# Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

# DOTTORATO DI RICERCA IN

# Meccanica e Scienze Avanzate Dell'Ingegneria Ingegneria delle Macchine e dei Sistemi Energetici

Ciclo XXVII

Settore Concorsuale di afferenza: 09/C1

Settore Scientifico disciplinare: ING-IND/08

# Simulazione dinamica di un veicolo dotato di powertrain ibrido endotermico-elettrico

Presentata da: Ing. Gabriele Vandi

**Coordinatore Dottorato** 

Prof Ing. Vincenza Parenti Castelli

Relatore

Prof. Ing. Davide Moro

Correlatore

Prof. Ing. Enrico Corti

Esame finale anno 2015

# Indice

Elenco delle figure	5
Abstract	9
1. Introduzione	
1.1 Motivazioni della ricerca	
1.2 Struttura della tesi	
2. Rappresentazione del veicolo e sistemi di riferimento	
2.1 Schematizzazione del veicolo	
2.2 Sistemi di riferimento	
3. Equazioni del moto e modello Simulink	
3.1 Diagramma a blocchi Simulink	19
3.2 Dinamica Longitudinale	
3.2.1 Equilibrio alla traslazione in direzione $X_b$	
3.2.2 Equilibrio alla traslazione in direzione Z <sub>b</sub>	21
3.2.3 Equilibrio alla rotazione attorno all'asse Y <sub>b</sub>	22
3.3 Dinamica laterale	
3.3.1 Equilibrio alla traslazione lungo l'asse Y <sub>b</sub>	
3.3.2 Equilibrio alla rotazione attorno all'asse $X_b$	
3.3.3 Equilibrio alla rotazione attorno all'asse $Z_b$	
3.4 Traiettoria del veicolo	
3.5 Dinamica delle masse non sospese	
3.5.1 Dinamica verticale	
3.5.2 Carichi verticali	30
3.6 Dinamica di spin delle ruote	
3.7 Sospensioni	
3.8 Modello pneumatico	36
3.8.1 Sistema di riferimento pneumatico	
3.8.2 Magic Formula di Pacejka	39
3.8.3 Resistenza al rotolamento	
3.8.4 Dinamica longitudinale dello pneumatico	44
3.8.5 Dinamica laterale dello pneumatico	
4.Validazione del modello	
4.1 Gradino di coppia motrice	47
4.2 Rampa di sterzo	55
4.3 Random sinusoidal input	
5. Simulazione di una utilitaria	69
5.1 Confronto fra veicolo di serie ed ibrido	
5.1.1 Gradino di sterzo	
5.1.2 Slalom	

5.2 Torque vectoring	81
5.2.2 Torque distribution	83
5.2.3 Fuzzy control	
5.3 Modello motori elettici	87
5.4 Applicazione del torque vectoring	
5.4.1 Gradino di sterzo	
5.4.2 Slalom	
6. Simulazione di una vettura sportiva	105
6.1 Confronto fra veicolo di serie ed ibrido	106
6.2 Torque Vectoring	110
6.3 Controllo in angolo di imbardata	117
6.4 Controllo in angolo di slittamento laterale	121
Conclusioni	127
Ringraziamenti	129
Lista dei simboli	131
Bibliografia	133
Pubblicazioni	135

# Elenco delle figure

Figura 2.1: Schematizzazione del veicolo	. 14
Figura 2.2: Collegamenti fra massa sospesa e masse non sospese	. 14
Figura 2.3: Sistema di riferimento assi terra	. 15
Figura 2.4: Sistema di riferimento assi corpo	. 15
Figura 2.5: Sistema di riferimento ruota	. 16
Figura 3.1: Schema a blocchi Simulink	. 19
Figura 3.2: Forze agenti sul veicolo	. 21
Figura 3.3: Schematizzazione della dinamica verticale del veicolo	. 22
Figura 3.4: Schematizzazione della dinamica laterale del veicolo	. 24
Figura 3.5: Schematizzazione della dinamica di rollio del veicolo	. 25
Figura 3.6: Traiettoria del veicolo	. 26
Figura 3.7: Sottosterzo e sovrasterzo del veicolo	. 27
Figura 3.8: Motion ratio delle sospensioni	. 29
Figura 3.9: Dinamica rotazionale delle ruote	. 32
Figura 3.10: Caratteristica angolo di convergenza- scuotimento delle sospensioni	. 35
Figura 3.11: Angolo di camber delle ruote	. 35
Figura 3.12: Caratteristica angolo di camber- scuotimento delle sospensioni	. 36
Figura 3.13: Sistema di riferimento pneumatici di sinistra	. 37
Figura 3.14: Sistema di riferimento pneumatici di destra	. 39
Figura 3.15: Magic Formula di Pacejka	. 40
Figura 3.16: Raggio di rotolamento effettivo ruota	. 41
Figura 3.17: Ellisse di aderenza degli pneumatici	. 42
Figura 3.18: Resistenza al rotolamento degli pneumatici	. 44
Figura 4.1: Gradino di farfalla - Coppie motrici	. 48
Figura 4.2: Gradino di farfalla - Accelerazione longitudinale veicolo	. 49
Figura 4.3: Gradino di farfalla - Velocità veicolo	. 49
Figura 4.4: Gradino di farfalla - Angolo di beccheggio	. 50
Figura 4.5: Gradino di farfalla – Carichi ruote	. 51
Figura 4.6: Gradino di farfalla – Velocità di imbardata	. 52
Figura 4.7: Gradino di farfalla – Angolo di imbardata	. 52
Figura 4.8: Gradino di farfalla – Forze longitudinali pneumatici	. 53
Figura 4.9: Gradino di farfalla – Dettaglio forze longitudinali pneumatici	. 54
Figura 4.10: Rampa di sterzo – Angolo volante	. 55
Figura 4.11: Rampa di sterzo – Velocità veicolo	. 56
Figura 4.12: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata	. 56
Figura 4.13: Rampa di sterzo – Angolo di imbardata	. 57
Figura 4.14: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale	. 58
Figura 4.15: Rampa di sterzo – Angolo di rollio	. 58
Figura 4.16: Rampa di sterzo – Dettaglio angolo di rollio	. 59
Figura 4.17: Rampa di sterzo – Angoli di camber	. 60
Figura 4.18: Rampa di sterzo – Forze laterali pneumatici	. 60
Figura 4.19: Rampa di sterzo – Carichi ruote	. 61

Figura 4.20: Random sinusoidal input – Angolo volante	. 62
Figura 4.21: Random sinusoidal input – Velocità veicolo	. 63
Figura 4.22: Random sinusoidal input – Velocità di imbardata	. 63
Figura 4.23: Random sinusoidal input –Dettaglio velocità di imbardata	. 64
Figura 4.24: Random sinusoidal input – Angolo di imbardata	. 64
Figura 4.25: Random sinusoidal input – Angolo di slittamento laterale	. 65
Figura 4.26: Random sinusoidal input – Angolo di rollio	66
Figura 4.27: Random sinusoidal input – Forze laterali pneumatici	. 67
Figura 4.28: Random sinusoidal input – Carichi ruote	. 67
Figura 5.1: Veicolo di serie ed ibrido	. 69
Figura 5.2: Gradino di sterzo – Angolo volante	. 70
Figura 5.3: Gradino di sterzo – Velocità veicolo	. 71
Figura 5.4: Gradino di sterzo – Velocità di imbardata	. 72
Figura 5.5: Gradino di sterzo – Angolo di imbardata	. 72
Figura 5.6: Gradino di sterzo – Angolo di slittamento laterale	. 73
Figura 5.7: Gradino di sterzo – Accelerazione laterale	. 74
Figura 5.8: Gradino di sterzo – Angolo di rollio	. 74
Figura 5.9: Gradino di sterzo – Carichi ruote	. 75
Figura 5.10: Slalom – Angolo volante	. 76
Figura 5.11: Slalom – Velocità veicolo	. 76
Figura 5.12: Slalom – Velocità di imbardata	. 77
Figura 5.13: Slalom – Angolo di imbardata	. 77
Figura 5.14: Slalom – Angolo di slittamento laterale	. 78
Figura 5.15: Slalom – Accelerazione laterale	. 79
Figura 5.16: Slalom – Angolo di rollio	. 79
Figura 5.17: Slalom – Carichi ruote	. 80
Figura 5.18: Torque vectoring	. 81
Figura 5.19: Controllore fuzzy – Fuzzificazione degli ingressi	. 85
Figura 5.20: Controllore fuzzy – Database delle regole	. 85
Figura 5.21: Controllore fuzzy – Defuzzificazione output	. 86
Figura 5.22: Controllore fuzzy – Superficie di controllo	. 87
Figura 5.23: Blocco di modellazione motori elettrici	. 88
Figura 5.24: Mappa di coppia dei motori elettrici	. 88
Figura 5.25: Dinamica motori elettrici	. 89
Figura 5.26: Gradino di sterzo – Velocità veicolo	. 90
Figura 5.27: Gradino di sterzo – Velocità di imbardata	. 91
Figura 5.28: Gradino di sterzo – Angolo di imbardata	. 92
Figura 5.29: Gradino di sterzo – Angolo di slittamento laterale	. 92
Figura 5.30: Gradino di sterzo – Accelerazione laterale	. 93
Figura 5.31: Gradino di sterzo – Angolo di rollio	. 94
Figura 5.32: Gradino di sterzo – Coppia motore destra	. 94
Figura 5.33: Gradino di sterzo – Coppia motore sinistra	. 95
Figura 5.34: Slalom – Velocità veicolo	. 96
Figura 5.35: Slalom – Velocità di imbardata	. 97
Figura 5.36: Slalom – Angolo di imbardata	. 98

Figura 5.37: Slalom – Angolo di slittamento laterale	98
Figura 5.38: Slalom – Accelerazione laterale	99
Figura 5.39: Slalom – Angolo di rollio	100
Figura 5.40: Slalom – Coppia motore destra	101
Figura 5.41: Slalom – Coppia motore sinistra	101
Figura 6.1: Lamborghini Aventador	105
Figura 6.2: Veicolo di serie ed Ibrido	105
Figura 6.3: Rampa di sterzo – Velocità veicolo	106
Figura 6.4: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata	107
Figura 6.5: Rampa di sterzo – Angolo di imbardata	108
Figura 6.6: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale	108
Figura 6.7: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale	109
Figura 6.8: Rampa di sterzo – Carichi ruote	110
Figura 6.9: TV1 vs TV2	111
Figura 6.10: Velocità di imbardata reale vs ideale	112
Figura 6.11: Rampa di sterzo – Velocità veicolo	113
Figura 6.12: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata	113
Figura 6.13: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale	114
Figura 6.14: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale	115
Figura 6.15:Rampa di sterzo – Coppie motori elettrici	115
Figura 6.16: Ellisse di aderenza	116
Figura 6.17: Nuova struttura controllo Torque Vectoring	117
Figura 6.18: Rampa di sterzo – Velocità veicolo	118
Figura 6.19: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata	118
Figura 6.20: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale	119
Figura 6.21: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale	120
Figura 6.22: Rampa di sterzo – Coppie motori elettrici	120
Figura 6.23: Rampa di sterzo – Velocità veicolo	122
Figura 6.24: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale	123
Figura 6.25: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata	123
Figura 6.26: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale	124
Figura 6.27: Rampa di sterzo – Coppie motori elettrici	125

# Abstract

One of the challenges of the modern automotive industry is to develop engines and vehicles with an always more stringent legislation about pollutant emissions.

Manufacturers are forced to spend time and money searching for more efficient thermal powertrains or to install expensive after-treatment systems in their vehicles.

Hybrid vehicles are a valid alternative to these limitations and could represent a good way to reduce fuel consumption and pollutant emissions.

Hybrid vehicles are usually composed by an internal combustion engine and by a secondary energy source (electrical or hydraulic) that can be converted into mechanical power.

In literature it is possible to find several studies that deal with the optimization of the components or of the control strategies of this kind of vehicles, but less importance is given to the effects on vehicle dynamics that could be caused by the addition of the components of the additional system.

The idea behind this work is to add on a traditional 4-wheel vehicle an electric kit, composed by 2 electric motors that can be added in correspondence of the non-driven wheels, a battery and the necessary power electronics to control the 2 motors obtaining an hybrid vehicle: the attention will be focused on vehicle dynamics and in particular on the changes in vehicle dynamics due to the mass increase and to the variation of the center of gravity position.

Moreover it will be investigated how to use the electric motors to correct undesired effects in vehicle behavior.

Due to this considerations, the simplified bicycle model has been discarded, since it does not take into account load transferring effects and it does not allow to apply a different torque to each wheel. To achieve the preset objectives, a 14 degrees freedom vehicle model, which could allow to apply a different torque to each wheel, has been developed in Matlab/Simulink environment and validated.

The so-built simulator has then been used to simulate 2 configurations of the same vehicle (with different mass and center of gravity position) to compare their performances and to verify which effects on vehicle dynamics could be obtained applying driving and braking torques through the electric motors.

# 1.Introduzione

In questo capitolo verranno presentate le motivazioni che hanno portato alla realizzazione del presente lavoro di ricerca e verrà illustrata la struttura secondo la quale è stata redatta la tesi.

## 1.1 Motivazioni della ricerca

Nel panorama motoristico ed automobilistico moderno lo sviluppo di motori a combustione interna e veicoli è fortemente influenzato da diverse esigenze che spesso sono in contrasto le une con le altre.

Infatti gli obiettivi di economicità e riduzione dei costi riguardanti la produzione e la commercializzazione dei prodotti sono in contrasto con gli sforzi che devono essere operati dalle case produttrici per soddisfare le sempre più stringenti normative riguardanti le emissioni inquinanti ed i consumi di carburante dei veicoli.

Le possibili strade per raggiungere questi obiettivi sono molteplici [1] e vengono intraprese in parallelo dalle case produttrici per un'ottimizzazione globale dei risultati ottenuti:

- post-trattamento dei gas di scarico
- riduzione del peso dei componenti dei veicoli
- miglioramento dell'efficienza del powertrain dei veicoli
- possibilità di recuperare e immagazzinare l'energia cinetica del veicolo
- ottimizzazione dei flussi energetici all'interno del veicolo, ecc.

Fra le numerose soluzioni presenti i veicoli ibridi rappresentano una alternativa che allo stato attuale è già presente sul mercato in varie forme, a seconda della tipologie di energie accoppiate [2].

Con il termine "veicolo ibrido" si definisce un veicolo caratterizzato da due o più diverse tipologie di powertrain: nel caso quindi di un veicolo ibrido termico-elettrico si intende un veicolo dotato di un powertrain che comprende un motore a combustione interna ed anche una o più macchine elettriche che contribuiscono alla movimentazione dello stesso.

L'aspetto più interessante di questa categoria di veicoli è sicuramente rappresentato dalla possibilità di recuperare l'energia cinetica del veicolo nella fase di frenata attraverso un processo chiamato frenata rigenerativa: in questo caso infatti parte dell'energia cinetica posseduta dal veicolo viene convertita in energia potenziale elettrica e immagazzinata in una batteria che potrà essere in seguito riutilizzata ad esempio per le fasi di accelerazione del veicolo.

All'interno della classe dei veicoli ibridi esistono inoltre diverse sottoclassi che si differenziano per il layout e la tipologia di accoppiamento fra la macchine termica e quelle elettriche: si parla quindi ad esempio di veicoli ibridi di tipo parallelo quando entrambe le tipologie di macchine (termica ed elettrica) contribuiscono alla movimentazione del veicolo o di tipo in serie quando la sola macchina elettrica movimenta il veicolo mentre la macchina termica viene utilizzata come generatore di energia elettrica.

In letteratura è possibile trovare numerosi studi che trattano l'ottimizzazione dei componenti o delle strategie di controllo di queste tipologie di veicoli: in moltissimi casi l'obiettivo è quello di minimizzare consumi ed emissioni inquinanti.

Normalmente non viene posta particolare attenzione agli effetti che l'aggiunta delle macchine elettriche e dei componenti necessari per il funzionamento delle stesse hanno sulla dinamica del veicolo.

Il presente lavoro di tesi è incentrato su questi aspetti: si è considerata la tipologia di veicoli ibridi termici-elettrici di tipo parallelo andando ad analizzare come cambiasse il comportamento dinamico del veicolo in funzione del tipo di installazione considerato per la parte elettrica del powertrain.

In primo luogo è stato quindi necessario costruire ed implementare un modello dinamico di veicolo che permettesse di applicare coppie alle quattro ruote in maniera indipendente per considerare diverse tipologie di powertrain:

- veicolo a trazione anteriore con macchine elettriche installate sull'asse posteriore
- veicolo a trazione posteriore con macchine elettriche installate sull'asse anteriore

Per queste motivazione il classico modello a bicicletta è stato scartato ed è stato realizzato un modello con quattro ruote che considerasse sia la dinamica longitudinale che laterale.

In seguito si sono analizzate le differenze di comportamento dinamico fra il veicolo considerato e l'equivalente versione ibrida e i possibili utilizzi delle macchine elettriche per correggere eventuali deterioramenti o cambiamenti indesiderati nelle prestazioni del veicolo.

In quest'ottica l'esistenza di uno strumento di simulazione ha permesso di realizzare un studio preliminare degli aspetti citati in precedenza senza la necessità di eseguire i test sulla vettura reale.

Per l'implementazione software si è scelto di utilizzare il software Matlab/Simulink in quanto ampiamente utilizzato e conosciuto all'interno del gruppo di ricerca di Macchine del Dipartimento di Ingegneria Industriale e per la facilità di utilizzo nella costruzione del simulatore.

### 1.2 Struttura della tesi

L'elaborato è suddiviso in diversi capitoli: il capitolo 2 contiene tutte le informazioni relative ai sistemi di riferimento ed alle ipotesi di base che sono state formulate per la realizzazione del modello.

Nel capitolo 3 vengono presentate tutte le equazioni che riguardano la dinamica del veicolo: in primo luogo le equazioni riguardanti la dinamica longitudinale e laterale del veicolo.

Sono presentati inoltre diversi modelli di supporto, necessari per il calcolo delle forze e delle coppie agenti sul veicolo: i più importanti sono quelli relativi alle sospensioni ed agli pneumatici, per i quali è stato scelto il modello di Pacejka.

Il capitolo 4 è dedicato alla validazione del modello, necessaria per poter considerare affidabili i risultati forniti dallo stesso: per la validazione è stato effettuato un confronto fra il simulatore oggetto dalla tesi ed un software commerciale validato.

Nel capitolo 5 viene mostrato come il simulatore è stato utilizzato attivamente per valutare le differenze in termini di comportamento dinamico fra una utilitaria e la relativa versione ibrida, ottenuta con l'aggiunta di un sistema ibrido i cui elementi principali sono 2 motori elettrici calettati all'interno delle ruote posteriori.

L'utilizzo del simulatore ha permesso di verificare che, con opportune strategie di torque vectoring, sia possibile influenzare la dinamica del veicolo.

Infine nel capitolo 6 il procedimento è stato svolto su una vettura di classe sportiva con una architettura ibrida differente dalla precedente.

# 2.Rappresentazione del veicolo e sistemi di riferimento

In questo capitolo verranno illustrate le principali ipotesi alla base della modellizzazione adottata per il veicolo e i sistemi di riferimento utilizzati per esprimere i moti che caratterizzano la dinamica del veicolo.

### 2.1 Schematizzazione del veicolo

Per costruire il modello matematico del veicolo è stato innanzitutto necessario considerare come fosse possibile rappresentare il veicolo secondo una schematizzazione a parametri concentrati: per questo tipo di considerazioni si fa riferimento agli approcci presentati in [3] ed in [4].

Va specificato che il modello è stato pensato per una categoria di veicoli tradizionale, cioè per un veicolo dotato di due assi (4 ruote) motivo per il quale il procedimento presentato di seguito non è da ritenersi valido per altre categoria di veicoli, come ad esempio veicoli a più di due assi.

Un veicolo su sospensioni elastiche può essere pensato come un corpo rigido (massa sospesa) collegato a più masse non sospese attraverso un sistema di molle e smorzatori che simulano le sospensioni [4].

Alla massa sospesa appartengono tutti quegli elementi che appoggiano sulle sospensioni:

- il telaio del veicolo
- il motore
- arredamento interno
- carrozzeria, ecc

Per la classe di veicoli considerata è quindi evidente che vi sarà una sola massa sospesa che verrà considerata concentrata nel suo baricentro e che sarà dotata di alcuni gradi di libertà, come verrà esposto in maniera più esauriente nel prosieguo del capitolo.

Le masse non sospese invece possono essere più di una: se ne possono avere 2 se si considera come corpi unici gli assi anteriore e posteriore oppure se ne possono avere 4 nel caso si consideri ciascuna ruota in maniera indipendente.

Va specificato che il tipo di schematizzazione adottato non influisce sul numero totale di gradi di libertà, che rimane costante e pari a 10 come verrà chiarito più avanti.

Nel presente lavoro si è scelto di considerare separatamente le 4 ruote del veicolo in quanto questa scelta meglio rappresenta le sospensioni di tipo indipendente il cui uso è allo stato attuale abbastanza diffuso in campo automobilistico.

Ad una generica massa non sospesa appartengono i seguenti elementi:

- pneumatico
- cerchione
- freni, ecc.

Una possibile rappresentazione della schematizzazione appena esposta è rappresentato nella figura seguente.



Figura 2.1: Schematizzazione del veicolo

Un'ulteriore ipotesi prevede che il veicolo sia simmetrico rispetto ad un piano longitudinale passante per il centro del veicolo e che il baricentro appartenga a questo piano: in questo modo è possibile disaccoppiare la dinamica longitudinale da quella laterale.

Sebbene questa sia un'ipotesi forte, risulta veritiera per i veicoli classici.

Si è scelto di rappresentare le sospensioni come gruppi molla smorzatore privi di massa che agiscono in direzione verticale e sono disposti ai quattro vertici del veicolo: queste fungono da collegamento fra la massa sospese e le diverse masse non sospese presenti nella schematizzazione proposta.

Infine si è scelto di rappresentare gli pneumatici come gruppi molla smorzatore privi di massa agenti anch'essi in direzione verticale: in questo caso gli elementi interpretano il ruolo di collegamenti fra le masse non sospese ed il terreno.

Nella figura seguente è contenuta una rappresentazione dei collegamenti proposti.



Figura 2.2: Collegamenti fra massa sospesa e masse non sospese

#### 2.2 Sistemi di riferimento

Per lo studio del comportamento dinamico del veicolo vanno stabiliti alcuni sistemi di riferimento secondo i quali verranno espressi i movimenti del veicolo.

Vi è innanzitutto un sistema di riferimento fisso al terreno, definito assi terra, che risulta utile per lo studio del movimento del veicolo considerato come un corpo unico.

Questo sistema di riferimento bidimensionale è rappresentato nella figura seguente.



Figura 2.3: Sistema di riferimento assi terra

Il sistema di riferimento  $X_eY_e$  permette di individuare la posizione del veicolo all'interno del piano tramite la coppia coordinata (x,y) che si riferisce al punto  $O_b$ , che come verrà chiarito in seguito è il centro della terna di riferimento solidale al veicolo (assi corpo).

Un'ulteriore informazione sulla direzione del veicolo viene fornita dall'angolo di imbardata  $\Psi$ , che è l'angolo compreso fra l'asse X<sub>e</sub> e l'asse X<sub>b</sub> degli assi corpo.

La conoscenza della coppia coordinata (x,y) e dell'angolo di imbardata  $\Psi$  fornisce in ogni istante temporale la posizione e la direzione del veicolo.

Per la definizione del sistema di riferimento solidale al veicolo è necessario introdurre alcuni concetti.



Figura 2.4: Sistema di riferimento assi corpo

Il primo concetto che è necessario introdurre è il concetto di centro di rollio: in letteratura è possibile ritrovare diverse definizioni per questo concetto ma nelle presente trattazione si farà riferimento alla definizione data in [4].

In questo riferimento il centro di rollio è definito come il punto di ciascun asse giacente sul piano di simmetria in cui l'eventuale applicazione di una forza laterale non genere alcun movimento di rollio della massa sospesa.

Per un veicolo a due assi vi saranno quindi un centro di rollio anteriore ed uno posteriore: la retta che unisce questi due punti (giacente sul piano di simmetria) è detta asse di rollio ed è l'asse di istantanea rotazione attorno al quale ruota la massa sospesa.

Tracciando una retta verticale passante per il baricentro del veicolo (che giace per ipotesi di simmetria sul piano di simmetria) si incontrerà l'asse di rollio nel punto  $O_b$ , che viene preso come centro per la terna di riferimento assi corpo (e che potrebbe essere definito come centro di beccheggio).

Gli assi della terna solidale al veicolo sono diretti secondo le seguenti specifiche:

- Asse X<sub>b</sub>: giace sul piano di simmetria in direzione longitudinale del veicolo parallelo al terreno
- Asse Z<sub>b</sub>: diretto verticalmente, perpendicolare al terreno e passante per il baricentro del veicolo
- Asse Y<sub>b</sub>: rende destrorsa la terna

La terna appena definita si muoverà solidale al veicolo e verrà usata per esprimere i movimenti relativi della massa sospesa del veicolo.

Per completare il quadro dei sistemi di riferimento bisogna introdurre i sistemi di riferimento per le ruote del veicolo: ve ne sarà uno per ciascuna ruota in modo da poter esprimere le forze esercitate dagli pneumatici in un sistema di riferimento "locale" per poi trasportare le forze esercitate dagli pneumatici nel sistema di riferimento del veicolo.



Figura 2.5: Sistema di riferimento ruota

Il sistema di riferimento ha origine  $O_W$  nel centro della ruota, dove viene considerata concentrata ciascuna massa non sospesa.

Gli assi sono diretti secondo le seguenti specifiche:

- Asse X<sub>W</sub> parallelo al terreno ed all'asse X<sub>b</sub> del sistema assi corpo
- Asse  $Z_W$  perpendicolare al terreno e parallelo all'asse  $Z_b$  del sistema assi corpo
- Asse Y<sub>W</sub> diretto verso l'esterno del veicolo

Le terne assi ruota sono destrorse o sinistrorse nel caso siano riferite alle ruote di sinistra o destra: è stato necessario tollerare questa difformità per poter adattare in maniera semplice il complesso

modello pneumatico che è stato inserito nel simulatore, come verrà chiarito in maniera più esaustiva nel paragrafo dedicato al modello pneumatico.

Una volta presentati tutti i sistemi di riferimento è possibile effettuare un'analisi dei gradi di libertà di cui è dotato il veicolo per spiegare i movimenti relativi ed assoluti che sono stati considerati nella modellizzazione del veicolo:

- Movimento del veicolo come corpo rigido lungo l'asse X<sub>b</sub>
- Movimento del veicolo come corpo rigido lungo l'asse Y<sub>b</sub>
- Rotazione del veicolo come corpo rigido attorno all'asse  $Z_b$  (imbardata)
- Movimento della massa sospesa lungo l'asse Z<sub>b</sub> (scuotimento verticale)
- Rotazione della massa sospesa attorno l'asse X<sub>b</sub> (rollio)
- Rotazione della massa sospesa attorno l'asse Y<sub>b</sub> (beccheggio)
- Movimento di ciascuna massa sospesa lungo il rispettivo asse Z<sub>W</sub> (scuotimento verticale)
- Rotazione di ciascuna ruota attorno il rispettivo asse Y<sub>W</sub> (spin)

Questa lista permette di effettuare un veloce calcolo dei gradi di libertà del sistema, che risultano essere 14: vi sarà quindi un'equazione di equilibrio alla traslazione o rotazione per ciascun grado di libertà in modo da poter calcolare tutte le variabili coinvolte nel problema.

Non presente nella lista dei gradi di libertà è l'angolo di slittamento laterale  $\beta$ : questo angolo, che deriva da un calcolo relativo alle velocità lungo gli assi X<sub>b</sub> ed Y<sub>b</sub>, risulta essere in realtà di notevole importanza per la dinamica veicolo in quanto portatore di informazioni riguardo alla natura sottosterzante o sovrasterzante del veicolo in esame.

L'angolo di slittamento laterale è definito come l'angolo fra il vettore velocità assoluta del veicolo V e l'asse  $X_b$  della terna assi corpo, come è possibile osservare in figura 2.3.

Per le terne destrorse è stata utilizzata come convenzione per i segni delle rotazioni la regola della mano destra, come è possibile osservare in figura 2.4.

Le uniche 2 terne sinistrorse presenti sono quelle relative alle due ruote di sinistra ed in questo caso è stata adottata la regola della mano sinistra.

# 3.Equazioni del moto e modello Simulink

In questo capitolo verrà innanzitutto presentato il diagramma a blocchi del modello Simulink, utile per analizzare in dettaglio la struttura del simulatore e le equazioni contenute al suo interno.

Verranno inoltre presentati tutti i modelli matematici necessari per il funzionamento del simulatore.

### 3.1 Diagramma a blocchi Simulink

Come anticipato nell'introduzione, il modello è stato implementato in ambiente Simulink per diverse motivazioni: innanzitutto tale software è ampiamente utilizzato in ambito accademico ed è ben conosciuto all'interno del gruppo di ricerca di Macchine del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Bologna.

In secondo luogo l'utilizzo di tale software risulta intuitivo per la sua natura di programmazione grafica rendendo facile la costruzione di simulatori anche piuttosto complessi.

Infine vi è la possibilità di compilare in maniera automatica i modelli creati in linguaggi adatti ad applicazioni di tipo realtime.



Figura 3.1: Schema a blocchi Simulink

Come è possibile osservare della figura precedente, il modello Simulink è stato suddiviso in diversi sottosistemi per ottenere un layout il più possibile "ordinato" e raggruppare i modelli matematici afferenti alla medesima parte del sistema modellato.

Ci si avvarrà del diagramma a blocchi per presentare i modelli matematici ed analizzare il flusso di informazioni all'interno del simulatore.

I due blocchi colorati in grigio contengono le equazioni relative alla dinamica longitudinale e laterale che riguardano il veicolo intero inteso come corpo rigido e la massa sospesa.

In arancione vi è il blocco denominato "Masse non sospese" dove sono implementate le equazioni dinamiche relativo allo scuotimento verticale delle masse non sospese.

Il blocco "Sospensioni" contiene i modelli per la generazione delle forze esercitate dalle sospensioni e della cinematica delle stesse.

Nei blocchi "Velocità Ruote" e "Scorrimenti Ruote" avviene il calcolo di alcune grandezze che sono gli input per il modello pneumatico scelto contenuto nel blocco "Forze Pneumatici".

Infine nel blocco "Traiettoria" vi è il calcolo delle grandezze necessarie per la definizione della traiettoria seguita dal veicolo.

Nei successivi paragrafi, basandosi sul layout del simulatore appena presentato, verranno riportati i modelli matematici che costituiscono l'intero modello veicolo.

Il modello matematico presentato è tratto per la maggior parte da [4] e da [5], con l'integrazione di altri modelli matematici prelevati da articoli scientifici che saranno indicati caso per caso.

In particolare le equazioni relative alla dinamica longitudinale e laterale derivano da opportune semplificazioni delle equazioni ritrovate in [4], ottenute dall'autore tramite una complessa elaborazione con il principio dei lavori virtuali.

Non verranno riportate le figure contenenti i singoli sottoblocchi in quanto "semplici traduzione" in linguaggio Simulink delle equazioni presentate.

### **3.2 Dinamica Longitudinale**

Il blocco relativo alla dinamica longitudinale contiene 3 equazioni:

- equazione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse X<sub>b</sub>
- equazione di equilibrio alla traslazione della massa sospesa lungo l'asse Z<sub>b</sub>
- equazione di equilibrio alla rotazione della massa sospesa attorno all'asse  $Y_b$

Si procedere ora ad riportare le singole equazioni ed ad analizzarne i vari termini.

#### 3.2.1 Equilibrio alla traslazione in direzione $X_b$

La prima equazione che viene presentata è quella relativa all'equilibrio alla traslazione del veicolo lungo l'asse  $X_b$  e che permette di calcolare la velocità del veicolo lungo tale asse.

$$m\dot{u} = mv\dot{\psi} + m_{s}\ddot{\theta}r_{pc}\sin\varepsilon + F_{x-AD}\cos\delta_{AD} + F_{y-AD}\sin\delta_{AD} + F_{x-AD}\cos\delta_{AD} + F_{y-AS}\sin\delta_{AS} + F_{x-PD}\cos\delta_{PD} + F_{y-PD}\sin\delta_{PD} + F_{x-PS}\cos\delta_{PS} + F_{y-PS}\sin\delta_{PS} - \frac{1}{2}\rho SC_{x}u^{2}$$

$$(3.1)$$

dove per i simboli utilizzati si fa riferimento alla lista presente al termine dell'elaborato ed i simboli con il punto sovrascritto indicano la derivata temporale (prima o seconda) di tale grandezza. Per una più facile interpretazione dell'equazione si fa riferimento alla figura seguente.



Figura 3.2: Forze agenti sul veicolo

Risulta evidente come i principali fattori dell'accelerazione o decelerazione del veicolo siano le componenti delle forze esercitate dagli pneumatici in direzione  $X_b$  e la resistenza aerodinamica a cui è sottoposto il veicolo.

Per quanto riguarda gli angoli di convergenza degli pneumatici si è scelto come angolo di convergenza positivo una convergenza di tipo toe-in.

Nell'equazione inoltre sono presenti altri contributi, di tipo inerziale, dovuti al beccheggio della massa sospesa ed alla sterzatura del veicolo.

Non sono stati invece considerati effetti dovuti alla pendenza del terreno in quanto si è ipotizzato che il veicolo, durante le simulazioni, si muovesse su una superficie piana.

L'integrazione per via numerica di questa equazione permette di calcolare la componente lungo l'asse  $X_b$  della velocità del veicolo.

#### 3.2.2 Equilibrio alla traslazione in direzione $Z_b$

La seconda equazione contenuta all'interno della dinamica longitudinale riguarda l'equilibrio alla traslazione della massa sospesa in direzione  $Z_b$ : l'output di questa equazione è la variazione della posizione del baricentro della massa sospesa rispetto alla condizione di equilibrio statico del veicolo motivo per il quale risulta semplificata rispetto alla versione che si ritrova in letteratura.

$$m_{s}\ddot{z}_{s} = \frac{1}{2}\rho S(c_{zf} + c_{zr})V^{2} + m_{s}\ddot{\theta}r_{pc}\cos\varepsilon - F_{zs-AD} - F_{zs-AS} - F_{zs-PD} - F_{zs-PS} \quad (3.2)$$

Anche in questo per una più facile interpretazione dell'equazione si fa riferimento ad uno schema contenuto nella figura seguente.



Figura 3.3: Schematizzazione della dinamica verticale del veicolo

L'equazione appena presentata rappresenta quindi il bilancio delle forze in direzione verticale (positiva come indicata in figura) nella quale però non compare l'effetto della forza peso.

Tale peculiarità è spiegata dal fatto che nella modellizzazione scelta si è deciso di considerare le variazioni rispetto alla condizione di equilibrio a veicolo fermo: si suppone quindi che a veicolo fermo il peso della massa sospesa sia bilanciato dalle sospensioni.

L'equazione quindi permette di calcolare la variazione della posizione del baricentro della massa sospesa rispetto a tale condizione di equilibrio: nel caso si volesse conoscere l'altezza del baricentro della massa sospesa rispetto al suolo sarebbe sufficiente sommare al valore di riposo dell'altezza del baricentro la sua variazione.

Viene considerata anche l'azione della forza aerodinamica separatamente per i due assi in quanto sono stati forniti dal costruttore del veicolo tali dati.

Le forze esercitate dalle sospensioni (anch'esse variazioni rispetto alla condizione di equilibrio) hanno verso positivo verso il basso per motivazioni che verranno chiarite nel paragrafo dedicato al modello matematico di tali elementi.

#### 3.2.3 Equilibrio alla rotazione attorno all'asse $Y_b$

L'ultima equazione compresa all'interno della dinamica longitudinale riguarda l'equilibrio alla rotazione della massa sospesa attorno all'asse Yb, la cui integrazione permette di calcolare l'angolo di beccheggio del veicolo.

Per una migliore comprensione dell'equazione si fa sempre riferimento allo schema riportato nel paragrafo precedente.

L'equazione è la seguente:

$$J_{y}\ddot{\theta} = (F_{zs-AD} + F_{zs-AS})a - (F_{zs-PD} + F_{zs-PS})b - m_{s}\ddot{z}_{s}d_{pc} + \frac{1}{2}\rho SV^{2}(c_{zf}a - c_{zr}b) + + \dot{u}\{m_{s}h + m_{ns-ant}[(r_{l-AD} - h_{cra}) + (r_{l-AS} - h_{cra})] + m_{ns-pos}[(r_{l-PD} - h_{crp}) + (r_{l-PS} - h_{crp})]\} + (F_{x-AD}\cos\delta_{AD} + F_{y-AD}\sin\delta_{AD})(r_{l-AD} - h_{cra}) + (F_{x-AS}\cos\delta_{AS} + F_{y-AS}\sin\delta_{AS})(r_{l-AS} - h_{cra}) + (F_{x-PD}\cos\delta_{PD} + F_{y-PD}\sin\delta_{PD})(r_{l-PD} - h_{crp}) + (F_{x-PS}\cos\delta_{PS} + F_{y-PS}\sin\delta_{PS})(r_{l-PS} - h_{crp})$$
(3.3)

All'interno dell'equazione si ritrovano diversi contributi: innanzitutto il contributo delle sospensioni, che risulta di segno opposto per i due assi.

Vengono inoltre considerati gli effetti inerziali dovuti all'accelerazione longitudinale della massa sospesa e delle masse non sospese ed anche gli effetti delle forze aerodinamiche sui due assi.

Anche in questo caso, come per il caso dell'equazione di equilibrio lungo l'asse  $X_b$ , un notevole contributo è rappresentato dalle forze esercitate dagli pneumatici, che manifestano la loro azione sotto forma di coppie riferite ai centri di rollio dei rispettivi assi.

Con questa equazione si conclude la parte relativa alla dinamica longitudinale del modello: nella prossima sezione verranno presentate le equazioni relative alla dinamica laterale del veicolo.

### 3.3 Dinamica laterale

Con il termine dinamica laterale si indicano le seguenti equazioni:

- equazione di equilibrio alla traslazione lungo l'asse Y<sub>b</sub>
- equazione di equilibrio alla rotazione attorno all'asse X<sub>b</sub>
- equazione di equilibrio alla rotazione attorno all'asse Z<sub>b</sub>

Nei prossimi paragrafi verranno presentate ed analizzate le equazioni sopra citate.

#### 3.3.1 Equilibrio alla traslazione lungo l'asse Y<sub>b</sub>

La prima equazione relativa alla dinamica laterale che si riporta permette lo studio dell'equilibrio alla traslazione lungo l'asse  $Y_b$  e il calcolo della componente laterale della velocità del veicolo:

$$m\dot{v} = F_{x-AD}\sin\delta_{AD} - F_{y-AD}\cos\delta_{AD} - F_{x-AS}\sin\delta_{AS} + F_{y-AS}\cos\delta_{AS} + F_{x-PD}\sin\delta_{PD} - F_{y-PD}\cos\delta_{PD} - F_{x-PS}\sin\delta_{PS} + F_{y-PS}\cos\delta_{PS} + m_sh\ddot{\phi}\cos\phi - mu\dot{\Psi}$$
(3.4)

Anche in questo caso si riporta uno schema per una migliore comprensione dell'equazione riportata.



Figura 3.4: Schematizzazione della dinamica laterale del veicolo

Anche in questo caso i maggiori contributi all'accelerazioni in direzione laterale derivano dalle componenti delle forze degli pneumatici in direzione  $Y_b$ : i segni delle forze derivano dal verso positivo prescelto che è rappresentato nella figura precedente.

Nell'equazione è presente anche un contributo inerziale dovuto al rollio della massa sospesa mentre non sono stati considerati contributi dovuti alla forza aerodinamica in quanto non vi erano a disposizione dati relativi al coefficiente di generazione di forza aerodinamica laterale.

Attraverso l'integrazione dell'equazione riportata è possibile ricavare il valore istantaneo della velocità laterale, che risulta particolarmente importante per il calcolo di alcune grandezze di rilievo per la caratterizzazione della dinamica veicolo quali l'angolo di slittamento laterale e l'accelerazione laterale del veicolo.

#### 3.3.2 Equilibrio alla rotazione attorno all'asse $X_b$

Per la stesura dell'equazione di equilibrio attorno all'asse  $X_b$  si sono utilizzati, oltre ai testi citati, anche alcuni paper ([6-8]) pubblicati dalla SAE: in particolare è risultato particolarmente utile l'approccio presentato in [6].

Questa equazione permette il calcolo dell'angolo di rollio della massa sospesa attorno all'asse  $X_b$  della terna assi corpo.

L'equazione è la seguente:

$$J_{x}\ddot{\phi} = m_{s}h(\dot{v} + u\dot{\Psi}) + J_{xz}\ddot{\Psi} - m_{s}gh\sin\phi + (F_{zs-AD} - F_{zs-AS})\frac{t_{a}}{2} + (F_{zs-PD} - F_{zs-PS})\frac{t_{p}}{2} + \phi\left(k_{aux-ant}\frac{t_{a}^{2}}{2} + k_{aux-pos}\frac{t_{p}^{2}}{2}\right) + M_{x-AD} - M_{x-AS} + M_{x-PD} - M_{x-PS} + (F_{x-AD}\sin\delta_{AD} - F_{y-AD}\cos\delta_{AD})(r_{l-AD} - h_{cra}) + (-F_{x-AS}\sin\delta_{AS} + F_{y-AS}\cos\delta_{AS})(r_{l-AS} - h_{cra}) + (F_{x-PD}\sin\delta_{PD} - F_{y-PD}\cos\delta_{PD})(r_{l-PD} - h_{crp}) + (-F_{x-PS}\sin\delta_{PS} + F_{y-PS}\cos\delta_{PS})(r_{l-PS} - h_{crp})$$
(3.5)

In questa equazione sono presenti diversi contributi, per meglio comprendere i quali si farà riferimento alla figura seguente.



Figura 3.5: Schematizzazione della dinamica di rollio del veicolo

Vi sono innanzitutto i contributi inerziali, che coinvolgono anche il momento di inerzia misto, relativi all'imbardata del veicolo.

Oltre al normale contributo delle sospensioni viene considerata anche una rigidezza ausiliaria, una per l'asse anteriore ed una per l'asse posteriore, per tenere conto dell'azione delle barre anti-rollio normalmente installate su tutti i veicoli.

Ancora una volta gli pneumatici rappresentano una parte importante dell'equazione, sebbene le motivazioni della presenza di tale contributo non siano di immediata intuizione.

Difatti la massa sospesa non è collegata direttamente agli pneumatici ma grazie alla modellazione del centro di rollio è possibile tenere conto anche delle forze trasmesse alla massa sospesa attraverso le sospensioni, come evidenziato in [6].

L'integrazione dell'equazione permette il calcolo dell'angolo di rollio della massa sospesa che sarà utile nel calcolo dello schiacciamento delle sospensioni, come si evidenzierà nel paragrafo dedicato a tale argomento.

#### 3.3.3 Equilibrio alla rotazione attorno all'asse $Z_b$

L'ultima equazione appartenente alla dinamica laterale riguarda l'equilibrio alla rotazione dell'intero veicolo attorno all'asse  $Z_b$  della terna assi corpo.

L'integrazione di questa equazione fornisce il valore istantaneo della velocità di imbardata del veicolo: attraverso un'ulteriore integrazione si ricava il valore dell'angolo di imbardata assoluto con il quale si individua la direzione dell'asse di simmetria del veicolo all'interno del sistema di riferimento assi terra.

L'equazione è la seguente:

$$J_{z}\ddot{\Psi} = J_{xz}\ddot{\phi} - m_{s}\phi h\dot{u} + a\left(F_{x-AD}\sin\delta_{AD} - F_{y-AD}\cos\delta_{AD} - F_{x-AS}\sin\delta_{AS} + F_{y-AS}\cos\delta_{AS}\right) + + \frac{t_{a}}{2}\left(F_{x-AD}\cos\delta_{AD} + F_{y-AD}\sin\delta_{AD} - F_{x-AS}\cos\delta_{AS} - F_{y-AS}\sin\delta_{AS}\right) + + b\left(-F_{x-PD}\sin\delta_{PD} + F_{y-PD}\cos\delta_{PD} + F_{x-PS}\sin\delta_{PS} - F_{y-PS}\cos\delta_{PS}\right) + + \frac{t_{P}}{2}\left(F_{x-PD}\cos\delta_{PD} + F_{y-PD}\sin\delta_{PD} - F_{x-PS}\cos\delta_{PS} - F_{y-PS}\sin\delta_{PS}\right) + -M_{z-AD} + M_{z-AS} - M_{z-PD} + M_{z-AS}$$

$$(3.6)$$

Per una più facile interpretazione dell'equazione si fa riferimento alla figura 3.4.

Anche in questo caso le forze esercitate dagli pneumatici rappresentano la maggior parte dei termini presenti nell'equazione, oltre ad effetti inerziali dovuti al rollio della massa sospesa.

Nell'equazione si è tenuto conto non solo degli angoli di convergenza degli pneumatici anteriori, che possono assumere anche valori rilevanti se il veicolo viene sterzato, ma anche di quelli posteriori che nella maggior parte dei veicoli sono non nulli (anche se molto piccoli) per costruzione e che possono variare per lo schiacciamento o l'estensione delle sospensioni.

Con la precedente equazione si conclude il blocco dedicato alla equazioni costituenti la dinamica laterale: nel prossimo paragrafo verrà mostrato come si effettua il calcolo della traiettoria seguita del veicolo, essendo state presentate in questo paragrafo tutte le variabili necessarie per tale calcolo.

#### 3.4 Traiettoria del veicolo

Nei precedenti paragrafi sono state riportate le equazioni con le quali vengono calcolate i principali parametri della dinamica veicolo all'interno del sistema di riferimento assi corpo: tali variabili possono essere utilizzate per la ricostruzione della traiettoria del veicolo all'interno della terna assi terra.

Anche in questo caso si riporta uno schema per una più facile comprensione dei calcoli riportati.



Figura 3.6: Traiettoria del veicolo

Come è possibile osservare dallo schema riportato in figura, le due variabili u e v costituiscono le componenti della velocità assoluta del veicolo V lungo gli assi  $X_b$  ed  $Y_b$  della terna assi corpo.

Proiettando in maniera opportuna queste velocità lungo gli assi della terna assi terra è possibile calcolare le velocità assolute lungo gli assi  $X_e$  ed  $Y_e$  e successivamente, attraverso l'integrazione delle due velocità, ottenere le coordinate del baricentro (X,Y) nel sistema di riferimento fisso al terreno.

$$\begin{cases} X = \int (u\cos\Psi - v\sin\Psi)dt \\ Y = \int (u\sin\Psi + v\cos\Psi)dt \end{cases}$$
(3.7)

Oltre alla traiettoria percorsa del veicolo, le componenti u e v permettono anche il calcolo del modulo del vettore velocità assoluta del veicolo, secondo la seguente espressione.

$$|V| = \sqrt{u^2 + v^2}$$
 (3.8)

Un'ulteriore informazione che può essere ricavata da u e v è il cosiddetto angolo di slittamento laterale  $\beta$ :

$$\beta = \arctan\left(\frac{v}{u}\right) \quad (3.9)$$

Questo parametro, negli studi di dinamica veicolo, ha un ruolo di fondamentale importanza in quanto fornisce informazioni sulla natura sottosterzante o sovrasterzante del veicolo, come viene riportato in [5].

Si prendano ad esempio i due casi riportati nella figura seguente:



Figura 3.7: Sottosterzo e sovrasterzo del veicolo

Il veicolo in esame, riportato con una schematizzazione di tipo a bicicletta ([5], ma le considerazioni che verranno fatte sono valide anche per un veicolo a 4 ruote), sta percorrendo una curva a sinistra ma nei due casi il comportamento è differente: infatti nel caso di sinistra, per le convenzioni di segno adottate, velocità di imbardata e angolo di slittamento laterale hanno lo stesso segno e il veicolo manifesta la tendenza a puntare il muso fuori dalla curva ("*nose out*"), evidenziano un comportamento comunemente definito sottosterzante.

Nel caso di destra invece si ha la situazione opposta: velocità di imbardata e angolo di slittamento laterale hanno segni opposti ed il veicolo tende a puntare il muso verso l'interno della curva ("*nose in*").

In questo caso si parla di comportamento sovrasterzante, che, se estremizzato, può portare ad instabilità dinamica il veicolo.

Un comune veicolo presenta entrambi questi comportamenti, a seconda della velocità con cui viene effettuata una specifica manovra: il passaggio da un comportamento sottosterzante ad un comportamento sovrasterzante avviene ad una velocità caratteristica detta velocità di tangenza, per la quale il veicolo ha angolo di slittamento laterale nullo e viene definito neutro.

Un altro parametro utilizzato per valutazioni di tipo prestazionale è l'accelerazione laterale a cui è sottoposto il veicolo durante una determinata manovra.

Il valore numerico dell'accelerazione laterale può essere ricavato tramite il seguente calcolo, come riportato in [3] e [9]:

$$a_y = \frac{\dot{v} + u\dot{\Psi}}{g} \quad (3.10)$$

Questo parametro fornisce informazioni su quanto il veicolo sfrutti al meglio gli pneumatici in curva ed è particolarmente importante per la valutazione delle prestazioni di veicoli sportivi.

#### 3.5 Dinamica delle masse non sospese

#### 3.5.1 Dinamica verticale

In questo paragrafo si riporteranno le equazioni relative alla dinamica delle 4 masse non sospese con cui sono state modellate le 4 ruote del veicolo.

La modellazione di questi elementi risulta importante in quanto hanno il compito di collegare la massa sospesa al terreno e, come è stato evidenziato anche nei paragrafi relativi alla dinamica della masse sospesa, trasmettono anche ad essa attraverso le sospensioni le forze esercitate dagli pneumatici.

Per la modellazione di questa parte le fonti bibliografiche di maggiori interesse sono [6,9].

L'equazione relativa alla dinamica verticale della massa non sospesa anteriore destra è la seguente:

$$m_{ns-AD}\ddot{z}_{ns-AD} = \frac{F_{zs-AD}}{q_{ant}} + \left(F_{x-AD}\sin\delta_{AD} - F_{y-AD}\cos\delta_{AD}\right)\sin(\gamma+\phi) + \frac{q_{ant}}{\left[M_{x-AD} + \left(F_{x\_AD}\sin\delta_{AD} - F_{y-AD}\cos\delta_{AD}\right)\left(r_{e-AD} - h_{cra}\right) + \right]}{t_a} + (3.11)$$
$$-\frac{M_{x-AS} - \left(F_{xAS}\sin\delta_{AS} - F_{y-AS}\cos\delta_{AS}\right)\left(r_{e-AS} - h_{cra}\right)}{t_a}$$

Come può essere osservato dall'espressione precedente sono presenti diversi contenuti all'interno dell'equazione: innanzitutto vi è la forza trasmessa dalla sospensioni opportunamente corretta dal motion ratio delle sospensioni anteriori.

Il motion ratio è un parametro che tiene conto della non-idealità delle sospensioni: in particolare, come evidenziato in [3], quando la ruota si muove verticalmente la compressione od estensione della molla della sospensione non è della stessa entità dello spostamento della ruota.

$$q_{ant/pos} = \frac{\Delta Z_{sosp}}{\Delta Z_{pne}} \qquad (3.12)$$

Questo parametro è solitamente maggiore di 1, in quanto le molle delle sospensioni si comprimono meno di quanto si muovano verticalmente le ruote.



Figura 3.8: Motion ratio delle sospensioni

Lo schema riportato in figura precedente è stato volutamente riportato con proporzioni enfatizzate per meglio chiarire i concetti espressi in precedenza: osservando la figura è possibile intuire che lo spostamento nel punto A di ancoraggio della molla è inferiore rispetto allo spostamento nel punto B, dove si considera vincolato lo pneumatico al braccio della sospensione. In particolare si avrà:

$$\frac{\Delta Z_{sosp}}{\Delta Z_{pne}} = \frac{AC}{AB} \quad (3.13)$$

dove i simboli utilizzati fanno riferimento agli elementi indicati in figura.

Questo rapporto nel caso in esame è quindi fisso e dato dalla struttura della sospensione stessa.

La forza esercitata dalla sospensione  $F_{zs-A}$  sarà trasmessa alla massa non sospesa nel punto B con un modulo dato dalle seguente relazione:

$$F_{zs-B} = \frac{F_{zs-A}}{q_{ant}} \quad (3.14)$$

Questa relazione deriva dall'equivalenza della coppia prodotta attorno al punto C dalla due forze considerate: dato che il motion ratio è per ipotesi maggiore di 1 si avrà che la forza esercitata dalla sospensione sarà trasmessa con un modulo inferiore alla massa non sospesa, come riportato nell'equazione (3.11).

I concetti appena introdotti relativi al motion ratio verranno ripresi anche nel capitolo relativo alle sospensioni, in quanto tale parametro risulterà influente anche nel calcolo delle forze esercitate dalle sospensioni stesse.

Nell'equazione sono presenti anche i contributi relativi alla rigidezza ed allo smorzamento del modello attribuito allo pneumatico, che si oppongo al movimento della massa non sospesa.

Una parte importante ancora una volta è rappresentata dalle forze esercitate dagli pneumatici [6]: vi è un primo contributo dovuto al pneumatico relativo alla massa non sospesa in oggetto, con il quale si tiene conto del fatto che gli pneumatici non sono perpendicolari al terreno ma sono inclinati di un angolo, detto angolo di camber, rispetto alla verticale al terreno. Per chiarimenti sulla parte degli pneumatici e degli angoli caratteristici si rimanda al capitolo dedicato.

L'ultimo contributo presente nell'equazione è quello relativo alle forze esercitate dagli pneumatici dell'asse in esame: tale contributo era presente sotto forma di coppia anche nell'equazione di rollio della massa sospesa ma in questo caso viene trasformato in una forza grazie alla divisione per la larghezza dell'asse.

L'inserimento di questo contributo, non sempre presente in letteratura, è stato possibile grazie all'adozione del modello del centro di rollio, come evidenziato in [6]: così facendo si tiene conto delle cosiddetta jacking forces, che sono forze verticali agenti sulle sospensioni che si creano quando non vi è simmetria fra le forze esercitate dagli pneumatici dello stesso asse [10].

L'equazione (3.11), se opportunamente integrata, permette di calcolare lo spostamento verticale del centro della massa non sospesa anteriore destra: tale quantità risulterà importante per il calcolo di altri parametri, come verrà meglio evidenziato nei prossimi paragrafi dell'elaborato.

Si riporta anche l'equazione relativa alla dinamica della massa non sospesa anteriore sinistra, in quanto questa presenta alcune rilevanti differenze rispetto all'omologa relativa alla massa non sospesa anteriore destra.

$$m_{ns-As}\ddot{z}_{ns-AS} = \frac{F_{zs-AS}}{q_{ant}} - \left(F_{x-AS}\sin\delta_{AS} - F_{y-AS}\cos\delta_{AS}\right)\sin(\gamma+\phi) + \frac{1}{\left[-M_{x-AD} - \left(F_{x\_AD}\sin\delta_{AD} - F_{y-AD}\cos\delta_{AD}\right)\left(r_{e-AD} - h_{cra}\right) + \right]}{t_a} + (3.15) - \frac{M_{x-AS} + \left(F_{xAS}\sin\delta_{AS} - F_{y-AS}\cos\delta_{AS}\right)\left(r_{e-AS} - h_{cra}\right)}{t_a}$$

La struttura generale dell'equazione è la medesima, tuttavia i contributi relativi agli pneumatici hanno segno opposto poiché, come si vedrà più avanti nel capitolo dedicato agli pneumatici, sono stati scelti dei sistemi di riferimento diversi per le ruote di destra e sinistra.

Per quelle che riguarda le masse non sospese posteriori non si riportano le equazioni poiché, con le dovute distinzioni fra la parte destra e sinistra del veicolo, le equazioni hanno la medesima forma generale delle equazioni relative alle 2 masse non sospese anteriori.

La parte relativa alla dinamica delle masse non sospese comprende le equazioni citate fino ad ora: grazie al calcolo degli spostamenti verticali di quest'ultime è possibile caricare i carichi verticali applicati sulle ruote, input fondamentale per il modello di generazione delle forze a terra degli pneumatici.

#### 3.5.2 Carichi verticali

Come anticipato in precedenza il modello assume come ipotesi fondamentale che il veicolo si trovi in condizioni di equilibrio quando è fermo ed "appoggiato" sul piano rappresentante il terreno: i carichi sulle ruote statici derivano appunto da questa condizione e, tramite una misurazione fatta direttamente sul veicolo, permettono di conoscere la posizione del baricentro del veicolo stesso.

Una delle ipotesi fondamentali alla base della modellazione è che il veicolo sia simmetrico rispetto all'asse longitudinale  $X_b$  e questo impone che il baricentro del veicolo si trovi su tale asse: non viene considerato quindi alcuno scostamento laterale del baricentro rispetto alla mezzeria del veicolo ed i carichi statici delle ruote di destra e sinistra sono equivalenti.

Nota la posizione del baricentro i carichi statici sulle ruote anteriori e posteriori possono essere calcolati con le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} F_{z0-ant=} \frac{mgb}{2l} \\ F_{z0-pos} \frac{mga}{2l} \end{cases}$$
(3.16)

I carichi statici vengono poi corretti dai trasferimenti di carico legati alle manovre effettuate dal veicolo ([3,5]): essendo presente un modello molla smorzatore per gli pneumatici le variazioni di carico delle singole ruote saranno quindi legati ai movimenti delle relative masse non sospese. In particolare il carico istantaneo di ciascuna ruota può essere calcolato come segue:

$$F_{z} = F_{z0} - c_{pne} \dot{z}_{ns} - k_{pne} z_{ns} \quad (3.17)$$

Le variazioni di carico hanno segno meno in quanto, a seguito di uno spostamento positivo (verso l'alto) della massa non sospesa, corrisponde una diminuzione di carico verticale sullo pneumatico: si ha la situazione inversa nel caso di spostamento negativo della massa non sospesa.

L'applicazione di questa formula a livello numerico va tuttavia eseguita con alcune accortezze: difatti nel caso di manovre estreme ed eccessivi spostamenti delle masse non sospese si può verificare che il carico ruota diventi negativo e ciò non è fisicamente accettabile.

Per evitare ciò è quindi opportuno saturare il carico ruota fra 0 ed infinito con un opportuno blocco in Simulink: la situazione di carico nullo indica che la ruota è sollevata e non tocca il terreno e con questo accorgimento è possibile simulare, seppure grossolanamente, anche tale situazione.

Terminata la parte relativa ai carichi ruote, nel prossimo paragrafo verrà tratta la parte relativa alla dinamica di rotazione delle ruote.

### **3.6 Dinamica di spin delle ruote**

In questo paragrafo verrà analizzata la dinamica di rotazione attorno all'asse di spin delle ruote: il simulatore è stato pensato per avere quattro ruote alle quali è possibile applicare coppie motrici o frenanti in maniera indipendente le une dalle altre.

Questo aspetto è particolarmente importante nel caso sia necessario simulare powertrain non tradizionali in cui la coppia non viene ripartita uniformemente fra le ruote del veicolo, cosa che il tradizionale modello a bicicletta non avrebbe permesso.

L'equazione dinamica di equilibrio alla rotazione attorno all'asse di spin è posta in forma generica all'interno del simulatore (quindi replicata 4 volte) mentre ciò che si differenzia per ciascuna ruota sono gli input del blocco di simulazione, che sono appunto gestiti in maniera indipendente per le 4 ruote.

Anche in questo caso, per una migliore comprensione delle equazioni riportate ci si avvale di uno schema, rappresentato nella figura seguente.

Con il termine asse di spin si intende quell'asse attorno al quale la ruota ha il moto di rotolamento e che quindi segue la sterzatura della ruota: con riferimento alla figura seguente, tale asse passa per il centro della ruota ed è uscente dal piano.



Figura: 3.9: Dinamica rotazionale delle ruote

L'equazione dinamica di equilibrio alla rotazione all'asse di spin delle ruote è la seguente:

$$J\dot{\omega} = T_d - T_{bra} + M_{fric} - F_x r_l \qquad (3.18)$$

dove i termini di coppia presenti hanno verso positivo come indicato in figura.

Analizzando i termini presenti nell'equazione è possibile fare alcune considerazioni: si è scelto per comodità di mettere due termini separati per la coppia motrice e frenante per poter collegare queste ultime eventualmente a due "pedali virtuali" in Simulink sebbene fosse necessario avere un solo termine con la somma algebrica delle due coppie.

Il termine relativo alla coppia di attrito al rotolamento ha segno positivo e questo in apparenza può risultare strano in quanto tale coppia è, per natura, dissipativa: tuttavia tale apparente incongruenza è spiegabile con la modellizzazione degli pneumatici, all'interno della quale è compreso anche il modello della coppia di attrito.

In tale modello, come si evidenzierà nel capitolo dedicato, si tiene già conto del segno della velocità di rotolamento dello pneumatico (per permettere anche l'inversione del moto) e per tale motivo non è stato necessario tenerne conto nell'equazione appena presentata.

L'ultimo termine presente è relativo alla forza esercitata dallo pneumatico: questa ha segno negativo in quanto è la componente che, a seguito dell'applicazione di una coppia motrice, oltre a provocare il movimento del veicolo, contribuisce all'equilibrio dinamico della ruota.

L'integrazione dell'equazione permette di calcolare la velocità di rotazione istantanea di ciascuna ruota: tale parametro è necessario per il calcolo delle forze longitudinali degli pneumatici ed anche per l'interpolazione delle mappe di generazione di coppia dei motori elettrici.

#### 3.7 Sospensioni

Le sospensioni, in un modello a parametri concentrati come quello qui presentato, costituiscono una delle parti più delicate da modellare in quanto la loro complessa cinematica è difficile da sintetizzare in un modello semplificato come quello molla smorzatore.

Tuttavia in letteratura è possibile ritrovare numerosi esempi ([6,7,11,ecc]) in cui questa semplice modellazione è stata adottata, con i suoi pregi e difetti: difatti tale modellazione richiede davvero un esiguo numero di parametri (rigidezza delle molle e coefficiente di smorzamento per gli

ammortizzatori) e può essere completata con mappe per legare gli angoli di convergenza e camber con lo schiacciamento o l'estensione della sospensione.

Tuttavia questa modellazione fa perdere alcune aspetti (come la non infinta rigidezza dei bracci delle sospensioni) che invece possono essere contemplati in software agli elementi finiti, il cui uso però non si addice a modelli a parametri concentrati come quello in oggetto.

Riportate la dovute premesse si procede a presentare la modellazione scelta per le sospensioni.

La forza generata da ciascuna sospensione è in realtà una variazione di forza rispetto alla condizione di equilibrio del veicolo, come già riportato nei paragrafi precedenti: effettuando quindi una simulazione a veicolo fermo le sospensioni, per la modellazione scelta, non generano alcuna forza.

Ciò che provoca la generazione di forza sono i movimenti della massa sospesa e delle masse non sospese, che si combinano diversamente per le 4 sospensioni del veicolo e che verranno nel seguito riportate ed analizzate.

Per quanto riguarda la sospensione anteriore destra si ha:

$$\begin{cases} z_{s-AD} = z_s - \theta a - \phi \frac{t_a}{2} - \frac{z_{ns-AD}}{q_{ant}} \\ \dot{z}_{s-AD} = \dot{z}_s - \dot{\theta} a - \dot{\phi} \frac{t_a}{2} - \frac{\dot{z}_{ns-AD}}{q_{ant}} \end{cases}$$
(3.19)

Come può essere osservato dalle precedenti equazioni i moti di scuotimento verticale, beccheggio e rollio della massa sospesa e scuotimento verticale della massa non sospesa sono combinati (con le convenzioni di segno già viste) per fornire l'allungamento o schiacciamento della sospensione (relativo rispetto alla condizione di equilibrio del veicolo) con il quale è possibile calcolare la forza esercitata istantaneamente dalla sospensione.

Si tiene conto anche del motion ratio delle sospensioni per le motivazioni già riportate nel capitolo dedicato alla dinamica delle masse non sospese.

Essendo presente anche un modello di smorzatore è necessario calcolare anche la velocità di allungamento delle sospensioni derivando la prima equazione del sistema.

Un valore positivo delle variabili calcolate indica un'estensione delle sospensioni e quindi una forza diretta verso il basso per quanto riguarda la massa sospesa: per questo motivo nell'equazione relativa alla dinamica verticale le forze sono indicate con il segno meno (tale considerazione vale per le forze esercitate da tutte e 4 le sospensioni).

Nel caso invece delle equazioni delle masse non sospese le forze delle sospensioni hanno verso opposto (dirette verso l'altro) e quindi anche segno opposto.

Per la sospensione anteriore sinistra si ha:

$$\begin{cases} z_{s-AS} = z_s - \theta a + \phi \frac{t_a}{2} - \frac{z_{ns-AS}}{q_{ant}} \\ \dot{z}_{s-AS} = \dot{z}_s - \dot{\theta} a + \dot{\phi} \frac{t_a}{2} - \frac{\dot{z}_{ns-AS}}{q_{ant}} \end{cases}$$
(3.20)

Per la sospensione posteriore destra vale:

$$\begin{cases} z_{s-PD} = z_s + \theta b - \phi \frac{t_p}{2} - \frac{z_{ns-PD}}{q_{pos}} \\ \dot{z}_{s-PD} = \dot{z}_s + \dot{\theta} b - \dot{\phi} \frac{t_p}{2} - \frac{\dot{z}_{ns-PD}}{q_{pos}} \end{cases}$$
(3.21)

Infine per la sospensione posteriore sinistra si ha:

$$\begin{cases} z_{s-PS} = z_s + \theta b + \phi \frac{t_p}{2} - \frac{z_{ns-PS}}{q_{pos}} \\ \dot{z}_{s-PS} = \dot{z}_s + \dot{\theta} b + \dot{\phi} \frac{t_p}{2} - \frac{\dot{z}_{ns-PS}}{q_{pos}} \end{cases}$$
(3.22)

Una volta noti gli allungamenti di tutte le sospensioni è possibile calcolare le forze esercitate da quest'ultime con il seguente modello:

$$F_{zs} = k_s z_s + c_s \dot{z}_s \qquad (3.23)$$

Il modello di calcolo delle forze delle sospensioni è quindi molto semplice e con un numero esiguo di parametri necessari per la caratterizzazione: il modello può essere integrato con mappe ([12]) che tengano conto della cinematica delle sospensioni, che possono essere ricavate per via sperimentale o tramite software specifici (ad esempio Adams).

Dal momento che il costruttore del veicolo aveva a disposizioni tali dati è stato possibile inserirli all'interno del simulatore.

In particolare il valore dell'angolo di convergenza risulterà:

$$\delta = \delta_{steer} + \delta(z_s) \qquad (3.24)$$

Il valore istantaneo dell'angolo di convergenza (ricordando che è considerato positivo per una convergenza di tipo toe-in) è la somma dell'angolo di sterzo (imposto dal pilota attraverso il volante nel caso in esame, trattandosi di un veicolo tradizionale, solo sulle ruote anteriori) e di un contributo relativo alla cinematica delle sospensione che è solitamente non nullo in condizioni di veicolo fermo "appoggiato" a terra.

Il legame fra angolo di convergenza è schiacciamento delle sospensione può anche essere fortemente non lineare e per questi motivi è opportuno utilizzare delle mappe che sono interpolate con opportuni blocchi all'interno del simulatore.



Figura 3.10: Caratteristica angolo di convergenza- scuotimento delle sospensioni

Il grafico riportato contiene la mappa dell'angolo di convergenza in funzione dello scuotimento della sospensione contenuta nel simulatore: si è scelto di utilizzare una mappa poiché tale approccio risulta pratico e facilmente implementabile a livello software.

Per quanto riguarda l'angolo di camber delle sospensioni si fa riferimento alla figura seguente per facilitare la spiegazione delle convenzioni di segno adottate.



Figura 3.11: Angolo di camber delle ruote

Con riferimento alla figura precedente, nella quale si suppone il veicolo visto da dietro, si intende come angolo di camber l'angolo  $\gamma$  che vi è fra l'asse verticale passante per il centro della ruota e la verticale al terreno: in genere i veicoli hanno angoli di camber non nulli per costruzione (di solito negativi, considerando il verso positivo rappresentato nella figura precedente) e ciò influenza la generazione di forza laterale da parte degli pneumatici.

Tale angolo varia con lo schiacciamento delle sospensioni e per tenere conto di tale effetto è stata inserita un'apposita mappa all'interno del simulatore.



Figura 3.12: Caratteristica angolo di camber-scuotimento delle sospensioni

Anche in questo caso le mappe sono interpolate da un opportuno blocco Simulink che in output fornisce il valore istantaneo di camber di ciascuna sospensione, utilizzato come input per il modello pneumatico e nella parte di dinamica della masse non sospese.

Terminata la parte relativa alle sospensioni, nel prossimo paragrafo si procederà a riportare la parte di modellizzazione relativi agli pneumatici, una delle parti più complesse e delicate da modellare.

### 3.8 Modello pneumatico

Come anticipato in precedenza, la parte relativa alla modellazione delle sospensioni è risultata una delle più complesse e delicate dell'intero simulatore per varie motivazioni.

Va sottolineato che le forze generate dagli pneumatici , come può essere osservato esaminando i paragrafi precedenti, sono presenti nella maggior parte delle equazioni viste e ciò sottolinea il ruolo di primaria importanza che rivestono all'interno del simulatore e sul veicolo: esse infatti trasferiscono la potenza erogata dai motori attraverso il contatto pneumatico-suolo e generano le forze laterali necessarie per il controllo della traiettoria.

In letteratura è possibile ritrovare diversi tipi di modellazione per gli pneumatici: vi sono alcuni modelli puramente teorici, come ad esempio il modello a spazzola ([5]), che ben si adattano nel range di funzionamento lineare dello pneumatico ma non riescono ad essere altrettanto precisi quando lo pneumatico esce da tale range.

D'altra parte vi sono dei modelli puramente empirici che, pur non avendo alcuna base teorica, consentono di approssimare in modo sufficientemente accurato il comportamento degli pneumatici: il più noto di questi modelli è il modello di Pacejka, detto anche "magic formula", che è ormai diventato uno standard nel campo della simulazione dinamica del veicolo.

Questo modello deve necessariamente passare per una caratterizzazione sperimentale dello pneumatico ma si è scelto di adottarlo in quanto anche in questo caso il costruttore del veicolo aveva a disposizione tali dati.
Tuttavia prima di passare alla descrizione del modello matematico è necessario fare un'introduzione sui sistemi di riferimento e sulle quantità cinematiche necessarie per il calcolo delle forze generate dagli pneumatici con tale modello.

#### 3.8.1 Sistema di riferimento pneumatico

Per una efficace comprensione dell'uso del modello pneumatico, oltre a [13] è consigliabile consultare un manuale applicativo come [14].

In tale manuale, oltre alla completa formulazione del modello, vi è un'esaustiva trattazione sui sistemi di riferimento pneumatico dalla quale derivano le considerazioni che verranno fatte nel seguito dell'elaborato.

Come anticipato nel capitolo 2, ogni pneumatico ha un proprio sistema di riferimento locale nel quale avviene la generazione delle forze che sono poi proiettate nel sistema di riferimento assi corpo del veicolo.

Per ciò che riguarda i sistemi di riferimento ci si avvale delle rappresentazione schematica riportata nella figura seguente.



Figura 3.13: Sistema di riferimento pneumatici di sinistra

Nello schema sono riportati in tratteggiato le parallele agli assi corpo passanti per il centro della ruota (vista dall'alto) e gli assi della terna  $X_w Y_w Z_w$  (con asse  $Z_w$  perpendicolare al terreno, passante per il centro della ruota ed uscente dal piano) della terna pneumatico: l'angolo di convergenza  $\delta$  è positivo come indicato in figura (convergenza di tipo toe-in).

L'angolo  $\alpha$  di slittamento laterale (o angolo di slip) è l'angolo compreso fra il vettore velocità assoluta dello pneumatico V<sub>w</sub> e l'asse X<sub>w</sub> ed è una delle variabili di ingresso per il modello di Pacejka.

Per definire tale variabile è necessario calcolare le componenti di velocità lungo gli assi  $X_w$  ed  $Y_w$ , che possono essere calcolate proiettando nel sistema di riferimento pneumatico le componenti di velocità lungo gli assi  $X_b$  ed  $Y_b$  dovute alla traslazione del veicolo: dato che si tratta di un corpo rigido che trasla e ruota attorno all'asse  $Z_b$  è necessario ricorrere alla formula fondamentale della cinematica dei corpi rigidi ([5]).

$$\overrightarrow{V_P} = \overrightarrow{V_S} + \overrightarrow{\Omega} \times \overrightarrow{SP}$$
 (3.25)

In un corpo rigido la velocità in un punto P è la somma vettoriale della velocità assoluta del punto di riferimento S e del prodotto vettoriale della velocità di rotazione della terna di riferimento per il raggio vettore che collega i due punti.

Con queste ipotesi è possibile calcolare le velocità nel sistema di riferimento pneumatico come segue:

$$\begin{cases} u_{w-AS} = \left(u - \frac{t_a}{2} \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{AS} - \left(v + a \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{AS} \\ v_{w-AS} = \left(u - \frac{t_a}{2} \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{AS} + \left(v + a \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{AS} \end{cases}$$
(3.26)

Nel caso dello pneumatico posteriore sinistra si avrà:

$$\begin{cases} u_{w-PS} = \left(u - \frac{t_p}{2} \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{PS} - \left(v - b \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{PS} \\ v_{w-PS} = \left(u - \frac{t_p}{2} \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{PS} + \left(v - b \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{PS} \end{cases}$$
(3.27)

Per i pneumatici di sinistra del veicolo è stato quindi utilizzato un sistema di riferimento destrorso: per i pneumatici di destra si è dovuto utilizzare un sistema di riferimento sinistrorso per motivazioni che verranno chiarite con un esempio.

Alla base di questa complicazione c'è la non simmetria della funzione che lega la forza laterale generata dallo pneumatico in funzione dell'angolo di slip (come verrà meglio specificato nel paragrafo dedicato alla Magic Formula di Pacejka): ciò implica che due pneumatici con medesimo carico verticale e sottoposti ad angoli di slip di uguale modulo ma diverso segno generano forze che non hanno il medesimo modulo (tale comportamento deriva da aspetti costruttivi dello pneumatico). Si ipotizzi di utilizzare lo stesso sistema di riferimento per tutti gli pneumatici e di considerare un veicolo che inizialmente si muove di moto rettilineo: se il pilota non impone alcun angolo volante gli pneumatici avranno un angolo di slittamento laterale che sarà di uguale modulo (pari all'angolo di convergenza costruttivo) ma di segno opposto (per la convenzione di segno scelta per la convergenza).

Come anticipato le forze laterali generate non avranno lo stesso modulo (ma nel caso generale dovrebbero avere segno opposto) e quindi non si annulleranno facendo "scivolare" il veicolo da una parte: questo è fisicamente non veritiero e inaccettabile.

Utilizzando un sistema di riferimento sinistrorso sulle ruote di destra si evita tale inconveniente: nel caso del veicolo citato in precedenza, con questo espediente, gli pneumatici sono sottoposti al medesimo angolo di slip generando una forza laterale col medesimo modulo ma di verso opposto che si annullano e permettono al veicolo di procedere di moto rettilineo.

Si riporta uno schema relativo al sistema di riferimento scelto per le ruote di destra.



Figura 3.14: Sistema di riferimento pneumatici di destra

Con queste ipotesi le velocità nel sistema di riferimento per lo pneumatici anteriore destro valgono:

$$\begin{cases} u_{w-AD} = \left(u + \frac{t_a}{2} \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{AD} + \left(v + a \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{AD} \\ v_{w-AD} = \left(u + \frac{t_a}{2} \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{AD} - \left(v + a \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{AD} \end{cases}$$
(3.28)

Nel caso dello pneumatico posteriore destro si avrà:

$$\begin{cases} u_{w-PD} = \left(u + \frac{t_p}{2} \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{PD} + \left(v - b \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{PD} \\ v_{w-PD} = \left(u + \frac{t_p}{2} \dot{\Psi}\right) \sin \delta_{PD} - \left(v - b \dot{\Psi}\right) \cos \delta_{PD} \end{cases}$$
(3.29)

Con le equazioni appena presentate sono quindi caratterizzate le componenti di velocità di ciascun pneumatico che, come si vedrà nel seguito, sono fondamentali per il calcolo delle forze generate dagli pneumatici.

#### 3.8.2 Magic Formula di Pacejka

Il modello di Pacejka, conosciuto anche come "*Magic Formula*", è un modello totalmente empirico che necessita di una profonda caratterizzazione sperimentale che però ha trovato grande successo nel campo delle simulazioni per la sua accuratezza.

Una presentazione dettagliata e completa del modello in tutti i suoi aspetti va oltre gli scopi di questo elaborato, motivo per il quale il modello sarà presentato molto brevemente rimandando a testi più specifici ([13,14]) per una trattazione completa.

Il modello di Pacejka prevede diverse tipologie di formulazioni, delle quali si riporta la più semplice e generale racchiusa nell'equazione seguente:

$$\begin{cases} y = D \sin[C \arctan\{Bx - E(Bx - \arctan Bx)\}] \\ Y = y + S_V \\ X = x + S_H \end{cases}$$
(3.30)

I simboli presenti nell'equazione sono i seguenti:

- x: variabile di input
- y: variabile di output
- B: fattore di rigidezza
- C: fattore di forma
- D: valore di picco
- E: fattore di curvatura
- S<sub>H</sub>: scostamento verticale
- S<sub>V</sub>: scostamento orizzontale

Per una corretta interpretazione dei parametri si fa riferimento alla figura seguente.



Figura 3.15: Magic Formula di Pacejka

Il valore di picco D rappresenta il massimo valore di forza o momento che possono essere generati dallo pneumatico e dipende dal carico verticale applicato sullo stesso:

$$D = \mu F_Z \qquad (3.31)$$

dove con  $\mu$  viene indicato il coefficiente di aderenza posto come costante.

Il prodotto BCD rappresenta la pendenza del tratto lineare di curva all'origine del sistema xy.

Il fattore di forma C regola il limite della funzione seno tramite la seguente espressione:

$$C = 1 \pm \left( 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin\left(\frac{y_s}{D}\right) \right) \quad (3.32)$$

dove  $y_s$  è il valore asintotico della funzione, come rappresentato in figura.

Definiti C e D, il parametro B viene utilizzato per aggiustare la pendenza BCD del tratto lineare.

I parametri  $S_H$  ed  $S_V$  sono utilizzati per tenere conto di alcuni aspetti costruttivi che fanno si che le curve non siano simmetriche rispetto all'origine degli assi.

Il fattore di curvatura non cambia né la pendenza all'origine né il valore di picco ma la forma della curva nell'intorno del picco ed ha la seguente espressione:

$$E = \frac{Bx_m - \tan\left(\frac{\pi}{2C}\right)}{Bx_m - \arctan(Bx_m)} \quad (3.33)$$

dove  $x_m$  rappresenta il valore dell'ascissa per cui si ha il picco della forza o momento generato. Nella formulazione più semplice i parametri del modello di Pacejka (come  $\mu$ ,  $x_m$ ,  $y_s$ , ecc) sono delle costanti permettendo già una buona affidabilità delle curve riprodotte.

Vi è tuttavia anche una formulazione più complessa dove i parametri con cui è parametrizzato il modello sono a loro volta funzione di altre variabili come ad esempio il carico verticale, l'angolo di camber e la pressione di gonfiaggio dello pneumatico.

Dato che il costruttore del veicolo aveva a disposizione i parametri per la versione più complessa del modello si è scelto di adottare quest'ultima, per la quale si rimanda alle fonti [13] e [14]. Il modello citato permette di calcolare:

- forza longitudinale dello pneumatico in funzione dello slittamento longitudinale
- forza laterale in funzione dell'angolo di slip laterale
- momento di autoallineamento in funzione dell'angolo di slip laterale
- momento di ribaltamento in funzione della forza laterale
- resistenza al rotolamento dello pneumatico in funzione della velocità di rotolamento
- raggio di rotolamento effettivo in funzione del carico verticale
- lunghezza di rilassamento longitudinale
- lunghezza di rilassamento laterale

La forza longitudinale e laterale sono le forze esercitate dallo pneumatico in direzione  $X_w$  ed  $Y_w$  del sistema di riferimento pneumatico.

I momenti di autoallineamento e di ribaltamento sono esercitati rispettivamente attorno agli assi  $Z_w$  ed  $X_w$  mentre la resistenza al rotolamento è modellata come una coppia agente attorno all'asse  $Y_w$ , detto asse di spin dello pneumatico.

Il raggio di rotolamento effettivo differisce dal raggio "sotto carico" dello pneumatico per motivazioni che verranno meglio chiarite con il supporto della prossima figura.



Figura 3.16: Raggio di rotolamento effettivo ruota

Come può essere osservato dalla figura si possono definire 3 quantità diverse per ciò che concerne il raggio di una ruota:

- r<sub>0</sub> è il raggio della ruota misurato in condizione di ruota ferma senza alcun carico verticale
- r<sub>l</sub> è la distanza effettiva fra il centro della ruota ed il terreno (raggio sotto carico)
- r<sub>e</sub> è il raggio di rotolamento effettivo

Il raggio  $r_0$  è detto anche raggio libero e coinciderebbe con le altre 2 quantità indicate se lo pneumatico fosse infinitamente rigido ed indeformabile.

Il raggio  $r_1$  viene calcolato tenendo conto dello schiacciamento dello pneumatico dovuto ai carichi verticali agenti su di esso secondo il modello molla-smorzatore presentato in precedenza e può essere calcolato con la seguente formula:

$$r_l = r_0 - \frac{F_{z0}}{k_{pne}} + z_{ns} \qquad (3.34)$$

Il raggio sotto carico viene quindi calcolato come somma algebrica fra il raggio libero, lo schiacciamento dovuto al carico statico e lo spostamento verticale della relativa massa non sospesa. Il raggio di rotolamento effettivo tiene conto del fatto che il contatto pneumatico-suolo non è puntiforme, non coincide con il raggio sotto carico e permette di calcolare la velocità di puro rotolamento dello pneumatico, ovvero la velocità che lo pneumatico avrebbe in caso di rotolamento senza strisciamento (cioè senza slip longitudinale):

$$\omega_{pr} = \frac{u_w}{r_e} \qquad (3.35)$$

dove con  $u_w$  si intende la velocità di traslazione del centro della ruota. Per le tre grandezze appena presentate vale in generale la seguente relazione:

$$r_l \le r_e \le r_0 \qquad (3.36)$$

Un ultimo aspetto di cui si tiene conto nel modello di Pacejka è il concetto di slip combinato, ovvero della generazione di forze di uno pneumatico sottoposto contemporaneamente a slittamento laterale e longitudinale (ad esempio il caso di una ruota a cui è applicata una coppia motrice che viene contemporaneamente sterzata).



Figura 3.17: Ellisse di aderenza degli pneumatici

Semplificando il concetto, si può pensare che la massima forza generabile da uno pneumatico (intesa come somma di forza longitudinale e laterale) sia funzione del carico verticale applicato allo pneumatico stesso: nei modelli più semplici si tiene conto di ciò andando a limitare la forza laterale esercitata dallo pneumatico nel caso vi sia anche applicata una coppia motrice o frenante.

Vengono cioè calcolate sia la forza longitudinale che laterale con i modelli visti in precedenza e si utilizza un ulteriore modello per calcolare la forza laterale sviluppata nel caso di slip combinato, approssimando il comportamento reale dello pneumatico (fig. 3.17 a sinistra) con un'ellisse (fig. 3.17 a destra) il cui valore di output è la forza laterale generata dallo pneumatico.

Questo modello è un'approssimazione poiché in caso di slip combinato si lascia invariata la forza longitudinale e si satura quella laterale, mentre le curve sperimentali rivelano che entrambe le forze risentono dell'effetto dello slip combinato.

Tuttavia in mancanza di opportuni dati tale modello può essere utilizzato e costituisce una buona approssimazione del comportamento reale dello pneumatico.

Nella formulazione più complessa del modello di Pacejka in realtà si tiene conto dell'effetto dello slip combinato sia nel calcolo della forza longitudinale che della forza laterale: nel simulatore, vista la disponibilità dei parametri per il funzionamento del modello completo, è stata implementata tale formulazione, per la quale si rimanda alle fonti [13] e [14].

### 3.8.3 Resistenza al rotolamento

Fra gli output del modello di Pacejka, una particolare attenzione va posta sul modello della resistenza al rotolamento, che è stato implementato in modo da poter essere utilizzato senza problemi anche per velocità veicolo nulle.

Nella modellazione classica ([4, 5,9]) la coppia di resistenza al rotolamento è espressa in modo abbastanza semplice, ma efficace, come il prodotto fra il carico verticale dello pneumatico ed un coefficiente, detto coefficiente di resistenza al rotolamento, che può essere considerato costante o funzione della velocità di trascinamento dello pneumatico:

$$\begin{cases} M_{att} = -fF_z \\ f = \sum_i f_i V^i \end{cases}$$
(3.37)

Questa modellazione ha fra i suoi pregi la semplicità ed una buona efficacia ma presenta alcuni inconvenienti a livello numerico: si prenda ad esempio il caso di veicolo fermo senza alcuna coppia motrice applicata alle ruote.

Con la modellazione appena vista si verificherebbe una situazione fisicamente inaccettabile: le ruote vedrebbero una coppia negativa applicata ed il veicolo inizierebbe a muoversi all'indietro.

Nel caso si prevedesse una leggera complicazione del modello, adattando il segno della resistenza al rotolamento alla velocità del veicolo, si avrebbe una continua oscillazione della velocità veicolo intorno allo zero con conseguenti e probabili problemi numerici.

E' stato quindi ricercato un modello che permettesse l'inversione del moto e non creasse problemi alla simulazione nell'intorno della velocità nulla.

Il modello implementato presenta la seguente equazione:

$$M = -fr_0 F_z * \tanh\left(\frac{4V}{V_{tres}}\right) \quad (3.38)$$

Il principio alla base del modello è il medesimo, cioè vi è la dipendenza dal carico verticale e dal coefficiente f che nel modello di Pacejka è funzione della velocità di trascinamento.

E' stato però aggiunto un termine, realizzando una sorta di modello ibrido con quello di Pacejka, contenente la tangente iperbolica, che permette di "spegnere" gradualmente la resistenza al rotolamento quando la velocità di trascinamento si avvicina allo 0 ([15]).



Figura 3.18: Resistenza al rotolamento degli pneumatici

La forma della curva nell'intorno dello 0 può essere variata modificando opportunamente il valore  $V_{tres}$  presente nell'espressione.

La modellazione presentata è risultata davvero utile a livello di simulazione numerica in quanto, per valori sufficientemente alti di velocità, il contributo dato dalla tangente iperbolica è unitario e ciò non altera il valore di resistenza al rotolamento fornito dal modello di Pacejka ed inoltre non vi sono problemi numerici nel caso si simuli il veicolo fermo.

Il prezzo da pagare è una leggera non-fisicità del modello fino al valore di soglia  $V_{tres}$  che può tuttavia essere tollerato per gli scopi del simulatore data la semplicità con cui può essere implementato in Simulink il modello.

### 3.8.4 Dinamica longitudinale dello pneumatico

Come anticipato nel paragrafo precedente, le forze ottenibili dal modello di Pacejka sono funzione di diversi parametri fra i quali vi è anche lo slittamento longitudinale, necessario per il calcolo della forza longitudinale.

Il modello utilizzato all'interno del simulatore è una variante più complessa del modello tradizionale ed è stato scelto in quanto offre la possibilità di arrivare a velocità nulla ed anche di invertire il senso di rotazione della ruota.

Le equazioni del modello sono le seguenti:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} = u_w - u_{pr} - \frac{|u_{pr}|k}{l_{relax}} \\ \sigma = \frac{k}{l_{trelax}} - \frac{K_{v-low}}{BCD} (u_w - u_{pr}) \end{cases}$$
(3.39)

Nel modello è presente una variabile di appoggio k, che viene calcolata con la prima equazione:  $u_w$  è la velocità del centro della ruota, calcolato con la legge fondamentale della cinematica dei corpi rigidi mentre  $l_{relax}$  è la lunghezza di rilassamento dello pneumatico, che può essere considerata costante oppure, come nel caso del simulatore in esame, è un output del complesso modello di Pacejka.

Lo slittamento longitudinale  $\sigma$  viene calcolato con la seconda equazione nella quale viene ripreso il termine k e dove vi è l'aggiunta di un termine extra (quello contenente K<sub>v-low</sub>) che rappresenta uno smorzamento addizionale che agisce solo alle basse velocità: tale smorzamento non risponde ad alcuna caratteristica fisica dello pneumatico ma viene inserito *artificialmente* per smorzare le oscillazioni numeriche che si avrebbero a velocità nulla.

$$K_{v-low} = \begin{cases} \frac{1}{2} K_{v-low0} \left( 1 + \cos\left(\frac{\pi |V_{ist}|}{V_{low}}\right) \right) & se |V_x| \le V_{low} \\ 0 & se |V_x| > V_{low} \end{cases}$$
(3.40)

dove  $K_{v-low0}$  indica il valore a velocità nulla del parametro di smorzamento mentre  $V_{low}$  è la velocità sopra la quale il termine di smorzamento artificiale viene "spento".

Il modello presentato è molto utile ai fini della simulazione numerica in quanto permette di simulare anche partenze da fermo e arresti del veicolo senza incorrere in problemi numerici che si avrebbero col modello tradizionale, anche se ciò porta ad una leggera complicazione del simulatore.

#### 3.8.5 Dinamica laterale dello pneumatico

Come già visto per la dinamica longitudinale, all'interno del simulatore è presente anche un modello di dinamica laterale per gli pneumatici: con tale modello è possibile calcolare l'angolo di slittamento laterale di ciascun pneumatico permettendo di arrivare fino a velocità ruota nulle senza incorrere in instabilità numeriche del modello Simulink.

L'angolo di slittamento laterale può essere calcolato con le seguenti equazioni:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha'}{dt} = v_w - \frac{|u_w|\alpha'}{l_{relax}} \\ \alpha = \arctan\left(\frac{\alpha'}{l_{relax}}\right) \end{cases} (3.41)$$

Anche in questo caso vi è una variabili di appoggio  $\alpha$ ' utilizzata all'interno dell'equazione dinamica, che anche in questo caso permette di arrivare a velocità nulla o inverse senza causare instabilità numeriche all'interno del simulatore.

La lunghezza di rilassamento presente in questo caso, sebbene il simbolo usato sia lo stesso per la dinamica longitudinale, è diverso (rispetto al valore utilizzato per la dinamica longitudinale dello pneumatico) e può essere costante o variabile, come nel caso del simulatore in esame, nel quale è un output dal modello di Pacejka.

Con il modello pneumatico termine la parte dedicata ai modelli matematici contenuti all'interno del simulatore: nel prossimo capitolo verranno mostrati i risultati relativi al processo di validazione del modello veicolo presentato.

# 4.Validazione del modello

Nel capitolo precedente è stato mostrato il modello implementato in Simulink e tutte le equazioni ed i modelli matematici dai quali è costituito il simulatore.

Il passo successivo alla costruzione è stata la validazione del simulatore, necessaria per potersi "fidare" dei risultati delle simulazioni e utilizzare il modello per comparazioni di tipo prestazionale su diversi tipologie di powertrain o ripartizione della coppia motrice.

Per il processo di validazione del modello possono essere seguite due diverse strade:

- confronto dei risultati delle simulazioni con dati acquisiti per via sperimentale sul veicolo reale
- confronto dei risultati delle simulazioni con i risultati di simulazioni effettuate con software ritenuti affidabili e già validati

Fra le due strade la prima è da adottare necessariamente quando non sia possibile la seconda ma risulta ovviamente più costosa ed impegnativa, data, in alcuni casi, la difficoltà nel misurare alcune grandezze in modo accurato (ad esempio l'angolo di slittamento laterale).

La seconda strada risulta più economica e veloce soprattutto nel mondo industriale attuale, data la disponibilità di calcolatori potenti a costi relativamente contenuti.

Nel caso in esame il costruttore del veicolo era già in possesso di un software commerciale di simulazione veicolo ritenuto affidabile, che è quindi stato preso come riferimento per la validazione del simulatore implementato in Simulink.

Per il processo di validazione sono stati confrontati i risultati dei due simulatori ottenuti dalle simulazioni di 3 diverse manovre, una effettuata per indagare il responso della dinamica longitudinale e 2 per analizzare il responso della dinamica laterale.

Le manovre simulate sono le seguenti:

- gradino di farfalla con veicolo a velocità iniziale prefissata
- rampa di sterzo a pendenza costante con veicolo a velocità prefissata
- input sinusoidale dello sterzo a frequenza variabile con veicolo a velocità prefissata

Nei prossimi paragrafi verranno quindi presentati i risultati relativi a tali simulazioni: i grafici saranno riportati senza valori numerici sugli assi (saranno indicati solo i nomi delle grandezze graficate) per un *patto di riservatezza* stabilito con il costruttore del veicolo.

## 4.1 Gradino di coppia motrice

La prima manovra di cui verranno riportati i risultati è un gradino nella posizione della farfalla con il veicolo in movimento ad una velocità iniziale prefissata.

Il veicolo esaminato è dotato di 4 ruote motrici e la ripartizioni di coppia fra asse anteriore e posteriore e fra ruote di destra e sinistra del medesimo asse sono costanti.

Ai due simulatori, il software validato ed il modello Simulink, sono stati applicati i medesimi input in funzione del tempo e sono stati confrontati i risultati relativi a diverse grandezze fisiche per verificare il grado di affidabilità del simulatore in esame. Nelle proseguimento dell'elaborato i risultati relativi al software validato saranno indicati con l'acronimo "Sv" mentre i risultati relativi al modello Simulink con l'acronimo "Sim". Inoltre le grandezze relative alle 4 ruote verranno distinte con le seguenti sigle:

- AD: Anteriore Destra
- AS: Anteriore Sinistra
- PD: Posteriore Destra
- PS: Posteriore Sinistra

Dato che il modello Simulink non comprende un modello motore, sono state prelevate dal software validato le coppie motrici applicate alle ruote del veicolo e fornite come input per la simulazione: nel seguente grafico sono riportati gli andamenti temporali di tali coppie.



Figura 4.1: Gradino di farfalla - Coppie motrici

Il gradino di farfalla viene attuato dopo alcuni istanti dall'inizio della simulazione: nei primi istanti quindi si ha la presenza di una coppia leggermente negativa causata dal cosiddetto freno motore.

Le coppie relative al medesimo asse sono sovrapposte in quanto vi è una equa ripartizione delle coppie motrici fra le ruote di destra e sinistra: dal grafico inoltre è possibile osservare che la coppia motrice viene indirizzata principalmente sull'asse posteriore ed in maniera inferiore sull'asse anteriore.

Il risultato immediato dell'applicazione di coppie motrici alle ruote del veicolo è l'accelerazione del veicolo, osservabile nella prossima figura.

Nella prima parte della simulazione, durante la quale agisce il freno motore, è ipotizzabile aspettarsi un'accelerazione negativa con conseguente rallentamento del veicolo ad opera, oltre che del freno motore, anche di resistenza aerodinamica e resistenza al rotolamento degli pneumatici.



Figura 4.2: Gradino di farfalla - Accelerazione longitudinale veicolo

Come può essere osservato dalla figura precedente, i risultati forniti dai due simulatori sono pressoché sovrapposti: nei primi istanti di simulazione si osserva un "assestamento" dell'accelerazione longitudinale dovuta all'inizializzazione del modello pneumatico.

Dopodiché l'accelerazione si assesta su un valore circa costante ed identico per i due simulatori prima di passare a valori diversi (positivi) nel momento in cui vengono applicate le coppie motrici.



Figura 4.3: Gradino di farfalla - Velocità veicolo

L'integrale dell'accelerazione è la velocità del veicolo che, come può essere osservato dalla figura precedente, presente un andamento pressoché identico per i due simulatori e possono essere ritenuti soddisfacenti indicando una buona affidabilità del modello Simulink per ciò che riguarda la parte prestazioni relative alla dinamica longitudinale.

Con "V\_zero" si è indicata la velocità di partenza della manovra, dicitura che verrà mantenuta anche per le restanti simulazioni presentate nell'elaborato.

Un'altra grandezza di interesse relativamente alla dinamica longitudinale è rappresentata dall'angolo di beccheggio, riportato nel prossimo grafico.



Figura 4.4: Gradino di farfalla - Angolo di beccheggio

In questo caso è necessario analizzare diversi aspetti: rispetto ai casi precedenti non vi è una perfetta sovrapposizione dei valori predetti dai due simulatori ma la differenza in valore assoluto fra i due casi risulta essere nei limiti di tollerabilità (nell'ordine di qualche centesimo di grado).

Inoltre la forma delle due curve risulta essere la medesima e segue sostanzialmente la forma della coppia motrice applicata alle ruote riportata nel grafico ad inizio paragrafo.

La piccola differenza riscontrata fa comunque intuire che la modellazione adottata per il sistema sospensioni del modello Simulink, a fronte di una facile parametrizzazione ed implementazione, cede necessariamente qualcosa in termini di accuratezza dei risultati.

Nel processo di validazione è stato quindi valutato se tali imprecisioni fossero accettabili o meno per il proseguimento dell'attività di simulazione, come verrà meglio chiarito nei paragrafi dedicati alla validazione della dinamica laterale.



Figura 4.5: Gradino di farfalla – Carichi ruote

Nella figura precedente sono riportati i risultati relativi ai carichi ruote sui quali vanno effettuate alcune considerazioni: va innanzitutto osservato che nel caso del modello Simulink non vi è differenza fra i carichi delle ruote di destra e sinistra.

Questo aspetto è dovuto ad una delle ipotesi fondamentali alla base del modello, ovvero la simmetria del veicolo con la conseguente posizione del baricentro sull'asse di simmetria dello stesso: la simulazione in esame coinvolge solamente la dinamica longitudinale e la posizione del baricentro fa si che non vi sia un accoppiamento con la dinamica laterale.

Cioè il veicolo procede su una linea retta, non vi sono trasferimenti di carico laterali ed i carichi sulle ruote di destra e sinistra del medesimo asse sono uguali.

Il caso del simulatore validato è leggermente diverso: viene considerata la presenza del pilota e l'effetto immediato è uno spostamento dei carichi statici verso sinistra (ovvero il lato del veicolo dove si trova seduto il pilota) ed anche del baricentro del veicolo.

Questo aspetto spiega la differenza dei carichi verticali nella prima parte della simulazione fra i due software: durante la simulazione vi è un trasferimento di carico dalle ruote anteriori verso le ruote posteriori in quanto il veicolo è sottoposto ad un'accelerazione longitudinale positiva.

L'andamento predetto dal modello Simulink può essere ritenuto soddisfacente in quanto, oltre ad un'ottima riproduzione della forma (legata alla forma dell'andamento dell'accelerazione del veicolo), vi sono differenze minime nei carichi ruote, dovute in parte anche agli aspetti appena visti.

La diversa posizione del baricentro ha effetti che sono riscontrabili anche sulla traiettoria percorsa dal veicolo, come può essere intuito osservando velocità di imbardata e angolo di imbardata del veicolo.



Figura 4.6: Gradino di farfalla – Velocità di imbardata

Difatti si notano delle differenze nei risultati previsti dai due simulatori: nel caso del modello Simulink, il veicolo procede con velocità di imbardata nulla (cioè di moto rettilineo) come era lecito aspettarsi visti i risultati e le ipotesi precedentemente elencati.

Nel caso del software validato invece il veicolo ha una velocità di imbardata leggermente positiva, che viene modificata dall'applicazione delle coppie motrici: anche questo aspetto è spiegabile con la presenza del pilota sul lato sinistro del veicolo che fa imbardare verso sinistra il veicolo.



Figura 4.7: Gradino di farfalla – Angolo di imbardata

L'angolo di imbardata, rappresentato nella figura precedente, essendo l'integrale della velocità di imbardata, ha un andamento che rispetta le considerazioni appena effettuate.

Va tuttavia specificato che la velocità di imbardata prevista dal simulatore validato è di un valore nettamente inferiore e non paragonabile a quelli che si sono ottenuti nelle simulazioni successive, nelle quali il pilota agisce sul volante.

Gli ultimi risultati che vengono riportati relativamente alla manovra in esame riguardano le forze longitudinali generate dagli pneumatici e sono racchiusi nel prossimo grafico.



Figura 4.8: Gradino di farfalla – Forze longitudinali pneumatici

L'analisi dei risultati della simulazione fa emergere alcuni importanti aspetti: il primo è l'ottima sovrapposizione che vi è fra gli andamenti previsti dai due simulatori.

Questo vale innanzitutto per la prima parte della simulazione nella quale sul veicolo agiscono la resistenza aerodinamica, la resistenza al rotolamento ed il freno motore: le forze generate dagli pneumatici sono negative e ciò causa il rallentamento del veicolo.

Una volta che il pilota preme il pedale, vi è erogazione di coppia motrice alle ruote e gli pneumatici generano forze positive che fanno accelerare il veicolo.

Si vede necessario effettuare un chiarimento sui primi istanti di simulazione, nelle quali sono presenti alcune oscillazioni che vengono velocemente smorzate.



Figura 4.9: Gradino di farfalla – Dettaglio forze longitudinali pneumatici

Le oscillazioni sono spiegabili considerando diversi fattori e costituiscono un assestamento di entrambi i modelli per le condizioni iniziali imposte: in particolare sono aspetti che riguardano l'intero modello pneumatico.

Innanzitutto va considerato che le curve  $F_x$ - $\sigma$  degli pneumatici non sono simmetriche rispetto all'origine: vale a dire che per uno slittamento nullo il pneumatico genera una forza non nulla.

Dato che il valore iniziale degli slittamenti degli pneumatici è nullo ad inizio simulazione, ciò implica che al primo passo di simulazione gli pneumatici generino forze longitudinali non nulle.

Se tale forza bilanciasse la resistenza al rotolamento il pneumatico si troverebbe in condizione di equilibrio (ricordando l'equazione dinamica per le ruote) e nei successivi istanti di simulazione (in mancanza di altre coppie applicate) manterrebbe tale equilibrio.

Tuttavia, come può essere osservato dal grafico, la forza necessario per mantenere l'equilibrio della ruota è diversa dal primo valore generato (infatti le oscillazioni si assestano su valori diversi da quelli iniziali sia per gli pneumatici anteriori che posteriori) e questo porta il pneumatico alla situazione di equilibrio attraverso delle oscillazioni dovute anche al modello dinamico utilizzato per lo slittamento longitudinale dello pneumatico.

Le oscillazioni, presenti in entrambi i simulatori, derivano perciò da non corrette condizioni iniziali per il modello pneumatico: dal momento che tali oscillazioni non portano ad instabilità il modello e che si esauriscono in pochi passi di simulazione possono essere tollerate senza particolari problemi.

I risultati presentati sono stati ritenuti sufficientemente accurati per poter considerare validata la dinamica longitudinale del veicolo: nei prossimi paragrafi verranno illustrati i passi effettuati per la validazione della dinamica laterale del veicolo.

### 4.2 Rampa di sterzo

Una volta effettuata la validazione della dinamica longitudinale, si è proceduto con la validazione della dinamica laterale del modello Simulink simulando due diverse manovre, la prima delle quali è una rampa di sterzo effettuata a velocità veicolo circa costante.

La rampa di sterzo consiste nell'applicazione da parte del pilota di un angolo volante crescente con pendenza costante che permette di indagare la risposta del veicolo prima nella regione di funzionamento lineare degli pneumatici per terminare nella regione di saturazione degli stessi. L'angolo volante imposto è rappresentato nella figura seguente.



Figura 4.10: Rampa di sterzo – Angolo volante

Come può essere osservato dalla figura, la simulazione parte con un angolo di volante nullo e dopo qualche istante l'angolo di sterzo inizia a crescere (in modulo) linearmente con una pendenza che si mantiene costante fino alla fine della simulazione.

L'angolo volante assume valori negativi e ciò causa, per le convenzioni di segno adottate, una velocità di imbardata negativa cioè una svolta verso destra del veicolo.

Per simulare il comportamento di un pilota che tenta di mantenere costante la velocità del veicolo è stato implementato in Simulink un controllore di tipo proporzionale-integrale (PI) che in funzione dell'errore fra la velocità obiettivo e la velocità misurata applicata una coppia motrice alle ruote del veicolo (con le ripartizioni fra anteriore/posteriore, destra/sinistra viste in precedenza).

Questo fa si che la velocità del veicolo, in entrambi i casi, sia sufficientemente vicina al valore obiettivo con andamenti molto simili.



Figura 4.11: Rampa di sterzo – Velocità veicolo

Seppure la velocità veicolo non rimanga fissa al valore obiettivo (per la natura stessa del controllore PI) le variazioni sono dell'ordine del 2% del valore obiettivo e sono state ritenute accettabili per gli scopi della simulazione.

Il principale parametro legato all'angolo volante è la velocità di imbardata, raffigurata nel prossimo grafico.



Figura 4.12: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata

Dall'analisi del grafico è possibile osservare che vi è una ottima corrispondenza fra gli andamenti prodotti dai due simulatori, che rimangono pressoché sovrapposti per tutta la durata della simulazione.

E' evidente come nel corso della simulazione vi siano due diverse "zone" in cui il veicolo si comporta diversamente: nella prima parte il modulo della velocità di imbardata cresce in maniera pressoché lineare in accordo con l'andamento dell'angolo di sterzo crescente (intendendo sempre in modulo) imposto dal pilota.

Successivamente vi è un ginocchio e la curva assume un andamento con modulo decrescente, in opposizione all'azione del pilota sull'angolo volante.

Questo comportamento è dovuto agli pneumatici, soprattutto per ciò che riguarda le forze laterali generate dagli stessi: difatti, come anticipato nel paragrafo dedicato al modello di Pacejka, il comportamento degli pneumatici non è ideale e non vi è linearità fra l'angolo di slip laterale e la forza laterale generata.

Cioè, ipotizzando un carico costante sullo pneumatico, la forza laterale cresce linearmente per un primo tratto e poi satura ad un valore inferiore al massimo raggiunto: uno degli aspetti più interessanti del modello di Pacejka è proprio la corretta riproduzione di questo comportamento.

Quando gli pneumatici hanno raggiunto il valore di saturazione, anche se il pilota incrementa l'angolo volante gli pneumatici non producono forze laterali maggiori e questo provoca l'appiattimento della curva delle velocità di imbardata riportata in precedenza.

Integrando la velocità di imbardata si ottiene l'angolo di imbardata  $\Psi$ , rappresentato nella figura seguente.



Figura 4.13: Rampa di sterzo – Angolo di imbardata

In accordo con quanto visto per la velocità di imbardata anche in questo vi è un'ottima correlazione fra gli andamenti previsti dai due simulatori.

Un'altra variabile di interesse per la dinamica laterale è l'angolo di slittamento laterale, riportato nella prossima figura.



Figura 4.14: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale

Nell'analisi di questo risultato bisogna considerare diversi fattori: le 2 curve non sono perfettamente sovrapposte come nei casi precedenti ma la forma viene rispettata dal modello Simulink e le differenze in termini di valore assoluto risultano essere nella soglia di tollerabilità (l'ordine di grandezza è del decimo di grado).

Una possibile motivazione di questa differenza è stata individuata nel modello sospensioni adottato, come verrà meglio illustrato nel proseguimento.





Per quanto riguarda l'angolo di rollio vanno analizzati diversi aspetti: il primo riguarda la parte iniziale della simulazione, durante la quale il veicolo si trova ancora su una traiettoria rettilinea.

Mentre nel caso del modello Simulink l'angolo di rollio è nullo, nel caso del simulatore validato si nota che tale valore è diverso da zero, e ciò sempre a causa della presenza del pilota che fa si che la massa sospesa sia leggermente inclinata verso sinistra.

Durante la manovra vi è una prima parte in cui i risultati forniti dai due simulatori coincidono, sia per ciò che riguarda il valore che per la pendenza dell'andamento.

Ad un certo istante, come evidenziato nella figura seguente, nell'andamento dell'angolo di rollio prodotto dal simulatore validato (curva blu) vi è un brusco cambio di pendenza che fa si che i risultati non coincidano più con quelli forniti dal modello Simulink.



Figura 4.16: Rampa di sterzo – Dettaglio angolo di rollio

Va sottolineato che anche in questo caso la differenza sul valore finale risulta essere dell'ordine di grandezza del decimo di grado ed è stata ritenuta accettabile.

Il dettaglio mostrato fa però intuire che nel software validato il modello adottato per le sospensioni (il cambio di pendenza dell'angolo di rollio è legato alla rigidezza inserita all'interna dell'equazione dinamica di equilibrio attorno all'asse  $X_b$ ) sia più complesso e contempli aspetti che non sono considerati nel modello molla smorzatore scelto per il simulatore in esame.

A conferma di quanto detto si mostrano ora i risultati relativi all'angolo di camber degli pneumatici.



Figura 4.17: Rampa di sterzo – Angoli di camber

Il grafico mostra che gli angoli di camber coincidono sostanzialmente nei primi istanti della simulazione mentre si discostano, soprattutto per le ruote di destra (quelle interne alla curva), nel resto della simulazione.

L'effetto della differenza riscontrata sugli angoli di camber ha un piccolo effetto anche sulle forze laterali generate dagli pneumatici.



Figura 4.18: Rampa di sterzo – Forze laterali pneumatici

Infatti, nei primi istanti della simulazione, le forze laterali previste dai due simulatori sono perfettamente sovrapposte mentre si discostano, di valori comunque tollerabili, nella successiva parte di simulazione: una parte di questa differenza è sicuramente dovuta agli angoli di camber, la cui variazione ha l'effetto di traslare ([4,13]) le curva  $F_{v}$ - $\alpha$  degli pneumatici.

Un'altra parte di differenza è imputabile alla scostamento che vi è sui carichi verticali che sono riportati nella prossima figura.



Figura 4.19: Rampa di sterzo – Carichi ruote

I carichi verticali coincidono nella prima parte di simulazione e nella successiva parte della manovra vi sono delle differenze che rimangono entro un ordine di grandezza tollerabile.

Va sottolineato che, come si vedrà più avanti nel corso dell'elaborato, il modello Simulink è stato utilizzato per confrontare veicoli in diverse configurazioni di carico (cioè sostanzialmente con peso leggermente variato e baricentro in diverse posizioni longitudinali) ma con stesso telaio e sistema di sospensioni: le imprecisioni presenti nel modello sospensioni non avranno effetto per l'utilizzo effettuato del simulatore in quanto presenti "in egual misura" per tutte le simulazioni effettuate.

Inoltre, come si è visto per l'analisi dei risultati prestazionali (velocità, angolo di imbardata), le imprecisioni riscontrate non hanno avuto effetti sensibili sui parametri di interesse, motivo per il quale tali imprecisioni sono apparse tollerabili.

Terminata l'analisi dei risultati relativi alla simulazione della rampa di sterzo, nel prossimo paragrafo verranno mostrati i risultati relativi alla terza manovra scelta per la validazione del modello.

## 4.3 Random sinusoidal input

La terza manovra simulata per la validazione del modello Simulink consiste nell'applicazione di un angolo volante con andamento sinusoidale ad ampiezza costante ma frequenza variabile, con il veicolo ad una velocità prefissata.



L'angolo volante imposto è rappresentato nella seguente figura.

Figura 4.20: Random sinusoidal input – Angolo volante

La simulazione parte con un angolo volante nullo e dopo alcuni istanti parte la sequenza sinusoidale: la frequenza è dapprima bassa e viene incrementata con il procedere della simulazione. In questo caso viene esplorata solo la regione di funzionamento lineare degli pneumatici.

Anche in questa simulazione è stato utilizzato un controllore di tipo proporzionale integrale per mantenere la velocità del veicolo al valore obiettivo.





Dopo alcune oscillazioni iniziali in entrambi i simulatori il veicolo mantiene la velocità obiettivo fino al termine della simulazione.

Ancora una volta viene dato risalto all'andamento della velocità di imbardata che risulta essere uno dei parametri più importanti per questo tipo di manovre.



Figura 4.22: Random sinusoidal input – Velocità di imbardata

Come già visto per la rampa di sterzo, anche in questa simulazione vi è un'ottima correlazione per ciò che riguarda la velocità di imbardata soprattutto nella prima parte della manovra: nella parte

finale, come evidenziato nella figura seguente, si nota che nel caso del simulatore validato le oscillazioni di velocità sono leggermente meno ampie del modello Simulink.



Figura 4.23: Random sinusoidal input -Dettaglio velocità di imbardata

Prima di procedere con l'analisi di questi risultati si riporta anche l'andamento dell'angolo di imbardata.



Figura 4.24: Random sinusoidal input – Angolo di imbardata

Nel caso del simulatore validato, per quanto riguarda la velocità di imbardata, le oscillazioni a più alta frequenza imposte dal pilota vengono smorzate leggermente di più rispetto al caso del modello

Simulink e ciò è imputabile alla presenza di un modello della linea di sterzo non presente nel caso del software Simulink dove vi è un collegamento diretto fra il volante e le ruote anteriori del veicolo (anche se il valore dell'angolo ottenuto alle ruote è diviso per un rapporto di trasmissione opportuno che relaziona l'angolo ruota all'angolo volante imposto).

Tuttavia sul valore dell'angolo di imbardata tale differenza non si manifesta sebbene compaia un effetto imputabile ad altre cause: difatti nella prima parte della simulazione vi è un'ottima correlazione fra l'andamento previsto dai due simulatori.

Può essere infatti notato che da un certo istante in poi i due andamenti si discostano, sebbene il comportamento oscillatorio sia presenti in entrambi i casi (e dovuto alla natura dell'input applicato): nel caso del modello Simulink tuttavia il valore medio rimane invariato fino al termine della simulazione.

Nel caso del simulatore validato invece il valore dell'angolo di imbardata ha un andamento leggermente crescente fino al termine della simulazione: questo effetto è imputabile alla presenza del pilota che fa imbardare il veicolo verso sinistra, come già visto per il caso del gradino di farfalla. E' interessante inoltre notare come il "sistema veicolo" funzioni da filtro passa basso per la sequenza sinusoidale imposta: difatti mentre l'ampiezza delle oscillazioni dell'angolo volante è costante per tutta la durata della simulazione, le oscillazioni della velocità di imbardata (che è il parametro immediatamente collegato al valore dell'angolo volante) tendono ad avere ampiezza decrescente con l'aumentare della frequenza dell'input imposto dal pilota.



Figura 4.25: Random sinusoidal input – Angolo di slittamento laterale

Per quanto riguarda l'angolo di slittamento laterale valgono le osservazioni già fatte per la velocità di imbardata: ovvero vi è un'ottima correlazione fra i risultati predetti dai 2 simulatori con una tendenza del simulatore validato a filtrare maggiormente le oscillazioni nella parte finale della simulazione.

Nella figura seguente sono rappresentati i risultati relativi all'angolo di rollio.



Figura 4.26: Random sinusoidal input – Angolo di rollio

Come già osservato in precedenza per velocità di imbardata e angolo di slittamento laterale, anche per l'angolo di rollio è presente un effetto di smorzamento delle oscillazioni più accentuato nel caso del software validato: tuttavia le differenze in termini di valori assoluti rimangono contenute e l'andamento ottenuto dal modello Simulink risulta soddisfacente.

Anche in questo caso il valore non nullo ad inizio simulazione del software validato è dovuto alla presenza del pilota sul lato sinistro del veicolo.

Nella figura seguente sono graficati i risultati relativi alle generazione delle forze laterali degli pneumatici: data la "simmetria" della manovra si riportano solo gli andamenti delle due ruote di sinistra, per poter avere una miglior comprensione del grafico.



Figura 4.27: Random sinusoidal input – Forze laterali pneumatici

La correlazione ottenuta anche in questo caso è soddisfacente, sebbene vi siano delle piccole differenze che possono essere spiegate con motivazioni equivalenti a quelle già espresse nell'analisi dei risultati relativi alla rampa di sterzo.



Figura 4.28: Random sinusoidal input – Carichi ruote

In questo caso gli andamenti ottenuti sono soddisfacenti, anche se sono preferibili nel caso delle ruote posteriori in cui la correlazione fra i risultati predetti dai due simulatori è maggiore.

Per le ruote anteriori è evidente come all'aumentare della frequenza di input ancora una volta il software validato sia caratterizzato da un effetto di smorzamento maggiore, dovuto alla presenza di un modello della linea di sterzo non presente nel caso del modello Simulink.

A questo proposito va ricordato che, come è stato sottolineato nel paragrafo dedicato all'equazione del moto delle masse non sospese, le forze generati dagli pneumatici hanno effetti anche sulle masse non sospese che sono direttamente collegate alle variazioni di carico sugli pneumatici.

Inoltre, sebbene siano state riscontrate delle differenze, i risultati relativi ai parametri prestazionali del veicolo hanno mostrato un'ottima correlazione e tali parametri erano quelli di maggiore interesse per l'utilizzo pensato per il simulatore Simulink.

A conclusione del capitolo è quindi opportuno fare un riassunto di quanto presentato: il processo di validazione è stato effettuato per verificare l'affidabilità del modello Simulink, viste le ipotesi e le semplificazioni argomentate nei capitoli precedenti.

Sono state simulate 3 manovre, di cui una per la validazione della dinamica longitudinale (un gradino di farfalla con veicolo in moto rettilineo) e 2 manovre (una rampa con pendenza constante ed una sequenza sinusoidale a frequenza variabile applicate al volante del veicolo) per la validazione della dinamica laterale.

L'analisi ha mostrato alcune differenze di risultati dovute alla semplicità di alcuni modelli adottati, soprattutto per ciò che riguarda la sospensioni, che però non hanno avuto effetti sensibili sui risultati relativi ai parametri prestazionali, in quanto è stata riscontrata un'ottima correlazione fra gli andamenti previsti dai due software.

Nel prossimo capitolo si mostrerà come è stato utilizzato "attivamente" il simulatore per valutazioni su veicoli con motori endotermici ai quali vengono aggiunti motori elettrici e batterie per farne dei veicoli ibridi.

# 5. Simulazione di una utilitaria

Terminata la validazione del modello Simulink, questo è stato utilizzato "attivamente" per verificare, senza la necessità di fare prove sperimentali, quali fossero le differenze di comportamento fra un veicolo ed il veicolo ibrido ottenuto avendo come base il primo veicolo.

Questa prima parte di attività è stata svolta in collaborazione con l'azienda Landi Renzo S.p.a. di Reggio Emilia.

L'idea alla base del progetto è quella di trasformare un classico veicolo con motore a combustione interna (Alfa Romeo MiTO) in un veicolo ibrido con l'aggiunta di un sistema composto da motori elettrici e relativa elettronica di potenza.



Figura 5.1: Veicolo di serie ed ibrido

Il veicolo di serie è un veicolo con powertrain endotermico tradizionale e trazione anteriore: il processo di "ibridizzazione" prevede l'installazione di due motori elettrici , calettati all'interno delle ruote posteriori, e di altri componenti necessari per il funzionamento dell'impianto (batterie, elettronica di potenza, ecc) nel bagagliaio del veicolo.

La gestione dell'impianto ibrido per la rigenerazione di energia in fase di frenata e l'utilizzo dei motori elettrici nella fase propulsiva non verranno trattati nell'elaborato, sebbene il simulatore permettesse anche un tale utilizzo: verrà solo preso in considerazione come l'applicazione di coppie motrici o frenanti possa influire positivamente sul comportamento dinamico della vettura.

Sono invece stati analizzati gli effetti dell'aggiunta dell'impianto ibrido sulla dinamica del veicolo: difatti questo è concentrato principalmente nella parte posteriore del veicolo ed è suddiviso fra massa sospesa e non sospesa.

La parte che viene aggiunta alla massa sospesa si trova a sbalzo (nel bagagliaio del veicolo) e vi sono due aspetti che hanno influenza sulla dinamica veicolo: l'aumento del peso del veicolo e l'arretramento, di una quantità non trascurabile, del baricentro.

L'entità dell'aggiunta di peso e l'arretramento del baricentro non verranno riportati esplicitamente in quanto soggetti a vincoli di riservatezza con l'azienda partner del progetto.

In una prima fase quindi il modello Simulink è stato utilizzato per confrontare in due manovre di riferimento riguardanti la dinamica laterale il veicolo di serie (indicato come "Serie" nel resto del capitolo) ed il veicolo ibrido (indicato come "Ibrido" nel resto del capitolo) per capire quali effetti

avesse l'aggiunta dell'impianto ibrido considerato come massa inerte, <u>cioè senza alcuna possibilità</u> <u>di generare coppie motrici o frenanti</u>.

In seguito sono state simulate alcune semplici strategie di controllo dei motori elettrici per verificare se fosse possibile correggere eventuali comportamenti indesiderati del veicolo ibrido.

Nei prossimi paragrafi verranno mostrati i risultati relativi alle analisi effettuate, partendo dal confronto fra il veicolo di serie e quello ibrido.

## 5.1 Confronto fra veicolo di serie ed ibrido

Per il confronto fra il veicolo di serie ed il veicolo ibrido sono state scelte due manovre che coinvolgessero la dinamica laterale, in quanto considerata critica per un'eventuale omologazione dell'impianto ibrido, a differenza della manovra già simulata in precedenza per la validazione della dinamica longitudinale del veicolo.

Tali manovre consistono in un gradino di sterzo ed uno slalom con il veicolo ad una velocità obiettivo prefissata.

### 5.1.1 Gradino di sterzo

In questo paragrafo si riportano i risultati relativi alla simulazione della manovra a gradino di sterzo. Il veicolo si trova ad inizio simulazione su una traiettoria rettilinea con velocità prefissate ed ad un certo istante il pilota applica un gradino di angolo volante che viene mantenuto per tutta la durata della simulazione.



Figura 5.2: Gradino di sterzo – Angolo volante

Come per il caso della validazione, la velocità veicolo è stata mantenuta vicino al valore obiettivo grazie all'utilizzo di un controllore PI, che in base all'errore sulla velocità si comporta come un generatore di coppia sulle ruote anteriori.



Figura 5.3: Gradino di sterzo - Velocità veicolo

Osservando i risultati riportati in figura precedente è possibile notare che in entrambi i casi il controllore PI riporta la velocità veicolo vicino al valore obiettivo e durante tutta la manovra non vi sono grossi scostamenti da tale valore (il massimo è inferiore all'1%).

I risultati più interessanti sono sicuramente quelli relativi alla velocità di imbardata e di conseguenza all'angolo di imbardata, che sono racchiusi nei prossimi grafici.

A differenza di quanto ci si potrebbe aspettare, il veicolo ibrido, che risulta essere più pesante di una quantità non trascurabile rispetto al veicolo di serie, per il medesimo valore di angolo volante applicato risulta avere una maggiore velocità di imbardata.



Figura 5.4: Gradino di sterzo – Velocità di imbardata

L'immediata conseguenza della differenza evidenziata è una maggiore pendenza dell'andamento dell'angolo di imbardata per il veicolo ibrido.



Figura 5.5: Gradino di sterzo – Angolo di imbardata

Per spiegare questo risultato è necessario considerare due aspetti diversi che derivano dall'installazione dell'impianto ibrido: innanzitutto il carico sulle ruote posteriori, come si vedrà dal relativo grafico, aumenta e in via teorica ciò dovrebbe portare il veicolo ad avere una minore velocità di imbardata in quanto le ruote posteriori, come si può evincere analizzando l'equazione
relativa alla dinamica di imbardata, in condizioni normali si oppongono alla sterzatura del veicolo svolgendo un'azione equilibrante rispetto alle ruote anteriori.

Tuttavia va considerato anche il notevole arretramento del baricentro: questo fa si che, sempre nell'equazione citata, le ruote anteriori (il cui carico rimane circa invariato) vedano aumentare il "braccio" con cui esercitano la coppia che fa sterzare il veicolo mentre per le ruote posteriori si ha il contrario ed il relativo "braccio" diminuisce.

Le ruote anteriori hanno quindi una maggiore possibilità di sterzare il veicolo mentre le ruote posteriori vedono diminuito il loro effetto equilibrante.

I due aspetti considerati sono quindi in contrapposizione e nel caso in esame l'effetto preponderante risulta essere il secondo, facendo si che il veicolo ibrido, seppure più pesante, abbia una maggiore sensibilità all'angolo volante imposto dal pilota.

La conferma delle ipotesi appena effettuate arriva dal grafico dell'angolo di slittamento laterale.



Figura 5.6: Gradino di sterzo - Angolo di slittamento laterale

Il grafico appena riportato evidenzia anche un altro aspetto interessante delle due configurazioni veicolo simulate: per il caso del veicolo di serie, velocità di imbardata e angolo di slittamento laterale sono concordi e ciò indica un comportamento di tipo sottosterzante, come era stato anticipato nel terzo capitolo della tesi.

Nel caso del veicolo ibrido invece l'angolo di slittamento laterale ha segno opposto mentre è rimasto invariato il segno della velocità di imbardata: si ha cioè un comportamento di tipo sovrasterzante e ciò indica che l'aggiunta del sistema ibrido ha provocato un abbassamento della velocità di tangenza (che è quella velocità per cui si ha la transizione da comportamento sottosterzante a sovrasterzante).

L'aumento della velocità di imbardata e il cambiamento di segno dell'angolo di slittamento laterale provocano un aumento dell'accelerazione laterale per il caso del veicolo ibrido, come evidenziato nella prossima figura.



Figura 5.7: Gradino di sterzo – Accelerazione laterale

Le differenze riscontrate fino ad ora si manifestano anche per l'angolo di rollio che risulta essere maggiore per il veicolo ibrido.



Figura 5.8: Gradino di sterzo – Angolo di rollio

L'aumento dell'angolo di rollio è in parte dovuto all'aumento di accelerazione laterale già evidenziato ed in parte al maggiore peso della massa sospesa: va ricordato infatti che le sospensioni, come già anticipato nel capitolo dedicato alla validazione del modello, sono invariate fra le due configurazioni.

Nel caso del veicolo ibrido queste devono però opporsi ad una maggiore azione inerziale da parte della massa sospesa (a causa dell'incremento di peso di quest'ultima) ed, essendo invariata la loro rigidezza, ciò si traduce in un maggiore valore dell'angolo di rollio raggiunto.

Gli ultimi risultati, relativi alla manovra in esame, che si riportano sono quelli riguardanti i carichi ruote.



Figura 5.9: Gradino di sterzo – Carichi ruote

Anche in questo caso si possono evidenziare alcuni aspetti importanti: il primo riguarda il carico statico (che si ha nella prima parte della simulazione dove il pilota non ha ancora effettuato il gradino di sterzo) sulle ruote posteriori risulta notevolmente differente fra le due configurazioni del veicolo mentre è pressoché invariato sulle ruote anteriori.

Inoltre è possibile osservare (risulta facile nel caso delle ruote anteriori) che i trasferimenti di carico laterali sono maggiori per il veicolo ibrido a causa della maggiore accelerazione laterale e del maggiore angolo di rollio raggiunti.

Trattandosi di una curva verso sinistra (velocità di imbardata positiva) le 2 ruote interne (anteriore e posteriore sinistra) si scaricano ed il carico viene trasferito verso le 2 ruote esterne (le 2 di destra).

A conclusione del paragrafo è bene sottolineare alcuni risultati mostrati: è stato evidenziato che, nonostante l'aumento di peso del veicolo ibrido rispetto al veicolo di serie, il primo risulta essere maggiormente sovrasterzante e sensibile allo sterzo per una manovra eseguita a pari velocità ed angolo volante.

La velocità di tangenza si abbassa e ciò non è desiderabile su un veicolo come quello analizzato per il quale, essendo una berlina di uso non sportivo, è desiderabile un comportamento maggiormente neutro per una più facile guidabilità da parte del pilota.

Per confermare i risultati visti è stata simulata una ulteriore manovra, i cui risultati sono riportati nel prossimo paragrafo.

### 5.1.2 Slalom

La manovra simulata in questo caso prevede l'applicazione di un input di tipo sinusoidale con ampiezza e frequenza costanti, per simulare il tradizionale percorso di slalom fra i birilli.



Figura 5.10: Slalom - Angolo volante

Anche in questo caso la velocità è mantenuta vicino al valore obiettivo grazie all'azione del controllore PI già citato in precedenza.



Figura 5.11: Slalom – Velocità veicolo

Dopo una prima discesa iniziale, il controllore riporta la velocità al valore obiettivo, anche se si possono notare delle piccole oscillazioni che sono dovute alla natura "dinamica" della manovra.



Figura 5.12: Slalom - Velocità di imbardata

Come già riscontrato per la manovra a gradino di sterzo, anche in questo caso il veicolo ibrido manifesta una maggiore sensibilità allo sterzo, nonostante l'incremento di peso, e le oscillazioni della velocità di imbardata hanno una maggiore ampiezza rispetto al veicolo di serie.



Figura 5.13: Slalom – Angolo di imbardata

Ciò si traduce, come è possibile evidenziare dalla figura precedente, in una maggiore angolo di imbardata di picco raggiunto durante la manovra di slalom.

Tuttavia le oscillazioni rimangono in fase nei due casi e gli andamenti dell'angolo di imbardata passano per il valore nullo indicando che la manovra viene effettuata nella regione di comportamento lineare degli pneumatici.

Per quanto riguarda l'angolo di slittamento laterale si ha la situazione rappresentata nel prossimo grafico.



Figura 5.14: Slalom – Angolo di slittamento laterale

In questo caso si hanno oscillazioni per entrambi le configurazioni dei veicoli ma sembra che nel caso del veicolo ibrido le oscillazioni abbiano ampiezza minore: questo risultato non deve tuttavia trarre in inganno perché la situazione è simile a quella vista per la simulazione del gradino di sterzo. Difatti mentre nel caso del veicolo di serie le oscillazioni dell'angolo di slittamento laterale sono in fase con quelle della velocità di imbardata evidenziando un comportamento sottosterzante nel caso del veicolo ibrido si ha la situazione opposta (oscillazioni in controfase) con un comportamento di tipo sovrasterzante, che per la tipologia del veicolo in esame non è un comportamento desiderabile per le motivazioni già viste in precedenza.

Analizzando i risultati relativi all'accelerazione laterale è possibile ancora una volta riscontrare la tendenza visto fino ad ora.



Figura 5.15: Slalom – Accelerazione laterale

I maggiori picchi di accelerazione laterale raggiunti dal veicolo ibrido portano, come per il caso del gradino di sterzo, ad un picco più alto del valore dell'angolo di rollio.



Figura 5.16: Slalom – Angolo di rollio

La maggiore ampiezza delle oscillazioni relativa all'angolo di rollio è dovuta anche in questo caso sia all'aumentata inerzia del veicolo ibrido sia alla maggiore accelerazione laterale raggiunta, che fanno si che le sospensioni non riescano a contenere i valori dell'angolo di rollio entro i limiti evidenziati dal veicolo di serie.



In ultimo si riportano gli andamenti relativi ai carichi ruote, raccolti nella prossima figura.

Figura 5.17: Slalom - Carichi ruote

Anche in questo caso si può notare che il veicolo ibrido è soggetto a maggiori trasferimenti di carico laterali per le motivazioni viste per il gradino di sterzo.

Data la natura "dinamica" della manovra è evidente che le ruote si caricano e scaricano in funzione della direzione dell'accelerazione laterale: la simmetria (per ipotesi) del veicolo fa si che i picchi di carico raggiunti dalle ruote di destra e sinistra del medesimo asse siano identici.

A conclusione del paragrafo si riassumono i concetti principali evidenziati nell'analisi dei risultati delle simulazioni: sono state simulate 2 manovre (un gradino di sterzo ed uno slalom) per verificare la differenza di comportamento dinamico fra 2 configurazioni del medesimo veicolo, rispettivamente quella originale ed una ottenuta tramite l'ibridizzazione del veicolo di partenza.

Quest'ultimo, seppure più pesante, ha mostrato una maggiore sensibilità all'angolo di sterzo ed un comportamento maggiormente sovrasterzante rispetto al veicolo base e tale comportamento è stato giudicato indesiderato in quanto si tratta di una utilitaria di uso non sportivo.

Nei prossimi paragrafi verranno mostrati alcuni metodi utilizzati per verificare come correggere il comportamento del veicolo ibrido sfruttando le coppie generabili dai motori elettrici.

## **5.2 Torque vectoring**

Il torque vectoring è un concetto che, soprattutto nel recente passato grazie all'avanzamento tecnologico in ambito industriale, è piuttosto diffuso in ambito automobilistico: è una tecnica che consiste nel distribuire la coppia motrice proveniente dal motore verso le ruota di destra o sinistra (o dall'asse anteriore verso il posteriore e viceversa) a seconda delle esigenze di guida ed all'attitudine sportiva o meno del veicolo.

Una via per attuare questa tecnica consiste nell'utilizzo di appositi dispositivi meccanici che ripartiscono la coppia motrice fra le ruote del veicolo e che, per natura, possono fornire solamente coppie di trazione ([16,17,18]).

La presenza nel mondo industriale di motori elettrici di dimensioni tali da poter essere calettati all'interno delle ruote del veicolo ha dato la possibilità di pensare anche ad un nuovo concetto di torque vectoring, basato appunto sull'utilizzo di tali macchine.

Tuttavia i principi che stanno alla base del concetto di torque vectoring sono i medesimi quali che siano i dispositivi (meccanici o elettrici) con cui si decide di applicare tale tecnica e verranno brevemente riportati in quanto fondamentali per il proseguimento dell'elaborato.

L'obiettivo principale è quello di controllare la dinamica laterale del veicolo (velocità di imbardata, angolo di slittamento laterale, accelerazione laterale) attraverso una opportuna manipolazione delle coppie motrici applicate alle ruote che si traducono di conseguenza in forze longitudinali esercitate dagli pneumatici ([20,21]).



Figura 5.18: Torque vectoring

Si prendano ad esempio le 2 situazioni riportate nella figura precedente, dove il veicolo in esame sta effettuando una svolta verso sinistra: nei 2 casi la coppia  $T_0$  fornita in condizioni di moto rettilineo viene alterata di una quantità  $\Delta T$  che viene trasferita da una ruota all'altra.

Nel caso di sinistra la ruota di sinistra (interna) vede aumentare la coppia erogata mentre per la ruota di destra (esterna) si ha una diminuzione di coppia: questa fa si che la ruota di sinistra produrrà una forza longitudinale  $F_x$  aumentata di una quantità  $\Delta F_x$  mentre si avrà la situazione inversa per la ruota di destra.

L'effetto di questo sbilancio è la nascita di una coppia imbardante che si oppone alla svolta del veicolo e può contribuire quindi alla stabilizzazione dello stesso.

Nel caso di destra riportato in figura si ha invece la situazione inversa: la coppia viene incrementata sulla ruota esterna alla curva e decrementata sulla ruota interna e questo genera la nascita di una coppia imbardante sul veicolo che ne favorisce la svolta verso sinistra.

Da queste semplice considerazioni è evidente come il torque vectoring sia in grado di influenzare la dinamica latero-direzionale del veicolo: nel caso si abbiano a disposizione macchine elettriche in grado di essere gestite indipendentemente e di generare anche coppie frenanti le possibilità di utilizzo del principio vengono ampliate.

Le principali variabili di interesse per il controllo in imbardata dei veicoli sono la velocità di imbardata, l'angolo di slittamento laterale e l'accelerazione laterale ([20, 21, 22]).

Per queste variabili si fa ricorso ad espressioni ricavate dal modello a bicicletta, poiché facilmente relazionabili ad altre variabili (angolo di sterzo, velocità) che possono essere, allo stato attuale dell'arte, facilmente misurate a bordo del veicolo.

Ad esempio nel caso della velocità di imbardata si ha:

$$\dot{\Psi}_d = \frac{V\delta}{l + K_{us}V^2} \quad (5.1)$$

dove con  $K_{us}$  viene indicato un coefficiente di sottosterzo che può essere ricavato dalle caratteristiche del veicolo e degli pneumatici in esame ([5]) oppure posto uguale ad un valore costante ritenuto ragionevole per la classe del veicolo considerato ([21]).

L'espressione appena riportata permette quindi, nota la velocità del veicolo e l'angolo di sterzo (inteso alle ruote), di calcolare la velocità di imbardata desiderata.

Espressioni analoghe si hanno per l'accelerazione laterale e l'angolo di slittamento laterale desiderati:

$$\begin{cases} a_{y-d} = \frac{V^2 \delta}{l + K_{us} V^2} \\ \beta_d = \frac{ab \left(\frac{l}{a} - \frac{mV^2}{bK_{pos}}\right) \delta}{l^2 - m \left(\frac{a}{K_{pos}} - \frac{b}{K_{ant}}\right) V^2} \end{cases}$$
(5.2)

dove con  $K_{ant}$  e  $K_{pos}$  sono state indicate le pendenze delle curve  $F_y$ - $\alpha$  nel tratto lineare degli pneumatici anteriori e posteriori (indicate con BCD nel paragrafo dedicato).

I valori calcolati con le espressioni presentate vengono poi confrontati con i valori misurati a bordo veicolo (oppure, come si vedrà per il caso in esame, prodotti da un modello veicolo non lineare) per generare un valore di errore che viene opportunamente trattato per la generazione della coppia trasferita da una ruota all'altra.

In generale il valore di errore ricavato si presenta in questa forma:

$$e_{\dot{\Psi}} = \Psi_{mes} - \Psi_{des} \qquad (5.3)$$

dove la velocità di imbardata può essere quella misurata a bordo veicolo o quella simulata con un modello non lineare (come quello oggetto dell'elaborato).

Una volta ricavato il valore di errore, questo viene utilizzato per il calcolo delle coppie correttive secondo diverse metodologie, alcune delle quali saranno presentate nei prossimi paragrafi.

#### 5.2.2 Torque distribution

Il primo approccio presentato, definito "*Torque distribution*", prevede la possibilità di gestire in maniera indipendente le coppie applicate alle diverse ruote per rispondere a diversi limiti imposti ad esempio dalle macchine elettriche o dagli pneumatici ([20, 23]).

Si prenda ad esempio il caso dell'errore sulla velocità di imbardata espresso in precedenza, grazie al quale è possibile calcolare la coppia correttiva con un controllore di tipo proporzionale integrale:

$$\Delta T = K_p e_{\dot{\Psi}} + K_i \int e_{\dot{\Psi}} dt \qquad (5.4)$$

La correzione di coppia viene poi sommata algebricamente alle coppie motrici erogate alle ruote secondo diverse logiche che possono essere scelte in fase di progetto a seconda delle necessità o possibilità messe a disposizione del sistema adottato.

Una via potrebbe essere quella di sommare la correzione di coppia sulla ruota di destra o sinistra a seconda del segno dell'errore sulla velocità di imbardata:

$$\begin{cases} \left\{ \begin{aligned} T_{PD} &= T_0 \\ T_{PS} &= T_0 + \left| \Delta T \right| \end{aligned} \right. & se \ e_{\dot{\Psi}} > 0 \\ \left\{ \begin{aligned} T_{PD} &= T_0 + \left| \Delta T \right| \\ T_{PS} &= T_0 \end{aligned} \right. & se \ e_{\dot{\Psi}} < 0 \end{cases}$$

$$(5.5)$$

Si consideri ad esempio il caso in cui, in una svolta a sinistra, l'errore sulla velocità di imbardata sia maggiore di 0: ciò implica che la velocità di imbardata del veicolo è superiore a quella desiderata e ci si trova cioè in una condizione di sovrasterzo.

Per contrastare questo comportamento è possibile incrementare la coppia sulla ruota di sinistra, lasciando invariata la coppia motrice sulla ruota di destra, creando una coppia imbardante sul veicolo che si oppone alla sterzatura dello stesso e, in via teorica, ne attenua il comportamento sovrasterzante.

Nel caso in cui l'errore sulla velocità di imbardata sia negativo si ha la situazione opposta: il veicolo ha una velocità di imbardata inferiore rispetto a quella desiderata e sta manifestando un comportamento sottosterzante.

Incrementando la coppia sulla ruota di destra si genera un momento imbardante sul veicolo che ne favorisce la sterzatura: tuttavia, come è già stato anticipato ad inizio capitolo, favorire il sottosterzo di una vettura non è una pratica comunemente adottata per vetture di uso turistico ed in questo caso si potrebbe tollerare, senza correggere le coppie  $T_0$  applicate le ruote.

Va specificato che, nelle simulazioni effettuate per il veicolo trattato ad inizio capitolo, i motori elettrici calettati sull'asse posteriore non sono stati utilizzati con "scopi propulsivi", motivo per il quale le coppie  $T_0$  applicate erano nulle e venivano considerate solo le coppie correttive che diventavano di fatto delle coppie assolute applicate.

Un'altra possibile strategia di torque distribution prevede l'applicazione della coppia correttiva ad entrambe le ruote: questa risulta particolarmente interessante nel caso in cui vi siano dei dispositivi

in grado di erogare coppie sia positive che negative come i motori elettrici che fanno parte del sistema di cui si è accennato ad inizio capitolo.

In questo caso le coppie applicate alle ruote vengono così calcolate:

$$\begin{cases} T_{PD} = T_0 - \Delta T \\ T_{PS} = T_0 + \Delta T \end{cases}$$
(5.6)

Riferendosi al veicolo in esame, si suppone che la coppia  $T_0$  sia nulla e che l'errore sulla velocità di imbardata sia positivo: la correzione di coppia ha valore positivo e di conseguenza alla ruota destra viene applicata una coppia frenante mentre alla ruota sinistra viene applicata una coppia motrice.

Questo fa nascere una coppia imbardante che si oppone alla sterzatura del veicolo con alcuni vantaggi rispetto alla soluzione precedente: in primo luogo la coppia totale applicata al veicolo non viene alterata in quanto le coppie applicata sulle ruote posteriori si annullano.

Inoltre è possibile sfruttare il motore che sta erogando coppia frenante per recuperare energia che può essere sfruttata dal motore che sta erogando coppia positiva.

Oltre alla strategia di controllo appena presentata, in bibliografia è possibile trovarne anche di altra tipologie, come ad esempio il controllo fuzzy che verrà brevemente introdotto nel prossimo paragrafo.

#### 5.2.3 Fuzzy control

Il controllore di tipo fuzzy rappresenta un'alternativa ai classici controllori proporzionali integrali derivativi (o PID) e consiste in un insieme di regole deduttive che legano ingressi e uscite con una logica di tipo "*if-then*".

A volte tuttavia i due approcci, PID e fuzzy, si uniscono per formare dei controllori di tipo misto.

Una dettagliata presentazione del controllo fuzzy va oltre gli scopi di questo elaborato (per la quale si rimanda a testi più specifici) motivo per il quale verranno presentati i concetti base necessari per la comprensione di come tale controllore sia stato utilizzato per le simulazioni effettuate.

Va premesso che, grazie ad una ricerca bibliografica, sono stati trovati diversi esempi di utilizzo di controllori fuzzy per scopi di controllo di un veicolo ([21, 24, 25]).

Il controllore fuzzy si compone di diverse parti:

- fuzzificatore
- database delle regole
- motore di inferenza
- defuzzificatore

Le variabili utilizzate per il funzionamento del controllore sono, per il caso in esame, l'errore sulla velocità di imbardata (già presentata) e la relativa derivata temporale:

$$\dot{e}_{\dot{\Psi}} = \frac{de_{\dot{\Psi}}}{dt} \qquad (5.7)$$

Queste variabili possono essere normalizzate (in rapporto ad un valore massimo definito a priori) e processate tramite un processo detto *"fuzzificazione"*.

Questo processo consiste nell'assegnazione della variabile ad ingresso ad una classe di appartenenza: si veda per esempio la figura seguente.



Figura 5.19: Controllore fuzzy – Fuzzificazione degli ingressi

La variabile "e" viene quindi assegnata ad una classe in base al suo valore: se il valore è nullo essa apparterrà alla classe ze ("zero") mentre se il valore fosse 0.2 essa apparterrà sia alla classe ps ("positive small") che pb ("positive big") con un grado di appartenenza che dipende anche dalla forma delle funzioni di appartenenza (che possono essere triangolari, trapezoidali, gaussiane, ecc).

Un processo analogo viene effettuato anche per la derivata dell'errore (anche per l'output esistono le classi di appartenenza) e dall'esempio precedente è evidente come un determinato valore dell'ingresso possa fare si che questo appartenga anche a più classi contemporaneamente.

Il database delle regole contiene una serie di implicazioni logiche di tipo "*if-then*" che possono essere comodamente riassunte in una tabella.

		PB	PS	ZE	NS	NB
de dt	PB	NVB	NB	NS	NS	ZE
	PS	NB	NB	NS	ZE	PS
	ZE	NS	NS	ZE	PS	PS
	NS	NS	ZE	PS	PB	PB
	NB	ZE	PS	PS	PB	PVB

e

Figura 5.20: Controllore fuzzy – Database delle regole

Le regole vanno interpretate nella maniera seguente:

- se l'errore è pb e la derivata è pb allora l'output è nvb ("negative very big")
- se l'errore è pb e la derivata è ps allora l'output è nb ("*negative big*"), ecc.

Il controllore fuzzy "*ragiona*" quindi quasi come se fosse un pilota: se l'errore sulla velocità di imbardata è molto grande (cioè forte sovrasterzo) e la sua derivata è molto grande la coppia imbardante da fornire al veicolo per correggerne il comportamento sarà negativa molto grande.

Se invece l'errore è molto grande e la sua derivata è fortemente negativa (nb o "*negative big*") allora il controllore non intraprende nessuna azione (l'output è ze, cioè "*zero*") poiché il comportamento sovrasterzante del veicolo si sta attenuando.

Quando sia l'errore che la sua derivata appartengono a più classi, allora anche per l'output saranno attivate più classi di appartenenza: il motore di inferenza (che può essere di tipo Mamdani o Sugeno) ha il compito di combinare opportunamente le regole del database in funzione del grado di appartenenza degli input alle relative classi.

Una volta note le classi di appartenenza (ed il relativo grado di attivazione) per l'output, il defuzzificatore fornisce il valore dell'output: anche in questo caso una figura può aiutare la comprensione del processo.



Figura 5.21: Controllore fuzzy - Defuzzificazione output

In questo processo si passa quindi dalle funzioni di appartenenza al valore numerico dell'output: i metodi per la defuzzificazione sono diversi e comprendono il baricentro delle aree, il valore minimo o massimo, ecc.

Se l'output, come nel caso rappresentato, è normalizzato si può provvedere a moltiplicarlo per opportune costanti (come ad esempio la massima coppia erogabile dai motori elettrici) per ottenere il valore numerico della variabile di controllo.

In Matlab esiste uno strumento dedicato (Fuzzy logic toolbox) che permette di creare in maniera rapida ed intuiva un controllore di tipo fuzzy che possa essere utilizzato in ambiente Simulink ed il cui prodotta è una superficie di controllo che riassume il funzionamento del controllore.



Figura 5.22: Controllore fuzzy – Superficie di controllo

Questa superficie viene importata in Simulink con un blocco dedicato e ne permette il funzionamento nelle simulazioni.

Per i controllori di tipo fuzzy non è possibile usare le regole classiche di progettazione dei controllori di tipo PI (regola Ziegler-Nichols, controllo ottimo) ma sono riconosciuti come controllori di tipo robusto e la presenza di uno strumento di simulazione (come il modello Simulink) ne permette una sorta di calibrazione senza la necessità di prove sperimentali.

Le due forme di controllo presentate sono state implementate in ambient Simulink e utilizzate per la simulazione di 2 diverse vetture: per il veicolo presentato ad inizio capitolo è stata scelto il controllore fuzzy e nei prossimi paragrafi verranno presentati i risultati relativi a tali simulazioni.

Tuttavia, prima di arrivare ai risultati, verrà dedicato un paragrafo alla modellazione dei motori elettrici che fanno parte del sistema ibrido citato.

## 5.3 Modello motori elettici

La modellazione dei motori elettici è stato un passo necessario per avere la possibilità di simulare l'erogazione di coppie motrice o frenante di questi ultimi.

In [1] sono presenti modelli che considerano il circuito equivalente della macchina elettrica ma, sebbene tali modelli siano utili per simulare anche il flusso energetico all'interno della macchina, sono apparsi eccessivamente complessi per gli scopi delle simulazioni effettuate.

Difatti, avendo come obiettivo l'analisi dell'influenza sulla dinamica veicolo dell'applicazione di coppia alle ruote, è stata scelta una modellazione funzionale agli scopi che è risultata quindi più semplice di quella citata.

Il modello dei motori elettrici è costituito dai blocchi rappresentati nella prossima figura.



Figura 5.23: Blocco di modellazione motori elettrici

Per simulare la presenza di un eventuale riduttore di velocità fra motore elettrico e ruota è stato inserito un rapporto di riduzione fra i due elementi:

$$\omega_{em} = \tau_r \omega_w \qquad (5.8)$$

dove con  $\tau_r$  è stato indicato il rapporto di riduzione, mentre con  $\omega_{em}$  ed  $\omega_w$  sono state indicate le velocità di rotazione della macchina elettrica e della ruota.

La presenza del rapporto di trasmissione non crea problemi anche nel layout presentato ad inizio capitolo (in cui le macchine elettriche sono calettate all'interno delle ruote), per il quale è sufficiente inserire un rapporto di valore unitario.

E' necessario calcolare la velocità di rotazione del motore elettrico in quanto è presente una mappa che lega la massima coppia erogabile dal motore a tale variabile.

L'andamento di tali mappe è solitamente iperbolico a causa del legame fra potenza e coppia:

$$P = C\omega \qquad (5.9)$$

Vi può inoltre essere un limite sulla massima coppia erogabile che modifica la parte a bassa velocità della mappa ([1, 26]), il cui andamento tipico è rappresentato nella prossima figura.



Figura 5.24: Mappa di coppia dei motori elettrici

La mappa di coppia è simmetrica rispetto all'asse x in quanto le macchine elettriche possono erogare sia coppia motrice (fase propulsiva) che frenante (frenata rigenerativa).

Una volta ricavato il massime valore di coppia erogabile dalla macchina elettrica, questo viene usato come input, sia per il limite superiore che per il limite inferiore (ovviamente cambiato di segno), di un saturatore di tipo dinamico che provvede a limitare il comando proveniente dal controllore.

E' stato inserito inoltre un blocco per tenere conto della dinamica di generazione di coppia del motore, sebbene per le macchine elettriche considerate la dinamica sia nettamente più veloce rispetto ai tempi di risposta dinamici di un veicolo.

Per tenere conto in maniera semplice ma efficace di questo aspetto è stata implementata in Simulink una funzione di trasferimento del 1° ordine la cui espressione generica è:

$$G(s) = \frac{1}{\tau_s + 1} \quad (5.10)$$

dove  $\tau$  è la costante di tempo del sistema considerato.

Ad un generico gradino della coppia di comando, la riposta dei motori elettrici è la seguente.



Figura 5.25: Dinamica motori elettrici

In uscita dal blocco di dinamica, la coppia dei motori elettrici, a causa della presenza del riduttore di velocità, viene moltiplicata per il rapporto di trasmissione  $\tau_r$ :

$$T_w = \tau_r T_{em} \qquad (5.11)$$

dove con  $T_{\rm w}$  si è indicata la coppia alla ruota mentre con  $T_{\rm em}$  la coppia fornita dalla macchina elettrica.

Supponendo che il rapporto di trasmissione  $\tau_r$  sia maggiore di 1 si ha che:

- la velocità di rotazione della macchina elettrica è superiore a quella della ruota
- la coppia alla ruota è maggiore di quella fornita dalla macchina elettrica

L'output del blocco di simulazione è la coppia netta erogata alle ruote, che viene utilizzata come input per l'equazione di equilibrio dinamico delle ruote.

Implementato in Simulink il modello delle macchine elettriche, è stato possibile effettuare simulazioni nelle quali tali coppie vengono utilizzate per alterare la dinamica del veicolo ibrido. Nei prossimi paragrafi si procederà a riportare i risultati di tali simulazioni.

## 5.4 Applicazione del torque vectoring

Una volta presentato il blocco di simulazione dei motori elettrici è possibile mostrare i risultati relativi all'applicazione delle coppie generate da questi per analizzare gli effetti sulla dinamica veicolo.

Va sottolineato che in queste simulazioni le macchine elettriche funzionano come "generatori" di coppia senza alcuna limitazione relativa allo stato di carica della batteria, che non è stata modellata. Nelle figure saranno riportate tre curve con diversi acronimi il cui significato è relativo a:

- "Serie": veicolo con distribuzione dei pesi e massa originale
- "Ibrido": veicolo con massa aumentata e distribuzione dei pesi variata a causa della presenza del sistema ibrido <u>che però non eroga alcuna coppia</u>
- "TV": veicolo ibrido con applicazione del torque vectoring

Le manovre simulate sono le stesse viste per il confronto fra il veicolo di serie e quelle ibrido, quindi un gradino di sterzo e lo slalom.

Nei prossimi paragrafi si procederà ad analizzare i risultati di tali simulazioni.

## 5.4.1 Gradino di sterzo

La prima manovra simulata il gradino di sterzo con veicolo a velocità prefissata, della quale non si riporta il grafico relativo all'angolo volante applicato in quanto identico a quello già visto in precedenza.

Anche in questo caso la velocità veicolo è stata mantenuta al valore obiettivo grazie all'azione del controllore PI già presentato, come è possibile osservare dalla prossima figura.



Figura 5.26: Gradino di sterzo – Velocità veicolo

Osservando gli andamenti riportati si nota come fra l'andamento della velocità del veicolo ibrido e quello del veicolo con torque vectoring non vi siano differenze: questo è dovuto in parte al fatto che i guadagni del controllore PI non sono stati variati (cioè il pilota reagisce con la stessa dinamica ad un errore sulla velocità veicolo) ed in parte alla natura delle coppie erogate dai motori elettrici, che saranno analizzate nelle prossime pagine.

I risultati più importanti sono quelli relativi alla velocità di imbardata, dal momento che il controllore fuzzy agisce in base all'errore su tale parametro, e sono rappresentati nella prossima figura.



Figura 5.27: Gradino di sterzo – Velocità di imbardata

Dalla figura risulta evidente che l'azione delle coppie erogate dalle macchine elettriche ha un notevole effetto sulla velocità di imbardata: il valore ottenuto, una volta esaurito il transitorio di assestamento della manovra, per il veicolo dotato di strategia torque vectoring risulta notevolmente inferiore a quello del veicolo ibrido anche se non eguaglia quello del veicolo di serie (per una limitazione relativa al valore delle coppie erogate dalle macchine elettriche).

Il risultato atteso per quanto riguarda l'angolo di imbardata, dati i risultati appena ottenuti per la velocità di imbardata, è quello di avere un valore finale di tale parametro per il veicolo TV compreso fra gli altri due veicoli.





I risultati rappresentati in figura confermano le attese in quanto il veicolo TV risulta meno sensibile all'angolo volante imposto dal pilota di quanto non lo sia il veicolo Ibrido e molto vicino al veicolo di serie: l'azione delle macchine elettriche tende quindi a "nascondere" al pilota l'arretramento del baricentro e l'aumento di massa legato alla presenza del sistema ibrido.



Figura 5.29: Gradino di sterzo – Angolo di slittamento laterale

Visti i risultati relativi alla dinamica di imbardata del veicolo, l'andamento dell'angolo di slittamento laterale risulta di facile spiegazione: l'azione delle macchine elettriche fa si che il veicolo TV sia caratterizzato da un angolo di slittamento laterale di modulo inferiore rispetto al veicolo ibrido e cioè meno sovrasterzante.

Tuttavia il veicolo rimane sempre sovrasterzante mentre il veicolo di Serie, caratterizzato da un angolo di slittamento laterale di segno positivo e concorde con la velocità di imbardata, esplicita un comportamento sottosterzante: il controllo ha quindi alzato la velocità di tangenza del veicolo Ibrido (infatti l'angolo di slittamento laterale del veicolo TV è molto vicino allo 0) ma ad un valore che rimane inferiore rispetto alla velocità a cui è stata eseguita la manovra.

Le motivazioni del mancato raggiungimento di un angolo di slittamento laterale concorde con la velocità di imbardata sono da ricercare anche in questo caso nelle coppie erogate dalle macchine elettriche, che saranno analizzate in seguito.

Si riportano ora i risultati relativi all'accelerazione laterale dei 3 veicoli.



Figura 5.30: Gradino di sterzo - Accelerazione laterale

Ricordando l'equazione con cui viene calcolata l'accelerazione laterale del veicolo (riportata nel capitolo di modellazione), è facilmente spiegabile perché il veicolo TV sia caratterizzato da un'accelerazione laterale inferiore rispetto al veicolo Ibrido: infatti  $A_y$  è la somma della velocità laterale e del prodotto di velocità longitudinale e velocità di imbardata.

Le considerazioni da fare sono le seguenti: l'angolo di slittamento laterale è l'arcotangente del rapporto fra velocità laterale e longitudinale e dato che i 3 veicoli eseguono la manovra a velocità longitudinale pressoché identiche ne consegue che il veicolo TV ha una velocità laterale compresa fra il veicolo di Serie ed il veicolo Ibrido.

Inoltre è stato mostrato anche che il controllo diminuisce la velocità di imbardata del veicolo TV rispetto al veicolo Ibrido: per queste motivazioni il veicolo TV ha una minore accelerazione laterale rispetto al veicolo Ibrido ma comunque superiore rispetto al veicolo di serie.

L'ultimo parametro analizzato è l'angolo di rollio, rappresentato nella prossima figura.



Figura 5.31: Gradino di sterzo – Angolo di rollio

Anche in questo caso i risultati ottenuti sono facilmente spiegabili: nelle 3 configurazioni le rigidezze di sospensioni e barre antirollio non cambiano e ciò fa si che il veicolo TV abbia un minore angolo di rollio inferiore rispetto al veicolo Ibrido (a causa della minore accelerazione laterale raggiunta) ma comunque superiore rispetto al veicolo di serie.



Figura 5.32: Gradino di sterzo – Coppia motore destra

A completamento dell'analisi della manovra si riportano le coppie erogate dai 2 motori elettrici: nella figura precedente è rappresentata la coppia erogata dal motore di destra mentre nella prossima figura vi è la coppia erogata dal motore di sinistra.



Figura 5.33: Gradino di sterzo – Coppia motore sinistra

Nelle figure sono riportate con linee rosse tratteggiate i limiti massimi e minimi delle coppie erogabili dai 2 motori che sono sostanzialmente un output delle mappe di coppia presentate nel paragrafo di modellazione dei motori elettrici.

Gli aspetti da sottolineare sono diversi: innanzitutto va sottolineato che i motori erogano, una volta esaurito un breve transitorio iniziale, coppie di segni diversi, negativa per la ruota di destra e positiva per la ruota di sinistra: il veicolo sta effettuando una svolta a sinistra e le 2 macchine elettriche creano una coppia imbardante sul veicolo che si oppone alla svolta dello stesso con l'effetto, già analizzato in precedenza, di attenuazione del comportamento sovrasterzante del veicolo Ibrido.

Il transitorio iniziale (caratterizzato da un picco di coppia di segno opposto al valore finale delle coppia di ciascun motore) è dovuto alla natura impulsiva della manovra: il pilota infatti applica un gradino di sterzo impulsivo dopo pochi istanti dall'inizio della simulazione.

Ciò fa si che il controllore fuzzy "veda" in tale istante una velocità di imbardata del veicolo (che è nulla in quanto il veicolo ancora non ha reagito all'input del pilota) inferiore rispetto a quella di riferimento (che è calcolata a partire dall'angolo di sterzo alle ruote): in questa fase quindi il controllo richiede alle macchine elettriche coppie tali da favorire la sterzatura del veicolo.

Negli istanti successivi il veicolo reagisce all'input del pilota e sviluppa una velocità di imbardata superiore a quella di riferimento: il controllo quindi reagisce a questa nuova situazione ed inverte il segno della coppia richiesta alle macchine elettriche con gli effetti sulla dinamica veicolo già analizzati in precedenza.

Dall'andamento delle coppie erogate dalle macchine elettriche è possibile effettuare ulteriori considerazioni: entrambi i motori raggiungono il limite di coppia consentito alla velocità di

rotazione a cui si trovano le ruote che in modulo è pressoché identico (le 2 figure sono caratterizzate dalle medesime scale sull'asse delle ordinate).

Le coppie hanno segno opposto e il loro effetto sulla dinamica è pressoché nullo: questo fa si che il veicolo Ibrido ed il veicolo TV abbiano un andamento di velocità longitudinale quasi identico (come sottolineato nell'analisi dei risultati sulla velocità) e che il controllo non abbia effetti tangibili sulla dinamica longitudinale del veicolo.

Inoltre il raggiungimento della massima coppia erogabile dalle macchine spiega il perché della mancata correzione del comportamento sovrasterzante del veicolo Ibrido verso un comportamento sottosterzante: questo aspetto non è da imputare alla natura del controllo (che richiede il massimo alle macchine elettriche) ma bensì ad un valore apparentemente insufficiente della coppia erogabile dai motori elettrici.

Per correggere in maniera ancora più efficace il comportamento del veicolo sarebbero quindi necessarie coppie maggiori, ipotizzando che i pneumatici non raggiungessero il limite di aderenza da cui sono caratterizzati.

I risultati della simulazioni effettuate hanno mostrato che, seppure con alcune limitazioni analizzate, controllando opportunamente le macchine elettriche è possibile manipolare sensibilmente il comportamento dinamico del veicolo: simulando anche lo slalom si è verificato se ciò fosse possibile anche in una manovra più complessa rispetto al semplice gradino di sterzo qui rappresentato.

### 5.4.2 Slalom

Per quanto riguarda la simulazione dello slalom, l'angolo volate applicato durante la simulazione è lo stesso già visto per il confronto fra veicolo di Serie e veicolo Ibrido e per questi motivi non verrà riportato in questo paragrafo.



Figura 5.34: Slalom – Velocità veicolo

Anche durante questa simulazione, come per tutte le simulazioni precedenti, la velocità del veicolo è stata mantenuta al valore obiettivo grazie all'azione di un controllore PI, come mostrato nella figura precedente.

Analizzando l'andamento di velocità si può notare che i due veicoli ibridi (Ibrido e TV) convergono in maniera leggermente più lenta alla velocità rispetto al veicolo di Serie: ciò è dovuto alla maggiore inerzia (massa) dei primi due veicoli rispetto al veicolo di serie ed al fatto che la somma delle coppie elettriche, che saranno analizzate in seguito, come già visto per il caso del gradino di sterzo, sia un valore molto vicino al valore nullo così che la dinamica longitudinale del veicolo non venga alterata.

Smaltito il transitorio iniziale, tutti e 3 i veicoli presentano un andamento di velocità sinusoidale con valore medio corrispondente al valore della velocità obiettivo della manovra.

Anche in questo caso la grandezza di maggiore interesse è la velocità di imbardata del veicolo, racchiusa nella figura seguente.



Figura 5.35: Slalom – Velocità di imbardata

Nel paragrafo dedicato al confronto fra il veicolo di Serie e l'Ibrido era già stata evidenziata la maggiore sensibilità di quest'ultimo all'angolo volante imposto dal pilota: in questo caso si può notare come l'applicazione del torque vectoring diminuisca questo effetto, riportando il veicolo TV ad avere oscillazioni di velocità di imbardata paragonabili a quelle del veicolo di Serie.

Il controllo tuttavia non riesce a replicare esattamente i valori del veicolo di Serie per limitazioni sulle coppie erogate dai motori elettrici, che saranno analizzate in seguito.

L'azione del controllo risulta comunque evidente e può essere riscontrata anche sull'andamento dell'angolo di imbardata, riportato nel prossimo grafico.





Dagli andamenti riportati emerge quanto descritto in precedenza per la velocità di imbardata: l'azione del torque vectoring fa si che il veicolo TV sia caratterizzato da una minore sensibilità all'angolo volante, senza tuttavia riportarsi nelle condizioni del veicolo di serie, a causa delle limitazioni sulle coppie erogate dai motori elettrici.



Figura 5.37: Slalom – Angolo di slittamento laterale

Per quanto riguarda l'angolo di slittamento laterale possono essere effettuate diverse considerazioni: innanzitutto va ricordato quanto evidenziato nel paragrafo dedicato all'analisi delle differenze di comportamento dinamico fra il veicolo di Serie e l'Ibrido.

Sebbene quest'ultimo presenti oscillazioni di minore ampiezza rispetto al primo, va sottolineato che si tratta di due situazioni diverse: difatti le oscillazioni del veicolo di Serie risultano in fase con le oscillazioni presentate anche della velocità di imbardata evidenziando una condizione di sottosterzo. Per quanto riguarda il veicolo Ibrido si ha la situazione opposta: le oscillazioni dell'angolo di slittamento laterale risultano in controfase rispetto a quelle della velocità di imbardata manifestando un comportamento sovrasterzante e quindi indesiderato per la tipologia di veicolo considerata.

Per quanto riguarda il veicolo TV si nota che le oscillazioni rimangono in controfase rispetto alla velocità di imbardata (sono in fase con quelle del veicolo Ibrido) ma presentano ampiezza minore: ciò conferma quanto visto sui precedenti risultati, ovvero una diminuita sensibilità all'angolo volante ottenuta grazie all'applicazione del torque vectoring.

Dai risultati appena presentati ci si può aspettare un minore valore di accelerazione laterale raggiunto dal veicolo TV rispetto al veicolo Ibrido, come può essere riscontrato dalla prossima figura.



Figura 5.38: Slalom - Accelerazione laterale

I risultati ottenuti sono in linea con le premesse effettuate, anche se ancora una volta per il veicolo TV non si riscontra un andamento sovrapposto al veicolo di serie per le motivazioni già citate relativamente alle coppie dei motori elettrici.

L'ultima grandezza relativa alla dinamica veicolo analizzata è l'angolo di rollio, rappresentato nel prossimo grafico.



Figura 5.39: Slalom – Angolo di rollio

Nel paragrafo dedicato al confronto fra il veicolo di Serie ed il veicolo Ibrido era già stato evidenziato che quest'ultimo raggiungeva maggiori valori dell'angolo di rollio a causa non solo della maggiore accelerazione laterale sviluppata nel corso della manovra ma anche per l'aumentata massa (a causa della presenza del sistema ibrido): il veicolo TV manifesta oscillazioni dell'angolo di rollio rispetto al veicolo Ibrido in quanto il primo, grazie all'azione del torque vectoring, raggiunge minori picchi di accelerazione laterale nel corso della manovra.

Entrambe le configurazioni rimangono tuttavia lontane dal veicolo di Serie poiché tutte e 3 le configurazioni sono dotate del medesimo sistema di sospensioni ma il veicolo di Serie è caratterizzato da una minore massa.

A conclusione del paragrafo si riportano gli andamenti delle coppie erogate dalle macchine elettriche nel corso della manovra analizzata per il caso del veicolo TV.



Figura 5.40: Slalom - Coppia motore destra

Nella figura precedente è rappresentato l'andamento della coppia erogato dal motore di destra mentre il prossimo grafico racchiude la coppia erogata dal motore di sinistra.



Figura 5.41: Slalom – Coppia motore sinistra

Nell'analisi delle coppie erogate dai motori elettrici vanno sottolineati diversi punti: in primo luogo nei grafici sono riportate anche in questo caso con le linee tratteggiate rosse le massime coppie erogabili dalle macchine elettriche in funzione della velocità di rotazione istantanea delle stesse.

E' evidente che nel corso della manovra tale limite viene raggiunto più volte ed in particolare nei momenti in cui viene raggiunto il picco di velocità di imbardata: ciò indica che, sebbene il controllore richieda alle macchine elettriche le massime coppie erogabili queste non sono di entità tale da portare il veicolo TV a sviluppare velocità di imbardata ed angolo di slittamento laterale uguali al veicolo di serie.

Il picco iniziale delle coppie elettriche è dovuto al ritardo che vi è fra l'applicazione dell'angolo volante e la risposta del veicolo all'input applicato: infatti osservando l'angolo di slittamento laterale si può notare negli istanti successivi all'inizio della manovra di slalom come esso abbia valore concorde con la velocità di imbardata per tutti e 3 i veicoli (comportamento sottosterzante).

Per il veicolo di Serie tale corrispondenza permane per tutta la durata della manovra (comportamento sottosterzante) mentre per il veicolo Ibrido ed il veicolo Tv dopo alcuni istanti tale tendenza viene invertita ed angolo di slittamento di laterale e velocità di imbardata sono in controfase (comportamento sovrasterzante).

Il breve transitorio evidenziato sopra è dovuto sia all'inerzia del veicolo stesso che alla non istantanea generazione delle forze laterali da parte degli pneumatici ed è un tempo di risposta caratteristico della configurazione veicolo-pneumatici in esame.

In tali istanti il controllore Torque Vectoring "vede" una velocità di imbardata minore rispetto a quella richiesta dal pilota tramite l'angolo volante e genera delle coppie tali da favorire la sterzatura del veicolo (evidenziate dal picco iniziale).

Nel momento in cui il tempo di risposta del veicolo Ibrido è trascorso ed il veicolo manifesta il comportamento sovrasterzante che mantiene fino al termine della manovra il controllore inverte la richiesta di coppia alle macchine elettriche per contrastare l'eccessiva velocità di imbardata del veicolo.

Ciò può essere chiarito osservando la prima semi-onda presentata dalla velocità di imbardata che ha valori positivi (il veicolo sta cioè ruotando verso sinistra): in tali istanti il motore di destra (ruota esterna alla curva) eroga una coppia positiva mentre il motore di sinistra (interno alla curva) eroga una coppia positiva.

La coppia totale creata sul veicolo è quindi tale da opporsi alla sterzatura dello stesso (ciò rimane vero fino al termine della simulazione).

Va inoltre osservato che le coppie erogate dalle macchine elettriche sono in controfase ed il loro effetto sulla dinamica longitudinale del veicolo è trascurabile, come era stato evidenziato nell'analisi della velocità veicolo ad inizio paragrafo.

A conclusione del capitolo si effettua un breve riassunto di quanto visto: all'inizio del capitolo è stato presentato un kit di "ibridizzazione" ideato da Landi Renzo Spa per trasformare un classico veicolo con powertrain endotermico in un veicolo ibrido.

Il simulatore Simulink ha permesso di valutare quali fossero le differenze di comportamento dinamico fra una utilitaria in configurazione di Serie e la relativa versione Ibrida grazie alla simulazione di un gradino di sterzo ed uno slalom a velocità prefissate.

Le simulazioni hanno evidenziato un comportamento maggiormente sovrasterzante ed una maggiore sensibilità all'angolo volante da parte del veicolo Ibrido, dovuto principalmente all'arretramento del baricentro.

In seguito sono state analizzate due strategie di Torque Vectoring (Torque Distribution e Fuzzy Logic) che si intendeva applicare in simulazione per cercare di correggere il comportamento del veicolo Ibrido.

E' stato inoltre presentato, insieme alla relativa implementazione in Simulink, il modello dei motori elettrici, necessario per simulare l'azione delle macchine elettriche costituenti il sistema ibrido succitato.

A conclusione del capitolo sono stati presentati i risultati delle simulazioni delle stesse manovre viste ad inizio capitolo con l'applicazione del Torque Vectoring tramite la strategie Fuzzy Logic: è stato evidenziato come un corretto uso delle coppie erogate dalle macchine elettriche possa rendere meno sovrasterzante e sensibili all'angolo volante il veicolo TV per renderlo più simile al veicolo di Serie.

E' stato tuttavia evidenziato come la limitazione sulle coppie delle macchine elettriche impedisse di ottenere una dinamica veicolo perfettamente identica al veicolo di serie.

Nel prossimo capitolo si prenderà invece in considerazione un veicolo di natura profondamente diversa (un veicolo di tipo sportivo) cercando eventuali benefici dell'applicazione del torque vectoring su tale veicolo.

# 6. Simulazione di una vettura sportiva

La parte di attività che verrà presentata in questo capitolo è stata svolta in collaborazione con Automobili Lamborghini S.p.a., per la simulazione di una vettura di classe sportiva.

La vettura oggetto delle simulazioni è la Lamborghini Aventador, una vettura di classe sportiva dotata di 4 ruote motrici.



Figura 6.1: Lamborghini Aventador

Anche in questo caso vi è un progetto che prevede la realizzazione di una vettura ibrida a partire dalla Aventador: in questo caso però la vettura di partenza è già dotata di trazione integrale e la realizzazione del progetto prevede la modifica del powertrain originale della vettura.



Figura 6.2: Veicolo di serie ed Ibrido

Come può essere osservato dalla precedente schematizzazione, la vettura originale prevede un motore endotermico nella zona posteriore della vettura che trasmette potenza a tutte e 4 le ruote del veicolo.

Nel caso della vettura ibrida il motore endotermico invece eroga potenza alle sole ruote posteriori mentre le ruote anteriori vengono trascinate da 2 motori elettrici che erogano potenza attraverso 2 riduttori di velocità, il cui compito è di moltiplicare la coppia erogata dalle macchine elettriche.

Le batterie e l'elettronica di potenza necessaria per il funzionamento del sistema sono installate nella parte centrale del veicolo, per fare si che il sistema abbia la minore influenza possibile sulla dinamica veicolo: tuttavia, nonostante tale accorgimento, la massa del veicolo risulta incrementata rispetto alla versione base ed il baricentro viene spostato verso la parte anteriore del veicolo.

Vista la precedente esperienza relativa all'Alfa MiTo, l'effetto atteso delle modifiche elencate era quello di una minore reattività della vettura all'angolo volante imposto dal pilota, aspetto che per una vettura di classe sportiva, come quella in oggetto, risulta indesiderato.

Per verificare se la nuova distribuzione dei pesi avesse quindi influenza sensibile sulla dinamica veicolo, è stato svolto un confronto fra la vettura di serie e quella ibrida nella manovra a rampa di sterzo considerando il sistema ibrido come "massa inerte" a bordo del veicolo senza alcuna possibilità di erogare coppie motrici.

## 6.1 Confronto fra veicolo di serie ed ibrido

Per il confronto fra veicolo di serie ed ibrido si è scelto di simulare la manovra a rampa di sterzo, in quanto questa permette di esplorare a fondo il range di funzionamento degli pneumatici, sia nella parte lineare che in quella di saturazione.

L'angolo volante applicato in funzione del tempo è il medesimo visto nel capitolo di validazione del modello, motivo per il quale non verrà riportato in questo paragrafo.



Figura 6.3: Rampa di sterzo – Velocità veicolo

Anche in questo caso, come per le simulazioni mostrate fino ad ora, la velocità veicolo è stata mantenuta al valore obiettivo grazie all'azione di un controllore PI: nella prima parte della simulazione l'andamento di velocità dei 2 veicoli è pressoché sovrapposto in quanto la causa

principale del rallentamento del veicolo è la resistenza aerodinamica, che non varia in quanto non vi sono differenze in tale campo fra i due veicoli.

Nella parte finale della simulazione tuttavia emerge la maggiore inerzia del veicolo Ibrido: i guadagni del controllore PI che regola la velocità veicolo infatti non sono stati cambiati e ciò fa si che questo si riporti al valore obiettivo con una dinamica più lenta.

I principali parametri di interesse per questa simulazione sono quelli riguardanti la dinamica laterale, che saranno analizzati a partire dalla velocità di imbardata.



Figura 6.4: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata

Come può essere osservato dalla figura precedente, il veicolo Ibrido ha una velocità di imbardata inferiore rispetto al veicolo di Serie, come era stato ipotizzato nell'introduzione del capitolo.

Il comportamento mostrato risulta in contrasto con quanto visto per l'Alfa MiTo e ciò è spiegabile con quanto segue: difatti nel caso dell'Alfa MiTo il baricentro della vettura, con l'aggiunta del sistema ibrido, veniva spostato verso le ruote posteriori facendo si che le ruote anteriori avessero una maggiore influenza sulla sterzatura del veicolo rispetto alla configurazione base.

In questo caso si ha invece la situazione contraria: nonostante gli accorgimenti del costruttore il baricentro viene spostato verso l'asse anteriore del veicolo e ciò fa si che le ruote sterzanti abbiano una minore capacità "imbardante" sul veicolo.

La differenza fra il veicolo di Serie e quello Ibrido è tuttavia minore rispetto al caso dell'Alfa MiTo in quanto sia l'aumento di massa che lo spostamento del baricentro sono di entità minore.

Va inoltra sottolineato che la differenza fra i due veicoli si appiattisce nella parte di saturazione degli pneumatici, dove il limite è appunto rappresentato da questi ultimi.

La minore sensibilità all'angolo di sterzo del veicolo Ibrido viene riscontrata anche sull'angolo di imbardata, in quanto integrale della velocità di imbardata, rappresentato nella prossima figura.



Figura 6.5: Rampa di sterzo – Angolo di imbardata

Nella prossima figura viene riportato l'andamento dell'angolo di slittamento laterale durante la manovra analizzata.



Figura 6.6: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale

Occorre ricordare che questo parametro è stato uno di quelli più critici nel processo di validazione del modello, in cui si erano riscontrata differenze fra il modello Simulink ed il software commerciale: tali differenze sono imputate alla semplicità del modello delle sospensioni adottato nel simulatore oggetto della tesi.
In tutte le configurazioni effettuate però i sistemi di sospensioni (ed anche i telai) non variano, motivo per il quale possono considerarsi affidabili le valutazioni effettuate sull'angolo di slittamento laterale.

Come già osservato per la velocità di imbardata, anche in questo caso emerge la minore reattività e sensibilità all'angolo volante imposto dal pilota da parte del veicolo Ibrido: viste queste premesse ci si aspetta che il veicolo Ibrido raggiunga un minore picco di accelerazione laterale rispetto al veicolo di Serie.



Figura 6.7: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale

L'esito della simulazione rispecchia quanto ipotizzato: nella parte di funzionamento lineare degli pneumatici il veicolo Ibrido sviluppa una minore accelerazione laterale rispetto al veicolo di Serie mentre tale differenza diminuisce nella zona di saturazione degli pneumatici.

Questo comportamento risulta indesiderato in quanto si tratta di una vettura di classe sportiva, la cui peculiarità deve essere quella di ottenere la massima accelerazione laterale possibile nelle curve.

A conclusione del paragrafo si riporta l'andamento dei carichi verticali sulle ruote.



Figura 6.8: Rampa di sterzo – Carichi ruote

Dalla figura precedente possono essere evidenziati diversi aspetti: innanzitutto si nota come nel caso del veicolo Ibrido aumentino i carichi verticali statici sulle ruote anteriori e diminuiscano quelli sulle ruote posteriori, a sottolineare l'avanzamento del baricentro sull'asse longitudinale del veicolo.

In secondo luogo si sottolinea che l'aumento di carico statico sulle ruote anteriori ha una maggiore entità rispetto alla diminuzione di carico statico sulle posteriori, dimostrando l'incremento complessivo di massa del veicolo apportato dal sistema ibrido.

Infine l'andamento dei carichi dinamici sulle ruote ha una forma simile, a causa dell'invariata rigidezza delle sospensioni e di performance piuttosto simili in termini di dinamica laterale.

Il confronto appena riportato mostra come, nonostante gli accorgimenti adottati da parte del costruttore, il sistema ibrido abbia comunque influenza sul comportamento dinamico del veicolo: nei prossimi paragrafi verrà mostrato come sono state utilizzate le coppie erogabili dai motori elettrici per influenzare la dinamica del veicolo ibrido.

### 6.2 Torque Vectoring

Il principio alla base del torque vectoring è già stato presentato nel capitolo precedente ma si vede necessario riprenderlo in quanto la semplice applicazione di quanto visto per l'Alfa MiTo in questo caso non ha portato a risultati positivi: va ricordato che nel caso sopracitato il limite principale era rappresentato dalla massima coppia erogabile dai motori elettrici, problema che nel caso in esame non si è manifestato mentre sono state incontrate complicazioni di diverso tipo.

In primo luogo si specifica che sono state provate 2 diverse configurazioni per quanto riguarda l'applicazione del torque vectoring: la prima prevede l'applicazione di sole coppie motrici e verrà indicata nella presentazione dei risultati con l'acronimo "TV1".

Si ricorda che le metodologie presentate in precedenza prevedono l'applicazione delle coppie elettriche con segni opposti sulle due ruote, al fine di produrre una coppia imbardante sul veicolo: nel caso del TV1, con opportuni blocchi di saturazione in Simulink, si applicano solo coppie positive che per la natura del controllo saranno quindi erogate ad una sola ruota alla volta.

In questo caso si ottiene comunque una coppia imbardante sul veicolo senza la necessità di frenare una delle ruote del veicolo.

La seconda tipologia di torque vectoring è quella già presentata in precedenza e prevede l'erogazione di coppia ad entrambe le ruote ma con segno opposto: questa metodologia sarà indicata con l'acronimo "TV2" nei prossimi grafici.



Figura 6.9: TV1 vs TV2

Va poi chiarito l'obiettivo per il quale si è deciso di simulare l'applicazione del torque vectoring nel caso in esame: difatti per il caso dell'Alfa MiTo ciò si era reso necessario poiché l'installazione del sistema ibrido aveva reso maggiormente sovrasterzante il veicolo abbassandone la velocità di tangenza.

Nel caso dell'Aventador invece si sono riscontrati, seppur lievemente, effetti opposti: la vettura in esame è però una vettura sportiva e l'effetto ottenuto è indesiderato, motivo per il quale si è cercato di contrastarlo con l'applicazione del torque vectoring.

In particolare si ricorda quanto già evidenziato nella simulazione della rampa di sterzo, analizzata sia nel capitolo di validazione del modello che nel paragrafo precedente: sebbene l'angolo volante cresca linearmente durante la manovra, la velocità di imbardata satura ad un valore massimo a causa del comportamento non ideale degli pneumatici.

Se invece gli pneumatici avessero un comportamento ideale, la velocità di imbardata avrebbe un andamento lineare come l'input (angolo volante) applicato: osservando la prossima figura tale non-idealità emerge in maniera abbastanza evidente.



Figura 6.10: Velocità di imbardata reale vs ideale

L'utilizzo del torque vectoring potrebbe essere quindi finalizzato a "ritardare" la saturazione degli pneumatici estendo il regime di funzionamento lineare degli stessi, come evidenziato in [27] e [28]. E' stata quindi calibrata la legge che lega la velocità di imbardata alla velocità del veicolo ed all'angolo volante (è stato cioè calcolato il coefficiente  $K_{us}$  che compare nell'equazione 5.1, derivata dal modello a bicicletta) in modo che fosse tangente alla risposta reale del veicolo (curva blu nella figura precedente) per ottenere un andamento target ideale, rappresentato dalla curva rossa nella figura soprastante.

Ottenuta la legge obiettivo, è stato utilizzato il principio della torque distribution, già esposto nel capitolo 5, per verificare se, con l'ausilio delle macchine elettriche, fosse possibile ritardare la saturazione degli pneumatici.

Tuttavia, con la struttura del controllo già vista, non sono stati ottenuti i risultati voluti, come verrà mostrato brevemente nelle prossime righe.

La manovra presa in esame è anche in questo caso la rampa di sterzo, che permette di esplorare completamente il range di funzionamento degli pneumatici.

I risultati che verranno riportati sono relativi alla simulazione del torque vectoring TV2, ovvero della strategia in cui entrambe le macchine elettriche erogano coppia.

La velocità obiettivo, come nelle restanti simulazioni, è stata mantenuta al valore obiettivo grazie all'azione di un controllore PI.



Figura 6.11: Rampa di sterzo - Velocità veicolo

Nei primi istanti della simulazione non vi sono differenze sostanziali fra le 3 vetture mentre si intuisce come dal secondo 6 in avanti la vettura TV2 si discosti dalle altre e torni alla velocità obiettivo in maniera più rapida.

Analizzando la velocità di imbardata emerge come la strategia di controllo non riesca ad ottenere l'obiettivo desiderato.



Figura 6.12: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata

Fino al secondo 4 non vi sono differenze sostanziali fra le tre vetture in quanto gli pneumatici si trovano ancora nella parte di funzionamento lineare.

Dal secondo 4 in avanti è possibile notare che la vettura TV2 presenta una velocità di imbardata superiore rispetto non solo all'Ibrido ma anche alla vettura di Serie e questo sarebbe in linea con l'obiettivo da raggiungere: tuttavia dal secondo 6 fino al termine della simulazione questa tendenza viene invertita e le prestazioni della vettura TV2 sono fortemente degradate rispetto alle altre 2 configurazioni della vettura.

Questa comportamento viene riscontrato anche sull'angolo di slittamento laterale.



Figura 6.13: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale

Anche per il caso dell'angolo di slittamento laterale si nota quanto già osservato per la velocità di imbardata: fra il secondo 4 ed il secondo 6 la vettura TV2 risulta maggiormente sovrasterzante rispetto alle altre 2 configurazioni mentre dal secondo 6 fino al termine della simulazione le sue prestazioni risultano fortemente degradate rispetto alle 2 vetture.

Quanto evidenziato finora si riflette ovviamente sull'accelerazione laterale del veicolo, che altro non è che una combinazione lineare delle grandezza analizzate.



Figura 6.14: Rampa di sterzo - Accelerazione laterale

Si riportano di seguito le coppie erogate dalle macchine elettriche.



Figura 6.15:Rampa di sterzo – Coppie motori elettrici

Il controllo richiede una coppia che cresce man mano che il veicolo si allontana dalla retta di funzionamento ideale mostrata in precedenza per arrivare, verso il secondo 6, ad un valore massimo (in termini di valore assoluto) che deriva dalla mappa di coppia dei motori elettrici.

Il valore massimo viene richiesto sia alla ruota motrice (la ruota di sinistra, che si trova sull'esterno della curva) che alla ruota frenante (la ruota di destra, interna alla curva): la causa del degradamento

delle prestazioni del veicolo TV2 rispetto alle altre 2 configurazioni è proprio nell'elevato valore di coppia frenante richiesto alla ruota interna alla curva, come verrà chiarito nelle righe seguenti. Alla base di queste considerazioni vi è il concetto di ellisse di aderenza, per il quale si riprendono i concetti trovati principalmente in [26] e [29].



#### Curva a destra

Figura 6.16: Ellisse di aderenza

Si prende in esame il caso di una vettura che sta effettuando una svolta a destra, come per le simulazioni mostrate finora: a causa della traiettoria curvilinea seguita dal veicolo vi è un trasferimento di carico dalla ruota di destra (interna) verso la ruota di sinistra (esterna).

La massima forza sviluppabile (intesa come risultante di forza longitudinale e laterale) da uno pneumatico è sostanzialmente legata al carico verticale applicato ed è rappresentata nella figura precedente dal vettore  $R_{max}$ , che è il raggio dell'ellisse di aderenza, ipotizzata come una circonferenza per il caso in esame.

La risultante della sommatoria di forza longitudinale e laterale sviluppata da uno pneumatico deve quindi cadere all'interno dell'ellisse di aderenza: semplificando il concetto, come già evidenziato nel paragrafo dedicato al modello pneumatico all'interno del capitolo 3, si può supporre che la forza laterale generata sia limitata dalla forza longitudinale che si sviluppa a seguito dell'applicazione di coppia (motrice o frenante) alla ruota.

Si prenda il caso di sinistra riportato nella figura precedente: per la ruota di sinistra non vi sono problemi, in quanto l'alto carico verticale applicato permette allo pneumatico di generare sia forza longitudinale che laterale.

Diversa è la situazione per lo pneumatico di destra: la manovra eseguita ne diminuisce il carico verticale e la coppia  $T_0$  applicata viene trasformata in sola forza longitudinale, "saturando" l'ellisse di aderenza e non permettendo la generazione di alcuna forza laterale.

Il torque vectoring, presente nel caso di destra, permette di evitare questa situazione: una parte di coppia  $\Delta T$  viene trasferita dalla ruota di destra alla ruota di sinistra e questo fa si che nessuno dei 2 pneumatici saturi ed entrambi possano generare sia forza longitudinale che laterale.

Le considerazioni appena fatte possono essere applicate anche ai risultati delle simulazioni viste in precedenza: in particolare è possibile individuare come responsabile del degradamento delle prestazioni del veicolo TV2 l'eccessiva coppia frenante applicata alla ruota destra (interna alla curva, e quindi con diminuito carico verticale).

La coppia frenante applicata satura lo pneumatico e ne limita fortemente la forza laterale sviluppata a favore di quella longitudinale: va ricordato che, come può essere osservato dall'equazione relativa alla dinamica di imbardata del veicolo, sia le forze longitudinali che laterali generate dagli pneumatici contribuiscono alla rotazione del veicolo attorno al proprio asse verticale.

Per questo motivo è quindi necessario trovare un compromesso fra la coppia applicata ed il carico verticale di uno pneumatico per ottimizzare le prestazioni dello pneumatico e far si che il torque vectoring abbia effetti benefici sulla dinamica veicolo: per ottenere questo risultato il controllore deputato alla generazione delle coppie erogate dalle macchine elettriche è stato modificato come segue.



Figura 6.17: Nuova struttura controllo Torque Vectoring

La parte contenuta all'interno del blocco " $\Psi$  control" è ciò che è già stato mostrato nel capitolo 4, ovvero la generazione della richiesta di coppia in base all'errore fra la velocità di imbardata misurata e quella desiderata (ottenuta dall'espressione semplificata derivata dal modello a bicicletta).

Sono stati aggiunti 2 blocchi, definiti " $\sigma$  control", il cui compito è limitare lo slittamento longitudinale degli pneumatici Anteriore Destro e Anteriore Sinistro andando a "tagliare" la coppia, separatamente per ciascuna ruota con un controllore proporzionale, erogata alle ruote quando lo slittamento degli pneumatici si allontana da un valore che permette l'ottimizzazione delle forze generate dagli pneumatici.

L'approccio adottato è stato scelto per verificare se, con questo accorgimento, vi potessero essere effetti benefici sulla dinamica veicolo e non vuole essere l'architettura del controllo da implementare sulla vettura reale, che necessiterebbe di una struttura notevolmente più complessa.

Fatta questa necessaria premessa nel prossimo paragrafo verranno riportati i risultati relativi alla simulazione della rampa di sterzo con la struttura del controllore appena presentata.

### 6.3 Controllo in angolo di imbardata

Una volta modificata la struttura del controllo come riportato nel paragrafo precedente, è stata ripetuta la simulazione della manovra a rampa di sterzo per verificare se l'aggravio di peso dato dall'installazione del sistema ibrido a bordo della vettura potesse essere "nascosto" da un'opportuna gestione del torque vectoring: sono state simulate entrambe le strategie mostrate TV1 e TV2 presentate in precedenza e verranno discussi i risultati ottenuti in entrambi i casi.

Come per tutte le simulazioni effettuate la velocità veicolo è stata mantenuta al valore obiettivo grazie all'azione di un controllore PI.



Figura 6.18: Rampa di sterzo – Velocità veicolo

Tutte le configurazioni simulate rimangono nell'intorno della velocità obiettivo ma in questo caso, a differenza di quanto visto per l'Alfa MiTo, le vetture TV1 e TV2 presentano un andamento che si discosta dalla vettura di Serie ed Ibrido: questo è imputabile al fatto che le coppie erogate dalle macchine elettriche non hanno risultante nulla (come verrà mostrato più avanti) e ciò si riflette anche sulla dinamica longitudinale del veicolo.



Figura 6.19: Rampa di sterzo – Velocità di imbardata

I risultati relativi alla velocità di imbardata sono piuttosto interessanti: difatti entrambe le vetture dotate di torque vectoring raggiungono un più elevato valore di velocità di imbardata rispetto non solo al veicolo Ibrido ma anche alla vettura di Serie.

Si può notare come l'andamento della velocità di imbardata perda la linearità più tardi rispetto alla vettura di Serie ed anche, nella parte di saturazione degli pneumatici (ovvero oltre il secondo 7) le vetture TV1 e TV2 presentino una velocità di imbardata superiore, seppure di poco, rispetto alle 2 restanti configurazioni del veicolo.

Questo risultato viene confermato anche dall'analisi dell'angolo di slittamento laterale.



Figura 6.20: Rampa di sterzo – Angolo di slittamento laterale

Entrambi i veicoli con torque vectoring sviluppano un angolo di slittamento laterale superiore al veicolo di Serie, sia nella parte lineare che nella parte di saturazione degli pneumatici, con un leggerissimo vantaggio nel valore di picco a favore del TV1 ma una pendenza leggermente superiore nel tratto lineare a favore del TV2.

Quanto mostrato finora indica quindi un possibile effetto benefico dell'utilizzo del Torque Vectoring: l'andamento dell'accelerazione laterale, racchiuso nella prossima figura, conferma questa tendenza e ciò risulta facilmente intuibile in quanto l'accelerazione laterale è una sommatoria delle grandezze mostrate nell'analisi.



Figura 6.21: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale

I veicoli TV1 e TV2 sviluppano un picco di accelerazione laterale maggiore rispetto alla vettura di serie con un andamento pressoché sovrapposto nei 2 casi e comunque sempre superiore, anche nella parte finale di simulazione coincidente con la zona di saturazione degli pneumatici, rispetto alle 2 rimanenti configurazioni del veicolo.

Sebbene l'incremento non sia di entità particolarmente rilevante è possibile quantificarlo nel valore del 3%: per una vettura di classe sportiva tale incremento è comunque ben accetto in quanto ottenuto ai limiti di aderenza degli pneumatici.



Figura 6.22: Rampa di sterzo - Coppie motori elettrici

Nell'analisi delle coppie erogate dai motori elettrici vanno evidenziati diversi aspetti: in primo luogo, per il caso del TV1, la ruota anteriore destra non eroga alcuna coppia e ciò è dovuto al fatto che, come era stato evidenziato nel paragrafo precedente, tale strategia permette l'erogazione di sole coppie motrici e per la ruota in esame, come è possibile notare osservando i risultati della strategia TV2, la coppia dovrebbe essere frenante.

Per quanto riguarda la ruota di sinistra, esterna alla curva, gli andamenti nei 2 casi sono pressoché sovrapposti: la coppia cresce, secondo la richiesta del controllore fino al secondo 6, dove si raggiunge il massimo erogabile dalle macchine elettriche.

Lo pneumatico anteriore sinistro è sottoposto, grazie al trasferimento di carico dato dalla manovra, ad un elevato carico verticale e ciò ne ritarda la saturazione: solo nella parte finale della simulazione, oltre il secondo 8, il controllo taglia la coppia erogata per evitare il degrado delle prestazioni dello stesso pneumatico.

Per quanto riguarda la ruota anteriore destra, essendo già stato spiegato il valore nullo del caso TV1, si analizza ora il caso del TV2: fino al secondo 5 circa l'andamento è speculare rispetto alla ruota di sinistra e ciò indica che il controllo non ha ancora effettuato tagli di coppia per l'avvenuta saturazione dello pneumatico.

Oltre il secondo 5 invece vi è un limitazione della coppia che permane fino al termine della simulazione: il basso carico verticale favorisce la saturazione dello pneumatico ed il controllo si oppone a ciò tagliando la coppia frenante applicata.

Ciò permette di non incorrere nel decadimento di prestazioni del veicolo che si era evidenziato nel paragrafo precedente e di ottenere anzi prestazioni leggermente superiori rispetto al veicolo di Serie. Un altro aspetto da considerare riguarda la natura delle 2 strategie provate: a livello di prestazioni del veicolo non vi sono infatti grosse differenze, ma la strategia TV2 potrebbe permettere di rigenerare energia (grazie all'azione della coppia frenante richiesta alla ruota di destra) da mettere a disposizione della macchina elettrica di sinistra, cosa che non sarebbe invece possibile fare nel caso del TV1.

L'ultimo considerazione a conclusione del paragrafo riguarda la somma algebrica delle coppie erogate in entrambi i casi: sia per il caso del TV1 che del TV2 la somma algebrica è non nulla e ciò, come già evidenziato nell'analisi della velocità veicolo, ha una leggera influenza anche sulla dinamica longitudinale del veicolo.

In questo paragrafo è stato mostrato come un'opportuna gestione delle coppie erogate dalle macchine elettriche possa avere effetti benefici sul comportamento ai limiti di aderenza del veicolo: nel prossimo paragrafo verrà mostrato come, sempre grazie all'azione del torque vectoring, sia possibile modificare sostanzialmente la natura sportiva del veicolo stesso.

### 6.4 Controllo in angolo di slittamento laterale

In questo paragrafo verranno mostrati i risultati relativi ad una simulazione effettuata per verificare l'utilizzo del torque vectoring in maniera diversa rispetto a quanto visto nel paragrafo precedente: in particolare è stato verificato se gestendo opportunamente il sistema ibrido fosse possibile modificare la natura del veicolo per renderlo meno reattivo e sovrasterzante.

La struttura generale a 2 livelli del controllo vista in precedenza è rimasta invariata mentre è stata modificata l'espressione dell'errore contenuta nel blocco di alto livello, ovvero quello che nella figura relativa era definito " $\Psi$  control".

Come anticipato l'obiettivo è quello di rendere meno sovrasterzante il veicolo: per fare ciò è stato scelto come parametro di controllo l'angolo di slittamento laterale, ovvero la grandezza fisica da cui è possibile ricavare tale informazione in maniera diretta.

L'espressione di generazione dell'errore è stata modificata come segue:

$$\begin{cases} e_{\beta} = \beta_{mes} - \beta_{des} \\ \beta_{des} = 0 \end{cases}$$
(6.1)

Le coppie correttive vengono calcolate come già mostrato nel capitolo 5, nel paragrafo dedicato alla strategia "Torque distribution".

In questa simulazione quindi, imponendo a 0 l'angolo di slittamento laterale desiderato, si è cercato di rendere il veicolo neutro dal punto di vista del sovrasterzo, pensando alla modalità di controllo come ad una "modalità comfort" e per esaltare la flessibilità del sistema ibrido dotato di 2 macchine elettriche.

Di seguito si riportano i risultati delle simulazioni, effettuate nella sola modalità TV2 per motivazioni che verranno chiarite nella parte di analisi delle coppie erogate dalle macchine elettriche.

La manovra simulata come nel caso precedente è la rampa di sterzo.



Figura 6.23: Rampa di sterzo – Velocità veicolo

L'azione del controllore PI fa si che le 3 configurazioni del veicolo rimangano nell'intorno della velocità obiettivo per tutto il corso della simulazione con dinamiche molto simili: il veicolo TV2 tuttavia si differenzia dalle altre 2 configurazioni in quanto, per ottenere un andamento di velocità simile agli altri 2 casi, è stato necessario modificare leggermente i parametri del controllore PI che regola la velocità del veicolo.

Ciò è dovuto all'andamento delle coppie erogate dai motori elettrici, che verrà riportato più avanti. I risultati più interessanti sono ovviamente quelli relativi all'angolo di slittamento laterale, rappresentato nella prossima figura.





Osservando il grafico si può notare che nella prima parte della simulazione, fino al secondo 6, la strategia di controllo cambia notevolmente la pendenza della caratteristica: il valore di picco raggiunto è notevolmente inferiore rispetto alle altre 2 configurazioni.

Inoltre nella parte di saturazione degli pneumatici il valore di angolo di slittamento laterale sviluppato è pressoché costante per il caso del TV2, a differenza di quanto avviene per le 2 restanti configurazioni del veicolo, dove si riscontra una caratteristica decrescente.



Figura 6.25: Rampa di sterzo - Velocità di imbardata

Ciò che è stato riscontrato sull'angolo di slittamento laterale viene rilevato anche sulla velocità di imbardata: nella parte di funzionamento lineare degli pneumatici, ovvero fino al secondo 6, la caratteristica risulta profondamente modificata nel caso del TV2 rispetto al veicolo di Serie mostrando una pendenza inferiore.

Inoltre nella parte di saturazione il controllo TV2 mantiene il valore di velocità di imbardata quasi costante a differenza di quanto avviene negli altri 2 casi.

I cambiamenti riscontrati in queste grandezze si riflettono sull'accelerazione laterale, racchiusa nella prossima figura.



Figura 6.26: Rampa di sterzo – Accelerazione laterale

Anche in questo la risposta del veicolo è profondamente modificata: sia la pendenza del tratto lineare che il valore di picco risultano inferiori nel caso del TV2 rispetto alle 2 rimanenti configurazioni.

Inoltre nel range di saturazione degli pneumatici è circa costante, mentre risulta decrescente (in modulo) negli altri 2 casi.

L'effetto della strategia di controllo TV2 è stato quindi un cambiamento del carattere sportivo della vettura verso un comportamento più "morbido" e meno reattivo.

In ultimo si riportano le coppie erogate dai motori elettrici: in primo luogo si può osservare che rispetto al controllo in angolo di imbardata i segni delle coppie sono invertiti.

Questo poiché, mentre nel caso precedente il controllo sviluppava una coppia che favoriva la rotazione del veicolo, in questo caso la coppia agente sul veicolo ne contrasta la rotazione attorno all'asse verticale.



Figura 6.27: Rampa di sterzo – Coppie motori elettrici

Fino al secondo 5 circa l'andamento delle coppie è speculare mentre da tale istante in avanti i 2 andamenti si differenziano: per la ruota di sinistra, esterna alla curva e di conseguenza con incrementato carico verticale, la richiesta arriva fino al massimo valore erogabile dalla macchina elettrica fino a che il controllo non taglia coppia per la sopraggiunta saturazione dello pneumatico.

Si può tuttavia osservare che la saturazione avviene prima rispetto a quanto visto nel paragrafo precedente e ciò è dovuto alla curva caratteristica dello pneumatico.

Per lo pneumatico di destra il controllo taglia coppia già dal secondo 5 e ciò è dovuto alla diminuzione di carico verticale che si ha a seguito della manovra (la ruota si trova all'interno della curva), che favorisce la saturazione dello pneumatico.

Va notato che anche in questo caso l'effetto della ruota esterna è preponderante rispetto a quello della ruota interna: per questo motivo si è scelto di simulare la strategia TV2.

Difatti la strategia TV1, che prevede l'erogazione di sole coppie motrici, con la sola azione della macchina elettrica di destra non avrebbe avuto tali effetti sulla dinamica veicolo ed inoltre la strategia TV2 permette la rigenerazione di energia grazie alla coppia frenante richiesta al motore di sinistra.

La somma delle 2 coppie ha valori negativi e questo si riflette anche sulla dinamica longitudinale del veicolo, come evidenziato nell'analisi delle velocità del veicolo: questo ha reso necessario variare leggermente i parametri del controllore PI che regola la velocità veicolo.

Questo inconveniente potrebbe tuttavia essere facilmente evitato, prevedendo che la somma delle coppie agenti sul veicolo non debba avere influenza sulla dinamica longitudinale dello stesso o prevedendo un contributo legato all'errore sulla velocità nel calcolo delle coppie erogate dalle macchine elettriche.

A conclusione del capitolo si riassume brevemente quanto visto: in questa parte dell'elaborato sono stati mostrati i risultati relativi alla simulazione di una vettura sportiva e della relativa versione ibrida.

Sono stati evidenziati i cambiamenti dovuti all'installazione del sistema ibrido, ovvero un leggero incremento di massa e l'avanzamento del baricentro verso l'asse anteriore che, come stato evidenziato nel paragrafo di confronto fra le 2 configurazioni, hanno reso meno sovrasterzante e reattivo il veicolo Ibrido.

In seguito è stato mostrato come è stato modificato il sistema di controllo delle macchine elettriche per rispondere alle nuove caratteristiche del sistema ibrido: a differenza dell'Alfa MiTo, dove il limite era rappresentato dalla potenza dei motori elettrici, nel caso in esame il limite è rappresentato dagli pneumatici.

In particolare è stato pensato un metodo per non saturare gli pneumatici, che prevede un taglio di coppia in base allo slittamento longitudinale di ciascuna ruota.

Con tali accorgimenti sono state effettuate altre 2 simulazioni della manovra a rampa di sterzo: nel primo caso è stato mostrato come, con un'opportuna gestione delle coppie erogate dalle macchine elettriche, fosse possibile raggiungere maggiori picchi di velocità di imbardata ed accelerazione laterale ritardando la saturazione degli pneumatici.

Nella simulazione conclusiva è stato mostrato come la flessibilità del sistema ibrido permetta di rendere meno reattiva e sovrasterzante la vettura.

### Conclusioni

L'obiettivo per il quale è stato intrapreso il presente lavoro di ricerca era la costruzione di un simulatore di dinamica veicolo che permettesse la simulazione di powertrain non convenzionali, costituiti ad esempio da un motore a combustione interna e da motori elettrici.

Per queste motivazioni il classico modello a bicicletta è stato scartato e si è scelto di costruire un modello veicolo in cui le 4 ruote del veicolo fossero rappresentate da equazioni indipendenti, in cui fosse possibile gestire separatamente le coppie applicate alle 4 ruote del veicolo.

Nella costruzione del modello sono state poste diverse ipotesi, fra le quali le più importanti sono la separazione della massa del veicolo in una massa sospesa e 4 masse non sospese, a rappresentazione delle 4 ruote del veicolo.

Un'altra ipotesi importante riguarda la simmetria secondo l'asse longitudinale del veicolo, che ha come immediata conseguenza la posizione su tale asse del baricentro del veicolo.

Pneumatici e sospensioni sono stati rappresentati come gruppi molla smorzatore agenti in direzione verticale ed è stato considerato inoltre il concetto di asse di rollio.

A completamento delle ipotesi di base sono stati scelti i sistemi di riferimento per il veicolo, di cui uno legato allo stesso (definito assi corpo) ed uno fisso al terreno (detto assi terra), necessario per lo studio del moto del veicolo come corpo unico.

La schematizzazione proposta ha portato ad avere un modello a parametri concentrati dotato di 14 gradi di libertà, per i quali sono state riportate le relative equazioni, grazie alle quali è possibile studiare in modo completo la dinamica veicolo, sia per ciò che concerne il moto dello stesso come corpo rigido (imbardata, velocità longitudinale e laterale) che per ciò che riguarda i moti della massa sospesa (scuotimento verticale, rollio e beccheggio) e delle 4 masse non sospese (scuotimento verticale).

Il set di equazioni è stato corredato anche da altri modelli necessari per il calcolo delle forze e delle coppie agenti nelle equazioni citate in precedenza: per ciò che riguarda le sospensioni, il modello molla smorzatore è stato completato da mappe atte a correggere gli angoli di convergenza e campanatura in funzione dello schiacciamento delle sospensioni.

Per gli pneumatici è stato scelto il modello di Pacejka, un modello totalmente empirico attualmente riconosciuto come standard in campo di simulazione veicolo.

Terminata la costruzione del simulatore, questo è stato validato grazie al confronto con un software commerciale confrontando i risultati relativi alla simulazione di 3 diverse manovre, di cui una riguardante la dinamica longitudinale e le 2 rimanenti incentrate sulla dinamica laterale.

Il confronto ha evidenziato una buona affidabilità del simulatore proposto soprattutto per quanto riguarda la parte prestazionale dei parametri veicolo, sebbene siano state riscontrate alcune differenze imputabili ad alcune ipotesi di base poste per il modello (simmetria del veicolo rispetto all'asse longitudinale e semplice modellazione delle sospensioni).

Terminato il processo di validazione il simulatore è stato utilizzato attivamente per verificare le differenze in termini di comportamento dinamico di 2 configurazioni di un medesimo veicolo: in particolare è stata considerata una vettura utilitaria in configurazione base (a trazione anteriore) e la vettura ibrida ottenuta a partire da quest'ultima.

La configurazione ibrida prevede l'installazione di 2 motori elettrici all'interno delle ruote posteriori e della batteria e relativa elettronica di potenza nel bagagliaio del veicolo: queste

aggiunte, oltre ad un incremento di massa del veicolo, causano un notevole arretramento del baricentro verso l'asse posteriore.

Le simulazioni effettuate hanno evidenziato notevoli differenze di comportamento dinamico fra le 2 configurazioni: il veicolo ibrido, nonostante l'incremento di massa, ha evidenziato un comportamento maggiormente sovrasterzante ed una diminuita velocità di tangenza, la cui causa è da individuare nell'arretramento del baricentro.

I risultati ottenuti hanno evidenziato la necessità di ideare opportune strategie di torque vectoring per correggere la dinamica del veicolo ibrido: sono stati presentati 2 approcci, definiti *"Torque distribution"* e *"Fuzzy logic"*, dei quali quest'ultimo è stato scelto per il caso della vettura citata.

La strategia presentata, basata sull'errore fra la velocità di imbardata misurata ed una velocità target, ha permesso di influenzare nella direzione desiderata la dinamica veicolo, rendendolo meno sovrasterzante e di conseguenza può essere proposta come via per l'omologazione del sistema ibrido.

E' stato tuttavia evidenziato che l'entità della modifica della dinamica veicolo è dovuta a limiti di coppia e potenza delle macchine elettriche.

Nel capitolo conclusivo dell'elaborato il processo appena visto è stato svolto su una vettura di tipo sportivo: anche in questo caso è stata considerata la vettura in configurazione base e la relativa versione ibrida.

In questo caso le modifiche al powertrain della vettura sono state differenti: la vettura di serie è dotata di 4 ruote motrici con un powertrain endotermico mentre la vettura ibrida è fornita di powertrain endotermico per le ruote posteriore e di 2 motori elettrici accoppiati a riduttori di velocità per le ruote anteriori.

In questo caso il costruttore ha adottato alcuni accorgimenti (come la batteria nella parte centrale del veicolo) per influenzare il meno possibile la distribuzione dei pesi della vettura: nonostante ciò la massa della vettura risulta leggermente incrementata ed il baricentro spostato verso l'asse anteriore.

Il confronto effettuato fra le 2 configurazioni ha evidenziato un comportamento meno sovrasterzante ed una minore reattività allo sterzo da parte della vettura ibrida rispetto al veicolo di serie: trattandosi di una vettura sportiva tali effetti sono risultati indesiderati ed è stata ripensata la strategia di torque vectoring per il caso in esame.

In particolare è stato verificato se si potesse ritardare la saturazione degli pneumatici che costituivano il limite in questo caso: le modifiche apportate al sistema di controllo (ovvero un sistema pensato per evitare la saturazione degli pneumatici) hanno permesso di modificare il comportamento al limite di aderenza della vettura e di incrementare i picchi di accelerazione laterale e velocità di imbardata raggiunti dalla vettura in curva, oltre a ritardare gli effetti di saturazione degli pneumatici.

Infine è stato verificato che il sistema proposto può essere utilizzato in maniera flessibile per influenzare la dinamica veicolo in maniera opposta, ovvero per rendere meno sovrasterzante e reattivo il veicolo.

### Ringraziamenti

L'ultima, importantissima parte che non potevo non scrivere è ovviamente quella dei ringraziamenti, per dare il giusto tributo e ricordare tutte quelle persone che mi hanno accompagnato nel lungo percorso del dottorato.

Innanzitutto desidero citare i Professori Moro, Corti, Ponti e Cavina, i quali, dopo la tesi magistrale, mi hanno accolto nel gruppo di Macchine del Dipartimento di Ingegneria Industriale dell'Università di Bologna: lavorare con voi è stato un piacere ed un onore e questi quasi 4 anni passati da dopo la laurea magistrale mi hanno insegnato un sacco di cose e permesso di fare moltissima esperienza.

Il viaggio non sarebbe stato altrettanto piacevole senza i miei colleghi del laboratorio di Forlì: Vittorio, Roberto, Manuel, Matteo, Domenico, Marco, Paolo e Lorenzo. A voi dico grazie perché l'atmosfera che si respira in laboratorio è davvero piacevole ed aiuta a superare le inevitabili difficoltà che si incontrano nella vita lavorativa.

Difficoltà che, ad essere onesti, sono spesso state superate con panini e birra post-lavoro!

Un ringraziamento anche alla mia famiglia, in particolare a 2 persone: una è mia mamma Gabriella sulla quale so sempre di potere contare, nel bene o nel male.

La seconda persona è mia sorella Stella, che nel corso del 2014, un anno non troppo facile per quanto mi riguarda, mi è sempre stata vicino e mi ha aiutato tantissimo.

Vi sono altre persone importantissime per me, ovvero gli amici del "gruppo storico": Matteo (Otty), Silvia, Matteo (Turro) ed Anna. Penso che per voi sia stato più difficile sopportarmi negli anni delle lauree triennale e magistrale anche se so perfettamente che non è cosa facile sopportarmi anche ora e per questo motivo e per la vostra grande pazienza vi ringrazio immensamente!

L'ultimo pensiero va a colei che da poco più di 2 anni a questa parte è entrata a fare parte della mia vita e l'ha cambiata in un modo che mai avrei potuto immaginare: la mia Valentina. Ti dico grazie per essermi stata vicino nei momenti più difficili in questo periodo di grande cambiamento per me e spero che il tempo trascorso con te sia solo l'inizio di un meraviglioso viaggio insieme.

# Lista dei simboli

Simbolo	Descrizione	Unità di misura
m	Massa totale veicolo	kg
ms	Massa sospesa veicolo	kg
m <sub>ns</sub>	Massa non sospesa	kg
$\mathbf{J}_{\mathbf{x}}$	Momento di inerzia a rollio massa sospesa	kg*m <sup>2</sup>
$J_y$	Momento di inerzia a beccheggio massa sospesa	kg*m <sup>2</sup>
$J_z$	Momento di inerzia a imbardata massa sospesa	kg*m <sup>2</sup>
$\mathbf{J}_{\mathrm{xz}}$	Momento di inerzia misto massa sospesa	kg*m <sup>2</sup>
u	Velocità longitudinale veicolo	m/s
v	Velocità laterale veicolo	m/s
V	Velocità assoluta veicolo	m/s
Z <sub>S</sub>	Scuotimento verticale massa sospesa	m
Z <sub>ns</sub>	Scuotimento verticale massa non sospesa	m
θ	Angolo di beccheggio	rad
φ	Angolo di rollio	rad
Ψ	Angolo di imbardata	rad
β	Angolo di slittamento laterale	rad
a	Distanza asse anteriore - centro beccheggio	m
b	Distanza asse posteriore - centro beccheggio	m
t <sub>a/p</sub>	Larghezza asse anteriore/posteriore	m
h <sub>cra/crp</sub>	Altezza centro di rollio anteriore/posteriore	m
h	Distanza verticale centro beccheggio/ baricentro massa sospesa	m
F <sub>zs</sub>	Forze verticali sospensioni	Ν
$q_{ant/pos}$	Motion ratio sospensioni anteriori/posteriori	-
K <sub>aux</sub>	Rigidezza barre antirollio	N/m/rad
δ	Angolo di convergenza pneumatico	rad
Υ	Angolo di camber pneumatico	rad
F <sub>x</sub>	Forza longitudinale pneumatico	Ν
Fy	Forza longitudinale pneumatico	Ν
$F_z$	Carico verticale pneumatico	Ν
$M_{\rm x}$	Momento ribaltamento pneumatico	Nm
$M_{z}$	Momento autoallineamento pneumatico	Nm
AD	Anteriore destro	-
AS	Anteriore sinistro	-
PD	Posteriore destro	-
PS	Posteriore sinistro	-
ant	Anteriore	-
pos	Posteriore	-
r <sub>pc</sub>	Distanza centro beccheggio-baricentro massa sospesa	m

$d_{pc}$	Distanza longitudinale centro rollio-baricentro massa sospesa	m
3	Angolo fra orizzontale - congiungente centro beccheggio baricentro	rad
	massa sospesa	
ρ	Densità aria	kg/m <sup>3</sup>
S	Superificie frontale veicolo	$m^2$
C <sub>x</sub>	Coefficiente resistenza aerodinamica	-
$C_{zf\!/\!r}$	Coefficiente portanza anteriore/posteriore	-
g	Accelerazione di gravità	$m/s^2$
$r_{l/e}$	Raggio sotto carico/rotolamento pneumatici	m
k <sub>pne</sub>	Rigidezza verticale pneumatici	N/m
c <sub>pne</sub>	Smorzamento verticale pneumatici	N/m/s
J	Momento di inerzia spin ruote	kg*m <sup>2</sup>
ω	Velocità rotazione pneumatici	rad/s
T <sub>d/bra</sub>	Coppia motrice/frenante	Nm
M <sub>fric</sub>	Coppia resistenza rotolamento	Nm

### Bibliografia

[1]. Guzzella L., Sciarretta A., "Vehicle Propulsion Systems: Introduction to Modeling and Optimization", Springer, ISBN 9783540746911, 2007.

[2]. Mehrdad E., Yimin G., Ali E., "Modern electric, hybrid electric, and fuel cell vehicles: fundamentals, theory, and design", CRC Press, ISBN 9781420054002, 2010.

[3]. Milliken W.F., Milliken D.L., "Race Car Vehicle Dynamics", SAE International, ISBN 1560915269, 1995.

[4]. Genta G., "Meccanica dell'autoveicolo", Levrotto & Bella, ISBN 8882180425, 2000.

[5]. Guiggiani M., "Dinamica del veicolo", Cittàstudi, ISBN 9788825173000, 2007.

[6]. Ghike C., Shim T., "14 Degree-of-Freedom Vehicle Model for Roll Dynamics Study", SAE Technical Paper n. 2006-01-1277, 2006.

[7]. Silani E., Savaresi S.M., Bittanti S., Visconti A., Farachi F., "The Concept of Performance-Oriented Yaw-Control Systems: Vehicle Model and Analysis", SAE Technical Paper n.2002-01-1585, 2002.

[8]. Demerly J.D., Youcef-Toumi K., "Non-Linear Analysis of Vehicle Dynamics (NAVDyn): A Reduced Order Model for Vehicle Handling Analysis", SAE Technical Paper n. 2000-01-1621, 2000.

[9]. Rajamani R., "Vehicle dynamics and control", Springer, ISBN 9780387263960, 2006.

[10]. Gerrard M.B., "Roll Centres and Jacking Forces in Independent Suspensions - A First Principles Explanation and a Designer's Toolkit", SAE Technical Paper n. 1999-01-0046, 1999.

[11]. Liu Y., "Constructing Equations of Motion for a Vehicle Rigid Body Model", SAE Technical Paper n. 2008-01-2751, 2008.

[12]. Brusa E., Krief P., Santoro R., "Integrazione di modelli semplificati per la simulazione numerica del comportamento dinamico del veicolo di supporto alla progettazione e alla sperimentazione su strada", XXX Convegno AIAS, pp 1805-1814, 2001.

[13]. Pacejka H.B., "Tyre and Vehicle Dynamics", Elsevier, ISBN 9780750669184, 2006.

[14]. "Using the PAC2002 Tire Model", Adams/Tire User Manual.

[15]. Matlab R2014a Documentation, Mathworks, 2014.

[16]. Liu C.S., Mokaba V., Tan H., McKenzie C., Lee H., Suo S., "Driveline Torque-Bias-Management Modeling for Vehicle Stability Control", SAE Technical Paper n. 2002-01-1584, 2002.

[17]. Wheals J.C., Baker H., Ramsey K., Turner W., "Torque Vectoring AWD Driveline: Design, Simulation, Capabilities and Control", SAE Technical Paper n. 2004-01-0863, 2004.

[18]. Wakamatsu K., Kikuchi M., "Two-Degree-of-Freedom Yaw Moment Control using Driving Torque Transfer System for Front Wheel Drive Vehicle", SAE Technical Paper n. 2010-01-0097, 2010.

[19]. Post B., Kang X., Cymbal C., "Method for Improved Yaw Stabilization Control by Integration of a Direct Yaw Control AWD System with a Vehicle Stability Assist Controller", SAE Technical Paper n. 2008-01-1456, 2008.

[20]. Karogal I., Ayalew B., "Independent Torque Distribution Strategies for Vehicle Stability Control", SAE Technical Paper n. 2009-01-0456, 2009.

[21]. Niasar A.H., Moghbelli H., Kazemi R., Farhangi S.H., "Control of Independent Rear Wheel Drives for Electric and Hybrid Vehicles Using One Neuro–Fuzzy Controller", SAE Technical Paper n. 2003-01-0107, 2003.

[22]. Du H., Zhang N., Smith W., "Robust Yaw Moment Control for Vehicle Handling and Stability", SAE Technical Paper n. 2009-01-0578, 2009.

[23]. Osborn R.P., Shim T., "Independent Control of All-Wheel-Drive Torque Distribution", SAE Technical Paper n. 2004-01-2052, 2004.

[24]. Buckholtz K.R., "Use of Fuzzy Logic in Wheel Slip Assignment – Part I: Yaw Rate Control", SAE Technical Paper n. 2002-01-1221, 2002.

[25]. Anderson J.R., Law E.H., "Fuzzy Logic Approach to Vehicle Stability Control of Oversteer", SAE Technical Paper n. 2011-01-0268, 2011.

[26]. Rieveley R.J., Minaker B.P., "Variable Torque DistributionYaw Moment Control for Hybrid Powertrains", SAE Technical Paper n. 2007-01-0278, 2007.

[27]. De Novellis L., Sorniotti A., Gruber P., "Wheel Torque Distribution Criteria for Electric Vehicles With Torque-Vectoring Differentials", IEEE TRANSACTIONS ON VEHICULAR TECHNOLOGY, VOL. 63, NO. 4, MAY 2014.

[28]. Ivanov V., Augsburg K., Savitski D., "Torque Vectoring For Improving The Mobility Of All-Terrain Electric Vehicles", 12th European Regional Conference of the International Society for Terrain-Vehicle Systems – September 24-27, 2012, Pretoria, South Africa.

[29]. Sawase K., Ushiroda Y., Inoue K., "Effect of the Right-and-left Torque Vectoring System in Various Types of Drivetrain", SAE Technical Paper n. 2007-01-3645, 2007.

## Pubblicazioni

[1]. Vandi G., Moro D., Ponti F., Parenti R., Einaudi G., "Vehicle dynamics modeling for real-time simulation", SAE Technical Paper n. 2013-24-0144, 2013.

[2]. Vandi G., Cavina N., Corti E., Mancini G., Moro D., Ponti F., Ravaglioli V., "Development of a software in the loop environment for automotive powertrain systems", Energy Procedia 45 (2014), pg 789 – 798.