi/h: si arrotonda FFS = 65 mi/h,
- $\geq 57.5$  mi/h < 62.5 mi/h: si arrotonda FFS = 60 mi/h,
- $\geq 52.5$  mi/h < 57.5 mi/h: si arrotonda FFS = 55 mi/h.

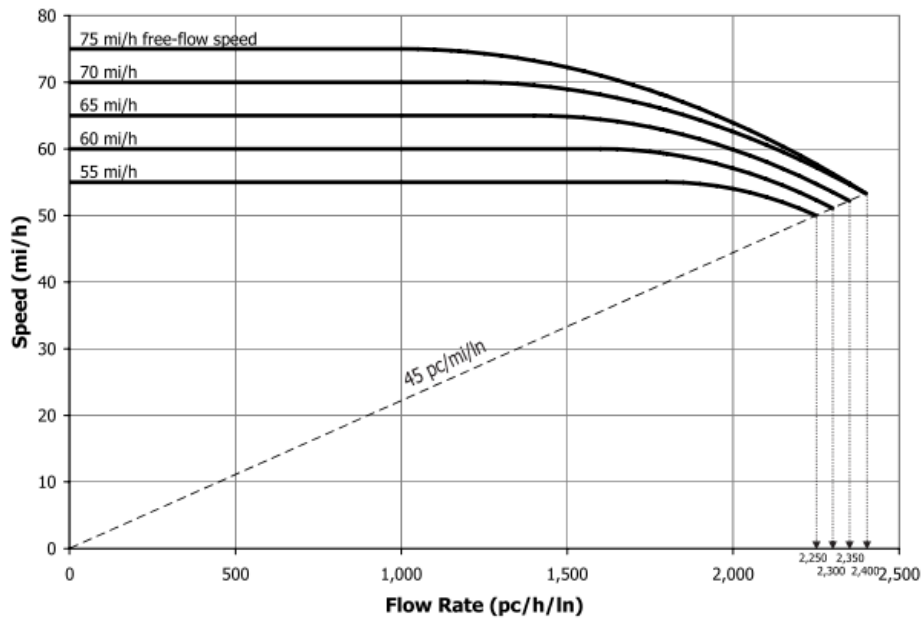


Fig. 7.23: Andamento delle curve flusso-capacità per valori della FFS (da HCM2010)

FFS (mi/h)	Breakpoint (pc/h/ln)	Flow Rate Range	
		$\geq 0 \leq \text{Breakpoint}$	$> \text{Breakpoint} \leq \text{Capacity}$
75	1,000	75	$75 - 0.00001107 (v_p - 1,000)^2$
70	1,200	70	$70 - 0.00001160 (v_p - 1,200)^2$
65	1,400	65	$65 - 0.00001418 (v_p - 1,400)^2$
60	1,600	60	$60 - 0.00001816 (v_p - 1,600)^2$
55	1,800	55	$55 - 0.00002469 (v_p - 1,800)^2$

Notes: FFS = free-flow speed,  $v_p$  = demand flow rate (pc/h/ln) under equivalent base conditions.  
 Maximum flow rate for the equations is capacity: 2,400 pc/h/ln for 70- and 75-mph FFS; 2,350 pc/h/ln for 65-mph FFS; 2,300 pc/h/ln for 60-mph FFS; and 2,250 pc/h/ln for 55-mph FFS.

Tab. 7.7: Equazioni e parametri delle curve flusso-capacità per valori della FFS (da HCM2010)

Come anticipato al capitolo 7.2, la capacità in condizioni ideali di una sezione di segmento base varia al variare della FFS: per FFS pari a 75 mi/h e 70 mi/h il valore è di 2400 veicoli per ora e per corsia (pc/h/ln), che passa a 2350 pc/h/ln per FFS=65 mi/h, a 2300 pc/h/ln per FFS=60 mi/h e a 2250 pc/h/ln per FFS=55 mi/h. Il manuale ribadisce come tali soglie rappresentano normali valori sul territorio statunitense e che in situazioni specifiche tali valori possono variare in eccesso o in difetto. Si ribadisce, inoltre, come i

valori siano medi sulle corsie della carreggiata e non tengono in conto la presenza di effetti distributivi trasversali, ossia rispetto alle stesse corsie che la compongono (cfr. 4.3.4). Come evidenziato nel paragrafo 7.3, la MOE per l'identificazione delle performances di servizio è la densità, con i range per i Livelli di Servizio indicati nella figura (in veicoli equivalenti per miglio e per corsia) e nella tabella seguente (in veicoli equivalenti per miglio e per corsia e con arrotondamento in veicoli equivalenti per chilometro e per corsia).

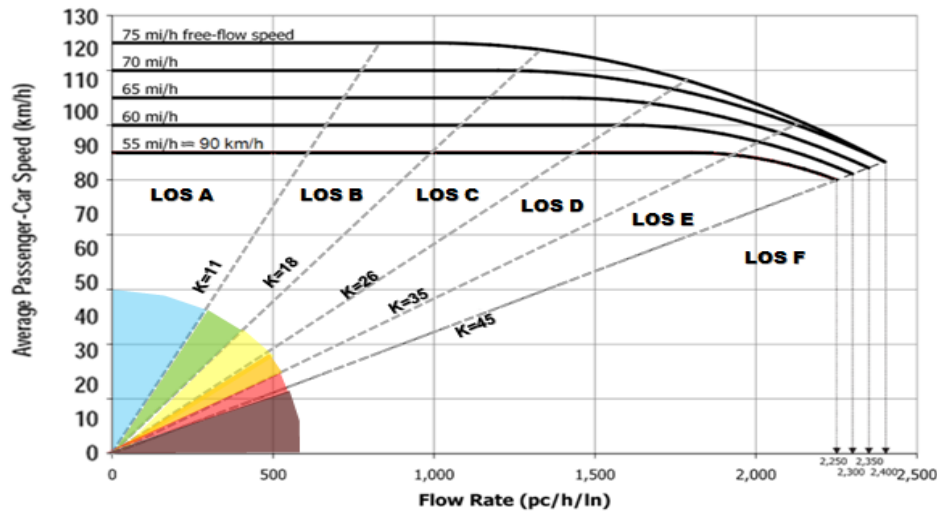


Fig. 7.24: Range di densità per la definizione dei LOS – valori in pc/mi/ln (da HCM2010)

LOS	pc/mi/ln	pc/km/ln
A	< 11	< 7
B	11 - 18	7 - 11
C	18 - 26	11 - 16
D	26 - 35	16 - 22
E	35 - 45	22 - 28
F	> 45	> 28

Tab. 7.8: Range di densità per la definizione dei LOS – valori in pc/mi/ln (da HCM2010)

Per l'analisi di un segmento base sono necessari alcuni dati di dettaglio relativi alle caratteristiche geometriche del segmento e della domanda di traffico che insiste sullo stesso:

- Caratteristiche geometriche
  - FFS: tra 55 mi/h e 75 mi/h;
  - Numero di corsie per direzione;
  - Larghezza della corsia di marcia;
  - Larghezza del franco laterale;
  - Densità di rampe;
  - Andamento altimetrico (pianeggiante, ondulato, montagnoso o specifiche livellette lunghezza-pendenza);

- Caratteristiche geometriche
  - Volumi di traffico nell'intervallo orario di analisi;
  - Composizione veicolare con percentuale di veicoli pesanti sul flusso totale;
  - Fattore di punta oraria (PHF minore di 1.00) che indica il rapporto tra il flusso orario e quattro volte il flusso nel quarto d'ora più carico dell'intervallo di analisi.

La figura seguente, ripresa dall'Exhibit 11 - 7, riporta i riferimenti di base per l'analisi.

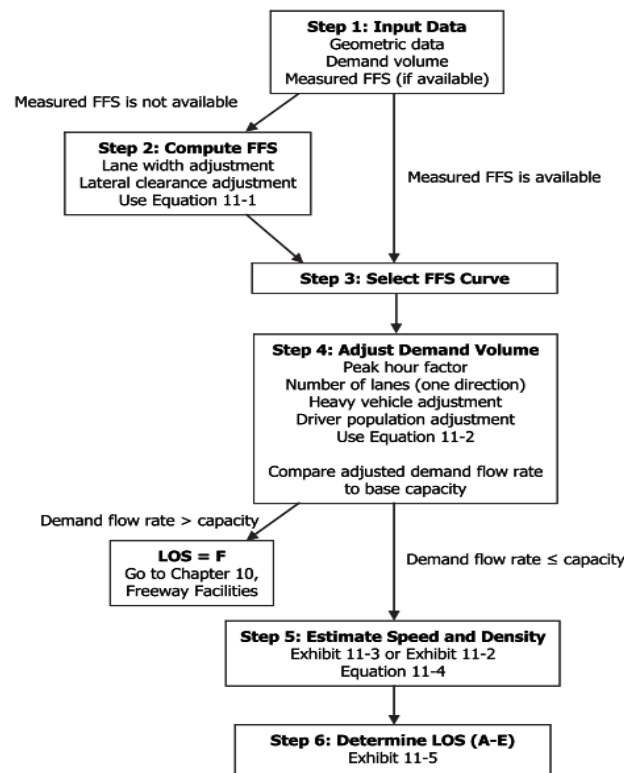


Fig. 7.25. Metodologia operativa di analisi per segmenti autostradali base (da HCM2010)

La FFS, espressa in mi/h, può essere determinata direttamente dai dati di monitoraggio e stimata, secondo il manuale, come velocità media delle autovetture durante periodi con bassi o moderati transiti (inferiori a 1000 pc/h/ln). Qualora ciò non fosse possibile, la FFS del segmento viene stimata mediante l'equazione:

$$FFS = 75.4 - f_{LW} - f_{LC} - 3.22TRD^{0.84} \quad (7.25)$$

con  $FFS$  espressa in mi/h,  $f_{LW}$  coefficiente di aggiustamento per larghezza di corsia (mi/h),  $f_{LC}$  fattore di aggiustamento per larghezza franco laterale destro (mi/h) e  $TRD$

densità totale di rampe (numero rampe/mi in ingresso ed uscita nella direzione di marcia per una porzione di infrastruttura di 6 mi = 9,7 km contenente in posizione intermedia il segmento analizzato)

Average Lane Width (ft)		Reduction in FFS, $f_{LW}$ (mi/h)			
≥12		0.0			
≥11-12		1.9			
≥10-11		6.6			

Right-Side Lateral Clearance (ft)	Lanes in One Direction			
	2	3	4	≥5
≥6	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.6	0.4	0.2	0.1
4	1.2	0.8	0.4	0.2
3	1.8	1.2	0.6	0.3
2	2.4	1.6	0.8	0.4
1	3.0	2.0	1.0	0.5
0	3.6	2.4	1.2	0.6

Tab. 7.9. Coefficienti aggiustamento per larghezza corsia e franco laterale (da HCM2010)

Una volta che si è determinata la FFS e scelta la relativa curva  $SFC$ , operato un eventuale arrotondamento essendo sconsigliata l'interpolazione, occorre trasformare il flusso totale effettivamente in transito e costituito dalla sovrapposizione di diverse categorie veicolari in flusso equivalente. Per la conversione viene utilizzata la seguente relazione:

$$V_p = \frac{V}{PHF \cdot N \cdot f_{HW} \cdot f_p} \quad (7.26)$$

dove  $V_p$  è il flusso equivalente nelle condizioni effettive di traffico,  $V$  è il flusso totale nelle condizioni effettive di traffico,  $PHF$  è il già definito fattore dell'ora di punta oraria variabile generalmente tra 0.85 e 0.98,  $N$  è il numero di corsie per direzione,  $f_p$  è il fattore correttivo che tiene conto della eventuale non familiarità nell'uso dell'infrastruttura da parte degli utenti ed è generalmente compreso tra 0.85 e 1. Il fattore correttivo  $f_{HW}$  che tiene conto della presenza di veicoli pesanti è calcolato come

$$f_{HW} = \frac{1}{1 + P_T(E_T - 1) + P_R(E_R - 1)} \quad (7.27)$$

con  $P_T$  e  $P_R$  rispettivamente percentuali dei mezzi commerciali pesanti e degli altri mezzi non commerciali (es. bus o camper) ed  $E_T$  ed  $E_R$  i rispettivi coefficienti di equivalenza  $PCE$  già introdotti al paragrafo 4.3.3.

I valori dei  $PCE$  possono essere desunti dai riferimenti indicati nel manuale a seconda che si faccia riferimento ad un segmento esteso su condizioni generali di andamento pianeggiante, ondulato o montagnoso (tabella 7.10), ovvero per specifiche livellette (lunghezza-pendenza) in salita o discesa (tabella 7.11, 7.12, 7.13).



Vehicle	PCE by Type of Terrain		
	Level	Rolling	Mountainous
Trucks and buses, $E_T$	1.5	2.5	4.5
RVs, $E_R$	1.2	2.0	4.0

Tab. 7.10. PCE per condizioni generali di andamento altimetrico (da HCM2010)

Upgrade (%)	Length (mi)	Proportion of Trucks and Buses								
		2%	4%	5%	6%	8%	10%	15%	20%	≥25%
≤2	All	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
>2-3	0.00-0.25	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.25-0.50	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.50-0.75	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.75-1.00	2.0	2.0	2.0	2.0	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>1.00-1.50	2.5	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
>3-4	0.00-0.25	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.25-0.50	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	1.5	1.5	1.5
	>0.50-0.75	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
	>0.75-1.00	3.0	3.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0
	>1.00-1.50	3.5	3.5	3.0	3.0	3.0	3.0	2.5	2.5	2.5
>4-5	0.00-0.25	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.25-0.50	3.0	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
	>0.50-0.75	3.5	3.0	3.0	3.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
	>0.75-1.00	4.0	3.5	3.5	3.5	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
	>1.00	5.0	4.0	4.0	4.0	3.5	3.5	3.0	3.0	3.0
>5-6	0.00-0.25	2.0	2.0	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.25-0.30	4.0	3.0	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	2.0
	>0.30-0.50	4.5	4.0	3.5	3.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.5
	>0.50-0.75	5.0	4.5	4.0	3.5	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
	>0.75-1.00	5.5	5.0	4.5	4.0	3.0	3.0	3.0	3.0	3.0
>6	0.00-0.25	4.0	3.0	2.5	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	1.0
	>0.25-0.30	4.5	4.0	3.5	3.5	3.5	3.0	2.5	2.5	2.5
	>0.30-0.50	5.0	4.5	4.0	4.0	3.5	3.0	2.5	2.5	2.5
	>0.50-0.75	5.5	5.0	4.5	4.5	4.0	3.5	3.0	3.0	3.0
	>0.75-1.00	6.0	5.5	5.0	5.0	4.5	4.0	3.5	3.5	3.5
>1.00	7.0	6.0	5.5	5.5	5.0	4.5	4.0	4.0	4.0	

Note: Interpolation for percentage of trucks and buses is recommended to the nearest 0.1.

Tab. 7.11. PCE per livellette salita – veicoli commerciali (da HCM2010)

Upgrade (%)	Length (mi)	Proportion of RVs								
		2%	4%	5%	6%	8%	10%	15%	20%	≥25%
≤2	All	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
>2-3	0.00-0.50	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
	>0.50	3.0	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5	1.2	1.2	1.2
>3-4	0.00-0.25	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2	1.2
	>0.25-0.50	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	2.0	1.5	1.5	1.5
	>0.50	3.0	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	1.5	1.5
>4-5	0.00-0.25	2.5	2.0	2.0	2.0	1.5	1.5	1.5	1.5	1.5
	>0.25-0.50	4.0	3.0	3.0	3.0	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0
	>0.50	4.5	3.5	3.0	3.0	3.0	2.5	2.5	2.0	2.0
>5	0.00-0.25	4.0	3.0	2.5	2.5	2.5	2.0	2.0	2.0	1.5
	>0.25-0.50	6.0	4.0	4.0	3.5	3.0	3.0	2.5	2.5	2.0
	>0.50	6.0	4.5	4.0	4.0	3.5	3.0	3.0	2.5	2.0

Note: Interpolation for percentage of RVs is recommended to the nearest 0.1.

Tab. 7.12. PCE per livellette salita – veicoli ricreat. (da HCM2010)

Downgrade (%)	Length of Grade (mi)	Proportion of Trucks and Buses			
		5%	10%	15%	≥20%
<4	All	1.5	1.5	1.5	1.5
4-5	≤4	1.5	1.5	1.5	1.5
	>4	2.0	2.0	2.0	1.5
>5-6	≤4	1.5	1.5	1.5	1.5
	>4	5.5	4.0	4.0	3.0
>6	≤4	1.5	1.5	1.5	1.5
	>4	7.5	6.0	5.5	4.5

**Tab. 7.12. PCE per livellette discesa – veicoli commerciali (per i ricreat. PCE vale sempre 1,2) (da HCM2010)**

A questo punto, secondo la metodologia proposta, risultano determinati la FFS e quindi la relazione flusso-velocità SFC corrispondente, ed il valore della domanda oraria equivalente per corsie nelle condizioni effettive di esercizio dell'infrastruttura e del traffico  $V_p$ . Mediante quest'ultimo valore, attraverso la 7.24 si ottiene la velocità  $S$  per il dato  $V_p$  e quindi si determina la densità  $D$  mediante la seguente:

$$D = \frac{V_p}{S} \quad (7.28)$$

Calcolato il valore della densità  $D$ , attraverso i range in tabella 7.8 si identifica il relativo LOS, che esprime in maniera sintetica le condizioni di deflusso richiamate al paragrafo precedente. Occorre specificare che il manuale indica come la 7.28 debba essere utilizzata solo per valori di  $V_p$  che sono inferiori alla capacità, attribuendo il LOS secondo il valore della densità  $D$ . In caso contrario, con un rapporto flusso su capacità maggiore o uguale ad uno, viene attribuito direttamente il LOS F.

## **8. CALIBRAZIONE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE, DEI LIVELLI DI LERVIZIO E ANALISI COMPARATIVA DELLE PROCEDURE HCM2010**

Come già richiamato al capitolo precedente, il legame tra la qualità circolazione e le variabili macroscopiche del deflusso è un argomento che ha interessato costantemente la ricerca negli ultimi 60 anni. Da questo punto di vista l'HCM costituisce, insieme ai metodi che ne condividono l'impostazione, uno strumento di riferimento estremamente diffuso e universalmente applicato per la valutazione delle condizioni operative del traffico.

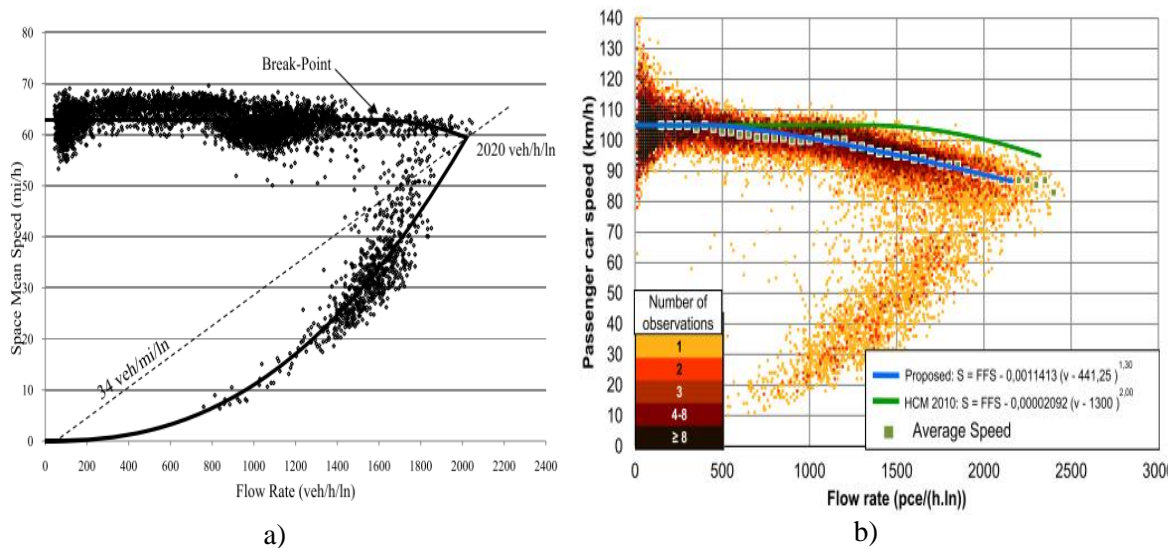
Occorre comunque ricordare come i valori di riferimento riportati nell'HCM siano derivanti da rilevazioni sul campo, analisi statistiche e criteri di giudizio relative al sistema autostradale statunitense, in relazione alle caratteristiche delle infrastrutture, alle condizioni di traffico, al comportamento dei conducenti ed alle caratteristiche dei veicoli tipiche degli Stati Uniti. In dipendenza del fatto che, come evidenziato ai capitoli 4 e 5, la diversità delle caratteristiche del sito in esame, insieme alle differenze nelle regole, nei comportamenti e nelle caratteristiche della popolazione dei guidatori e dei relativi veicoli possono generare differenze sostanziali nella forma delle relazioni che intercorrono tra le variabili del traffico e dei relativi parametri di calibrazione, il controllo ed il confronto critico sulle ipotesi e sulle metodologie HCM è sempre aperto (Roess & Prassas, 2014).

Dal punto di vista specifico del Manuale, ciò si attua negli approfondimenti e revisioni che hanno caratterizzato le diverse edizioni e nell'incessante lavoro, sempre aperto al confronto ed al dibattito anche internazionale, del Comitato. A quest'ultimo proposito si può, ad esempio richiamare il dibattito che ha caratterizzato l'ultima edizione del Manuale per quanto riguarda le metodologie e gli approcci che hanno portato alla revisione delle curve di deflusso per segmenti base autostradali (Roess & Prassas, 2014) (Roess, 2011b). I costanti approfondimenti del *TRB* circa le modalità di definizione della qualità del deflusso e segnatamente del calcolo delle prestazioni di un tronco autostradale, si accompagnano a diverse iniziative promosse dallo stesso per il confronto tra le metodologie proprie *TRB* e metodologie alternative di adattamento dell'HCM, se non addirittura di metodologie non - HCM, derivanti dalle esperienze di altri Paesi. In questa direzione il *VI International Symposium on Highway Capacity and Quality of Service* (Stoccolma, 2011) ha avuto tra i temi oggetto di discussione anche la presentazione di esperienze nazionali adattative e/o alternative dell'HCM per il calcolo della funzionalità degli elementi di una rete autostradale.

Occorre sottolineare come in alcuni contesti nazionali le norme tecniche stabiliscano come, al di là dell'evolversi delle edizioni dell'HCM americano, il riferimento continui ad essere una passata edizione del manuale. E' questo, ad esempio, il caso dei Paesi Scandinavi con Finlandia, Norvegia, Svezia e Danimarca che fanno riferimento alle edizioni 1965 e 1985. I quattro paesi, tuttavia, impiegano opportuni adattamenti in

considerazione delle condizioni locali e promuovono azioni di revisione periodica per evidenziare eventuali carenze (es. per la Svezia in Strömngren, 2011).

Nel panorama internazionale degli ultimi anni diversi studi hanno proposto metodi per calibrare curve HCM in specifici contesti, con la possibilità di identificare la specifica relazione tra flusso e velocità, la capacità ed i relativi valori di densità e velocità critica, come in Khazraee & Bham (2011) e Riente de Andrade & Setti (2014). In alcuni casi, come si riscontra in Khazraee & Bham (2011), i valori che emergono sono significativamente diversi rispetto agli standard HCM, con densità critica e capacità inferiori rispetto agli standard del manuale (fig. 8.1).



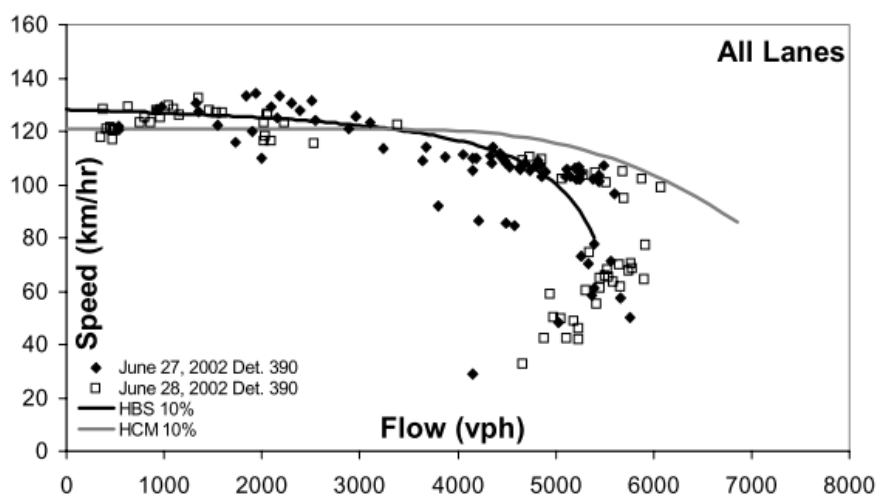
**Fig. 8.1. Calibrazione delle curve HCM in contesti specifici: a) in Khazraee & Bham (2011); b) in Riente de Andrade & Setti (2014)**

Già dal 2001 nell'ambito della normativa tecnica per progettazione, la costruzione e l'esercizio della infrastrutture stradali in Germania viene diffusamente impiegato l'*Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen*, detto in breve HBS. Il manuale è redatto e pubblicato a cura della *Forschungsgesellschaft für Straßen und Verkehrswesen* (FGSV) e, in analogia con l'HCM, propone metodologie standardizzate per la determinazione della capacità e la valutazione della qualità del deflusso del traffico per i diversi sistemi di trasporto stradale. Parte del manuale è dedicata alle infrastrutture autostradali, la cui valutazione è impostata su procedure che mostrano ampi tratti di similarità con l'HCM americano (tra cui la considerazione dei sei Livelli di Servizio), seppur adattate rispetto alla realtà tedesca sulla base di analisi e studi specifici sulla rete autostradale del paese. Differenti si mostrano, in effetti, alcune specifiche questioni proposte dall'HBS, tra cui emergono gli andamenti diversi delle curve flusso-velocità e, di conseguenza, dei valori critici alla capacità, i valori delle variabili espressi in veicoli totali per carreggiata in luogo dei veicoli equivalenti per corsia, le ipotesi di MOE alternative alla densità che considerano principalmente il rapporto flusso/capacità.

Nell'ambito degli studi FGSV, già anteriormente alla pubblicazione della prima edizione del manuale nel 2001, Wu (1998) evidenziava la necessità di definire nell'HBS valori più bassi della capacità rispetto agli standard americani, in relazione ai riscontri sperimentali della disomogeneità distributiva del traffico sulle corsie delle autostrade tedesche. La disomogeneità nella distribuzione trasversale del traffico sulla carreggiata è messa in relazione da Wu (1998) con le regole di guida che considerano congiuntamente l'obbligo di guida nella corsia libera a destra ed il divieto di sorpasso a destra. Regole queste valide in Germania e in molti paesi europei come l'Italia, a fronte di comportamenti con una maggiore predominanza del *keep in lane* degli Stati Uniti, che determinano una distribuzione più omogenea tra le corsie (questo argomento, già introdotto al paragrafo 4.3.4, sarà oggetto di approfondimento nel successivo capitolo 9).

A partire dagli studi iniziali, altri approfondimenti si sono susseguiti negli anni sul tema della calibrazione delle procedure tedesche e dei rapporti tra HBS ed l'HCM. A tal proposito, ad esempio, possono essere richiamate le valutazioni di Bertini et al. (2006), che a partire dall'analisi della capacità e delle curve velocità - flusso al di fuori del territorio degli Stati Uniti, e segnatamente in Germania, ne evidenziano i risultati in termini di differenze rispetto alle precedenti edizioni del manuale americano.

Gli autori evidenziano, tra l'altro, come in condizione di omogeneità di composizione in termini di traffico pesante (vedi figura 8.2) le curve flusso capacità HBS restituiscano meglio l'andamento dei dati sperimentali rispetto alle analoghe HCM. In considerazione di ciò i valori utilizzati per la capacità nell'HBS 2001 risultano più aderenti alla realtà tedesca, con valori più bassi (20-25%) rispetto a quelli considerati dall'HCM, e gli autori legano queste differenze alla diversità nelle regole e comportamenti di guida e nelle operazioni di gestione e controllo delle infrastrutture autostradali esistenti tra Europa e Stati Uniti.



**Fig. 8.2. Punti sperimentali flusso – velocità ed andamento curve HCM e HBS per autostrada a 3 corsie in Germania (da Bertini et al. 2006)**

	Density (veh/km/ln)		Volume/Capacity		Speed (km/hr)		Capacity (veh/hr/ln)			
	HCM	HBS	HCM	HBS	HCM	HBS	HCM (pc/hr/ln)	HCM Adj	HBS 3 lanes	HBS 2 lanes
<b>A</b>	0-7	0-4	≥0.34	≥0.3	≥120	≥130	≤820	≤781	≤540	≤570
<b>B</b>	>7-11	>4-8	≥0.56	≥0.55	≥120	≥125	≤1350	≤1286	≤990	≤1045
<b>C</b>	>11-15	>8-12	≥0.76	≥0.75	≥113	≥115	≤1830	≤1743	≤1350	≤1425
<b>D</b>	>15-21	>12-16	≥0.9	≥0.9	≥100	≥100	≤2170	≤2067	≤1620	≤1710
<b>E</b>	>21-26	>16-23	≥1.0	≥1.0	≥85	≥80	≤2400	≤2286	≤1800	≤1900
<b>F</b>	>26	>23	>1.0	>1.0	<85	<80	>2400	>2286	>1800	>1900

FFS = 120 km/hr, Truck % = 10%, Level Terrain

FFS (km/hr)	Capacity (veh/hr/ln)									
	HCM (pc/hr/ln)	0% Trucks			10% Trucks			20% Trucks		
		HCM <sup>1</sup>	HBS	% Diff.	HCM <sup>2</sup>	HBS	% Diff.	HCM <sup>3</sup>	HBS	% Diff.
None	2400	2400	2000	16.7%	2286	1900	16.9%	2182	1800	17.5
120	2400	2400	2000	16.7%	2286	1900	16.9%	2182	1800	17.5
100	2320	2320	2050	11.6%	2210	1950	11.8%	2109	1850	12.3
80	2200	2200	2050	6.8%	2095	1950	6.9%	2000	1850	7.5

Level Terrain (0-2%), <sup>1</sup> f<sub>hw</sub> = 1.0, <sup>2</sup> f<sub>hw</sub> = 0.95, <sup>3</sup> f<sub>hw</sub> = 0.91

**Tab. 8.1. Confronto tra valori di densità per LOS e capacità tra HBS2001 ed HCM2000 (da Bertini et al. 2006)**

Negli studi avviati in vista della revisione dell'HBS2001, Wu (2009) ribadisce valori più bassi per la capacità di un'autostrada tedesca. Nel caso di un'infrastruttura a tre corsie per direzione, considerando per omogeneità di valutazione il valore HBS con percentuale nulla di mezzi pesanti (si ricorda a tal proposito che il manuale tedesco considera i valori in termini di traffico totale) per andamento pianeggiante (pendenza ≤ 2%), si evidenziano capacità inferiori del 20-25% rispetto agli standard americani, a seconda che la localizzazione del segmento sia rispettivamente in area interurbana o metropolitana (cfr. tabella 8.2). Anche in questo caso Wu (2009) richiama l'attribuzione dei valori HBS di capacità all'intera carreggiata monodirezionale, piuttosto che alla singola corsia come avviene nell'HCM.

No. of lanes each direction	Grade	Long distance freeways			Metropolitan traffic freeways		
		Percent of trucks			Percent of trucks		
		0 %	10 %	20 %	0 %	10 %	20 %
2	≤ 2 %	3700	3600	3400	4000	3800	3600
	3 %	3600	3500	3300	3900	3700	3500
	4 %	3400	3300	3100	3700	3500	3300
	5 %	3100	3000	2800	3400	3200	3000
3	≤ 2 %	5400	5200	4900	5800	5500	5200
	3 %	5300	5100	4800	5700	5400	5100
	4 %	5000	4800	4500	5400	5100	4800
	5 %	4600	4400	4100	5000	4700	4400
4	≤ 2 %	7400	7100	6700	8000	7600	7100
	3 %	7200	6900	6500	7800	7400	6900
	4 %	6900	6600	6200	7500	7100	6600
	5 %	6300	6000	5600	6900	6500	6000

**Tab. 8.2. Capacità per autostrade (veh/h) proposte per in Germania (da Wu 2009)**

I valori proposti da Wu (2009) sono stati sostanzialmente confermati nell'ultima edizione del manuale tedesco HBS (2014/2015), come evidenziato nella tabella seguente.

Numero di corsie	Limiti di velocità	Fuori dalle aree urbane				Interni alle aree urbane			
		Percentuali di pesanti				Percentuali di pesanti			
		≤ 5 %	10 %	20 %	30 %	≤ 5 %	10 %	20 %	30 %
2	no	3700	3600	3400	3200	3900	3800	3600	3400
	T120	3800	3700	3500	3300	3900	3800	3600	3400
	T100/T80/SBA	3800	3700	3500	3300	4000	3900	3700	3500
	Tunnel	3700	3600	3400	3200	3900	3800	3600	3400
3	no	5300	5200	4900	4600	5700	5500	5200	4900
	T120	5400	5300	5000	4700	5700	5500	5200	4900
	T100/T80/SBA	5400	5300	5000	4700	5800	5600	5300	5000
	Tunnel	5300	5200	4900	4600	5700	5500	5200	4900
4	no	7300	7100	6700	6300	7800	7600	7100	6600
	T120	7400	7200	6800	6400	7800	7600	7100	6600
	T100/T80/SBA	7400	7200	6800	6400	8000	7800	7300	6800

Numero di corsie	Pendenza	Fuori dalle aree urbane				Interni alle aree urbane			
		Percentuali di pesanti				Percentuali di pesanti			
		≤ 5 %	10 %	20 %	30 %	≤ 5 %	10 %	20 %	30 %
2	3 %	3600	3500	3300	3100	3800	3700	3500	3300
	4 %	3400	3300	3100	2900	3600	3500	3300	3100
	5 %	3100	3000	2800	2600	3300	3200	3000	2800
3	3 %	5200	5100	4800	4500	5600	5400	5100	4800
	4 %	4900	4800	4500	4200	5300	5100	4800	4500
	5 %	4500	4400	4100	3800	4900	4700	4400	4100
4	3 %	7100	6900	6500	6100	7600	7400	6900	6400
	4 %	6800	6600	6200	5800	7300	7100	6600	6100
	5 %	6200	6000	5600	5200	6700	6500	6000	5500

**Tab. 8.3. Capacità per autostrade (veh/h) da HBS2014/2015**

Sempre in riferimento alla considerazione dell'effetto dei veicoli pesanti, tenuto conto della differenza tra l'HCM che considera flussi equivalenti e l'HBS che considera flussi totali, alcune utili analisi possono essere fatte sulla base dei valori riportati nelle tabelle 8.2 e 8.3. Omogeneizzando le informazioni in tabella 8.2 e quelle in tabella 8.3 si possono ottenere le stime per i coefficienti di equivalenza sottointesi nell'HBS. Tali stime sono ottenute considerando che, distintamente per  $a$  area interurbana o metropolitana,  $p$  pendenza (<2%, 3%, 4% e 5%) e  $c$  tipo di carreggiata (2, 3, 4 corsie), la  $q_{base}(a,c)$  capacità base (sole autovetture e quindi in veh/h) è quella che si stima per  $P_t = 0\%$  e  $p < 2\%$ . In tali termini si ottiene che  $PCE_{P_t}(a,c,p) = [q_{base}(a,c) - (q_{P_t}(a,p,c) - P_t \cdot q_{P_t}(a,p,c))] / P_t \cdot q_{P_t}(a,p,c)$ , con  $q_{P_t}(a,p,c)$  capacità in veicoli totali stimata per area  $a$ , pendenza  $p$  e numero corsie  $c$ .

In tabella 8.4 sono riportate le stime dei PCE ottenute. Se si considera, ad esempio, una carreggiata in area metropolitana a tre corsie e andamento pianeggiante (riga evidenziata), si riscontra una capacità complessiva per carreggiata che si attesta sui 5'800 veicoli totali con una percentuale di pesanti  $P_t = 0$ , sui 5500 veicoli totali con  $P_t = 10\%$ , 5200 veicoli totali con  $P_t = 20\%$  e 4900 con  $P_t = 30\%$ . Considerando che la capacità

$q_{base}$  (area metrop., 3 corsie) è stimata in 5800 veicoli orari ( $P_t = 0$  e quindi si può parlare di passenger car unit/h), si può ottenere una stima del coefficiente di equivalenza PCE applicabile ai veicoli pesanti mediamente pari ad 1,6.

n. corsie	pendenza	PCE aree interurbane			PCE aree metropolitane		
		Pt=10	Pt=20	Pt=30	Pt=10	Pt=20	Pt=30
2	2%	1.28	1.44	1.52	1.53	1.56	1.59
	3%	1.57	1.61	1.65	1.81	1.71	1.71
	4%	2.21	1.97	1.92	2.43	2.06	1.97
	5%	3.33	2.61	2.41	3.50	2.67	2.43
3	2%	1.38	1.51	1.58	<b>1.55</b>	<b>1.58</b>	<b>1.61</b>
	3%	1.59	1.63	1.67	1.74	1.69	1.69
	4%	2.25	2.00	1.95	2.37	2.04	1.96
	5%	3.27	2.59	2.40	3.34	2.59	2.38
4	2%	1.42	1.52	1.58	1.53	1.63	1.71
	3%	1.72	1.69	1.71	1.81	1.80	1.83
	4%	2.21	1.97	1.92	2.27	2.06	2.04
	5%	3.33	2.61	2.41	3.31	2.67	2.52

**Tab. 8.4. Valutazione dei PCE sottointesi dal manuale HBS2014/2015**

Considerazioni in linea con quanto messo in evidenza dal manuale tedesco si riscontrano anche a proposito della rete autostradale svizzera. Uno studio di Werdin et al (2005) per l'aggiornamento delle norme VSS Standard 640018 (criteri per l'analisi della capacità e della qualità del traffico - *Leistungsfähigkeit, Verkehrsqualität, Belastbarkeit*) del 1999, condotto sulla base della discussione dei valori HBS ed HCM e di alcune analisi con modelli di microsimulazione, mette in risalto valori simili a quelli in tabella 8.3 (ad esempio per una carreggiata con andamento pianeggiante e assenza di veicoli pesanti si individua una capacità di 4000 veicoli/ora con 2 corsie di marcia e di 5800 veicoli/ora con 3 corsie).

Interessanti studi sul tema del confronto tra HCM, HBS e riscontri sperimentali sono stati sviluppati nel corso degli ultimi anni anche dal VicRoads australiano. L'ente opera come Dipartimento dei Trasporti dello Stato di Victoria, Australia, ed è responsabile della pianificazione, sviluppo e gestione della rete autostradale del paese, dedicando parte della sua attività alla ricerca e alla preparazione di linee guida e manuali del settore. In particolare nelle più recenti pubblicazioni (Burley & Gaffney, 2013) (Gaffney et al., 2015) viene richiamato il tema del confronto tra gli standard di capacità HCM e i valori che possono essere effettivamente gestiti sulla rete autostradale. Secondo VicRoads, in riferimento alla realtà australiana, i valori di flusso massimi gestibili in fase di precongestione non superano mediamente i 2100 veq/h per corsia. Tali valori si manifestano, peraltro, per periodi estremamente brevi ed evidenziano in definitiva un flusso massimo prima del *breakdown* che si attesta sui 1900 veq/h.

Sulla base di riscontri empirici, pertanto, le norme tecniche VicRoads definiscono i valori di flusso massimo alla capacità medio per corsia sulle autostrade australiane. Tali valori, variabili rispetto al numero di corsie per direzione, sono compresi tra i 1800 e i 1400



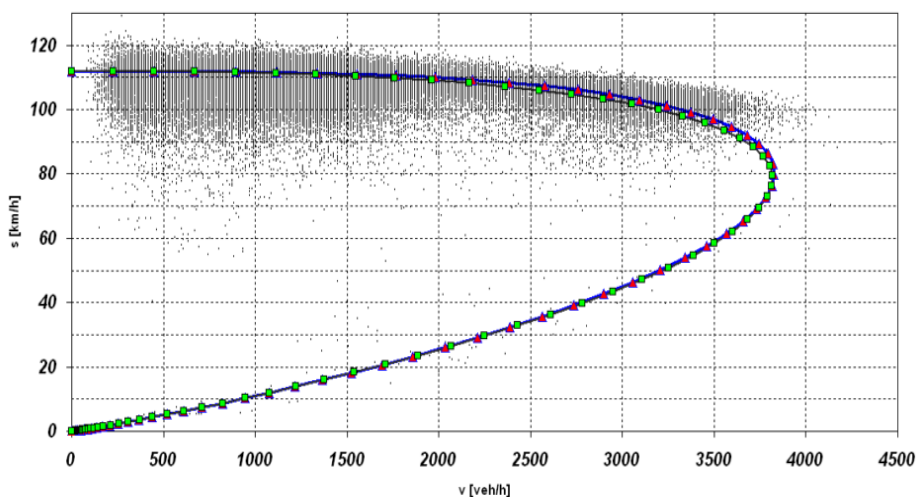
veq/h per un'autostrada senza particolari accorgimenti gestionali, e tra i 2100 e i 1700 veq/h per un'autostrada con sistemi evoluti di gestione (es. sistemi di gestione degli accessi tipo *ramp metering*). Questi valori vengono consigliati in sostituzione dei valori standard per valutare le performance dell'infrastruttura e la sua adeguatezza funzionale in fase di esercizio e sono ripresi anche da MainRoads WA nelle norme tecniche dello Stato della Western Australia (Burley et al., 2013).

Di recente i valori sopra richiamati, e riportati in tabella seguente, sono stati inclusi nel manuale AGTM 2015 (*Austroads Guide to Traffic Management*). Il manuale è edito da Austroads, associazione delle agenzie per la gestione delle reti stradali ed autostradali degli stati federati dell'Australia e della Nuova Zelanda, e contiene gli standard cui i soggetti convenuti fanno riferimento nell'ottica di armonizzazione e condivisione delle esperienze nella gestione delle reti di trasporto stradale.

Numero di corsie	Con sistemi di gestione (veq/h)	Senza sistemi di gestione (veq/h)
2	1800	2100
3	1700	2000
4	1600	1900
5	1500	1800
6	1400	1700

**Tab. 8.5. Valori di capacità per corsia proposti dall'AGM2015 in Australia e Nuova Zelanda**

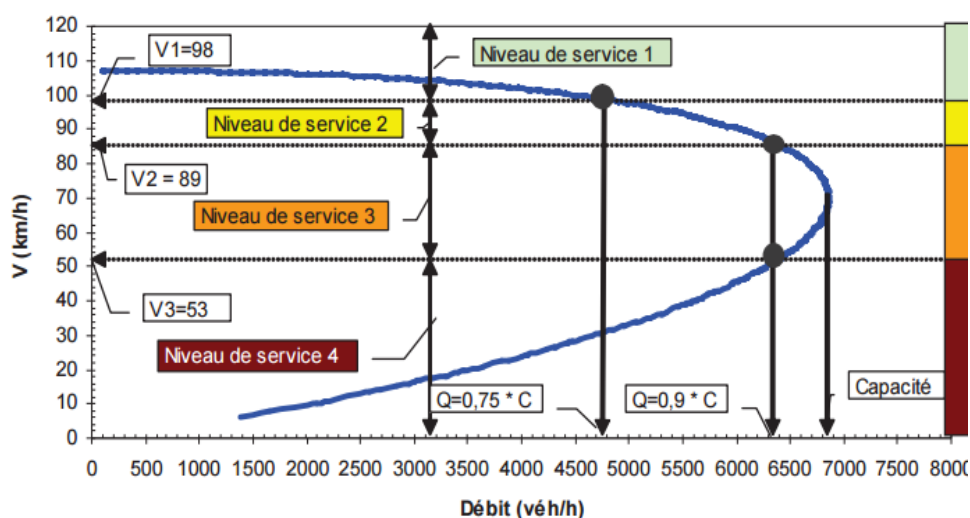
In termini più generali altri autori, come ad esempio Brilon & Lohoff (2011a, 2011b), suggeriscono alcune alternative rispetto alla pratica corrente di utilizzare le relazioni definite dall'HCM per le relazioni tra le variabili macroscopiche, soprattutto al di fuori degli USA, proponendo modelli calibrati su dati sperimentali (cfr. paragrafo 6.1).



**Fig. 8.3. Calibrazione del Diagramma Fondamentale su una tratta della A66 in Germania in Brilon & Lohoff (2011a, 2011b)**

Lo stesso tipo di rilievo viene fatto da Ni et al (2012, 2015) a proposito del modello macroscopico LCM (cfr. paragrafo 6.3.2) nelle analisi di capacità e Livello di Servizio delle autostrade, che consente di utilizzare relazioni flusso – velocità - densità più realistiche rispetto alle famiglie di curve proposte dall’HCM facilitando la ricerca analitica, numerica e grafica delle soluzioni.

In questa direzione si sono orientate anche alcune recenti esperienze francesi che propongono l’impiego di Diagrammi Fondamentali calibrati per la caratterizzazione del Livello di Servizio sulle autostrade. A tal proposito si può citare l’ultimo documento prodotto per la *Direction régionale et interdépartementale de l’équipement et de l’aménagement d’île-de-France DREAIF (ex-DREIF)* nel 2014 e basato sugli studi di Roux et al. (2007) che considerano la calibrazione su dati sperimentali del Diagramma Fondamentale secondo un modello macroscopico esponenziale generalizzato  $v=a \cdot \exp(-b \cdot k^\alpha)$  e l’individuazione dei Livelli di Servizio sul Diagramma, ottenuto stimando i parametri  $a$ ,  $b$  ed  $\alpha$ , a partire dalla capacità come riportato nella figura 8.4. Tale approccio è indicato come tipico nelle valutazioni delle autostrade francesi in Princeton & Cohen (2011).



**Fig. 8.4. Calibrazione del Diagramma Fondamentale e individuazione dei Livelli di Servizio (da Roux et al. 2007 – DREAIF 2014)**

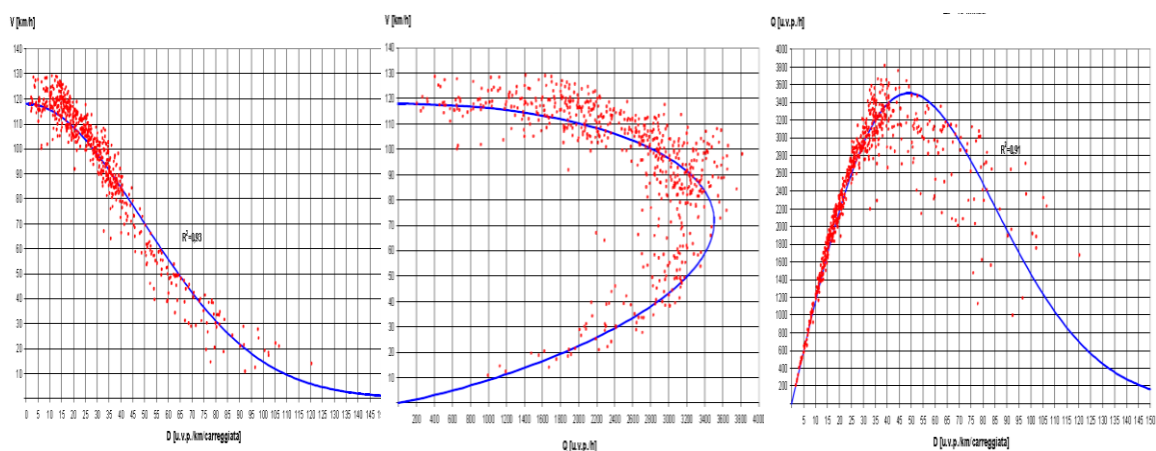
In un panorama internazionale che negli anni si è progressivamente arricchito di contributi sia sul tema generale della calibrazione del Diagramma Fondamentale per infrastrutture a flusso ininterrotto sia sul suo utilizzo nell’ambito della valutazione della qualità del deflusso, la letteratura italiana non si dimostra altrettanto ricca di esperienze in merito.

Se, d’altra parte, si possono richiamare alcune esperienze significative in merito

- alla calibrazione del Diagramma Fondamentale del deflusso autostradale in alcune sezioni della rete autostradale, tra cui (Mauro, 2007) (Mauro et al., 2014);

- alla calibrazione dei coefficienti di equivalenza dei mezzi pesanti sulla base dell'analisi di dati rilevati in autostrada (Nuzzolo et al., 2004) e non (De Luca & Dell'Acqua, 2013), ovvero sulla base di modelli di microsimulazione calibrati su tratte autostradali (Giuffrè et. al., 2015);
- all'analisi della velocità di flusso libero in autostrada (De Luca et al., 2012);
- all'analisi della qualità del deflusso autostradale mediante approcci alternativi (Ferrari et al., 1982) (Ferrari, 1988) (Mauro et al., 2013);

non si riscontrano studi che mettano in relazione le caratteristiche del deflusso sulla rete autostradale nazionale, mediante analisi diretta dei dati sperimentali, con le metodologie proposte nelle diverse edizioni dell'HCM statunitense, diffusamente utilizzate anche in Italia.



**Fig. 8.5. Calibrazione del Diagramma Fondamentale su una tratta della A22 del Brennero (in Mauro, 2007 e Mauro et al, 2013)**

In introduzione si sono richiamate alcune problematiche che riguardano nello specifico il tema della verifica della funzionalità delle infrastrutture stradali, ed autostradali in particolare, e della relativa valutazione della qualità del deflusso. Questi temi intervengono in maniera importante nelle fasi che caratterizzano il ciclo di vita di una infrastruttura, dalla pianificazione e progettazione, all'esercizio e all'eventuale rifunionalizzazione/implementazione delle caratteristiche, qualora le stesse divenissero nel tempo inadeguate ad assicurare standard accettabili per gli utenti.

Sempre in introduzione si è citato il deficit della normativa tecnica vigente, che pur introducendo il concetto di Livello di Servizio in riferimento alle condizioni minime da assicurare sull'infrastruttura in dipendenza dalla tipologia e dalla localizzazione, non definisce in maniera univoca metodologie e criteri di riferimento. L'unica indicazione che riportano le norme ministeriali, che ormai risalgono a circa 15 anni addietro, è il riferimento all'edizione 1994 dell'HCM.

Come detto tale riferimento, tuttavia, è disatteso da alcune circolari emanate a livello regionale (es. riferimento all'HCM 1985 per la Regione Lombardia nella valutazione di

infrastrutture autostradali), rendendo massimamente vago l'intero contesto tecnico-normativo ed estremamente variabile la sua traduzione nella prassi applicativa. In ultimo la pubblicazione dell'HCM2010 ha portato ad assumere come riferimento nella prassi comune quella che ad oggi è la più recente edizione del Manuale, utilizzato nelle valutazioni di funzionalità che corredano gli Studi di Traffico che accompagnano l'infrastruttura nelle diverse fasi della sua vita utile.

Tale tendenza, in realtà, non risulta corroborata da alcuna analisi in merito all'effettiva trasferibilità delle metodologie che sia stata proposta in ambito nazionale, cosa che peraltro si era già verificata per le precedenti edizioni.

La mancanza di un quadro normativo chiaro e l'incertezza circa la trasferibilità delle procedure HCM richiedono una valutazione di quale sia il grado di rispondenza di tali metodologie rispetto alle situazioni che si manifestano sulla rete autostradale italiana. D'altra parte l'esperienza delle società concessionarie italiane in merito all'utilizzazione delle metodologie HCM come base analitica per la verifica della funzionalità e della qualità del deflusso attraverso il calcolo di LOS pone un'attenzione significativa al problema della rappresentatività dei risultati, evidenziando spesso un divario tra gli output delle analisi e la percezione che gli stessi operatori hanno del reale grado di congestione della rete.

Da questo punto di vista occorre ricordare che le analisi della funzionalità rappresentano non solo un requisito normativo e un elemento di verifica nella fase di pianificazione e progettazione, ma includono ulteriori aspetti nell'ambito della valutazione aziendale delle società concessionarie. La loro inclusione in sistemi di monitoraggio e reportistica della qualità del servizio e nella certificazione della qualità aziendale, il loro utilizzo nelle verifiche di adeguatezza del servizio di trasporto assicurato agli utenti nei rapporti con gli stakeholders (concedente, azionisti, enti ministeriali e territoriali, associazioni consumatori, etc.) rendono necessario il soddisfacimento dei requisiti di adeguatezza, rappresentatività e riproducibilità.

Anche come conseguenza dell'esiguità delle ricerche fino ad ora proposte aventi come oggetto la rete autostradale italiana, questo capitolo propone una analisi comparativa tra le metodologie riportate nel manuale americano e una procedura basata sulla calibrazione del Diagramma Fondamentale, a partire da dati sperimentali effettivamente rilevati in corrispondenza di un segmento base autostradale. A partire da un approccio che riprende i riferimenti precedentemente richiamati a proposito dei lavori di Brilon & Lohoff (2011a, 2011b), Ni et al. (2012, 2015), Roux et al. (2007) e DREAIF (2014), il contenuto è centrato su diversi aspetti riguardanti l'analisi sperimentale dei Livelli di Servizio sulla rete autostradale italiana.

Nel proseguimento del capitolo, infatti, i due modelli identificati come i più adeguati ad essere applicati nella caratterizzazione del deflusso di traffico e nella calibrazione del Diagramma Fondamentale per il segmento campione nella discussione del capitolo 6 (cfr. paragrafo 6.4), vengono impiegati per l'analisi delle performances di deflusso su 6 segmenti della rete italiana. Oltre a proporre una metodologia di analisi della funzionalità

basata sul Diagramma calibrato in ciascuna sezione, ciò consentirà di valutare il grado di consistenza delle risultanze rispetto a quanto ottenibile applicando le più recenti metodologie indicate nell'HCM2010.

## 8.1. SCELTA DEI MODELLI PER LA CALIBRAZIONE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

Il primo passo per la definizione della metodologia di analisi della qualità del deflusso autostradale basata sulla calibrazione del Diagramma Fondamentale è rappresentato dalla scelta del modello di deflusso da utilizzare per esprimere le relazioni esistenti tra le variabili macroscopiche.

L'analisi presentata al capitolo 6, che ha proposto la calibrazione di 18 modelli macroscopici di deflusso in considerazione dei dati sperimentali rilevati su una sezione della rete autostradale italiana, ha messo in evidenza le capacità di *fitting* dei modelli testati. La valutazione delle misure di bontà del *fitting* e la formulazione delle relative classifiche hanno messo in evidenza i modelli che si distinguono per il miglior grado di adattamento, identificando i modelli di Van Aerde (Van Aerde, 1995) (Van Aerde & Rakha, 1995) e il LCM (Ni et al., 2012- 2015) come i più performanti. Come evidenziato al paragrafo 6.3, si tratta di modelli macroscopici di recente formulazione nati dalla necessità di provvedere alla definizione di modelli di deflusso in grado di catturare i comportamenti microscopici e, nel contempo, di risultare massimamente coerenti dal punto di vista dei fenomeni aggregati.

Il modello scelto per la calibrazione del Diagramma Fondamentale è il Longitudinal Control Model (LCM), proposto da Ni et al. (2012, 2015) come modello macroscopico stazionario a singolo regime e di derivazione microscopica, capace di risultare semplice, flessibile e consistente nel rappresentare differenti condizioni di deflusso e di descrivere un ampio spettro di tipologie di segmenti autostradali con un'ottima capacità di adattarsi all'andamento dei dati sperimentali. Come approfondito al paragrafo 6.3.2, la versione macroscopica dell'LCM è derivata dall'equazione del modello microscopico, che descrive il controllo ed il moto del veicolo in senso longitudinale rispetto alla carreggiata interpretandolo come soggetto ad un campo di forze determinato dalla presenza dell'infrastruttura stradale e degli altri veicoli in moto sulla medesima. In questa ricerca di tesi si propone l'analisi e l'utilizzo dell'LCM nella forma:

$$v = v_f \left[ 1 - e^{-\frac{k^*}{k}} \right] \quad (8.1)$$

con

$$k^* = \frac{1}{v^2 \gamma + v \tau + L} \quad (8.2)$$

Nei termini considerati dalla (8.1) e (8.2) l'LCM è espresso mediante una relazione tra velocità media spaziale e densità che dipende dai due parametri  $v_f$  velocità di flusso libero e  $k^*$ , che a sua volta è nuovamente funzione di tre parametri, l'aggressività media  $\gamma$  ed il tempo medio di risposta  $\tau$  della popolazione dei guidatori, la lunghezza media effettiva dei veicoli  $L$ . Le altre due relazioni, densità-flusso e velocità-flusso possono essere ottenute in considerazione della relazione idrodinamica, provvedendo alla completa definizione del Diagramma Fondamentale. L'utilizzo del LCM consente di stimare, pertanto, il Diagramma Fondamentale del traffico insieme ai relativi valori chiave, quali la velocità di flusso libero, i valori critici di flusso, velocità e densità alla capacità e la densità massima o jam. Il modello consente, inoltre, di stimare alcuni parametri utili per valutare e confrontare i comportamenti di guida, in termini di tempo medio di risposta e di aggressività dei guidatori.

Al fine di testare l'adeguatezza del LCM, si è ritenuto utile prendere in considerazione il secondo modello emerso dalla classifica di cui al capitolo 6, ossia il modello di Van Aerde (VAM). Come approfondito al paragrafo 6.3.1, il VAM è anche esso di derivazione microscopica, avendo come riferimento una semplice relazione *car following* che considera lo spaziamento minimo tra due veicoli consecutivi come composto da un termine costante, da un termine che dipende dalla differenza tra velocità media spaziale  $v$  e velocità di flusso libero  $v_f$ , e da un termine che dipende dalla velocità media spaziale  $v$ . Il modello è espresso come:

$$k = \frac{1}{c_1 + \frac{c_2}{v_f - v} + c_3 \cdot v} \quad (8.3)$$

dove  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ , rispettivamente valore fisso di spaziatura tra i veicoli (km), primo parametro di distanziamento variabile ( $\text{km}^2/\text{h}$ ) e secondo parametro di distanziamento variabile (h), sono i parametri relativi ai tre termini sopra richiamati.

Riprendendo quanto già indicato, infatti, si può ricordare come il modello LCM, proposto da Ni e da Ni et al. (2012, 2015), abbia espresso nelle analisi proposte dagli autori ottime capacità di replicare i trend dei dati reali e di includere, anche nella formulazione macroscopica, alcuni parametri rappresentativi dei comportamenti medi dei guidatori. Ciò consente, tra l'altro, al modello di assumere andamenti capaci di riprodurre fenomeni particolari quali il drop di capacità (cfr. par. 5.2.2).

Per quanto riguarda il modello di Van Aerde, proposto da Van Aerde e Van Aerde e Rakha nel 1995, gli autori hanno dimostrato ottime capacità di *fitting* anche in confronto

con altri modelli a singolo regime, usando dati da letteratura o direttamente provenienti da rilievi in contesti europei o nord americani. Si può, inoltre, richiamare come il VAM sia stato ampiamente utilizzato per la calibrazione di diagrammi in U.S., Canada, (Van Aerde & Rakha, 1995) (Washburn et al., 2010), Netherlands (Van Aerde & Rakha, 1995), Germany (Brilon & Lohoff, J. (2011), Iceland, (Erlingsson et al., 2006), mostrando sempre buone capacità di *fitting* dei dati.

## 8.2. DATI PER LA CALIBRAZIONE NELLE SEZIONI DI TEST

I dati di riferimento per la calibrazione dei modelli macroscopici LCM e VAM riguardano complessivamente sei segmenti base, o tratti elementari, della rete autostradale italiana. In particolare sono state considerate due sezioni autostradali su tratti caratterizzati da due corsie per direzione e quattro sezioni su tratti con carreggiata a tre corsie per senso di marcia. Nel dettaglio le tratte prese in esame sono:

- Sezione1: Autostrada A4 Torino – Trieste / tratto compreso tra Padova Ovest e Padova Est
- Sezione2: Autostrada A4 Torino – Trieste / tratto compreso tra Rovato e Ospitaletto
- Sezione3: Autostrada A1 Milano – Napoli / tratto compreso tra Parma e Terre di Canossa-Campegine
- Sezione4: Autostrada A1 Milano – Napoli / tratto compreso tra Barberino e Calenzano-Sesto Fiorentino
- Sezione5: Autostrada A14 Bologna – Taranto / tratto compreso tra Imola e la Diramazione per Ravenna
- Sezione6: Autostrada A22 Brennero – Modena / tratto compreso tra i caselli di Trento Sud e Rovereto Nord

I dati provengono dai monitoraggi effettuati a cura delle Società Concessionarie in vari periodi del 2012, 2013 e 2014. Nel caso specifico di ciascuna sezione, i dati sono riferiti a diversi periodi di monitoraggio  $T$ , dettagliati come nelle due tabelle 8.6 e 8.7.

Tutte le sezione autostradali oggetto di analisi sono localizzate in tratti che non risultano caratterizzati da particolari pendenze, su segmenti pressoché rettilinei in zone sufficientemente lontane da rampe di ingresso ed uscita dall'autostrada, in maniera tale da non risentire degli effetti di disturbo al flusso in asse legate alle manovre da e verso le stesse rampe. In riferimento all'identificazione della localizzazione della sezione di misura secondo Hall (2001) e come riportato al paragrafo 4.3.1, in tutti i casi si tratta di sezioni di tipo B per le quali è possibile acquisire informazioni in merito alla porzione non congestionata del Diagramma Fondamentale ed alle operazioni di deflusso che caratterizzano la capacità.

Sezione	Specifiche dati	
1	Autostrada	A4 Torino – Trieste
	Tratto Elementare	Padova Ovest - Padova Est
	Direzione	Est
	Corsie	3
	Concessionaria	Società Autostrada Brescia-Padova
	Fornitura Dati	dati forniti direttamente dalla Concessionaria
	Periodo Monit.	T = 01/07/2012-31/07/2012
2	Autostrada	A4 Torino – Trieste
	Tratto Elementare	Rovato - Ospitaletto
	Direzione	Est
	Corsie	3
	Concessionaria	Autostrade per l'Italia
	Fornitura Dati	Polizia Stradale, previa acquisizione presso Concessionaria
	Periodo Monit.	T = 06/02/2013-26/03/2013
3	Autostrada	A1 Milano – Napoli
	Tratto Elementare	Parma - Terre di Canossa Campegine
	Direzione	Nord
	Corsie	3
	Concessionaria	Autostrade per l'Italia
	Fornitura Dati	Polizia Stradale, previa acquisizione presso Concessionaria
	Periodo Monit.	T = 01/09/2013-30/09/2013

**Tab. 8.6 – Identificazione sezioni di monitoraggio 1, 2, 3**

Sezione	Specifiche dati	
4	Autostrada	A1 Milano – Napoli
	Tratto Elementare	Barberino – Calenzano Sesto Fiorentino
	Direzione	Sud
	Corsie	2
	Concessionaria	Autostrade per l'Italia
	Fornitura Dati	Polizia Stradale, previa acquisizione presso Concessionaria
	Periodo Monit.	T = 01/09/2013-30/09/2013
5	Autostrada	A14 Bologna – Taranto
	Tratto Elementare	Imola - Diramazione Ravenna
	Direzione	Nord
	Corsie	3
	Concessionaria	Autostrade per l'Italia
	Fornitura Dati	Polizia Stradale, previa acquisizione presso Concessionaria
	Periodo Monit.	T = 06/02/2013-24/04/2013
6	Autostrada	A22 Brennero – Modena
	Tratto Elementare	Trento Sud - Rovereto Nord
	Direzione	Sud
	Corsie	2
	Concessionaria	Società Autostrada del Brennero
	Fornitura Dati	dati forniti direttamente dalla Concessionaria
	Periodo Monit.	T = 01/06/2014-31/08/2014

**Tab. 8.7 – Identificazione sezioni di monitoraggio 4, 5, 6**

Tanto nel caso di carreggiata a tre corsie (sezioni 1, 2, 3, 5) quanto per le due corsie (sezioni 4 e 6), le stesse corsie disponibili per la marcia sono larghe 3,75 metri e delimitate da uno spartitraffico in sinistra e da una corsia di emergenza in destra larga 3,00 metri.



Tranne nei casi di carreggiata a due corsie, in corrispondenza delle sezioni non si riscontrano restrizioni nel sorpasso o limiti particolari di velocità, se non quelli generali definiti dal Codice della Strada (130 km/h per i veicoli leggeri; 80 o 100 km/h per i veicoli pesanti che siano rispettivamente autotreni, autoarticolati, autosnodati o veicoli con massa complessiva superiore alle 12 t e veicoli con massa complessiva inferiore alle 12 t). Per le sezioni a due corsie, invece, si osservano le seguenti restrizioni particolari:

- Sezione 4 – Autostrada A1 – tratto Barberino – Sesto Fiorentino Calenzano direzione sud (km 262+300): limite di velocità a 90 km/h (ad esclusione delle categorie pesanti con limite 80 km/h, che permangono) e divieto di sorpasso per mezzi pesanti con massa a pieno carico >7.5 t;
- Sezione 6 – Autostrada A22 – tratto Trento Sud – Rovereto Nord direzione sud: (km 156+600): divieto di sorpasso per mezzi pesanti con massa a pieno carico >12 t, o autoveicoli trainanti, caravan o rimorchi, tra le 6.00 e le 22.00.

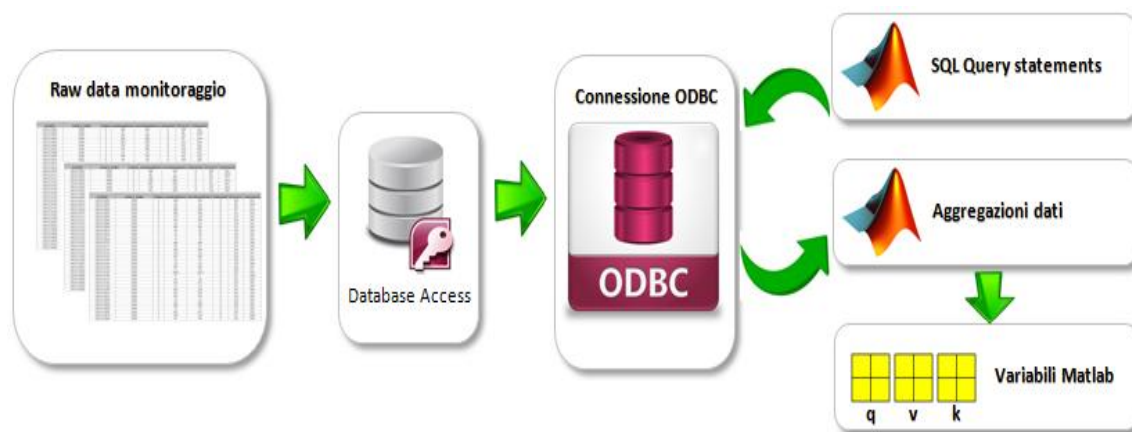
Ogni sezione è equipaggiata con un apparato di monitoraggio di tipo puntuale (*cross sectional*) costituito da apparecchiature radar o spire induttive, che consentono alle rispettive Società Concessionarie di registrare i transiti per le proprie finalità di esercizio. A tal proposito si specifica che i dati forniti per le diverse sezioni sono strutturati in due gruppi:

- per le sezioni 1, 3, 4, 6 – dettaglio del singolo transito con evidenziazione per ciascun record di transito della corsia in cui è avvenuto il transito, dell'istante di passaggio (in gg/mm/aa hh:mm:ss), della velocità (in km/h), della lunghezza del veicolo (in dm) e del distacco temporale rispetto al veicolo precedente sulla medesima corsia (in msec);
- per le sezioni 2 e 5 – transiti aggregati in intervalli di 5 minuti e suddivisi in 7 classi veicolari (A = Autovetture caravan autocarri min. 3,5t; B = Autovetture con rimorchio; C = Autocarri con portata tra 3,5 e 12t; D = Autotreni ed Autoarticolati con massa a pieno carico sup. alle 12t; E = Autobus; F = Indefinito; G = Motocicli), con evidenziazione per ciascuna di esse della velocità media armonica.

I file riguardanti i singoli transiti per le sezioni 1, 3, 4, 6 ed i transiti per classe veicolare in intervalli di 5 minuti per le sezioni 2 e 5 sono stati accorpate e strutturati in un unico database mdb di Microsoft Access per il quale è stata attivata una connessione ODBC. Utilizzando le funzioni del Database Toolbox di Matlab, sono state effettuate delle query sui record del database dei transiti che hanno consentito di definire all'interno di un workspace Matlab le variabili caratteristiche da utilizzare per la calibrazione dei modelli (fig. 8.6).

Anche in questo, come riportato al paragrafo 6.4, si è proceduto ad una validazione dei dati applicando il criterio di Roux et al. (2007) per l'individuazione di record anomali (velocità > 260 km/h, flusso in 5 minuti > 300 veicoli, lunghezza veicolare > 35m o <

1.75m). Il controllo sui dati ha evidenziato la presenza di minime anomalie (dell'ordine dell'1%) che sono state rimosse dal database di partenza.



**Fig. 8.6: Schema logico del processo di caricamento ed elaborazione dei dati di monitoraggio**

Per omogeneità su tutte le sezioni, come intervallo di aggregazione temporale delle variabili macroscopiche è stata considerata una durata di 5 minuti. In considerazione di quanto discusso al paragrafo 4.4.2 questo intervallo può rappresentare un buon compromesso tra la maggiore aleatorietà generalmente riscontrabile su intervalli più piccoli e la maggiore probabilità di non stazionarietà per intervalli più lunghi.

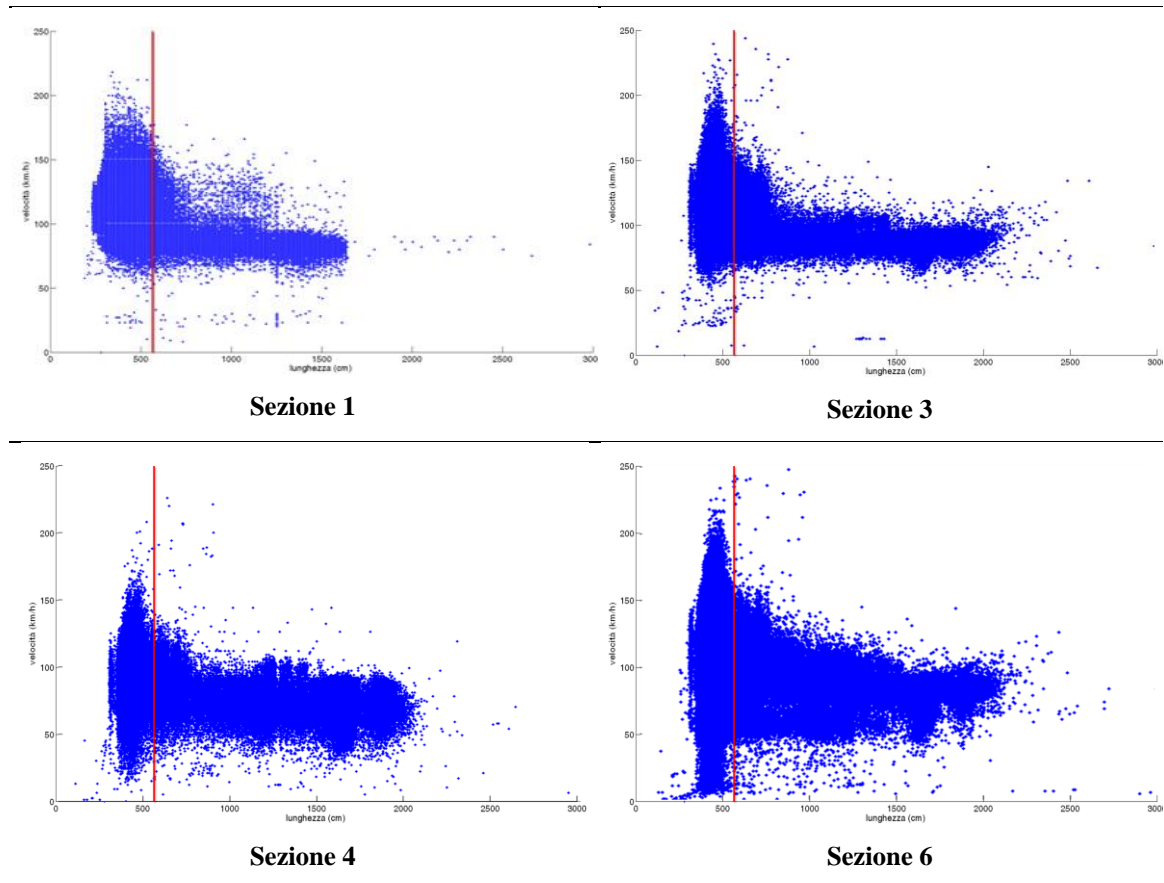
Nell'ambito delle procedure di query e aggregazione per le sezioni del primo gruppo (1, 3, 4, 6) un'analisi sulla distribuzione delle velocità in relazione alle lunghezze veicolari, i cui output grafici sono riportati in figura 8.7, ha consentito di effettuare una distinzione tra le tipologie di veicoli in transito e di suddividerli in categorie veicolari.

Come evidenziato dalla figura seguente, infatti, le nuvole di punti sperimentali mostrano nelle quattro sezioni un'evidente discontinuità nella distribuzione delle velocità in corrispondenza di una lunghezza veicolare compresa tra i 500 e i 600 cm. In considerazione di ciò e tenuto conto delle lunghezze medie dei veicoli in circolazione in Italia, la lunghezza di 550 cm è stata assunta come indicativa per la suddivisione dei veicoli nelle classi leggeri ( $\leq 550$  cm) e pesanti ( $> 550$  cm).

Per quanto riguarda, invece, le sezioni 2 e 5 i dati forniti secondo la disaggregazione dei transiti per intervalli di 5 minuti rispetto alle 7 classi veicolari sono stati ulteriormente aggregati nelle due macroclassi leggeri, composta dai transiti classificati nelle categorie A, F e G, e pesanti, composta dai transiti classificati nelle restanti categorie B, C, D ed E.

Sulla base della distinzione in leggeri e pesanti e del raggruppamento dei relativi transiti per intervalli di 5 minuti, per ciascuna sezione e per ciascun intervallo in cui viene suddiviso il periodo di monitoraggio, sono stati individuati i tassi di flusso orario e le

velocità medie armoniche per classi veicolari leggera e pesante, come approssimazione delle relative velocità medie spaziali.



**Fig. 8.7 - Scatterplot lunghezza veicolare – velocità per l'identificazione della soglia di distinzione leggeri/pesanti**

I tassi di flusso orario leggero e pesante in ciascun intervallo sono stati omogeneizzati in flussi equivalenti, ossia esprimibili in autovetture equivalenti orarie (veq/h o pcu/h), utilizzando opportuni coefficienti di equivalenza PCE. I PCE specifici di ogni sezione sono stati calcolati impiegando il metodo proposto da Sumner (1984), Elefteriadou (1994), Demarchi & Setti (2003), già descritto al paragrafo 4.3.3 ed utilizzato per le analisi descritte al paragrafo 6.4.1.

Le analisi condotte per ciascuna sezione hanno consentito di isolare, sulla base dei dati di rilievo, un flusso base  $q_b$  costituito da sole autovetture (ossia con percentuale di veicoli pesanti inferiore al 2,5%) e flussi misti  $q_{mix}(P_t)$  caratterizzati dalla presenza di veicoli pesanti in percentuali sul totale variabili, e rispettivamente con  $2.5\% < P_t < 5\%$ ,  $P_t$  tra 5% e 10% e  $P_t > 10\%$ .

I PCE per ciascun range di  $P_t$  sono stati stimati in considerazione dell'equazione (8.4):

$$PCE_T = \frac{1}{P_T} \cdot \left( \frac{q_{base}}{q_{mix}} - 1 \right) + 1 \quad (8.4)$$

Le analisi condotte utilizzando tale metodo, stanti le ipotesi già indicate al paragrafo 6.4.1 di assumere il valore medio ottenuto per densità discrete (valori tra 10 e 60, con passo di 10 veicoli/km) e stima mediante regressione lineare delle  $q_{base}(k)$  e  $q_{mixPt}(k)$ , hanno prodotto i coefficienti di equivalenza per i veicoli pesanti, approssimati mediante arrotondamento allo 0.5 più vicino (in analogia con l'approccio HCM2010), riportati nella tabella 8.8.

Sezione	$P_t < 5\%$	$5\% < P_t < 10\%$	$P_t > 10\%$
1	3	2	1.5
2	3.5	2	1.5
3	3.5	2	1.5
4	3.5	2.5	1.5
5	3	2	1.5
6	3.5	2.5	1.5

**Tab. 8.8 – Coefficienti di equivalenza stimati per i veicoli pesanti al variare della percentuale  $P_t$**

Per  $P_t > 10\%$ , caso che si verifica per l'85% degli intervalli nelle varie sezioni, i valori ottenuti sono sostanzialmente rispondenti ai valori consigliati dall'HCM2010 per sezioni del tipo in esame. Si tratta, come detto, di sezioni che non sono caratterizzate dalla presenza di particolari livellette e che risultano avere pendenze non superiori al 3%, e quindi da ritenersi tutte ad andamento pianeggiante. In considerazione delle tabelle 7.10 e 7.11, pertanto, i valori per il PCE da assumersi secondo l'ultima edizione del manuale americano si attesterebbero sull'1.5. I valori riscontrati risultano essere in linea, inoltre, con quanto evidenziato a proposito della calibrazione dei coefficienti di equivalenza sulla rete autostradale italiana da Nuzzolo et al. (2004). Nella loro analisi gli autori riscontravano, per percentuali di pesanti maggiori del 5% e situazione di non particolare pendenza, PCE pari ad 1,5 ed in linea con la versione HCM 2000 (i cui valori sono coincidenti con quelli dell'ultima edizione 2010) ed escludevano l'applicabilità di valori più gravosi quali quelli suggeriti dalle edizioni precedenti del manuale. Sempre in termini di confronto dei PCE stimati, i valori ottenuti sono sostanzialmente allineati, inoltre, con i valori sottointesi dall'HBS e già richiamati in tabella 8.4 che nel caso in esame si collocano mediamente tra sull'1,5-1,6.

Utilizzando i valori identificati per i coefficienti di equivalenza sopra riportati, le variabili macroscopiche stimate negli intervalli di 5 min. per le due componenti sono state ricondotte a valori riferibili al tasso di flusso equivalente orario. A tal proposito si precisa che la velocità media spaziale del flusso equivalente è stata approssimata con la velocità

media armonica pesata delle due classi veicolare, e che su ciascun intervallo di 5 minuti la densità equivalente è stata stimata in considerazione dell'equazione fondamentale  $q=k \cdot v_s$ .

In merito alla distribuzione trasversale del traffico sulle corsie della carreggiata, già messa in evidenza al paragrafo 4.3.4 e che sarà oggetto di approfondimento specifico del seguente capitolo 9, nel corso di questa analisi non sono state effettuate considerazioni particolari e i tassi di flusso orario con le relative velocità medie armoniche per classe veicolare sono state aggregate sull'intera carreggiata.

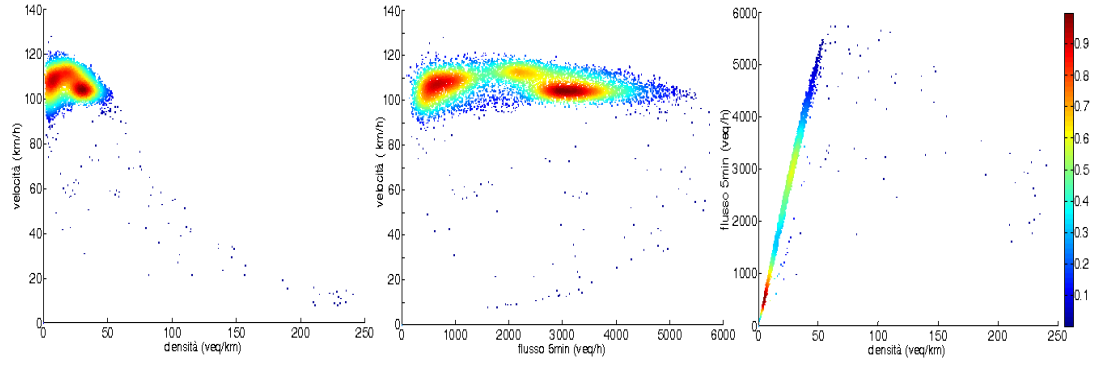
In tabella 8.9 sono riportati alcuni valori caratteristici del traffico registrato durante il periodo di monitoraggio, in termini di traffico giornaliero medio e pesante, di traffico totale massimo giornaliero e di tasso di flusso equivalente, massimo e medio, nel periodo di monitoraggio (valori riferiti sempre alla carreggiata monodirezionale monitorata). Si sottolinea come la composizione del traffico per classi veicolari sia sostanzialmente omogenea tra le sezioni, con una percentuale di pesanti media giornaliera minimamente variabile rispetto al valore medio del 24% (22%-26%).

Sez.	TGM (veicoli/giorno)				TGmax (Totali/giorno)	Flusso 5min Mean(veq/h)	Flusso 5min Max(veq/h)
	Leggeri	Pesanti	Totali	%pesanti			
1	33'150	11'501	44'651	26%	56'784	2'194	5'736
2	39'251	10'806	50'057	22%	67'953	2'229	6'162
3	31'508	10'113	41'621	24%	60'004	1'966	5'268
4	21'854	7'191	29'045	25%	34'734	1'381	4'110
5	26'106	7'716	33'822	23%	58'273	1'590	6'162
6	21'329	5'880	27'209	22%	45'345	1'262	3'972

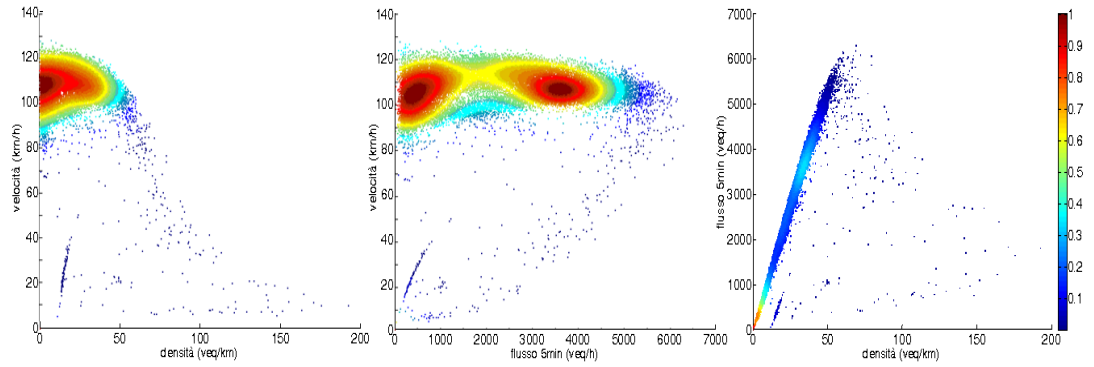
**Tab. 8.9 – Valori caratteristici del traffico registrato (carreggiata monodirezionale) durante il periodo di monitoraggio**

Nelle figure seguenti sono riportati i diagrammi bidimensionali delle variabili macroscopiche aggregate sulle corsie, espressi in termini equivalenti per tutti gli intervalli di 5 min. di cui si compone ciascun periodo di monitoraggio  $T$ . La rappresentazione è fornita mediante visualizzazione dei *frequency plots*, in cui il gradiente cromatico consente di apprezzare la numerosità delle coppie di coordinate flusso - velocità, densità - velocità e densità - flusso e di fornire una immediata percezione dei regimi di traffico dominanti (cfr. paragrafo 4.2).

Sezione 1



Sezione 2



Sezione 3

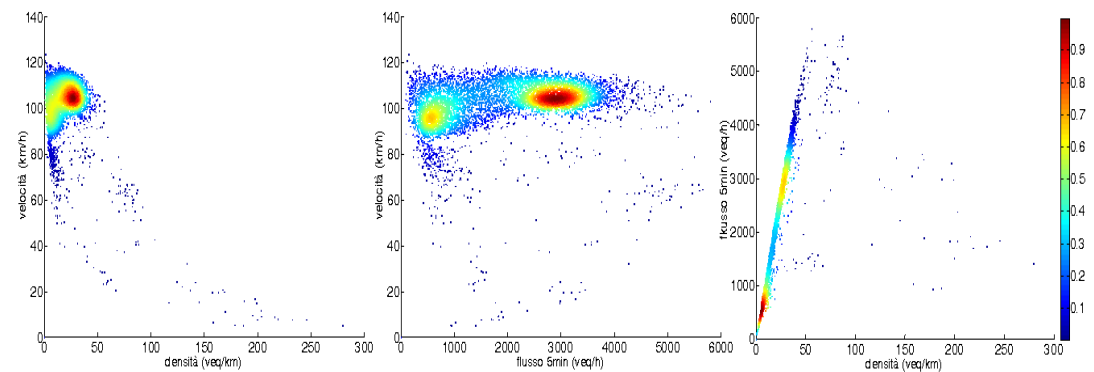
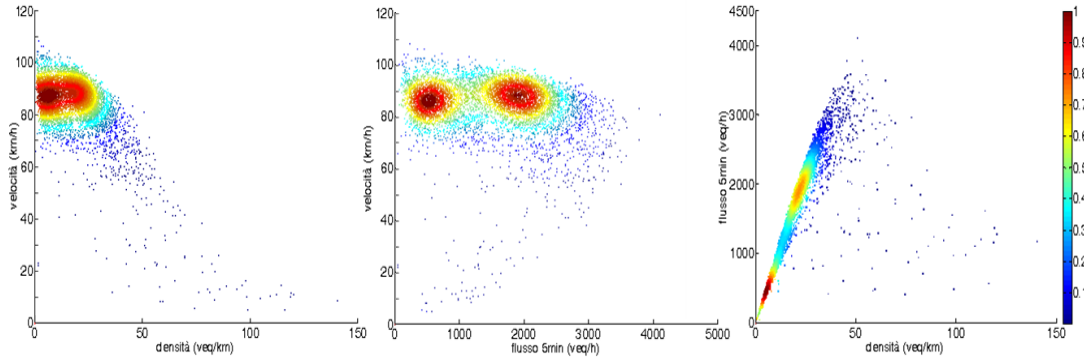
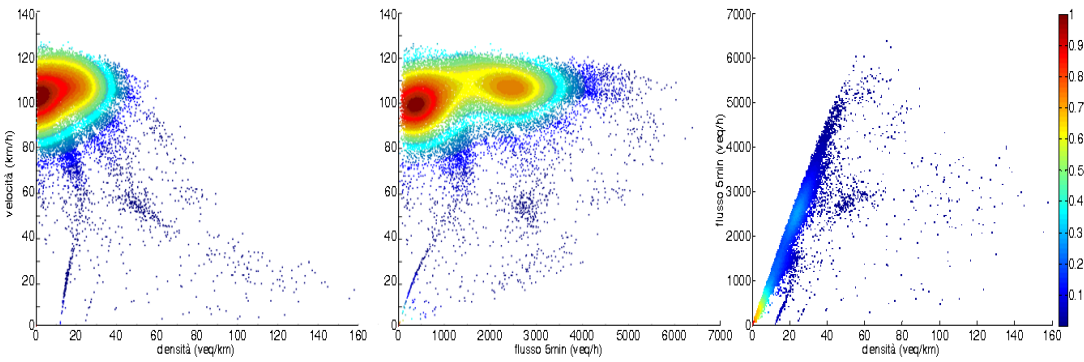


Fig. 8.8: Frequency plots densità – velocità, densità – flusso e flusso – velocità nelle sezioni 1, 2, 3

Sezione 4



Sezione 5



Sezione 6

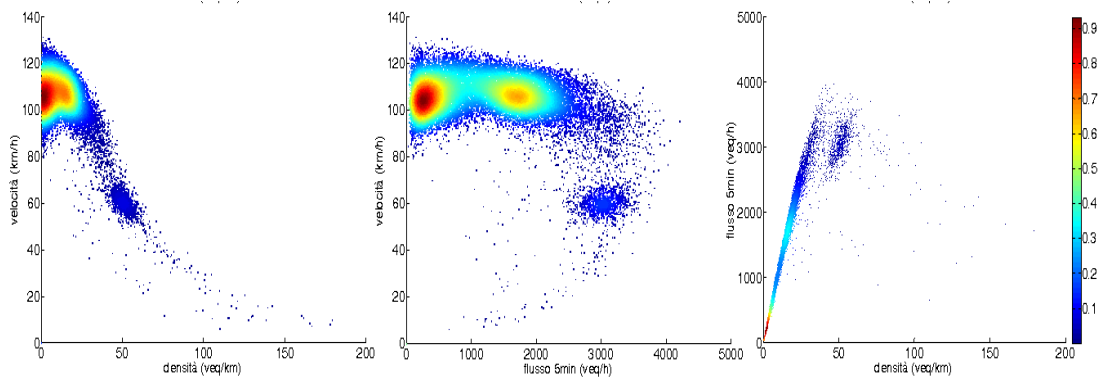


Fig. 8.9: Frequency plots densità – velocità, densità – flusso e flusso – velocità nelle sezioni 4, 5, 6

In considerazione delle procedure di aggregazione ed omogeneizzazione, si sono ottenuti i set di punti  $(q_j, k_j, v_{js})_j$ , con  $j \in T$  insieme degli intervalli di 5 minuti in cui può essere suddiviso ciascun periodo di monitoraggio su ciascuna sezione considerata.

Secondo quanto già discusso al capitolo 5, per la stima del Diagramma Fondamentale si è preferito l'utilizzo della funzione monotona non crescente  $v(k)$ , da calibrare nei parametri rispetto al set di punti  $(k_j, v_{js})_{j \in T}$  per ciascuna sezione e per il relativo intervallo  $T$  di monitoraggio. Tale funzione, infatti, esprime in maniera più diretta l'interazione dei veicoli nel flusso di traffico. Si è già evidenziato, infatti, come i conducenti sperimentino in maniera diretta la densità, le cui variazioni implicano la riduzione o l'aumento delle distanze tra i veicoli, e ad essa adattino il loro comportamento di guida in termini di velocità. Avendo scelto la funzione  $v(k)$  come funzione da calibrare, le altre due relazioni densità-flusso e velocità-flusso possono essere ottenute applicando l'equazione idrodinamica fondamentale  $q = k \cdot v$ .

L'analisi degli *scatterplot* dei punti sperimentali  $(k_j, v_{js})_{j \in T}$  nel piano delle variabili densità e velocità mette in evidenza, come già approfondito al capitolo 5, come per una data densità i valori della velocità si collochino nell'ambito di un range variabile secondo una certa distribuzione. Nell'ambito di tale distribuzione, qualunque essa sia, si può individuare un valore limite collocabile in corrispondenza di un percentile elevato delle velocità osservate. Analizzando l'andamento in generale evidenziato dagli *scatterplot* sperimentali, tale limite decresce per valori crescenti di densità e, in corrispondenza di una data densità, il medesimo percentile può essere considerato come il valore soglia rispetto al quale il comportamento dei guidatori è influenzato effettivamente dai veicoli circostanti.

Questo limite può essere individuato nell'85° percentile, riprendendo un approccio estremamente diffuso nell'analisi delle distribuzioni delle velocità osservate (Rawson, 2015). Se per le basse densità veicolari il limite può essere assunto come rappresentativo della velocità di flusso libero (Moses et al, 2013), intesa come velocità operativa e quindi come velocità che non viene superata nell'85% dei casi, per alte densità consente di tenere sotto controllo la presenza di eventuali outliers nei valori di velocità desunte dai monitoraggi negli intervalli  $j$ . Per una data densità, quindi, la soglia individua un'elevata probabilità (85%) di trovare veicoli che non riescono a superare tale velocità per le limitazioni imposte dalle interazioni reciproche e, parallelamente, una bassa probabilità (15%) di trovare veicoli capaci di tenere velocità maggiori per effetto di situazioni peculiari accorse negli intervalli di monitoraggio,

Al fine di considerare nella stima del Diagramma Fondamentale il limite superiore della distribuzione delle velocità rispetto alla densità rappresentato da un certo percentile (Chow et al., 2008) (Dervisoglu et al., 2009) (Li, 2014), sulla base di quanto già richiamato a proposito delle tecniche di regressione (cfr. paragrafo 5.1.7), è stato considerato l'utilizzo di una Regressione Quantile (Koenker & Bassett Jr., 1978). La Regressione Quantile consente di stimare curve di regressione corrispondenti a definiti punti della distribuzione della variabile dipendente (nel caso in esame la velocità), e più



precisamente a particolari percentili, rispetto alla distribuzione della variabile indipendente (nel caso in esame la densità).

Per ridurre l'impegno in termini di calcolo dettato dalla moltitudine dei punti  $(k_j, v_{js})_{j \in T}$  da prendere in esame per ogni sezione e per ogni periodo  $T$ , oltre che per tenere in conto la non linearità delle funzioni rappresentative dei Diagrammi VAM e LCM da calibrare e dell'impossibilità di esprimere in termini espliciti la relazione rappresentativa dell'LCM (cfr. paragrafo 6.4.1), in considerazione di quanto evidenziato da Koenker e Hallock (2001) si è individuata come opzione valida rispetto alla Regressione Quantile la segmentazione, o *binning*, del campione rispetto alla covariata (densità) e il *fitting* regressivo dei percentili della variabile dipendente velocità rispetto a ciascun segmento di densità. Tale approccio è identificato come Regressione Quantile Approssimata (cfr. paragrafo 5.1.7), già utilizzato come metodo di regressione nell'ambito della stima del Diagramma Fondamentale in Chow et al. (2008) e in Dervisoglu et al. (2009).

Nel caso in esame, al fine di condensare i dataset originari  $(k_j, v_{js})_{j \in T}$  per ciascuna sezione, si è ipotizzato un *binning equal interval* rispetto alla densità (cfr. paragrafo 5.1.6). Il *binning* consente, infatti, di passare dallo *scatterplot* esteso ad un database più contenuto e caratterizzato da valori riassuntivi delle variabili in funzione del metodo e del passo di aggregazione, e della statistica prescelta. Nel caso in esame è stato utilizzato un passo di *binning* della densità costante e pari ad 1, ossia con l'intero dominio delle densità segmentato in intervalli di ampiezza unitaria, identificati dall'insieme  $B \subset \mathcal{N}^+$ . Il generico intervallo di *binning* delle densità può essere, quindi, indicato con  $i \in B$ , tale che  $\max(i)$  coincida con il primo numero naturale che risulta maggiore di  $\max(k)_{j \in T}$ .

Per ciascun intervallo  $i \in B$  sono stati individuati:

- $k_i$  = media delle densità  $(k_j)_{j \in T}$  per i punti dello *scatterplot* ricadenti nel *bin*  $i$ ;
- $v_i^{85}$  = 85° percentile delle velocità  $(v_{js})_{j \in T}$  per i punti dello *scatterplot* ricadenti nel *bin*  $i$ .

Individuati per ogni intervallo unitario di densità  $i \in B$  il valore di velocità  $v_i$  come 85° percentile  $v_i^{85}$  della distribuzione delle velocità nel *bin*  $i$  come soglia di velocità massima per il condizionamento reciproco dei veicoli alla densità  $k_i$ , il relativo valore  $q_i$  rappresenta il relativo flusso di soglia per tale condizionamento. Operando in tal modo, per ogni sezione in esame e per il periodo di monitoraggio  $T$ , il dataset dei punti  $(q_j, k_j, v_{js})_{j \in T}$  viene condensato nel dataset  $(q_i, k_i, v_i^{85})_{i \in B}$ .

### 8.3. CALIBRAZIONE DEL DIAGRAMMA FONDAMENTALE

#### 8.3.1. LONGITUDINAL CONTROL MODEL

I quattro parametri del LCM sono stati stimati per ogni sezione considerata e nell'ambito di ciascuno dei periodi di monitoraggio  $T$  mediante Regressione Non Lineare sui punti  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$ , con  $B$  insieme degli intervalli di ampiezza unitaria con cui viene segmentato il dominio densità dei punti del dataset originario  $(k_j, v_{sj})_{j \in T}$ .

Come approfondito al capitolo 5 (cfr. paragrafo 5.1.2) l'idea di fondo del *fitting* mediante Regressione Non Lineare è la medesima della Regressione Lineare, introducendo l'unica variante di considerare una funzione che approssimi l'andamento dei dati non lineare rispetto ad uno o più parametri sconosciuti. Nel caso in esame, infatti, la funzione di regressione risulta:

$$v_i^{85} = f(k_i, v_f, \gamma, \tau, L) + \varepsilon_i = f(k_i, \theta) + \varepsilon_i \quad (8.5)$$

dove la funzione  $f$  è non lineare nei parametri  $v_f, \gamma, \tau, L$  e  $\varepsilon_i$  sono errori casuali ed incorrelati, a media nulla e varianza costante.

Utilizzando i punti  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$ , i quattro parametri del modello sono stati stimati attraverso una procedura numerica basata su una Regressione Non Lineare con Metodo dei Minimi Quadrati ed adattata al caso di una funzione non esplicitabile rispetto alla variabile velocità, qual è l'espressione dell'LCM come riportata nelle equazioni (8.1) e (8.2).

Tenendo conto di quanto approfondito al capitolo 5 (cfr. paragrafo 5.1.5) in merito alle cosiddette Regressioni Ortogonali (ossia alle regressioni in cui non è chiaramente definibile il ruolo delle variabili in termini di dipendenza/indipendenza) e Regressioni EIV (possibili errori in entrambe le variabili), quale appare il caso in questione, e riprendendo quanto evidenziato da Jia et al. (2014) in merito alla trascurabilità dei termini di errore nella variabile  $k$  rispetto a quelli in  $v$ , la funzione obiettivo da minimizzare può essere espressa nella forma classica dei Minimi Quadrati:

$$\min_{\theta} \varphi(\theta) = \min_{\theta} \sum_i [v_i - f(k_i, \theta)]^2 \quad (8.6)$$

Essendo  $f(k_i, \theta)$  una funzione non lineare nei parametri  $\theta$  e  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$  i punti individuati mediante il binning, l'obiettivo consiste nel ricercare i parametri del vettore  $\theta = (v_f, \gamma, \tau, L)$  tali da minimizzare la somma degli scarti  $\varphi(\theta)$ .

L'algoritmo di ottimizzazione considerato per la minimizzazione è il già citato *Trust Region Reflective* (cfr. paragrafo 5.1.2), procedura iterativa disponibile tra le opzioni NLLSR (*Non Linear Least Square Regression*) del Curve Fitting Toolbox™ di Matlab7.11 (release 2010b). In tale ambiente è stata predisposta una procedura ad hoc per

la Regressione Non Lineare, ma che consente di risolvere il problema della non esplicitabilità della funzione di regressione (cfr. paragrafi 6.3.2 e 6.4).

In considerazione del fatto che un modello di regressione non lineare non possa essere risolto se non per via iterativa, preliminarmente alla ricerca della soluzione di minimo per  $\varphi(\theta)$ , si è provveduto all'individuazione di un valore di partenza come stima iniziale di ciascun parametro di  $\theta$ . Aspetto importante nei problemi di *fitting* non lineare è rappresentato dalla selezione di un buon punto di partenza; una cattiva selezione dei valori iniziali per la stima dei parametri può avere pesanti conseguenze, portando a soluzioni errate o alla non convergenza dell'algoritmo.

In questo caso il significato fisico di ciascun parametro rende non troppo difficoltosa l'individuazione di un primo valore di approssimazione per la velocità di flusso libero  $v_f$ , per l'aggressività media  $\gamma$ , per il tempo medio di risposta  $\tau$  e per la lunghezza media effettiva dei veicoli  $L$ .

Per assicurare buone approssimazioni iniziali dei parametri sono stati considerati valori tipici per  $\gamma$  e  $\tau$ . Per l'aggressività media  $\gamma$  è stato assunto un valore pari a  $-0.035 \text{ s}^2/\text{m}$ , tipico per plotoni di veicoli di media aggressività, e per il tempo di risposta medio  $\tau$  è stato considerato un valore di 2 secondi.

I valori iniziali per la velocità di flusso libero  $v_f$  e per la lunghezza media effettiva  $L$  sono stati stimati considerando l'andamento delle variabili caratteristiche del deflusso agli estremi del dominio della densità. Per  $k$  tendente a 0, infatti, la velocità di deflusso si attesta alla velocità di flusso libero  $v_f$ , mentre per  $k$  tendente alla densità massima  $k_{jam}$ , si individua la lunghezza effettiva  $L$ , che è uguale al reciproco della  $k_{jam}$  per la singola corsia.

La stima di tali valori è stata ottenuta considerando due Regressioni Lineari sui punti  $(q_i, k_i, v_i^{85})_{i \in B}$ . La prima Regressione Lineare considera i punti con densità per corsia  $<10 \text{ veq/km}$ , prendendo in esame situazioni in cui il traffico è con buona probabilità non congestionato, e consente di ottenere  $v_f$ . La seconda Regressione Lineare considera una densità  $>30 \text{ veq/km}$ , prendendo in esame situazioni in cui il traffico è, con buona probabilità, congestionato e consente di ottenere  $k_{jam}$  e quindi  $L$ .

Nella tabella seguente sono riportati, per ciascuna delle sezioni e dei periodi di monitoraggio, i risultati delle due regressioni e le relative stime iniziali dei parametri  $v_f$  e  $L$ .

Sezione 1		$k < 30 \text{ pc/km}$ $q = 112.78k + 10.686$ $v_f = 112.77 \text{ km/h}$ $k > 90 \text{ pc/km}$ $q = -13.355k + 5977.2$ <p>per <math>q=0</math> <math>k_{jam} = 447.56 \text{ pc/km}</math>  <math>L = 6.70 \text{ m}</math></p>
Sezione 2		$k < 30 \text{ pc/km}$ $q = 116.97k - 1.1236$ $v_f = 116.97 \text{ km/h}$ $k > 90 \text{ pc/km}$ $q = -35.352k + 6873.2$ <p>per <math>q=0</math> <math>k_{jam} = 194.42 \text{ pc/km}</math>  <math>L = 15.43 \text{ m}</math></p>
Sezione 3		$k < 30 \text{ pc/km}$ $q = 110.72k + 7.4362$ $v_f = 110.72 \text{ km/h}$ $k > 90 \text{ pc/km}$ $q = -14.195k + 5583.9$ <p>per <math>q=0</math> <math>k_{jam} = 324.74 \text{ pc/km}</math>  <math>L = 9.24 \text{ m}</math></p>
Sezione 4		$k < 20 \text{ pc/km}$ $q = 89.45k + 61.731$ $v_f = 89.45 \text{ km/h}$ $k > 60 \text{ pc/km}$ $q = -38.757k + 5201.3$ <p>per <math>q=0</math> <math>k_{jam} = 134.20 \text{ pc/km}</math>  <math>L = 14.90 \text{ m}</math></p>
Sezione 5		$k < 30 \text{ pc/km}$ $q = 109.72k + 56.009$ $v_f = 109.72 \text{ km/h}$ $k > 90 \text{ pc/km}$ $q = -8.3864k + 4224.6$ <p>per <math>q=0</math> <math>k_{jam} = 503.74 \text{ pc/km}</math>  <math>L = 9.95 \text{ m}</math></p>
Sezione 6		$k < 20 \text{ pc/km}$ $q = 111.18k + 39.526$ $v_f = 111.18 \text{ km/h}$ $k > 60 \text{ pc/km}$ $q = -23.486k + 4929.5$ <p>per <math>q=0</math> <math>k_{jam} = 209.89 \text{ pc/km}</math>  <math>L = 9.53 \text{ m}</math></p>

Tab. 8.10. Stima dei valori iniziali per  $v_f$  e  $L$  mediante doppia regressione lineare

Come risultato delle procedure di curve *fitting* mediante Regressione Quantile Approssimata applicata ai set di punti  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$  per ogni sezione, la tabella 8.11 mostra alcune misure di accuratezza della stima e di bontà del *fitting*. (cfr. paragrafo 6.4.2).

Sezione	Punti	Gradi Libertà	SSR	SST	RMSE	NRMSE	R <sup>2</sup>
1	87	4	1885.0691	119088.3294	4.7657	4.4%	0.98
2	101	4	3853.9268	177933.36	6.30	6%	0.98
3	88	4	3029.4115	113621.00	6.01	6%	0.97
4	70	4	2455.4637	69919.89	6.10	7%	0.96
5	111	4	3514.9397	161451.84	5.73	6%	0.98
6	96	4	1267.0510	136685.61	3.71	3%	0.99

**Tab. 8.11. Misure di bontà del *fitting* per il LCM nelle sei sezioni**

La tabella 8.12 contiene i valori dei parametri in output dal procedimento iterativo di stima, insieme all'intervallo di confidenza al 95% per ognuno di essi. Tali intervalli, che si mostrano sufficientemente ristretti attorno al parametro stimato, sono stati ottenuti mediante il Metodo Monte Carlo ed utilizzando 1000 iterazioni.

Il metodo Monte Carlo per la stima degli intervalli di confidenza dei parametri di regressione utilizza l'errore standard della regressione non lineare per produrre un set di dati virtuali, ovvero simulati. Questi set di dati generati in simulazione vengono utilizzati per alimentare nuove regressioni ed ottenere un nuovo vettore di parametri stimati per ogni dataset virtuale. Gli intervalli di confidenza in tabella 8.12, che appaiono sufficientemente ristretti per ciascun parametro, possono essere ottenuti mediante l'analisi statistica delle stime ottenute sull'insieme dei dataset virtuali generati in simulazione.

Sezione	$v_f$ (km/h)	$\gamma$ (s <sup>2</sup> /m)	$\tau$ (s)	$L$ (m)
1	111.65 (110.22 113.61)	-3.77 E-02 (-0.0305 -0.0421)	1.39E+00 (1.1448 1.5207)	7.5709 (5.7561 8.6959)
2	113.957 (112.15 115.90)	-2.86E-02 (-3.35E-02 -2.52E-02)	7.68E-01 (6.67E-01 9.27E-01)	17.0472 (15.769 17.713)
3	111.12 (109.954 112.314)	-3.55E-02 (-4.07E-02 -3.11E-02)	1.26E+00 (1.12E+00 1.43E+00)	10.2359 (8.920 11.405)
4	91.934 (89.135 94.734)	-2.61E-02 (-3.70E-02 -1.52E-02)	5.54E-01 (2.91E-01 8.17E-01)	16.0723 (14.538 17.606)
5	112.427 (110.819 114.047)	-3.20E-02 (-3.75E-02 -2.62E-02)	9.77E-01 (7.89E-01 1.16E+00)	14.4461 (13.001 15.818)
6	115.256 (113.722 116.833)	-1.99E-02 (-2.53E-02 -1.51E-02)	9.30E-01 (7.78E-01 1.11E+00)	10.242 (8.934 11.354)

**Tab. 8.12. Parametri stimati del Diagramma Fondamentale LCM e intervalli di confidenza al 95% nelle sei sezioni**

La tabella 8.13 seguente riporta i valori chiave di ciascun Diagramma Fondamentale stimato per ogni sezione in base al LCM, ossia flusso massimo alla capacità  $q_c$ , densità  $k_c$

e velocità  $v_c$  critiche alla capacità e densità massima jam  $k_{jam}$ , insieme ai relativi intervalli di confidenza al 95%. Anche in questo caso gli intervalli di confidenza sono stati valutati considerando un procedimento di bootstrap che coinvolge i set di parametri stimati in ciascuna delle iterazioni del Metodo Monte Carlo precedentemente richiamato.

Sezione	$q_c$ (veq/h)	$k_c$ (veq/km)	$v_c$ (km/h)	$k_{jam}$ (veq/km)
1	5489.02 (4981.12 5978.51)	59.12 (56.22 62.15)	93.21 (88.12 96.11)	396.24 (332.12 468.21)
2	5938.34 (5634.70 6272.20)	58.76 (56.71 60.77)	101.06 (98.46 103.85)	175.94 (168.26 183.12)
3	5194.62 (5475.50 4943.80)	56.56 (54.522 58.667)	91.84 (90.05 94.09)	292.96 (271.03 321.94)
4	3421.97 (2990.74 3853.21)	45.20 (40.28 50.12)	75.71 (72.29 79.13)	124.41 (114.39 134.43)
5	5544.73 (5109.20 5980.26)	56.83 (53.588 60.069)	97.57 (94.39 100.74)	207.61 (191.11 224.11)
6	3489.11 (3333.70 3668.60)	46.79 (44.54 49.11)	74.57 (72.83 76.62)	195.21 (179.98 214.48)

**Tab. 8.13. Valori chiave del Diagramma Fondamentale LCM e intervalli di confidenza 95% nelle sei sezioni**

Le figure 8.10 e 8.11 contengono, per ciascuna sezione e nell'ambito del relativo periodo di monitoraggio, la sovrapposizione del Diagramma Fondamentale LCM calibrato (linea rossa), e degli scatterplot dei dati originali  $(k_j, v_j)_{j \in T}$  (plot in blu) e dei dati aggregati  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$  (plot in verde).

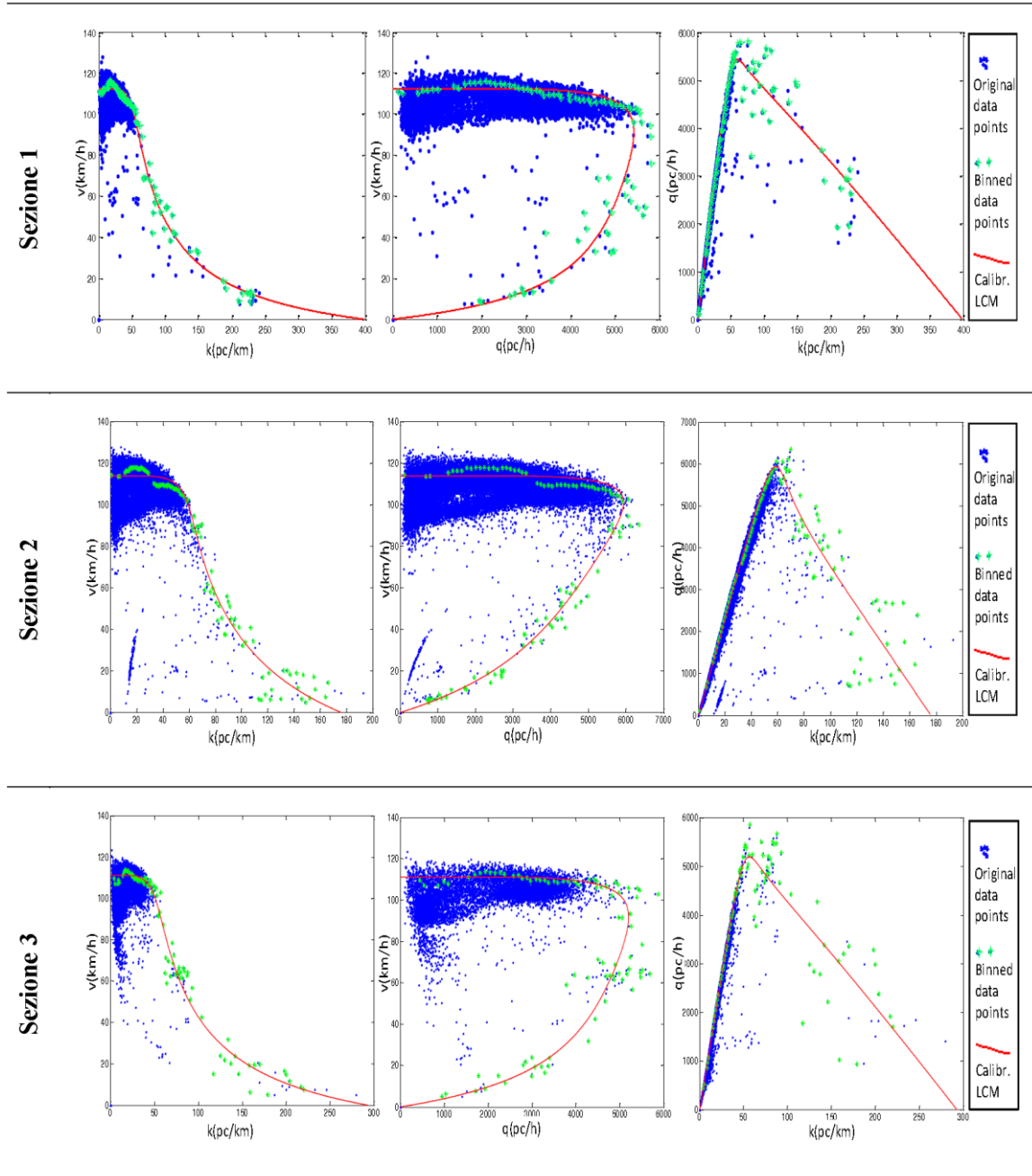
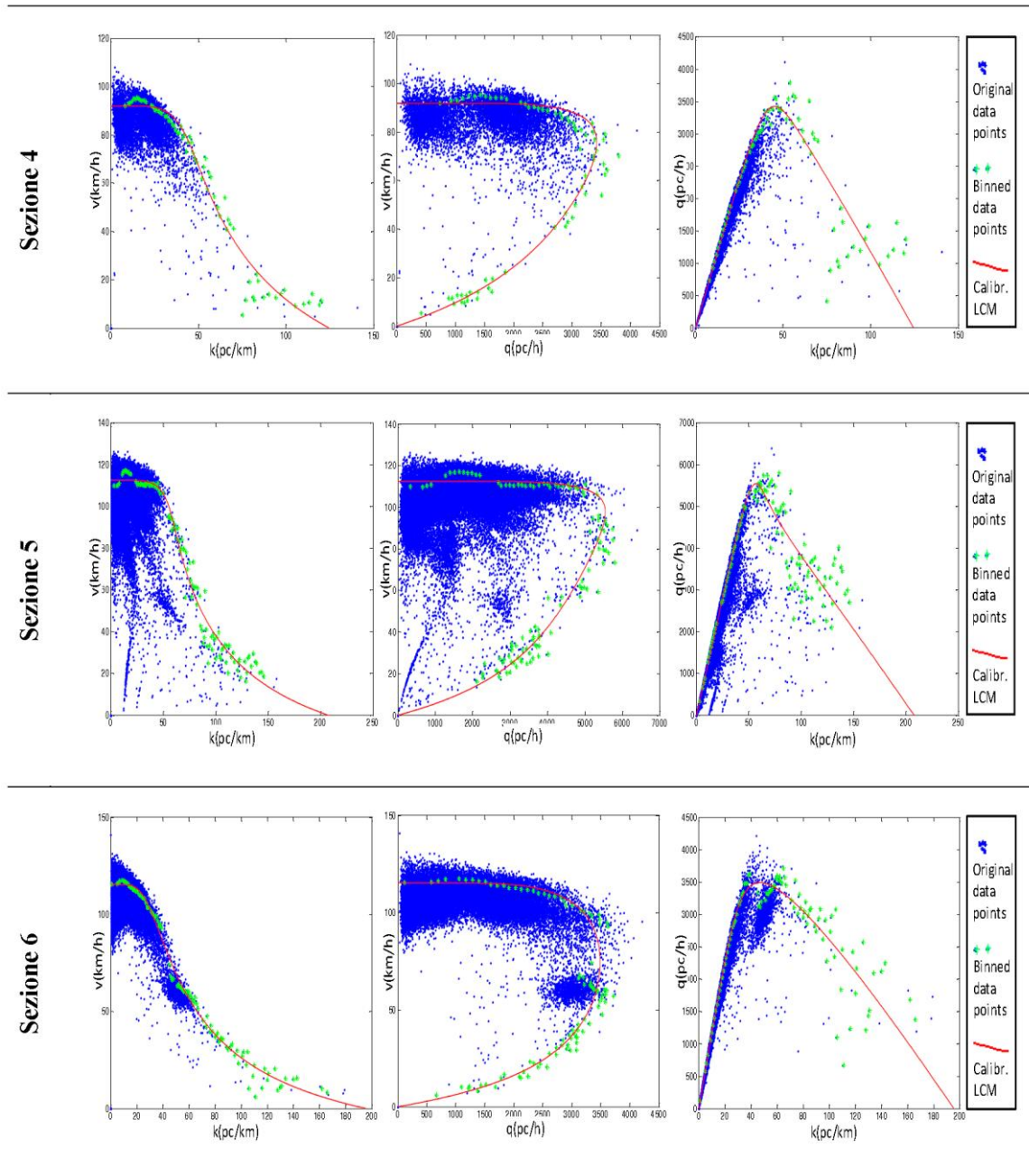


Fig. 8.10. Calibrazione Diagramma Fondamentale LCM – sezioni 1, 2, 3



**Fig. 8.11. Calibrazione Diagramma Fondamentale LCM – sezioni 4, 5, 6**



### 8.3.2. VAN AERDE MODEL

I parametri del modello VAM sono stati calibrati mediante un'analisi di Regressione Non Lineare rispetto alla relazione velocità – densità (Van Aerde and Rakha, 1995) implementata nel software SPD\_CAL, sviluppato da Rakha (2007) appositamente per la stima del modello di Van Aerde. Mediante il programma di calcolo si è effettuata la calibrazione dei parametri del modello sulla base dei dati sperimentali che, per ogni sezione, costituiscono il set di dati già utilizzato nella calibrazione del modello LCM, e cioè i punti  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$ , condensati dal dataset originario  $(k_j, v_{sj})_{j \in T}$ . La procedura di calcolo impiega una tecnica euristica di *hill climbing* per individuare i parametri ottimali ed i risultati della calibrazione sono utilizzati per determinare i valori chiave del Diagramma Fondamentale secondo l'espressione del VAM, ossia velocità di flusso libero  $v_f$ , i valori critici alla capacità  $q_c$ ,  $v_c$  e  $k_c$ . I parametri in output dal procedimento di calibrazione, infatti, risultano:

$$\begin{aligned}
 c_1 &= m \cdot c_2 & m &= \frac{2 \cdot v_c - v_f}{(v_f - v_c)^2} \\
 c_2 &= \frac{1}{k_j \cdot \left(m + \frac{1}{v_f}\right)} \\
 c_3 &= \frac{\frac{v_c}{q_c} - c_1 - \frac{c_2}{v_f - v_c}}{v_c}
 \end{aligned} \tag{8.7}$$

Nella tabella 8.14 sono riportati i valori chiave stimati mediante il VAM ed il confronto con i valori stimati mediante il LCM. Nella maggior parte dei casi i risultati ottenuti sono estremamente simili, ad eccezione del valore della densità jam  $k_{jam}$  nelle sezioni a due corsie (sez. 4 e sez. 6) in cui si registrano differenze maggiori.

Sezione	Model	$v_f$ (km/h)	$q_c$ (pc/h)	$k_c$ (pc/km)	$v_c$ (km/h)	$k_{jam}$ (pc/km)
1	Van Aerde	109.30	5528	60	92.5	396
	LCM	111.65	5489	59	93.2	424
2	Van Aerde	112.90	5730.30	57.71	99.30	175.20
	LCM	113.96	5938.34	58.76	101.06	175.95
3	Van Aerde	111.00	5345.40	58.55	91.30	309.30
	LCM	111.12	5194.62	56.56	91.84	292.96
4	Van Aerde	91.30	3425.00	44.89	76.30	180.00
	LCM	91.93	3421.98	45.20	75.71	124.41
5	Van Aerde	112.40	5472.30	56.53	96.80	196.80
	LCM	112.43	5544.73	56.83	97.57	207.61
6	Van Aerde	115.20	3456.00	43.25	79.90	293.60
	LCM	115.26	3489.11	46.79	74.57	195.21

**Tab. 8.14. Confronto tra i valori chiave del Diagramma Fondamentale stimato con VAM e LCM**

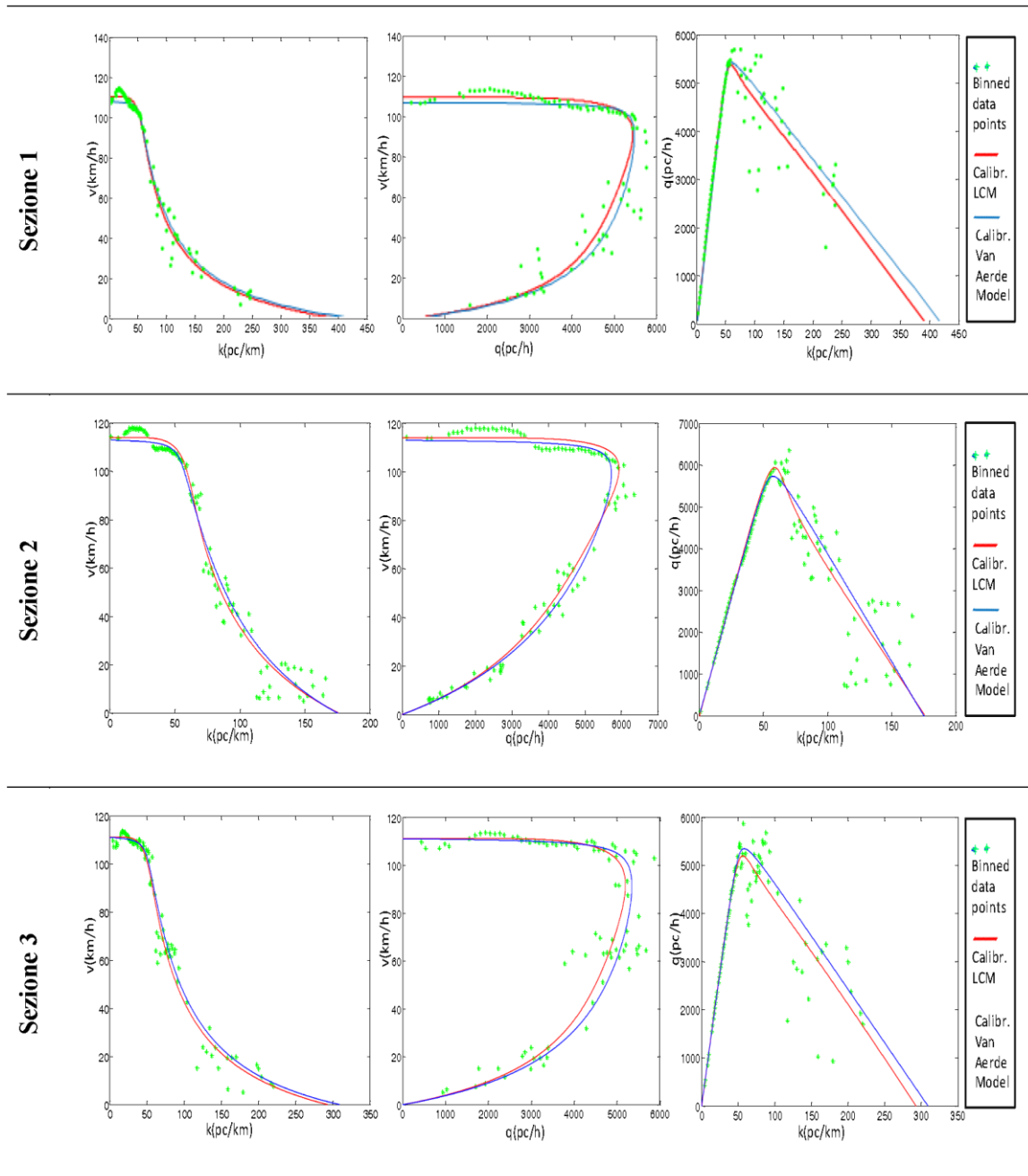


Fig. 8.12. Confronto Calibrazione Diagrammi Fondamentali LCM e VAM – sezioni 1, 2, 3

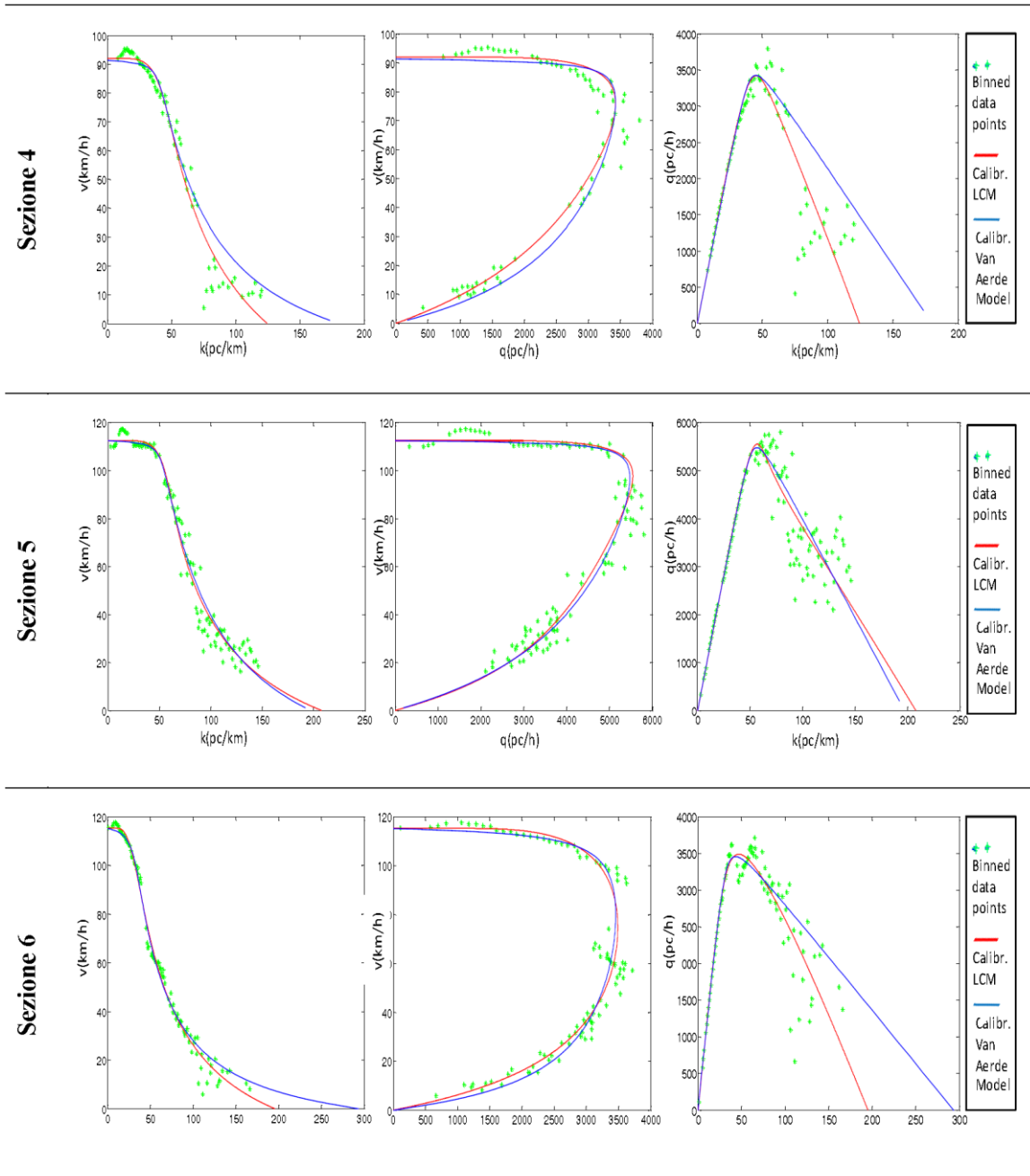


Fig. 8.13. Confronto Calibrazione Diagrammi Fondamentali LCM e VAM – sezioni 4, 5, 6

## 8.4. ANALISI COMPARATIVA DEI LIVELLI DI SERVIZIO NELLE SEZIONI TEST

### 8.4.1. I LOS SECONDO I DIAGRAMMI FONDAMENTALI CALIBRATI

I Diagrammi Fondamentali stimati tenendo conto delle formulazioni proposte dal LCM e dal VAM sono stati utilizzati nell'analisi dei Livelli di Servizio delle relative sezioni, secondo quanto già richiamato nel capitolo 7. Come *Misure of Effectiveness* per la definizione dei LOS, in analogia a quanto previsto nelle ultime edizioni dell'HCM, può essere utilizzata la densità.

Sulla base degli intervalli di densità calibrati per ciascun Diagramma Fondamentale stimato per le sezioni di test, sempre in analogia con il manuale americano, e si possono individuare le soglie dei 6 Livelli di Servizio. Fissando come limite tra il LOS E ed il LOS F la soglia della congestione, la densità limite  $k_{LOSE}$  per il LOS E può essere individuata dalla densità critica alla capacità  $k_c$ . Per la densità di soglia tra il LOS D ed il LOS E, ossia la densità massima per il LOS D  $k_{LOSD}$ , può essere utilizzata la densità corrispondente al massimo valore dell'efficienza  $E$  del traffico, ricorrendo all'analogia meccanica di Brilon (Brilon, 2000). Riprendendo brevemente i concetti già discussi al paragrafo 7.4.2, in analogia con i sistemi meccanici e sostituendo il concetto di forza con quello di flusso veicolare, l'efficienza del traffico  $E$  può infatti essere definita come la potenza del flusso, ossia il lavoro compiuto dal flusso  $q$  che si muove alla velocità  $v$  nell'unità di tempo:

$$E = qv \quad (8.8)$$

In questi termini, l'efficienza del traffico esprime il totale dei chilometri percorsi per unità di tempo dal flusso che transita lungo la sezione in esame. L'efficienza massima  $E_{max}$  si dimostra estremamente significativa per la quantificazione delle performances considerando in maniera congiunta il flusso e la velocità; a ciò si aggiunge il fatto che in presenza di pedaggio, qual è il caso autostradale, l'efficienza  $E$  può essere legata alla produttività dell'infrastruttura in termini di introiti tariffari, essendo questi legati alle percorrenze complessive. Per densità superiori al valore  $k_{E_{max}}$ , l'autostrada non ha ancora raggiunto il limite della capacità, ma nonostante ciò non riesce più a lavorare ai più alti livelli possibili in termini di produttività del servizio di trasporto garantito.

Le considerazioni precedenti evidenziano l'adeguatezza e l'utilità di considerare, nell'ambito della definizione delle soglie per i LOS, il massimo dell'efficienza  $k_{E_{max}}$  come separazione  $k_{LOSD}$  tra LOS D e LOS E, identificando tale soglia come il raggiungimento della produttività massima prima che venga raggiunto il valore della capacità. Per le densità massime ai LOS C, B ed A, il range di densità può essere suddiviso in quattro parti uguali, consentendo di individuare i valori  $k_{LOSA}=1/4k_{LOSD}$ ,  $k_{LOSB}=2/4k_{LOSD}$  e  $k_{LOSC}=3/4k_{LOSD}$ .

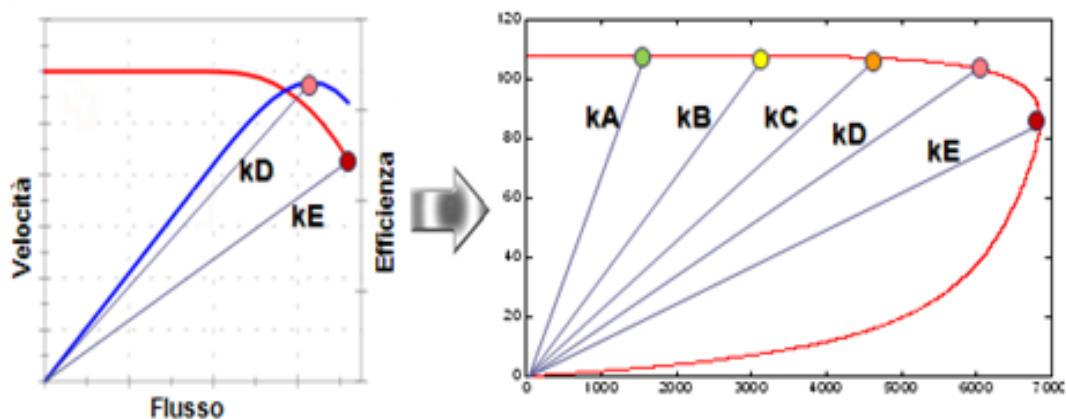


Fig. 8.14. Identificazione soglie di densità nella definizione dei LOS sul Diagramma calibrato

Sez.	Valore Limite	A		B		C		D		E	
		LCM	VAM	LCM	VAM	LCM	VAM	LCM	VAM	LCM	VAM
1	$k_{LOS}$ (pc/km) $\leq$	12.9	13.0	25.8	26.0	38.6	39.1	51.5	52.1	58.9	59.8
	$v_{LOS}$ (km/h) $\geq$	111.6	109.3	111.5	108.7	110.1	108.1	103.0	103.1	93	92.5
	$q_{LOS}$ (pc/h) $\leq$	1437	1421	2873	2832	4253	4221	5304	5370	5489	5528
2	$k_{LOS}$ (pc/km) $\leq$	13.6	13.2	27.3	26.5	40.9	39.7	54.6	52.9	58.8	57.7
	$v_{LOS}$ (km/h) $\geq$	114.0	112.7	113.9	112.3	112.9	111.3	106.6	105.9	101.1	99.3
	$q_{LOS}$ (pc/h) $\leq$	1554.7	1491.5	3108.3	2972.3	4619.5	4418.0	5816.6	5606.4	5938.3	5730.3
3	$k_{LOS}$ (pc/km) $\leq$	12.3	12.6	24.5	25.1	36.8	37.7	49.0	50.3	56.6	58.5
	$v_{LOS}$ (km/h) $\geq$	111.1	110.7	111.0	110.2	109.4	108.9	102.1	102.7	91.8	91.3
	$q_{LOS}$ (pc/h) $\leq$	1362.3	1391.7	2722.2	2770.1	4025.2	4104.3	5008.4	5163.7	5194.6	5345.4
4	$k_{LOS}$ (pc/km) $\leq$	9.8	9.8	19.6	19.7	29.5	29.5	39.3	39.4	45.2	44.9
	$v_{LOS}$ (km/h) $\geq$	91.9	91.0	91.8	90.6	90.3	89.4	83.9	84.3	75.7	76.3
	$q_{LOS}$ (pc/h) $\leq$	902.5	896.2	1803.1	1783.2	2658.7	2639.7	3295.6	3318.4	3422.0	3425.0
5	$k_{LOS}$ (pc/km) $\leq$	12.9	12.7	25.9	25.5	38.8	38.2	51.7	50.9	56.8	56.5
	$v_{LOS}$ (km/h) $\geq$	112.4	112.2	112.4	111.7	111.1	110.5	104.5	104.7	97.6	96.8
	$q_{LOS}$ (pc/h) $\leq$	1453.8	1427.3	2906.1	2842.6	4311.4	4218.5	5404.5	5332.0	5544.7	5472.3
6	$k_{LOS}$ (pc/km) $\leq$	7.9	8.0	15.8	16.0	23.7	24.0	31.6	32.0	46.8	43.3
	$v_{LOS}$ (km/h) $\geq$	115.3	114.4	114.8	113.0	110.7	109.7	100.7	101.2	74.6	79.9
	$q_{LOS}$ (pc/h) $\leq$	909.9	914.8	1812.3	1806.3	2622.0	2631.5	3179.9	3236.2	3489.1	3456.0

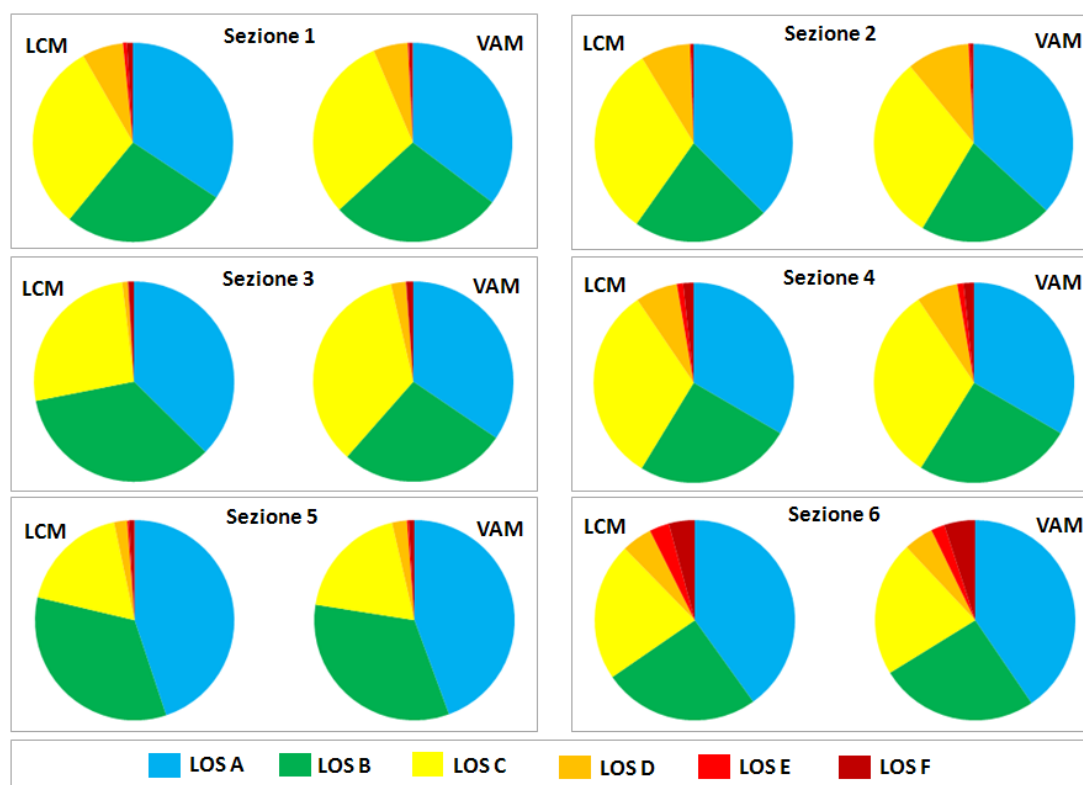
Tab. 8.15. Valori massimi per le variabili caratteristiche in corrispondenza di ciascun LOS nei Diagrammi Fondamentali calibrati nelle sezioni test (LCM e VAM)

La tabella 8.15 mostra i range di ogni Livello di Servizio in ciascun segmento autostradale analizzato per il Diagramma Fondamentale stimato secondo i modelli macroscopici LCM e VAM. Dal confronto tra i due modelli e con riferimento a tutte le sezioni, si riscontrano valori stimati per i range dei LOS estremamente vicini. Utilizzando per ciascuna sezione i relativi range e prendendo come riferimento gli intervalli di monitoraggio considerati, possono essere determinate le percentuali di occorrenza di ciascun LOS per ciascuna sezione in considerazione dei valori della densità equivalente  $(k_j)_{j \in T}$ .

Sezione	Modello	% LOS A	% LOS B	% LOS C	% LOS D	% LOS E	% LOS F	
1	PADOVA	LCM	34.3	26.7	30.7	6.7	0.6	1
	VAM	35.3	27.9	30.4	5.6	0.2	0.6	
2	ROVATO	LCM	37.5	22.3	31.5	8.1	0.2	0.4
	VAM	36.9	21.7	30.4	10.2	0.3	0.5	
3	PARMA	LCM	37.4	34.5	26.2	0.9	0.1	0.9
	VAM	34.5	27	34.9	2.4	0.1	1.1	
4	BARBERINO	LCM	33.4	25.3	31.8	6.8	1	1.7
	VAM	33.4	25.5	31.7	6.7	1	1.7	
5	IMOLA	LCM	44.9	33.8	18	2.1	0.3	0.9
	VAM	44.4	33.1	18.9	2.4	0.3	0.9	
6	TRENTO	LCM	40.1	25.3	22.3	4.9	3.2	4.2
	VAM	40.5	25.7	21.8	4.8	2.2	5	

**Tab. 8.16. Percentuali di occorrenza dei LOS secondo i diagrammi calibrati nelle sei sezioni per i relativi intervalli di monitoraggio (LCM e VAM)**

Ciò, in definitiva, genera una distribuzione percentuale dei LOS nelle sei sezioni all'interno dei relativi intervalli di monitoraggio sostanzialmente coincidente per i due modelli considerati, come evidenziato nei grafici riportati nella figura seguente che riprendono i risultati della tabella 8.16.



**Fig. 8.15. Distribuzione dei LOS nelle sei sezioni con i Diagrammi Fondamentali LCM e VAM**

### 8.4.2. I LOS SECONDO LE METODOLOGIE HCM2010

Le percentuali di occorrenza di ciascun LOS di cui alla tabella 8.16, valutate in considerazione delle ipotesi e della metodologia esposta al paragrafo 8.4.1, possono essere poste a confronto con le analoghe percentuali che si ottengono applicando le metodologie HCM2010.

Nell'edizione 2010 dell'HCM il punto di partenza per la valutazione dei LOS su un segmento base autostradale è la determinazione della velocità di flusso libero. Il manuale suggerisce alternativamente di procedere alla sua individuazione sulla base di un'analisi diretta dei dati rilevati in condizioni di bassa densità ovvero, in assenza di tali dati, sulla base della seguente equazione già richiamata al paragrafo 7.5:

$$FFS = 75.4 - f_{LW} - f_{LC} - 3.22TRD^{0.84} \quad (8.9)$$

dove  $f_{LW}$  fattore di riduzione per larghezza di corsia,  $f_{LC}$  fattore di riduzione per franco laterale destro e  $TRD$  densità di rampe di ingresso ed uscita sono individuati secondo quanto già indicato nella sezione citata.

Nella tabella 8.17, per ciascuna delle sezioni individuate e in funzione delle rispettive caratteristiche geometriche e funzionali, sono indicati i valori dei parametri richiesti dalla (8.9). In corrispondenza di tali valori, inoltre, è indicata la relativa FFS (in mph come risultato della formula HCM2010 e in km/h come ricavabile per conversione di unità di misura), insieme al relativo valore della velocità di flusso libero stimata come parametro  $v_f$  del Diagramma Fondamentale LCM. In corrispondenza dei due valori della velocità di flusso libero, ossia la FFS stimata secondo la (8.9) e la  $v_f$  stimata secondo il LCM, vengono rispettivamente identificate per ciascuna sezione le curve flusso-velocità  $SFC_{FFS}$  e  $SFC_{v_f}$  (identificate mediante la velocità di flusso libero base e in riferimento a quanto riportato in figura 7.23 e in tabella 7.7), operando l'arrotondamento ai 5 mph più prossimi secondo quanto suggerito dal manuale, che sconsiglia l'applicazione di interpolazioni.

	Sezione	$f_{LW}$	$f_{LC}$	$TRD$	FFS		$v_f$		$SFC_{FFS}$	$SFC_{v_f}$
					mph	Km/h	mph	Km/h		
1	<b>PADOVA</b>	0	0	0.83	72.64	116.90	69.38	111.65	75	70
2	<b>ROVATO</b>	0	0	0.67	73.11	117.66	70.81	113.96	75	70
3	<b>PARMA</b>	0	0	0.67	73.11	117.66	69.05	111.12	75	70
4	<b>BARBERINO</b>	0	0	0.67	73.11	117.66	57.12	91.93	75	55
5	<b>IMOLA</b>	0	0	0.67	73.11	117.66	69.24	111.43	75	70
6	<b>TRENTO</b>	0	0	0.67	73.11	117.66	71.62	115.256	75	70

**Tab. 8.17. Identificazione delle curve flusso-velocità secondo i criteri HCM2010**

Nella tabella 8.18, sempre facendo riferimento a ciascuna delle 6 sezioni oggetto di studio, sono riportati i valori critici alla capacità (flusso massimo orario in veicoli

equivalenti  $q_c$ , densità critica  $k_c$  e velocità critica  $v_c$ ) attribuibili secondo le specifiche HCM2010 in considerazione delle curve flusso-velocità  $SFC_{FFS}$  e  $SFC_{vf}$ .

Sez.	(US)	$SFC_{FFS}$			$SFC_{vf}$		
	(SI)	$q_c$	$k_c$	$v_c$	$q_c$	$k_c$	$v_c$
1	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83
2	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83
3	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83
4	US	4800	90	53.33	4500	90	50
	SI		55.92	85.83		55.92	80.47
5	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83
6	US	4800	90	53.33	4800	90	53.33
	SI		55.92	85.83		55.92	85.83

**Tab. 8.18. Identificazione dei valori critici alla capacità secondo le curve HCM2010 (unità lunghezza US in miglia e SI in km) e i modelli calibrati LCM e VAM**

Dai risultati riportati nella tabella 8.17 emerge come applicando la formula suggerita dall'HCM2010 per il calcolo della  $FFS$ , si ottiene come risultato un valore più elevato rispetto a quello che si ottiene considerando il valore stimato per  $v_f$ . Come conseguenza di ciò, quindi, la curva  $SFC_{FFS}$  ha una  $FFS$  di riferimento che risulta sempre maggiore di quella che si ottiene considerando la suddetta  $v_f$ . Ciò, come meglio chiarito di seguito, fa sì che l'andamento della regione di flusso libero della  $SFC_{FFS}$  si posizioni costantemente al di sopra del trend evidenziato dai dati. Si osserva, infatti, come in tutti i casi risulti che la  $SFC_{FFS}$  è quella identificata dalla  $FFS = 75$  mph, mentre se si considera la  $v_f$ , in cinque casi si ottiene una  $SFC_{vf}$  identificata dalla  $FFS = 70$  mph, mentre in un caso (sezione di Barberino) la  $SFC_{vf}$  risulta essere quella identificata da  $FFS = 55$  mph. In relazione a quest'ultimo caso relativo alla sezione di Barberino occorre sottolineare come solo la valutazione della  $SFC_{vf}$  consenta di tenere debitamente in considerazione la presenza del limite di velocità a 90 km/h; questo elemento invece sfugge nella valutazione della  $SFC_{FFS}$ .

In considerazione del fatto che le  $SFC$  suggerite dall'HCM2010 per le velocità di flusso libero pari a 75 e 70 mph indicano valori coincidenti alla capacità, i due metodi per la determinazione delle curve di deflusso non producono valori critici differenti in tutte le sezioni ad esclusione della 4. Nel caso di Barberino, infatti, l'utilizzo della  $SFC_{FFS}$  identifica un valore di capacità che supera quello della  $SFC_{vf}$  di 300 unità equivalenti orarie (+7%); essendo il valore di  $k_c$  fisso a 28 veicoli/km/corsia, considerare la  $SFC_{FFS}$  al posto della  $SFC_{vf}$  induce ad una sovrastima della velocità critica del 6% circa (85.8 km/h anziché 80.5 km/h).

L'identificazione del Livello di Servizio per un segmento base autostradale secondo la metodologia proposta dall'HCM2010 considera la densità media per corsia come rapporto (cfr. eq. (7.28)) tra il flusso equivalente  $V_p$  calcolato secondo l'equazione 7.26 e la velocità media  $S$  corrispondente a tale flusso identificata sulla base della curva flusso-



velocità (individuata sulla base della FFS secondo l'equazione 8.9, ovvero sulla base dei dati di monitoraggio se disponibili). Essendo la densità media per corsia la MOE identificata per l'attribuzione del grado di qualità del deflusso, l'attribuzione del LOS avviene in considerazione degli intervalli riportati nella tabella 7.8 che viene per comodità di lettura richiamata di seguito.

LOS	pc/mi/ln	pc/km/ln
A	< 11	< 7
B	11 - 18	7 - 11
C	18 - 26	11 - 16
D	26 - 35	16 - 22
E	35 - 45	22 - 28
F	> 45	> 28

**Tab. 8.19: Range di densità per la definizione dei LOS (da HCM2010)**

Per il calcolo del flusso equivalente  $V_p$ , in ciascun intervallo temporale di analisi è stato considerato il flusso totale e la relativa percentuale di veicoli pesanti  $P_t$ . Per la determinazione del coefficiente di equivalenza  $E_t$  per i veicoli pesanti si è fatto riferimento a quanto suggerito dalla tabella 7.10. Trattandosi di sezioni in cui non si riscontrano pendenze particolari e potendosi pertanto ipotizzare un andamento pianeggiante (*level*), si è assunto un valore per  $E_t$  pari a 1,5. Il valore assunto è sostanzialmente coincidente con quello stimato mediante la procedura calibrata nel caso di percentuali  $P_t$  maggiori del 10%, che come detto rappresentano nelle diverse sezioni circa l'85% dei flussi considerati, e ciò si traduce nella sostanziale omogeneità dei risultati ottenuti rispetto all'incidenza del traffico pesante e dei relativi coefficienti di equivalenza.

In relazione alla breve durata degli intervalli di analisi, si è assunto un PHF pari ad 1. Per quanto riguarda, invece, il fattore di aggiustamento per la composizione della popolazione dei guidatori in base alla loro esperienza, sono stati considerati due situazioni: la prima situazione, individuate come caso [1], considera un'utenza sostanzialmente abituale con un valore di  $f_p$  pari ad 1; la seconda situazione, identificata come caso [2] pone  $f_p = 0.9$  al fine di considerare l'effetto della presenza di utenti non abituali.

Al fine di provvedere ad una adeguata analisi di sensitività delle valutazioni, la densità richiesta per l'attribuzione del LOS è stata determinata considerando i seguenti approcci:

- HCM2010 FFS – densità media per ogni intervallo calcolata sulla base del flusso equivalente  $V_p$  e della velocità  $S$  ottenuta in considerazione della curva identificata mediante il valore di FFS risultante dall'equazione (8.9);
- HCM2010  $v_f$  – densità media per ogni intervallo calcolata sulla base di del flusso equivalente  $V_p$  e della velocità  $S$  ottenuta in considerazione della curva identificata mediante il valore di  $v_f$  risultante dalla calibrazione del LCM;

- HCM2010\* - densità media per ogni intervallo calcolata sulla base del flusso equivalente  $V_p$  e della velocità media spaziale rilevata sperimentalmente nel medesimo intervallo.

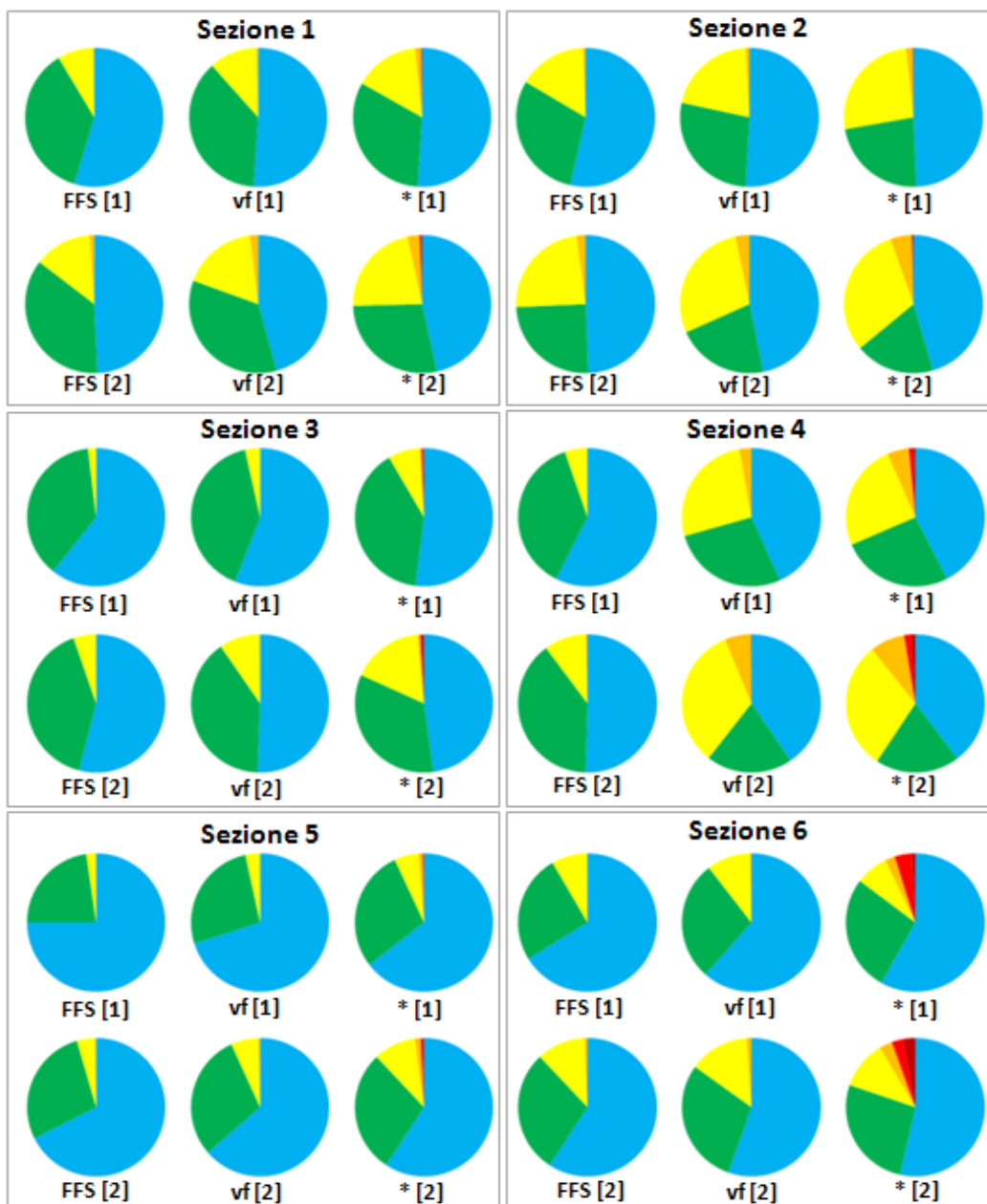
Per tutti e tre gli approcci sono stati valutati entrambi i casi [1] e [2] sopra evidenziati per i due diversi valori di  $f_p$ . A proposito dei tre approcci sopra richiamati, occorre osservare che:

- in presenza di dati di velocità di flusso libero stimata sperimentalmente sul segmento in esame, il manuale consiglia di applicare la procedura qui identificata come HCM2010  $v_f$ , e di utilizzare la FFS dell'equazione (8.9) in assenza di tale stima;
- nel caso in cui siano disponibili i dati sperimentali di veicoli e velocità medie spaziali, l'analista potrebbe utilizzare direttamente tali valori per individuare la densità secondo quello che qui è stato definito come approccio HCM2010\*;
- il manuale lascia comunque al giudizio ed alla sensibilità dell'analista l'attribuzione del valore di  $f_p$ , agendo ad esempio come in questa sede fatto considerando i casi [1] e [2].

Sulla base delle densità stimate per ogni intervallo e dei range già richiamati per l'attribuzione del LOS, per i tre approcci sopra identificati ed in considerazione delle due ipotesi indicate come [1] e [2] sono state determinate le percentuali di occorrenza di ogni LOS, in riferimento a ciascuna delle 6 sezioni e per i relativi intervalli di monitoraggio. I risultati sono riportati nella tabella 8.20 e in figura 8.16.

Sez.	Modello	% LOS A		% LOS B		% LOS C		% LOS D		% LOS E		% LOS F	
1	HCM2010 FFS ([1] - [2])	54.7	49.3	36.7	36.1	8.3	13.5	0.3	1.1	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010 $v_f$ ([1] - [2])	51.1	45.7	37.3	34.8	11.2	17.6	0.4	1.9	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010*([1] - [2])	51.0	46.6	32.1	28.0	15.2	22.0	1.3	2.8	0.1	0.1	0.2	0.5
2	HCM2010 FFS ([1] - [2])	53.6	49.4	29.9	24.9	15.9	23.6	0.6	2.1	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010 $v_f$ ([1] - [2])	50.9	46.9	27.5	21.5	20.7	28.4	0.9	3.3	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010*([1] - [2])	49.3	45.5	22.9	18.6	26.0	30.6	1.5	5.0	0.1	0.2	0.1	0.2
3	HCM2010 FFS ([1] - [2])	60.7	54.0	37.4	40.7	1.9	5.2	0.0	0.1	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010 $v_f$ ([1] - [2])	55.9	50.6	40.6	39.8	3.5	9.4	0.0	0.2	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010*([1] - [2])	51.9	47.8	39.5	33.9	7.4	16.7	0.4	0.6	0.4	0.2	0.2	0.7
4	HCM2010 FFS ([1] - [2])	57.5	50.5	37.2	39.3	5.2	9.8	0.1	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010 $v_f$ ([1] - [2])	43.3	40.5	27.3	20.0	26.6	33.2	2.8	6.1	0.0	0.1	0.0	0.0
	HCM2010*([1] - [2])	42.4	39.7	25.9	19.6	24.9	30.0	5.0	8.1	1.1	1.6	0.4	1.0
5	HCM2010 FFS ([1] - [2])	75.0	67.6	22.7	28.0	2.2	4.2	0.1	0.3	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010 $v_f$ ([1] - [2])	70.0	63.6	26.5	29.6	3.3	6.4	0.1	0.4	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010*([1] - [2])	64.4	59.3	28.5	28.8	5.7	9.9	0.9	1.3	0.2	0.4	0.1	0.4
6	HCM2010 FFS ([1] - [2])	66.2	59.2	25.4	28.8	8.3	11.3	0.1	0.7	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010 $v_f$ ([1] - [2])	61.5	55.5	28.0	29.5	10.2	14.0	0.3	1.1	0.0	0.0	0.0	0.0
	HCM2010*([1] - [2])	58.1	53.6	27.0	26.6	7.6	11.3	2.3	3.0	4.0	2.7	0.8	2.8

**Tab. 8.20. Percentuali di occorrenza dei LOS secondo gli approcci HCM2010 nelle sezioni per i relativi intervalli di monitoraggio (HCM2010FFS, HCM2010 $v_f$  e HCM2010\* - casi [1] e [2])**



**Fig. 8.16. Distribuzione dei LOS nelle sei sezioni con le metodologie HCM2010**

Analizzando i valori in tabella 8.19, e la relativa rappresentazione nei diagrammi di figura 8.16, in tutte le sezioni si riscontra un valore decrescente delle percentuali dei LOS caratteristiche del flusso libero (A e B) ed un valore crescente per quelle caratteristiche del flusso condizionato (C e D) e instabile o congestionato (E ed F) passando progressivamente dall'approccio identificato come HCM2010 FFS a quello HCM2010  $v_f$  e quindi ad HCM2010\*. Tale effetto può essere, infatti, spiegato considerando che:

- a parità di flusso equivalente  $V_p$  la  $SFC_{FFS}$  dell'approccio HCM2010 FFS, individuata mediante la FFS dell'equazione (8.9), fornisce valori della velocità media  $S$  che risultano superiori a quelli forniti dalla  $SFC_{vf}$  dell'approccio HCM2010  $v_f$ , individuata sulla base del valore stimato della  $v_f$  (si ricorda che per questo valore si è considerato quanto ottenuto nella calibrazione LCM); ciò determina valori stimati della densità  $D_{HCM2010\ FFS}$  per l'attribuzione del LOS (equazione 7.28) che risultano inferiori a quelli  $D_{HCM2010\ vf}$ ;
- sempre a parità di flusso equivalente  $V_p$  la velocità  $S$  stimata secondo la  $SFC_{FFS}$   $SFC_{vf}$  risulta tendenzialmente maggiore rispetto alla  $v_s$  che si ottiene sulla base dei dati rilevati, come considerato per l'approccio HCM2010\*; ciò determina valori stimati della densità  $D_{HCM2010*}$  per l'attribuzione del LOS che risultano inferiori a quelli  $D_{HCM2010\ vf}$  e  $D_{HCM2010\ FFS}$ .
- gli intervalli di densità che contraddistinguono ciascun LOS costituiscono una invariante del metodo; essendo il flusso equivalente  $V_p$  costante nei tre approcci, la variabilità nell'attribuzione del LOS è condizionata dalla variabilità nella stima della velocità  $S$ , come indicato ai punti precedenti.

Si può, inoltre, rilevare un'ulteriore variabilità della distribuzione dei LOS che si ottiene considerando i due casi identificati come [1] e [2] in funzione delle caratteristiche dell'utenza. La scelta di un valore di  $f_p$  rispettivamente uguale a 1 (utenza abituale) e 0.9 (utenza non completamente abituale) determina una variazione nel valore del flusso equivalente con  $V_{p[2]} > V_{p[1]}$ . Ciò produce un valore decrescente delle percentuali dei LOS caratteristiche del flusso libero (A e B) ed un valore crescente per quelle caratteristiche del flusso condizionato (C e D) e instabile o congestionato (E ed F) passando dal caso [1] al caso [2].

Le analisi di sensitività mettono in evidenza, quindi, una variabilità non trascurabile del risultato rispetto al procedimento utilizzato per la definizione della densità, che si ripercuote sulla caratterizzazione della distribuzione dei LOS nelle sezioni di test.

## 8.5. DISCUSSIONE E CONFRONTO DEI RISULTATI

Prima di passare al confronto tra le distribuzioni dei LOS che si ottengono considerando i Diagrammi Fondamentali calibrati e le metodologie HCM2010, è opportuno analizzare le principali differenze che emergono nei valori di riferimento tra i due approcci.

Nella tabella 8.21, sempre facendo riferimento a ciascuna delle 6 sezioni oggetto di studio, sono riportati i valori critici alla capacità (flusso massimo orario in veicoli equivalenti  $q_c$ , densità critica  $k_c$  e velocità critica  $v_c$ ) attribuibili secondo le specifiche HCM2010 in considerazione delle curve flusso-velocità  $SFC_{FFS}$  e  $SFC_{vf}$ , insieme ai valori omologhi ottenuti dai rispettivi Diagrammi Fondamentali calibrati per LCM e VAM.

Sez.	(US) (SI)	$SFC_{FFS}$			$SFC_{vf}$			LCM			VAM		
		$q_c$	$k_c$	$v_c$	$q_c$	$k_c$	$v_c$	$q_c$	$k_c$	$v_c$	$q_c$	$k_c$	$v_c$
1	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33	--	--	--	--	--	--
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83	5489.27	58.89	93.21	5528.82	59.76	92.51
2	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33	--	--	--	--	--	--
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83	5938.34	58.76	101.06	5730.30	57.71	99.30
3	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33	--	--	--	--	--	--
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83	5194.62	56.56	91.84	5345.40	58.55	91.30
4	US	4800	90	53.33	4500	90	50	--	--	--	--	--	--
	SI		55.92	85.83		55.92	80.47	3421.98	45.20	75.71	3425	44.89	76.30
5	US	7200	135	53.33	7200	135	53.33	--	--	--	--	--	--
	SI		83.89	85.83		83.89	85.83	5544.73	56.83	97.57	5472.30	56.53	96.80
6	US	4800	90	53.33	4800	90	53.33	--	--	--	--	--	--
	SI		55.92	85.83		55.92	85.83	3489.11	46.79	74.57	3456	43.25	79.90

**Tab. 8.21. Identificazione dei valori critici alla capacità secondo le curve HCM2010 (unità lunghezza US in miglia e SI in km) e i modelli calibrati LCM e VAM**

Al paragrafo 8.5.2 si è evidenziato che, in considerazione del fatto che le  $SFC$  suggerite dall'HCM2010 per le  $FFS$  pari a 75 e 70 mph hanno valori critici coincidenti, utilizzare per la scelta della stessa  $SFC$  la  $FFS$  mediante l'equazione (8.9) o la  $v_f$  stimata sui dati non produce differenze in tutte le sezioni ad esclusione della 4. Nel caso di Barberino, infatti, si è visto come l'utilizzo della  $SFC_{FFS}$  identifica un valore di capacità e di velocità critica che superano quelli corrispondenti della  $SFC_{vf}$  del +7% .

Osservato, inoltre, che i due modelli VAM e LCM restituiscono valori critici sempre molto simili, questi risultano tuttavia significativamente differenti da quelli stimati secondo l'HCM2010, ricorrendo tanto alla  $SFC_{FFS}$  quanto alla  $SFC_{vf}$ .

In termini di flusso massimo alla capacità  $q_c$ , contro un valore di 2400 veq/ora/corsia suggerito dal manuale per tutte le sezioni ad esclusione della 4 per la quale, tenuto conto della  $v_f$ , si potrebbe anche suggerire un valore di 2250 veq/ora/corsia, la stima dei modelli

definisce valori che non superano le 2000 unità equivalenti e che mediamente si attestano sulle 1800 unità equivalenti.

Se, in particolare, si prendono in considerazione i valori stimati con il LCM, si ottengono valori inferiori allo standard HCM2010 del 24% a Padova (sez. 1), del 18% a Rovato (sez. 2), del 28% a Parma (sez. 3), del 29% se si considera 2'400 e del 24% se si considera 2'250 a Barberino (sez. 4), del 23% a Imola (sez. 5) e del 27% a Trento (sez. 6). Mediamente i valori stimati mediante il LCM sono inferiori del 25% rispetto a quelli proposti dall'HCM.

Nella figura 8.17 vengono visualizzati i valori del flusso massimo alla capacità (asse ascisse), della velocità critica (asse ordinate) e della densità critica (diametro bolle) per le 6 sezioni così come ricavato dalla calibrazione LCM, insieme ai valori corrispondenti alle SFC dell'HCM2010 indicate per 75, 70 e 55 mph. Ricordando che per tutte le sezioni la  $SFC_{FFS}$  risulta essere 75 mph e che per le stesse la  $SFC_{vf}$  è la 70 mph, ad eccezione di Barberino (sezione 4) per cui si individua la  $SFC_{vf}$  con 55 mph, dalla figura emerge il sostanziale scostamento tra i valori critici comunque stimati secondo l'HCM2010 (raggruppamento 1) e quelli stimati con il LCM per le sezioni a due corsie (raggruppamento 2) e tre corsie (raggruppamento 3).

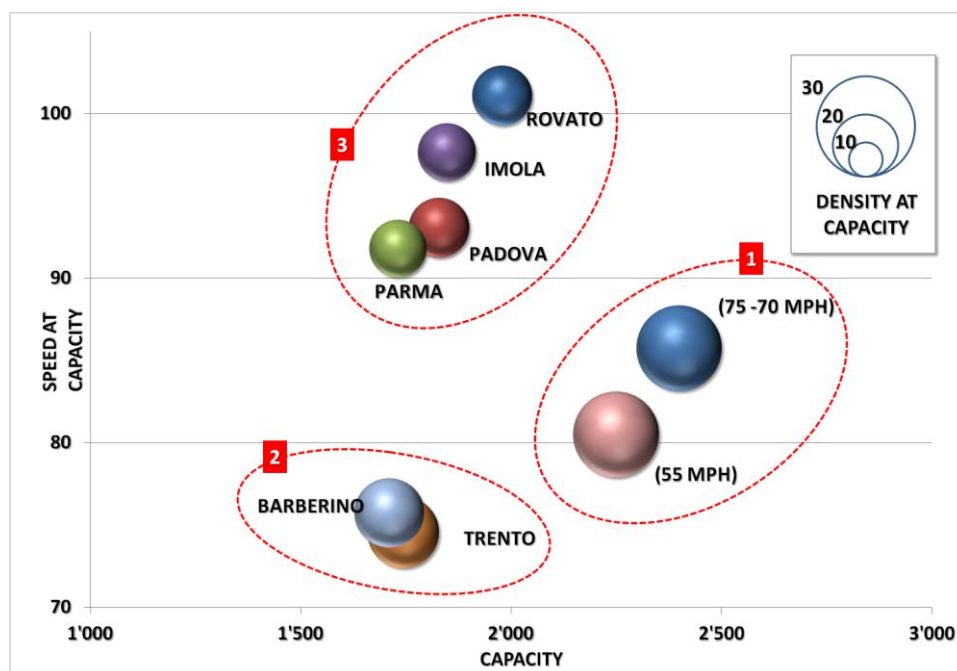


Fig. 8.17. Confronto tra i valori critici LCM nelle sei sezioni e i valori HCM2010

In considerazione di tali valori, si può osservare come gli stessi:

- siano molto vicini a quelli indicati dal Manuale tedesco HBS2001, così come riportati da Bertini et al. (2006) e a quelli proposti da Wu (2009) per la revisione dello stesso manuale (rispettivamente 1850-2000 veicoli/h e 1800-1900 veicoli/h)

- per 2 e 3 corsie con traffico di soli autovetture e, quindi,  $P_t=0$ ) (cfr. tabelle 8.1, 8.2 e 8.3);
- siano prossimi ai valori suggeriti dalle norme australiane AGTM 2015 che riprendono gli studi VicRoads (Burley & Gaffney, 2013) e MainRoads WA (Burley et al., 2013) (valori compresi tra 1800 e 2100 veq/h per corsia su carreggiate a 2 e 3 corsie);
  - abbiano scostamenti meno significativi rispetto ai valori indicati dallo stesso HCM nelle edizioni precedenti all'update 1997 (valori compresi tra 1900 e 2200 veq/h per corsia su carreggiate a 2 e 3 corsie).

Osservazioni ulteriori possono essere effettuate considerando nello specifico i risultati ottenuti per la sezione 6, localizzata sull'autostrada A22 nella tratta Trento Sud – Rovereto Nord (direzione sud). I valori critici desunti dai modelli macroscopici calibrati mettono in evidenza, infatti, un valore del flusso massimo alla capacità medio per corsia estremamente prossimo a quello identificato in studi aventi come oggetto la medesima autostrada, sia mediante calibrazione del Diagramma Fondamentale (circa 1700 veicoli per corsia (Mauro, 2007) (Mauro et al., 2014)), sia mediante l'analisi dell'affidabilità/instabilità del deflusso (compreso tra circa 1700 e 1400 veicoli/h per corsia e mediamente pari a 1600 veicoli/h per corsia (Mauro et al., 2013)).

Analoghe considerazioni si possono fare in termini di densità critica per corsia, intesa come valore mediato per corsia del totale di carreggiata. Se l'HCM2010 indica un valore di 28 veicoli equivalenti per chilometro di corsia, i modelli calibrati evidenziano un valore che non supera le 23.5 unità e che mediamente si attesta sulle 20.5 unità. Prendendo in esame i valori ottenuti mediante il LCM, si ottengono densità critiche che rispetto allo standard risultano inferiori del 30% a Padova (1) e a Rovato (2), del 33% a Parma (3), del 19% a Barberino (4), del 33% a Imola (5) e del 16% a Trento (6). Mediamente i valori stimati mediante il LCM sono inferiori del 27% rispetto a quello proposto dall'HCM.

Come utile confronto dei valori ottenuti per la densità critica, che definisce il limite tra il LOS E ed il LOS F, si può richiamare il valore di riferimento del manuale tedesco HBS2001 che come riportato in Bertini et al. (2006), si attesta sulle 23 unità per chilometro di corsia. Valore simile, e pari a 24 veicoli per corsia e per chilometro in presenza di sole autovetture ( $P_t=0$ ), si riscontra in (Mauro, 2007) e (Mauro et al., 2014) per l'Autostrada del Brennero.

In termini di velocità critiche, infine, i modelli calibrati evidenziano valori superiori ai 90 km/h nei casi a tre corsie, contro un valore standard di 85.7 km/h (+9% a Padova, +18% a Rovato, +7% a Parma e +14% a Imola). Nei tratti a due corsie, in cui sono imposte limitazioni alle velocità e/o al sorpasso (quest'ultimo per i veicoli pesanti), la velocità critica stimata si attesta approssimativamente sui 75 km/h, inferiore del 12-13% rispetto al medesimo valore standard (-6% se si considera la  $SFC_{vf}$ , secondo la quale con una capacità di 2250 e una densità critica di 28 veq/km si ha una  $v_c$  di 80.3 km/h).

Nella tabella 8.22 sono riportati gli scostamenti percentuali tra i valori chiave del Diagramma Fondamentale LCM e gli analoghi valori identificati dalle SFC indicate dall'HCM2010.

	Sezione	Corsie	Differenza LCM rispetto al valore HCM2010					
			FFS (CURVA)	$v_f$	$q_c$	$k_c$	$v_c$	
1	PADOVA	3	116.90	(75)	-4%	-24%	-30%	9%
			111.65	(70)	0%	-24%	-30%	9%
2	ROVATO	3	117.66	(75)	-3%	-18%	-30%	18%
			113.96	(70)	0%	-18%	-30%	18%
3	PARMA	3	117.66	(75)	-6%	-28%	-33%	7%
			111.12	(70)	0%	-28%	-33%	7%
4	BARBERINO	2	117.66	(75)	-22%	-29%	-19%	-12%
			91.93	(55)	0%	-24%	-19%	-6%
5	IMOLA	3	117.66	(75)	-4%	-23%	-33%	14%
			111.43	(70)	0%	-23%	-33%	14%
6	TRENTO	2	117.66	(75)	-2%	-27%	-16%	-13%
			115.256	(70)	0%	-27%	-16%	-13%

**Tab. 8.22. Differenze % tra i valori critici alla capacità stimati con il LCM e i valori indicati dalle SFC in HCM2010**

A valle delle considerazioni sopra riportate, effettuate focalizzando l'attenzione sui valori critici alla capacità, nelle figure successive si riporta la sovrapposizione tra le curve identificate rispetto ai criteri HCM2010,  $SFC_{FFS}$  e  $SFC_{vf}$ , e quelle ottenute con la calibrazione dei modelli LCM e VAM, in riferimento all'intera carreggiata (tre corsie per le sezioni 1, 2, 3, 5 e due corsie per le sezioni 4 e 6). Nelle due figure 8.18 e 8.19, relative rispettivamente alle sezioni 1, 2, 3 e 4, 5, 6, alle quattro curve richiamate si aggiungono anche i punti  $(q_i, v_i^{85})_{i \in EB}$  dove  $q_i = k_i \cdot v_i^{85}$  e  $(k_i, v_i^{85})_{i \in EB}$  sono i punti identificati sulla base dei dati sperimentali ed utilizzati per la calibrazione dei modelli macroscopici. (cfr. paragrafo 8.2).

Le figure mostrano come il buon adattamento ai dati che viene assicurato dalle curve calibrate, sia nei regimi di flusso libero e condizionato fino alla capacità sia in quello congestionato, non lo si possa riscontrare nelle curve HCM2010.

Rispetto all'andamento dei dati e delle curve calibrate, infatti, le  $SFC$  HCM2010 mostrano una minore bontà di adattamento. In particolare si osserva come le  $SFC_{FFS}$  individuino, in tutti i casi, punti ampiamente al di sopra di quelli sperimentali ed il cui andamento viene meglio interpretato per il regime di flusso libero dalla  $SFC_{vf}$ . Per quanto riguarda il flusso condizionato e quello congestionato, anche l'andamento della  $SFC_{vf}$  non riesce ad interpretare al meglio quello dei dati sperimentali individuando, alla capacità, valori di flusso massimo e di densità critica maggiori e valori di velocità critica minori rispetto a quelle suggerite dai dati e riprodotte dai modelli calibrati.



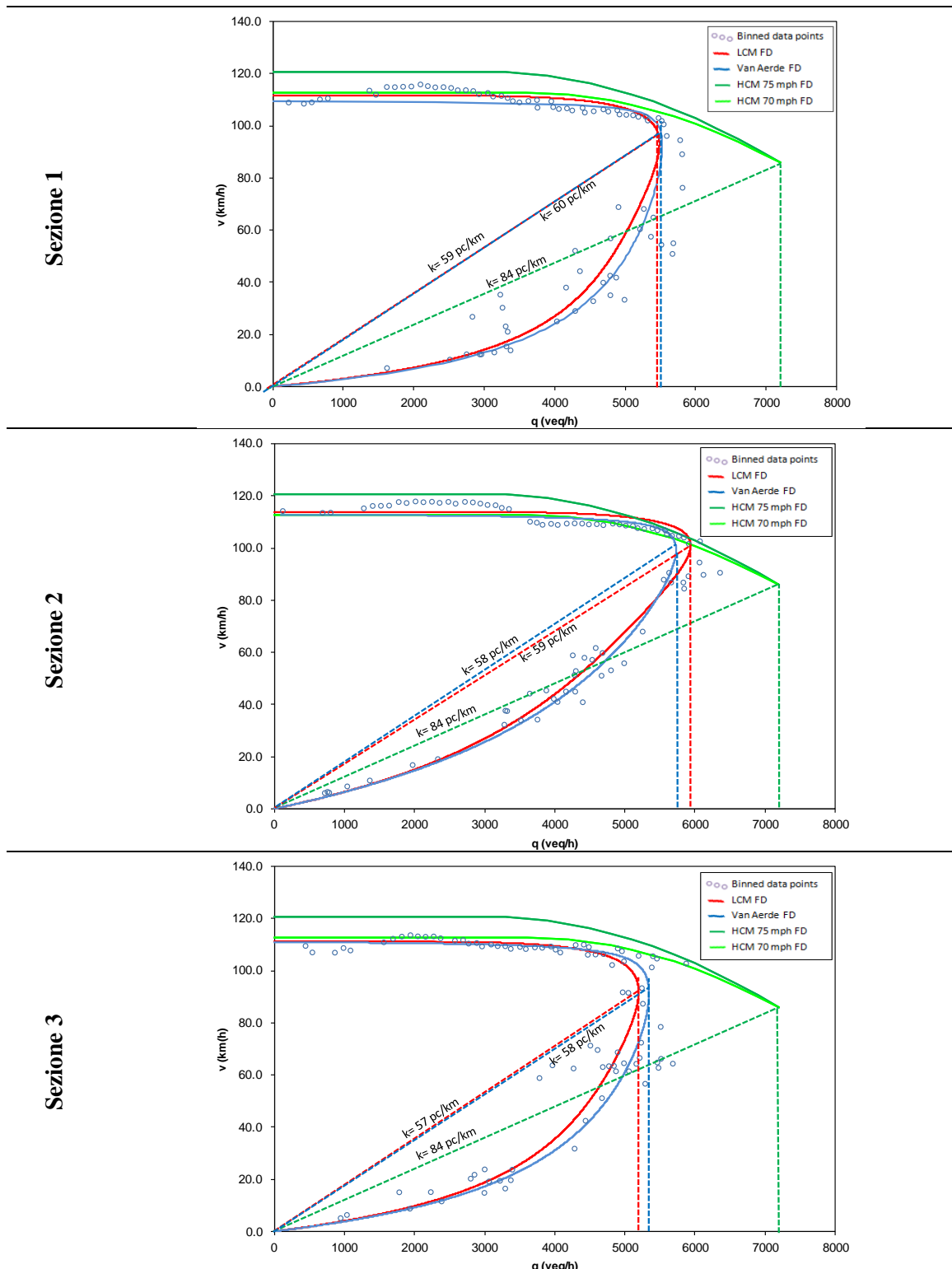
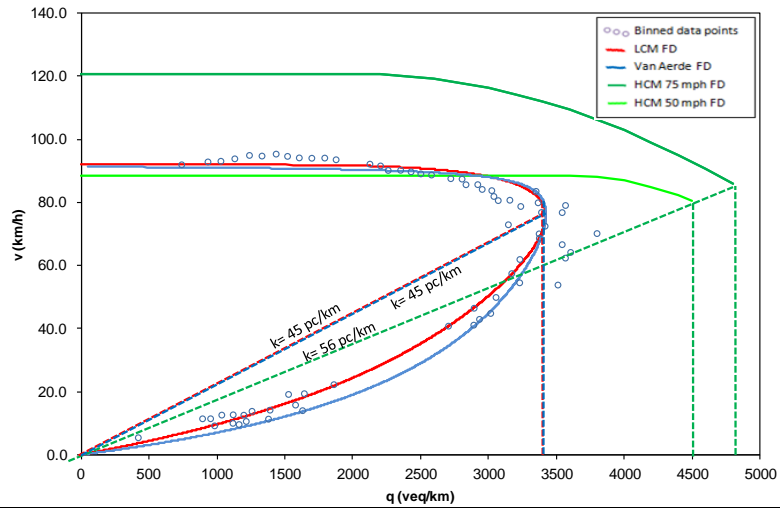
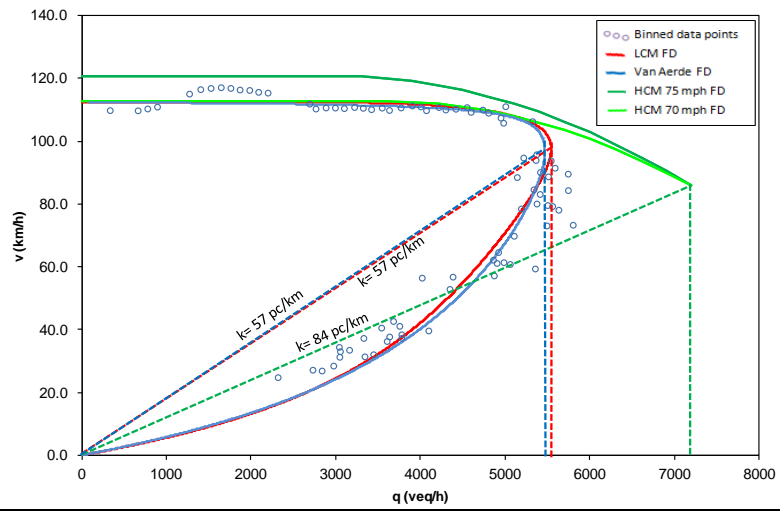


Fig. 8.18. Confronto tra le curve identificate mediante i criteri HCM2010 e i Diagrammi Fondamentali ottenuti con la calibrazione dei modelli LCM e VAM – sezioni 1, 2, 3

Sezione 4



Sezione 5



Sezione 6

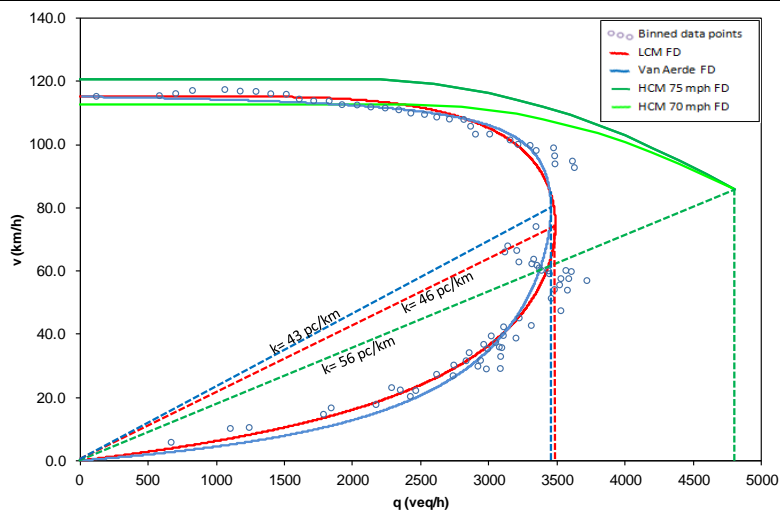


Fig. 8.19. Confronto tra le curve identificate mediante i criteri HCM2010 e i Diagrammi Fondamentali ottenuti con la calibrazione dei modelli LCM e VAM – sezioni 4, 5, 6

Le differenze sopra evidenziate in termini di valori critici alla capacità e di andamento delle relazioni flusso – velocità (cfr. fig. 8.18 e 8.19) si traducono in differenze nella distribuzione dei range che individuano ciascuno dei sei LOS.

Come già precisato, infatti, il manuale americano prende in esame la densità come MOE per la definizione dei LOS già dall’edizione del 1985 (cfr. paragrafo 7.4.3) individuando range pressoché costanti a partire dall’update 1997 (cfr. tabella 7.6). L’identificazione delle condizioni di deflusso e della relativa qualità attraverso la densità è il criterio adottato anche nella procedura calibrata proposta, nella quale tuttavia i range non sono stati assunti come costanti, ma variabili secondo le specificità di ciascuna delle curve calibrate.

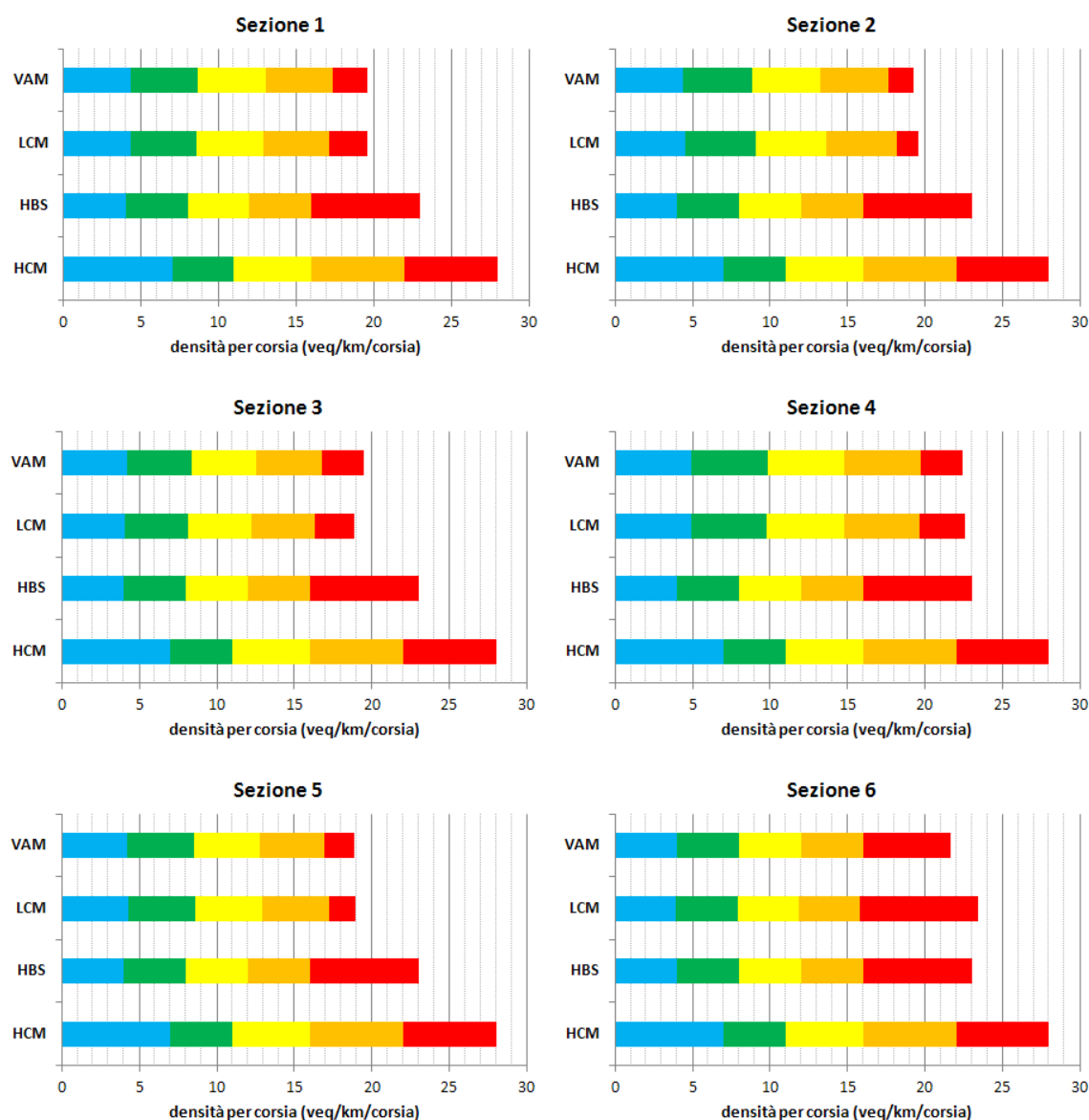
Nella procedura calibrata, inoltre, il criterio d’individuazione di ciascun intervallo di densità relativo a ciascuno dei LOS considera il valore critico di  $k_c$  come valore massimo per il LOS E (separazione LOS E/LOS F) e il valore di  $k_{Emax}$  che rende massima l’efficienza E come valore massimo per il LOS D (separazione LOS D/LOS E); i restanti valori di separazione tra LOS C/LOS D, LOS B/LOS C e LOS A/LOS B sono ricavati suddividendo l’intervallo  $[0; k_{Emax}]$  in quattro sub-intervalli di uguale lunghezza.

Nella tabella 8.23 sono riportati i range individuati con i criteri sopra richiamati per i modelli calibrati LCM e VAM già discussi al paragrafo 8.5.1 e i valori proposti dall’HCM2010, espressi in veicoli equivalenti per carreggiata. Come ulteriore termine di confronto, in tabella sono riportati i range di densità previsti dal citato HBS come riportati da Bertini et al. (2006), pur essendo tuttavia il rapporto flusso/capacità la MOE usata dal manuale tedesco in luogo della densità.

Sez	A				B				C				D				E			
	HCM	HBS	LCM	VAM	HCM	HBS	LCM	VAM	HCM	HBS	LCM	VAM	HCM	HBS	LCM	VAM	HCM	HBS	LCM	VAM
1	21	12	13	13	33	24	26	26	48	36	39	39	66	48	52	52	84	69	59	60
2	21	12	14	13	33	24	27	27	48	36	41	40	66	48	55	53	84	69	59	58
3	21	12	12	13	33	24	25	25	48	36	37	38	66	48	49	50	84	69	57	59
4	14	8	10	10	22	16	20	20	32	24	30	30	44	32	39	39	56	46	45	45
5	21	12	13	13	33	24	26	26	48	36	39	38	66	48	52	51	84	69	57	57
6	14	8	8	8	22	16	16	16	32	24	24	24	44	32	32	32	56	46	47	43

**Tab. 8.23. Confronto tra i range di densità per la definizione dei Livelli di Servizio – veicoli equivalenti per chilometro sull’intera carreggiata**

Nella figura 8.20 sono riportati graficamente i range richiamati in tabella, con riferimento ai valori medi per corsia. Anche da questo punto di vista emergono le differenze tra i range proposti anche nell’ultima edizione dell’HCM e quelli ottenuti mediante le procedure calibrate, i quali a loro volta risultano estremamente simili a quelli individuabili in considerazione delle curve contenute nell’HBS tedesco (Bertini et al., 2006).



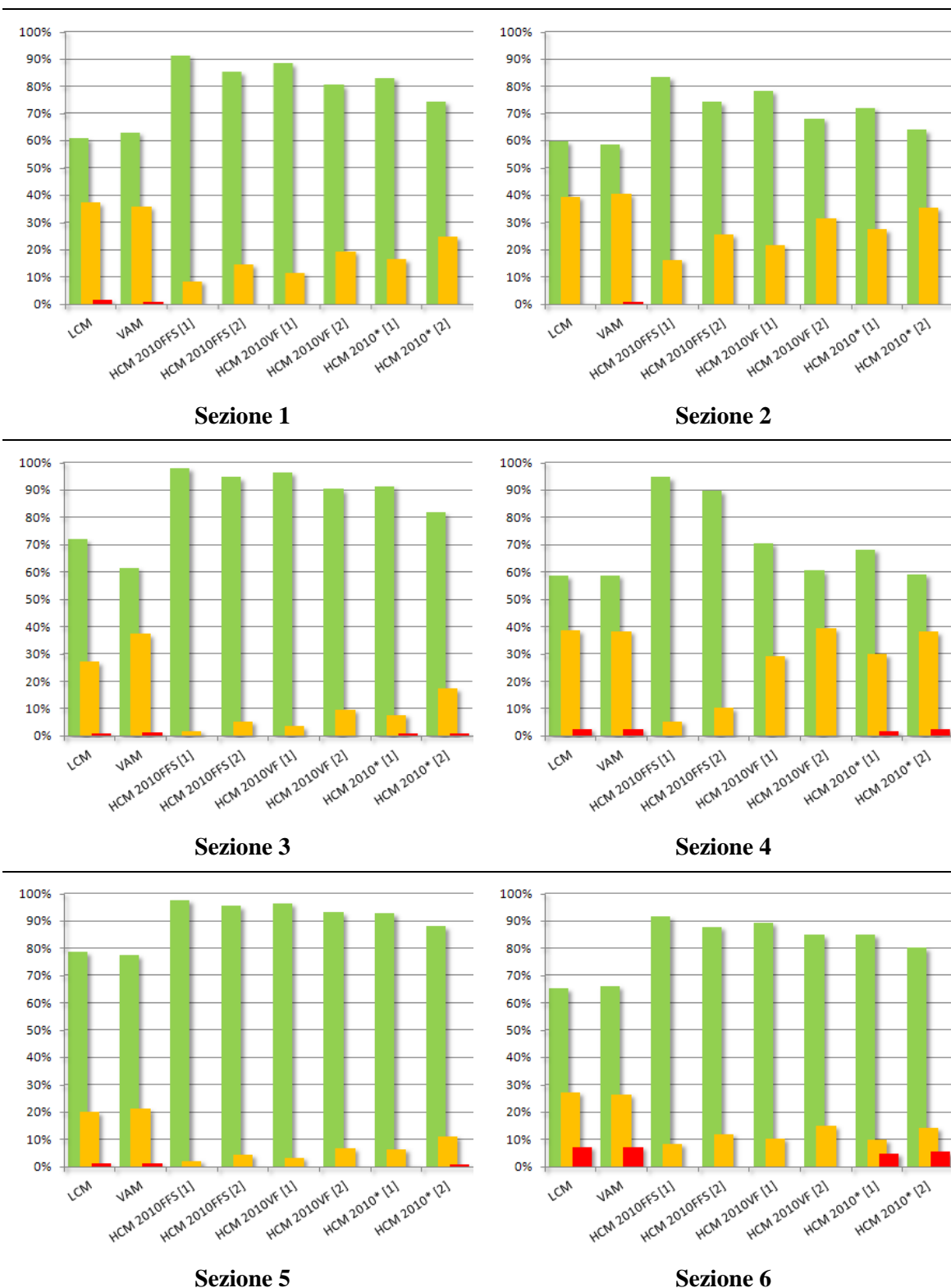
**Fig. 8.20. Confronto tra i range di densità per la definizione dei Livelli di Servizio – veicoli equivalenti per chilometro e per corsia**

Nella tabella 8.24 e in figura 8.21 sono riportate le percentuali della distribuzione dei LOS nelle sei sezioni, in considerazione di quanto già discusso al paragrafo 8.5.1 per VAM e LCM ed al paragrafo 8.5.2 per HCM2010. Al fine di agevolare la presentazione e la discussione dei risultati, le percentuali riportate numericamente in tabella e graficamente nei grafici in figura sono riferite ai tre regimi di flusso libero, condizionato e congestionato identificati accorpando rispettivamente i livelli A + B, C + D ed E+F.

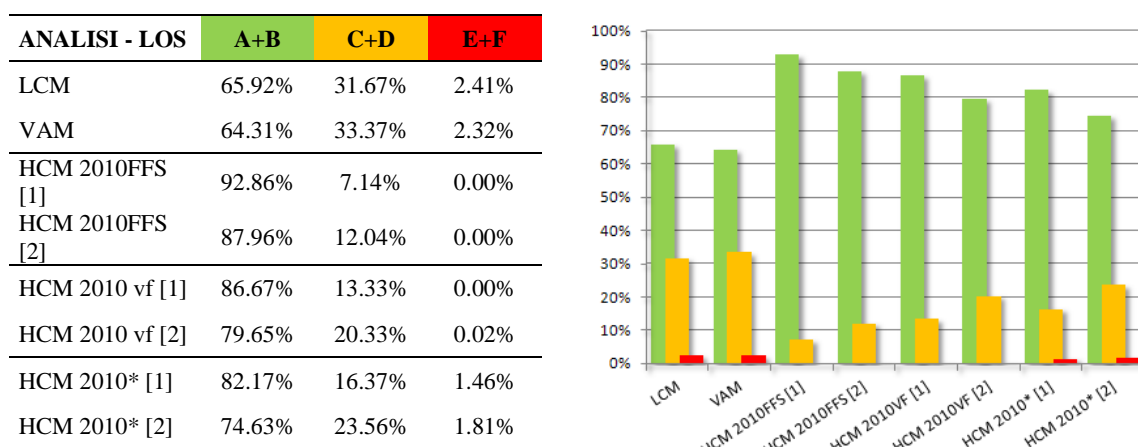
In figura 8.22 si riporta, invece, un confronto sintetico ottenuto considerando complessivamente e mediando i risultati delle sei sezioni.

ANALISI - LOS	A+B	C+D	E+F	ANALISI - LOS	A+B	C+D	E+F
LCM	61.04%	37.33%	1.63%	LCM	59.78%	39.59%	0.64%
VAM	63.16%	36.00%	0.84%	VAM	58.56%	40.67%	0.77%
HCM 2010FFS [1]	91.42%	8.58%	0.00%	HCM 2010FFS [1]	83.56%	16.44%	0.00%
HCM 2010FFS [2]	85.39%	14.61%	0.00%	HCM 2010FFS [2]	74.28%	25.71%	0.01%
HCM 2010 vf [1]	88.42%	11.58%	0.00%	HCM 2010 vf [1]	78.38%	21.62%	0.00%
HCM 2010 vf [2]	80.54%	19.46%	0.00%	HCM 2010 vf [2]	68.33%	31.65%	0.02%
HCM 2010* [1]	83.10%	16.52%	0.37%	HCM 2010* [1]	72.15%	27.55%	0.30%
HCM 2010* [2]	74.53%	24.85%	0.62%	HCM 2010* [2]	64.03%	35.56%	0.41%
<b>Sezione 1</b>				<b>Sezione 2</b>			
ANALISI - LOS	A+B	C+D	E+F	ANALISI - LOS	A+B	C+D	E+F
LCM	71.91%	27.09%	1.01%	LCM	58.67%	38.66%	2.66%
VAM	61.52%	37.30%	1.18%	VAM	58.88%	38.46%	2.65%
HCM 2010FFS [1]	98.14%	1.86%	0.00%	HCM 2010FFS [1]	94.75%	5.25%	0.00%
HCM 2010FFS [2]	94.70%	5.30%	0.00%	HCM 2010FFS [2]	89.80%	10.19%	0.01%
HCM 2010 vf [1]	96.53%	3.47%	0.00%	HCM 2010 vf [1]	70.64%	29.35%	0.01%
HCM 2010 vf [2]	90.38%	9.62%	0.00%	HCM 2010 vf [2]	60.52%	39.38%	0.09%
HCM 2010* [1]	91.39%	7.77%	0.85%	HCM 2010* [1]	68.32%	29.90%	1.78%
HCM 2010* [2]	81.75%	17.35%	0.90%	HCM 2010* [2]	59.26%	38.12%	2.62%
<b>Sezione 3</b>				<b>Sezione 4</b>			
ANALISI - LOS	A+B	C+D	E+F	ANALISI - LOS	A+B	C+D	E+F
LCM	78.74%	20.11%	1.15%	LCM	65.37%	27.25%	7.38%
VAM	77.52%	21.26%	1.22%	VAM	66.19%	26.56%	7.24%
HCM 2010FFS [1]	97.71%	2.29%	0.00%	HCM 2010FFS [1]	91.59%	8.41%	0.00%
HCM 2010FFS [2]	95.57%	4.42%	0.01%	HCM 2010FFS [2]	87.99%	12.01%	0.00%
HCM 2010 vf [1]	96.53%	3.47%	0.00%	HCM 2010 vf [1]	89.50%	10.50%	0.00%
HCM 2010 vf [2]	93.18%	6.81%	0.01%	HCM 2010 vf [2]	84.97%	15.03%	0.00%
HCM 2010* [1]	92.91%	6.52%	0.57%	HCM 2010* [1]	85.12%	9.97%	4.91%
HCM 2010* [2]	88.02%	11.20%	0.77%	HCM 2010* [2]	80.20%	14.28%	5.51%
<b>Sezione 5</b>				<b>Sezione 6</b>			

**Tab. 8.24. Distribuzioni dei LOS nelle sei sezioni per il flusso libero (A+B), condizionato (C+D) e congestionato (E+F) – confronto tra i diagrammi calibrati e le procedure di calcolo HCM2010**



**Fig. 8.21. Distribuzioni dei LOS nelle 6 sezioni per il flusso libero (A+B), condizionato (C+D) e congestionato (E+F) – confronto tra i diagrammi calibrati e le procedure di calcolo HCM2010.**



**Fig. 8.22. Distribuzioni dei LOS per il flusso libero (A+B), condizionato (C+D) e congestionato (E+F) – confronto tra i diagrammi calibrati e le procedure di calcolo HCM2010 - sintesi**

L'analisi comparativa mostra come, in generale, i calcoli effettuati considerando i valori HCM2010 possono indurre a una sottostima nei livelli di congestione che si registrano, all'interno dei relativi intervalli di monitoraggio, nelle sezioni esaminate rispetto a quanto si ottiene con i Diagrammi calibrati.

Si osserva, infatti, come in tutte le sezioni oggetto di indagine le metodologie HCM2010 tendano a mettere in evidenza una maggiore occorrenza di situazioni con flusso libero rispetto a quanto si ottiene con le procedure calibrate, con un minore risalto per le situazioni condizionate o congestionate.

Come già accennato, inoltre, si manifesta un'evidente variabilità dei risultati che si ottengono scegliendo la  $SFC_{vf}$  anziché la  $SFC_{FFS}$ , o ancora utilizzando solo i range e determinando il LOS sulla base della densità media  $k=q \cdot v_s$ , stimata sulla base dei dati rilevati e dell'equazione fondamentale (HCM2010\*). A questa variabilità si aggiunge quella generata dalla possibilità di scegliere ulteriori fattori discrezionali che incidono sull'analisi, come in questo caso operato considerando l'abitudine dell'utenza attraverso la  $f_p$  e generando i casi [1] e [2].

I risultati ottenuti giustificano, in definitiva, i dubbi richiamati nell'introduzione e riscontrati tra gli operatori italiani che nelle diverse fasi di vita di un'infrastruttura (pianificazione, progettazione, gestione e controllo) si trovano ad adoperare le metodologie proposte dal manuale americano per condurre analisi di funzionalità e qualità del deflusso autostradale.

In effetti, i riscontri emersi nelle sezioni di test suggeriscono di adoperare un adeguato grado di cautela nei confronti della trasferibilità e dell'impiego *tout court* delle procedure standard definite dal manuale americano nell'edizione 2010.

In considerazione della natura delle variazioni proposte dall'ultima edizione rispetto a quella 2000, come evidenziato al paragrafo 7.4.3, la stesse considerazioni possono essere fatte nella sostanza anche per la suddetta edizione. Ulteriori valutazioni andrebbero effettuate, invece, per capire l'effettiva rappresentatività di altre edizioni cui, come già indicato in introduzione, fanno riferimento normative e circolari di settore vigenti in Italia.

I risultati ottenuti sulle sezioni di test mostrano, in definitiva, come l'utilizzo di procedure che appaiono estremamente generali e provenienti da contesti eterogenei possano rivelarsi non in grado di catturare e rappresentare gli effettivi livelli di congestione sui segmenti che compongono la rete autostradale. Ciò potrebbe portare ad invalidare i requisiti di adeguatezza e di rappresentatività dei Livelli di Servizio nelle analisi e valutazioni della qualità del deflusso.



## **9. EFFETTI DISTRIBUTIVI DEL TRAFFICO SU UNA CARREGGIATA A TRE CORSIE**

### **9.1. DISOMOGENEITÀ TRASVERSALE DELLE VARIABILI MACROSCOPICHE**

Le variabili caratteristiche del deflusso, e specialmente i valori critici alla capacità, e la qualità del servizio sono solitamente espressi per una sezione trasversale di un segmento autostradale considerando dati aggregati o mediati sulle diverse corsie che compongono la carreggiata. Numerose ricerche sulle relazioni che legano le variabili macroscopiche del deflusso e che riguardano, in particolare, la stima del Diagramma Fondamentale sono espressi in termini totali sull'intera carreggiata o in termini medi per corsia, senza una reale distinzione tra le diverse corsie che la compongono.

Anche l'Highway Capacity Manual, tanto nelle passate edizioni quanto nell'ultima del 2010, pur riconoscendo le differenze che caratterizzano le variabili del deflusso in senso trasversale rispetto alla sezione, ossia in considerazione delle corsie che compongono la carreggiata, non pone distinzioni tra le stesse. Le procedure indicate per i segmenti base autostradali considerano, infatti, una capacità complessiva ottenuta moltiplicando la capacità standard di una singola corsia per il numero di corsie che compongono la carreggiata, ovvero prendono in esame un flusso medio per corsia ottenuto semplicemente dividendo il flusso totale per il numero di corsie disponibili. L'ultima edizione, peraltro esclude l'influenza del numero di corsie nella valutazione della capacità complessiva e degli altri parametri di analisi del segmento base. Approccio questo che non si riscontra, però, nel manuale tedesco HBS che al contrario evidenzia valori di capacità che si riferiscono all'intera carreggiata (cfr. tabelle 8.2 e 8.3) e che, in termini di corsia media, si differenziano rispetto al numero di corsie per direzione.

In relazione al fatto che non sono state identificate distribuzioni tipiche rispetto alle corsie, l'ultima edizione HCM2010 assume semplicemente che le variabili caratteristiche del deflusso possano essere considerate come uniformemente distribuite sulle corsie di un segmento base. Tale assunzione, tuttavia, non viene mantenuta nel caso di sezioni con rampe di immissione o uscita: in questo caso, infatti, il Manuale considera la diversa distribuzione del traffico tra le corsie, con effetti distributivi che si smorzano trasversalmente dall'esterno all'interno della carreggiata e longitudinalmente allontanandosi dalla rampa considerata.

In ogni caso, come richiamato al paragrafo 4.3.4, l'esperienza suggerisce chiaramente una significativa variabilità dei parametri di deflusso rispetto alle corsie. In termini del tutto generali si osserva chiaramente come un certo flusso di traffico che attraversa un segmento autostradale omogeneo si distribuisca trasversalmente alla carreggiata in maniera non uniforme sulle corsie che la compongono, con una altrettanto non uniforme distribuzione delle velocità medie spaziali e delle densità.

In effetti sono diversi i fattori che influenzano la distribuzione del traffico, tra cui la composizione veicolare, i comportamenti di guida, le regole di sorpasso e di superamento, la disciplina di corsia e l'esistenza di eventuali separazioni o limitazioni all'uso di particolari porzioni di carreggiata. Numerosi studi a livello internazionale evidenziano concordemente, in maniera qualitativa o quantitativa, la variabilità delle variabili macroscopiche rispetto alle corsie e la specificità dei relativi fattori di causa, che si dimostrano estremamente sensibili al contesto geografico/nazionale. D'altra parte risulta condivisa la constatazione che un utilizzo non bilanciato delle corsie durante la marcia sia un riconosciuto elemento di instabilità del flusso e causa di una riduzione dell'effettiva capacità di deflusso della sezione. Da questo punto di vista, la distribuzione delle variabili caratteristiche del deflusso rispetto alle corsie, in funzione delle condizioni al contorno che definiscono il contesto, riveste grande importanza e suscita interesse nella modellazione delle infrastrutture autostradali, per le esigenze connesse alla loro pianificazione, progettazione, controllo, gestione e manutenzione (cfr. paragrafo 4.3.4).

Uno dei primi studi in merito alla distribuzione del deflusso rispetto alle corsie è quello pubblicato da Norman (1942) nell'ambito delle ricerche avviate dall'*US Public Roads Administration*. Tra gli anni 60 e 70 del secolo scorso, diversi studi in merito agli effetti distributivi del traffico sulle corsie vennero avviati da diverse *Highways Administrations* in vari Stati degli US, prendendo in esame autostrade e strade multi corsia urbane e con un numero di corsie per direzione variabile tra due e cinque (Taragin, 1958), (Heathington & Tutt, 1966), (Lynch & Hamby, 1969). In questi studi la non omogeneità nell'utilizzo delle corsie venne messa particolarmente in evidenza, e con essa la proporzionalità inversa esistente tra la percentuale di utilizzo della corsie più a destra ed il flusso complessivamente in transito su tutte le corsie disponibili. Al crescere del traffico complessivo, infatti, si osserva una maggiore preferenza nell'uso della corsia centrale o di quelle più a sinistra disponibili sulla carreggiata. In questi studi vengono proposti i primi modelli di regressione per la calibrazione di relazioni funzionali descrittive dell'utilizzo delle singole corsie, i cosiddetti modelli *Lane Flow Ratio* (LFR). Alcuni anni più tardi altri studi su autostrade americane a tre corsie vengono pubblicati da Pignataro (1973), mostrando una tipicità nella variazione dei flussi per corsia. In condizioni di flusso contenuto, infatti, viene osservato come almeno metà del flusso si concentrasse sulla corsia centrale. Al crescere del flusso, viene quindi osservata una uguale distribuzione tra corsia centrale e corsia di sinistra e una progressiva riduzione dell'uso della corsia di destra.

Come avvenuto in termini di flusso di traffico, alcuni ricercatori cominciarono ad approfondire l'analisi in relazione alla distribuzione per corsie delle altre variabili macroscopiche e dei relativi valori critici. Un dettagliato studio sulla distribuzione delle variabili macroscopiche lungo le corsie viene proposto da Allen et al. (1985) in Ontario, Canada. Nello studio citato, e nelle successive ricerche di Hall & Gunter (1986), vengono rilevati e dimostrati differenti valori per la capacità di deflusso, più bassi per le corsie di destra e più elevati per la corsia centrale e per quella di sinistra.

Negli anni 90 del secolo scorso ricerche simili vennero condotte anche fuori dal territorio degli Stati Uniti. Ad esempio Brackstone, McDonald et al. (1994, 1998) propongono la

calibrazione di modelli LFR per analizzare i fenomeni di cambio corsia nel Regno Unito utilizzando funzioni lineari e funzioni potenza rispetto al flusso totale. In Germania Heidemann (1994) propone la calibrazione di un modello per la descrizione della distribuzione del traffico sulle singole corsie di una carreggiata, legandolo alla probabilità di cambio corsie. Yousif & Hunt (1995) identificano un modello LFR per autostrade a due e tre corsie nel Regno Unito e, a valle della calibrazione di alcuni modelli di regressione, propongono un confronto tra l'utilizzo delle corsie in Regno Unito e Germania in riferimento alle diverse regole di guida ed ai comportamenti dei guidatori nel gestire il cambio di corsia. Golias & Tsamboulas (1995) propongono modelli di regressione simultanea per la stima dell'andamento del LFR per autostrade urbane e suburbane a tre corsie in Grecia, nell'area metropolitana ateniese. Gli autori considerano modelli multivariati con disaggregazione rispetto alle categorie veicolari ed alle relative velocità medie spaziali e modelli che considerano come unica variabile il flusso di traffico complessivo.

Okura & Somasundaraswaran (1996) propongono un modello teorico basato sulla probabilità di cambio corsia tra corsie adiacenti in situazioni di deflusso ininterrotto, richiamando il modello già proposto da Heidemann (1994), e definiscono alcuni modelli di regressione polinomiale per il *fitting* degli andamenti di tali probabilità. Alcuni test in diverse sezioni della Tomei Expressway in Giappone pubblicati dagli autori, mostrano il legame tra la distribuzione del traffico rispetto alle corsie e alcune variabili tra cui il flusso totale, la composizione veicolare e la velocità media e portano gli stessi a suggerire alcune misure operative e gestionali per incrementare la capacità effettiva di deflusso limitando la disomogeneità trasversale.

Se, come evidenziato nei capitoli precedenti, la maggior parte della ricerca sul tema della forma del Diagramma Fondamentale ha riguardato la carreggiata stradale unidirezionale in termini complessivi o medi per corsia, Hurdle et al. (1997) dimostrano come le curve flusso – velocità appaiano differenti se si considerano in maniera separata le diverse corsie. Le osservazioni condotte in due sezioni nell'area di Toronto, Canada, evidenziano infatti valori più bassi della capacità sulla corsia di destra se confrontati con gli analoghi valori riscontrati sulle corsie centrale e di sinistra. Carter et al. (1999) evidenziano come le regole e la disciplina di corsia, la presenza di veicoli pesanti e di rampe di ingresso o uscita siano fattori che influenzano pesantemente il comportamento distributivo non uniforme dei veicoli sulle corsie della carreggiata. Gli autori applicano tecniche di *fitting* per esplorare statisticamente l'impatto del numero di corsie, della localizzazione, e dell'alternanza giorno-notte sul flusso massimo, sulla velocità alla capacità e sulla densità jam. Attraverso una serie di analisi della varianza viene dimostrata la significatività in termini statistici delle differenze riscontrate tra le diverse corsie.

Negli anni 2000 nuovi studi in merito agli effetti distributivi del deflusso sulle corsie sono stati proposti da diversi autori. La considerazione condivisa, sia nel caso di flusso libero che nel regime congestionato, è che al crescere del flusso si riscontra un andamento del LFR che risulta crescente per le corsie centrali e di sinistra e decrescente per quella di destra. Amin et al. (2005) considerano 5 segmenti autostradali nell'area di San Diego in California ed evidenziano che gli andamenti del LFR variano in maniera significativa al

variare del flusso totale, con il periodo del giorno e con le caratteristiche della popolazione dei guidatori. Gunay (2004) riscontra alcune peculiarità del LFR sulle autostrade della Turchia, evidenziando al crescere del flusso e prima dell'insorgenza della congestione un decremento nella percentuale di utilizzo della corsia di sinistra e un incremento in quella di destra, comportamento differente da quello riscontrato in altre esperienze internazionali che evidenziano, al contrario una riduzione nell'uso della corsia di destra accompagnato da un aumento di quella sinistra e da una sostanziale invarianza di quella centrale. Wu (2005) precisa come i modelli LFR tendano a mostrare differenze a seconda del paese o dell'area geografica, in relazione alla diversità nelle regole di sorpasso, nella disciplina di corsia e nei limiti di velocità, evidenziando le differenze riscontrabili in due contesti dissimili per regole e comportamenti quali la Germania e i paesi del Nord America (Canada e Texas). Sempre lo stesso autore in un ulteriore studio (2005) riprende il modello basato sulla probabilità del cambio di corsia discussa da Heidemann (1994) e da Okura & Somasundaraswaran (1996), stimando alcune relazioni tra LFR e flusso totale utilizzando modelli di regressione esponenziale e proponendo una discussione in merito agli effetti riscontrabili sulla capacità di deflusso delle corsie. Xiao-Yuan & Jia-Sen (2005) associano la distribuzione del traffico sulle diverse corsie alla stabilità del deflusso, con effetti importanti in termini di capacità e di sicurezza. Gli autori utilizzano un modello di micro simulazione per investigare il legame tra il LFR, la durata delle manovre di cambio corsia e il traffico complessivo nel caso di carreggiate a due e tre corsie.

Ulteriori studi sono stati proposti negli ultimi anni. Knoop et al. (2010) affrontano il tema dei cambiamenti nella distribuzione delle variabili del deflusso per corsia legati alla variazione dei limiti di velocità e all'influenza della presenza di rampe nei Paesi Bassi. Gli autori approfondiscono l'andamento del LFR come funzione della densità sulla carreggiata, sperimentando un effetto significativo della variazione dei limiti di velocità nella distribuzione reciproca tra le corsie. Anche Lee & Park (2010) utilizzano la densità per lo studio dell'andamento del LFR su segmenti base a due, tre e quattro corsie sulla rete autostradale dello stato della Virginia. Utilizzando una serie di modelli di regressione polinomiali e logaritmici stimano l'andamento del LFR sulle singole corsie della carreggiata nel passaggio dal regime non congestionato ad una situazione di transizione e da questa al regime congestionato.

Duret et al. (2012) analizzano l'andamento dell'LFR su un'autostrada a tre corsie nell'area di Lyon, in Francia. Gli autori identificano andamenti lineari rispetto al flusso totale, con un chiaro incremento del fattore per la corsia più interna e, al contrario, una riduzione per la corsia centrale e per quella a destra più esterna. Samoili et al. (2013) analizzano l'eterogeneità del flusso e della densità nella contea di San Diego, in California, come elemento caratteristico della dinamica del deflusso utile per scopi di pianificazione infrastrutturale e di controllo del traffico. Con lo scopo di analizzare sia il regime non congestionato che quello congestionato, gli autori utilizzano una tecnica di regressione locale pesata non parametrica per l'andamento del LFR e del *Lane Density Ratio* (LDR) come funzione della densità totale. Yousif et al. (2012) approfondiscono la distribuzione delle variabili caratteristiche del deflusso su alcune tratte autostradali a due, tre e quattro corsie nel Regno Unito aggiornando su nuove basi di dati sperimentali i

modelli precedentemente identificati (Yousif & Hunt, 1995). Xiao et al. (2014) analizzano l'andamento del LFR su un esteso segmento autostradale a due corsie nell'area di Sacramento, in California. Utilizzando i dati raccolti in maniera sincronizzata in 14 postazioni di rilievo lungo il segmento in esame, l'analisi mette in evidenza le differenze nella distribuzione dei flussi sulle corsie in relazione alle caratteristiche geometriche, ai volumi sulle rampe e alle situazioni di traffico diurno e notturno.

## 9.2. MODELLI LANE RATIO

I modelli Lane Distribution o Lane Ratio (LR) prendono in esame la distribuzione di una variabile macroscopica, generalmente il flusso  $q$  e la densità  $k$ , su una carreggiata multi corsia come rapporto tra il valore sulla singola corsia  $i$  ( $q_i$  o  $k_i$ ) e l'intero valore sulla carreggiata ( $q$  o  $k$ ). Per quanto riguarda il flusso e la densità si definiscono le relative distribuzioni sulla corsia  $i$  rispettivamente come *Lane Flow Ratio* (LFR) e *Lane Density Ratio* (LDR):

$$LFR_i = \frac{q_i}{q} \quad (9.1)$$

$$LDR_i = \frac{k_i}{k} \quad (9.2)$$

Sulla base dei valori di Lane Ratio ( $LR$ ) su ciascuna delle corsie possono essere definiti, per l'insieme delle corsie che compongono la carreggiata, un insieme di relazioni del tipo:

$$y_i = LR_i(\beta, x) \text{ con } i=1, 2, \dots, n \quad (9.3)$$

dove  $x$  rappresenta il valore di una variabile macroscopica sull'intera carreggiata e  $\beta$  rappresenta un vettore di parametri di calibrazione.

Per un segmento di carreggiata unidirezionale multi corsia la distribuzione del flusso per corsia  $LFR$  è legata alla probabilità di cambio di corsia (Heidemann, 1994), (Okura & Somasundaraswaran, 1996), (Wu, 2005). Per i veicoli che attraversano un segmento, gli stati che definiscono i cambiamenti di corsia possono essere descritti mediante una catena markoviana. Considerando che gli stati di transizione, ossia i cambiamenti di corsia, possono avvenire solo tra stati adiacenti (ossia corsie confinanti), si tratta nello specifico di un processo di nascita e morte.

Nel caso di una carreggiata a tre corsie, numerando le corsie da 1 a 3 a partire dalla corsia di destra più esterna, si assume che se un veicolo si trova nella corsia  $i$ , lo stesso veicolo abbia a disposizione le tre alternative corrispondenti al rimanere dov'è o a muoversi verso le corsie  $(i-1)$  o  $(i+1)$ , posto che le stesse esistano. In condizioni stazionarie e per un segmento di lunghezza sufficiente sul quale sono possibili gli scambi tra le coppie di corsie  $i/j$ , il flusso  $q$  attraverso il segmento è costante. La probabilità stazionaria dei veicoli di trovarsi nella corsia  $i$  si esprime come rapporto tra il flusso di veicoli sulla corsia  $i$  ed il flusso totale. Sulla base di tali assunti, risulta:

$$\sum_{i=1}^n LFR_i = 1 \quad (9.4)$$

Considerando la transizione di stato dalla corsia  $i$  alla corsia  $j$ , si definisce  $p_{ij}$  come la probabilità di transizione tra  $i$  e  $j$ , data la posizione iniziale su  $i$  e viceversa  $p_{ji}$  la probabilità condizionale di transizione da  $j$  ad  $i$ , data la posizione iniziale su  $j$ . La transizione rappresentata dalla probabilità  $p_{ij}$ , ossia la probabilità di fare un cambio di corsia da  $i$  a  $j$ , rappresenta un processo di morte per la corsia  $i$ , mentre la probabilità condizionale  $p_{ji}$  rappresenta per la stessa corsia un processo di nascita. Come situazione duale, se si cambia punto di vista e ci si riferisce alla corsia  $j$  la probabilità  $p_{ji}$  rappresenta una morte mentre  $p_{ij}$  un processo di nascita. La probabilità di transizione totale tra la coppia di corsie  $i/j$  è definita da:

$$P_{ij} = p_{ij} \cdot LFR_i \quad (9.5)$$

Come bilanciamento tra i processi di nascita e morte all'interfaccia tra corsie adiacenti, risulta

$$P_{ij} = P_{ji} \quad (9.6)$$

Per ciascuna coppia di corsie adiacenti  $i/j$  valgono quindi le seguenti relazioni:

$$p_{ij} \cdot LFR_i = p_{ji} \cdot LFR_j \quad (9.7)$$

In tali termini è possibile definire il rapporto tra le distribuzioni di flusso LFR tra corsie adiacenti:

$$\phi_{ij} = \frac{LFR_i}{LFR_j} = \frac{p_{ji}}{p_{ij}} \quad (9.8)$$

Questo risultato può essere provato in via generale mediante le equazioni di Kolmogorov, assumendo al solito le condizioni di stazionarietà. Se si considera ad esempio il caso di una carreggiata unidirezionale a tre corsie, valgono pertanto le relazioni:

$$LFR_1 + LFR_2 + LFR_3 = 1 \quad (9.9)$$

$$p_{12} \cdot LFR_1 = p_{21} \cdot LFR_2 \quad (9.10)$$

$$p_{23} \cdot LFR_3 = p_{32} \cdot LFR_3 \quad (9.11)$$

In condizioni stazionarie, inoltre, si può osservare che se  $\phi_{ij}$  è maggiore di uno, tra le due corsie prevalgono gli spostamenti da  $j$  ad  $i$  rispetto a quelli da  $i$  a  $j$ ; se  $\phi_{ij}$  è compreso tra 0 e 1 risulta vero il contrario, mentre se  $\phi_{ij} = 1$  il traffico ha una distribuzione omogenea tra le corsie adiacenti  $i/j$  con un bilanciamento dei cambi di corsia. Facendo riferimento nuovamente alle condizioni di stazionarietà e tenendo in considerazione l'equazione fondamentale, si può pertanto scrivere:

$$\frac{LFR_i}{LFR_j} = \frac{LDR_i}{LDR_j} \cdot \frac{v_i}{v_j} \quad (9.12)$$

dove  $v_i$  e  $v_j$  rappresentano le velocità medie spaziali per le corsie  $i$  e  $j$ . Se si indica con  $\delta_{ij}$  il rapporto tra i valori di LDR e con  $\sigma_{ij}$  il rapporto tra le velocità medie spaziali tra le corsie adiacenti, il rapporto tra le probabilità condizionate di cambio di corsia tra le corsie  $i$  e  $j$  può essere scritto come:

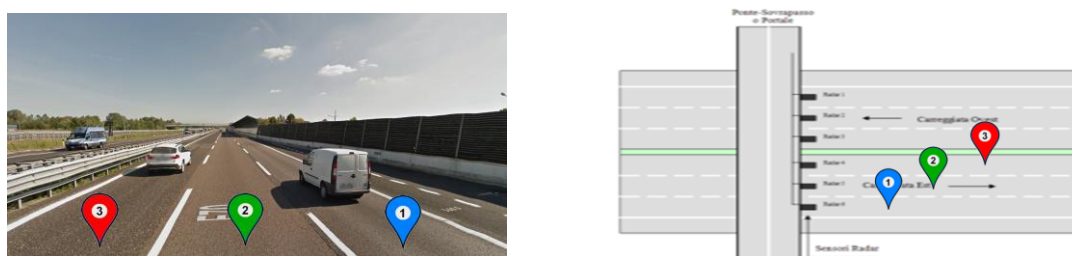
$$\phi_{ij} = \delta_{ij} \cdot \sigma_{ij} \quad (9.13)$$

L'equazione mostra come il rapporto tra le probabilità condizionate di cambio di corsia, esprimibile come rapporto tra le distribuzioni dei flussi sulle corsie, possa essere espresso in funzione del rapporto tra le velocità e le densità sulle stesse corsie. In conclusione si può pertanto sintetizzare che variazioni nella distribuzione di densità e velocità sulle corsie influenzano le manovre di cambio corsia e, a loro volta, tali manovre producono esse stesse una variazione nella distribuzione del traffico.

### 9.3. CALIBRAZIONE DEI MODELLI LANE RATIO NELLA SEZIONE DI TEST

#### 9.3.1. IDENTIFICAZIONE DELLA SEZIONE DI TEST

La sezione utilizzata come test per l'analisi degli effetti distributivi delle variabili macroscopiche sulle corsie che compongono una carreggiata monodirezionale è la sezione 1 identificata al capitolo 8. La sezione è localizzata alla progressiva chilometrica 361 dell'Autostrada A4 Torino – Trieste, tra i caselli di Padova Ovest e Padova Est e si trova, come già evidenziato su un tratto pianeggiante e rettilineo al di fuori dall'area di influenza di rampe di ingresso ed uscita. Nelle tabelle e grafici seguenti è riportato in maniera sintetica quanto approfondito al capitolo precedente, in merito alla metodologia di stima dei parametri del Diagramma Fondamentale secondo il LCM di Ni et al. (2012, 2015) ed ai relativi risultati ottenuti.

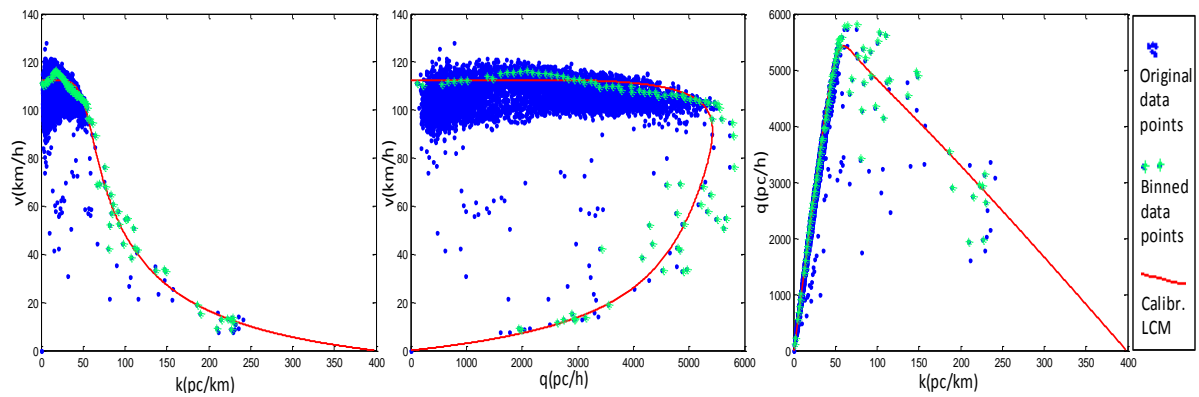


**Fig. 9.1.** Sezione di test sull'autostrada A4 tra i caselli di Padova Ovest e Padova Est (sezione 1 capitolo 8) ed identificazione delle tre corsie di marcia in direzione est

Identificazione della sezione di test	
Localizzazione	Autostrada A4 km 361 direzione est tra i caselli di Padova Ovest e Padova Est
Tipo di segmento	Segmento rettilineo lontano da area influenza rampe di ingresso o uscita
Carreggiata	Doppia carreggiata con tre corsie di marcia
Larghezza corsie	3.75m; 3.75m; 3.75m; 3.00 emergenza
Regole di sorpasso	Guida in corsia libera più a destra; cambio corsia verso sinistra per sorpasso
Limiti di velocità	130 km/h veicoli leggeri / 80-100 km/h veicoli pesanti
Restrizioni	Assenza particolari restrizioni su velocità e sorpasso
Profilo altimetrico	Pianeggiante senza particolari pendenze
Sistema di monitoraggio	Dispositivi radar posti in posizione sopra elevata rispetto alla carreggiata
Periodo di Monitoraggio	Dal 1 al 31 luglio 2012 (buone condizioni meteorologiche prevalenti)
Dati di monitoraggio	Singolo transito con istante, velocità, lunghezza veicolo, headway temporale
TGM – TG max	44'650 veicoli/day - 56'800 veicoli/day
Composizione veicolare	74% leggeri- 26% pesanti sul traffico giornaliero medio
Parametri HCM2010	
$f_{l,w}$ ; $f_{l,c}$ ; TRD; BFFS; FFS	0;0; 0.83 rampe/mi; 75.40 mph (121.34 km/h); 72.64 mph (117.00 km/h)
Capacità base	2'400 pc/h/lane (7'200 pc/h sulle tre corsie)
Densità critica	28 pc/km/lane (84 pc/km sulle tre corsie)
Velocità alla capacità	53.3 mph (85.8 km/h)
Calibrazione Diagramma Fondamentale	
Modello velocità-densità	Longitudinal Control Model
Variabili calibrazione	Tasso di flusso orario, velocità media armonica, densità equivalente
Coefficienti equivalenza	3 per Pt < 5%, 2 tra 5% e 10% ; 1.5 per Pt > 10%
Modello Curve Fitting	Approximate quantile regression
Punti Curve Fitting	Fixed bin condensation (ampiezza=1) per densità e relativi non outliers ( $k_i$ , $v_i^{85}$ ) points,
Procedura Curve Fitting	Non Linear Regression - Trust Region Reflective Matlab7.11

**Tab. 9.2** Riepilogo dei dati caratteristici della sezione e dei principali parametri per l'analisi e la calibrazione del Diagramma Fondamentale (cfr. capitolo 8 per la sezione 1)





**Fig. 9.2. Scatter plot e Diagramma Fondamentale LCM calibrato (cfr. capitolo 8 per la sezione 1)**

Segment	$v_f$	$\gamma$ ( $s^2/m$ )	$\tau$ (s)	$L$ (m)	$q_c$ (pc/h)	$k_c$	$v_c$ (km/h)	$k_j$
361_EB	111.65	-0.0377	1.3858	7.5709	5489	59	93	396

**Tab. 9.3. Parametri e valori chiave del Diagramma Fondamentale LCM calibrato (cfr. capitolo 8 per la sezione 1)**

### 9.3.2. CALIBRAZIONE DEI MODELLI DISTRIBUTIVI

Per la determinazione dei valori di  $LFR_i$  e  $LDR_i$ , dove  $i$  indica la singola corsia con  $i=1$  per la corsia più a destra,  $i=2$  per la corsia centrale e  $i=3$  per la corsia più a sinistra della carreggiata, sono stati considerati i valori dei tassi orari di flusso equivalente transitati su ciascuna delle tre corsie in intervalli di 5 minuti per l'intero periodo di monitoraggio  $T$ . Il database è stato filtrato per considerare, sulla base dei valori critici alla capacità richiamati nella tabella 9.3, solo quelli relativi al regime non congestionato e quindi al di sotto della soglia di capacità individuata. Operando in questo modo si sono ottenuti due terne di dati  $\{(q, LFR_i)_j \mid i=1,2,3; j \in T\}$  per la distribuzione del flusso e  $\{(q, LDR_i)_j \mid i=1,2,3; j \in T\}$  per la distribuzione della densità, con  $q$  corrispondente al flusso sull'intera carreggiata per ciascun intervallo  $j$ .

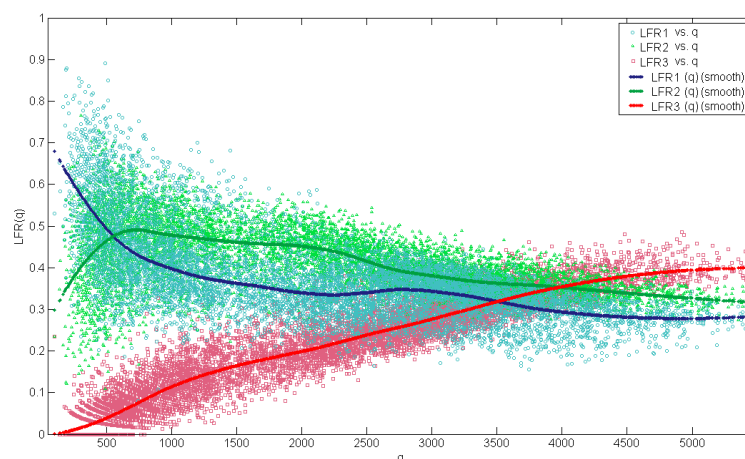
Al fine di assicurare una scelta congrua delle funzioni che esprimono le relazioni tra i valori di  $LFR$ ,  $LDR$  ed il flusso  $q$ , preliminarmente alla loro individuazione è stata effettuata un'analisi esplorativa dei dati. Seguendo l'approccio di Tukey (1977), infatti, mediante una *Exploratory Data Analysis*, EDA, sono gli stessi dati ad evidenziare l'andamento della relazione sottostante guidando la scelta della forma funzionale più adatta. Nella specificità del caso è stata utilizzata una procedura nota come LOESS e già riscontrata in Samoili et al. (2013), una procedura di *fitting* non parametrico che consente di produrre una rappresentazione grafica del legame esistente tra una variabile dipendente ed una variabile indipendente, suggerendo la forma più adatta per l'individuazione di una adeguata funzione parametrica. Il termine LOESS (Cleveland & Devlin, 1988) indica, infatti, una regressione locale pesata o *locally weighted regression*, come

generalizzazione del *LOcally WEighted Scatter-plot Smoother*, solitamente abbreviato in LOWESS (Cleveland & Devlin, 1979).

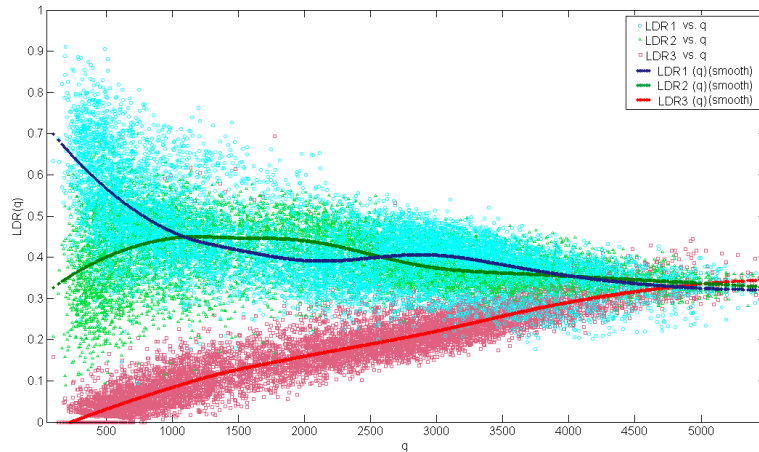
Per una breve descrizione della metodologia, si può considerare un generico dataset costituito da  $n$  osservazioni di due variabili  $x$  (che ad esempio può essere costituita dal flusso complessivo sulle tre corsie  $q$ ) e  $y$  (che può essere costituita dai rapporti  $LFR_i$  o  $LDR_i$ ) che possono essere rappresentate in un diagramma scatterplot bidimensionale. La procedura considera la selezione di  $m$  punti ugualmente intervallati nel range di variabilità di  $x$  (o nello specifico di  $q$ ) e quindi la successione di  $m$  regressioni locali pesate. In altri termini, per ciascun punto ogni regressione prende in esame un sottoinsieme di osservazioni vicine al punto in questione, utilizzando come pesi le relative distanze dal punto rispetto all'asse delle ascisse.

Secondo la scelta operata per le regressioni locali, la procedura *LOESS* può essere alternativamente lineare o quadratica. Attraverso la scelta di uno specifico parametro, detto *span* della regressione, viene identificata la proporzione di dati totali da considerare per ciascun sottoinsieme, ossia per la regione locale associata a ciascun punto  $m$  e, quindi, a ciascuna regressione pesata. Al termine delle  $m$  regressioni, che possono considerare procedure robuste che riducono l'influenza di eventuali valori outliers, si ottiene la curva di *fitting* non parametrico (*smoothing*) che interpreta l'andamento dei dati iniziali.

Per questa analisi, applicata ad entrambe le terne di dataset  $\{(q, LFR_i)_j \mid i=1,2,3; j \in T\}$  per la distribuzione del flusso e  $\{(q, LDR_i)_j \mid i=1,2,3; j \in T\}$  per la distribuzione della densità, si è utilizzata la procedura di *smoothing* non parametrico implementata nel Curve Fitting Toolbox di Matlab. In particolare è stata utilizzata una procedura robusta LOESS quadratica con  $span = 0.75$ . Il numero di regressioni locali  $m$ , e quindi di punti su cui viene effettuato lo *smoothing*, viene identificato internamente alla procedura sulla base dello  $span$  e del set di dati iniziali. Nella figura seguente si riportano, rispettivamente, gli andamenti ottenuti per i punti  $(q, LFR_i)$  e  $(q, LDR_i)$ , in relazione a ciascuna delle tre corsie analizzate (destra, centrale e sinistra).



**Fig. 9.3.** *Smoothing* non parametrico per l'andamento delle relazioni  $LFR_i(q)$



**Fig. 9.4. Smoothing non parametrico per l'andamento delle relazioni  $LDR_i(q)$**

Lo *smoothing* non parametrico, ottenuto mediante LOESS, consente di individuare le forme funzionali più adeguate per ottenere la migliore approssimazione dei dati sperimentali. Per ambedue i dataset  $(q, LFR_i)$  e  $(q, LDR_i)$  l'analisi esplorativa suggerisce una forma quadratica per la corsia più a sinistra e una funzione potenza per la corsia più a destra. L'andamento della corsia centrale può, al contrario, essere individuato come complemento ad uno delle funzioni identificate per le due corsie di sinistra e di destra. Le equazioni (9.14), (9.15) e (9.16) mostrano, rispettivamente, le funzioni identificate per la corsia di destra, centrale e di sinistra per quanto riguarda il fattore *LFR* espresse nel vettore dei parametri  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$ . Le equazioni (9.17), (9.18) e (9.19) riportano funzioni similari per il fattore *LDR* nel vettore dei parametri  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$ .

$$LFR_1 = \beta_1 \cdot q^{\beta_2} \quad (9.14)$$

$$LFR_3 = \beta_3 \cdot q^2 + \beta_4 \cdot q \quad (9.15)$$

$$LFR_2 = 1 - LFR_3 - LFR_1 = 1 - \beta_3 \cdot q^2 + \beta_4 \cdot q - \beta_1 \cdot q^{\beta_2} \quad (9.16)$$

$$LDR_1 = \gamma_1 \cdot q^{\gamma_2} \quad (9.17)$$

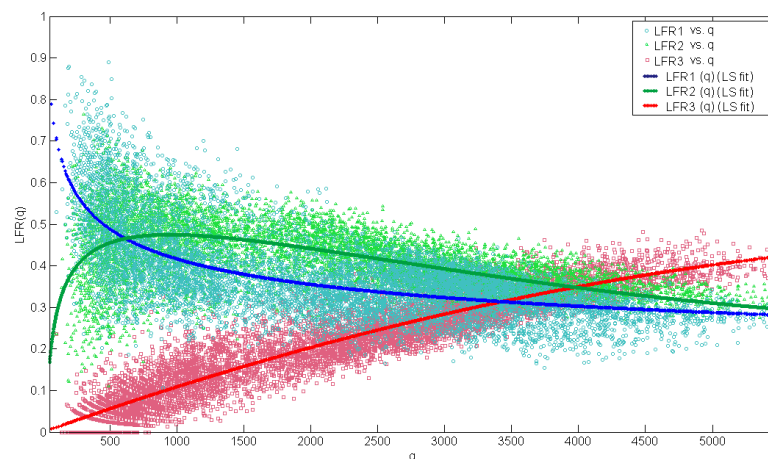
$$LDR_3 = \gamma_3 \cdot q^2 + \gamma_4 \cdot q \quad (9.18)$$

$$LDR_2 = 1 - LDR_3 - LDR_1 = 1 - \gamma_3 \cdot q^2 + \gamma_4 \cdot q - \gamma_1 \cdot q^{\gamma_2} \quad (9.19)$$

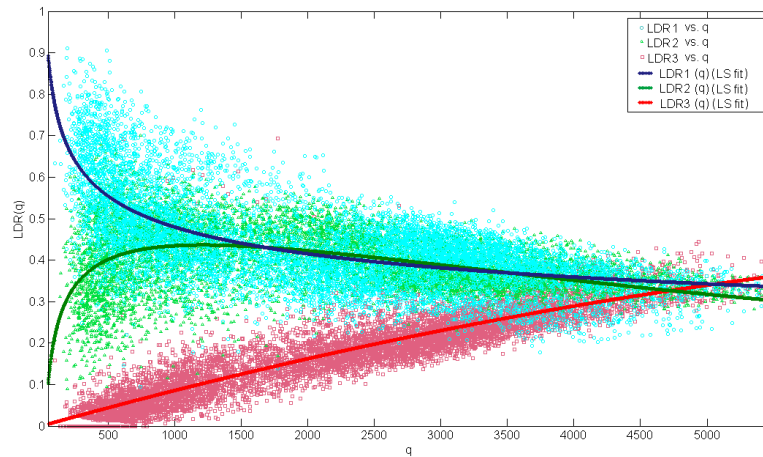
La stima dei vettori di parametri  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$  e  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$  per il *fitting* delle funzioni  $LFR_i$  e  $LDR_i$  può essere ottenuta mediante un modello di Regressione Non Lineare Globale (Motulsky & Christopoulos, 2004). Al contrario di quanto avviene in un normale *fitting* parametrico mediante una serie di regressioni che stimano una funzione per volta, l'approccio del *fitting* globale consente di stimare una famiglia di curve, e ciò risulta utile quando i parametri da stimare sono definite da relazioni che prendono in esame molteplici funzioni e molteplici data set. In questo modo potendo essendo alcuni parametri condivisi tra più data set, ovvero potendo risultare data set tra loro dipendenti, i relativi valori vengono stimati in maniera congiunta nell'ambito di un'unica regressione detta, appunto, globale. In questi termini la regressione globale estende il criterio di minimizzazione della somma degli errori quadratici per tutti i dati appartenenti a più data set, ossia stimando nei relativi parametri più funzioni definite su più insiemi di dati.

Nel caso in esame la regressione globale ai Minimi Quadrati è applicata in maniera distinta sulle due terne  $\{(q, LFR_i)_j \mid i=1,2,3; j \in T\}$  e  $\{(q, LDR_i)_j \mid i=1,2,3; j \in T\}$ , considerando i parametri  $(\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4)$  condivisi tra le equazioni (9.14), (9.15) e (9.16) e i parametri  $(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4)$  condivisi tra le equazioni (9.17), (9.18) e (9.19). Il doppio *fitting* globale non lineare è stato implementato utilizzando la funzione *NLINF* di Matlab. Nelle due figure seguenti sono riportati rispettivamente gli andamenti delle funzioni stimate per  $LFR_i$  e  $LDR_i$  sulle tre corsie in esame.

Nella successiva tabella, invece, sono riportati i valori dell' $R^2$  per ciascuna curva e per le tre curve considerate simultaneamente (in quest'ultimo caso i valori sono identificati con \*\*). Come mostrato in figura, le curve stimate mediante Regressione Globale ai Minimi Quadrati hanno un andamento estremamente simile a quello messo in evidenza dallo smoothing LOESS, e ciò conferma la bontà delle prime nel riprodurre l'andamento intrinsecamente suggerito dai dati evidenziato dalle seconde.



**Fig. 9.5. Fitting parametrico con regressione non lineare globale ai Minimi Quadrati dell'andamento delle relazioni  $LFR_i(q)$**



**Fig. 9.6. Fitting parametrico con regressione non lineare globale ai Minimi Quadrati dell'andamento delle relazioni  $LDR_i(q)$**

$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
2.132	-2.349E-01	-7.550E-09	1.174E-04

**Tab. 9.4. Parametri stimati ai Minimi Quadrati per le curve  $LFR_i(q)$**

$\gamma_1$	$\gamma_2$	$\gamma_3$	$\gamma_4$
2.033	-2.090E-01	-4.390E-09	8.990E-05

**Tab. 9.5. Parametri stimati ai Minimi Quadrati per le curve  $LDR_i(q)$**

Corsia	$LFR(q)$	$LDR(q)$
1 Destra	0.49	0.46
2 Centrale	0.34 0.80 (**)	0.18 0.82 (**)
3 Sinistra	0.88	0.84

**Tab. 9.6.  $R^2$  ottenuti per le curve stimate ai Minimi Quadrati per  $LFR_i(q)$  and  $LDR_i(q)$**

### 9.3.3. DISCUSSIONE DEI RISULTATI

Le figure 9.5 e 9.6 evidenziano un chiaro andamento per le curve andamento  $LFR_i$  e  $LDR_i$ . Al crescere del flusso complessivo sulla carreggiata e prima della congestione, ossia al di sotto di quella che è stata identificata come soglia della capacità, le funzioni mostrano un andamento crescente per la corsia più a sinistra ed un andamento decrescente per le altre due corsie. L'analisi dell'andamento reciproco delle curve evidenzia alcuni punti notevoli di intersezione, *crossover point*, che rappresentano situazioni in cui si ha un'uguaglianza e da essa un'inversione nel rapporto reciproco tra le

diverse corsie: per le due corsie contigue  $i/j$ , i punti di intersezione tra le curve, infatti, identificano situazioni per cui risulta  $\phi_{ij} = \phi_{ji} = 1$  per  $LFR_i$  e  $LFR_j$ , e  $\delta_{ij} = \delta_{ji} = 1$  per  $LDR_i$  e  $LDR_j$ .

Per quanto riguarda l'andamento del *Lane Flow Ratio*, il primo punto di crossover è quello tra la corsia centrale e quella di destra ( $\phi_{12}=1$ ), che si riscontra per un valore del flusso complessivo di circa 670 veq/h; al crescere del flusso le successive inversioni riguardano, rispettivamente, la corsia di sinistra e quella di destra a 3444 veq/h e la corsia di sinistra e quella centrale ( $\phi_{32} = 1$ ) a 3984 veq/h. Quando il flusso complessivo sulle tre corsie supera quest'ultimo valore, il rapporto *LFR* per la corsia di sinistra si mantiene costantemente al di sopra delle altre due che, nel contempo, tendono verso un equilibrio nella distribuzione dei flussi ( $\phi_{12} \approx 1$ ).

I risultati mettono in evidenza come, al crescere del flusso, si assista ad un graduale *shift* dei veicoli verso le corsie più interne della carreggiata. Per valori che si attestano sui 4000 veq/h, le manovre di cambio di corsia dalla corsia centrale verso quella di sinistra superano i rientri dalla sinistra alla centrale. Il medesimo fenomeno si osserva tra la corsia di destra e quella centrale: i cambi verso l'interno (sinistra) superano i rientri verso l'esterno (destra) della carreggiata.

Lane	Flusso		Densità		Velocità	
	LFR( $q_c$ )	$q_c$ (pc/h)	LDR( $q_c$ )	$k_c$ (pc/km)	LFR/LDR( $q_c$ )	$v_c$ (km/h)
Carreggiata	1.00	5489	1.00	59	1.00	93
Sinistra (3)	0.42	2289	0.36	21	1.15	107
Centrale (2)	0.30	1652	0.30	18	0.99	92
Destra (1)	0.28	1549	0.34	20	0.84	78

**Tab. 9.7. Valori di *LFR*, *LDR* e *LFR/LDR* alla capacità**

Queste evidenze sono, inoltre, confermate dai tre valori del *Lane Flow Ratio* per le tre corsie alla capacità  $LFR_i(q_c)$ , rispettivamente 0.28, 0.30 e 0.42, come riportato in tabella 9.7. Questi valori testimoniano la distribuzione disomogenea del traffico sulle tre corsie che si verifica nella sezione di test e che può essere parzialmente messa in relazione con la regola di guida in vigore che impone l'uso della corsia libera più a destra e il divieto di sorpasso a destra, valida in Italia e nella maggior parte dei paesi europei. Se, come discusso al capitolo precedente, si considera la capacità ideale suggerita dall'HCM2010, uguale a 2400 veq/h per corsia per complessivi 7200 veq/h sulla carreggiata, la disomogeneità nell'utilizzo delle corsie si traduce in una riduzione del valore ideale del 24% circa.

Questo valore, inoltre, risulta essere molto prossimo ai risultati ottenuti da Wu (2009) in Germania (del 25% inferiori ai valori standard statunitensi nel caso di carreggiata a tre corsie e andamento altimetrico pianeggiante) dove le regole di sorpasso sono simili a quelle italiane, nonostante le differenze nei limiti di velocità. Si può osservare che la capacità complessiva della carreggiata, che si è stimata in 5489 veq/h, viene raggiunta

con 2289 veq/h sulla corsia di sinistra. Questo valore risulta essere inferiore rispetto ai 2400 veq/h ideali solo del 5%. La stessa cosa, tuttavia, non accade per le altre due corsie, che in corrispondenza della capacità complessiva mostrano valori più bassi di quello ideale del 31% nel caso della corsia centrale e del 35% per quella di destra.

Analizzando l'andamento delle curve ottenute mediante regressione parametrica per il *Lane Density Ratio*, il primo punto di crossover si riscontra tra la corsia centrale e quella di destra ( $\delta_{12}=1$ ) e si verifica per un valore del flusso complessivo che vale circa 1675 veq/h; il successivo punto è tra le stesse due corsie a circa 3533 veq/h. Al crescere del flusso, il rapporto di densità decresce per la corsia di destra, mentre cresce per la corsia centrale; per valori più bassi di 1675 veq/h la densità sulla corsia di destra è maggiore rispetto a quella sulla corsia centrale ma superato tale valore le due corsie assumono sostanzialmente lo stesso *LDR* ( $\delta_{12}\approx 1$ ), e quindi mantengono la stessa densità, fino a 3533 veq/h. Per valori di flusso complessivo equivalente maggiori, la corsia di destra mostra valori di densità più elevati rispetto a quella centrale.

Come accade per il *Flow Ratio*, anche il *Density Ratio* sulla corsia di sinistra è crescente con una densità sulla corsia più interna che supera quella sulla corsia centrale a 4724 veq/h e quella sulla corsia di destra a 5055 veq/h. Si può, inoltre, osservare come al crescere del flusso complessivo equivalente, l'andamento delle tre curve che rappresentano il *Lane Density Ratio* tenda a convergere, riducendo la disomogeneità nella distribuzione della densità sulla carreggiata. Questa tendenza viene evidenziata anche dai tre valori alla capacità di *LDR(q)*, rispettivamente pari a 0.34, 0.30 e 0.36 per le tre corsie come mostra la tabella 9.7.

Si può ancora osservare come la densità critica alla capacità, che si attesta sui 59 veq/km, si raggiunga con un valore pari a 21 veq/h sulla corsia di sinistra. Tale valore risulta inferiore del 25% rispetto al valore ideale di 28 veq/km dell'HCM2010. Non troppo diversa risulta essere la riduzione rispetto al valore ideale sulla corsia di destra (-28%) mentre più apprezzabile è quella sulla corsia centrale (-36%). In sintesi, alla capacità il valore più basso della densità è sulla corsia centrale cui corrispondono valori più elevati sulle due corsie estreme di destra e sinistra.

Stanti le attuali norme che regolano il traffico su una carreggiata multi corsia, questo fenomeno è legato alla presenza di una sovrapposizione di interferenze in relazione ad alcuni comportamenti tipici di guida che si riscontrano sulle autostrade italiane. Se, infatti, la presenza di gran parte dei veicoli pesanti sulla corsia di destra determina un valore di densità alla capacità per questa corsia superiore rispetto a quella centrale, la densità più elevata nella corsia di sinistra rispetto a quella centrale è legata essenzialmente allo *shift* dei veicoli verso l'interno della carreggiata al crescere del flusso. Lo *shift*, infatti, non avviene solo per la durata della manovra di sorpasso ma risulta essere legato all'intenzione di ciascun guidatore di monopolizzare la corsia che presume essere la più veloce. Si tratta, in effetti, di un fenomeno conosciuto internazionalmente come "*hogging the inner lanes*" o monopolio delle corsie più interne, sanzionato in diversi paesi tra cui l'Italia.

Occorre sottolineare come questo comportamento, insieme alla norma che non consente il sorpasso a destra, genera una cattiva disciplina nell'uso delle corsie; il risultato complessivo, aggravato dalla tendenza di alcuni guidatori a seguire traiettorie a cavallo della linea di separazione di corsia, si manifesta con un sottoutilizzo della corsia centrale ed una conseguente riduzione della capacità complessiva.

La disomogeneità, come conseguenza, viene individuata anche rispetto ai valori della velocità critica. Come riportato nella tabella 9.7, si osserva una velocità critica alla capacità di 93 km/h sull'intera carreggiata a tre corsie, con distribuzione dei valori per corsia direttamente proporzionale al relativo flusso massimo alla capacità. Si riscontrano, infatti: un valore più alto ed uguale a 107 km/h sulla corsia di sinistra; un valore molto prossimo alla media e pari a 92 km/h sulla corsia centrale; un valore molto più basso e al di sotto degli 80 km/h sulla corsia di destra (condizionato anche dalla maggiore presenza di veicoli pesanti).

#### 9.4. CONFRONTI INTERNAZIONALI TRA MODELLI DISTRIBUTIVI

Numerosi fattori che influenzano la distribuzione trasversale del traffico su una carreggiata multi corsie, quali la composizione veicolare, i comportamenti di guida, le regole di sorpasso e superamento, la disciplina di corsia e la specializzazione dell'uso sono estremamente dipendenti dalla particolarità di ciascun contesto nazionale (Gunay, 2004) (Wu, 2005). Sulla base di queste considerazioni e dei risultati riportati al paragrafo 9.3, gli stessi sono stati posti a confronto con quanto emerge da analoghi studi riportati dalla letteratura internazionale per diverse realtà geografiche e territoriali.

A tal fine alcuni tra gli studi già citati sono stati esaminati, analizzandone in maniera comparativa le risultanze in merito alla distribuzione del *Lane Flow Ratio* rispetto a quanto riscontrato sulla sezione test italiana. Al fine di rendere uniformi i termini di riferimento, è stato necessario ricalibrare le curve *LFR* per la sezione di test considerando i veicoli totali al posto dei veicoli equivalenti come delineato al paragrafo 9.3. Anche in questo caso l'analisi esplorativa dei dati suggerisce una forma quadratica per la corsia più a sinistra e una funzione potenza per la corsia più a destra. La tabella 9.8 seguente contiene i parametri stimati mediante Regressione Non Lineare Globale ai Minimi Quadrati per le tre funzioni  $LFR_i(q)$ , con  $q$  flusso complessivo espresso in termini di veicoli orari totali. I valori dell' $R^2$  per ciascuna curva (rispettivamente 0.50, 0.38, e 0.88) e per le tre curve simultaneamente (0.83) confermano la bontà delle stesse nel descrivere l'andamento del set di dati sperimentali.

$\beta_1^*$	$\beta_2^*$	$\beta_3^*$	$\beta_4^*$
1.920	-2.456E-01	-1.140E-08	1.410E-04

**Tab. 9.8. Parametri stimati ai Minimi Quadrati per le curve  $LFR_i(q)$  – veicoli totali**

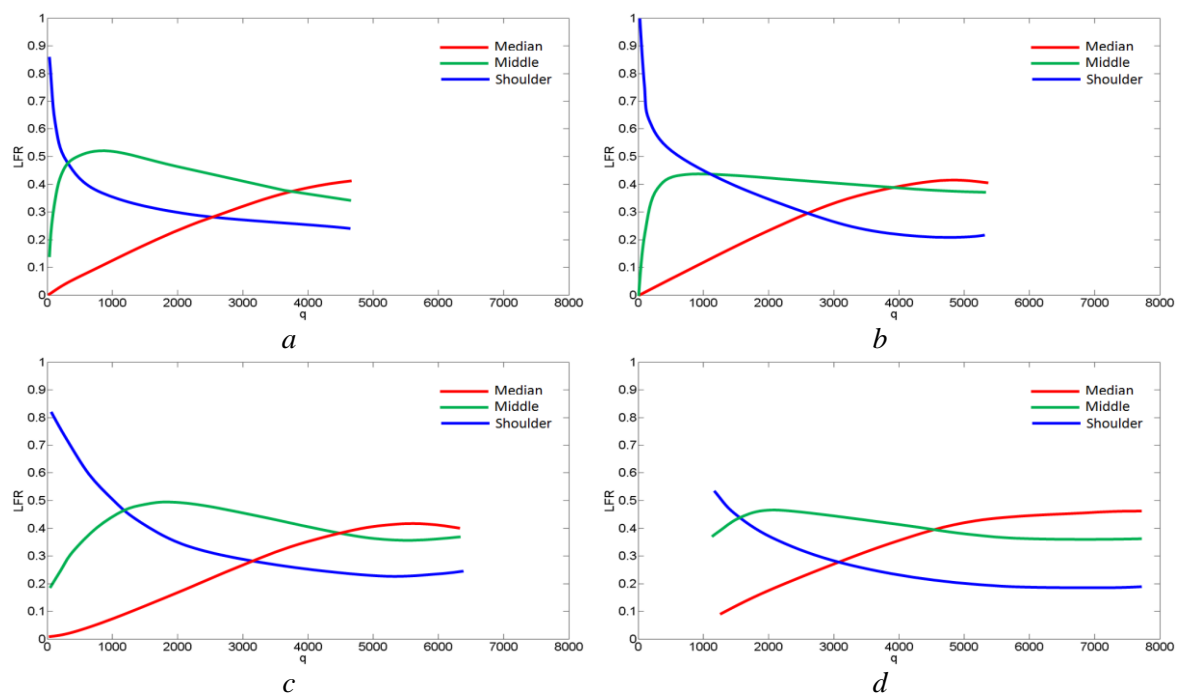


Nella figura 9.7(a) è riportato l'andamento stimato per i  $LFR_i$  come funzioni del traffico totale. Nella stessa figura da 9.7(b) a 9.7(d) e nella successiva da 9.8(a) a 9.7(d) sono sintetizzati gli andamenti rispettivamente in paesi europei ed extraeuropei, così come riportati da Wu (2006) per la Germania, Beentjes (2012) per i Paesi Bassi, Yousif et al. (2012) per il Regno Unito UK, Wu (2006) per il Canada, Gunay (2004) per la Turchia, Pignataro (1973) per gli Stati Uniti e Oguchi (2009) per il Giappone.

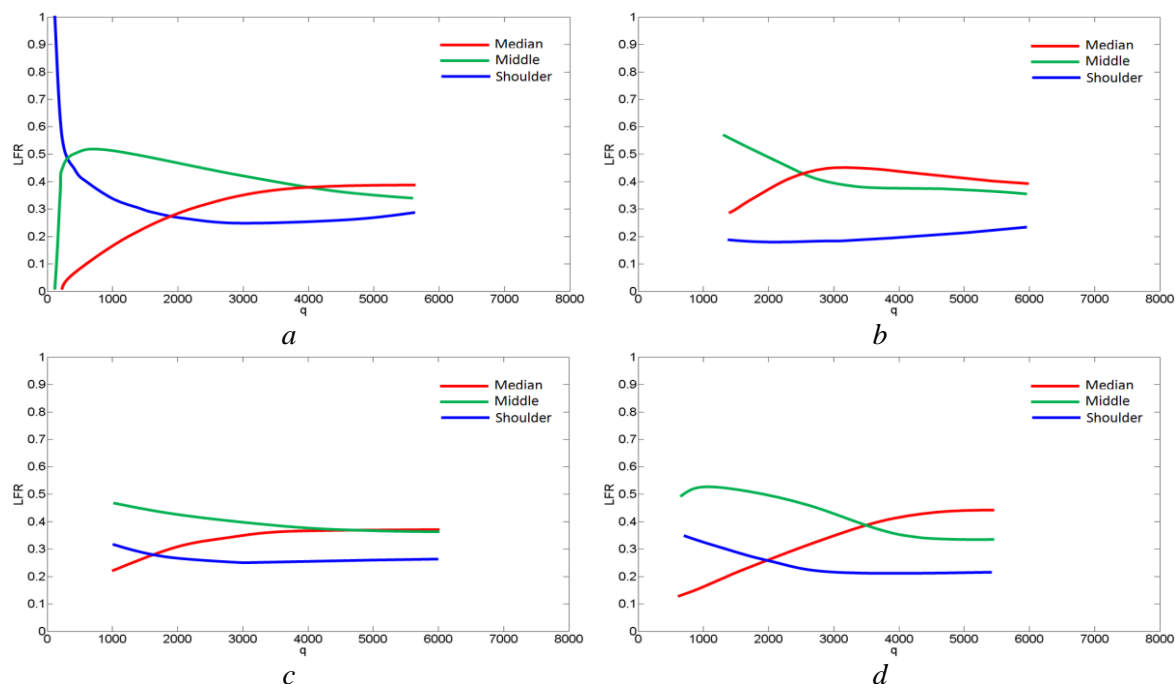
Escludendo valori estremamente bassi per il flusso complessivo (<1000 veicoli/h), per i quali non tutti gli autori riportano l'andamento del  $LFR$ , le due figure evidenziano molti andamenti comuni nei differenti paesi, seppur con alcune particolarità e specificità. In tutti i casi, infatti, al crescere del flusso complessivo totale si riscontra una crescita della proporzione di veicoli sulla corsia di sinistra ed una riduzione su quella di destra.

Il trend del  $LFR$  sulla corsia centrale mostra alcune differenze, rimanendo pressoché costante per Germania, USA e Paesi Bassi e mostrando un calo costante per Italia, Canada, Turchia, Regno Unito e Giappone.

I diagrammi riportati nelle due figure mostrano come la disomogeneità nella distribuzione del traffico tra le corsie sia osservabile in tutti i casi. La disomogeneità tende a persistere con l'incremento del flusso totale e fino alla capacità, tranne i casi osservati per Canada (fig. 9.8(a)) e Stati Uniti (fig. 9.8(c)) in cui si assiste a una tendenza al bilanciamento.



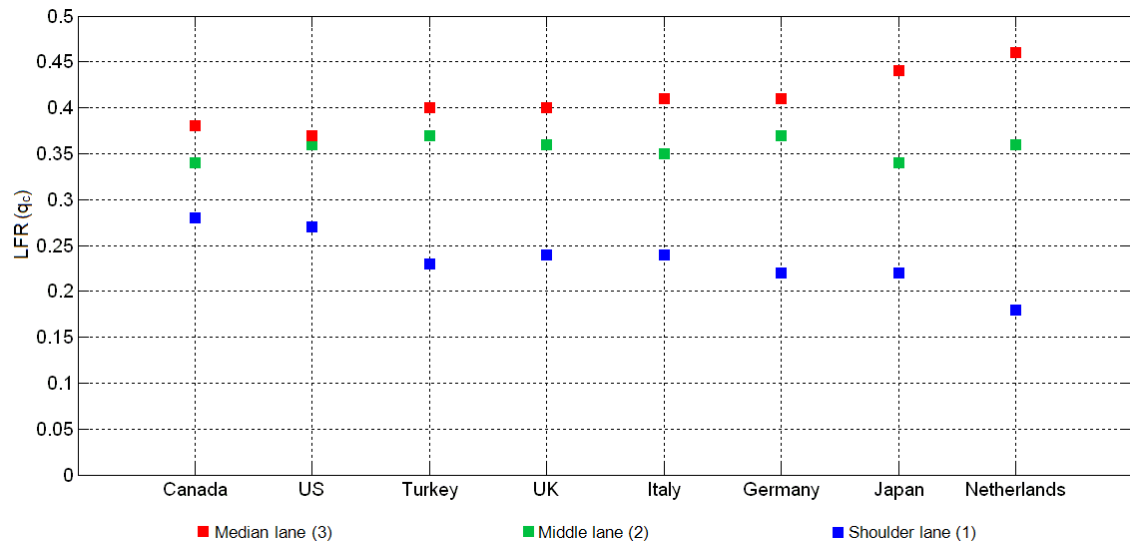
**Fig. 9.7.  $LFR(q)$  – Confronto paesi EU– veic. tot. corsia sinistra (rosso), centrale (verde), destra (blu) a: Italia b: Germania (Wu, 2006) c: Regno Unito (Yousif et al., 2012) d: Paesi Bassi (Beentjes, 2012)**



**Fig. 9.8. LFR(q) – Confronto paesi Extra EU – veic. tot. corsia sinistra (rosso), centrale (verde), destra (blu) a: Canada (Wu, 2006) b: Turchia (Gunay, 2004) c: USA (Pignataro, 1973) d: Giappone (Oguchi, 2009)**

Stanti i diversi valori per la capacità identificati negli otto casi internazionali, è interessante anche un confronto che può essere fatto prendendo in considerazione i valori critici delle distribuzioni, come mostrato nella figura 9.9. Il grafico che riporta i valori critici alla capacità per il *LFR* sulle tre corsie negli otto casi analizzati consente di individuare tre gruppi distinti: il primo gruppo con Stati Uniti e Canada caratterizzato da una distribuzione non troppo disomogenea; il secondo gruppo con Turchia, Regno Unito, Italia e Germania in cui la disomogeneità diventa maggiormente evidente, specialmente per quanto riguarda la corsia di destra; il terzo gruppo con Giappone e Paesi Bassi, in cui la disomogeneità è particolarmente evidente su tutte le corsie.

Si può osservare, inoltre, come l'Italia presenti all'interno del secondo gruppo la maggiore deviazione tra le percentuali critiche di flusso tra corsia di sinistra e corsia centrale, con i conseguenti e già citati effetti in termini di riduzione della capacità dell'intera carreggiata. Sempre in termini di capacità complessiva, i paesi del Nord America evidenziano distribuzioni più omogenee che si traducono in valori più alti della capacità e, quindi, più prossimi ai valori individuati dall'HCM che, in effetti, si riferisce specificamente alle condizioni verificate e analizzate in tale contesto.



**Fig. 9.9. LFR al flusso  $q_c$  – confronti internazionali – veicoli totali per corsia di sinistra (rosso), centrale (verde), di destra (blu)**

## 10. CONCLUSIONI

La prima fase della ricerca di tesi è stata articolata in diverse attività di approfondimento teorico ed applicativo, che hanno dapprima riguardato i lineamenti della *Traffic Flow Theory*, proponendo una review dei modelli di deflusso classici e di recente pubblicazione per le relazioni del Diagramma Fondamentale. Un ulteriore approfondimento è stato dedicato alle metodologie di calibrazione delle relazioni flusso – densità - velocità che esprimono il Diagramma Fondamentale, riguardo alla raccolta ed elaborazione dei dati sperimentali e alle differenti tecniche regressive di *curve fitting* per la stima dei parametri.

A valle di queste attività di approfondimento, si è provveduto alla stima dei parametri di 18 modelli a singolo regime sulla base dei dati di monitoraggio su una sezione autostradale di test. Per ognuno di essi è stata valutata la bontà di adattamento ai dati mediante un panel di sei metriche, che ha consentito di individuare i modelli caratterizzati dalle migliori performance di *fitting*: il Longitudinal Control Model di Ni (Ni et al. 2012, 2015) il modello logistico a 5 parametri di Wang (Wang et al., 2011) e il modello di Van Aerde (Van Aerde, 1995) (Van Aerde & Rakha, 1995).

Un approfondimento particolare è stato dedicato alla definizione e misurazione della qualità della circolazione autostradale, individuando in letteratura i legami con il Diagramma Fondamentale e i collegamenti con le metodologie HCM. L'approfondimento teorico e applicativo ha riguardato, segnatamente, le tecniche di valutazione della capacità e dei Livelli di Servizio proposte nella letteratura internazionale, riferibili all'HCM o ad approcci alternativi.

La seconda parte della ricerca è stata focalizzata sulla definizione di una metodologia operativa per la stima del Diagramma Fondamentale e sull'individuazione, a partire dallo stesso Diagramma, dei criteri per la definizione dei Livelli di Servizio sulla rete autostradale italiana. Per la stima del Diagramma è stato considerato il modello che nella sezione test ha mostrato la migliore capacità di *fitting*, ossia il Longitudinal Control Model (LCM). Come utile termine di paragone, alle valutazioni con il LCM sono state affiancate quelle condotte con il modello di Van Aerde (VAM), anch'esso dotato di ottima capacità di descrizione dei dati sperimentali e ampiamente utilizzato per la calibrazione del Diagramma Fondamentale e la valutazione delle caratteristiche del deflusso in varie sezioni autostradali in U.S., Canada, Paesi Bassi, Germania e Islanda.

I due modelli sono stati stimati utilizzando i dati di monitoraggio raccolti su sei sezioni della rete autostradale italiana, di cui 2 con due corsie per direzione e 4 con tre corsie per direzione di marcia. Tutte le sezioni di rilievo analizzate sono localizzate su segmenti che non presentano particolari pendenze, in posizione sufficientemente lontana da rampe d'ingresso e uscita da non essere influenzate dalle stesse, e con una composizione del traffico rispetto alle classi veicolari omogenea e prossima alla situazione media della rete autostradale italiana. I tassi di flusso orario  $q$  e le velocità medie armoniche  $v_s$  sono stati

aggregati per l'intera carreggiata e su periodi  $j$  di 5 minuti per l'intervallo di monitoraggio  $T$  su ciascuna sezione. Tale durata può rappresentare un buon compromesso tra la maggiore aleatorietà generalmente riscontrabile su periodi più piccoli e la maggiore probabilità di non stazionarietà del flusso per periodi più lunghi. Sotto tale ipotesi è stata stimata la densità  $k$  per ciascun intervallo  $j$  e tutti i valori sono stati espressi in termini equivalenti. A tal proposito occorre rilevare che per ogni sezione sono stati calibrati specifici coefficienti di equivalenza  $PCE$ , considerando la componibilità di flussi base (solo veicoli) e flussi mix con diverse percentuali di pesanti. I valori ottenuti appaiono sostanzialmente omogenei tra le sezioni e allineati con quanto indicato dall'HCM2010 per i casi in esame.

Come approssimazione della velocità alla quale, al variare della densità, i comportamenti dei conducenti sono effettivamente limitati dalla presenza degli altri veicoli nella corrente, la stima dei Diagrammi è stata ottenuta considerando una Regressione Quantile Approssimata (Chow et al., 2008) (Dervisoglu et al., 2009). Utilizzando i punti sperimentali  $(q_j, k_j, v_{sj})_{j \in T}$  per l'intervallo di monitoraggio  $T$  di ciascuna sezione, si è effettuato un *binning* sul dominio delle densità, considerando un'ampiezza costante unitaria e calcolando in ciascuno l'85° percentile delle velocità. In tal modo si è ottenuto per ciascuna sezione un set di punti  $(k_i, v_i^{85})_{i \in B}$ , con  $i$  generico elemento di  $B$ , insieme di *binning* della sezione in esame. In considerazione di tali punti sono stati stimati i parametri dei due modelli LCM e VAM. Le stime in ciascuna sezione hanno evidenziato andamenti molto simili per i due modelli e, di conseguenza, Diagrammi Fondamentali con valori chiave sostanzialmente coincidenti.

I Diagrammi stimati nelle sei sezioni sono stati usati per la valutazione della capacità e dell'analisi dei LOS nei relativi segmenti. In analogia con l'HCM si sono considerati i sei LOS A, B, C, D, E, F e la densità è stata assunta come *Mesure of Effectiveness* (MOE). Specifici range sono stati identificati per i valori massimi di  $k_{LOS}$  per ciascun LOS: in particolare la densità massima al LOS E è rappresentata dalla densità alla capacità; quella al LOS D è rappresentata dalla densità per cui è massima l'efficienza del flusso  $E = q \cdot v_s$  secondo la cosiddetta analogia meccanica di Brilon (Brilon, 2000); per i LOS C, B and A, il range 0- $k_{LOSD}$  viene diviso in 4 parti uguali.

In considerazione dei minimi scostamenti delle curve ottenute considerando i due modelli LCM e VAM, i relativi range stimati per i LOS nelle 6 sezioni risultano essere praticamente coincidenti. Considerando per ciascuna sezione i relativi range, si sono determinate le percentuali di occorrenza di ciascun LOS per ciascuna sezione e con riferimento ai relativi intervalli di monitoraggio.

La fase successiva ha riguardato la valutazione della qualità del servizio sulle medesime sezioni e, con gli stessi dati di monitoraggio, utilizzando l'approccio HCM2010. Osservando come l'analisi richieda l'identificazione di alcuni parametri e la scelta di equazioni e algoritmi appropriati, per testare adeguatamente la sensitività dei risultati sono state fatte sei scelte diverse di combinazione degli stessi: una prima considerando la velocità di flusso libero ottenuta applicando l'equazione suggerita dall'HCM2010 e la densità ottenuta a partire dalla velocità stimata mediante la relativa curva di flusso-

velocità; una seconda considerando la velocità di flusso libero ottenuta dai dati (e in particolare come parametro del LCM) e la densità ancora una volta ottenuta a partire dalla velocità stimata mediante la curva di flusso-velocità individuata; una terza considerando la densità direttamente ottenuta dai dati sperimentali come rapporto tra il tasso di flusso e la velocità media. Per le tre ipotesi sono stati inoltre considerati due casi, rispettivamente con tasso di flusso equivalente influenzato da utenti abituali e non abituali.

In considerazione dei range proposti dal manuale, anche in questo caso si sono determinate le percentuali di occorrenza di ciascun LOS per ciascuna sezione e con riferimento ai relativi intervalli di monitoraggio. Le analisi di sensitività evidenziano una variabilità non trascurabile del risultato rispetto al procedimento utilizzato per la definizione della densità. Ciò, in sintesi, si ripercuote sulla caratterizzazione della distribuzione dei LOS nelle sezioni di test e sulla capacità di essere adeguatamente rappresentativi della qualità del deflusso.

Il confronto effettuato nelle diverse sezioni tra i diagrammi LCM, VAM e HCM2010 ha evidenziato un buon adattamento ai dati assicurato per tutti i regimi di deflusso dalle curve calibrate; non altrettanto si riscontra nelle curve del manuale americano. Per quanto riguarda in particolare i valori critici, inoltre, in tutte le sezioni si possono evidenziare flussi massimi alla capacità mediamente inferiori del 25% rispetto a quelli HCM, ma molto vicini a quelli suggeriti dal manuale HBS (analogo tedesco dell'HCM) e usati in Germania e con qualche adattamento in Svizzera, ovvero ai valori riscontrati in Australia (VicRoads e MainRoads WA) e suggeriti dalle norme AGTM2015. Per la densità critica alla capacità si riscontrano valori mediamente inferiori del 27% rispetto a quelli HCM2010, mentre in termini di velocità critiche i valori LCM sono risultati essere superiori nei casi a tre corsie (tra il +7% e +14%) e inferiori nei tratti a due corsie (tra il -6% e -13%) dove risultano presenti restrizioni per la velocità e/o il sorpasso. Anche per quanto riguarda i range che identificano i diversi LOS si sono riscontrati scostamenti evidenti rispetto ai valori standard HCM, mentre molto simili risultano essere i valori individuabili sulla base delle curve HBS tedesche.

In termini di omogeneità del confronto, giova ricordare come i Diagrammi calibrati siano ottenuti considerando i veicoli transitati espressi in unità omogenee equivalenti, utilizzando coefficienti di equivalenza *PCE* la cui stima in ciascuna sezione ha prodotto valori sostanzialmente coincidenti con quelli suggeriti dal manuale americano. Tali valori si sono evidenziati, inoltre, estremamente prossimi a quelli ricavabili dal manuale tedesco e a quelli suggeriti da Nuzzolo et al. (2004) per le autostrade italiane. Si sottolinea, inoltre, come la composizione del traffico per classi veicolari sia sostanzialmente omogenea tra le sezioni, con una percentuale di pesanti media giornaliera minimamente variabile rispetto al valore medio del 23%.

In considerazione dei risultati emersi, si è osservato come i valori critici e la qualità del servizio siano solitamente espressi come dati aggregati per carreggiata o mediati per corsia. Questo approccio, peraltro, è indicato anche dall'HCM nel caso dei segmenti base. L'ultima edizione, infatti, esclude l'influenza del numero di corsie dai parametri e

considera la capacità complessiva semplicemente moltiplicando il valore standard di una corsia per il numero di corsie, ovvero il flusso equivalente medio come flusso equivalente per direzione diviso il numero di corsie. Di contro, l'esperienza suggerisce una significativa variabilità del deflusso rispetto alle corsie, che può avere effetti sulla capacità complessiva della carreggiata. Gli studi a supporto del manuale HBS, in effetti, prendono in considerazione questo aspetto e lo stesso manuale considera una capacità complessiva monodirezionale, ovvero una capacità media di corsia, variabile rispetto alla configurazione della carreggiata. Questo approccio viene indicato anche nelle norme australiane (VicRoads, MainRoads WA e AGTM2015).

Per valutare questi effetti sono stati calibrati due modelli di *Lane Distribution* sulle tre corsie di un tratto autostradale nei pressi di Padova. I modelli considerano la distribuzione del flusso (*LFR*) e della densità (*LDR*) sulle tre corsie della sezione al variare del flusso  $q$  sulla carreggiata e fino al valore massimo alla capacità, fornendo un'utile interpretazione del comportamento dei veicoli e della soglia di capacità totale stimata per la carreggiata. Se per la capacità complessiva della carreggiata a tre corsie si stima un valore inferiore del 24% rispetto ai valori ideali suggeriti dall'HCM, l'analisi della distribuzione trasversale mostra come in realtà il flusso critico complessivo sia raggiunto con un valore di transiti equivalenti sulla corsia più interna prossimo allo standard americano (-5% rispetto ai 2400 veq/h HCM). La stessa cosa non accade per le altre due corsie, che in corrispondenza della capacità complessiva registrano valori estremamente più bassi (-31% centrale e -35% destra). Il flusso medio per corsia, ottenuto dividendo il flusso critico complessivo per il numero di corsie e pari a 1830 veq/h, è peraltro estremamente vicino ai valori proposti dai manuali tedesco ed australiano.

La distribuzione disomogenea del traffico che si verifica nella sezione di test, e che può essere parzialmente messa in relazione con l'obbligo di guida e con il divieto di sorpasso a destra validi in Italia e in molti paesi europei, si traduce in una riduzione del valore della capacità ideale. Numerosi fattori che influenzano la distribuzione del traffico, come la composizione veicolare, il comportamento dei veicoli, le regole di superamento e di sorpasso, la disciplina di corsia sono, infatti, estremamente sensibili al contesto nazionale. Sotto questo aspetto, un confronto internazionale tra le distribuzioni critiche alla capacità ottenuto sulla base di dati in letteratura ha evidenziato la disomogeneità tra corsia centrale e sinistra in Italia.

Sempre in termini comparativi, l'analisi dei profili distributivi evidenzia una maggiore omogeneità dei flussi sulle corsie per i paesi del Nord America, che si traduce in una capacità complessiva più elevata e più vicina ai valori HCM - che, in effetti, come sperimentazione e criteri di giudizio adoperati dal TRB, si riferisce propriamente a questi contesti - rispetto a quanto accade per altri paesi tra cui l'Italia

In definitiva, la ricerca mostra come i valori critici e gli intervalli di densità consigliati dal manuale americano possono condurre ad una sottostima dei livelli di congestione sulle sezioni in esame rispetto a quanto si ottiene con una procedura calibrata, ed evidenzia la variabilità dei risultati in considerazione di alcune scelte procedurali che vanno operate durante la valutazione. Ciò in sintesi porta a non poter considerare

infondati i dubbi riscontrati tra gli operatori italiani (analisti e tecnici progettisti o operatori delle Concessionarie) che nelle diverse fasi di vita di un'infrastruttura autostradale adoperano le metodologie proposte dal manuale americano.

In generale si può sottolineare come il mancato utilizzo di procedure e modelli calibrati e l'uso alternativo di procedure che appaiono troppo generali e provenienti da contesti eterogenei possa condizionare e penalizzare la rappresentatività dei risultati. Ciò potrebbe comportare un'incoerente rappresentazione dei livelli di congestione, invalidando i requisiti di adeguatezza e di rappresentatività dei LOS nella valutazione della qualità del servizio.

I risultati raggiunti in questa sede inducono, pertanto, a suggerire un cauto ed attento utilizzo delle procedure standard HCM da parte degli operatori e, insieme, la necessità di un ulteriore approfondimento sulla base di nuove sezioni di monitoraggio, diversificate per caratteristiche funzionali, piano altimetriche e gestionali (es. in relazione a limitazioni di velocità e/o di sorpasso generali o rivolte a specifiche categorie veicolari, attivazione e disattivazione di corsie dinamiche, ecc), in merito alle trasferibilità delle procedure americane e all'impiego di approcci alternativi calibrati rispetto alle particolarità del contesto italiano.



# 11. RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

- Aitken, A.C. (1935), On Least Squares and Linear Combinations of Observations, *Proceedings of the Royal Statistical Society* 55, 42-48
- Allen, B. L., Hall, F. L., & Gunter, M. A. (1985). Another look at identifying speed-flow relationships on freeways (No. HS-039 131).
- Amin, M., & Banks, J. (2005). Variation in freeway lane use patterns with volume, time of day, and location. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1934), 132-139.
- Ardekani S., & Ghandehari M., 2008, A Modified Greenberg Speed-flow Traffic Model. Techn. Report # 357, Dept. of Mathem., The Univ. of Texas at Arlington, USA
- Ardekani, S., & Herman, R. (1987). Urban network-wide traffic variables and their relations. *Transportation Science*, 21(1), 1-16.
- Austrroads Guide to Traffic Management (AGTM), (2015). Part 2: Traffic Theory. Austrroads, Sidney, Australia
- Banks, J. H. (1989). Freeway speed-flow-concentration relationships: more evidence and interpretations. *Transportation Research Record*, (1225)
- Banks, J. H. (2002). Review of Empirical Research on Congested Freeway Flow. *Transportation Research Record*, (1802), 225-232
- Barcelo, J. (2015). ITS and Smart Cities, Researchgate September 2015, DOI:10.13140/RG.2.1.4949.0407
- Bar-Gera, H. (2010). Proper Presentation of Flow-Speed-Density Plots of Large Data Sets. *Journal of Transportation Engineering*, Vol. 136, No. 7, July 2010, pp. 689-690
- Beentjes, R.M. (2012). Performance of rush-hour lanes and plus lanes: a study to behavioral factors and design factors', Master thesis, Delft University of Technology
- Benzoni-Gavage, S., & Colombo, R. M. (2003). An n - populations model for traffic flow. *European Journal of Applied Mathematics*, 14(05), 587-612.
- Bertini, R. L., Boice, S., and Bogenberger, K. (2006). Comparison of Key Freeway Capacity Parameters on North American Freeways with German Autobahns Equipped with a Variable Speed Limit System. Proc., 5th International Symposium on Highway Capacity and Quality of Service, Yokohama, Japan.
- Brackstone, M., McDonald, M., & Wu, J. (1998). Lane changing on the motorway: Factors affecting its occurrence, and their implications. *Road Transport Information and Control*, 9th International Conference (Conf. Publ. No. 454), 160-164.
- Brilon, W., & Wu, N. (1999). Evaluation of cellular automata for traffic flow simulation on freeway and urban streets. In *Traffic and Mobility* (pp. 163-180). Springer Berlin Heidelberg.
- Brilon, W. (2000). Traffic flow analysis beyond traditional methods. In *Proceedings of the 4th International Symposium on Highway Capacity* (pp. 26-41).
- Brilon, W., Geistefeldt, J., & Regler, M. (2005). Reliability of freeway traffic flow: a stochastic concept of capacity. In *Proceedings of the 16th International symposium on transportation and traffic theory*, Univ. of Maryland, College Park, MD, 125-144.
- Brilon, W., Geistefeldt, J., & Zurlinden, H. (2007). Implementing the concept of reliability for highway capacity analysis. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2027), 1-8.
- Brilon, W., & Lohoff, J. (2011a). Speed-flow Models for Freeways. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 16, 26-36.

- Brilon, W., & Lohoff, J. (2011b). Freeway flow models. In 90th Annual meeting of the Transportation Research Board, Washington, DC.
- Buisson, C., & Ladier, C. (2009). Exploring the impact of homogeneity of traffic measurements on the existence of macroscopic fundamental diagrams. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2124), 127-136.
- Burley, M., & Gaffney, J. (2013). *Managed Freeways: Freeway Ramp Signals Handbook (FRSH)*, VicRoads, Melbourne, Australia
- Burley, M., Boddington, K., Nash D., Hilke Harms, H., (2013). *Operational Efficiency Audit Guidelines for Managed Freeways*. Main Roads Western Australia, Perth, Australia
- Calvert, S. C., Taale, H., & Hoogendoorn, S. P. (2015). Quantification of motorway capacity variation: influence of day type specific variation and capacity drop. *Journal of Advanced Transportation*.
- Carter, M., Rakha, H., & Aerde, M. V. (1999). Variability of traffic-flow measures across freeway lanes. *Canadian journal of civil engineering*, 26(3), 270-281.
- Cassidy, M. J. (1998) Bivariate relations in nearly stationary highway traffic. *Transportation Research Part B: Methodological*, 32, (1), 49-59.
- Castillo, J. M. D., & Benitez, F.G. (1995a), On the functional form of the speed density relationship – I General Theory. *Transportation Research Part B*., 298(5), (pp. 373-389).
- Castillo, J. M. D., & Benitez, F.G. (1995b), On the functional form of the speed density relationship – II Empirical Investigation. *Transportation Research Part B*, 298(5), (pp. 391-406).
- Castillo, J. M. D. (2012): Three new models for the flow–density relationship: derivation and testing for freeway and urban data, *Transportmetrica*, 8:6, 443-465
- Chandler, R. E., Herman, R., & Montroll, E. W. (1958). Traffic dynamics: studies in car following. *Operations research*, 6(2), 165-184.
- Chanut S., Buisson C. (2003). Macroscopic model and its numerical solution for two-flow mixed traffic with different speeds and lengths. *Transp Res Rec J Transp Res Board* 1852:209–219
- Chen, C., Skabardonis, A., & Varaiya, P. (2003). Travel-Time Reliability as a Measure of Service. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 1855(510), 74–79. doi:10.3141/1855-09
- Chen, D., Zhang, J., Tang, S., & Wang, J. (2004). Freeway traffic stream modeling based on principal curves and its analysis. *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 5(4), 246-258.
- Chen, X., Li, Z., Li, L., & Shi, Q. (2014). Characterizing scattering features in flow–density plots using a stochastic platoon model. *Transportmetrica A: Transport Science*, 10(9), 820-848.
- Chiappone, S., Giuffrè, O., Granà, A., Mauro, R., & Sferlazza, A. (2016). Traffic simulation models calibration using speed–density relationship: An automated procedure based on genetic algorithm. *Expert Systems with Applications*, 44, 147-155.
- Chow, A., Dadok, V., Dervisoglu, G., Gomes, G., Horowitz, R., Kurzhanskiy, A. A., & Varaiya, P. (2008). TOPL: Tools for operational planning of transportation networks. In *ASME 2008 Dynamic Systems and Control Conference* (pp. 1035-1042). American Society of Mechanical Engineers.
- Cleveland, W. S. (1979). Robust locally weighted regression and smoothing scatterplots. *Journal of the American statistical association*, 74(368), 829-836.
- Cleveland, W. S., & Devlin, S. J. (1988). Locally weighted regression: an approach to regression analysis by local fitting. *Journal of the American Statistical Association*, 83(403), 596-610.
- Courbon, T., & Leclercq, L. (2011). Cross-comparison of macroscopic fundamental diagram estimation methods. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 20, 417-426.

- Cox, D. R., & Lewis, P. A. W. L. (1966). *The Statistical Analysis of Series of Events*. Methuen & Co Ltd., London.
- Croft Jr, F. M., & Clark, J. E. (1985). Quantitative measure of levels of service, *Transportation Research Record*, Issue 1005, 1985, pp 11-20
- Daganzo, C. F. (1994). The cell transmission model: A dynamic representation of highway traffic consistent with the hydrodynamic theory. *Transportation Research Part B: Methodological*, 28(4), 269-287.
- Daganzo, C. F. (1997). *Fundamentals of transportation and traffic operations*. Oxford: Pergamon.
- Daganzo, C. F. (2002). A behavioral theory of multi-lane traffic flow. Part I: Long homogeneous freeway sections. *Transportation Research Part B: Methodological*, 36(2), 131-158.
- Daganzo, C. F., & Geroliminis, N., (2008). An analytical approximation for the macroscopic fundamental diagram of urban traffic. *Transportation Research Part B* 42 (9), 771–781.
- De Luca, M., Dell'Acqua, G. (2014). Calibrating the passenger car equivalent on Italian two line highways: A case study. *Transport*, 29 (4), pp. 449-456.
- De Romph, E. (1994). *A dynamic traffic assignment model: theory and applications*. PhD thesis, TU Delft, Delft University of Technology.
- De Wit, C. C., Morbidi, F., Ojeda, L. L., Kibangou, A. Y., Bellicot, I., & Bellemain, P. (2014). Grenoble Traffic Lab: An experimental platform for advanced traffic monitoring and forecasting.
- De Luca, M., Lamberti, R., & Dell'Acqua, G. (2012). Freeway Free Flow Speed: a Case Study in Italy. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 54, 628-636.
- Demarchi, S., & Setti, J. (2003). Limitations of passenger-car equivalent derivation for traffic streams with more than one truck type. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1852), 96-104.
- Dervisoglu, G., Gomes, G., Kwan, J., Muralidharan, A., & Horowitz, R.(2009). Automatic calibration of the fundamental diagram and empirical observations on capacity. In *Transportation Research Board (TRB) 88th Annual Meeting* (No. 09-3159).
- Dervisoglu, G. (2012). *Automatic Calibration of Freeway Models with Model-Based Sensor Fault Detection* (Doctoral dissertation, University of California, Berkeley).
- DM 5 novembre 2001 n.6972, Ministero dei Trasporti e delle Infrastrutture. Norme funzionali e geometriche per la costruzione delle strade. Supplemento ordinario alla Gazzetta Ufficiale della Repubblica Italiana, serie generale n.3 (04/01/2001).
- D.g.r. n° 7/20829 del 16 febbraio 2005 Regione Lombardia –Approvazione Linee guida» relativamente a: le caratteristiche funzionali e geometriche da considerare per la costruzione delle zone di intersezione; gli elaborati progettuali che costituiscono un progetto stradale; le modalità per lo sviluppo delle analisi di traffico
- D.g.r. n° 8/3219 del 27 settembre 2006 Regione Lombardia – Elementi tecnici puntuali inerenti ai criteri per la determinazione delle caratteristiche funzionali e geometriche per la costruzione dei nuovi tronchi viari e per l'ammmodernamento ed il potenziamento dei tronchi viari esistenti
- Dougherty, N.W. (1930). *Roads and Streets*, vol. 70
- Drake, J. S., Schofer, J. L., & May Jr, A. D. (1967). A statistical analysis of speed-density hypotheses. in *vehicular traffic science*. *Highway Research Record*, (154).
- Drew, D. R, and Keese, C. J. (1965).Freeway Level of Service as Influenced by Volume and Capacity Characteristics I. Presented at the 44th annual meeting of the Highway Research Board, Washington, D. C.
- Drew, D. R., & Dudek, C. L. (1965). Investigation of an internal energy model for evaluating freeway level of service. Texas Transportation Institute.

- Drew, D., Dudek, C., and Keese, C. (1967). Freeway Level of Service as Described by an Energy-Acceleration Noise Model. *Highway Research Record* 162, 30-85.
- Drew, D. R. (1968). *Traffic Flow Theory and Control*. McGraw-Hill Book Company,
- Duret, A., Ahn, S., & Buisson, C. (2012). Lane flow distribution on a three-lane freeway: General features and the effects of traffic controls. *Transportation research part C: emerging technologies*, 24, 157-167.
- Durlin, T., Gil, D., & Palmier, P. (2012). Comparison of maximum capacity estimation methods for an operational estimation of congestion levels. *EWGT2012 – Compendium of Papers*.
- Edie, L. C. (1961). Car-following and steady-state theory for noncongested traffic. *Operations Research*, 9(1), 66-76.
- Edie, L. C. (1963). Discussion of traffic stream measurements and definitions. *Proceedings of the Second International Symposium on the Theory of Traffic Flow*. J. Almond (Editor), Paris, OECD, 1965, pp. 139-154
- Einbeck, J., & Tutz, G. (2006). Modeling beyond regression functions: an application of multimodal regression to speed–flow data. *Journal of the Royal Statistical Society: Series C (Applied Statistics)*, 55(4), 461-475.
- Elefteriadou, L., Roess, R. P., & McShane, W. R. (1995). Probabilistic nature of breakdown at freeway merge junctions. *Transportation Research Record*, (1484), 80-89.
- Erlingsson, S., Jonsdottir, A. M., & Thorsteinsson, T. (2006). Traffic stream modelling of road facilities. *Transport Research Arena Europe 2006*.
- Ferrari, P., Treglia, P., Cascetta, E., Nuzzolo, A., & Olivotto, P. (1982). A new method for measuring the quality of circulation on motorways. *Transportation Research Part B: Methodological*, 16(5), 399-418.
- Ferrari, P. (1988). The reliability of the motorway transport system. *Transportation Research Part B: Methodological*, 22(4), 291-310.
- Whitham, G.B., (1974). *Linear and Nonlinear Waves*. John Wiley and Sons Inc, New York, NY.
- Gatti, G., & Di Giasi, D. (2000). La relazione velocità-portata: confronto tra curve rilevate e quelle dedotte secondo l'Highway Capacity Manual, *Memorie del Convegno Nazionale SIIV 2000*, Catania.
- Gaffney, J., Lam, P., Somers, A., Johnston, D., Boddington, K., (2015). *VicRoads Managed Motorways Framework*. VicRoads Technical Services, Melbourne, Australia
- Gayah, V. V., & Daganzo, C. F. (2011). Clockwise hysteresis loops in the macroscopic fundamental diagram: an effect of network instability. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(4), 643-655.
- Gazis, D. C., Herman, R., & Potts, R. B. (1959). Car-following theory of steady-state traffic flow. *Operations research*, 7(4), 499-505.
- Gazis, D. C., Herman, R., & Rothery, R. W. (1961). Nonlinear follow-the-leader models of traffic flow. *Operations research*, 9(4), 545-567.
- Geistefeldt, J. (2011). Empirical relation between stochastic capacities and capacities obtained from the speed-flow diagram. In *Proc. 75 Years of the Fundamental Diagram for Traffic Flow Theory: Greenshields Symp.*, Transportation Research Board, Washington, DC, 147–156
- Geroliminis, N., & Sun, J. (2011). Properties of a well-defined macroscopic fundamental diagram for urban traffic. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(3), 605-617.
- Gipps, P. G. (1981). A behavioural car-following model for computer simulation. *Transportation Research Part B: Methodological*, 15(2), 105-111.
- Giuffrè, O., Granà, A., Mauro, R., Silva, A. B., & Chiappone, S. (2015). Developing Passenger Car Equivalents for Freeways by Microsimulation. *Transportation Research Procedia*, 10(July), 93–102

- Godfrey, J.W. (1969). The mechanism of a road network, *Traffic Engineering and Control*, Vol. 11, No. 7, 25, pp. 323-327.
- Golias, J., & Tsamboulas, D. (1995). Macrolevel estimation of highway lane usage. *Journal of transportation engineering*, 121(1), 40-49.
- Greenberg, H. (1959). An analysis of traffic flow. *Operations research*, 7(1), 79-85.
- Greenshields, B.D. (1934). The Photographic Method of Studying Traffic Behavior. In: *Proceedings of the Highway Research Board*, vol. 13. Transportation Research Board, Washington DC
- Greenshields, B. D., Thompson, J. T., Dickinson, H. C., & Swinton, R. S. (1934). The photographic method of studying traffic behavior. In *Highway Research Board Proceedings* (Vol. 13).
- Greenshields, B. D., Channing, W., & Miller, H. (1935). A study of traffic capacity. In *Highway research board proceedings* (Vol. 1935). National Research Council (USA), Highway Research Board.
- Greenshields, B. D. (1961). The Quality of Traffic Flow. A Symposium on Quality and Theory of Traffic Flow, Bureau of Highway Traffic, Yale University, 3-40
- Greenshields, B. D., Platt, F. N. (1964). Objective measurements of driver behavior (a joint paper). *Society of Automotive Engineers*, Detroit, Mich, 809A.
- Guessous, Y., Aron, M., Bhourri, N., & Cohen, S. (2014). Estimating Travel Time Distribution under different Traffic conditions. *Transportation Research Procedia*, 3, 339-348.
- Gunay, B. (2004). An investigation of lane utilization on Turkish highways. *Proceedings of the ICE-Transport*, 157(1), 43-49.
- Haight, F.A. (1963). *Mathematical Theories of Traffic Flow*. New York: Academic Press Inc.
- Hall, F. L., & Gunter, M. A. (1986). Further analysis of the flow-concentration relationship (No. 1091). *TRB*, National Research Council, Washington, DC. 1-9
- Hall, F. L. (1996). Traffic stream characteristics. *Traffic Flow Theory*. US Federal Highway Administration.
- Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen (HBS2001). *Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen* (Hrsg.), Köln.
- Handbuch für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen (HBS2014/2015). Entwurfssfassung des zukünftigen Kapitel A3 des Handbuchs für die Bemessung von Straßenverkehrsanlagen (HBS). *Forschungsgesellschaft für Straßen- und Verkehrswesen* (Hrsg.), Köln.
- Heathington, K. W., & Tutt, P.R. (1966). *Traffic Volume Analysis of Urban Freeways*. Texas Highway Department.
- Heidemann, D. (1994). Distribution of traffic to the individual lanes on multilane unidirectional roadways. *Proceeding of the second International Symposium on Highway capacity*, Volume 1
- Helbing, D. (1997). *Verkehrsdynamik – neue Physikalische Modellierungskonzepte*. Springer-Verlag.
- Helbing, D., Hennecke, A., Shvetsov, V., & Treiber, M. (2002). Micro-and macro-simulation of freeway traffic. *Mathematical and computer modelling*, 35(5), 517-547.
- Helbing, D., 2009. Derivation of a fundamental diagram for urban traffic flow. *The European Physical Journal B* 70 (2), 229-241.
- Herman, R., & Prigogine, I. (1979). A two-fluid approach to town traffic. *Science*, 204(4389), 148-151.
- Highway Capacity Manual. (1950). 1st edn. Transportation Research Board, Washington DC
- Highway Capacity Manual. (1965). 2nd edn., Special Report 87. Transportation Research Board, Washington DC

- Highway Capacity Manual. (1985). 3rd edn., Special Report 209. Transportation Research Board, Washington DC
- Highway Capacity Manual. (1994). 3rd edn. 1994 update Special Report No. 209. TRB, National Research Council, Washington, DC.
- Highway Capacity Manual. (1997). 3rd edn. 1997 update Special Report No. 209. TRB, National Research Council, Washington, DC.
- Highway Capacity Manual. (2000). 4th edn. Transportation Research Board, Washington DC
- Highway Capacity Manual. (2010). 5th edn., Transportation Research Board, Washington DC
- Holmes, M. H. (2009). Introduction to the foundations of applied mathematics (Vol. 56). Springer.
- Hoogendoorn, S.P., & Bovy, P.H.L. (2000). Modelling Multiple User-Class Traffic Flow. Transportation Research B (34)2, 123-146.
- Hoogendoorn, S. P. (2013). Traffic flow theory and simulation. Transportation and Traffic Engineering Section Faculty of Civil Engineering and Geosciences Delft University of Technology
- Hranac, R., Sterzin, E., Krechmer, D., Rakha, H., & Farzaneh, M. (2006). Empirical studies on traffic flow in inclement weather. Publication No (p. 114). FHWA-HOP-07-073. Federal Highway Administration, Washington, DC.
- Huber, M. J. (1982). Estimation of Passenger Car Equivalents of Trucks in Traffic Stream. Transportation Research Record 869, 60-70
- Hurdle, V., Merlo, M., & Robertson, D. (1997). Study of speed-flow relationships on individual freeway lanes. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, (1591), 7-13.
- Ingle, A. (2004). Development of Passenger Car Equivalents for Basic Freeway Segments Development of Passenger Car Equivalents for Basic Freeway Segments, MCS Thesis, Virginia Polytechnic Institute and State University
- Jia, E. C., Wang, J., & Ni, D. (2014). An Efficient Methodology for Calibrating Traffic Flow Models Based on Bisection Analysis. Journal of Applied Mathematics, 2014.
- Jiang, Z., & Huang, Y. X. (2009). Parametric calibration of speed–density relationships in mesoscopic traffic simulator with data mining. Information Sciences, 179(12), 2002-2013.
- Johnson, A. N. (1929). Maryland aerial survey of highway traffic between Baltimore and Washington. In Highway Research Board Proceedings (Vol. 8).
- Johnson, A. N. (1930). Traffic Capacity. In: Proceedings of the Highway Research Board, vol. 10. Transportation Research Board, Washington DC
- Kaplan, E. L., & Meier, P. (1958). Nonparametric estimation from incomplete observations. Journal of the American statistical association, 53(282), 457-481.
- Kerner, B. S., & Konhäuser, P. (1993). Cluster effect in initially homogeneous traffic flow. Physical Review E, 48(4), R2335.
- Kerner, B. S., & Rehborn, H. (1996). Experimental properties of complexity in traffic flow. Physical Review E, 53(5), R4275.
- Kerner, B. S. (1998). Experimental features of self-organization in traffic flow. Physical Review Letters, 81(17), 3797
- Kerner, B. S. (2001). Complexity of synchronized flow and related problems for basic assumptions of traffic flow theories. Networks and Spatial Economics, 1(1-2), 35-76.
- Kerner, B. S. (2004). The Physics of Traffic: Empirical Freeway Pattern Features, Engineering Applications, and Theory. Heidelberg: Springer.

- Kerner, B. S. (2009). *Introduction to modern traffic flow theory and control: the long road to three-phase traffic theory*. Springer Science & Business Media.
- Khazraee, S. H., & Bham, G. H. (2011). A method for calibration of speed-flow curves in HCM2010 and determination of highway capacity. In *TRB 2012 Annual Meeting CD ROM*.
- Kim, T., & Zhang, H. M. (2004a). Gap time and stochastic wave propagation. In *Intelligent Transportation Systems, 2004. Proceedings. The 7th International IEEE Conference on* (pp. 88-93). IEEE.
- Kim, T., & Zhang, H. M. (2004b). An empirical study on gap time and its relation to the fundamental diagram of traffic flow. In *Intelligent Transportation Systems, 2004. Proceedings. The 7th International IEEE Conference on* (pp. 94-99). IEEE.
- Klunder, G.A.; Jonkers, E., et al. (2013). The potential of Connected Cruise Control in the Netherlands', *Intelligent Transportation Systems - (ITSC), 16th International IEEE Conference on*, vol., no., 833-838
- Knoop, V. L., & Daamen, W. (2014). Automatic fitting procedure for the fundamental diagram. In *Symposium Celebrating 50 years of Traffic Flow Theory 2014 FTF Summer Meeting, Portland (USA), 11-13 August, 2014*. TRB.
- Knoop, V. L., Duret, A., Buisson, C., & van Arem, B. (2010). Lane distribution of traffic near merging zones influence of variable speed limits. *13th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems*, 485-490. doi:10.1109/ITSC.2010.5625034
- Knoop, V. L., Duret, A., Buisson, C., & Van Arem, B. (2010). Lane distribution of traffic near merging zones influence of variable speed limits. In *Intelligent Transportation Systems (ITSC), 2010 13th International IEEE Conference on* (pp. 485-490). IEEE.
- Knoop, V. L., Hoogendoorn, S. P., & Van Lint, J. W. C. (2013). The impact of traffic dynamics on macroscopic fundamental diagram. In *92nd Annual Meeting Transportation Research Board, Washington, USA, 13-17 January 2013; Authors version*. Transportation Research Board.
- Knoop, V. L., & Hoogendoorn, S. (2013). Empirics of a generalized macroscopic fundamental diagram for urban freeways. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2391), 133-141.
- Kockelman, K. M. (2001). Modeling traffic's flow-density relation: Accommodation of multiple flow regimes and traveler types. *Transportation*, 28(4), 363-374.
- Koenker, R., & Bassett Jr, G. (1978). Regression quantiles. *Econometrica: journal of the Econometric Society*, 33-50.
- Koenker, R., & Hallock, K. (2001). Quantile regression: An introduction. *Journal of Economic Perspectives*, 15(4), 43-56.
- Koshi, M., Iwasaki, M., & Ohkura, I. (1983). Some findings and an overview on vehicular flow characteristics. In *Proceedings of the 8th International Symposium on Transportation and Traffic Flow Theory (Vol. 198, No. 1, pp. 403-426)*.
- Krammes, R. A., & Crowley, K. W. (1986). Passenger car equivalents for trucks on level freeway segments. *Transportation Research Record*, (1091).
- Kühne, R. D. (1984). Macroscopic freeway model for dense traffic-stop-start waves and incident detection. In *Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory (ISTTT9)* (pp. 21-42).
- Kurzanskiy, A.A., Varaiya, P. (2015). Traffic management: An outlook. *Economics of Transportation*, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ecotra.2015.03.002>
- Leclercq, L., Chiabaut, N., & Trinquier, B. (2014). Macroscopic Fundamental Diagrams: A cross-comparison of estimation methods. *Transportation Research Part B: Methodological*, 62, 1-12.

- Lee, J., & Park, B. B. (2010). Lane flow distributions on basic segments of freeways under different traffic conditions. In Transportation Research Board 89th Annual Meeting (No. 10-1947).
- Lee, J., & Park, B. B. (2012). Determining Lane Use Distributions Using Basic Freeway Segment Density Measures. *Journal of Transportation Engineering*, 138(February), 210–217.
- Lertworawanich, P., & Elefteriadou, L. (2003). A methodology for estimating capacity at ramp weaves based on gap acceptance and linear optimization. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(5), 459-483.
- Li, H. (2014). Automatically generating empirical speed-flow traffic parameters from archived sensor data. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 138, 54-66.
- Lighthill, M. J., & Whitham, G. B. (1955). On kinematic waves. II. A theory of traffic flow on long crowded roads. In *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences* (Vol. 229, No. 1178, pp. 317-345). The Royal Society.
- Logghe, S. (2003). Dynamic modeling of heterogeneous vehicular traffic. PhD thesis, Faculty of Applied Science, Katholieke Universiteit Leuven, Leuven.
- Lorenz, M., & Elefteriadou, L. (2001). Defining freeway capacity as function of breakdown probability. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1776), 43-51.
- Ludmann, J. (1998). Beeinflussung des Verkehrsablaufs auf Strassen: Analyse mit dem fahrzeugorientierten Verkehrssimulationsprogramm PELOPS. *Forschungsges. Kraftfahrwesen*.
- Luttinen, R. T. (1996). Statistical analysis of vehicle time headways. Publication 87, Helsinki University of Technology, Transp. Eng., Otaniemi.
- Lynch, R. L., & Hamby, G. N. (1969). Lateral Distribution of Traffic on a Four-Lane and Six-Lane Section of I 75 South of Covington. Research Report, Department of Highways - Commonwealth of Kentucky.
- MacNicholas, M.J. (2008). A simple and pragmatic representation of traffic flow. In *Symposium on The Fundamental Diagram: 75 years* (Woods Hole, MA, July 2008), Transportation Research Board.
- Mahmassani, H. S., Saberi, M., & Zockaie, A. (2013). Urban network gridlock: Theory, characteristics, and dynamics. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 36, 480-497.
- Marquardt, D. W. (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics*, 11(2), 431-441.
- Mauro, R. (2007). Traffic analysis, development of models and systems for estimating reliability on the A22 Freeway, Italy. Technical report.
- Mauro, R., Giuffrè, O., & Granà, A. (2013). Speed Stochastic Processes and Freeway Reliability Estimation: Evidence from the A22 Freeway, Italy. *Journal of Transportation Engineering*, 139, 1244–1256. doi:10.1061/(ASCE)TE.1943-5436.0000599
- Mauro, R., Giuffrè, O., Granà, A., & Chiappone, S. (2014). A Statistical Approach for Calibrating a Microsimulation Model for Freeways, *WSEAS Transactions on Environment and Development*, ISSN / E-ISSN: 1790-5079 / 2224-3496, Volume 10, Art. #52, pp. 496-508
- May, A. D., & Keller, H. (1968). Evaluation of single- and two-regime traffic flow models, in: 4th International Symposium on the Theory of Traffic Flow, Karlsruhe, June 1968. (Bonn-Bad Godesberg: Federal Ministry for Transport, Roads Dept.), *Strassenbau und Strassenverkehrstechnik [Road and Traffic Engineering]*, 86, pp. 37–48
- May, A.D. (1990), *Traffic flow fundamentals*, Prentice Hall - Englewood Cliffs, N.J, 1990.
- Mazloumian, A., Geroliminis, N., & Helbing, D. (2010). The spatial variability of vehicle densities as determinant of urban network capacity. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 368(1928), 4627-4647.



- McDonald, M., Brackstone, M. A., & Jeffery, D. (1994). Simulation of lane usage characteristics on 3 lane motorways. In Proceedings of the 27th International Symposium on Automotive Technology and Automation (ISATA).
- Michalopoulos, P. G., Yi, P., & Lyrantzis, A. S. (1993). Continuum modelling of traffic dynamics for congested freeways. *Transportation Research Part B: Methodological*, 27(4), 315-332.
- Minderhoud, M., Botma, H., & Bovy, P. (1997). Assessment of roadway capacity estimation methods. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1572), 59-67
- Minderhoud, M. M. (1999). Supported driving: impacts on motorway traffic flow. TU Delft, Delft University of Technology.
- Modi, V. (2009). Comparison of freeway capacity estimation methods. M.S. thesis, Univ. of Florida, Gainesville, FL.
- Motulsky, H.J., & Ransnas, L.A. (1987). Fitting curves to data using non linear regression: a practical and nonmathematical review, *The FASEB Journal*, 1(5), (pp. 365-374).
- Munjal, P. K., & Pipes, L. A. (1971). Propagation of on-ramp density perturbations on unidirectional two- and three-lane freeways. *Transportation Research*, 5(4), 241-255.
- Nagel, K., Wolf, D. E., Wagner, P., & Simon, P. (1998). Two-lane traffic rules for cellular automata: A systematic approach. *Physical Review E*, 58(2), 1425.
- Nair, R., Mahmassani, H. S., & Miller-Hooks, E. (2012). A porous flow model for disordered heterogeneous traffic streams. In *Transportation Research Board 91st Annual Meeting* (No. 12-3260).
- Newell, G. F. (1961). Nonlinear effects in the dynamics of car following. *Operations research*, 9(2), 209-229.
- Ngoduy, D., & Liu, R. (2007). Multiclass first-order simulation model to explain non-linear traffic phenomena. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 385(2), 667-682.
- Ni, D. (2007). Determining traffic-flow characteristics by definition for application in ITS. *Intelligent Transportation Systems*, *IEEE Transactions on*, 8(2), 181-187.
- Ni, D., Leonard, J. D., Leiner, G., & Jia, C. (2012). Vehicle Longitudinal Control and Traffic Stream Modeling. *Transportation Research Record*, 2
- Ni, D. (2013). A unified perspective on traffic flow theory. Part II: The unified diagram. *Applied Mathematical Sciences*, 7(40), 1947-1963.
- Ni, D., & Wang, H. (2013). A unified perspective on traffic flow theory. Part III: Validation and benchmarking. *Applied Mathematical Sciences*, 7(40), 1965-1982.
- Ni, D., Li, L., Wang, H., & Jia, C. E. (2014). Human factors in Fundamental Diagram, *Symposium Celebrating 50 Years of Traffic Flow Theory*, Portland, Oregon, August 11-13
- Ni, D., (2015). *Traffic Flow Theory, 1st Edition Characteristics, Experimental Methods, and Numerical Techniques*, Butterworth-Heinemann Elsevier
- Ni, D., Leonard, J. D., Jia, C., & Wang, J. (2015). Vehicle Longitudinal Control and Traffic Stream Modeling, *Transportation Science*, 2015, published online July 10, doi:10.1287/trsc.2015.0614
- Normann, O. K. (1942). Results of highway capacity studies. *Public Roads*, 23(4), 57-81.
- Nuzzolo, A., Ercoli, L., Cirillo, P., Crisalli, U., & Tortora, S. (2004). I coefficienti di equivalenza dei mezzi pesanti per le autostrade italiane. *AUTOSTRADE*, N.3/2004, Luglio-Settembre, 43-58.
- Oguchi, T. (2009). Effect of auxiliary lane installation upstream of bottlenecks on traffic distribution among lanes', Presentation at 2nd International Symposium on Freeway and Tollway Operations, Hawaii, USA.

- Okura, I., & Somasundaraswaran, K. (1996). Analysis of traffic distribution in three lane uni-directional freeway. *JSCE Journal of Infrastructure planning and Management*, (13).
- P.G. Gipps, (1981), A Behavioral Car Following Model for Computer Simulation. *Transportation Research, Part B*, 15:105–111
- Paveri-Fontana, S.L. (1975). On Boltzmann-Like treatments for traffic flow: a critical review of the basic model and an alternative proposal for dilute traffic analysis. *Transportation Research B* 9, 225-235.
- Payne, H. J. (1971). Models of freeway traffic and control. *Mathematical models of public systems*.
- Phegley, B., Gomes, G., & Horowitz, R. (2013). Fundamental Diagram Calibration: A Stochastic Approach to Linear Fitting. In *TRB Annual Meeting* 2014.
- Phillips, W. F. (1979). A kinetic model for traffic flow with continuum implications. *Transportation Planning and Technology*, 5(3), 131-138.
- Pignataro, L.J. (1973). *Traffic Engineering: Theory and Practice*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.
- Pipes, L. A. (1953). An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of applied physics*, 24(3), 274-281.
- Pipes, L. A. (1967). Car following models and the fundamental diagram of road traffic. *Transportation Research*, 1(1), 21-29.
- Platt, F. N. (1963). A Proposed Index for the Level of Traffic Service. *Traffic Engineering*, 34(2), 21-26.
- Prigogine, I., & R. Herman (1971). *Kinetic Theory of Vehicular Traffic*. American Elsevier New York.
- Prigogine, I. (1961). A Boltzmann-like Approach to the Statistical Theory of Traffic Flow. In: Hermand, R. (ed), *Theory of Traffic Flow*.
- Princeton, J., & Cohen, S. (2011). Impact of a dedicated lane on the capacity and the level of service of an urban motorway. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 16, 196-206.
- Qu, X., Wang, S., & Zhang, J. (2015). On the fundamental diagram for freeway traffic: A novel calibration approach for single-regime models. *Transportation Research Part B: Methodological*, 73, 91–102
- Rakha, H., & Zhang, W. (2005). Estimating traffic stream space mean speed and reliability from dual-and single-loop detectors. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 1925(1), 38-47.
- Rakha, H. A., & Arafeh, M. (2007). Tool for calibrating steady-state traffic stream and car-following models. In *Transportation Research Board 86th Annual Meeting* (No. 07-0506).
- Rakha, H. A., & Arafeh, M. (2010). Calibrating steady-state traffic stream and car-following models using loop detector data. *Transportation Science*, 44(2), 151-168.
- Rawson, C. T. (2015). *Procedures for Establishing Speed Zones*, Texas DoT, Manual Notice 2015-1.
- Richards, P. I. (1956). Shock waves on the highway. *Operations research*, 4(1), 42-51.
- Riente de Andrade, G., & Setti, J. R. (2014). Speed-Flow Relationship and Capacity for Expressways in Brazil. In *Transportation Research Board 93rd Annual Meeting* (No. 14-1707).
- Roess, R. P., Prassas, E. S., & McShane, W. R. (2004). *Traffic engineering*. Pearson/Prentice Hall.
- Roess, R. P., Prassas, E. S., & McShane, W. R. (2010). *Traffic engineering*. Pearson/Prentice Hall.
- Roess, R. P. (2011a). Speed-flow curves for freeways in the HCM: a historical perspective. In *Transportation Research Board 90th Annual Meeting* (No. 11-0542).
- Roess, R. P. (2011b). Speed-Flow Curves for Freeways in the 2010 HCM. *Transportation Research*, 23.
- Roess, R. P., & Prassas, E. S. (2014). *The Highway Capacity Manual: A Conceptual and Research History Volume 1: Uninterrupted Flow* (Vol. 1). Springer International Publishing Switzerland.

- Rossi, R., Gastaldi, M., & Pascucci, F. (2014). Flow Rate Effects on Vehicle Speed at Two Way-Two Lane Rural Roads. *Transportation Research Procedia*, 3(July), 932–941.
- Roux, B., Cohen, S., Lhuillier, J.-P., Nouvier, J., Heylliard, J.-F., Jousselin, C., Lancelin, C., Zhang, M.Y.(2007). Niveaux de service de circulation des VRU A (Edition 2.1). Guide méthodologique. Direction régionale de l'équipement Ile de France
- Saberi, M., & Mahmassani, H. (2012). Exploring properties of networkwide flow-density relations in a freeway network. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2315), 153-163.
- Saberi, M., & Mahmassani, H. S. (2013). Empirical characterization and interpretation of hysteresis and capacity drop phenomena in freeway networks. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, Transportation Research Board of the National Academies, Washington, DC.
- Samoili, S., Efthymiou, D., Antoniou, C., & Dumont, A. G. (2013). Lane flow distribution investigation of hard shoulder running freeways. *Transportation Research Record, Journal of the Transportation Research Board*.
- Samoili, S., Geroliminis, N., & Dumont, A. G. (2013). Dynamics of Lane Distribution Flows in Freeways. In 13th Swiss Transport Research Conference(No. EPFL-CONF-197651).
- Samuelson, P. A. (1942). A note on alternative regression, *Econometrica*, 10(1): 80-83.
- Schakel, W. J., & Van Arem, B. (2014). Improving traffic flow efficiency by In-car advice on lane, speed, and headway. *Intelligent Transportation Systems, IEEE Transactions on*, 15(4), 1597-1606.
- Smulders, S. (1990). Control of freeway traffic flow by variable speed signs. *Transportation Research Part B: Methodological*, 24(2), 111-132.
- St John, A. D., & Glauz, W. D. (1976). Speeds and service on multilane upgrades. *Transportation research record*, 615, 4-9.
- Strömgren, P. (2011). Analysis of the Weaknesses in the Present Freeway Capacity Models for Sweden. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 16, 76–88. doi:10.1016/j.sbspro.2011.04.431
- Sumner, R., Hill, D., & Shapiro, S. (1984). Segment passenger car equivalent values for cost allocation on urban arterial roads. *Transportation Research Part A: General*, 18(5), 399-406.
- Sun, L., & Zhou, J. (2005). Development of multiregime speed-density relationships by cluster analysis. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1934), 64-71.
- Szeto, M. W., & Gazis, D. C. (1972). Application of Kalman filtering to the surveillance and control of traffic systems. *Transportation Science*, 6(4), 419-439.
- Taragin, A. (1958). Lateral Placements of Trucks on Two-Lane Highways and Four-Lane Divided Highways. Bureau Public of Roads
- Tofallis, C. (2014). A better measure of relative prediction accuracy for model selection and model estimation. *Journal of the Operational Research Society*.
- Treiber, M., Hennecke, A., & Helbing, D. (1999). Derivation, properties, and simulation of a gas-kinetic-based, nonlocal traffic model. *Physical Review E*, 59(1), 239.
- Treiber, M., Hennecke, A., & Helbing, D. (2000). Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Physical Review E*, 62(2), 1805.
- Treiber, M., & Kesting, A. (2013). *Traffic Flow Dynamics: Data, Models and Simulation*, ISBN 978-3-642-32459-8. Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg
- Treiterer, J., and research staff. (1975). Investigation of Traffic Dynamics by Arial Photogrammetry Techniques. Ohio-DOT-09-75, Final report. Experiment Station, Ohio State University, Columbus.

- Tukey, J. W. (1977). *Exploratory data analysis*. Addison-Wesley Series in Behavioral Science: Quantitative Methods, Reading, Mass. Addison-Wesley.
- Tukey, J.,W. (1977). *Exploratory data analysis*. Addison-Wesely.
- Underwood, R.T. (1961). *Speed, Volume and Density Relationships*. Quality and Theory of Traffic Flow, Yale University Report, New Haven, Connecticut.
- Uno, N., Tamura, H., Iida, Y., & Yamawaki, Y. (2002). A study of evaluating level of service of road network based on concept of travel time reliability using bus probe data. *Infrastructure Planning Review*, 19(2), 237-244
- Van Aerde, M. (1995). *Single Regime Speed-Flow Density Relationship for Congested and Uncongested Highways*. Presented at the 74th Transportation Research Board Annual Conference, Paper No. 950802, Washington, D C.
- Van Aerde, M., & Rakha, H. (1995). Multivariate calibration of single regime speed-flow-density relationships. In *Proceedings of the 6th 1995 Vehicle Navigation and Information Systems Conference*. (pp. 334 – 341).
- Van Arem, B., & Hogema, J. H. (1995). *The microscopic simulation model MIXIC 1.2*. TNO, Inro, Delft, The Netherlands
- Van Lint, J., Hoogendoorn, S., & Schreuder, M. (2008). Fastlane: New multiclass first-order traffic flow model. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2088), 177-187.
- Vivatrat, V. (1979), *Cone Penetration in clays*. Ph.D. Thesis MIT Cambridge, Mass. (USA).
- Wang, H., (2010). *Stochastic modeling of the equilibrium speed–density relationship*. PhD Thesis, University of Massachusetts Amherst.
- Wang, H., Li, J., Chen, Q. Y., & Ni, D. (2009). Speed-density relationship: From deterministic to stochastic. In *Trb 88 th Annual Meeting at Washington* (pp. 1-20).
- Wang, H., Li, J., Chen, Q., & Ni, D. (2010). Representing the Fundamental Diagram: The Pursuit of Mathematical Elegance and Empirical Accuracy. In *Transportation Research Board 89th Annual Meeting* (No. 10-1354).
- Wang, H., Li, J., Chen, Q., & Ni, D. (2010). Representing the Fundamental Diagram: the Pursuit of Mathematical Elegance and Empirical Accuracy. *TRB 89th Annual Meeting at Washington* (Paper# 10-1354).
- Wang, H., Li, J., Chen, Q.-Y., & Ni, D. (2011). Logistic modeling of the equilibrium speed–density relationship. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 45(6), 554–566. doi:10.1016/j.tra.2011.03.010
- Wang, H., Ni, D., Chen, Q. Y., & Li, J. (2013). Stochastic modeling of the equilibrium speed–density relationship. *Journal of Advanced Transportation*,47(1), 126-150.
- Wang, X. Y., & Liu, J. S. (2005, August). Research of the lane utilization with microsimulation. In *Machine Learning and Cybernetics, 2005. Proceedings of 2005 International Conference on* (Vol. 5, pp. 2681-2687). IEEE.
- Wardrop, J. (1952). Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 1, 325-378.
- Washburn, S., Yin, Y., Modi, V., & Kulshrestha, A. (2010). *Investigation of Freeway Capacity*. (No. TRC-FDOT-73157-2010).
- Webster, N., & Elefteriadou, L. (1999). A simulation study of truck passenger car equivalents (PCE) on basic freeway sections. *Transportation Research Part B: Methodological*, 33(5), 323-336.

- Werdin, H, et al. (2005). Verkehrsqualität und Leistungsfähigkeit auf Autobahnen - Traffic quality and capacity of freeways (VSS2000/337), Jenni + Gottardi AG - ARAMIS - ARAMIS information system - Swiss Government: State Secretariat for Education and Research, Switzerland.
- West, K. D. (2008). Heteroskedasticity and autocorrelation corrections. *The New Palgrave Dictionary of Economics*. second ed. Palgrave MacMillan, Basingstoke.
- Wiedemann, R. (1974). Simulation des Straenverkehrssusses. PhD thesis, Schriftenreihe des Instituts fr Verkehrswesen der Universitt Karlsruhe, Germany.
- Wong, G. C. K., & Wong, S. C. (2002). A multi-class traffic flow model—an extension of LWR model with heterogeneous drivers. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 36(9), 827-841.
- Wu, N. (1998). The proposed new version of German Highway Capacity Manual. In *Proceeding of the International Conference on Traffic and Transportation Studies*, Beijing, China.
- Wu, N. (2000). Modeling of Traffic Flow on Freeways in Fundamental Diagrams. In *Traffic and Transportation Studies (2000)* (pp. 586-593). ASCE.
- Wu, N. (2002). A new approach for modeling of Fundamental Diagrams. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 36(10), 867–884. doi:10.1016/S0965-8564(01)00043-X
- Wu, N. (2005). Impact of traffic regulation on lane flow - distribution and capacity of motorways', In: *Proceeding of the Fifth International Conference of Transportation Professionals*, Xian, China, June 24-26
- Wu, N. (2006). Equilibrium of lane flow distribution on motorways. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1965), 48-59.
- Wu, N. (2009). Further Development of the German Highway Capacity Manual (HBS2011). *ICCTP 2009: Critical Issues in Transportation Systems Planning, Development, and Management* ©2009, 1439–1444.
- Xiao, C., Shao, C., et al. (2014). Lane Flow Distribution of a Long Continuous Highway, *European Transport \ Trasporti Europei*, 2014, (56)
- Yang, J. (2010). Highway Traffic Modeling. PhD thesis, Catholic University of America Washington, D.C.
- Yousif, S., & Hunt, J. (1995). Modelling lane utilization on British dual-carriageway roads: effects on lane-changing. *Traffic engineering & control*, 36(12), 680-687.
- Yousif, S., Al-Obaedi, J., & Henson, R. (2012). Drivers' Lane Utilization for United Kingdom Motorways. *Journal of Transportation Engineering*, 139(5), 441-447.
- Zhang, H. M. (1998). A theory of non equilibrium traffic flow. *Transportation Research Part B: Methodological*, 32(7), 485-498.
- Zhang, H. M., & Kim, T. (2005). A car-following theory for multiphase vehicular traffic flow. *Transportation Research Part B: Methodological*, 39(5), 385-399.

\*\*\*