

DOTTORATO DI RICERCA IN

# **Meccanica delle Strutture**

Sede Amministrativa: Università di Bologna  
Settore Scientifico Disciplinare: ICAR/09

XXI° Ciclo

Samuele Orlandi

## **Procedure di Progettazione per Sistemi di Dissipazione Passiva per Costruzioni in Zona Sismica**



Coordinatore del Dottorato:  
Prof. Erasmo Viola Università di Bologna

Relatore:  
Prof. Pier Paolo Diotallevi Università di Bologna

Correlatore:  
Prof. Luca Landi Università di Bologna

Anno 2010

Tesi dottorale svolta presso il DISTART

Tecnica delle costruzioni

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

*Dedicata alla mia famiglia.*

**PAROLE CHIAVE:**

PASSIVE CONTROL

DAMPING

OPTIMAL DAMPER  
PLACEMENT

TRANSFER FUNCTION

SEQUENTIAL SEARCH  
ALGORITHM

RICATTI EQUATION



## Prefazione

I primi studi di sistemi passivi per la dissipazione di energia per applicazioni in ingegneria civile risalgono a circa trenta anni fa. Lo scopo di questi dispositivi, quando incorporati in una struttura, è di consumare o di assorbire una porzione dell'energia sismica in ingresso. La conseguenza è la riduzione della richiesta di energia da dissipare da parte della struttura primaria e la minimizzazione del suo danneggiamento. Tuttavia la progettazione e soprattutto la progettazione ottimale di questi dispositivi non è immediata. Lo scopo di questo lavoro è quello di individuare, sviluppare e confrontare i più recenti metodi di progettazione semplificati ed ottimali, nonché di compararli con i risultati di analisi time history.

Il **capitolo 1** contiene un breve stato dell'arte dei dispositivi passivi con una prima classificazione in base al meccanismo di dissipazione di energia utilizzato. I dispositivi studiati in questo lavoro sono quelli metallici isteretici (ADAS), viscoelastici solidi (VE) e quelli viscoelastici fluidi (FV). Sono descritti i primi studi dei modelli matematici utilizzati per descriverne il comportamento, la eventuale dipendenza dalla frequenza di eccitazione, dalla temperatura, dalle entità delle deformazioni ecc.. Vengono introdotte le variabili di progettazione come smorzamento e rigidità aggiunti e vengono mostrate le prime applicazioni strutturali per i vari dispositivi.

Il **capitolo 2** mostra una procedura semplificata di progettazione dei dispositivi studiati basata sugli spettri di risposta. Lo scopo di questa procedura è quello di determinare, in alcuni casi iterativamente, le caratteristiche dei dissipatori per ottenere una fissata riduzione di un parametro della risposta sismica strutturale, come per es. lo spostamento massimo dell'ultimo piano. I dispositivi sono trasformati in una molla lineare e uno smorzatore puramente viscoso equivalenti e mediante un criterio energetico viene determinato lo smorzamento complessivo aggiunto alla struttura. I risultati di questa procedura sono indagati mediante degli esempi numerici su strutture a comportamento shear-type, a vari gradi di libertà, sottoposte ad un gruppo scelto di accelerogrammi spettrocompatibili con l'EC8.

Il **capitolo 3** illustra alcune procedure ottimizzate di progettazione dei dissipatori. Dati gli alti costi di installazione, il dimensionamento ed il posizionamento di questi dispositivi quando utilizzati in strutture multipiano diventa sostanzialmente un problema di ottimizzazione, Cioè, per un fissato numero di dissipatori, alcune configurazioni possono permettere ad una struttura di raggiungere gli obiettivi prestazionali imposti, mentre altre no. Alternativamente una configurazione ottimizzata può portare ad una richiesta di un numero minore di dispositivi da installare per il raggiungimento degli obiettivi prefissati. Le tre procedure ottimizzate considerate vengono, in questo capitolo, analizzate negli aspetti teorici ed in quelli applicativi. Infatti sono state sviluppate in ambiente matlab, mediante la scrittura di appositi codici di calcolo. Tali procedure sono state validate attraverso il raffronto dei risultati ottenuti con quelli presenti in letteratura scientifica relativi ad alcuni esempi numerici: In base ad essi sono tratte le prime conclusioni.

Il **capitolo 4** mostra l'applicazione ed il confronto tra le procedure semplificate ed ottimizzate effettuato mediante degli esempi numerici su strutture a comportamento shear-type a numero crescente di gradi di libertà. Per introdurre ulteriori spunti di valutazione in ogni struttura viene considerata la presenza di una irregolarità strutturale, come ad es. una ridotta rigidezza ad un piano rispetto agli altri. I risultati ottenuti sono confrontati mediante i grafici dei principali parametri di risposta, come spostamenti di piano ed interpiano, forze nei dissipatori ed accelerazioni di piano.

# Contenuti

<b>Prefazione</b>	I
<b>Capitolo 1</b>	1
1.1 Introduzione	1
1.2 Sistemi isteretici generalità	4
1.3 Sistemi isteretici: dissipatori metallici	5
1.4 Sistemi viscoelastici generalità	17
1.5 Dissipatori viscoelastici solidi	18
1.6 Sistemi viscoelastici fluidi generalità	28
1.7 Dissipatori viscoelastici fluidi	29
Bibliografia	38
<b>Capitolo 2</b>	42
2.1 Introduzione	42
2.2 Strutture ad 1 grado di libertà	44
2.2.1 Generalità	44
2.2.2 Dissipatore isteretico metallico	46
2.2.3 Dissipatore viscoelastico	50
2.2.4 Dissipatore fluidoviscoso	53
2.3 Strutture a più gradi di libertà	54
2.3.1 Generalità	54
2.3.2 Dissipatori isteretici metallici	57
2.3.3 Dissipatori viscoelastici	60



2.3.4	Dissipatori fluidoviscosi	62
2.4	Esempi numerici 1 GDL	63
2.4.1	Portale nudo	63
2.4.2	Portale con i dissipatori	68
2.5	Esempi numerici 3 GDL	80
2.5.1	Telaio nudo	80
2.5.2	Telaio con i dissipatori	81
2.6	Esempi numerici 8 GDL	86
2.6.1	Telaio nudo	86
2.6.2	Telaio con i dissipatori	89
2.7	Esempi numerici 15 GDL	95
2.7.1	Telaio nudo	95
2.7.2	Telaio con i dissipatori	96
2.8	Conclusioni	104
	Bibliografia	105
<b>Capitolo 3</b>		107
3.1	Introduzione	107
3.2	Algoritmo di ricerca sequenziale (SSA)	109
3.2.1	Esempio numerico	114
3.3	Metodo del minimo delle funzioni di trasferimento (TKW)	117
3.3.1	Caso a due gradi di libertà	118
3.3.2	Generalizzazione al caso con $n$ gradi di libertà	123
3.3.3	Esempio numerico	126
3.4	Teoria del controllo ottimale	130
3.4.1	Esempio numerico	136

3.5 Conclusioni	140
Bibliografia	141
<b>Capitolo 4</b>	<b>144</b>
4.1 Introduzione	144
4.2 Esempio 3 GDL regolare	147
4.3 Esempio 3 GDL irregolare	152
4.4 Esempio 6 GDL regolare	155
4.5 Esempio 6 GDL irregolare	158
4.6 Esempio 9 GDL regolare	161
4.7 Esempio 9 GDL irregolare	165
4.9 Indici di risposta	168
4.8 Conclusioni	171
Bibliografia	172

# Capitolo 1

## Sistemi passivi di dissipazione di energia

**Abstract:** In this chapter will be introduced a brief state of the art of the dissipating systems used to modify the behavior of structure in seismic zone. The purpose of these devices is to dissipate a portion of the input energy so that to decrease the request of energy to dissipate from the structure and to reduce it's damage. The dissipating systems, unlike other systems, are also effective towards the wind and don't ask for sources of external energy to work. The devices under consideration in the present job are those hysteretic metallic, viscoelastic solid and viscous fluid.

**Sommario:** In questo capitolo verrà presentato un breve stato dell'arte dei sistemi dissipativi utilizzati per modificare il comportamento di costruzioni in zona sismica. Il funzionamento di questi dispositivi è quello di dissipare una porzione dell'energia sismica in ingresso in modo da diminuire la domanda di energia da dissipare da parte della struttura e ridurne così il danneggiamento. I sistemi dissipativi passivi, a differenza di altri sistemi, sono efficaci anche nei confronti del vento e non richiedono fonti di energia esterna per funzionare. I dispositivi considerati nel presente lavoro sono quelli metallici isteretici, viscoelastici solidi e fluidoviscosi.

### 1.1 Introduzione

I moderni sistemi di protezione sismica possono essere divisi sinteticamente in tre gruppi fondamentali:

#### -Isolatori sismici

- Isolatori elastomerici
- Isolatori in gomma e piombo
- Isolatori combinati elastomerici e scorrevoli
- Pendolo a frizione
- Isolatori scorrevoli con dispositivi di richiamo

## **-Sistemi attivi e semiattivi**

- Sistemi di rinforzo attivi
- Dissipatori con masse attive
- Sistemi a rigidità e smorzamento variabili
- Materiali a memoria di forma

## **-Sistemi passivi di dissipazione**

- Dissipatori metallici
- Dissipatori ad attrito
- Dissipatori viscoelastici solidi
- Dissipatori viscoelastici o viscosi fluidi
- Dissipatori con masse sincronizzate
- Dissipatori con liquidi sincronizzati

Questi gruppi possono essere distinti esaminando l'approccio impiegato per gestire l'energia associata al terremoto.

La tecnica dell'isolamento sismico è oggi ampiamente usata in tutto il mondo. I sistemi di isolamento sismico sono normalmente installati a livello delle strutture di fondazione. Attraverso una adeguata flessibilità e capacità di assorbimento di energia, il sistema di isolamento in parte riflette e in parte assorbe l'energia in ingresso del sisma prima che raggiunga la sovrastruttura. Questo effetto filtro riduce la domanda di energia da dissipare da parte della struttura, incrementandone così la sua durata.

I sistemi attivi e semiattivi fanno parte di un'area della protezione strutturale in cui il moto di una struttura viene controllato o modificato attraverso l'azione di un sistema di controllo alimentato da una fonte di energia esterna. Tuttavia i sistemi semiattivi richiedono solo una quantità di energia nominale per correggere le proprie proprietà meccaniche e, diversamente dai sistemi attivi, non aggiungono energia alla struttura. Una particolare attenzione da parte della ricerca negli ultimi anni è stata sviluppata per alleviare le risposte dovute al vento e ai sismi; arrivando ad uno stato di avanzamento tecnologico che ha permesso il progetto, la costruzione e l'installazione di questi sistemi in strutture reali.

Per quanto riguarda i sistemi dissipativi, oggetto di studio di questa tesi, le prime ricerche e applicazioni strutturali risalgono all'incirca a trent'anni fa. Il funzionamento base di questi sistemi, quando incorporati in una struttura, è di assorbire o di consumare una porzione dell'energia in ingresso, riducendo così la domanda di energia da dissipare da parte della struttura primaria e minimizzando i danneggiamenti. Diversamente dai sistemi di isolamento questi possono essere efficaci anche contro gli spostamenti indotti dal vento oltre che quelli dovuti al sisma. Inoltre non richiedono una fonte di energia esterna come invece i sistemi attivi.

Solitamente i diversi sistemi passivi di dissipazione sono distinti secondo una classificazione prestazionale, brevemente riassunta Tabella 1.1. In generale la dissipazione di energia può essere ottenuta o per trasformazione di energia cinetica in calore o per

trasferimento di energia fra modi di vibrare. Il primo meccanismo include i dispositivi isteretici, che dissipano energia indipendentemente dalla velocità di applicazione del carico, e i dispositivi viscoelastici che invece sono dipendenti dalla velocità. Tra i primi vi sono i dispositivi basati sullo snervamento dei metalli e sull'attrito tra superfici scorrenti, mentre degli altri fanno parte i dispositivi che utilizzano la deformazione di fluidi o solidi viscoelastici e quelli che utilizzano l'estrusione di fluidi attraverso orifizi. Una terza categoria è costituita dai dispositivi ricentranti che utilizzano un precarico iniziale, generato da molle interne o fluidi pressurizzati, per ottenere un comportamento forza-spostamento che include il ricentraggio del sistema.

Il secondo meccanismo menzionato sopra, pertinente al trasferimento di energia tra modi di vibrare, è impiegato negli assorbitori dinamici di vibrazioni. In questi sistemi vengono introdotti ulteriori oscillatori, aggiungendo ulteriori massa, rigidità e smorzamento. Per migliorare le prestazioni della struttura primaria questi dispositivi devono essere adeguatamente sincronizzati.

Tabella 1.1 Classificazione sistemi passivi di dissipazione

<b>Classificazione</b>	<b>Principi di funzionamento</b>	<b>Materiali e tecnologia</b>	<b>Obiettivi prestazionali</b>
Dispositivi isteretici	Snervamento dei metalli  Attrito	Acciaio o piombo  Contatto Metallo-Metallo o non Metallo	Dissipazione di energia, aumento di resistenza
Dispositivi Viscoelastici	Deformazione di solidi viscoelastici  Deformazione di fluidi viscoelastici  Estrusione di fluidi	Polimeri viscoelastici  Fluidi altamente viscosi  Fluidi; design avanzato di orifizi e guarnizioni	Dissipazione di energia, aumento di rigidità
Dispositivi ricentranti	Fluidi pressurizzati ed orifizi  Attrito-molle  Materiali a trasformazione di fase	Fluidi compressibili, guarnizioni ad alta pressione  Contatto Metallo-Metallo o non Metallo  Leghe a memoria di forma, comportamento super elastico	Dissipazione di energia, aumento di resistenza, capacità ricentranti
Assorbitori dinamici di vibrazioni	Oscillatori con masse sincronizzate  Oscillatori con liquidi sincronizzati	Masse-molle-dissipatori fluidi  Taniche d'acqua, contenitori ad U di liquidi	Aumento dello smorzamento

## 1.2 Sistemi isteretici generalità

I sistemi isteretici, per definizione, dissipano energia attraverso un meccanismo che è indipendente dalla velocità di applicazione dei carichi. Sono inclusi in questa categoria i dissipatori metallici che utilizzano come meccanismo dissipativo lo snervamento dei metalli e i dissipatori ad attrito che generano calore attraverso lo scorrimento fra superfici. Una tipica risposta forza-spostamento ottenuta per questi dispositivi sottoposti a condizioni cicliche di carico ad ampiezza costante è mostrata nella Fig.1.1. Le quantità  $F$  e  $x$  rappresentano rispettivamente la forza e lo spostamento complessivi del dispositivo. Per cicli di carico ad ampiezza di spostamento  $x_0$  e frequenza circolare  $\omega_0$ , lo spostamento può essere scritto come

$$x(t) = x_0 \cdot \sin \omega_0 t \quad (1.1)$$

Bisogna notare dalla Fig.1.1 la risposta rimane inalterata per varie frequenze di eccitazione, dimostrando così l'indipendenza dalla velocità.

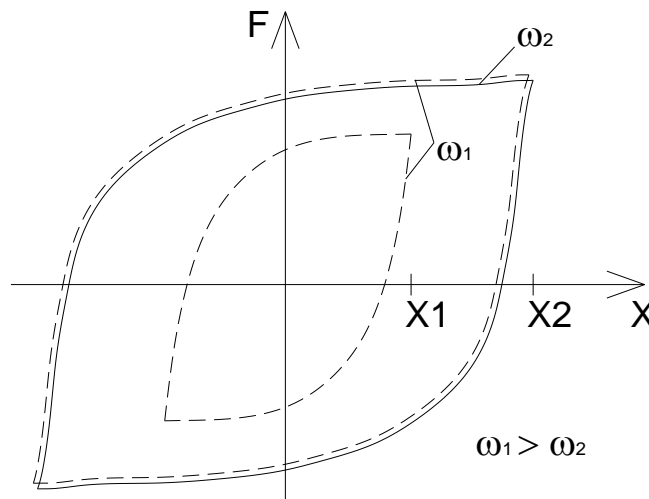


Figura 1.1 Risposta forza-spostamento di un dispositivo isteretico

Questi dispositivi sono però non lineari, cioè la forza esercitata non aumenta proporzionalmente con lo spostamento e questo comportamento deve essere considerato in fase di progetto e di analisi. Può essere notato che la dissipazione di energia avviene solo dopo che una certa soglia viene superata.

## 1.3 Sistemi isteretici: dissipatori metallici

Uno dei meccanismi più efficaci per la dissipazione dell'energia in entrata durante un sisma, è attraverso la deformazione inelastica di sostanze metalliche. Nella tradizione delle strutture metalliche, la progettazione antisismica fa affidamento sulla duttilità dopo lo

snervamento dei componenti strutturali per provvedere alla dissipazione richiesta. Tuttavia, l'idea di utilizzare dei dissipatori metallici isteretici, che non fanno parte della struttura principale, per assorbire una buona quota dell'energia sismica in ingresso è dovuta al lavoro concettuale e sperimentale di Kelly et al. (1972) e Skinner et al. (1975). Da questi ricercatori sono stati considerati numerosi dispositivi tra cui barre torsionali, travi a flessione e U-strip come mostrato in Fig.1.2.

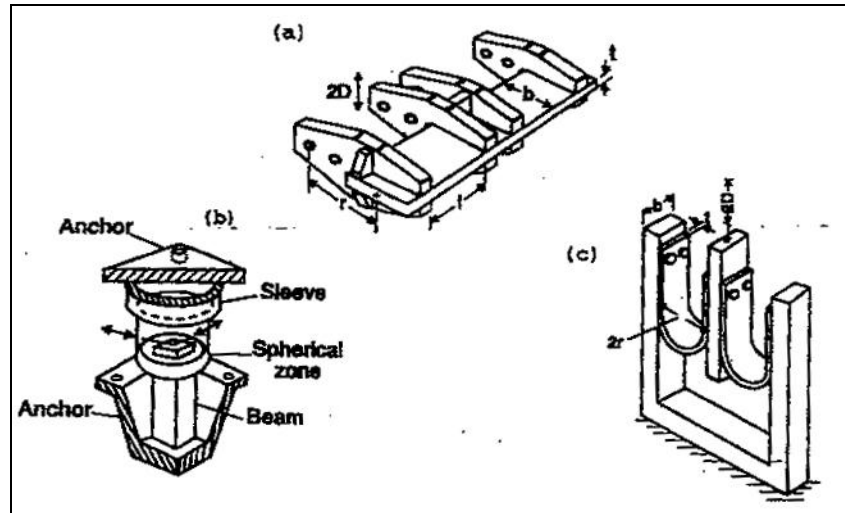


Figura 1.2 Geometrie di dissipatori metallici;  
a)Barre torsionali, b)Travi a flessione, c)U-strip

Durante gli anni seguenti sono stati fatti consistenti progressi nello sviluppo di questi dispositivi che hanno portato a nuovi design, come per gli X-Shaped e i dissipatori triangolari mostrati in Fig.1.3, e all'utilizzo di nuovi materiali come piombo e leghe a memoria di forma. Sono stati sviluppati anche numerosi prodotti commerciali che sono stati usati per nuove ed esistenti strutture in numerosi paesi tra cui Nuova Zelanda, Messico, Stati Uniti, Giappone e Italia.

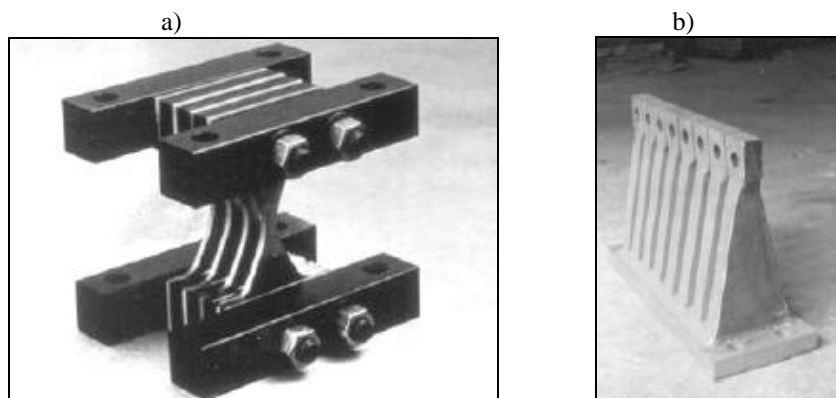


Figura 1.3 Dissipatori metallici;  
a)Dissipatori X-Shaped, b)Dissipatori triangolari

Indipendentemente dalle varie configurazioni geometriche che questi dispositivi possono assumere, il meccanismo sottolineato è quello della deformazione inelastica del metallo impiegato che, normalmente, è acciaio dolce o più raramente piombo. Per poter usare efficientemente questi dispositivi nella progettazione di una struttura bisogna costruire un ragionevole modello matematico delle caratteristiche di forza-deformazione. Siccome questa risposta è intimamente collegata al comportamento ciclico tensione-deformazione del metallo è opportuno ora una breve ripresa di tale concetto.

La risposta di un provino di acciaio dolce temprato sottoposto ad un carico monoassiale monotono è illustrato nella Fig.1.4a. Si può notare la presenza di una tensione di snervamento superiore ed inferiore, di un plateau tensione-deformazione e di un regime di incrudimento. La risposta sotto cicli di carico di ampiezza costante è rappresentata dalla Fig.1.4b. Per ogni diversa ampiezza viene ottenuta una curva stabilizzata che è indipendente dalla precedente storia di carico (Cofie e Krawinkler, 1985).

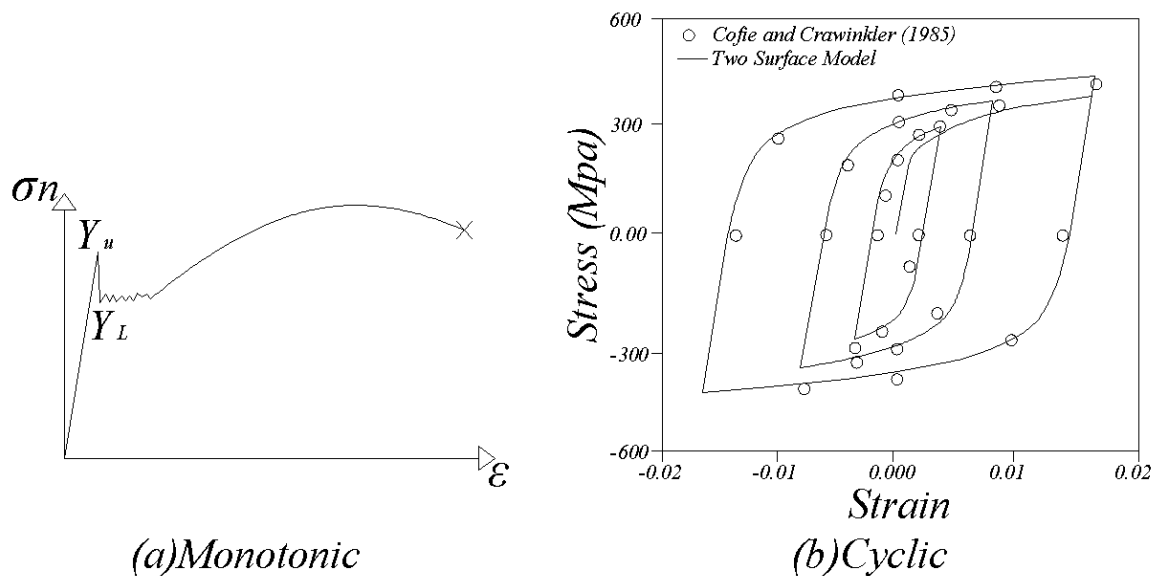


Figura 1.4 Risposta tensioni-deformazioni di un acciaio strutturale

Dalla Fig.1.4b appare evidente che il ginocchio ora è arrotondato e che il plateau è scomparso. Logicamente ci si può aspettare una risposta forza-spostamento simile da un dissipatore metallico. Effettivamente, questo è vero, in generale, come indicato dai risultati sperimentali mostrati in Fig.1.5 per i dissipatori X-shaped (Whittaker et al.,1991).



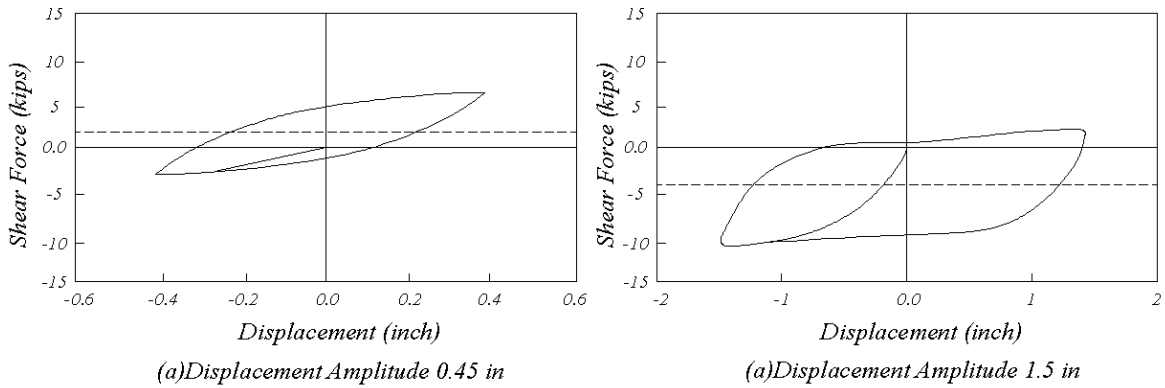


Figura 1.5 Risposta forza-spostamento per dissipatori X-Shaped

Ci sono due differenti approcci che possono essere usati per costruire un modello forza-spostamento per un dissipatore. Il primo utilizza i dati sperimentali ottenuti dai test di laboratorio sui dissipatori. Viene scelta la forma base del modello forza-spostamento, di solito basandosi su un'analogia con la teoria della plasticità, e poi vengono determinati i parametri del modello attraverso un procedimento di ricostruzione della curva di risposta. Nel secondo approccio, il modello forza-spostamento è costruito invece da un'appropriata relazione costitutiva del metallo applicando le leggi della meccanica. Questo approccio dà ulteriori informazioni sul comportamento del dispositivo riducendo la richiesta di test sperimentali.

Il primo tentativo di sviluppo di un modello (sperimentale) razionale forza-spostamento per i dissipatori metallici può essere trovato nel lavoro condotto da Özdemir (1976). L'obiettivo di questo studio riguardò le barre torsionali, tuttavia la formulazione sviluppata ha un'applicabilità più generale. La risposta di un qualunque dissipatore metallico è una funzione della sua geometria e delle caratteristiche del metallo con cui è costruito. Conseguentemente l'approccio di Özdemir considera un modello che ha una forma simile a quella usata per il modello costitutivo del metallo. Per esempio, considerando un generico dissipatore metallico inflesso sotto l'effetto di una forza laterale, il modello di Özdemir può essere scritto:

$$\dot{F} = k_0 |\dot{x}| - k_0 |\dot{x}| \left( \frac{F - B}{F_0} \right)^n \quad (1.2a)$$

$$\dot{B} = \alpha k_0 |\dot{x}| \left( \frac{F - B}{F_0} \right)^n \quad (1.2b)$$

con  $F$  e  $x$  forza e spostamento del dissipatore, e con la variabile interna  $B$  che rappresenta una forza di ritorno/passata. Il punto soprassetto indica la derivata rispetto al tempo. Quattro parametri  $k_0$ ,  $F_0$ ,  $n$ , e  $\alpha$  sono richiesti per definire la risposta del dissipatore. L'esponente  $n$  nell'Eq.1.2 deve essere un intero dispari, ma la formula può essere semplicemente generalizzata per permettere a  $n$  di assumere qualsiasi valore reale (Graesser e Cozzarelli,1991a). Si può notare che deve essere fatta l'integrazione

dell'Eq.2.2 rispetto al tempo se si vuole la risposta del dissipatore; possono essere usati vari metodi numerici come per esempio quello di Runge-Kutta. Per mostrare il comportamento insito nell'Eq.1.2 consideriamo la risposta dovuta ad una variazione sinusoidale dello spostamento imposto, illustrata nella Fig.1.6. Si può notare dalla Fig.1.6a che la risposta è indipendente dalla velocità, come desiderato. Il parametro  $k_0$  rappresenta l'elasticità iniziale del dispositivo. Dalla Fig.1.6b è evidente che il parametro  $n$  controlla l'acutezza del ginocchio, mentre  $\alpha$  determina l'inclinazione del tratto inelastico come indicato in Fig.1.6c. Per  $n \rightarrow \infty$ , la risposta assume un comportamento elastico-lineare incrudente. In più, quando  $\alpha=0$ , si ritrova il classico modello elasto-plastico. Si può notare che la quantità di energia dissipata dal modello rappresentato dall'Eq.1.2 può essere determinata facilmente attraverso un'integrazione numerica.

Nel lavoro originale di Özdemir i parametri del dissipatore  $k_0$ ,  $F_0$ ,  $n$ , e  $\alpha$  furono selezionati per essere in accordo con i risultati di prove sperimentali in cui i carichi ciclici a spostamento controllato erano di tipo sinusoidale. Il modello fu verificato successivamente per comparazione in caso di eccitazioni a spostamento controllato non sinusoidali e fu trovato in buon accordo per piccole ampiezze di spostament.

Sono possibili ulteriori estensioni del modello di Özdemir, per modellare risposte a carichi ciclici più complicati (non più sinusoidali), per considerare effetti come la perdita di forza, la riduzione del modulo di elasticità e altre caratteristiche, introducendo variabili addizionali.

Un modello alternativo può essere basato sull'analogia con i modelli della doppia superficie di plasticità (Dafalias e Popov, 1975; Krieg, 1975). Consideriamo, per esempio, la seguente versione monoassiale scritta nello spazio forza-spostamento. Due distinte, ma annidate, superfici di snervamento sono definite nello spazio delle forze come mostrato dalla Fig.1.7. La superficie interna o superficie di carico, che separa il regime di risposta elastico da quello plastico, è caratterizzata dal centro, determinato dalla forza ritorno/passata  $B$ , e dal raggio determinato invece dalla forza interna di snervamento  $F_y^L$ . La superficie esterna, che contiene completamente quella interna, è sempre centrata nell'origine dello spazio delle forze con raggio uguale alla variabile di snervamento esterna  $F_y^L$ . Una traslazione della superficie interna corrisponde ad un incrudimento cinematico, mentre un'espansione della superficie esterna produce un incrudimento isotropico del dispositivo.

Devono essere stabiliti il criterio di snervamento, la regola di flusso e la regola di incrudimento per assicurare che la forza corrente  $F$  giaccia sempre all'interno o sul bordo di entrambe le superfici, che tutte le transizioni durante la fase di carico siano lisce e che cicli di deformazioni infinitesimali non causino comportamenti anomali. Il modello, definito nella Tab.1.2, richiede la determinazione di sei parametri del dispositivo  $k$ ,  $F_y^L$ ,  $F_{y0}^B$ ,  $h_0^B$ ,  $h_1^B$  e  $n$ .  $F_{y0}^B$  corrisponde al valore iniziale di  $F_y^B$ . Un approccio simile, basato sul modello delle due superfici, è descritto in Pong et al., (1994).

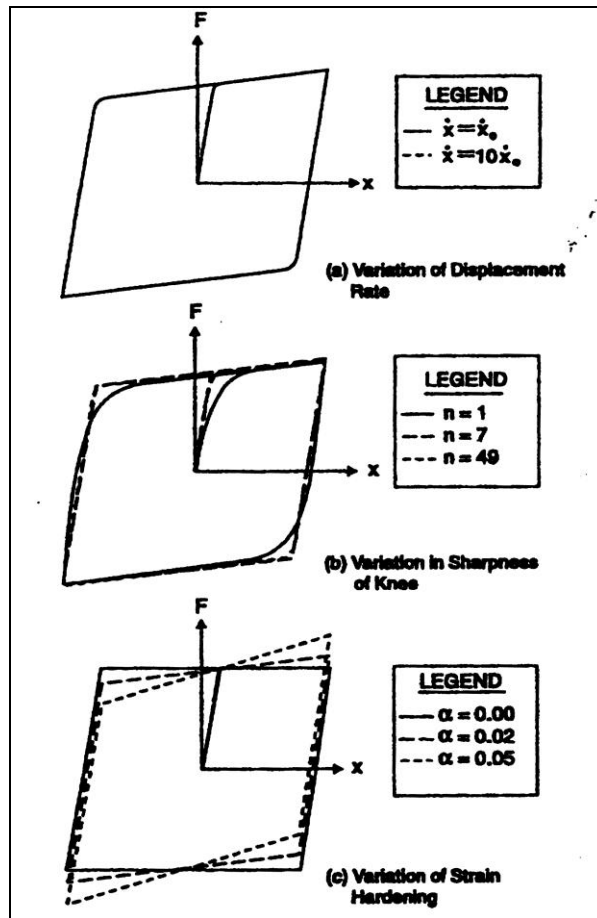


Figura 1.6 Modello di Özdemir indipendente dalla velocità

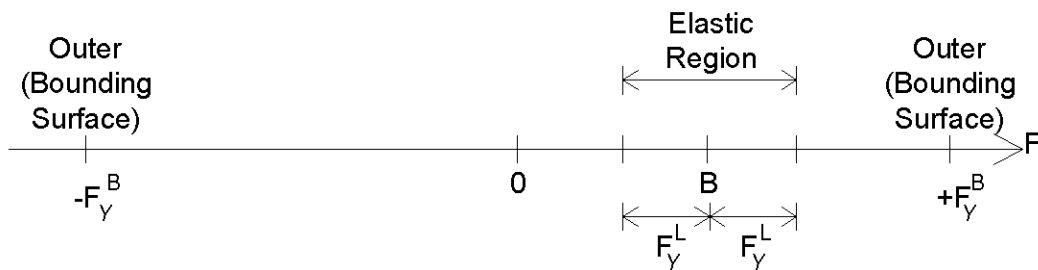


Figura 1.7 Modello forza-spostamento delle due superfici

Tabella 1.2 Modello uniassiale delle due superfici

<p>If <math> F-B  &lt; F_y^L</math> or <math>(F-B) \dot{x} \leq 0</math>, then</p> <p>Elastic loading or unloading</p> $\dot{F} = k \dot{x}$ $\dot{B} = 0$ $\dot{F}_y^B = 0$ <p>Else if <math> F  &lt; F_y^B</math>, then</p> <p>Inelastic loading inside outer surface</p> $\dot{F} = [k^p / (k + k^p)] k \dot{x}$ $\dot{B} = \dot{F}$ $\dot{F}_y^B = 0$ <p>where</p> $k^p = h^B (\beta / \gamma)^n$ $h^B = h_0^B + h_1^B F_y^B$ $\beta = F_y^B + F \operatorname{sgn}(\dot{x})$ $\gamma = 2 F_y^B$ <p>Else</p> <p>Inelastic loading on outer surface</p> $\dot{F} = [k^p / (k + k^p)] k \dot{x}$ $\dot{B} = \dot{F}$ $\dot{F}_y^B =  \dot{F} $ <p>where</p> $k^p = h^B$ $h^B = h_0^B + h_1^B F_y^B$ <p>End if</p>
---

Un modello meccanico, invece, viene sviluppato direttamente dal modello costitutivo del metallo insieme alla descrizione geometrica del dispositivo utilizzando le leggi della meccanica. Non richiede dei dati sperimentali per ogni configurazione e dimensione del dissipatore come invece il modello precedente di Özdemir. Come esempio consideriamo questa procedura per i dissipatori metallici triangolari di Fig.1.3b. Questo

dispositivo, formato da  $N$  piatti triangolari identici posizionati in parallelo, è tipicamente installato all'interno di una campata tra il controvento a V e la trave superiore, come indicato dalla Fig.1.8. La base di ogni piatto triangolare è fissata ad un piatto rigido per assicurare la condizione di base fissa, mentre una connessione a perno scanalato è impiegata nella punta per assicurare la libertà di movimento verticalmente.

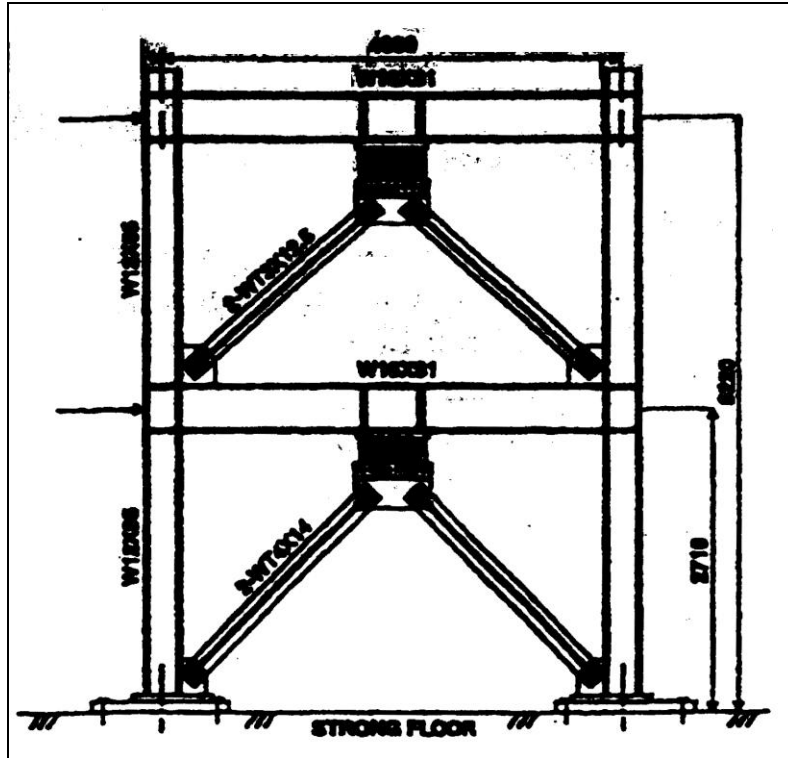


Figura 1.8 Dispositivi TADAS in una struttura di prova

In questo modo il dissipatore resiste primariamente alle forze orizzontali  $P$ , associate allo spostamento interpiano  $\Delta$ , attraverso una flessione uniforme di ogni piatto. Consideriamo di esaminare un singolo piatto-mensola di spessore  $h$ , lunghezza  $L$  e larghezza di base  $\omega_0$ , soggetto al carico  $P/N$  applicato al suo estremo libero, come mostrato in Fig.1.9a.

La relazione forza-spostamento può essere facilmente stabilita per risposte infinitesimali elastiche. Per ogni sezione l'equazione di equilibrio del momento può essere scritta in questo modo

$$\frac{P}{N}(L-x) = \frac{\omega_0(L-x)}{L} \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma y dy \quad (1.3)$$

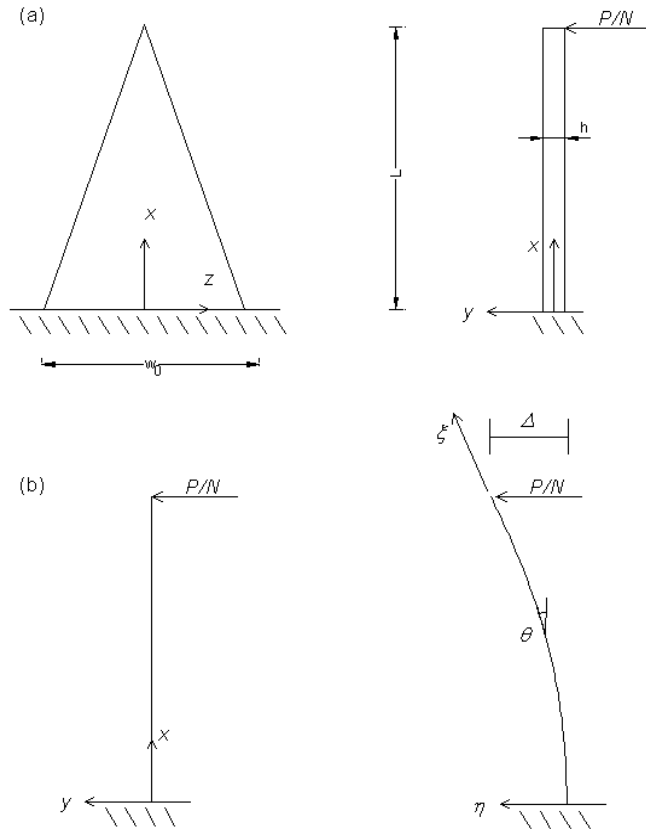


Figura 1.9 Modello matematico per dispositivi TADAS  
 a)Definizione geometrica, b)Trave idealizzata

Con l'eliminazione del termine  $(L-x)$  da ambo i lati dell'Eq.1.3, risulta evidente che la tensione è indipendente dalla posizione lungo l'asse della mensola. Dopo aver applicato la relazione costitutiva elastica

$$\sigma = E\varepsilon \quad (1.4)$$

e la condizione geometrica

$$\varepsilon = ky \quad (1.5a)$$

si trova che la curvatura risulta costante lungo l'intera lunghezza del piatto e pari a

$$k = \frac{2\Delta}{L^2} \quad (1.5b)$$

sostituendo le Eq.(1.4) e (1.5a) nella (1.3) si ottiene il seguente modello forza-spostamento:

$$P = \left( \frac{NE\omega_0 h^3}{6L^3} \right) \Delta \quad (1.6)$$

Questa però rappresenta solo la risposta elastica del dissipatore. Per ottenere la risposta inelastica, in prima approssimazione, si può mantenere l'Eq.1.5a e rimpiazzare l'Eq.1.4 con un modello costitutivo inelastico indipendente dalla velocità. Per il modello costitutivo definito dalla Tabella 1.2. Le equazioni che governano il comportamento possono essere scritte nella seguente forma espressa in termini di velocità:

$$\dot{P} = \frac{N\omega_0}{L} \int_{-h/2}^{+h/2} \dot{\sigma}_y dy \quad (1.7)$$

$$\dot{\sigma} = g1(\dot{\epsilon}, \sigma, \sigma_b, \sigma_y^B) \quad (1.8a)$$

$$\dot{\sigma}_b = g2(\dot{\epsilon}, \sigma, \sigma_b, \sigma_y^B) \quad (1.8b)$$

$$\sigma_y^B = g3(\dot{\epsilon}, \sigma, \sigma_b, \sigma_y^B) \quad (1.8c)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{2\dot{\Delta}}{L^2} y \quad (1.9)$$

La relazione forza spostamento non può più essere scritta analiticamente come per il caso elastico. Gli integrali necessari possono essere valutati numericamente con le formule Gaussianhe standard di quadratura per l'integrazione spaziale dell'Eq. 1.7 e mediante l'algoritmo di Runge-Kutta per risolvere il set di equazioni differenziali del primo ordine.

In alcuni casi, per es. forti terremoti, lo spostamento  $\Delta$  diventa di dimensione comparabile con la lunghezza del dissipatore  $L$ . La curvatura non è più costante lungo  $L$ , e l'effetto delle deformazioni finite non è più trascurabile. Bisogna estendere il modello precedente in modo da includere questi effetti. Definiamo un sistema di coordinate locali  $\xi, \eta$  che si deforma con l'asse della trave, come indicato in Fig.1.9b. Sia  $\theta$  l'angolo tra la tangente all'asse  $\xi$  e l'asse  $x$ . Continuando ad ignorare gli effetti della deformazione assiale e a taglio, da condizioni strettamente cinematiche risulta

$$\theta(\xi) = \int_0^\xi k d\bar{\xi} \quad (1.10a)$$

$$x(\xi) = \int_0^\xi \cos \theta d\bar{\xi} \quad (1.10b)$$

$$y(\xi) = \int_0^\xi \sin \theta d\bar{\xi} \quad (1.10c)$$

$$\varepsilon = k \cdot \eta \quad (1.11)$$

Con le deformazioni finite la curvatura  $k$  non è più costante sulla lunghezza del piatto. Conseguentemente, ad ogni istante, deve essere risolto un problema al contorno non lineare (BVP) per poter determinare la funzione curvatura sconosciuta. Questo BVP richiede la soddisfazione della seguente equazione di equilibrio per il momento:

$$\frac{P}{N}(x(L) - x(\xi)) = \frac{\omega_0(L - \xi)}{L} \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma \eta d\eta \quad (1.12)$$

che ora varia con  $\xi$ . In più deve essere inserita la condizione di inflessione all'estremo libero, cioè

$$y(L) = \Delta \quad (1.13)$$

Nell'Eq.1.12 può essere impiegato il modello costitutivo della Tabella 1.2.

Come esempio illustrativo, nella Fig.1.10, vengono confrontati i risultati sperimentali e le risposte previste dal modello appena descritto sui piatti triangolari studiati da Tsai et al.(1993), sottoposti a carichi ciclici ad incremento di spostamento. Si può notare che la forma dei cicli di isteresi è abbastanza simile e la forza stimata del dissipatore non varia oltre il 10% del valore misurato. In più grazie al modello matematico si è in grado di determinare approssimativamente il numero di cicli prima di incorrere in una rottura per fatica.

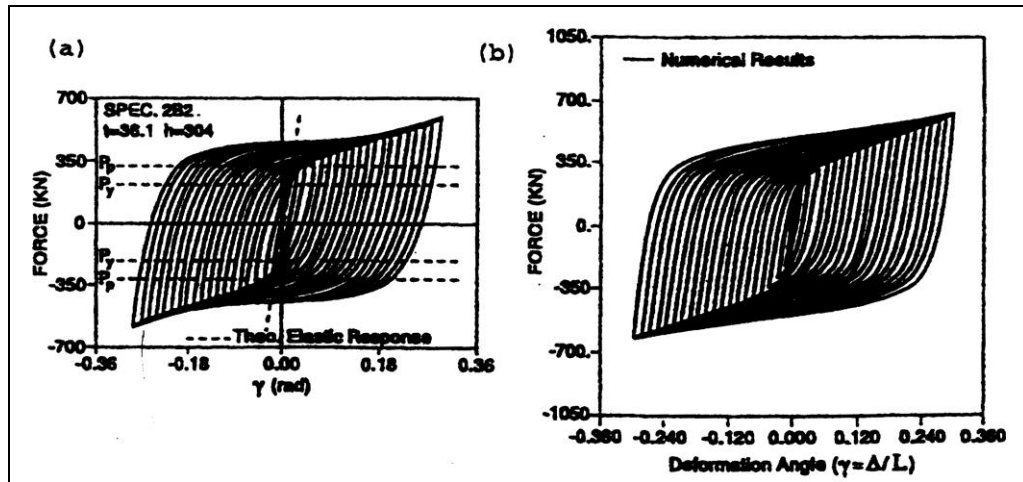


Figura 1.10 Risultati modelli dissipatori metallici triangolari  
a)Sperimentale, b)Numerico

Analizzando la Fig.1.11, relativa ad un oscillatore ad un grado di libertà con un dissipatore elastico-perfettamente plastico soggetto ad una forzante armonica, si possono vedere delle irregolarità nella risposta per  $\beta < 0.5$  a causa del brusco cambiamento nella rigidità del dispositivo allo snervamento. Siccome in generale ci saremmo aspettati una riduzione globale della risposta dovuta alla presenza del dispositivo, questo comportamento non intuitivo dovuto alla non linearità del sistema ci suggerisce di non ricorrere ad analisi semplificate, come le linearizzazioni equivalenti, le quali non avrebbero mai evidenziato questo fenomeno. In più per uno SDOF i dissipatori puramente viscosi riducono sempre la risposta causata da un sisma qualunque grazie all'incremento dello smorzamento. Mentre l'inserimento di dissipatori metallici, che in generale riduce la risposta dissipando energia, può per alcuni input sismici essere inefficace o addirittura peggiorare la risposta.



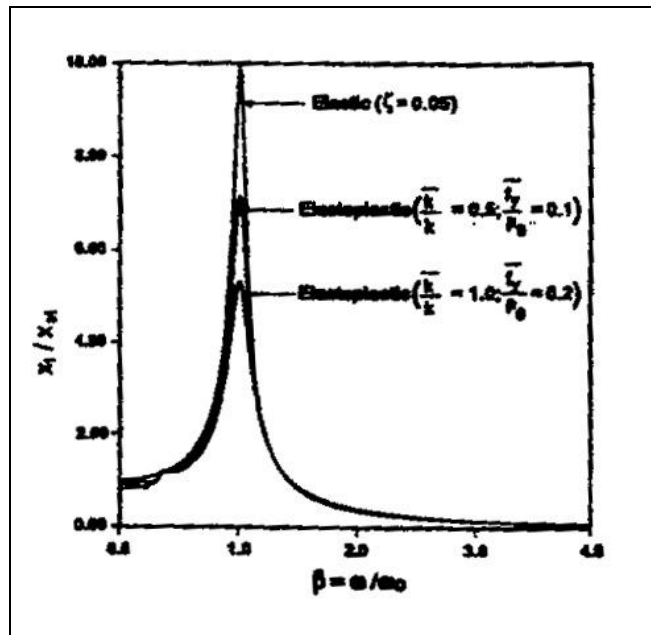


Figura 1.11 Fattore di amplificazione per eccitazioni armoniche con un dissipatore passivo

Queste considerazioni per un SDOF suggeriscono che devono essere adottate necessariamente delle analisi non lineari della fase transitoria per poter valutare l'efficacia dell'utilizzo di dissipatori metallici nelle strutture reali. Queste analisi non lineari possono essere effettuate usando il metodo agli elementi finiti per strutture a più gradi di libertà e i necessari algoritmi di calcolo della risposta dinamica implementati nei maggiori codici di calcolo disponibili sul mercato. Molti di quest'ultimi ammettono l'utilizzo di elementi definiti dall'utente che permettono una facile incorporazione della relazione forza-spostamento dei dissipatori nel modello globale agli elementi finiti.

Per utilizzare i dissipatori metallici in un sistema strutturale è necessario definire le linee guida e le procedure della progettazione, basandosi sulla conoscenza ottenuta dagli studi sperimentali e teorici. I metodi di progettazione strutturale possono essere essenzialmente di due tipi: manuali semplificati e computazionali. Vista la complessità dei dispositivi metallici, della sovrastruttura e del segnale sismico è molto più appropriato l'ultimo approccio. Che consiste nel costruire un modello matematico realistico della struttura e dei dispositivi, e nello sviluppo di un software adatto alla soluzione dei conseguenti problemi per la progettazione ottimale. Invece, un approccio parametrico mirato alla realizzazione di una procedura manuale per la progettazione relativa ai dispositivi ADAS è presentato in Xia et al (1990). In questo caso basandosi su dei dati numerici viene creata una metodologia e un criterio di progettazione per stabilire manualmente dei parametri strutturali chiave come  $B/D$  che denota il rapporto tra la rigidità dei controventi  $k_b$  e quella dei dispositivi  $k_d$ ,  $SR$  che denota il rapporto tra la rigidità dell'assemblato controvento-dispositivo  $k_a$  e della sola struttura  $k_f$ , e  $\Delta_y$  cioè lo spostamento allo snervamento dei dispositivi.

Un approccio analogo è definito in Tsai et al.(1993) per la progettazione strutturale con i dispositivi TADAS.

La prima implementazione dei dissipatori metallici è avvenuta in Nuova Zelanda con l'utilizzo di barre torsionali d'acciaio per i pilastri del ponte Ragitikei. La flessibilità trasversale del ponte era accordata permettendo l'oscillazione e il sollevamento dei pilastri, mentre lo smorzamento era fornito dalla prima generazione di dissipatori. Nel frattempo dei dispositivi a forma di piatto affusolato a mensola furono impiegati alla base di un camino a Christchurch e per il sovrappassaggio carrabile a Dunedin. Altri sistemi smorzatori a barre flessionali furono impiegati nel ponte di Cromwell.

Tre esempi di utilizzo dei sistemi ADAS come sistemi di dissipazione passiva di energia in edifici sono riassunti nelle seguenti schede (Martinez-Romero, 1993):

1) L'edificio di 30 piani Izazaga#38-40 situato a Mexico City fu costruito verso la fine degli anni '70 con una struttura in cemento armato e tamponature esterne portanti in muratura. L'edificio sostenne dei moderati danneggiamenti durante il terremoto del 1985. Il conseguente intervento fu inutile in quanto si danneggiò ulteriormente durante i terremoti del 1986 e del 1989. Venne effettuato allora un secondo intervento optando per l'utilizzo dei sistemi dissipativi. Nel 1990 furono installati 60 dispositivi ADAS in campate esterne per non interrompere l'utilizzo dell'edificio. Le analisi strutturali indicarono una riduzione del periodo principale nelle direzioni principali da 3.82s e 2.33s a 2.24s e 2.01s. Si ottenne una riduzione dello spostamento interpiano del 40% mantenendo lo stesso coefficiente di taglio alla base. Le analisi time history non lineari per la verifica del design finale furono effettuate con il programma DRAIN-2DX.

2) Il secondo esempio riguarda il miglioramento dell'edificio del reparto di Cardiologia a Mexico City. L'edificio, di cemento armato di 6 piani, costruito nel 1970, fu danneggiato durante il terremoto del 1985. L'intervento del 1990 utilizzò 18 contrafforti esterni connessi all'edificio tramite 90 dispositivi ADAS. Questo permise la minima interferenza dei lavori con l'attività dell'ospedale, oltre che la riduzione dello spostamento interpiano e del taglio alla base. Ancora le analisi time history non lineari furono effettuate con DRAIN-2DX.

3) Nel 1992 l'edificio Reforma #476 subì un importante intervento di miglioramento sismico. Questo edificio, costruito nel 1940 a Mexico City, è costituito da tre edifici di 10 piani incastrati ed è elencato nel registro degli edifici protetti. Subì dei danni significativi nel 1957 e altri minori nel 1985. Il più recente intervento incluse anche l'utilizzo dei sistemi ADAS con controventi a V in 40 campate sparse per tutti e tre gli edifici. L'edificio fu analizzato in ben tredici sezioni con l'utilizzo del programma DRAIN-2D per quattro terremoti di progetto. Tuttavia con l'utilizzo degli ADAS, mentre sia lo spostamento dei piani che quello interpiano diminuì, si verificò un incremento del taglio alla base, delle forze nelle colonne e delle accelerazioni ai piani. Nell'intervento finale numerosi solai e colonne interne furono rinforzati per resistere all'incremento del livello delle forze.

## 1.4 Sistemi viscoelastici generalità

In questa sezione sono descritti i sistemi passivi che dissipano energia in modo variamente dipendente dalla velocità. Questo gruppo include i sistemi dissipativi viscoelastici solidi e quelli viscoelastici liquidi, includendo tra gli ultimi anche quelli basati sulla deformazione e sull'estrusione di fluidi. Una tipica risposta forza-spostamento di questi dispositivi ottenuta per carichi ciclici ad ampiezza costante è rappresentata nella Fig.1.12. In generale questi dispositivi esibiscono sia smorzamento che rigidità, sebbene la Fig.1.12b mostri il caso, importante, di dispositivo puramente viscoso, in cui forze e spostamenti sono fuori fase di un angolo pari a  $90^\circ$ . Bisogna notare che i dispositivi viscoelastici sono dipendenti dalla frequenza. Tuttavia in Fig.1.12 ed in altre numerose applicazioni, il comportamento rimane entro il campo lineare, semplificando così notevolmente le procedure di analisi richieste. Inoltre, siccome la dissipazione di energia avviene anche per deformazioni infinitesimali, i sistemi viscoelastici sono adatti per la protezione sia dal sisma che dal vento.

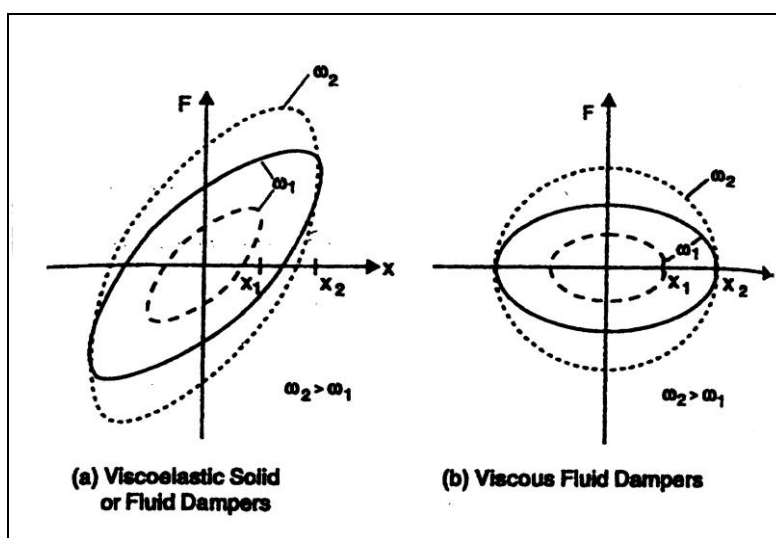


Figura 1.12 Risposta forza-spostamento idealizzata per i dispositivi viscoelastici

## 1.5 Dissipatori viscoelastici solidi

I materiali viscoelastici solidi usati nelle applicazioni strutturali dell'ingegneria civile sono solitamente dei copolimeri o delle sostanze vetrose che dissipano energia se soggette a deformazioni taglianti. Un tipico dissipatore viscoelastico (VE), formato da strati di materiale viscoelastico vincolato a piatti metallici, è mostrato in Fig.1.13.

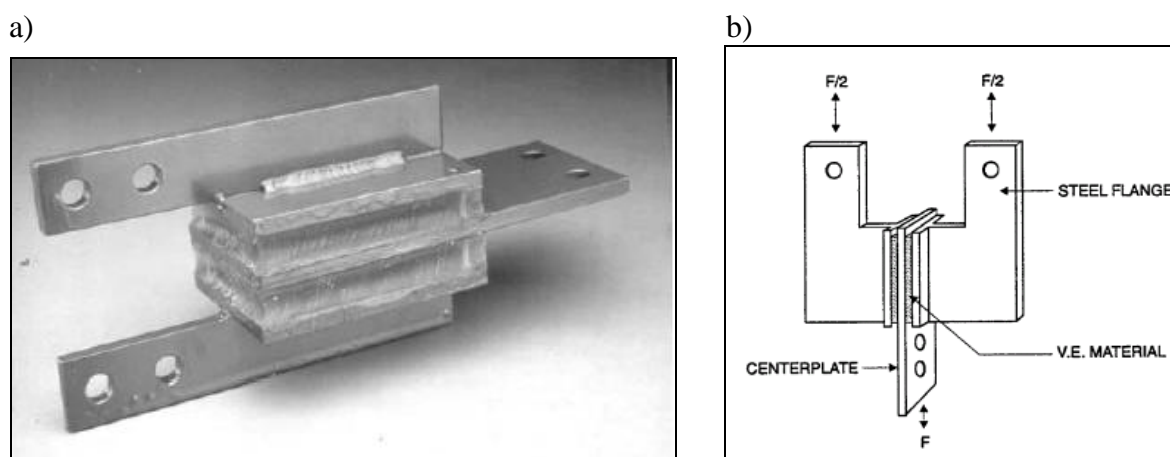


Figura 1.13 Dissipatori viscoelastici;

a)Foto di un dissipatore VE, b)Tipica configurazione per un dissipatore VE

Quando è installato in una struttura, le vibrazioni strutturali inducono uno spostamento tra le flangie esterne e il piatto interno generando uno sforzo di taglio e dissipando, così, energia. La risposta di questi materiali viscoelastici sotto carichi dinamici dipende dalla frequenza delle vibrazioni, dal livello di deformazione e dalla temperatura ambiente. Sotto eccitazioni armoniche infinitesimali con frequenza  $\omega$ , la relazione tra tensione di taglio  $\tau(t)$  e deformazione di taglio  $\gamma(t)$  può essere espressa come (Zhang et al., 1989):

$$\tau(t) = G'(\omega) \cdot \gamma(t) + \frac{G''(\omega)}{\omega} \dot{\gamma}(t) \quad (1.14)$$

dove  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  sono rispettivamente il modulo del taglio immagazzinato (o modulo di stoccaggio) e il modulo del taglio perso (o modulo di perdita).  $G'(\omega)$  dà una misura dell'energia immagazzinata e restituita ad ogni ciclo, mentre  $G''(\omega)$  dà una misura dell'energia dissipata per ogni ciclo. Il fattore di perdita è poi definito da  $\eta(\omega) = \frac{G''(\omega)}{G'(\omega)}$ ,

ed è spesso usato come misura della capacità di dissipazione di energia del materiale viscoelastico.

Un fattore importante per determinare la risposta di una struttura che adotta dei dissipatori viscoelastici è la creazione di un adeguato modello costitutivo del materiale, cioè deve essere creato un modello per  $\tau(t)$  e  $\gamma(t)$  e per le loro derivate rispetto al tempo. I moduli  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  che determinano il comportamento dinamico del materiale viscoelastico a taglio sono, in generale, funzioni della frequenza di eccitazione ( $\omega$ ), della temperatura ambiente ( $T$ ), della deformazione a taglio ( $\gamma$ ) e della temperatura interna del materiale ( $\theta$ ). Un metodo per determinare la dipendenza dei moduli di taglio da questi parametri è quello di effettuare dei test sperimentali al variare proprio di questi ultimi. Uno di questi test è stato effettuato da Chang et al. (1993a) su tre tipi di configurazioni di dissipatori viscoelastici sottoposti a carichi sinusoidali per differenti valori della temperatura esterna, della frequenza e della deformazione massima. Dai risultati misurati si possono trarre le seguenti osservazioni:

1) La rigidità del dissipatore e la quantità di energia dissipata diminuiscono all'aumentare della temperatura ambiente per tutte le configurazioni.

2) Il fattore di perdita ( $\eta$ ) rimane più o meno costante per ogni tipo di dissipatore indipendentemente dalla temperatura ambiente.

3) Le proprietà dei dissipatori sono inoltre dipendenti, per un certo grado, dal numero di cicli di carico e dalla gamma di deformazione, specialmente sotto grandi deformazioni a causa dell'incremento di temperatura all'interno del materiale.

4) Le proprietà dei dissipatori rimangono pressoché costanti e indipendenti dalla deformazione (al di sotto del 20%) per ogni temperatura e frequenza.

Mediante delle analisi regressive e grazie ai dati sperimentali si possono trovare delle formule empiriche per rappresentare la dipendenza di  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  dai parametri studiati.

I modelli costitutivi che sono stati proposti includono il modello di Maxwell, il modello di Kelvin-Voigt e combinazioni complesse di questi modelli elementari. L'attrattiva più grande di questi modelli è la loro semplicità e sono utilizzati con successo per i materiali le cui proprietà non dipendono dalla temperatura e dalla frequenza. Il maggiore svantaggio, tuttavia, è che, per valutare la dipendenza del modulo di taglio perso ed immagazzinato per la maggior parte dei materiali viscoelastici, richiedono la valutazione di un grande numero di termini derivativi, agenti sulla deformazione e sulla tensione (Bagley and Torvik, 1983). Come risultato, siccome i dissipatori VE modificano sia la matrice delle rigidità che dello smorzamento, i consueti metodi di analisi possono dare dei risultati non accurati del comportamento della struttura con i dissipatori.

Il concetto dei derivativi frazionari fu utilizzato per la prima volta da Gemant nel 1938 per descrivere il modulo dei materiali VE. Recentemente questa impostazione è stata usata per modellare i dissipatori VE (Tsai and Lee, 1993; Kasai et al., 1993). Tuttavia è stata trovata una certa discrepanza tra i risultati forniti da questi modelli e i risultati sperimentali, specialmente quando sono usati per determinare i moduli dei dissipatori attraverso un'estesa banda di frequenze (Shen and Soong, 1995). Un modello più consistente, basato sul principio della sovrapposizione di Boltzmann, è presentato qui sotto per evidenziare la dipendenza di  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  dalla frequenza.

La relazione costitutiva generale tra tensione e deformazione per i materiali polimerici, conosciuta come principio della sovrapposizione di Boltzmann (Ferry, 1980), è

$$\tau(t) = \int_{0^+}^t G(t-s)\dot{\gamma}(s)ds + G(t)\gamma(0^+) \quad (1.15)$$

Per il caso comune di deformazione iniziale nulla  $\gamma(0)$ , l'Eq.(1.15) si riduce a

$$\tau(t) = \int_{0^-}^t G(t-s)\dot{\gamma}(s)ds \quad (1.16)$$

In questa,  $G(t)$  rappresenta il modulo della tensione di rilassamento, che è definito come il rapporto tra tensione e deformazione per una determinata deformazione.

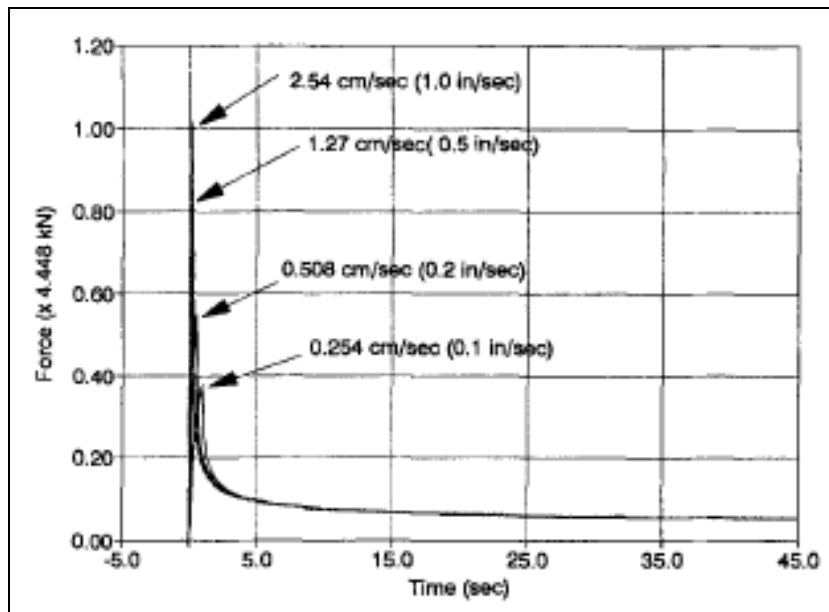


Figura 1.14 Test della tensione di rilassamento per varie velocità

Cioè,  $G(t)$  può essere determinato sperimentalmente per un dato materiale. I risultati per un particolare copolimero sono mostrati in Fig.1.14. Per  $G(t)$  possono essere prese differenti espressioni, includendo quelle associate ai classici modelli di Kelvin e di Maxwell. Tuttavia, al fine di catturare il comportamento viscoelastico per un'ampia gamma di frequenze, è richiesta una maggiore sofisticazione. Il seguente modello, dipendente da quattro parametri, originariamente sviluppato da Williams (1964), è particolarmente adatto a rappresentare i materiali viscoelastici dei sistemi dissipativi (Shen e Soong, 1995):

$$G(t) = G_e \frac{G_g - G_e}{[1 + t/t_0]^\alpha} \quad (1.17)$$

dove  $G_e$  è il modulo gommoso,  $G_g$  è il modulo vetroso,  $t_0$  è il tempo di rilassamento e  $\alpha$  è una costante reale che dà l'inclinazione della curva di rilassamento attraverso la regione di transizione tra il comportamento gommoso e vetroso. Il modulo della tensione di rilassamento  $G(t)$  come è dato dall'Eq.1.17 predice un modulo limite per tutti i tempi non negativi ed è stato trovato essere ragionevolmente accurato per i principali materiali VE. Inizialmente  $G(t)$  coincide con il modulo vetroso, ma poi con il passare del tempo si avvicina gradatamente al modulo gommoso.

Effettuando una trasformazione di Laplace sull'Eq.1.17, i precedenti parametri del modello possono essere collegati con il modulo del taglio immagazzinato e il modulo del taglio perso. Possono essere scritte le seguenti espressioni

$$G'(\omega) = G_e + (G_g - G_e)\Gamma(1-\alpha)(\omega t_0)^\alpha \cos\left(\frac{\alpha\pi}{2} + \omega t_0\right) \quad (1.18a)$$

$$G''(\omega) = (G_g - G_e)\Gamma(1-\alpha)(\omega t_0)^\alpha \sin\left(\frac{\alpha\pi}{2} + \omega t_0\right) \quad (1.18b)$$

Dove  $\Gamma(\xi)$  rappresenta la funzione gamma. Le Eq.(1.17) e (1.18) permettono la determinazione dei parametri  $G_e$ ,  $G_g$ ,  $t_0$  e  $\alpha$  del modello da una combinazione di test effettuati nel dominio del tempo, come test sulla tensione di rilassamento, e nel dominio della frequenza, come test sinusoidali. In Shen e Soong (1995), i parametri del materiale furono prima determinati attraverso un adattamento della curva rispetto ai dati delle tensioni di rilassamento (curve fitting stress relaxation data), e poi verificati nei confronti di misurazioni riguardanti eccitazioni sinusoidali. La Fig.1.15 fornisce una comparazione tra i moduli ricavati dall'Eq.1.18 e quelli ricavati dai dati sperimentali.

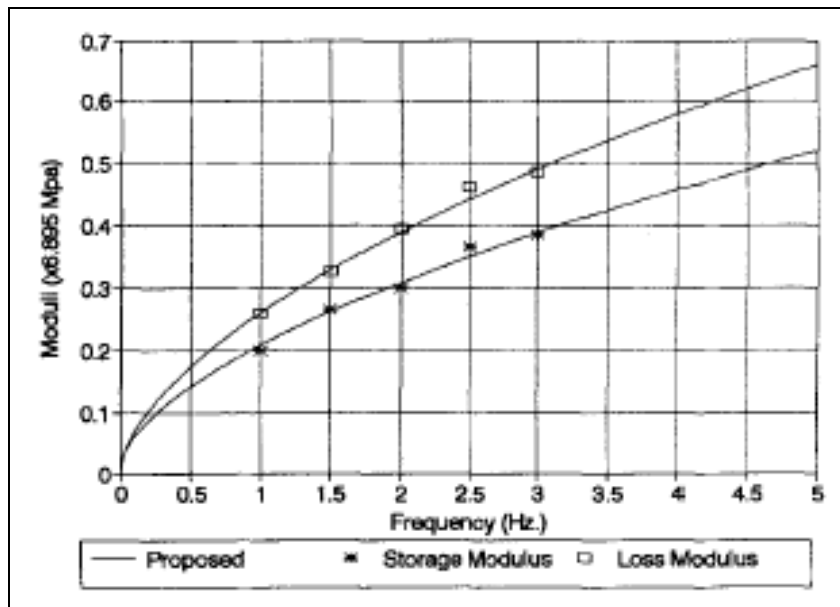


Figura 1.15 Confronto tra i risultati sperimentali e simulati dei moduli di stoccaggio e di perdita

Come menzionato precedentemente i materiali usati nei dissipatori viscoelastici solidi sono anche dipendenti dalla temperatura. Tuttavia, per una vasta classe di polimeri, la forma della curva del modulo dinamico in funzione della frequenza è simile quando valutata a diverse temperature. Questo porta all'utilizzo del metodo delle variabili ridotte (Ferry, 1980), il quale permette la conveniente semplificazione di potere separare le due principali variabili, la frequenza e la temperatura. Usando questo metodo, la dipendenza del modulo VE dalla temperatura può essere ottenuta stampando

$$\begin{aligned} G'_{T_0}(\omega) &= G'_T(\omega)\rho_0T_0 / \rho T \text{ vs. } \omega\beta_T \\ G''_{T_0}(\omega) &= G''_T(\omega)\rho_0T_0 / \rho T \text{ vs. } \omega\beta_T \\ G_{T_0}(t) &= G_T(t)\rho_0T_0 / \rho T \text{ vs. } t / \beta_T \end{aligned} \quad (1.19)$$

dove  $T$  è la temperatura ambiente di interesse,  $T_0$  è una temperatura arbitraria di riferimento alla quale le misurazioni sono effettuate e  $\rho$  è la densità del materiale VE. Tutte le temperature devono essere misurate su una scala assoluta (°K). La rimanente funzione  $\beta_T$  è un fattore di trasferimento della temperatura o della frequenza, determinato sperimentalmente. Spesso una stampa di  $\log \beta_T$  in funzione della temperatura produce all'incirca una linea retta, come indicato dai dati sperimentali mostrati in Fig.1.16.

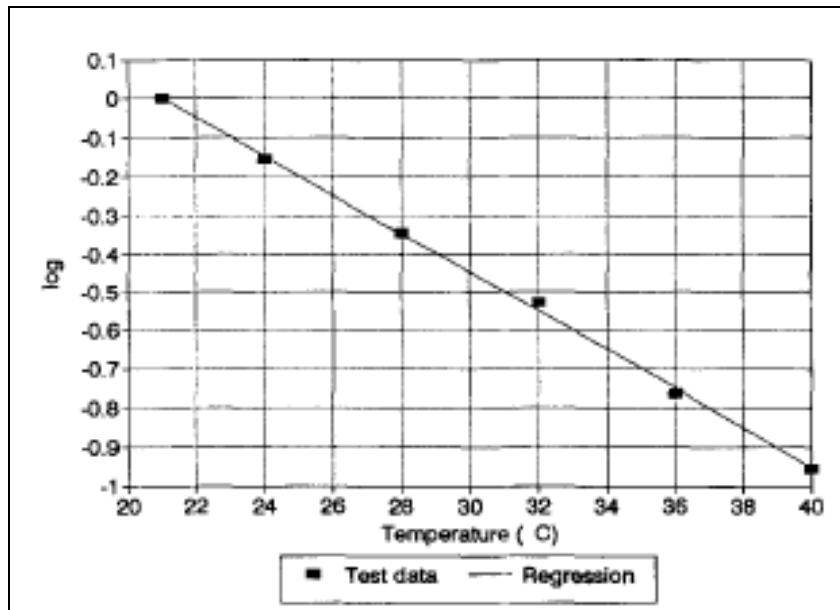


Figura 1.16 Regressione del fattore di scala  $\beta_T$

Conseguentemente, i parametri  $a$  e  $b$  nella seguente regressione possono essere determinati facilmente

$$\log \beta_T = aT + b \quad (1.20)$$



La dipendenza di  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  dalla temperatura ambiente può essere stimata usando le Eq.1.19. La Fig.1.17, in scala logaritmica, mostra come, per lo specifico caso in esame, l'effetto della temperatura sia semplicemente uno spostamento delle curve dei moduli  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  per la gamma di frequenze dagli 0.5 Hz agli 8.0 Hz. Una applicazione di questo metodo per un materiale di un dissipatore VE è fornita in Shen e Soong (1995).

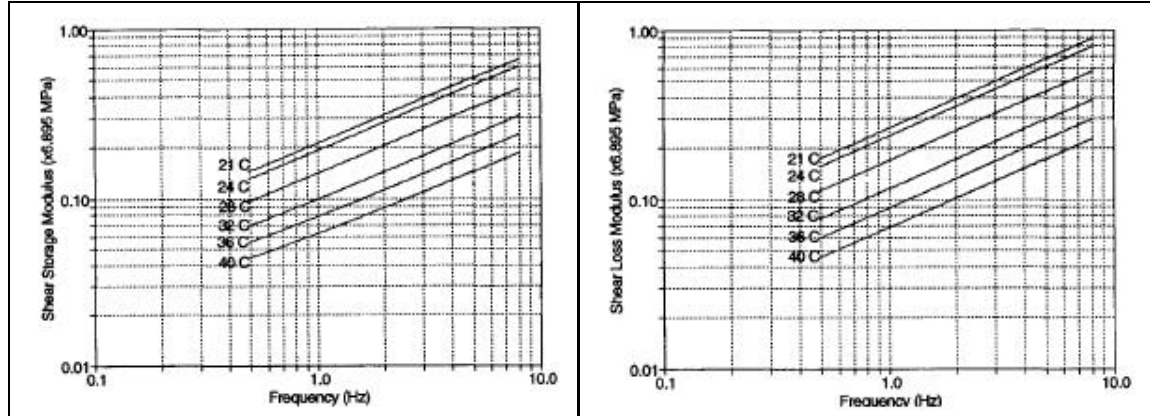


Figura 1.17 Espressioni semplificate per il modulo di taglio di perdita e di stoccaggio

La temperatura interna,  $\theta$ , all'interno del materiale VE dovuta al lavoro meccanico del dissipatore può essere calcolata dall'equazione di trasferimento del calore (Kasai et al., 1993)

$$\rho c_v \cong k \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \tau \frac{\partial y}{\partial t} \quad (1.21)$$

dove  $c_v$  è il calore specifico del materiale VE,  $\rho$  è densità di massa e  $k$  è la conduttività termica. Risultati sperimentali e analisi agli elementi finiti indicano che questa transitoria conduzione di calore è piccola (Lai, 1991) e l'Eq.(1.21) può essere approssimata da

$$\theta(t) = T + \frac{1}{\rho c_v} \int_0^t \tau(t) \dot{\gamma}(t) dt \quad (1.22)$$

dove  $T$  è la temperatura ambiente.

Cioè, si può tenere conto dell'incremento di temperatura all'interno del materiale VE sostituendo in  $G'(\omega)$  e  $G''(\omega)$  al posto di  $T$ ,  $T + \theta(t)$  nelle Eq.1.19. Il modulo di rilassamento,  $G(t)$  può essere aggiornato ad ogni incremento di tempo grazie ai fattori di riduzione  $\rho_0 T_0 / \rho(T + \theta)$  e  $\beta_{T+\theta}$ .

Per le applicazioni strutturali, osservazioni sul campo e esperimenti di laboratorio hanno mostrato che, durante i cicli di carico dovuti ad un terremoto, la temperatura transitoria aumenta, di solito, meno di 10°C e quindi ha un effetto minore sul comportamento del dissipatore VE.

In conclusione, ipotizzando delle piccole deformazioni ( $\leq 20\%$ ), il modulo del taglio immagazzinato e il modulo del taglio perso possono essere considerati solo in funzioni della frequenza di eccitazione  $\omega$  e della temperatura esterna  $T$ .

Una volta che il modello di risposta a taglio del materiale è stato stabilito, può essere costruito il modello globale forza-deformazione per il dissipatore. Basandoci sui risultati della sezione precedente, è stato visto che, dall'Eq.1.14 ad una data temperatura esterna e per deformazioni moderate, la tensione in un materiale viscoelastico è linearmente relazionata alla deformazione e alla velocità di deformazione nel caso di una forzante armonica. Per un tale dissipatore, avente un'area di taglio  $A$  e uno spessore totale  $\delta$ , può essere ottenuta la seguente relazione tra forza-spostamento

$$F(t) = k'(\omega)x(t) + c'(\omega)\dot{x}(t) \quad (1.23)$$

dove

$$k' = \frac{AG'(\omega)}{\delta}, \quad c' = \frac{AG''(\omega)}{\omega\delta} \quad (1.24a,b)$$

L'analogia con l'Eq.1.14 è ovvia. L'analisi di una struttura con dissipatori VE è significativamente più semplice rispetto a quella di strutture con dissipatori metallici o ad attrito. In quanto una struttura lineare con l'aggiunta dei dissipatori VE rimane lineare, con il contributo dei dissipatori all'aumento dello smorzamento e della rigidità. Questa espressione è valida solo per forzanti armoniche, mentre per ottenere risposte più generali deve essere effettuata una forma di integrazione come quella dell'Eq.1.15. Tuttavia, nella maggior parte delle applicazioni strutturali, l'approssimazione dell'utilizzo del modello di Kelvin introdotto con l'Eq.1.23 è abbastanza ragionevole a patto che sia selezionato un valore adeguato per  $\omega$ .

L'estensione di questa procedura di analisi a sistemi a più gradi di libertà è diretta se si assume uno smorzamento proporzionale. In questo caso le equazioni del moto per gli spostamenti modali sono disaccoppiate e le modifiche allo smorzamento modale e alla rigidità dovute all'aggiunta dei dissipatori VE possono essere ottenute seguendo il metodo dell'energia di deformazione modale (Soong e Lai, 1991). L' $i$ -esimo indice di smorzamento modale dovuto all'aggiunta dei dissipatori VE può essere calcolato come

$$\bar{\zeta}_i = \frac{\eta(\omega_i)}{2} \frac{E_v}{E_i} \quad (1.25)$$

dove  $\eta(\omega_i)$  è il fattore di perdita del materiale VE alla frequenza modale  $\omega_i$  della struttura originale,  $E_i$  è l' $i$ -esima energia di deformazione modale del sistema con i dissipatori e  $E_v$  è l'energia immagazzinata nei dissipatori VE. Queste energie possono essere calcolate da

$$E_v = \Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i \quad E_i = \Phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \Phi_i \quad (1.26)$$

dove  $\Phi_i$  è l'i-esimo vettore modale associato a  $\omega_i$ ,  $\mathbf{K}$  è la matrice di rigidezza originale senza i dissipatori e  $\bar{\mathbf{K}}$  è la matrice di rigidezza attribuita ai dissipatori aggiunti. L'Eq.1.25 può essere scritta come

$$\bar{\zeta}_i = \frac{\eta(\omega_i)}{2} \left[ \frac{\Phi_i^T \bar{\mathbf{K}} \Phi_i}{\Phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \Phi_i} \right] = \frac{\eta(\omega_i)}{2} \left[ 1 - \frac{\Phi_i^T \mathbf{K} \Phi_i}{\Phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \Phi_i} \right] \quad (1.27)$$

L'i-esima frequenza modale modificata è

$$\omega_i = \omega_i = \left[ \frac{\Phi_i^T (\mathbf{K} + \bar{\mathbf{K}}) \Phi_i}{\Phi_i^T \mathbf{M} \Phi_i} \right]^{1/2} \quad (1.28)$$

dove  $\mathbf{M}$  è la matrice delle masse della struttura.

Se i cambiamenti dei modi di vibrare dovuti all'aggiunta dei dissipatori possono essere trascurati, l'Eq.1.27 può essere ulteriormente semplificata a (Chang et al., 1993a)

$$\bar{\zeta}_i = \frac{\eta(\omega_i)}{2} \left( 1 - \frac{\omega_i^2}{\bar{\omega}_i^2} \right) \quad (1.29)$$

dove  $\bar{\omega}_i$  è l'i-esima frequenza modale della struttura originale.

Nella progettazione delle strutture che utilizzano dissipatori VE il parametro di progetto più importante è l'indice di smorzamento. Incorporando adeguatamente nel diagramma di flusso della progettazione il metodo dell'energia modale di deformazione la progettazione può essere compiuta con piccole modifiche alle normali procedure. Come molti altri problemi di progettazione, la progettazione di una struttura smorzata con dissipatori VE è un processo iterativo. Prima deve essere analizzata la struttura senza i dissipatori. Poi il grado di smorzamento richiesto diventa il parametro fondamentale per l'aggiunta dei dissipatori VE. La progettazione normalmente contiene i seguenti passi che dopo ogni ciclo di progettazione possono continuare a modificare le proprietà strutturali:

- (a) Determinare le proprietà strutturali dell'edificio ed effettuare l'analisi;
- (b) Determinare l'indice di smorzamento richiesto;
- (c) Selezionare le localizzazioni possibili e desiderabili per i dissipatori;
- (d) Selezionare la rigidezza e il fattore di perdita dei dissipatori;
- (e) Calcolare l'indice di smorzamento equivalente usando il metodo dell'energia modale di deformazione;
- (f) Effettuare le analisi strutturali usando l'indice di smorzamento progettato.

Quando i passi (e) e (f) soddisfano l'indice di smorzamento desiderato e i criteri di progettazione il procedimento è concluso, altrimenti un nuovo ciclo di progettazione inizierà con altri parametri.

Come si può vedere questa procedura di progettazione ricade all'interno delle tradizionali procedure eccetto che per la determinazione dell'indice di smorzamento richiesto e per la selezione della rigidezza e del fattore di perdita dei dissipatori. In

generale, l'indice di smorzamento richiesto può essere determinato utilizzando lo spettro di risposta del sisma di progetto con vari indici di smorzamento. La selezione della rigidezza  $\bar{k}$  e del fattore di perdita  $\eta$  dei dissipatori può avvenire per tentativi. Possono, anche, essere determinati basandosi sul principio che la rigidezza aggiunta dai dissipatori deve essere proporzionale alla rigidezza dei piani della struttura. Questo è ottenuto modificando il metodo dell'energia modale di deformazione come segue:

$$\bar{k}_i = \frac{2\zeta}{\eta - 2\zeta} \quad (1.30)$$

dove  $\zeta$  è l'indice di smorzamento prefissato e  $\bar{k}_i$  e  $k_i$  sono, rispettivamente, la rigidezza dei dissipatori e la rigidezza di piano della struttura senza i dispositivi all'i-esimo piano. Per un materiale VE, con  $G'$  e  $G''$  noti alla temperatura e alla frequenza di progettazione, l'area  $A$  del dissipatore può essere determinata mediante

$$A = \frac{\bar{k}h}{G'} \quad (1.31)$$

Lo spessore  $h$  del materiale viscoelastico può essere ottenuto dalla deformazione massima permessa al dissipatore, in modo da assicurare che la massima deformazione nel materiale VE sia inferiore al valore ultimo.

Le prime applicazioni di dissipatori VE a strutture furono eseguite per ridurre le accelerazioni indotte dal vento. Nel 1969 oltre 10000 dissipatori VE furono installati nelle Twin Towers del World Trade Center a New York come parte integrante del sistema strutturale. Nel 1982, i dissipatori VE furono incorporati nel Columbia SeaFirst Building a Seattle per ridurre le vibrazioni indotte dal vento. La progettazione richiese 260 dissipatori posizionati lungo i membri diagonali del nucleo dell'edificio come mostrato in Fig.1.18. Fu calcolato che l'aggiunta dei dissipatori VE aumentò l'indice di smorzamento nel modo principale dal 0.8% al 6.4% per le tempeste frequenti e al 3.2% per il vento di progetto.

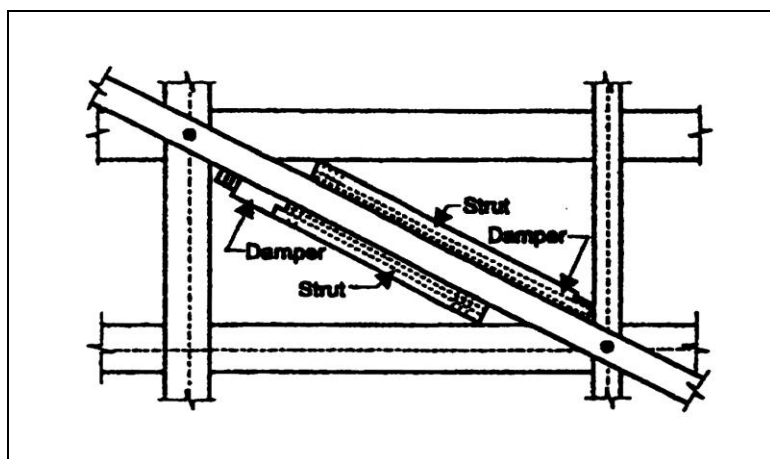


Figura 1.18 Installazione dei dispositivi nel Columbia SeaFirst Building

I progetti di retrofit sismico utilizzando i dissipatori VE iniziarono nel 1993 con l'edificio di 13 piani Santa Clara County a San Jose, CA. Situato in una zona fortemente sismica l'edificio, costruito nel 1976, è alto circa 64 metri ed ha pianta quadrata di 51m di lato in un tipico piano superiore. La finitura esterna consiste in una vetrata a tutta altezza su due lati e in un rivestimento metallico sugli altri due. L'edificio era già stato ampiamente monitorato fornendo così dati importanti sulla risposta ai terremoti subiti. Inizialmente furono considerati tre tipi di dispositivi: gli ADAS, i dissipatori ad attrito e i dissipatori VE. Furono scelti quelli VE perché essi provvedevano ad aumentare significativamente lo smorzamento sia per i frequenti movimenti del terreno di bassa intensità sia per gli eventi sismici maggiori. Il progetto finale richiese l'installazione di due dissipatori per ogni facciata ed ogni piano dell'edificio, come mostrato in Fig.1.19, il che aumentò lo smorzamento equivalente nel periodo fondamentale dell'edificio circa al 15%, consentendo una riduzione sostanziale della risposta sotto qualunque livello di sollecitazione.

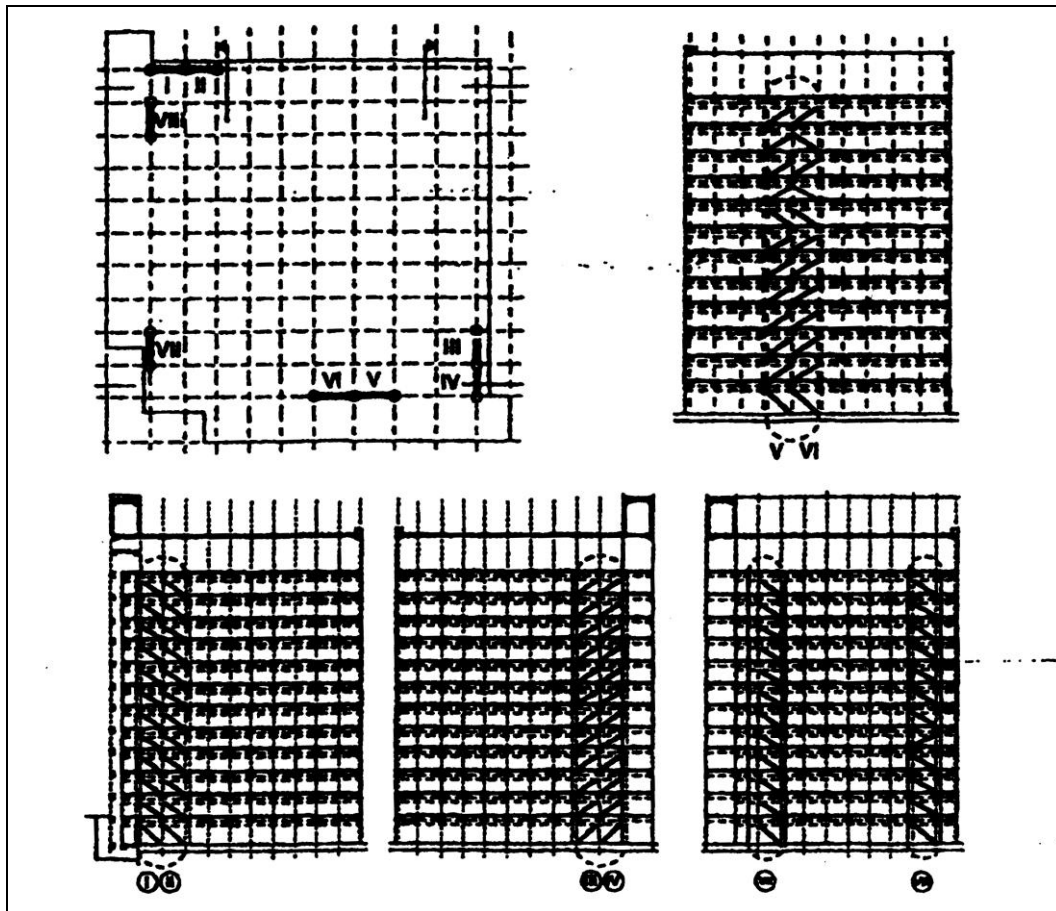


Figura 1.19 Localizzazione dei dispositivi

## 1.6 Sistemi viscoelastici fluidi generalità

Oltre ai materiali solidi anche i fluidi possono essere usati per ottenere il desiderato livello di controllo passivo. Le prime applicazioni strutturali dei dissipatori fluido viscosi sono avvenute attraverso la conversione della tecnologia militare e dell'industria pesante. Alcuni esempi di dissipatori fluido viscosi sono mostrati in Fig.1.20. Uno dei design più diretti è quello derivato direttamente dal classico smorzatore. In questo caso, appena il pistone si muove, la dissipazione avviene attraverso la deformazione di una sostanza sottile e altamente viscosa, mediante la trasformazione di energia meccanica in calore.

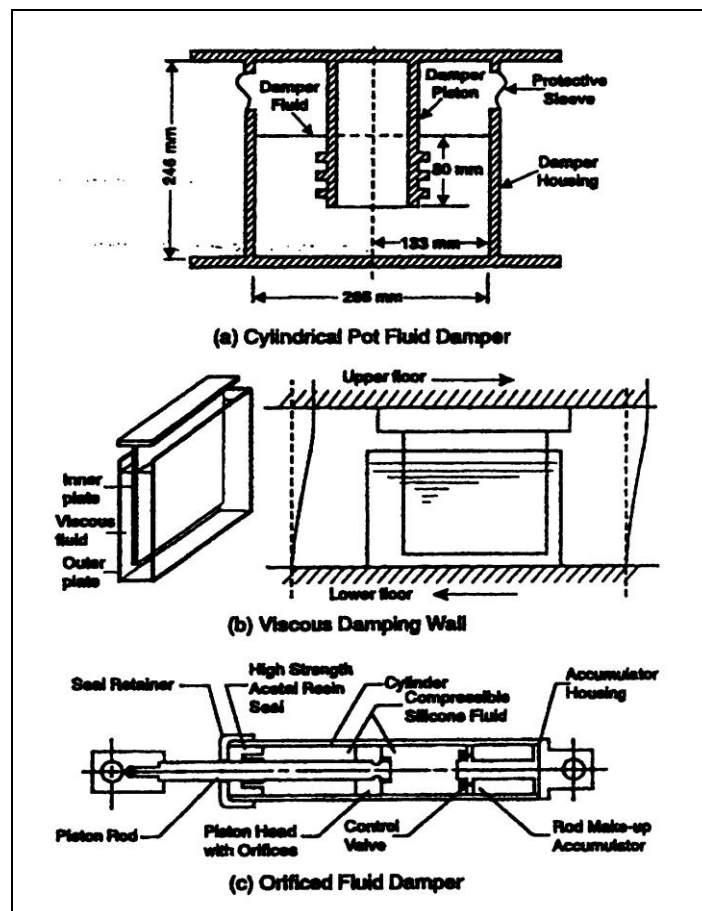


Figura 1.20 Dispositivi viscoelastici-fluidi

La Fig.1.20a mostra uno di questi dispositivi che hanno trovato applicazione come componenti dei sistemi di isolamento sismico (Huffmann, 1985). Un altro tipo di dissipatore, per altro più efficiente, è il muro a smorzamento viscoso (VDW); illustrato nella Fig.1.20b. (Arima et al., 1988). In questo caso, il pistone è semplicemente un piatto metallico costretto a muoversi nel suo piano all'interno di un contenitore metallico di forma rettangolare riempito con il fluido viscoso. Nel caso tipico di installazione in una campata, il pistone è attaccato al piano superiore, mentre il contenitore è fissato al piano

inferiore. I movimenti interplanetari relativi tagliano il fluido provvedendo alla dissipazione di energia.

In questi due tipi di dissipatori il fluido deve avere una grande viscosità e ciò fa ricadere la scelta all'interno dei fluidi che presentano un comportamento dipendente dalla temperatura e dalla frequenza.

Un'altra classe di dissipatori fanno affidamento sul flusso di un fluido all'interno di un contenitore chiuso. In questi dissipatori il pistone non si limita a deformare il fluido localmente ma lo costringe a passare attraverso piccoli orifizi. Come risultato sono possibili alti livelli di densità di dissipazione, il prezzo da pagare però è nell'alta sofisticazione dei dispositivi.

Un tipico dissipatore fluido-orifiziale è illustrato nella Fig.1.20c (Constantinou et al., 1993; Constantinou e Symans, 1993b). Questo dispositivo cilindrico contiene un olio siliconico compressibile che è forzato a fluire mediante l'azione di un pistone metallico con testa in bronzo. Questa testa include gli orifizi per il controllo del flusso, progettati con dei termostati bimetallici per compensare i cambiamenti di temperatura. Inoltre è anche provvisto di un accumulatore per compensare il cambiamento di volume dovuto al posizionamento della barra. Alternativamente, il dispositivo può essere realizzato con un pistone passante per prevenire i cambi di volume. Sono richieste delle guarnizioni ad alta resistenza per mantenere la tenuta. Questo dispositivo uniassiale, che era stato originariamente sviluppato per l'industria militare e l'industria pesante, ha trovato recentemente applicazione nell'isolamento sismico alla base come elemento dissipatore supplementare durante le vibrazioni sismiche e quelle indotte dal vento.

## 1.7 Dissipatori viscoelastici fluidi

In generale il comportamento di questi dispositivi è dipendente dalla temperatura, dalla frequenza e alcune volte anche dall'ampiezza dello spostamento. Durante gli anni sono stati sviluppati numerosi modelli, i più efficaci sono quelli basati sulla generalizzazione dei modelli classici con l'introduzione degli operatori derivativi. Makris e Constantinou (1991) applicarono i modelli derivativi frazionali di Maxwell per rappresentare il comportamento di un dissipatore fluido viscoso e poi estesero questi modelli incorporando ordini derivativi complessi (Makris e Constantinou, 1993).

Consideriamo, per esempio, il modello costitutivo derivativo-complesso di Maxwell che è stato usato per caratterizzare un particolare fluido polibutano attraverso una vasta gamma di frequenze e temperature (Makris et al., 1995). Alla temperatura di riferimento  $T_0$ , sotto l'ipotesi di deformazioni incompressibili infinitesime, il modello proposto può essere scritto in termini di tensioni di taglio  $\tau$  e di deformazioni a taglio  $\gamma$  come:

$$\tau + [\lambda(T_0)]^v \frac{d^v \tau}{dt^v} = \mu(T_0) \frac{d\gamma}{dt} \quad (1.32)$$

dove  $\lambda = \lambda_1 + i \cdot \lambda_2$ ,  $\nu = \nu_1 + i \cdot \nu_2$  e  $\mu = \mu_1 + i \cdot \mu_2$  sono i valori complessi dei parametri del materiale. Come indicato entrambe  $\lambda$  e  $\mu$  sono funzioni della temperatura. Il simbolo  $\frac{d^v}{dt^v}$  indica la generica derivata di ordine  $\nu$  rispetto al tempo (Oldham e Spanier, 1974). Per  $\nu=1$ , l'Eq.3.20 restituisce il classico modello di Maxwell.

Il modulo di stoccaggio  $G'$  e il modulo di perdita  $G''$  corrispondenti al modello qui sopra possono essere ottenuti performando una trasformazione di Fourier. Applicando la relazione della trasformazione di Fourier ad una derivata generale (Erdelyi et al., 1954; Makris, 1992)

$$F\left\{\frac{d^v f(t)}{dt^v}\right\} = [i\omega]^v F\{f(t)\} \quad (1.33)$$

si ottiene

$$G'(\omega, T_0) = \Re(G^*(\omega, T_0)) \quad (1.34a)$$

$$G''(\omega, T_0) = \Im(G^*(\omega, T_0)) \quad (1.34b)$$

con il modulo dinamico

$$G^*(\omega, T_0) = \frac{i\omega\mu(T_0)}{1 + [i\omega\lambda(T_0)]^v} \quad (1.35)$$

Nell'Eq.1.34  $\Re$  e  $\Im$  estraggono rispettivamente la parte reale ed immaginaria dell'argomento. I parametri del materiale sono poi ricavati dai dati sperimentali attraverso un algoritmo non lineare regressivo nello spazio complesso.

Avendo stabilito i parametri del materiale nel modello costitutivo derivativo-complesso di Maxwell, la dipendenza dalla frequenza è completamente determinata alla temperatura di riferimento  $T_0$ . Resta da determinare la dipendenza della risposta dalla temperatura. Può essere impiegato il metodo delle variabili ridotte, nel qual caso il fattore di trasferimento  $\beta_T$  caratterizza la dipendenza dalla temperatura (si veda Par.1.5).

In alcuni casi la risposta complessiva forza-spostamento del dissipatore segue da vicino il comportamento del modello costitutivo appena definito. E' questo il caso dei dissipatori fluidi cilindrici di Fig.1.20a. In Makris e Constantinou (1991) e in Makris et al.(1993a) è stato utilizzato il seguente modello frazionale derivativo forza-spostamento di Maxwell per modellare la risposta complessiva del dissipatore:



$$F(t) + \lambda^{\nu} \frac{d^{\nu} F(t)}{dt^{\nu}} = C_0 \frac{dx(t)}{dt} = \quad (1.36)$$

in cui  $F$  è la forza applicata al pistone e  $x$  lo spostamento del pistone. In più, i parametri  $C_0$ ,  $\lambda$  e  $\nu$  del dissipatore rappresentano rispettivamente il coefficiente di smorzamento a frequenza nulla, il tempo di rilassamento e l'ordine di derivazione. In Makris e Constantinou (1991) i parametri del dissipatore sono stati ricavati direttamente dai dati sperimentali, mentre in Makris et al. (1993a) sono stati ricavati da un modello analitico semplificato e dai dati del materiale. È stato notato che per basse frequenze i parametri macroscopici  $\lambda$  e  $\nu$  coincidono con quelli ottenuti per il modello costitutivo e soltanto  $C_0$  è in funzione della geometria del sistema.

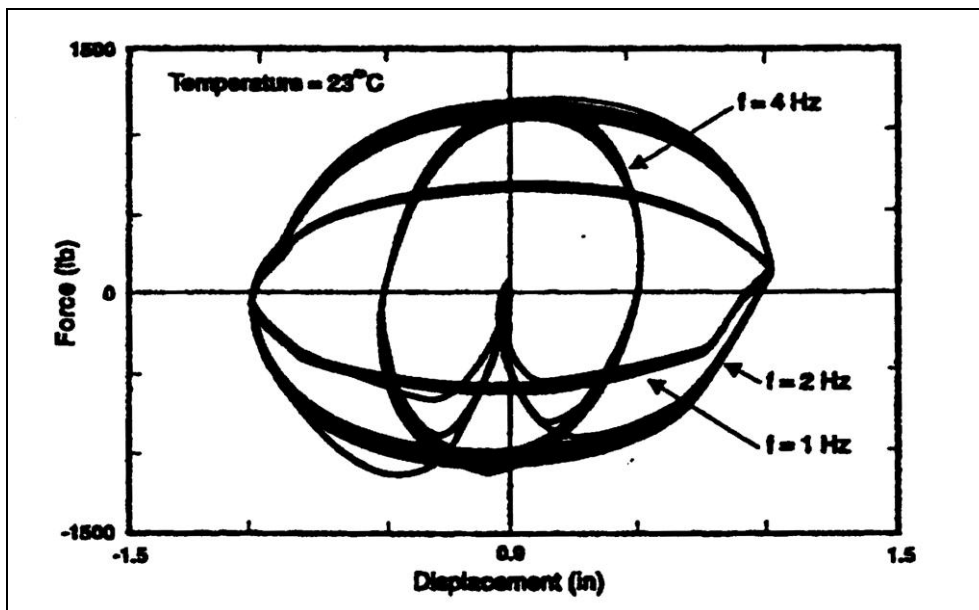


Figura 1.21 Risposta forza-spostamento per i dispositivi fluido-orifiziati

Una simile metodologia, utilizzata per modellare il muro a smorzamento viscoso, è presentata in Arima et al. (1988). Un modello per il dissipatore fluido-orifiziale descritto precedentemente è stato sviluppato in Constantinou e Symans (1993b). I tipici risultati sperimentali forza-spostamento misurati a temperatura ambiente sono illustrati nella Fig.1.21. Per questo tipo di dissipatore la dipendenza dalla temperatura è meno importante, e per il campo di frequenza di interesse può essere adottato il classico modello alla Maxwell. Cioè l'Eq.3.24 può essere ridotta a questa forma

$$F(t) + \lambda \frac{dF(t)}{dt} = C_0 \frac{dx(t)}{dt} \quad (1.37)$$

dove i parametri  $C_0$ ,  $\lambda$  del dissipatore rappresentano rispettivamente il coefficiente di smorzamento a frequenza nulla e il tempo di rilassamento. Un confronto del modello con

la rigidezza di stoccaggio, il coefficiente di smorzamento e l'angolo di fase determinati sperimentalmente è mostrato nella Fig.1.22. Si può notare che il tempo di rilassamento,  $\lambda=0.006$ , è molto piccolo. Questo significa che al di sotto di una certa frequenza limite, all'incirca di 4Hz, l'Eq.1.37 può essere ulteriormente semplificata trascurando il secondo termine nel lato sinistro dell'equazione. Quindi siamo tornati al modello lineare puramente viscoso del dashpot

$$F(t) = C_0 \frac{dx(t)}{dt} \quad (1.38)$$

che semplifica enormemente le conseguenti analisi strutturali.

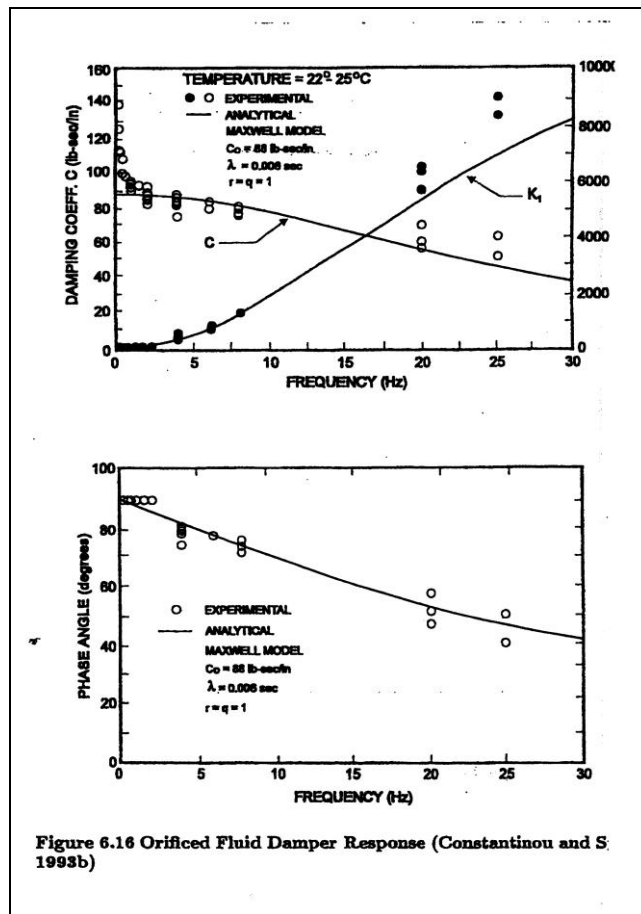


Figura 1.22 Risposta per i dispositivi fluido-orifizioli in funzione della frequenza

Va notato che la dipendenza dalla frequenza dei dissipatori fluido-orifizioli deriva dall'utilizzo di accumulatori o altri dispositivi che fanno uso di valvole. Le valvole stesse hanno caratteristiche dinamiche e di solito non sono compatibili con i movimenti dinamici del pistone alle alte frequenze. Questo provoca un impedimento del flusso

dall'accumulatore e conseguentemente una diminuzione del volume del fluido. Questo fenomeno può essere evitato utilizzando un pistone passante.

Determinato il modello adatto per descrivere la risposta forza-spostamento per i diversi dispositivi deve essere sviluppato una procedura per incorporare questo modello nell'analisi dell'intera struttura. Il caso più semplice corrisponde al modello viscoso lineare definito dall'Eq.1.38 per i dissipatori fluido-orifiziali. Quando questa approssimazione è valida, l'analisi si semplifica notevolmente e possono essere utilizzati i consueti metodi di progettazione. La maggior parte dei codici di calcolo include tutte le capacità richieste da queste analisi. Nel caso in cui la struttura primaria rimane elastica e i dissipatori sono distribuiti uniformemente nella sovrastruttura può essere vantaggiosamente applicato il metodo della sovrapposizione modale.

I rimanenti modelli discussi precedentemente (cioè il muro viscoso e il dissipatore viscoso cilindrico) sono viscoelastici. Un approccio per questi modelli è quello di utilizzare il metodo dell'energia modale di deformazione presentato per i dissipatori viscoelastici.

Una seconda alternativa è stata sviluppata in Constantinou e Symans (1993b) per i dissipatori utilizzando l'equazione del classico modello di Maxwell, Eq.(1.37). Quest'ultima formulazione parte dall'equazione generale del moto per un sistema smorzato a più gradi di libertà assumendo che le forze dovute ai dissipatori passivi siano  $\mathbf{f}_r$  e che la massa degli stessi sia  $\overline{\mathbf{M}} = \mathbf{0}$ . Allora si può scrivere

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{K}\mathbf{x} + \mathbf{f}_r = -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{P} \quad (1.39)$$

Per i modelli di edifici che utilizzano un solo grado di libertà per piano, il vettore delle forze passive  $\mathbf{f}_r$  contiene le componenti orizzontali delle forze dissipative agenti ad ogni piano. Cioè

$$\mathbf{f}_r = \begin{pmatrix} n_1 P_1 - n_2 P_2 \\ n_2 P_2 - n_3 P_3 \\ \dots \\ n_j P_j - n_{j+1} P_{j+1} \\ \dots \\ n_N P_N \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

dove  $n_j$  è il numero di dissipatori identici installati al piano  $j$ -esimo e  $P_j$  è la corrispondente forza orizzontale per il singolo dissipatore. Per il classico modello di Maxwell in considerazione

$$P_j + \lambda \frac{dP_j}{dt} = C_0 \cos^2 \theta_j \left( \frac{dx_j}{dt} - \frac{dx_{j-1}}{dt} \right) \quad (1.41)$$

con  $\theta_j$  che rappresenta l'angolo di posizionamento dei dissipatori rispetto all'orizzontale al  $j$ -esimo piano.

Dopo avere effettuato una trasformazione di Fourier sulle Eq.1.39-1.41 si ottiene

$$\tilde{\mathbf{K}}(\omega)\tilde{\mathbf{x}} = -\mathbf{M}\tilde{\mathbf{x}}_g + \tilde{\mathbf{P}} \quad (1.42)$$

dove la tilda simboleggia le quantità trasformate, e

$$\tilde{\mathbf{K}}(\omega) = -\omega^2\mathbf{M} + i\omega\mathbf{C} + \mathbf{K} + \tilde{\mathbf{\Gamma}}(\omega) \quad (1.43)$$

rappresenta la rigidezza dinamica della struttura. La matrice dei coefficienti dipendenti dalla frequenza  $\tilde{\mathbf{\Gamma}}$  può essere ottenuta facilmente da

$$\tilde{\mathbf{\Gamma}}\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{f}}_r \quad (1.44)$$

con

$$\tilde{\mathbf{P}}_j = \left[ \frac{i\omega\omega_0 \cos^2 \theta_j}{1 + i\omega\lambda} \right] (\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j-1}) \quad (1.45)$$

La risposta time history può essere ottenuta utilizzando il metodo delle trasformazioni discrete di Fourier (Press et al., 1992). In pratica si risolve l'Eq.1.42 per  $\tilde{\mathbf{x}}(\omega)$  indipendentemente per certi valori di frequenze e successivamente viene utilizzato un algoritmo inverso di trasformazione per ricostruire la risposta nel dominio del tempo. Anche i modelli per i dissipatori cilindrici e i muri viscosi possono essere trattati con questo metodo a patto che nell'Eq.1.45 sia sostituito l'appropriato modello macroscopico in funzione della frequenza.

L'analisi time history può essere condotta, anche, risolvendo il set di equazioni differenziali del primo ordine (Constantinou e Symans, 1993b):

$$\mathbf{B}\dot{\mathbf{z}} + \mathbf{A}\mathbf{z} = \mathbf{f} \quad (1.46)$$

direttamente nel tempo. Dall'Eq.1.41 le varie matrici e i vettori in 1.46 sono definiti come segue :

$$\mathbf{z} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \\ \mathbf{f}_r \end{pmatrix} \quad (1.47a)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{M} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (1.47b)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{K} & \mathbf{K} \\ -\mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{D} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \quad (1.47c)$$

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} -\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}_g + \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (1.47d)$$

Gli autovalori e autovettori complessi possono essere determinati risolvendo il problema generalizzato degli autovalori

$$(\mathbf{A} + \mu\mathbf{B})\mathbf{z} = \mathbf{0} \quad (1.48)$$

Le frequenze naturali e gli indici di smorzamento possono essere determinati da

$$\omega_{0i} = |\mu_i| \quad (1.49)$$

$$\zeta_i = -\Re(\mu_i) / \omega_i \quad (1.50)$$

Va ricordato che è importante includere la rigidità dei diagonali che sostengono i dissipatori nel modello complessivo della struttura.

Per quanto riguarda la progettazione, le analisi richieste sono estremamente semplificate nel caso di dissipatori fluido-orifiziali lineari che possono essere modellati come puramente viscosi. Tuttavia, siccome è generalmente richiesto un sostegno, anche la rigidità strutturale è modificata. Quindi, possono essere usate delle metodologie analoghe a quelle mostrate nel paragrafo precedente quando la risposta della struttura primaria e dei dissipatori rimane in campo lineare.

In presenza di non linearità possono essere usate altre metodologie. Delle procedure di progettazione semplificate, basate sulla costruzione di spettri di domanda compositi relativi alla forza inerziale di picco rispetto allo spostamento di picco, sono presentati in Reinhorn et al. (1995). Con questo tipo di approccio la capacità strutturale è stimata attraverso delle analisi push-over.

Nella progettazione dettagliata deve essere considerato anche il percorso di trasferimento dei carichi che è bene non si concentrino in pochi membri strutturali, si veda Reinhold e Li (1995). Per esempio, in Constantinou e Symans (1993a) vengono evidenziati i benefici derivanti dall'utilizzo dei dissipatori puramente viscosi che producono delle forze assiali addizionali nelle colonne fuori fase rispetto ai momenti nelle stesse.

Le prime applicazioni strutturali di questi dispositivi furono effettuate in congiunzione con vari tipi di isolamento sismico. I primi dispositivi fluido orifiziali furono applicati negli anni '70 in Italia per l'isolamento dei ponti. In Tezcan e Civi (1979) è descritto un sistema di isolamento in cui i dissipatori fluidi sono impiegati insieme a delle molle elicoidali. Più recentemente sono state effettuate delle implementazioni dei dispositivi fluido orifiziali Taylor in oltre una dozzina di edifici per alleviare le vibrazioni prodotte dal vento e dai sismi. Numerose applicazioni progettuali dei dispositivi Taylor sono descritte in Taylor e Constantinou (1996). A Sacramento, California i Taylor Fluid Dampers (TFD) sono stati utilizzati per il miglioramento sismico del Pacific Bell North Area Operations Center di tre piani completato nel 1995. Un totale di 62 dissipatori ognuno con la capacità di 130 kN e una corsa di  $\pm 50\text{mm}$  sono stati installati insieme a rinforzi di acciaio, come mostrato in Fig.3.13. Gli assemblati dissipatori-controventi a V sono distribuiti in tutto l'edificio in modo da fornire lo smorzamento aggiuntivo necessario per mantenere la risposta elastica, perfino per i livelli più alti di terremoti. Questi dispositivi sono stati impiegati anche per il retrofit sismico dell'edificio storico in muratura di quattro piani del Woodland Hotel, in California. Furono impiegati un totale di 16 dissipatori da 450 kN ognuno con controventi a V per il progetto completato poi nel 1995. In un altro progetto recente sono stati installati 40 dissipatori TFD in un edificio di 35 piani a Boston, Massachusetts. Ogni dissipatore ha la capacità di 670 kN e una corsa di  $\pm 25\text{mm}$ .



Figura 1.23 Installazione dei dispositivi nel Pacific Bell North Area Operations Center

Nella nuova costruzione del San Bernardino County Medical Center in California sono stati utilizzati 186 dispositivi TFD non lineari, ognuno con capacità di 1460 kN e corsa  $\pm 600\text{mm}$  come componente del sistema di isolamento alla base per aumentare la dissipazione di energia. Nella Fig.1.24 è illustrato una disegno dell'assemblato dissipatori-sistema di isolamento alla base.

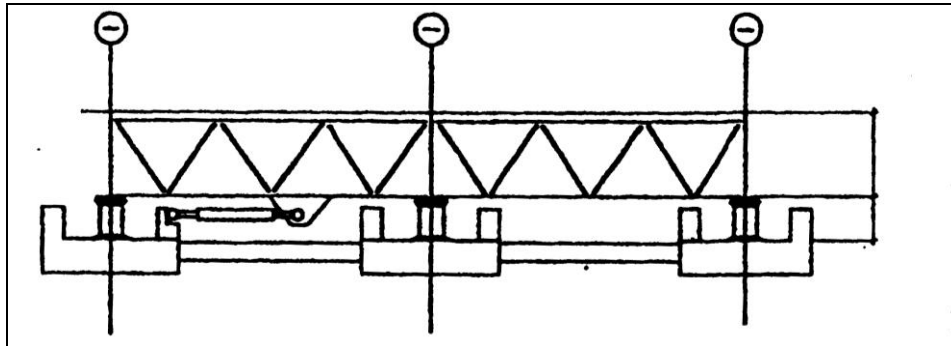


Figura 1.24 Assemblato del sistema di isolamento-dispositivo per il San Bernardino County Medical Center

I muri viscosi sono stati recentemente utilizzati per la protezione sismica del nuovo edificio SUT-Building a Shizuka City, Giappone, come descritto in Miyazaki e Mitsusaka (1992). L'edificio consiste in una struttura intelaiata metallica di 78m, 14 piani fuori terra, insieme ad un basamento di due piani in cemento armato. Sono stati utilizzati un totale di 170 muri di smorzamento all'interno della struttura metallica per l'indice di smorzamento effettivo al 27-20%. Una schematica illustrazione del posizionamento dei muri è fornita nella Fig.1.25.

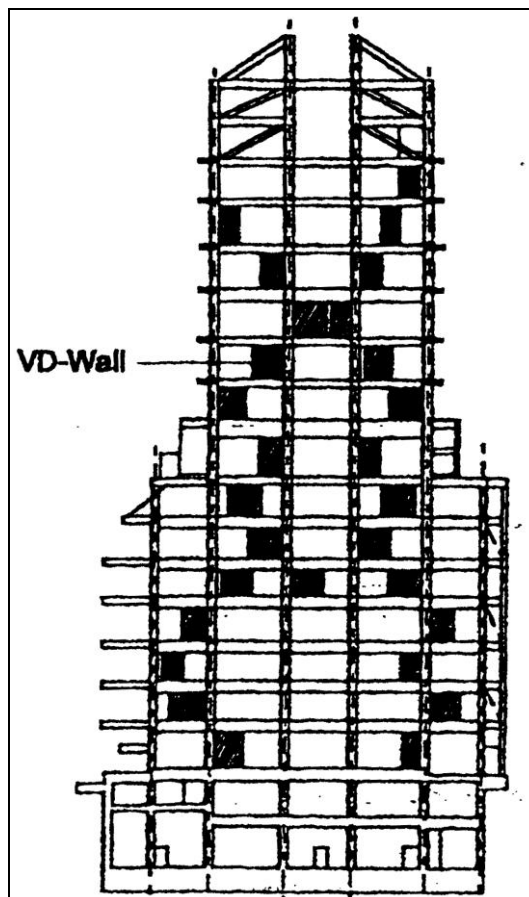


Figura 1.25 Sezione verticale con la posizione dei muri dissipativi

## Bibliografia

- Arima, F., Miyazaki, M., Tanaka, H. e Yamazaki, Y. (1988), *A study on Buildings with Large Damping Using Viscous Damping Walls*, Ninth World Conf. Earthquake Engrg., Toyko, V, 821-826.
- Bagley, R.L. e Torvik, P.J. (1983), *Fractional Calculus-A Different Approach of the Analysis of Viscoelastic Damped Structures*, AIAA Journal, 21(5), 741-748.
- Chang, K.C., Lai, M.L., Soong, T.T., Hao, D.S. e Yeh, Y.C. (1993a), *Seismic Behavior and Design Guidelines for Steel Frame Structure with Added Viscoelastic Dampers*, Technical Report NCEER-93-0009, National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.
- Cofie, N.G. and Krawinkler, H. (1985), *Uniaxial Cyclic Stress-Strain Behavior of Structural Steel*, Journal of Engineering Mechanics, 111(9), 1105-1120.
- Constantinou, M.C., Symans, M.D., Tsopelas, P. e Taylor, D.P. (1993), *Fluid Viscous Dampers in Applications of Seismic Energy Dissipation and Seismic Isolation*, Proc. ATC 17-1 on Seismic Isolation, Energy Dissipation, and Active Control, 2, 581-591.
- Constantinou, M.C. e Symans, M.D. (1993b), *Experimental Study of Seismic Response of Buildings with Supplemental Fluid Dampers*, Struct. Design Tall Bldgs., 2, 93-132.
- Constantinou, M.C., Soong, T.T., e Dargush, G.F. (1998). *Passive Energy Dissipation Systems for Structural Design and Retrofit*, Multidisciplinary Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.
- Constantinou, M.C., Dargush, G.F., Lee, G.C., Reinhorn, A.M. e Whittaker, A.S. (2000), *Analysis and Design of Buildings With Added Energy Dissipation Systems*, <[http://mceer.buffalo.edu/publications/resaccom/001/rpa\\_pdf/10Lee-Ketter-2.pdf](http://mceer.buffalo.edu/publications/resaccom/001/rpa_pdf/10Lee-Ketter-2.pdf)>
- Constantinou, M.C., Tsopelas, P., Hammel. W. e Sigaher, A.N. (2001), *Toggle-Braced-Damper Seismic Energy Dissipation Systems*, J. of Structural Engineering, 127(2), 105-112.
- Dafalias, Y.F. e Popov, E.P. (1975), *A Model of Nonlinearly Hardening Materials for Complex Loading*, Acta Mechanica, 21, 173-192.
- Erdelyi, A., Magnus, W., Oberhettinger, F. e Tricomi, F.G. (1954), *Tables of Integral Transform, II*, McGraw-Hill, New York.
- Ferry, J.D. (1980), *Viscoelastic Properties of Polymer*, John Wiley, New York.



Graesser, E.J. e Cozzarelli, F.A. (1989), *Multidimensional Model of Hysteretic Material Behavior for Vibration Analysis of Shape Memory Energy Absorbing Devices*, Technical Report NCEER-89-0018, National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.

Graesser, E.J. e Cozzarelli, F.A. (1991a), *A Multidimensional Hysteretic Model for Plastically Deforming Metals in Energy Absorbing Devices*, Technical Report NCEER-91-0006, National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.

Huffmann, G.K. (1985), *Full Base Isolation for Earthquake Protection by Helical Springs and Viscodampers*, Nuclear Engrg. Design, 84(2), 331-338.

Kasai, K., Munshi, J.A., Lai, M.L. e Maison, B.F. (1993), *Viscoelastic Damper Hysteretic Model: Theory, Experiment and Applications*, Proc. ATC-17-1 on Seismic Isolation, Energy Dissipation, and Active Control, 2, 521-532.

Kelly, J.M., Skinner, R.I. and Heine, A.J. (1972), *Mechanism of Energy Absorption in Special Devices for Use in Earthquake Resistant Structures*, Bulletin of New Zeland National Society for Earthquake Engineering, Vol.5, pp.63-88.

Krieg, R.D. (1975). *A Practical Two Surface Plasticity Theory*, J. Applied Mechanics, ASME, E42, 641-646.

Lai, M.L. (1991), *Private Communication*.

Makris, N. (1992), *Theoretical and Experimental Investigations of Viscous Dampers in Applications of Seismic and Vibration Isolation*, Ph.D. Dissertation, State University of New York at Byffalo, NY.

Makris, N. E Constantinou, M.C. (1991), *Fractional Derivative Model for Viscous Dampers*, J. Struct, Engrg., ASCE, 117, 2708-2724.

Makris, N. e Constantinou, M.C. (1993), *Model of Viscoelasticity with Complex Order Derivatives*, J. Engrg. Mech., ASCE, 119(7), 1453-1464.

Makris, N., Constantinou, M.C. e Dargush, G.F. (1993a), *Analytical Model of Viscoelastic Fluid Dampers*, J. Struct, Engrg., ASCE, 119(11), 3310-3325.

Makris, N., Dargush, G.F. e Constantinou, M.C. (1995), *Dynamic Analysis of Viscoelastic Fluid Dampers*, J. Engrg. Mech., ASCE, 121(10), 1114-1121.

Martinez-Romero, E. (1993), *Experiences on the Use of Supplemental Energy Dissipators on Building Structures*, Earthquake Spectra, 9(3), 581-625.

- Miyazaki, M. e Mitsusaka, Y. (1992), *Design of a Building with 20% or Greater Damping*, Tenth World Conference Earthquake Engineering, Madrid, 4143-4148.
- Nims, D.K., Inaudi, J.A., Richter, P.J. e Kelly, J.M. (1993b), *Applications of the Energy Dissipating Restraint to Buildings*, Proc. of ATC-17-1 on Seismic Isolation, Energy Dissipation, and Active Control, San Francisco, CA, Vol. 2, 627-638.
- Oldham, K.B. e Spanier, J. (1974), *The Fractional Calculus*, Academic Press, New York.
- Ozdemir, H., (1976), *Non Linear Transient Dynamic Analysis of Yielding Structures*, PhD. Dissertation, University of California, Berkeley. CA.
- Pong, W.S., Tsai, C.S. e Lee, G.C. (1994), *Seismic Study of Building Frames with Added Energy-absorbing Devices*, Technical Report NCEER-94-0016, National Centre for Earthquake Engineering Research, Buffalo, N.Y.
- Press, W.H., Teukolsky, S.A., Vetterling, W.T. e Flannery, B.P. (1992), *Numerical Recipes in FORTRAN*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Reinhorn, A.M. and Li, C. (1995), *Experimental and Analytical Investigation of Seismic Retrofit of Structures with Supplemental Damping*, Part. III: Viscous Damping Walls, Technical Report NCEER-95-0013, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY.
- Richter, P.J., Nims, D.K., Kelly, J.M. e Kallenbach, R.M. (1990), *The EDR Energy Dissipating Restraint*, A New Device for Mitigation of Seismic Effects, Proc. of the 1990 Structural Engineers Association of California (SEAONC) Convention, Lake Tahoe, NV.
- Shen, K.L., Soong, T.T. (1995), *Modeling of Viscoelastic Dampers for Structural Applications*, ASCE Journal of Engineering Mechanics, 121(6), 694-701.
- Skinner, R.I., Kelly, J.M., and Heine, A.J., (1975), *Hysteresis Damper for Earthquake Resistant Structures*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.3, pp. 287-296.
- Soong, T.T. e Dargush, G.F. (1997). *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*, Wiley, Chichester, U.K.
- Soong, T.T. e Lai, M.L. (1991), *Correlation of Experimental Results with Predictions of Viscoelastic Damping for a Model Structure*, Proc. Damping '91, San Diego, CA.
- Taylor, D.P. e Constantinou, M.C. (1996), *Fluid Dampers for Applications of Seismic Energy Dissipation and Seismic Isolation*, Proceedings of the Eleventh World Conference on Earthquake Engineering, Acapulco, Mexico.

Tezcan, S. e Civi, A. (1979), *Reduction in Earthquake Response by Means of Vibration Isolators*, Proc. Second U.S. National Conf. On Earthquake Engrg., Earthquake Engrg. Research Institute, Stanford Univ., California, 433-442.

Tsai, K.C., Chen, H.W., Hong, C.P. e Su, Y.F. (1993), *Design of Steel Triangular Plate Energy Absorbers for Seismic-Resistant Construction*, Earthquake Spectra, 9(3), 505-528.

Tsai, C.S. e Lee, .H.H. (1993), *Application of Viscoelastic Dampers to High-Rise Buildings*, ASCE Journal of Structural Engineering, 119(4), 1222-1233.

Tsopelas, P. e Constantinou, M.C. (1994), *NCEER-Taisei Corporation Research Program on Sliding Seismic Isolation Systems for Bridge Experimental and Analytical Study of a System Consisting of a Sliding Bearings and a Fluid Restoring Force/Damping Devices*, Technical Report NCEER-94-0014, National Center for Earthquake Engineering Research, Buffalo, NY.

Whittaker, A.S., Bertero, V.V., Thompson, C.L. e Alonso, L.J. (1991). *Seismic Testing of Steel Plate Energy Dissipation Devices*, Earthquake Spectra, 7(4), 563-606.

Williams, M.L. (1964), *Structural Analysis of Viscoelastic Materials*, AIAA Journal, 2(5), 785-808.

Xia, C., Hanson, R.D. e Wight, J.K. (1990), *A Study of ADAS Element Parameters and Their Influence on Earthquake Response of Building Structures*, Report No. UMCE 87-10, The University of Michigan, Ann Arbor, MI.

Zhang, R.H., Soong, T.T. e Mahmoodi, P. (1989), *Seismic Response of Steel Frame Structures with Added Viscoelastic Dampers*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 18, 389-396.

## Capitolo 2

### Metodi semplificati di progettazione

**Abstract:** In this chapter will be applied and checked a design approach based on the first principal mode of vibration of a structure. The purpose of this procedure is determine the dimension of the dispositives applied to reduce a specified respose parameter, for ex. the displacement of the top story. Initially, will be applied to a single story structure and subsequently to a multi degree of freedom structures. Numerical results will be presented to compare the dispositives responses and to check the design obtained by the present simplified procedure.

**Sommario:** In questo capitolo si applicherà e si verificherà la validità di un criterio di progettazione che, assunto uno spostamento massimo di progetto, è basato sul modo principale di vibrazione della struttura. Si partirà inizialmente dal caso, più semplice, di un portale ad un solo grado di libertà per poi passare a strutture a più gradi di libertà. Saranno anche presentati i risultati ottenuti da alcune analisi numeriche per confrontare i comportamenti dei tre tipi di dissipatori considerati e la validità del metodo progettuale.

#### 2.1 Introduzione

I sistemi di dissipazione fin qui presentati possono essere utilizzati per il miglioramento e/o adeguamento sismico di edifici già esistenti e di nuova costruzione. Le procedure progettuali nei due casi sono differenti. Nel seguito si farà riferimento solo al caso di edifici esistenti di cui si conoscono le caratteristiche resistenti principali come, per es., rigidità e massa dei vari piani, geometria della struttura, ecc..

In letteratura sono già state studiate numerose procedure per la progettazione di dispositivi dissipatori di energia. Nella tabella 2.1 sono riassunte le principali con i relativi criteri ed ipotesi.

In questo capitolo si applicherà e si verificherà la validità di un criterio di progettazione semplificato basato sul modo principale di vibrazione della struttura il cui obiettivo è ridurre lo spostamento massimo della struttura all'interno di quello di progetto. Si partirà inizialmente dal caso, più semplice, di un portale ad un solo grado di libertà per poi passare a strutture a più gradi di libertà. Saranno anche presentati i risultati ottenuti da

delle analisi numeriche per confrontare i comportamenti dei tre tipi di dissipatori considerati e verificare la validità del metodo progettuale utilizzato.

Tabella 2.1 Tabella riassuntiva dei principali metodi di progettazione presenti in letteratura

<b>Autore</b>		<b>Descrizione</b>
1	Chang et al, 1993; Soong e Dargush, 1997	Struttura ipotizzata in campo lineare. Determinazione di un indice di smorzamento richiesto attraverso gli spettri di risposta. Dispositivi VE e FV.
2	Fu e Kasai, 1998	Design ottimale dei VE e FV basato sulla teoria dei movimenti armonici e spettri di riduzione della risposta.
3	Gluck et al., 1996	Metodo per la progettazione ottimale dei VE e FV e la minimizzazione di un indice di performance utilizzando la teoria del controllo ottimale.
4	Kasai et al., 1998; Kasai e Ito., 2004	Design preliminare per YM e VE basato su una idealizzazione SDOF di strutture multipiano a comportamento elasto-plastico.
5	Kim et al., 2003	Procedura di design diretta basata sugli spettri capacitivi. Struttura in campo plastico. Dispositivi FV.
6	Lin et al., 2003	Design in funzione di uno spostamento massimo fissato e una linearizzazione equivalente dei dispositivi. Dispositivi FV, VE, YM e YF. Applicabile sia a strutture esistenti che nuove.
7	Liu et al., 2004	Procedura per il design preliminare dei FV. Smorzamento richiesto basato su indice di riduzione della risposta e le FEMA 356.
8	Moreschi et al., 2003	Dimensionamento e disposizione ottimale dei FV attraverso la minimizzazione di diversi indici di performance.
9	Moreschi e Singh, 2003	Utilizzo degli algoritmi genetici per determinare la dimensione e la posizione ottimale di YM e YF per la minimizzazione di diversi indici di performance.
10	Wu et al., 1997	Procedura sequenziale per il posizionamento ottimale dei dispositivi VE in strutture con una risposta torsionale significativa.
11	Xu et al., 2004	Determinazione dei parametri e posizioni ottimali per i VE mediante il metodo dei semplici.
12	Zhang e Soong, 1992; Shukla e Datta, 1999	Procedura sequenziale per il posizionamento ottimale dei dispositivi VE note le loro dimensioni.

## 2.2 Strutture ad 1 grado di libertà (SDOF)

### 2.2.1 Generalità

La seguente procedura di progettazione ha come obiettivo quello di determinare le caratteristiche minime che i vari dissipatori devono avere per ottenere una fissata riduzione dello spostamento medio della struttura soggetta a vari accelerogrammi. La struttura principale, a comportamento shear-type, è ipotizzata sempre in campo elastico, quindi non dissipa energia. La procedura inizia con la determinazione della risposta media, in termini di spostamento, della struttura nuda ai vari accelerogrammi selezionati. In base al criterio di progetto adottato (per es. Stato limite ultimo e/o Stato limite di danno con riferimento alla Normativa Italiana) si determina la riduzione voluta dello spostamento globale. Utilizzando lo spettro di risposta medio, si determina poi quale è lo smorzamento totale richiesto per raggiungere la riduzione voluta mediante una procedura iterativa descritta in seguito. Si determinano così le caratteristiche finali dei dissipatori e si verifica il design ottenuto mediante un'analisi non lineare time-history. Se lo spostamento fissato non è rispettato sono necessari ulteriori aggiustamenti dei dispositivi. La procedura può essere riassunta nel seguente diagramma di flusso.

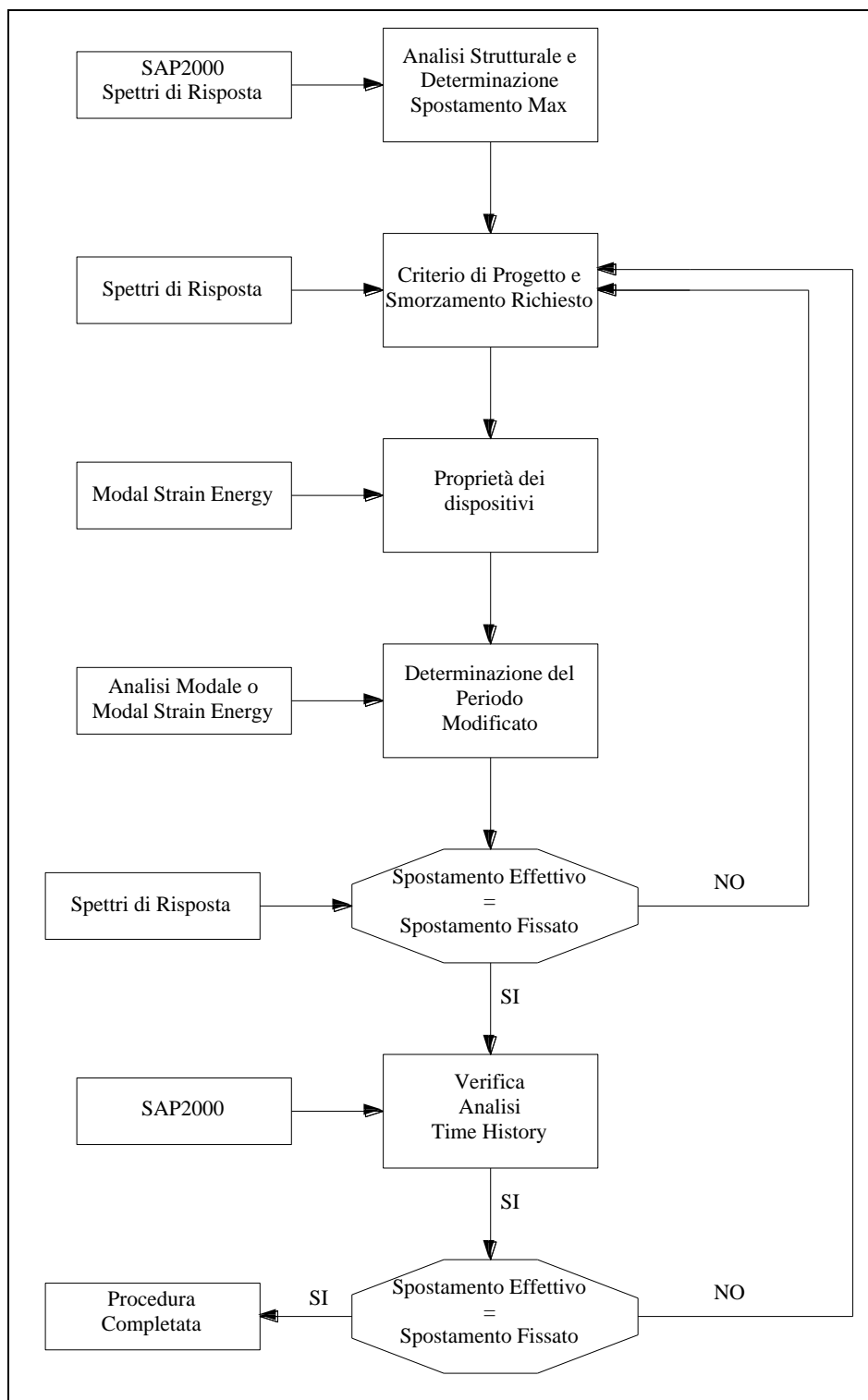


Figura 2.1 Diagramma di flusso della procedura di progettazione

## 2.2.2 Dissipatore isteretico metallico

La struttura presa in considerazione è un generico portale, con trave infinitamente rigida, in cui sono installati i dispositivi metallici precedentemente studiati (chiamati nel seguito ADAS), mediante un controvento a V, come mostrato nella Fig.2.2. L'unico grado di libertà considerato è lo spostamento orizzontale,  $x(t)$ . La rigidezza della struttura senza i dispositivi  $K_f$  è due volte la rigidezza del singolo pilastro  $k$ .

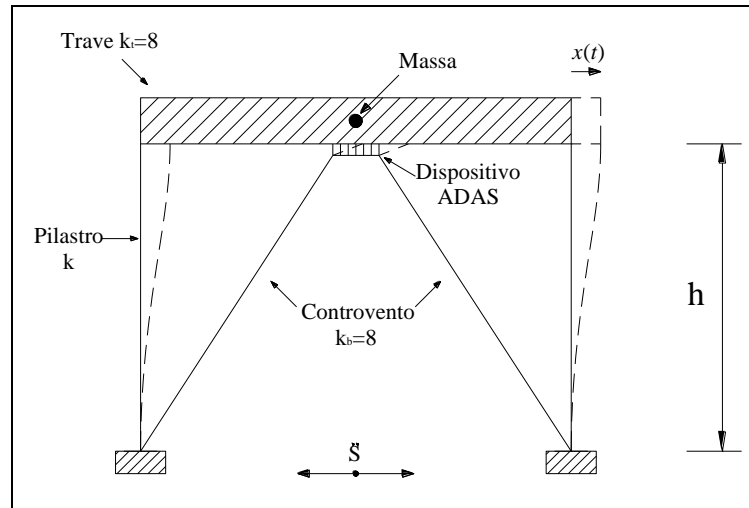


Figura 2.2 Portale 1 GDL

Ipotizziamo, per il dispositivo posto orizzontalmente, il comportamento forza-spostamento per cicli di isteresi arbitrari del tipo bilineare come mostrato in Fig.2.3. In cui  $K_d$ ,  $D_{yd}$  e  $\alpha$  sono rispettivamente la rigidezza iniziale, lo spostamento allo snervamento e il rapporto tra la rigidezza post-elastica e quella iniziale del dispositivo;  $K_b$  è la rigidezza orizzontale del controvento.

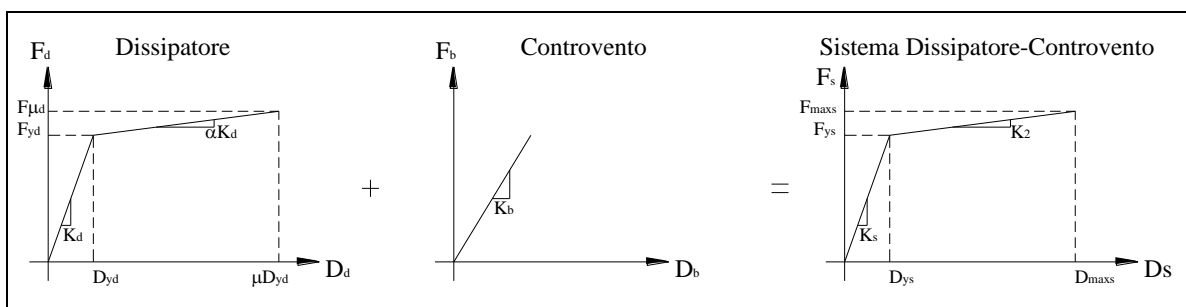


Figura 2.3 Componenti del sistema dissipatore-controvento

La forza di snervamento del complesso dissipatore-controvento, per una generica rigidezza di piano  $K_f$ , è (Moreschi e Singh, 2003; Xia e Hanson, 1992)



$$F_{ys} = k_s D_{ys} = SR \cdot K_f \cdot \left(1 + \frac{1}{B/D}\right) \quad (2.1)$$

dove  $K_s$  è la rigidezza del complesso,  $B/D = K_b/K_d$  è il rapporto tra la rigidezza del controvento e quella del dispositivo e  $SR = K_s/K_f$  è il rapporto tra la rigidezza del complesso e quella di piano. La rigidezza combinata dell'assemblato dissipatore-controvento, schematicamente mostrata in Fig.8.4, può essere espressa nei seguenti termini

$$k_s = \frac{1}{(1/K_b) + (1/K_d)} = \frac{K_d}{1 + (1/(B/D))} \quad (2.2)$$

Considerando, fin qui, che la struttura principale e i controventi siano rimasti in campo elastico e che  $D_{ys}$  sia lo spostamento del complesso corrispondente allo snervamento dei dispositivi.

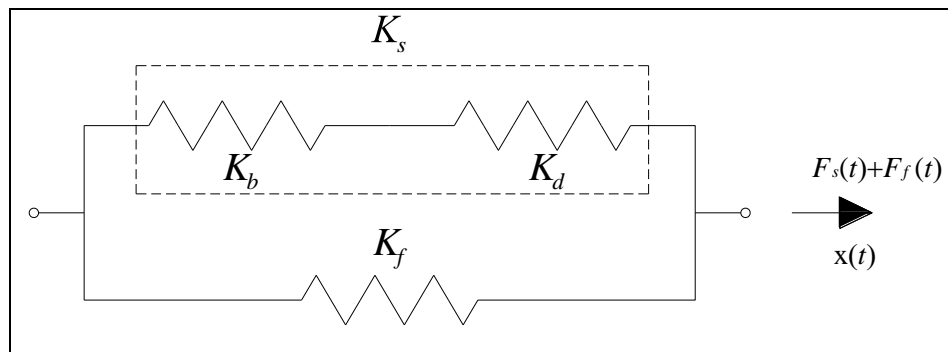


Figura 2.4 Rigidezza dell'assemblato

Come si può facilmente notare i parametri in gioco sono quattro, di cui solo tre indipendenti tra di loro, in quanto legati dall'Eq.2.1.

Ipotizzando una rigidezza dei controventi grande abbastanza in modo da poterne trascurare l'effetto, cioè  $K_b = \infty$ , le Eq.2.1 e 2.2 si semplificano in

$$F_{ys} = k_s D_{ys} = SR \cdot K_f \cdot D_{yd} \quad (2.3)$$

$$k_s = K_d; D_{ys} = D_{yd} \quad (2.4)$$

quindi la rigidezza e la forza di snervamento del complesso controvento dissipatore coincidono con quelle del dissipatore stesso. Per poter effettuare questa approssimazione è necessario progettare i controventi in modo che il rapporto  $2 \leq K_b/K_d \leq 4$  e, comunque, in modo che rimangano sempre in campo elastico. Una rappresentazione semplificata dei modelli per il dissipatore, la struttura e la loro combinazione è rappresentata in Fig.2.5.

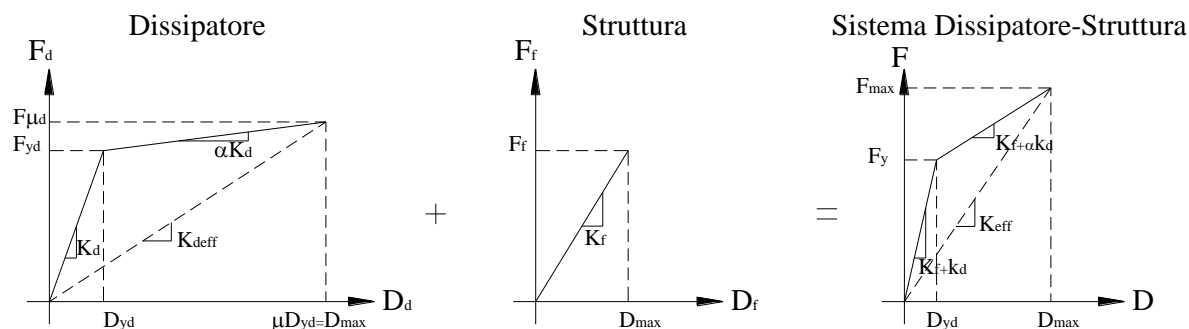


Figura 2.5 Modelli per il dissipatore e la struttura

I parametri indipendenti che caratterizzano il modello del dissipatore sono tre: lo spostamento al limite elastico  $D_{yd}$ , la rigidezza elastica  $K_d$  e il rapporto  $\alpha$  tra la rigidezza plastica ed elastica. Fissata la geometria dei piatti, in base all'esperienza, e  $\alpha$ , in base ai risultati sperimentali o ai valori comuni forniti in letteratura, altri due parametri risultano noti. L'unica incognita da determinare è la rigidezza  $K_d$  dei dissipatori che, per un dispositivo formato da  $n$  piatti, è pari a  $n$  volte la rigidezza del singolo piatto  $K_{pL}$ . Siccome che anche quest'ultima è nota, visto che conosciamo la geometria dei piatti, il problema si riduce alla determinazione dell'unica incognita presente, cioè il numero di piatti  $n$ . Normalmente, la forma e dimensione dei piatti vengono fissate per avere un  $D_{yd}$  abbastanza piccolo, in modo che lo snervamento si verifichi prima nei dispositivi che nella struttura principale e non contraddire, così, l'ipotesi di struttura in campo elastico. Bisogna fare attenzione nella scelta di  $D_{yd}$  per evitare che il dispositivo sia soggetto a una richiesta di duttilità  $\mu = D_{max} / D_{yd}$  troppo elevata e che possa incorrere in una rottura dopo solo pochi cicli. In Xia e Hanson, 1992, è riportato che è stato osservato sperimentalmente un comportamento isteretico stabile fino a  $14 D_{yd}$  e che, per spostamenti fino a  $6 D_{yd}$ , i dissipatori possono sostenere un numero di cicli molto elevato ( $>100$ ) prima di incorrere a rottura.

Il dissipatore a comportamento bilineare può essere espresso con un modello lineare equivalente avente come parametri una rigidezza equivalente  $K_{def}$  e un indice di smorzamento viscoso equivalente  $\xi_d$ . Noto lo spostamento massimo ammissibile, questi parametri possono essere determinati in funzione dell'incognita del problema  $K_d$  direttamente dalla Fig.2.5,

$$K_{def} = F_{\mu d} / D_{max} = \frac{k_d (D_{yd} + \alpha (D_{max} - D_{yd}))}{D_{max}} \quad (2.5)$$

mentre lo  $\xi_d$  è ricavato da considerazioni energetiche. Lo smorzamento viscoso, infatti, è definito come quel meccanismo di dissipazione di energia in cui la forza di smorzamento è proporzionale alla velocità. Nella sua forma più semplice è  $F_d = c\dot{u}$ . L'energia dissipata da

uno smorzatore viscoso lineare sottoposto a cicli di spostamento armonico ( $u = u_0 \cdot \sin(\bar{\omega}t)$ ) è uguale all'area  $W_d = \pi \cdot c \bar{\omega} u_0^2$  racchiusa dall'ellissi forza-spostamento, come mostrato in Fig.2.6a.

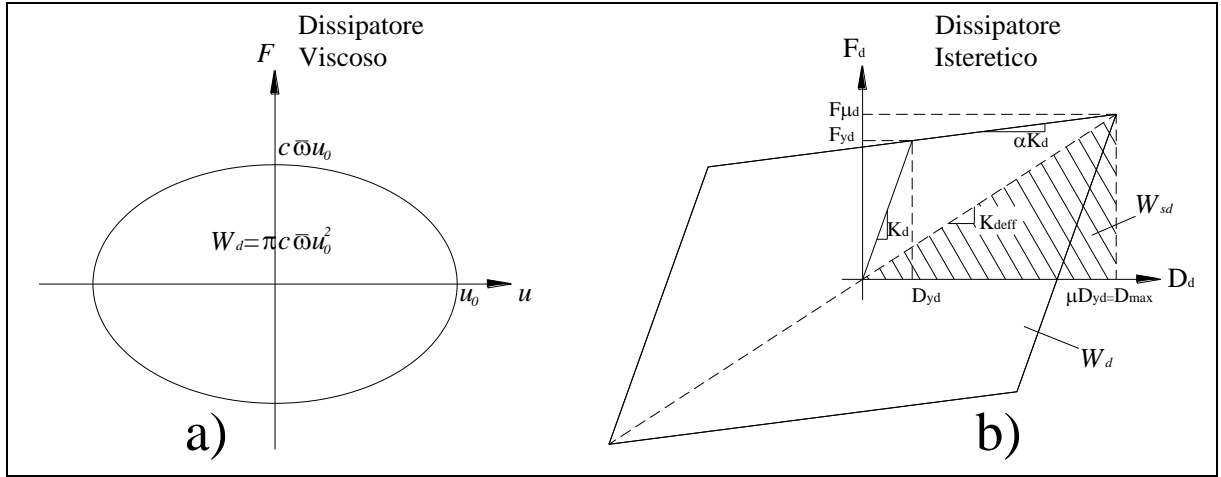


Figura 2.6 Energia dissipata in un ciclo di spostamento armonico  
a)Dissipatore Viscoso, b)Dissipatore isteretico metallico.

Per un dissipatore di energia non lineare è possibile ottenere l'indice di smorzamento viscoso equivalente uguagliando l'energia dissipata in un ciclo di eccitazione armonica con il corrispondente valore dello smorzatore viscoso lineare. Da Chopra, 1995, si ha

$$\xi_d = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega} = \frac{W_d}{2\pi m \omega \bar{\omega} u_0^2} = \frac{W_d}{4\pi(\bar{\omega}/\omega)W_s} \quad (2.6)$$

dove  $c_{cr}$ ,  $m$ ,  $\omega$ , e  $W_s$  sono, rispettivamente, il coefficiente di smorzamento critico, la massa, la frequenza circolare della struttura e la massima energia di deformazione elastica del sistema struttura-dissipatore. Per strutture soggette a sisma si può supporre ragionevolmente che  $\bar{\omega}/\omega=1$  e che quindi

$$\xi_d = \frac{W_d}{4\pi W_s} \quad (2.7)$$

Nel caso del dissipatore metallico,  $W_d = W_{dM}$ , è l'area di un ciclo completo di isteresi per  $D_{max} > D_{yd}$ , si veda la Fig.2.6b, data dalla seguente espressione

$$W_d = W_{dM} = 4F_{yd}D_{max}(1-\alpha)(1-\frac{1}{\mu}) \quad (2.8a)$$

$$F_{yd} = K_d D_{yd} \quad (2.8b)$$

$W_s = W_{sM}$  invece è data da

$$W_{sM} = \frac{K_{eff} D_{max}^2}{2} \quad (2.9a)$$

$$k_{eff} = K_f + K_{deff} \quad (2.9b)$$

dove  $k_{eff}$  è la rigidezza effettiva (o secante) del complesso struttura-dissipatore allo spostamento massimo previsto.

Il periodo effettivo (o secante) del complesso allo spostamento massimo è dato da

$$T_{eff} = 2\pi \sqrt{m / K_{deff}} \quad (2.10)$$

Quindi l'utilizzo del dissipatore metallico aggiunge sia smorzamento che rigidezza alla struttura originale.

In generale, lo smorzamento totale del sistema combinato struttura-dissipatore è

$$\xi_{tot} = \xi_I \cdot T_{eff} / T_0 + \xi_H + \xi_{dM} \quad (2.11)$$

dove  $\xi_I$  è l'indice di smorzamento interno della sola struttura (2% per le strutture in acciaio e il 5% per quelle in c.a.),  $\xi_H$  è lo smorzamento isteretico fornito dalla struttura principale e  $\xi_{dM}$  è lo smorzamento viscoso equivalente del dispositivo metallico appena determinato. In questo caso, avendo ipotizzato la struttura principale elastica,  $\xi_H = 0$ .

Noti tutti i parametri della progettazione diamo ora a una breve descrizione della procedura iterativa per la determinazione dell'incognita del problema,  $K_d$ .

Si parte con un valore di  $K_d$  di tentativo, si calcola lo smorzamento equivalente con le Eq.2.5-2.9, il periodo effettivo con le 2.10, 2.5 e lo smorzamento totale del sistema con la 2.11. Si entra nello spettro di risposta in termini di spostamento, noto, allo smorzamento totale in corrispondenza del periodo effettivo e si legge lo spostamento. Se è maggiore (minore) di quello assunto si aumenterà (diminuirà)  $K_d$  di una fissata quantità. Questa procedura viene iterativamente ripetuta fino al raggiungimento dello spostamento voluto.

### 2.2.3 Dissipatore viscoelastico

Consideriamo ora applicati al portale del paragrafo precedente i dissipatori di tipo viscoelastico. Le proprietà di questi dispositivi variano con la temperatura, la frequenza di eccitazione e la deformazione massima a taglio. Come i dissipatori metallici, aggiungono

sia smorzamento che rigidità, quindi il periodo del complesso struttura–dissipatori varia al variare delle caratteristiche dei dispositivi e viceversa.

Per un dissipatore VE rappresentato mediante il modello di Kelvin, avente un'area di taglio  $A$  e uno spessore totale  $\delta$ , può essere ottenuta la seguente relazione tra forza–spostamento:

$$F(t) = k'_s(\omega)D(t) + \frac{k''_s(\omega)}{\omega} \dot{D}(t) \quad (2.12)$$

dove  $k'_s$  e  $k''_s$  sono date dalle Eq.1.24 e  $\omega$  è la frequenza fondamentale della struttura con il dissipatore.

Ipotizzando la rigidità del controvento grande abbastanza in modo da poterne trascurare l'effetto, cioè  $k_b = \infty$ , la Eq.2.12 si semplifica in

$$F(t) = K'_d(\omega)D(t) + \frac{k''_d(\omega)}{\omega} \dot{D}(t) \quad (2.13a)$$

$$K'_d = \frac{AG'(\omega)}{\delta}, \quad C'_d = \frac{k''_d(\omega)}{\omega} = \frac{AG''(\omega)}{\omega\delta} \quad (2.13b,c)$$

cioè la rigidità di stoccaggio e la rigidità di perdita del complesso dissipatore–controvento coincidono con quelle del solo dissipatore, semplificando così l'esposizione del problema.

L'indice di smorzamento viscoso equivalente fornito dal dissipatore VE durante un ciclo di movimento armonico allo spostamento massimo  $D_{\max}$  è dato dalla Eq.2.7 dove i termini  $W_d = W_{dVE}$  e  $W_s = W_{sVE}$  sono rispettivamente

$$W_d = W_{dVE} = \pi k''_d(\omega) D_{\max}^2 = \pi G''(\omega) r_{\max}^2 V \quad (2.14a)$$

$$W_s = W_{sVE} = (K'_d + K_f) D_{\max}^2 / 2 \quad (2.14b)$$

dove  $r_{\max} = D_{\max} / \delta$  e  $V$  sono la deformazione massima e il volume del materiale VE, mentre  $K_f$  è la rigidità della sola struttura.

Le quantità  $G'(\omega, T, r)$  e  $G''(\omega, T, r)$  si possono ricavare dalle seguenti equazioni (Chang e Lin, 2004):

$$G' = e^{19.895T - 2.079f} f^{0.401} r^{-0.07} \quad (2.15a)$$

$$\eta = e^{-2.332T} T^{0.665} f^{-0.175} r^{0.02} \quad (2.15b)$$

dove  $G'$  è in  $N/m^2$ ,  $\eta$  è il fattore di perdita (adimensionale),  $e$  è il logaritmo naturale,  $T$  è la temperatura ( $^{\circ}C$ ),  $f$  è la frequenza di eccitazione (Hz) e  $r$  è la deformazione a taglio (%) del materiale VE.

Il periodo effettivo (o secante) del complesso allo spostamento massimo è dato da

$$T_{eff} = 2\pi\sqrt{m / K_{deff}} \quad k_{eff} = K_f + K'_d \quad (2.16a,b)$$

Fissiamo ora la temperatura e la deformazione massima di progetto. La temperatura si può ragionevolmente stimare in base alla temperatura massima del luogo in cui è situato l'edificio se i dissipatori sono installati esternamente, o in base alla temperatura interna dell'edificio se installati internamente. La deformazione deve essere fissata in fase di progetto in modo che la temperatura all'interno del materiale VE non cresca troppo e che quindi il modello di Kelvin, qui adottato, diventi inaccurato. Quindi nota la deformazione e lo spostamento massimo  $D_{max}$  si può determinare lo spessore  $\delta$  del materiale VE. Ora tutte le quantità sono in funzione solo della frequenza di eccitazione che può essere posta uguale alla frequenza di vibrazione della struttura. L'unica incognita da determinare è  $K'_d(\omega)$  in quanto  $K'_d$  e  $C'_d$  sono legate dalla Eq.2.13b,c. La procedura iterativa da adottare per determinare  $K'_d$  è uguale a quella precedente per i dissipatori metallici solo che, per i dissipatori VE, ad ogni iterazione bisogna aggiornare le caratteristiche che dipendono dalla frequenza in funzione del periodo modificato trovato al passo precedente.

Noto  $K'_d$  e la frequenza di vibrazione del complesso dalle Eq. 2.13b,c si può trovare l'area complessiva a taglio  $A$  del dissipatore e il coefficiente di smorzamento  $C'_d$  del modello di Kelvin.

#### 2.2.4 Dissipatore fluidoviscoso

Per il dissipatore fluidoviscoso lineare vale quanto detto per quello VE a patto di sostituire  $k'_d=0$ , in quanto si può vedere come un caso particolare di quello VE. Se si ipotizza il controvento infinitamente rigido, cioè  $k_b=\infty$ , il dissipatore FV aggiunge solo smorzamento e non varia il periodo naturale originale della struttura. Quindi l'espressione dell'indice di smorzamento fornito è data semplicemente da

$$\xi_{d\,FV} = \frac{c}{c_{cr}} = \frac{c}{2m\omega} \quad (2.17)$$

dove  $c$  è il coefficiente di smorzamento del dispositivo e

$$\xi_{d\,FV} = \xi_{TOT} - \xi_I \quad (2.18)$$

in cui  $\xi_I$  è l'indice di smorzamento interno della struttura e  $\xi_{TOT}$  è lo smorzamento richiesto per ottenere lo spostamento fissato; ricavabile direttamente dallo spettro di risposta in corrispondenza del periodo naturale della struttura. Nel caso dei dissipatori FV non è richiesta nessuna iterazione per determinare il coefficiente  $c$ .

## 2.3 Strutture a più gradi di libertà (MDOF)

### 2.3.1 Generalità

Consideriamo un generico telaio a  $N$  gradi di libertà, mostrato in Fig.2.7, dotato delle seguenti caratteristiche :

- 1) Comportamento a taglio in campo elastico (rigidezza travi  $R_T = \infty$ ),
- 2) Masse tutte uguali e concentrate nei piani,
- 3) Altezze dei piani tutte uguali,
- 4) Rigidezze di piano note e uguali.

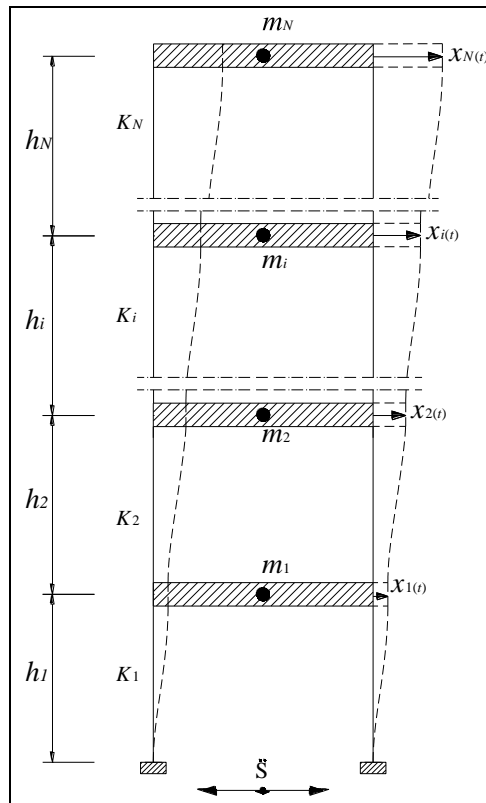


Figura 2.7 Telaio a  $N$  gradi di libertà

Gli  $N$  gradi di libertà sono rappresentati dagli spostamenti relativi  $x(t)$  delle masse rispetto al terreno.

Note le caratteristiche del telaio la matrice  $N \times N$  delle rigidezze è



$$[K_f] = \begin{bmatrix} k_N & -k_N & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -k_N & \dots & -k_{i+1} & 0 & 0 & \dots \\ \dots & -k_{i+1} & k_i + k_{i+1} & -k_i & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -k_i & \dots & -k_3 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & -k_3 & k_2 + k_3 & -k_2 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & -k_2 & k_1 + k_2 \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

La matrice delle masse, invece, è

$$[M] = \begin{bmatrix} m_N & \dots & & & 0 \\ 0 & \dots & & & \dots \\ \dots & & m_i & \dots & 0 \\ & & & \dots & 0 & 0 \\ & & & \dots & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

La struttura ha  $N$  modi di vibrare (MDV), tanti quanti sono i gradi di libertà. Le frequenze, i periodi e i MDV si possono determinare, grazie gli strumenti dell'analisi modale, dalle seguenti espressioni:

$$|[K_f] - \omega^2[M]| = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \omega_i \quad i=1 \dots N \quad (2.21a)$$

$$T_i = 2\pi\omega_i \quad i=1 \dots N \quad (2.21b)$$

$$|[K_f] - \omega_i^2[M]|\Phi_i = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \{\Phi_i\} = \{\Phi_{1i}; \Phi_{2i}; \dots; \Phi_{Ni}\} \quad (2.21c)$$

$i=1 \dots N$

dove  $\omega_i$  e  $T_i$  sono la frequenza e il periodo naturale dell' $i$ -esimo MDV, mentre,  $\{\Phi_i\}$  è il vettore (autovettore) degli spostamenti modali dell' $i$ -esimo MDV, normalizzato per comodità rispetto allo spostamento in sommità. Il fattore di partecipazione, che indica la quota parte di partecipazione di un MDV alla vibrazione complessiva, è per il generico  $i$ -esimo MDV

$$g_i = \frac{\{\Phi_i\}^T [M] \{1\}}{\{\Phi_i\}^T [M] \{\Phi_i\}} \quad i=1 \dots N \quad (2.22)$$

Quindi, se è noto lo spettro di risposta medio dei sismi considerati per un'oscillatore semplice, lo spostamento massimo al  $j$ -esimo piano si può determinare con buona approssimazione facendo la combinazione SRSS (la radice quadrata della somma dei quadrati) degli spostamenti spettrali dei vari modi di vibrare, cioè

$$x_{j\max} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^N \Phi_{ji} g_i S_{di}\right)^2} \quad j=1 \dots N \quad (2.23)$$

Questo se si considerano tutti i MDV. Per strutture come quelle considerate in questo lavoro e fino ad un certo numero di gradi di libertà, la massa partecipante del primo modo è preponderante rispetto alle altre (>90%), quindi non si commette un grande errore se si considera solo il primo modo

$$x_{j\max}^{1^{\circ}MDV} = \Phi_{j1} g_1 S_{d1} \quad j=1 \dots N \quad (2.24)$$

E' utile ricordare che la risposta sismica di strutture molto alte, da 10-15 piani in poi, non è più dominata dal solo 1°MDV e anche i modi superiori possono avere una grande influenza sulla risposta complessiva.

La quantità di controllo che interessa a noi, lo spostamento in sommità, può essere determinato dalla Eq.2.24 sostituendo  $j=N$  e ricordando che  $\Phi_{N1} = 1$

$$x_{N\max}^{1^{\circ}MDV} = g_1 S_{d1} \quad (2.25)$$

La Eq.2.25 è molto utile in quanto, fissato lo spostamento massimo in sommità, si può ricavare immediatamente l'ordinata spettrale corrispondente e quindi si possono usare gli spettri di risposta anche per una struttura a più gradi di libertà. In pratica la struttura MDOF viene equiparata ad una SDOF equivalente.

### 2.3.2 Dissipatori isteretici metallici

Consideriamo la struttura del paragrafo precedente equipaggiata con i dissipatori metallici ADAS mediante dei controventi a V. L' *i-esimo* spostamento interpiano coincide con la deformazione dell' *i-esimo* complesso controvento-dispositivo e se, come fatto per un GDL, si ipotizza il controvento infinitamente rigido coincide direttamente con la deformazione dell' *i-esimo* dispositivo. Rispetto al SDOF, ora, dobbiamo determinare, oltre che la rigidezza di ogni singolo dispositivo  $K_{di}$ , anche gli spostamenti interpiano al momento del massimo spostamento in sommità  $D_{max}$ .

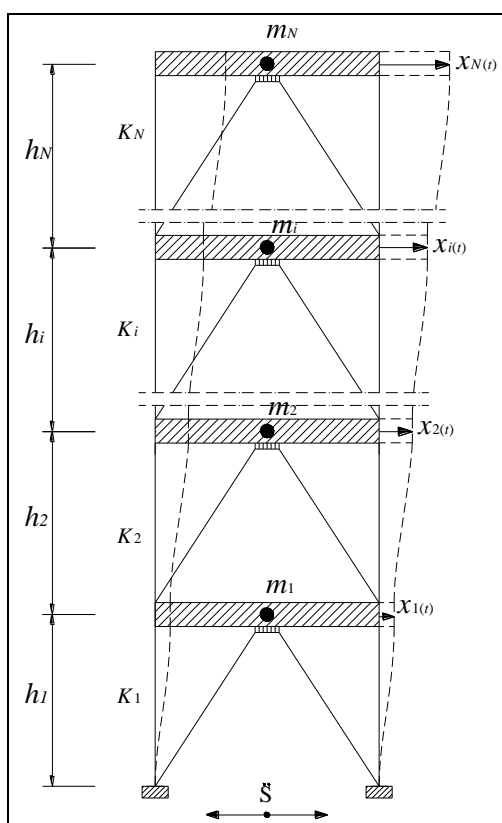


Figura 2.8 Telaio a  $N$  gradi di libertà con i dissipatori

Ipotizzando che la struttura vibri armonicamente ad una frequenza  $\tilde{\omega}$  in modo che gli spostamenti siano proporzionali alla deformata del 1°MDV non smorzato e cioè

$$\{x\} = \{\Phi_1\} D_{max} \sin(\tilde{\omega}t) \quad (2.26)$$

il *j-esimo* spostamento interpiano al raggiungimento dello spostamento massimo in sommità è dato da

$$x_{rj} = (\Phi_{j1} - \Phi_{(j-1)1}) D_{\max} = \Phi_{rj1} D_{\max} \quad (2.27)$$

dove  $\{x\}$  è il vettore degli spostamenti,  $\{\Phi_1\}$  è il vettore della deformata modale del 1°MDV e  $\tilde{\omega}$  è la frequenza di vibrazione della struttura con i dissipatori che verrà determinata più avanti.

L'energia dissipata dai dispositivi in un ciclo di moto completo è

$$W_{dM} = \sum_{j=1}^N W_{dM,j} = \sum_{j=1}^N 4K_{dj} D_{yd} (1-\alpha) (x_{r,j} - D_{yd}) \quad (2.28)$$

Se si ipotizza di utilizzare lo stesso tipo di piatto per ogni dispositivo e di variare solo il numero di piatti le uniche incognite sono le  $N$  rigidezze  $K_{dj}$  dei dispositivi ad ogni piano.

La rigidezza effettiva o secante del  $j$ -esimo dispositivo è

$$K_{def,j} = F_{\mu d,j} / x_{r,j} = \frac{k_{d,j} (D_{yd} + a(x_{r,j} - D_{yd}))}{x_{r,j}} \quad (2.29)$$

L'energia di deformazione elastica, facendo riferimento alle rigidezze secanti dei dispositivi, è data da

$$W_{sM} = \frac{\sum_{j=1}^N K_{eff,j} x_{r,j}^2}{2} \quad K_{eff,j} = K_j + K_{def,j} \quad (2.30a,b)$$

dove  $K_j$  è la rigidezza del  $j$ -esimo piano.

Lo smorzamento viscoso equivalente fornito dai dissipatori è

$$\xi_{dM} = \frac{W_{dM}}{4\pi W_{sM}} \quad (2.31)$$

Il periodo effettivo (o la frequenza  $\tilde{\omega}$ ) della struttura con i dissipatori si può calcolare determinando gli autovalori del nuovo sistema

$$|[K_f + K_{def}] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (2.32)$$

dove  $K_{def}$  è la matrice di rigidezza secante dei dissipatori.

Lo smorzamento totale del sistema combinato struttura-dissipatore è

$$\xi_{tot} = \xi_{IM} + \xi_H + \xi_{dM} \quad (2.33)$$

in cui  $\xi_{IM}$  è l'indice di smorzamento interno effettivo della struttura, che può essere valutato in via approssimata come (Shen et al.,1995) :

$$\xi_{IM} = \xi_I \frac{\{\Phi_1\}^T [K_f] \{\Phi_1\}}{\{\Phi_1\}^T [K_f + K_{def}] \{\Phi_1\}} \quad (2.34)$$

in cui  $\Phi_1$  è il vettore della deformata modale del 1°MDV.

Avendo supposto la struttura principale elastica, lo smorzamento isteretico è  $\xi_H=0$ . Distribuendo i dispositivi in modo uniforme lungo l'altezza della struttura l'unica incognita del problema è  $K_d = K_{dj}, j=1 \dots N$ . Viene ipotizzata anche una seconda distribuzione in cui le rigidità dei dispositivi sono direttamente proporzionali alla deformata modale interpiano del primo MDV, si ottiene

$$K_{dj} = \Phi_{vj} \mathbf{K} \quad (2.35)$$

dove, in questo caso,  $\mathbf{K}$  è la costante da determinare. Note tutte le quantità in funzione di una sola incognita,  $K_d$  o  $\mathbf{K}$ , si procede con la stessa procedura iterativa applicata per il portale ad un grado di libertà.

### 2.3.3 Dissipatori viscoelastici

Utilizzando sempre le stesse annotazioni usate per il Par.2.2.3 e ipotizzando i controventi infinitamente rigidi il metodo di progettazione per i dispositivi VE installati in un telaio a più gradi di libertà può essere ottenuto come segue. Considerando che la struttura vibri in modo armonico alla frequenza fondamentale, l'energia dissipata dai dispositivi in un ciclo completo è

$$W_{dVE} = \sum_{j=1}^N W_{dVE,j} = \sum_{j=1}^N \pi K''_{dj} x_{r,j}^2 \quad (2.36)$$

mentre l'energia di deformazione elastica è

$$W_{sVE} = \frac{\sum_{j=1}^N K_{eff,j} x_{r,j}^2}{2} \quad k_{eff,j} = K_j + K'_{dj} \quad (2.37)$$

dove  $K'_{dj}$  e  $K''_{dj}$  sono la rigidezza di stoccaggio e la rigidezza di perdita del  $j$ -esimo dissipatore, e  $K_j$  è la rigidezza del  $j$ -esimo piano. Il  $j$ -esimo spostamento interpiano  $x_{r,j}$  è dato dalla Eq.2.27. Note le espressioni di  $W_{dVE}$  e  $W_{sVE}$  lo smorzamento viscoso fornito dai dispositivi è sempre dato dalla

$$\xi_{dVE} = \frac{W_{dVE}}{4\pi W_{sVE}} \quad (2.38)$$

Il periodo modificato della struttura con i dissipatori si può calcolare determinando gli autovalori del nuovo sistema

$$|[K_f + K'_{dVE}] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (2.39)$$

dove  $K'_{dVE}$  è la matrice di rigidezza dei dissipatori. Lo smorzamento totale del sistema combinato struttura-dissipatore è

$$\xi_{tot} = \xi_{IVE} + \xi_H + \xi_{dVE} \quad (2.40)$$

in cui  $\xi_{IVE}$  è l'indice di smorzamento interno effettivo della struttura, che può essere valutato in via approssimata come (Shen et al.,1995)

$$\xi_{IVE} = \xi_I \frac{\{\Phi_1\}^T [K_f] \{\Phi_1\}}{\{\Phi_1\}^T [K_f + K'_{dVE}] \{\Phi_1\}} \quad (2.41)$$

in cui  $\{\Phi_1\}$  è il vettore della deformata modale del 1°MDV. Avendo supposto la struttura principale elastica, lo smorzamento isteretico è  $\xi_H = 0$ .

Lo smorzamento trovato  $\xi_{dVE}$  è quello riferito al solo primo MDV, mentre lo smorzamento fornito dai dissipatori può essere generalizzato anche agli altri MDV con il così detto “metodo dell’energia di deformazione modale”. Per l’*i*-esimo MDV si ha

$$\xi_d^i = \frac{W_d^i}{4\pi W_s^i} \quad (2.42)$$

dove  $\xi_d^i$ , è l’indice di smorzamento modale nell’ *i*-esimo MDV,  $W_d^i$  e  $W_s^i$  sono l’energia dissipata e l’energia di deformazione massima associate all’*i*-esimo MDV. Per i dissipatori VE l’Eq.2.42 ammette la seguente rappresentazione

$$\xi_{dVE}^i = \frac{\eta(\omega_i)}{2} \frac{\{\Phi_i\}^T [K'_{dVE}] \{\Phi_i\}}{\{\Phi_i\}^T [K_f + K'_{dVE}] \{\Phi_i\}} \quad (2.43)$$

in cui  $\eta(\omega_i)$  è il fattore di perdita dei dissipatori associato alla frequenza dell’ *i*-esimo MDV della struttura originale.

Fissata la temperatura di esercizio e la deformazione massima di progetto, come per il caso ad 1 GDL, si determina lo spessore  $\delta$  del materiale VE in base allo spostamento interpiano massimo. Successivamente, svolta l’analisi Time-History, si dovrà ricontrollare che la deformazione massima risulti effettivamente entro i limiti previsti. Note le caratteristiche del materiale al variare della frequenza grazie alle Eq.2.15 le uniche incognite da determinare sono le N rigidezze  $K'_{dj}(\omega)$ . Fissato il tipo di distribuzione, uniforme o proporzionale, si può procedere alla procedura iterativa effettuata per il caso ad 1 GDL per determinare le caratteristiche dei dispositivi.

### 2.3.4 Dissipatori fluidoviscosi

Ipotizzando i controventi infinitamente rigidi, cioè  $k_b = \infty$ , i dissipatori fluidoviscosi lineari aggiungono soltanto smorzamento. Assumendo che la struttura vibri armonicamente in modo che

$$\{x\} = \{\Phi_1\} D_{\max} \sin(\tilde{\omega}t) \quad (2.44)$$

dove  $D_{\max}$  è il massimo spostamento in sommità,  $\{\Phi_1\}$  e  $\tilde{\omega}$  sono il vettore e la frequenza della sola struttura del primo MDV, l'energia dissipata dai dissipatori per ciclo di moto nel modo  $i$ -esimo è

$$W_{dFV} = \pi\omega \sum_{j=1}^N c_j x_{r,j}^2 \quad (2.45)$$

dove

$$x_{rj} = (\Phi_{ji} - \Phi_{(j-1)i}) D_{\max} = \Phi_{rji} D_{\max} \quad (2.46)$$

La massima energia di deformazione è uguale alla massima energia cinetica

$$W_{sFV} = \frac{\omega^2}{2} \sum_{j=1}^N m_j D_{\max}^2 \Phi_j^2 \quad (2.47)$$

L'indice di smorzamento viscoso nel modo  $i$  è

$$\xi_{dFV}^i = \frac{\sum_{j=1}^N c_j \phi_{r,j}^2}{2\omega \sum_{j=1}^N m_j \Phi_{ji}^2} \quad (2.48)$$

Lo smorzamento aggiuntivo richiesto nel primo MDV è dato da

$$\xi_{dFV} = \xi_{TOT} - \xi_I \quad (2.49)$$

in cui  $\xi_I$  è l'indice di smorzamento interno della struttura e  $\xi_{TOT}$  è lo smorzamento richiesto per ottenere lo spostamento fissato; ricavabile direttamente dallo spettro di risposta in corrispondenza del periodo naturale della struttura. Anche in questo caso fissato il tipo di distribuzione dei dispositivi lungo l'altezza del telaio, la determinazione delle proprietà dei dispositivi è diretta.



## 2.4 Esempi numerici 1 GDL

### 2.4.1 Comportamento del portale nudo e sismi considerati

Il portale in c.a. studiato, le cui caratteristiche sono elencate nella Tab.2.2, è rappresentato in Fig.2.9. Viene considerato solo il comportamento a taglio, avendo ipotizzato la trave orizzontale infinitamente rigida, come è spesso ammissibile nelle strutture in calcestruzzo armato.

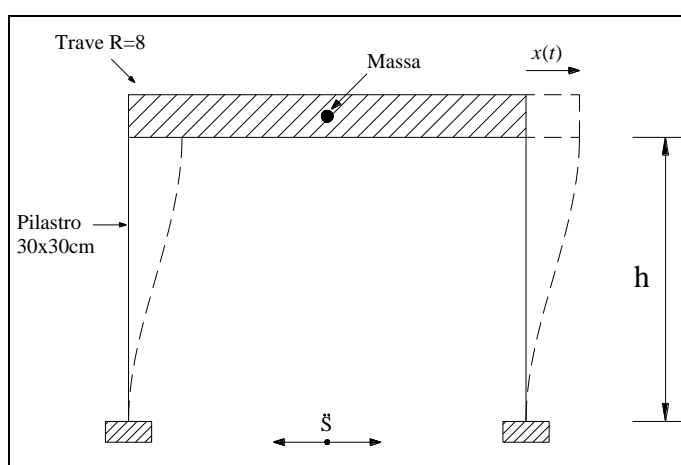


Figura 2.9 Portale ad un grado di libertà

Tabella 2.2 Caratteristiche del portale

Materiale Calcestruzzo					
Rck [N/mm <sup>2</sup> ]	Modulo Eci [N/mm <sup>2</sup> ]	Modulo Eceff [N/mm <sup>2</sup> ]	Massa [kNs <sup>2</sup> /m]		
30	31220	15610	0		
Pilastrì			Piano		
Sezioni [m]	h [m]	J [m <sup>4</sup> ]	K <sub>pil</sub> [kN/m]	Massa [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezza [kN/m]
0.3x0.3	4	6.75 10 <sup>-4</sup>	1937	18.35	3875
Caratteristiche dinamiche					
T <sub>1</sub> =0.432 s	ω <sub>1</sub> =14.53 rad/s	ξ <sub>i</sub> =5%			

L'azione sismica è costituita da 5 sismi internazionali scalati ad un'accelerazione di picco di 0.35g, le cui proprietà sono fornite nella Tab.2.3.

Tabella 2.3 Proprietà dei sismi considerati

Evento	Stazione	Componente	PGA originale [g]	Acc. max originale [cm/sec <sup>2</sup> ]	PGA [g]	Durata [s]	Intervallo di camp. [s]
Imperial Valley (1940)	El Centro	S00E	0.348	341	0.35	53.68	0.02
Kern County (1952)	Taft	S69E	0.179	175	0.35	53.92	0.02
Montenegro (1979)	Petrovac	NS	0.438	429	0.35	19.54	0.02
Chile (1985)	El Almendral	N90W	0.284	278	0.35	71.92	0.02
Northridge (1994)	Newhall	34N118W	0.595	583	0.35	59.92	0.02

Una proprietà per cui si sono scelti questi sismi è che il loro spettro normalizzato medio è compatibile con lo spettro dell'Eurocodice8 per suoli di tipo B, come si può vedere dalla seguente Fig.2.10. Lo spettro di risposta, come noto, si calcola determinando il massimo assoluto della risposta per un'oscillatore semplice al variare del periodo. Per lo spettro elastico considero uno smorzamento interno del 5%, come consuetudine per le strutture in c.a. Gli accelerogrammi sono mostrati in Fig.2.11.

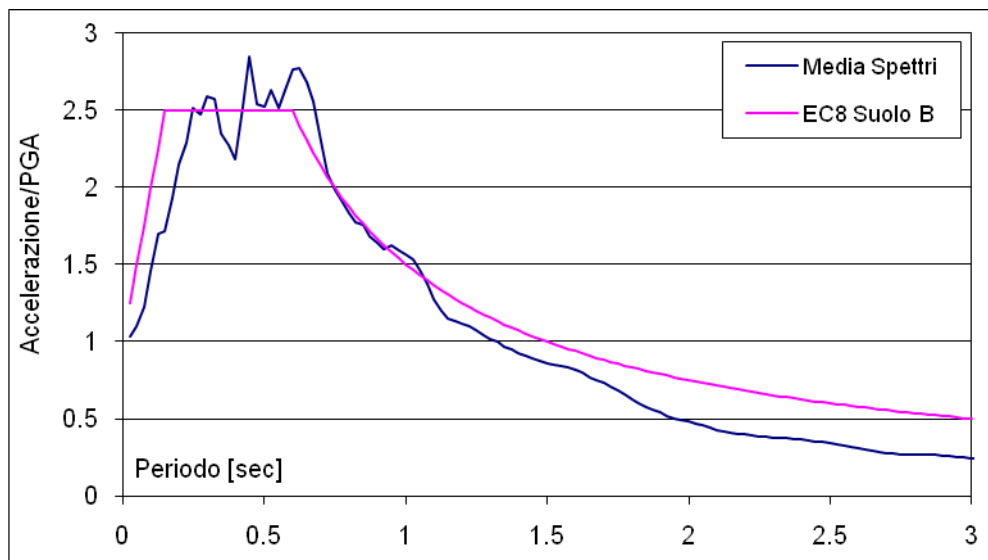


Figura 2.10 Media dei 5 spettri normalizzati

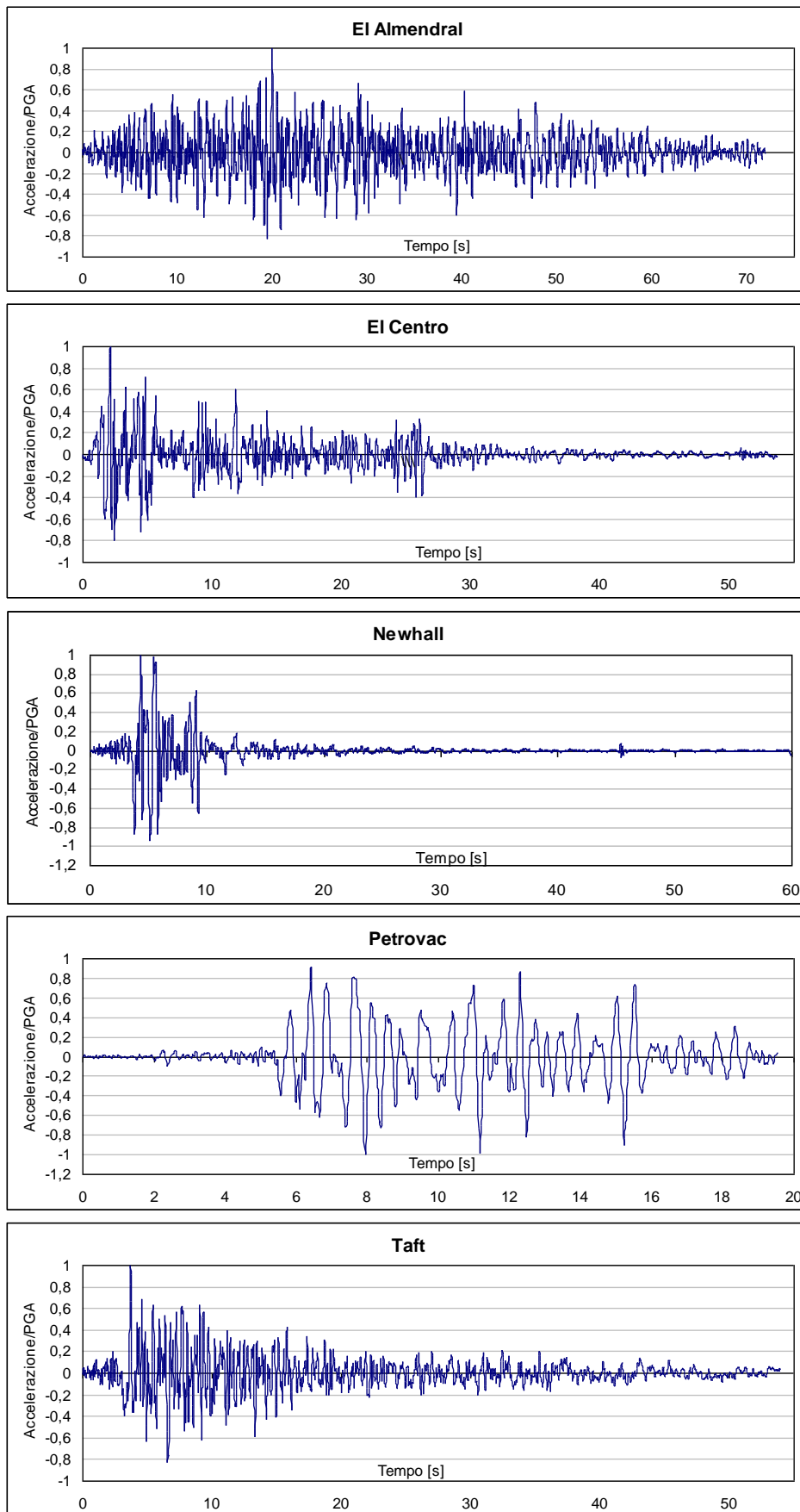


Figura 2.11 Accelerogrammi selezionati normalizzati

La risposta del portale nudo ai vari accelerogrammi è calcolata con il codice di calcolo SAP2000, ipotizzando la struttura sempre in campo elastico. La Tab.2.4 indica le principali quantità di tale risposta.

Confrontiamo ora la media delle risposte massime in termini di spostamento del SAP2000 con quella ricavata dallo spettro di risposta medio per uno smorzamento del 5%. Gli spostamenti medi massimi sono

$$x_{\max}(\text{SAP2000})=4.38\text{cm} \quad x_{\max}(\text{SPETTRO})=4.29\text{cm}$$

quindi l'errore commesso utilizzando lo spettro di risposta è dell'ordine del 2% che è imputabile al diverso metodo di calcolo, in quanto, teoricamente, le due risposte, in questo caso, dovrebbero coincidere esattamente. La Fig.2.12 mostra lo spettro medio normalizzato degli spostamenti dei 5 sismi per vari indici di smorzamento.

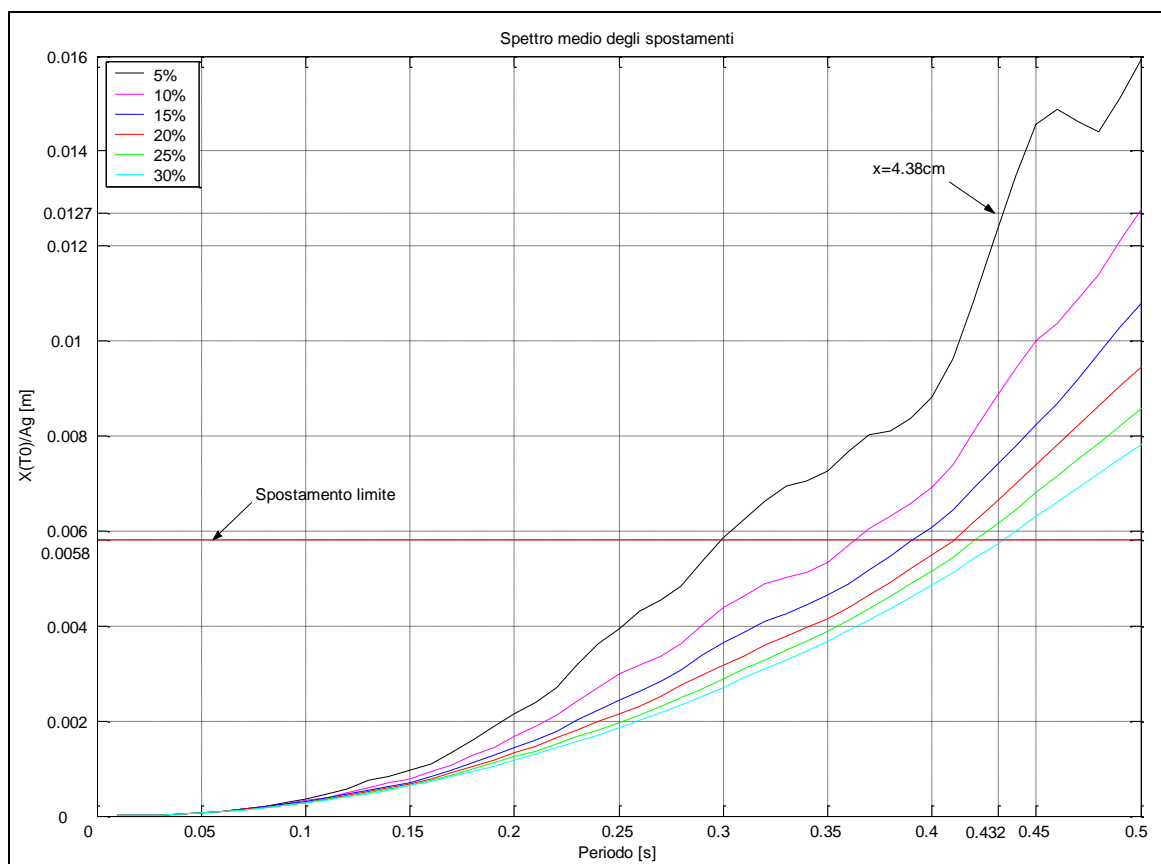


Figura 2.12 Media degli spettri in termini di spostamento

Considero di volere limitare lo spostamento allo 0.5% dell'altezza di piano e quindi a 2cm, tale spostamento è mostrato nella Fig.2.12 dalla linea rossa orizzontale. Lo smorzamento totale richiesto  $\xi_{tot}$  in corrispondenza del periodo naturale è circa il 30%.

		PORTALE NUDO										
Dati portale:		M=18,35 kN s <sup>2</sup> /m ; L=5m H=4m ; Mass and Stiff proportional damping ( $\alpha=1,453$ , $\beta=0,00$ )										
SISMA	Accelerazione di picco	Durata	Spostamento MAX [cm]	Velocità MAX [m/s]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Taglio alla base ritto massimo	Taglio alla base totale			
El Almendral	0,35g	71,92s	-2,597	-0,3676	12,28s	-6,175	17,26s	-50,31	12,38s	-100,62	12,38s	12,38s
El Centro	0,35g	53,68s	3,137	-0,4304	2,42s	-6,767	2,34s	60,78	5,04s	121,56	5,04s	5,04s
NewHall	0,35g	59,92s	3,862	-0,5093	9,42s	7,876	4,46s	74,63	9,32s	149,26	9,32s	9,32s
Petrovac	0,35g	19,54s	-6,971	-1,005	8,56s	-15,07	8,88s	-13,51	8,68s	-27,02	8,68s	8,68s
Taft	0,35g	53,92s	5,343	-0,7806	8,1s	11,15	8,18s	100,35	8,00s	200,7	8,00s	8,00s
<b>Valori Medi</b>			<b>4,38</b>	<b>0,62</b>		<b>9,41</b>		<b>59,92</b>		<b>119,83</b>		<b>169,73</b>
<b>Varianza</b>			2,53	0,057		10,97		819,59		3278,36		3799,77

Tabella 2.4 Riassunto della risposta per il portale nudo.

## 2.4.2 Portale con i dissipatori

Tutti tipi di dissipatori usati sono installati orizzontalmente con dei controventi a V di rigidità tale che la loro influenza può essere trascurata. Ecco una breve descrizione dei dispositivi utilizzati.

### •Dissipatori Metallici:

I dissipatori metallici utilizzati sono costituiti da piatti a X le cui dimensioni sono indicate nella Fig.2.13. Le caratteristiche resistenti del singolo piatto, come spostamento allo snervamento  $D_{yd}^{PL}$ , capacità plastica a taglio  $V_{px}^{PL}$  e rigidità elastica  $K^{PL}$ , sono determinate utilizzando il modello di Whittaker e sono riassunte nella Tab.2.13. Il modello utilizzato per il SAP2000 è quello di Wen.

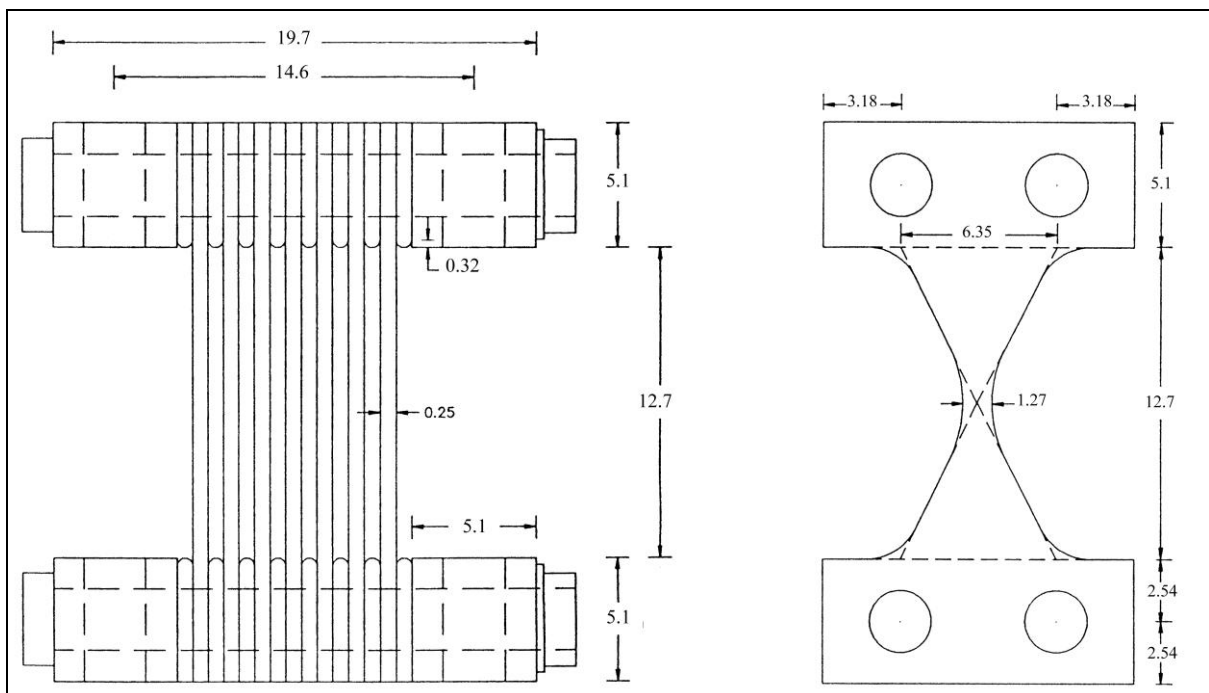


Figura 2.13 Dissipatori metallici ADAS. (Tutte le misure in cm)

### •Dissipatori Viscoelastici:

I dissipatori viscoelastici utilizzati sono realizzati con il polimero acrilico 3M ISD 110, le cui caratteristiche al variare della frequenza, temperatura e deformazione sono note in base alle Eq.2.15. Il dispositivo, le cui caratteristiche sono determinate per una temperatura massima di servizio di  $T=36\text{ }^{\circ}\text{C}$ , è modellato inizialmente con il modello di Kelvin e, per ulteriori confronti, anche con quello equivalente di Maxwell. Infine per

evidenziare l'effetto della temperatura esterna sulla risposta della struttura si ipotizza una temperatura al momento del sisma di  $T=24\text{ }^{\circ}\text{C}$ .

•Dissipatori Fluidoviscosi:

Si ipotizza di utilizzare un dissipatore fluidoviscoso lineare prodotto dalla Taylor Devices Inc. e caratterizzato dal solo coefficiente di smorzamento viscoso,  $C$ . Il comportamento puramente viscoso è ottenuto dando la corretta rigidità nel modello di Maxwell del SAP2000.

Progettando i dissipatori con i criteri dei paragrafi precedenti per ridurre lo spostamento massimo a 2 cm, si ottengono i parametri riassunti nella Tab.2.5. Per confrontare adeguatamente la risposta, ai sismi considerati, del portale originale con quella del portale smorzato, con i vari sistemi di dissipazione, si sono considerati vari parametri, come: il periodo  $T$ , lo spostamento massimo  $D_{max}$ , la velocità  $V_{max}$  e l'accelerazione  $A_{max}$  massime della massa, il taglio  $T_{pil}$  e il momento  $M_{pil}$  massimi di un pilastro, lo sforzo normale massimo  $N_{diag}$  nei diagonali e il taglio alla base massimo  $T_b$ . La media delle risposte ai vari sismi, fornite dal programma SAP2000, è presentata nella Fig.2.14 in forma grafica e nella Tab.2.6 insieme alla riduzione percentuale e alla varianza.

L'aggiunta dei dissipatori ha ridotto considerevolmente la risposta in termini di spostamento, oltre il 50% in tutti i casi, con un errore massimo inferiore al 5%, nel caso dei dispositivi ADAS, rispetto al limite fissato. Questo dimostra la validità del metodo di progettazione dei parametri dei dispositivi almeno per un sistema ad un grado di libertà. Le riduzioni dell'accelerazione, della velocità e del taglio alla base sono massime per i dispositivi FV (60% per la velocità), come ci si sarebbe potuto aspettare, in quanto non aggiungono rigidità al sistema. Mentre per il taglio e lo sforzo normale dei pilastri, le riduzioni sono pressochè uguali per quelli FV (36%) e VE (37%) e leggermente inferiori per gli ADAS (32%). Lo sforzo normale nei diagonali è massimo per i dispositivi FV, ma questo non crea problemi in quanto sono progettati ex-novo per delle sollecitazioni note. Importante, invece, è considerare in fase di progettazione l'aumento di sforzo normale sui diagonali causato dal cambiamento di temperatura nel caso dei dispositivi VE, anche nell'ottica di controllare il percorso che questi sforzi aggiuntivi compiono in una struttura a più gradi di libertà, per es. lo sforzo normale dei pilastri. Infine, il periodo rimane invariato per i dissipatori FV, mentre per i VE e ADAS cala circa della stessa quantità, alla temperatura di  $24^{\circ}\text{C}$  per i VE si ha un'ulteriore riduzione.

Dalla Tab.2.6, si nota, anche, che la varianza delle quantità misurate per ogni sisma rispetto al valore medio cala notevolmente per la struttura con i dissipatori rispetto a quella senza. Cioè, la massima risposta del sistema con i dissipatori, a sismi diversi, varia in un campo più ristretto grazie allo smorzamento aggiunto, e quindi si può dire che è, anche, più prevedibile. Questa osservazione è molto importante nel caso, appunto, di sollecitazione sismiche, in quanto non si sa esattamente il tipo di sollecitazione a cui sarà soggetta una struttura. Nella Tab.2.7 è riportata la risposta massima per ogni singolo sisma.

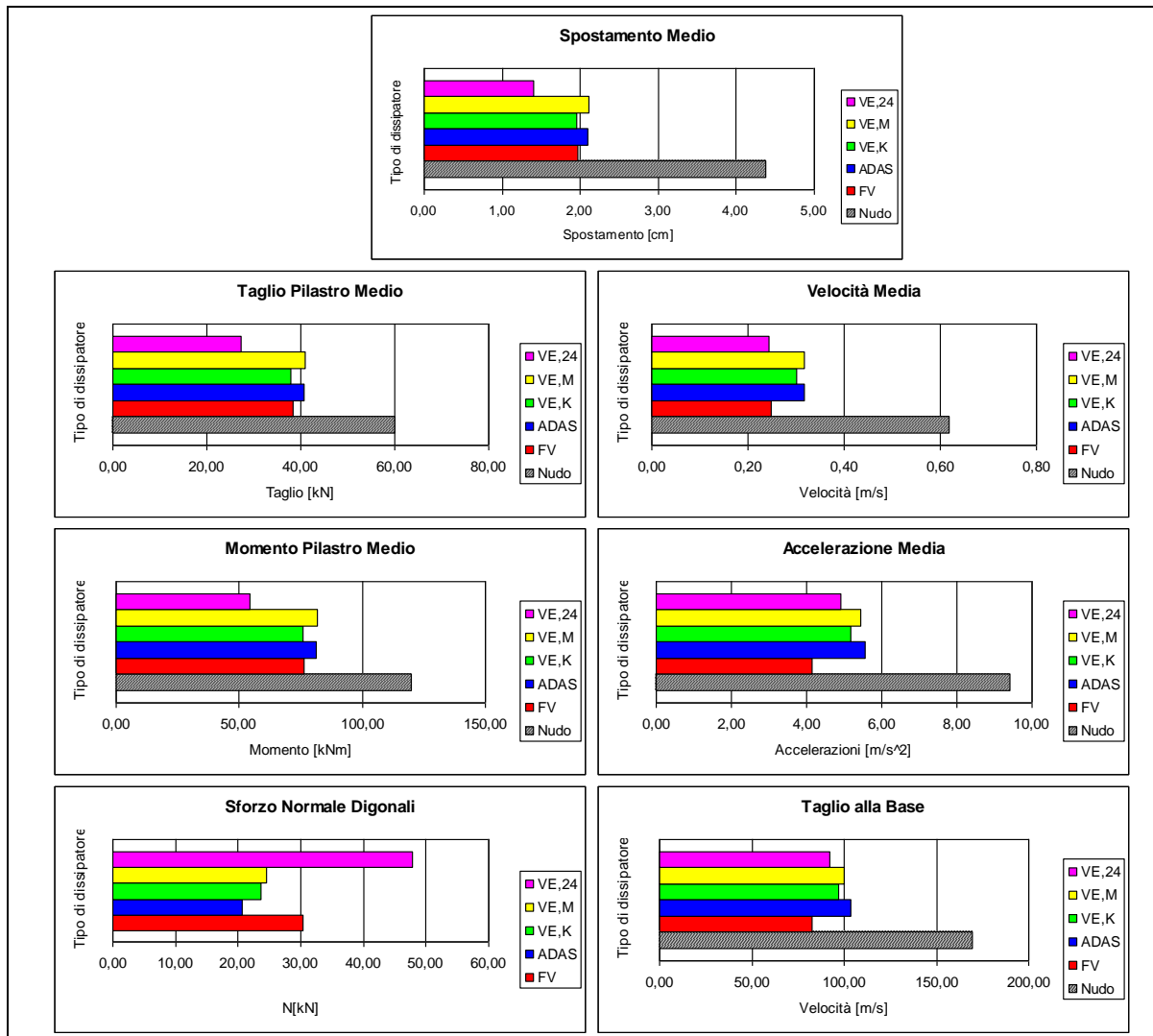


Figura 2.14 Risposta media



Tabella 2.5 Proprietà dei dissipatori

Tipo Dissipatore	Proprietà			
Fluidoviscoso	C=133,4 [kNs/m]			
Metallico (ADAS X Shaped)	1 Piatto		Dispositivo	
	$D_{yd}^{PL} = 0,266$ [cm]		$D_{yd} = 0,266$ [cm]	
	$V_{px}^{PL} = 2,922$ [kN]		$F_{yd} = 16,73$ [kN]	
	$K^{PL} = 1096$ [kN/m]		$K_d = 6289$ [kN/m]	
	$\alpha = 0,05$		$\alpha = 0,05$	
Viscoelastico (Materiale 3M ISD 110)		T=36 [°C] r=20% Kelvin	T=36 [°C] r=20% Maxwell	T=24 [°C] r=20% Kelvin
	$G'$ [N/m <sup>2</sup> ]	302110	302110	740261
	$G''$ [N/m <sup>2</sup> ]	285555	285555	522054
	$\eta$	0,945	0,945	0,705
	A [m <sup>2</sup> ]	0,3335	0,3335	0,3335
	$\delta$ [m]	0,1	0,1	0,1
	$K'_d$ [kN/m]	1027	1945	2515
	$c_d$ [kN/m]	59	126	95
	$\omega$ [Hz]	2,60	2,60	2,97

Tabella 2.6 Risposta Media Massima

Risposta media	Portale NUDO	Dissipatori				
		FV	ADAS	VE,K	VE,M	VE,24
T [s]	0,432	0,432	0,381	0,384	0,384	0,337
$\xi_I$	5%	5%	3,9%	4%	4%	3%
$\xi_d$	/	25%	9%	10%	10%	14%
$D_{max}$ [cm]	4,38 ( $\sigma^2=2,53$ )	1,97 (55%) ( $\sigma^2=0,05$ )	2,10 (52%) ( $\sigma^2=0,18$ )	1,95 (55%) ( $\sigma^2=0,14$ )	2,11 (52%) ( $\sigma^2=0,15$ )	1,40 (68%) ( $\sigma^2=0,02$ )
$V_{max}$ [m/s]	0,62 ( $\sigma^2=0,06$ )	0,25 (60%) ( $\sigma^2=0,001$ )	0,32 (49%) ( $\sigma^2=0,003$ )	0,30 (51%) ( $\sigma^2=0,001$ )	0,32 (49%) ( $\sigma^2=0,001$ )	0,24 (61%) ( $\sigma^2=0,001$ )
$A_{max}$ [m/s <sup>2</sup> ]	9,41 ( $\sigma^2=10,9$ )	4,15 (56%) ( $\sigma^2=0,28$ )	5,55 (41%) ( $\sigma^2=0,58$ )	5,16 (45%) ( $\sigma^2=0,41$ )	5,44 (42%) ( $\sigma^2=0,38$ )	4,91 (48%) ( $\sigma^2=0,62$ )
$T_{pil}$ [kN]	60 ( $\sigma^2=819$ )	38,24 (36%) ( $\sigma^2=18$ )	40,6 (32%) ( $\sigma^2=66$ )	37,9 (37%) ( $\sigma^2=51$ )	41 (32%) ( $\sigma^2=55$ )	27,2 (55%) ( $\sigma^2=8,9$ )
$M_{pil}$ [kNm]	120 ( $\sigma^2=3278$ )	76,5 (36%) ( $\sigma^2=73$ )	81,2 (32%) ( $\sigma^2=263$ )	75,8 (37%) ( $\sigma^2=203$ )	82 (32%) ( $\sigma^2=221$ )	54,4 (55%) ( $\sigma^2=36$ )
$N_{diag}$ [kN]	/	30,3 ( $\sigma^2=822$ )	20,6 ( $\sigma^2=1566$ )	23,7 ( $\sigma^2=1184$ )	24,5 ( $\sigma^2=1354$ )	47,8 ( $\sigma^2=417$ )
$T_b$ [kN]	170 ( $\sigma^2=3800$ )	82,8 (51%) ( $\sigma^2=847$ )	103,7 (39%) ( $\sigma^2=1335$ )	97 (43%) ( $\sigma^2=914$ )	100 (41%) ( $\sigma^2=1140$ )	92 (46%) ( $\sigma^2=1465$ )
Note: VE,K=Dissipatore viscoelastico modello di Kelvin (T=36°) VE,M=Dissipatore viscoelastico modello di Maxwell (T=36°) VE,24=Dissipatore viscoelastico modello di Kelvin (T=24°)						

AGGIUNTA DISPOSITIVO FLUIDO VISCOSO LINEARE													
C=133,4 kN*s/m ; $\alpha=1$ ; MODELLO DI MAXWELL (con passo output step size = 0,02) (alfa=1,45316)													
Dati portale : Kb= $\infty$													
SISMA	Accelerazione di picco	Durata	Spostamento MAX [cm]	Velocità MAX [m/s]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	
EI Almendral	0,35g	71,92s	-1,86	0,2077	3,549	19,46s	-32,17	20,04s	64,34	20,04s	25,29	20,16s	68,54
EI Centro	0,35g	53,68s	-1,904	0,267	4,875	2,18s	-36,88	2,16s	-73,76	2,16s	32,58	2,26s	-78,84
NewHall	0,35g	59,92s	-2,304	0,2477	4,473	4,44s	-44,64	5,56s	-89,28	5,56s	-30,15	5,42s	-94,84
Petrovac	0,35g	19,54s	2,122	0,2829	8,14s	8,04s	41,12	8,04s	82,24	8,04s	-34,62	8,14s	92,12
Taft	0,35g	53,92s	1,878	-0,2367	3,547	3,80s	36,39	6,70s	72,78	6,70s	-28,87	6,80s	79,68
<b>Valori Medi</b>	Riduzione		<b>1,97</b>	<b>54,94</b>	<b>0,25</b>	<b>59,8435</b>	<b>4,15</b>	<b>55,86</b>	<b>38,24</b>	<b>36,177</b>	<b>30,30</b>	<b>76,48</b>	<b>82,78</b>
<b>Varianza</b>	Errore		0,05	-1,32	0,001	0,28	0,26	0,41	18,27	73,10	821,84	-847,30	-1335,30

a)

AGGIUNTA DI 5,7 DISPOSITIVI ADAS-X shaped													
Fy=16,73 kN ; dy=0,266 cm ; $\alpha=0,05$ ; Kb=6289kN/m ; exp=10 ; MODELLO DI WEN ; (alfa=1,45316)													
Dati portale : Kb= $\infty$													
SISMA	Accelerazione di picco	Durata	Spostamento MAX [cm]	Velocità MAX [m/s]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	
EI Almendral	0,35g	71,92s	1,784	0,283	19,50s	18,14s	34,56	19,60s	69,12	19,60s	19,74	19,60s	90,62
EI Centro	0,35g	53,68s	1,587	0,2747	2,26s	2,18s	30,75	2,34s	61,5	2,34s	19,17	2,34s	82,38
NewHall	0,35g	59,92s	-2,356	0,3456	4,52s	-6,273	4,60s	-5,54s	-91,28	5,54s	-21,39	5,54s	114,58
Petrovac	0,35g	19,54s	2,76	0,4059	8,54s	8,88s	53,47	8,44s	106,94	8,44s	22,55	8,44s	131,5
Taft	0,35g	53,92s	1,993	-0,2814	6,78s	5,003	36,61	6,68s	77,22	6,68s	20,34	6,68s	99,38
<b>Valori Medi</b>	Riduzione		<b>2,10</b>	<b>52,15</b>	<b>0,32</b>	<b>48,5725</b>	<b>5,55</b>	<b>41,01</b>	<b>32,228</b>	<b>81,21</b>	<b>32,23</b>	<b>20,64</b>	<b>103,69</b>
<b>Varianza</b>	Errore		0,18	4,8	0,003	0,58	0,26	0,28	262,80	1565,92	-1335,30	-1335,30	

b)

AGGIUNTA DISPOSITIVO VISCO-ELASTICO SOLIDO LINEARE (T=36°C)													
C=59,39 kN*s/m ; $\alpha=1$ ; K= 1027 kN/m; MODELLO DI KELVIN (con passo output step size = 0,02) (alfa=1,45316)													
Dati portale : Kb= $\infty$													
SISMA	Accelerazione di picco	Durata	Spostamento MAX [cm]	Velocità MAX [m/s]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	
EI Almendral	0,35g	71,92s	1,596	0,2608	19,5s	19,46s	30,93	19,60s	61,86	19,60s	20,36	19,56s	79,12
EI Centro	0,35g	53,68s	1,562	0,2669	2,24s	2,34s	30,26	2,34s	60,52	2,34s	20,75	2,30s	77,98
NewHall	0,35g	59,92s	-2,151	0,3378	4,52s	4,44s	-41,68	5,52s	-83,36	5,52s	-24,64	5,48s	106,16
Petrovac	0,35g	19,54s	-2,549	0,3496	8,54s	12,56s	-49,38	7,72s	-98,76	7,72s	-30,69	7,66s	127,34
Taft	0,35g	53,92s	1,916	-0,285	6,78s	5,131	37,13	6,66s	74,26	6,66s	21,97	6,62s	94,56
<b>Valori Medi</b>	Riduzione		<b>1,95</b>	<b>55,37</b>	<b>0,30</b>	<b>51,4986</b>	<b>5,16</b>	<b>45,1</b>	<b>37,88</b>	<b>36,785</b>	<b>36,78</b>	<b>23,68</b>	<b>97,03</b>
<b>Varianza</b>	Errore		0,14	-2,26	0,001	0,41	0,26	0,28	202,90	1183,61	-1335,30	-1335,30	

c)

Tabella 2.7 Risposta massima per ogni sisma. a)FV, b)ADAS, c)VE,K.

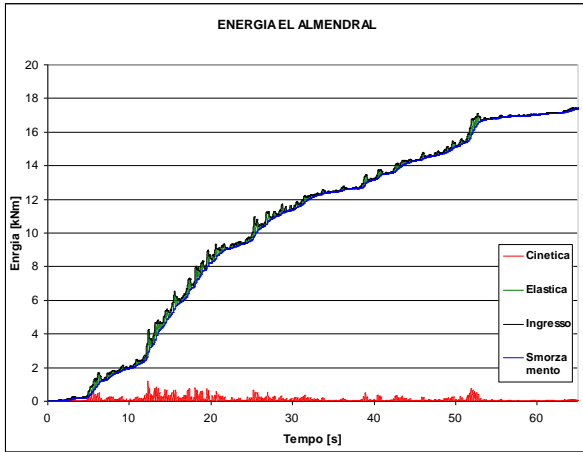
Dati portale :		AGGIUNTA DISPOSITIVO VISCO-ELASTICO SOLIDO LINEARE (T=24°C)											
SISMA		C=95,07 kN*s/m ; $\alpha=1$ ; $k=2515,5$ kN/m; MODELLO DI KELVIN (con passo output step size = 0,02) (alfa=1,45316)											
Accelerazione di picco	Durata	Spostamento MAX [cm]	Velocità MAX [m/s]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]
0,35g	71,92s	1,321	0,2412	-4,188	19,54s	19,58s	37,51	88,2	19,54s	25,59	51,18	19,58s	19,54s
0,35g	53,68s	1,156	0,2276	5,673	2,44s	2,32s	32,82	76,2	2,30s	22,4	44,8	2,28s	2,30s
0,35g	59,92s	1,557	0,2962	-6,033	4,56s	5,20s	40,31	101,52	5,18s	30,17	60,34	5,16s	5,18s
0,35g	19,54s	-1,568	-0,2278	-4,426	12,54s	7,68s	-40,79	101,82	7,68s	-30,38	-60,76	7,64s	7,68s
0,35g	53,92s	1,413	0,2205	4,215	6,84s	6,66s	36,8	6,64s	6,66s	27,37	54,74	6,62s	6,64s
Riduzione		<b>1,40</b>	<b>0,24</b>	<b>4,91</b>	<b>4,784</b>	<b>54,633</b>	<b>47,78</b>	<b>92,05</b>		<b>27,18</b>	<b>54,36</b>	<b>47,78</b>	<b>45,765</b>
Errore		0,02	0,001	0,62			416,56	-1465,57		8,92	35,67		

d)

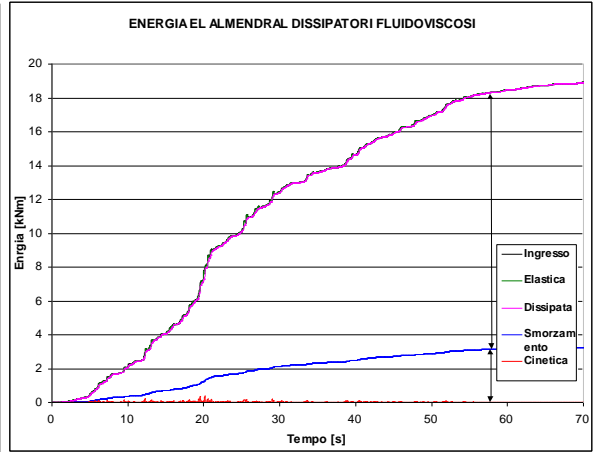
Dati portale :		AGGIUNTA DISPOSITIVO VISCO-ELASTICO SOLIDO LINEARE (T=36°C)											
SISMA		Cm=125,87 kN*s/m ; $\alpha=1$ ; $k_m=1944,5$ kN/m; MODELLO DI MAXWELL (con passo output step size = 0,02) (alfa=1,45316)											
Accelerazione di picco	Durata	Spostamento MAX [cm]	Velocità MAX [m/s]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]	Accelerazione MAX [m/s <sup>2</sup> ]	Taglio alla base ritto [kN]	Momento ritto [kNm]	Sforzo normale diagonali [kN]	Taglio alla base totale massimo [kN]
0,35g	71,92s	1,726	0,2832	4,876	19,46s	19,60s	20,59	84,6	19,60s	33,44	66,88	19,60s	19,60s
0,35g	53,68s	1,687	0,2942	5	2,2s	4,58s	23,36	81,34	2,30s	32,68	65,36	2,30s	2,34s
0,35g	59,92s	-2,366	0,3589	6,572	4,44s	5,52s	25,45	108,92	5,56s	-45,65	-91,3	25,45	5,56s
0,35g	19,54s	-2,7	-0,3572	-5,586	12,56s	7,72s	-28,65	128	7,72s	-52,31	-104,62	7,72s	7,70s
0,35g	53,92s	2,101	0,2964	5,156	8,16s	6,68s	-24,44	6,66s	6,68s	40,71	81,42	6,82s	6,66s
Riduzione		<b>2,11</b>	<b>0,32</b>	<b>5,44</b>	<b>42,2</b>	<b>31,641</b>	<b>24,50</b>	<b>99,92</b>		<b>40,96</b>	<b>81,92</b>	<b>24,50</b>	<b>41,1317</b>
Errore		0,15	0,001	0,38			1353,59	-1139,50		55,20	220,79		

e)

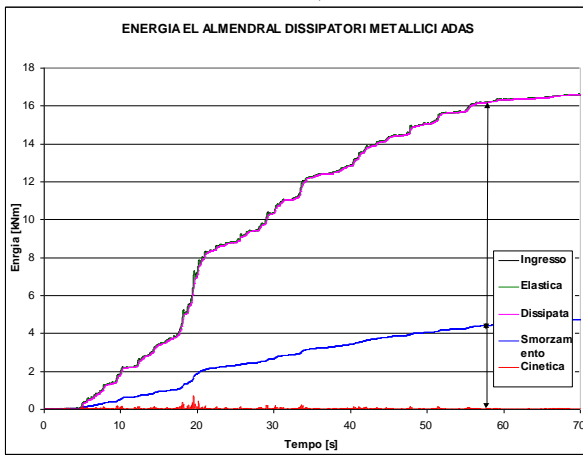
Tabella 2.7 Risposta massima per ogni sisma. d) VE,24, e) VE,M.



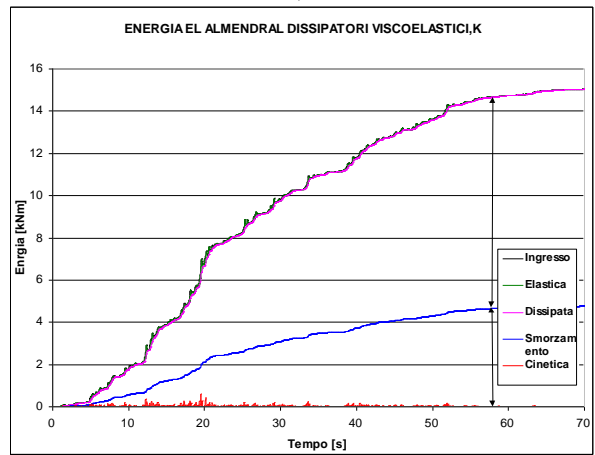
a)



b)

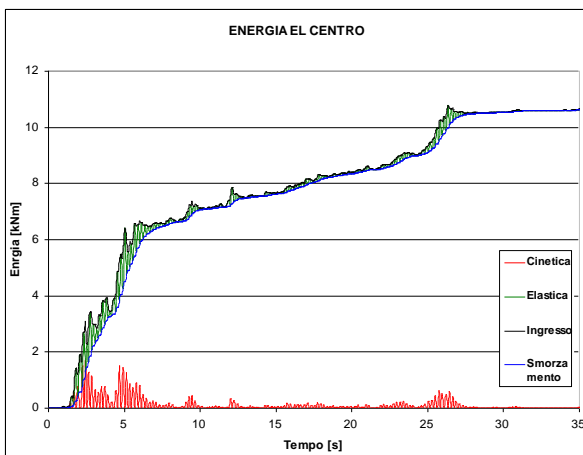


c)

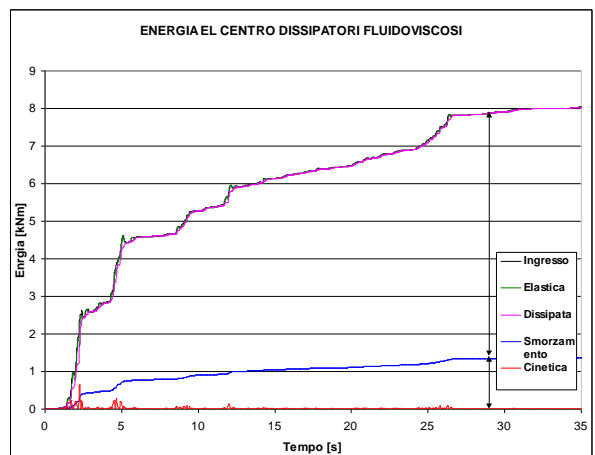


d)

Fig. 2.15 Energia in Ingresso El Almendral  
a)Portale nudo, b)FV, c)ADAS, d)VE,k.

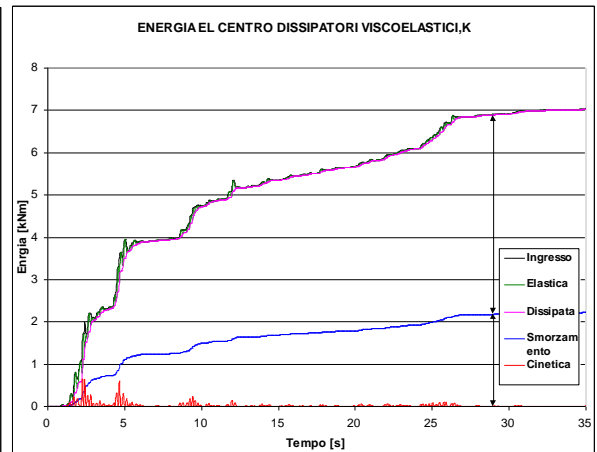
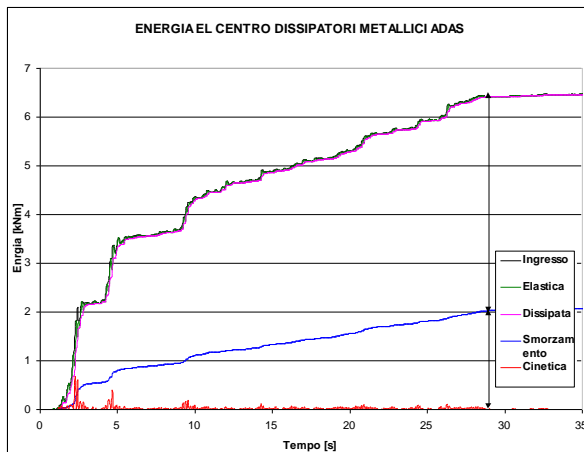


a)

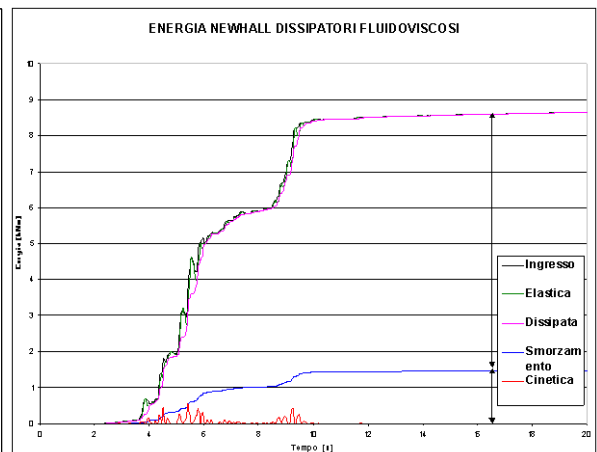
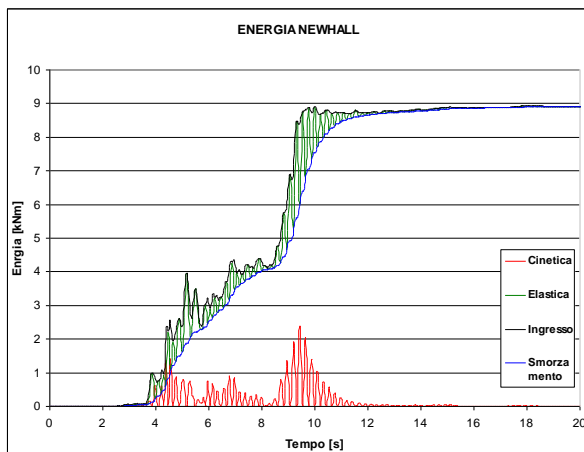


b)

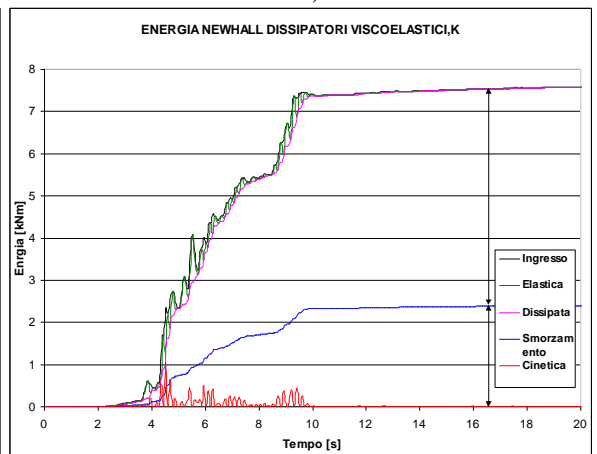
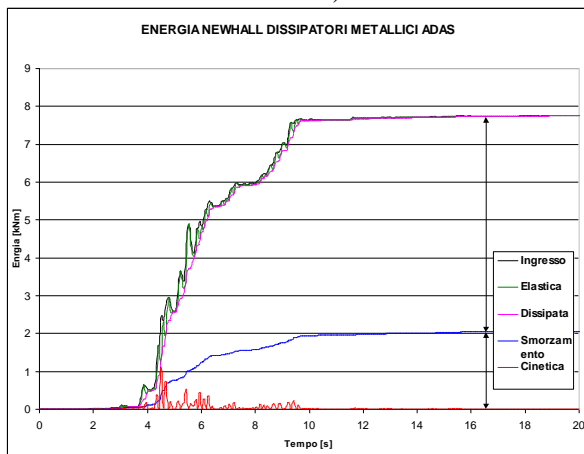
Figura 2.16 Energia in Ingresso El Centro  
a)Portale nudo, b)FV.



c) d)  
 Figura 2.16 Energia in Ingresso El Centro  
 c)ADAS, d)VE.

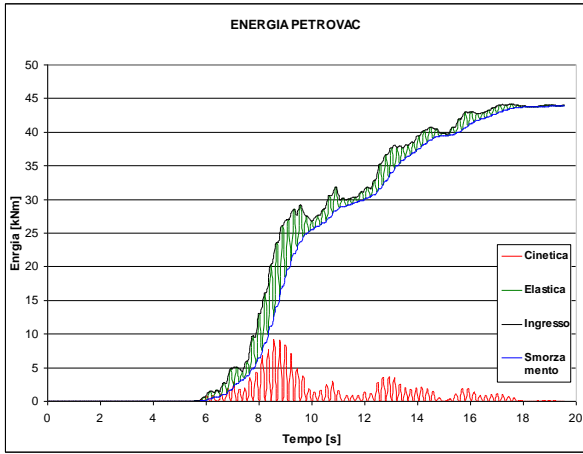


a) b)

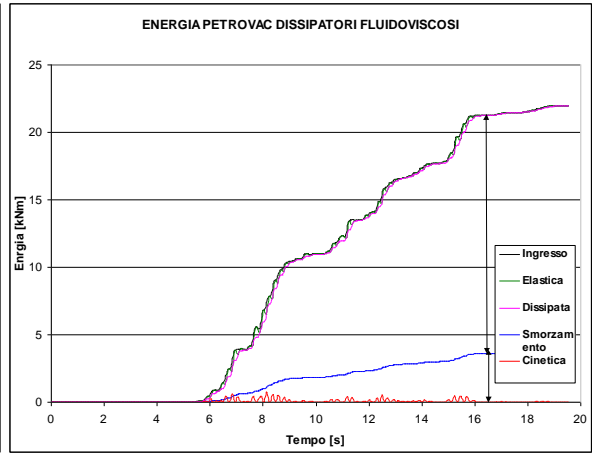


c) d)

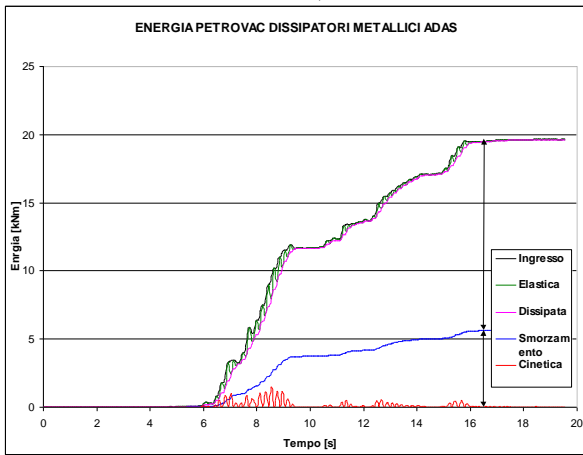
Figura 2.17 Energia in Ingresso Newhall  
 a)Portale nudo, b)FV, c)ADAS, d)VE,k.



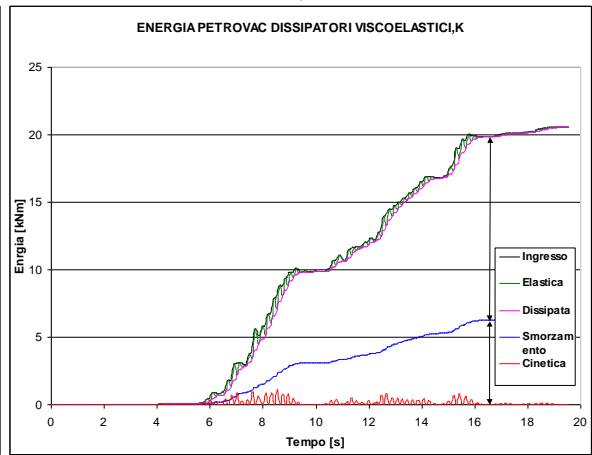
a)



b)

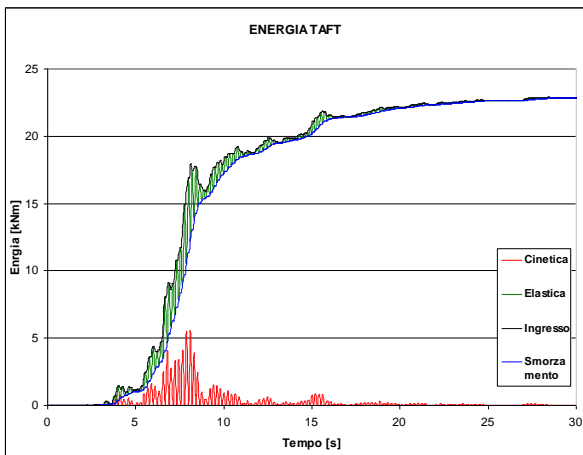


c)

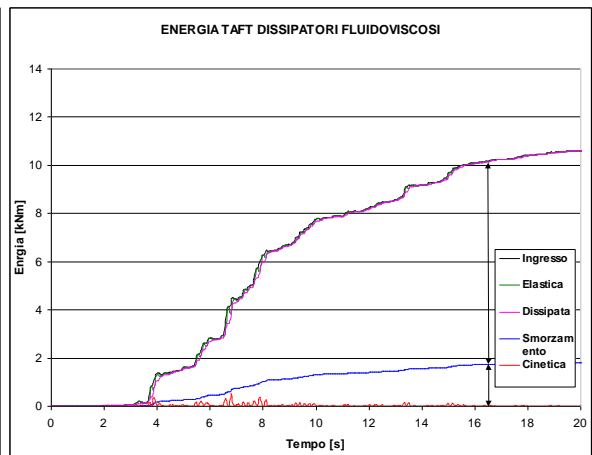


d)

Figura 2.18 Energia in Ingresso Petrovac  
a)Portale nudo, b)FV, c)ADAS, d)VE,k.

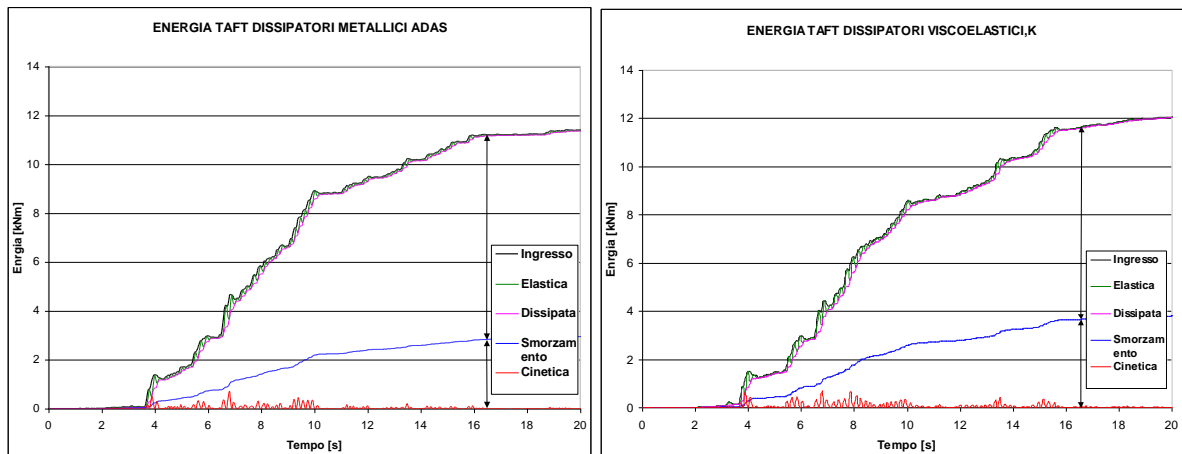


a)



b)

Figura 2.19 Energia in Ingresso Taft  
a)Portale nudo, b)FV.

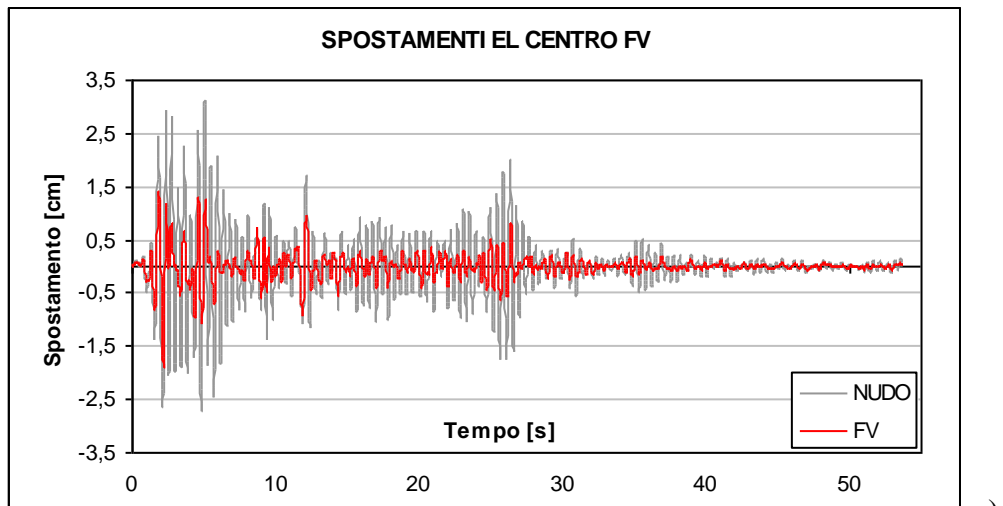


c) d)  
 Figura 2.19 Energia in Ingresso Taft  
 c)ADAS, d)VE.

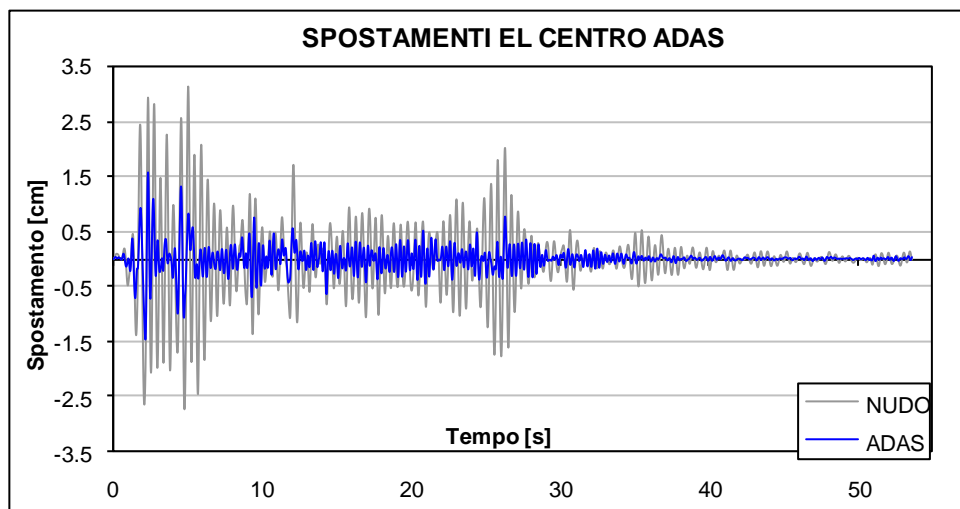
Nelle Fig.2.15-2.19 sono rappresentate le time history dell'energia in ingresso per il portale soggetto ai vari sismi ed equipaggiato con i vari dissipatori. Nei casi di portale nudo, Fig.2.15a-2.19a, la maggior parte dell'energia è dissipata dallo smorzamento interno avendo supposto la struttura elastica. Tuttavia nella realtà, una struttura ordinaria soggetta a sismi di una certa intensità, come quelli utilizzati attualmente in questo studio, evidenzierà un danneggiamento più o meno grave, quindi con escursioni in campo plastico, e gran parte dell'energia in ingresso sarà dissipata dall'energia isteretica sviluppatasi con il danneggiamento. Quindi il caso del portale nudo è mostrato per effettuare un confronto sull'energia in ingresso e non è rappresentativo del comportamento reale. Nei casi del portale con i dissipatori è, invece, lecito aspettarsi un comportamento elastico della struttura durante il sisma, come si può vedere dalle Fig. 2.15b-d-2.19b-d, in quanto la maggior parte dell'energia in ingresso è dissipata dai vari dispositivi. Globalmente, la quantità totale di energia in ingresso varia in funzione del sisma e del tipo di dissipatore, e dalle analisi effettuate si può vedere che, in generale, cala nella maggior parte dei casi e quando aumenta l'incremento è trascurabile.

Nella Fig.2.20 vengono mostrate le storie degli spostamenti con e senza i dissipatori per l'accelerogramma El Centro. Si può notare la considerevole diminuzione dello spostamento massimo.

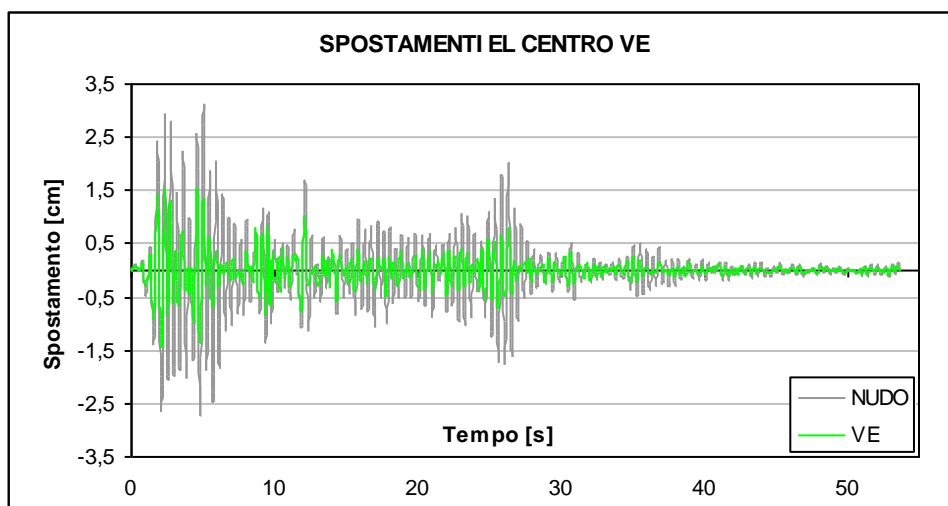




a)



b)



c)

Figura 2.20 Confronto tra le time-history degli spostamenti  
a)FV, b)ADAS, c)VE.

## 2.5 Esempi numerici 3 GDL

### 2.5.1 Comportamento del telaio nudo

Il telaio utilizzato in questa sezione è la generalizzazione a tre gradi di libertà del portale studiato precedentemente. Le caratteristiche resistenti e dinamiche sono illustrate nella Tab.2.8.

Tabella 2.8 Caratteristiche del telaio 3GDL

Caratteristiche resistenti						
Piano	Massa [kNs <sup>2</sup> /m]		Rigidezza [kN/m]			
1°	18,35		3875			
2°	18,35		3875			
3°	18,35		3875			
Caratteristiche dinamiche						
Periodo [s]	Massa Eccitata [%]	Fattori di Partecipazione	Deformate Modali [ $\Phi$ ]			
			Piano	1°MDV	2°MDV	3°MDV
T1=0,972	91,41	1,22	3°	1	-0,802	-0,445
T2=0,347	7,49	0,349	2°	0,802	0,445	1
T3=0,240	1,10	0,134	1°	0,445	1	-0,802

L'azione sismica è costituita dai 5 accelerogrammi del paragrafo precedente scalati sempre ad un'accelerazione di picco di 0.35g.

Confrontiamo lo spostamento medio massimo ottenuto dal programma SAP2000 con quelli ricavati dallo spettro di risposta medio ( $\xi=5\%$ ), rispettivamente, combinando tutti i MDV ed utilizzando solo il 1°MDV. Gli spostamenti medi massimi sono

	SAP2000	TUTTI MDV	1°MDV
$x_{max}$ [cm] (Err%)	16,05	15,99 (0,037%)	15,98 (0,4%)

In questo caso le risposte sono coincidenti. Considero di volere ridurre lo spostamento all'ultimo piano del 50% e, quindi, a 8 cm. Lo smorzamento totale richiesto  $\xi_{tot}$  in corrispondenza del periodo naturale è circa il 24%.

## 2.5.2 Telaio con i dissipatori

Utilizzando la stessa configurazione di installazione del paragrafo precedente, considerando l'effetto dei controventi trascurabile e utilizzando i criteri dei Par.2.2.2-2.2.4, al fine di raggiungere la riduzione di spostamento voluta si sono determinate le caratteristiche dei dispositivi riassunte nella Tab.2.9. Per ogni tipo di dissipatore si sono ipotizzate due distribuzioni delle relative proprietà lungo l'altezza, una uniforme (UNIF) lungo l'altezza e l'altra direttamente proporzionale (PROP) agli spostamenti interpiano del 1°MDV del telaio nudo.

Tabella 2.9a Proprietà dei dissipatori FV

Dissipatori Fluidoviscosi (FV)				
Piano	UNIF		PROP	
	$C_i$ [kNs/m]	$[\Phi_r^I]$	$C_i$ [kNs/m]	
3°	227	0,198	116,7	
2°	227	0,357	209,6	
1°	227	0,445	261,4	
$\sum C_i =$	681	1	587,7	

Tabella 2.9b Proprietà dei dissipatori ADAS

Dissipatori Isteretici Metallici (ADAS)						
Piano	UNIF			PROP		
	$K_{d,i}$ [kN/m]	$F_{yd,i}$ [kN]	$K_{deff,i}$ [kN/m]	$K_{d,i}$ [kN/m]	$F_{yd,i}$ [kN]	$K_{deff,i}$ [kN/m]
3°	18674	49,67	3950	9943	26,45	2103
2°	18674	49,67	2607	17916	47,66	2502
1°	18674	49,67	2276	22341	59,43	2723
$\sum K_{d,i} =$	56022	149	/	50200	133,54	/

Note:  $D_{yd}=0,266$  [cm],  $\alpha=0,05$

Tabella 2.9c Proprietà dei dissipatori VE

Dissipatori Viscoelastici (VE)						
Piano	UNIF			PROP		
	$k'_{d,i}$ [kN/m]	$c_{d,i}$ [kN/m]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]	$k'_{d,i}$ [kN/m]	$c_{d,i}$ [kN/m]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]
3°	1550	218,6	0,955	796	112,4	0,490
2°	1550	218,6	0,955	1435	202,6	0,884
1°	1550	218,6	0,955	1789	252,6	1,102
$\sum k'_{d,i} =$	4650	655,8	2,865	4020	567,6	2,476

Note: T(°C)=36, r=20%,  $\omega$ [Hz]=1,22,  $\delta$ [m]=0,14,  $G'$ [N/m<sup>2</sup>]=222959,  $G''$ [N/m<sup>2</sup>]=240618,  $\eta=1,08$

Tabella 2.10 Parametri di risposta della struttura 3GDL

Risposta media	Portale NUDO	Dissipatori					
		FV		ADAS		VE	
		UNIF	PROP	UNIF	PROP	UNIF	PROP
$T_l$ [s]	0,972	0,972	0,972	0,755	0,753	0,821	0,822
$\xi_l$	5%	5%	5%	3%	3%	3,6%	3,6%
$\xi_d$	/	19%	19%	14,5%	14,3%	15,4%	15,4%
$D_{max}$ [cm]	16,05	7,90	8,03	8,37	8,24	7,98	8,23
Rid.(%)	/	(51%)	(50%)	(47,9%)	(48,6%)	(50%)	(48,7%)
ERR(%)	/	(-1,21%)	(0,37%)	(4,56%)	(3%)	(-0,18%)	(2,88%)
$\sigma^2$ [cm <sup>2</sup> ]	(16,90)	(6,65)	(6,81)	(10,85)	(10,78)	(5,7)	(5,9)

Il periodo e lo smorzamento interno della struttura nuda e con i dispositivi, lo smorzamento aggiuntivo dei dissipatori e la risposta massima in termini di spostamento dell'ultimo piano sono elencati nella Tab.2.10. Il periodo cala di poco per i dispositivi VE, più sensibilmente per i dispositivi ADAS, mentre rimane invariato per quelli FV. A causa del cambiamento nel periodo, per i VE e gli ADAS cala anche lo smorzamento interno. Si può notare che lo smorzamento richiesto ai dissipatori è massimo per quelli FV, mentre è minimo per gli ADAS in quanto irrigidiscono maggiormente la struttura. Dall'ultima riga della Tab.2.10 si può verificare la validità del metodo di progettazione anche per la struttura a 3 DOF, in quanto l'errore massimo relativo alla riduzione dello spostamento dell'ultimo piano è minore del 4.5%. Come nel caso precedente, anche la varianza della risposta rispetto al valore medio cala nella struttura con i dissipatori.

Nelle Fig.2.21a-c è mostrato il confronto tra le prestazioni dei vari tipi di dissipatori ed anche il confronto tra i due tipi di distribuzioni ipotizzate. In termini di spostamento, le due distribuzioni danno risultati simili per i FV e i VE, mentre la distribuzione PROP migliora la risposta per gli ADAS. La riduzione della media dei massimi spostamenti interpiano, occorsa al primo piano, è dell'ordine del 50% per i FV e i VE, e del 44% per gli ADAS. La velocità interpiano massima del primo piano cala del 45% per i FV e i VE, e del 30% per gli ADAS. L'accelerazione massima cala del 31% per i FV, del 20% per i VE, e del 12% per gli ADAS. Il momento e il taglio del singolo pilastro calano per tutti i dispositivi, circa, del 45%. Il taglio alla base è minimo per i FV con una riduzione del 44% e massimo per gli ADAS con una riduzione solo del 13%. Gli sforzi normali aggiuntivi nei pilastri e quelli nei diagonali, mostrati nella Fig.2.21c, sono più elevati per la distribuzione uniforme.

La riduzione complessiva delle dimensioni dei dispositivi FV ADAS e VE, misurata in funzione della variazione dei parametri  $\sum C_i$ ,  $\sum K_{d,i}$ ,  $\sum k'_{d,i}$ , tra la distribuzione proporzionale e quella uniforme è, rispettivamente, del 13.7%, 10.4% e del 13.5%. Come si può vedere dalla Fig.8.14, che mostra le time history degli spostamenti dell'ultimo piano per l'accelerogramma di El Centro, le risposte delle due diverse distribuzioni sono praticamente identiche per tutti e tre i dispositivi.

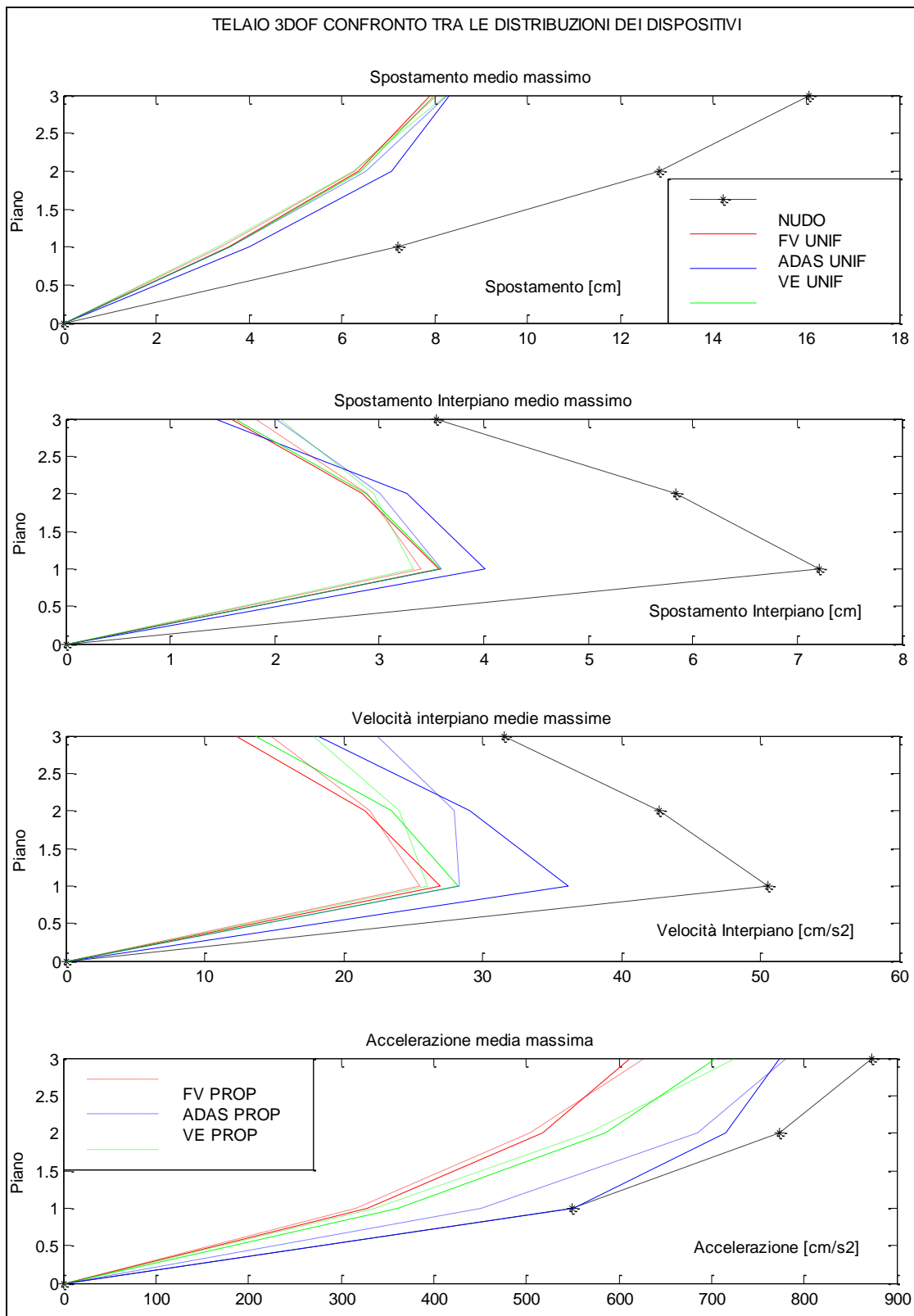


Figura 2.21a Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

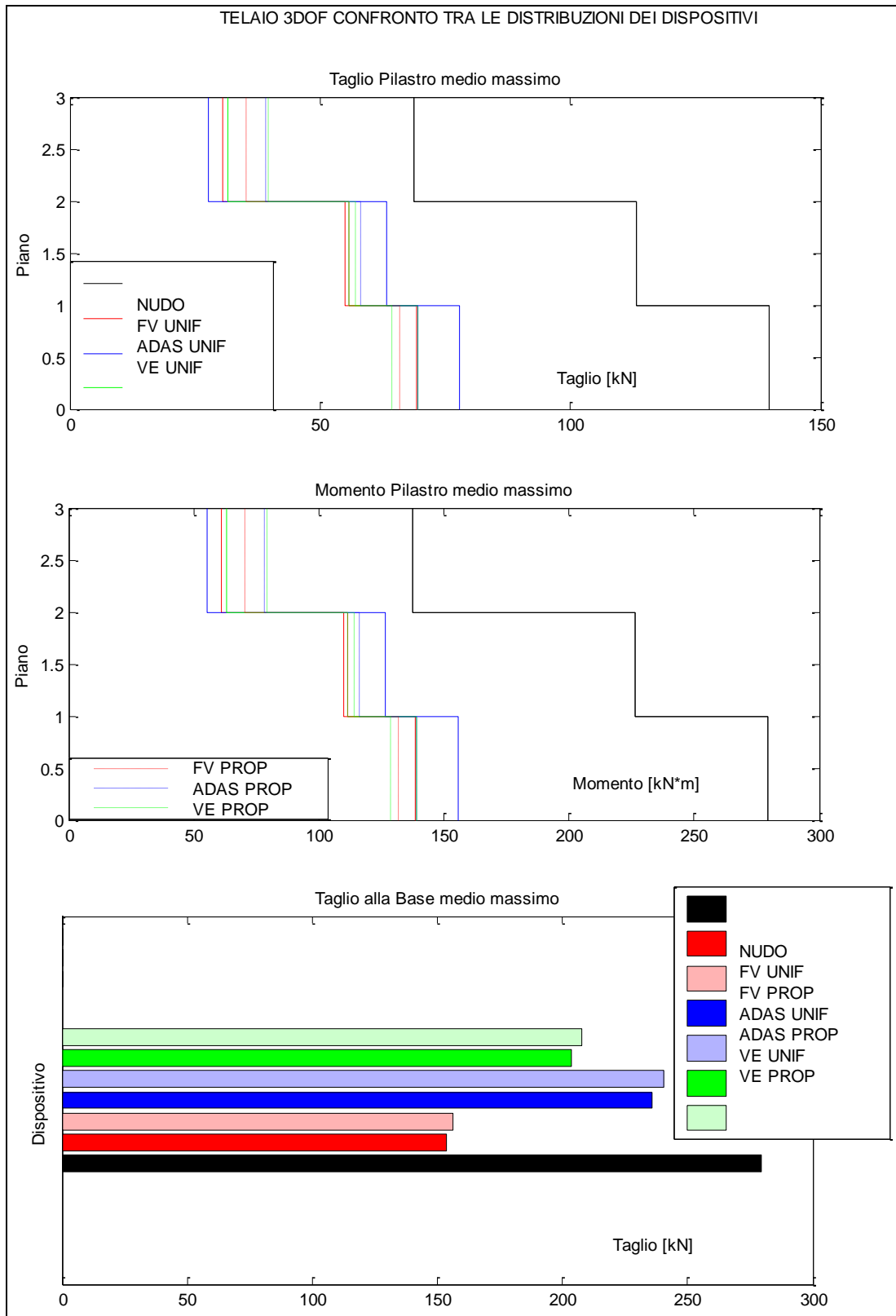


Figura 2.21b Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

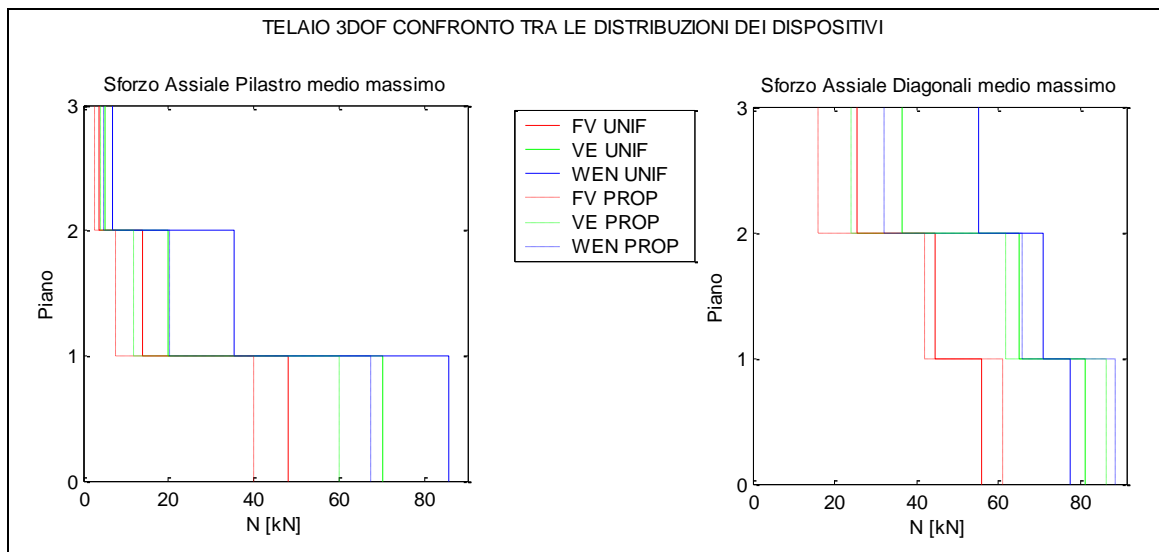


Figura 2.21c Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

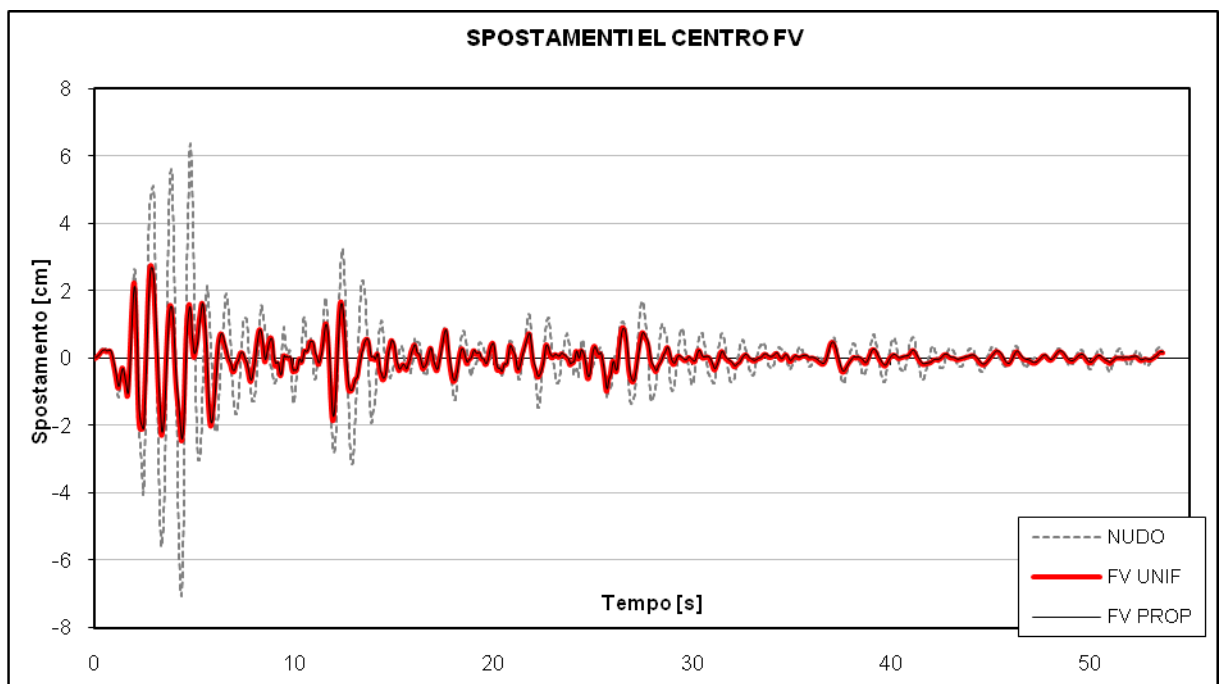
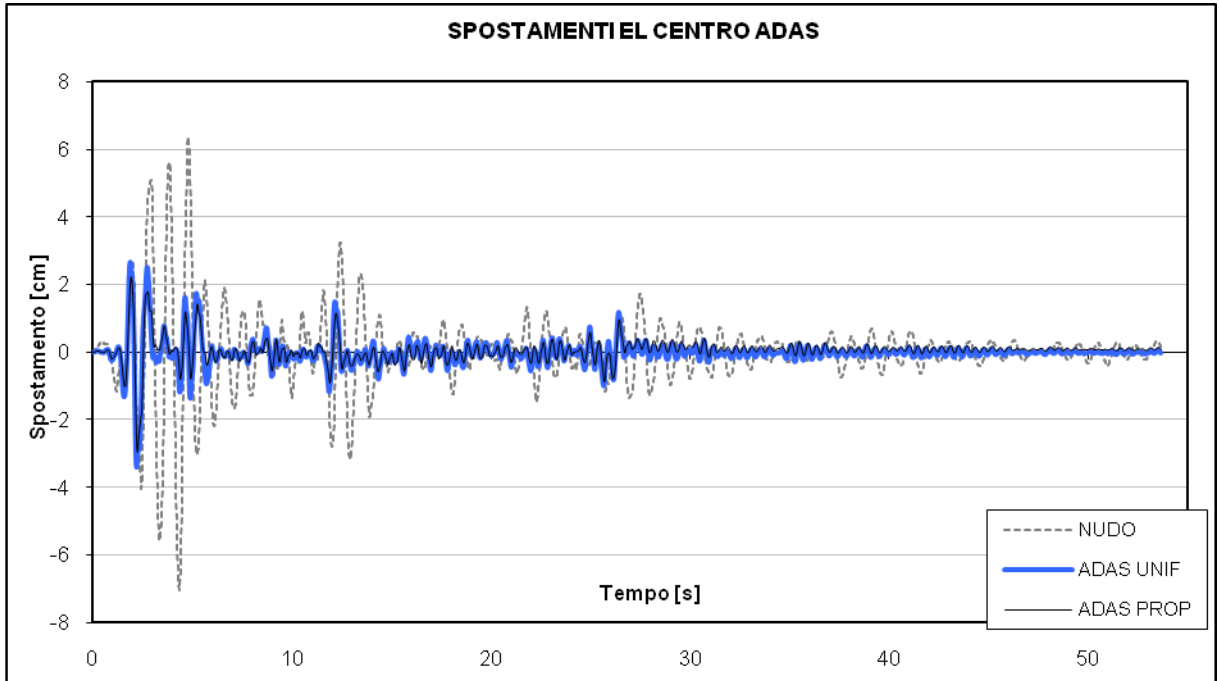
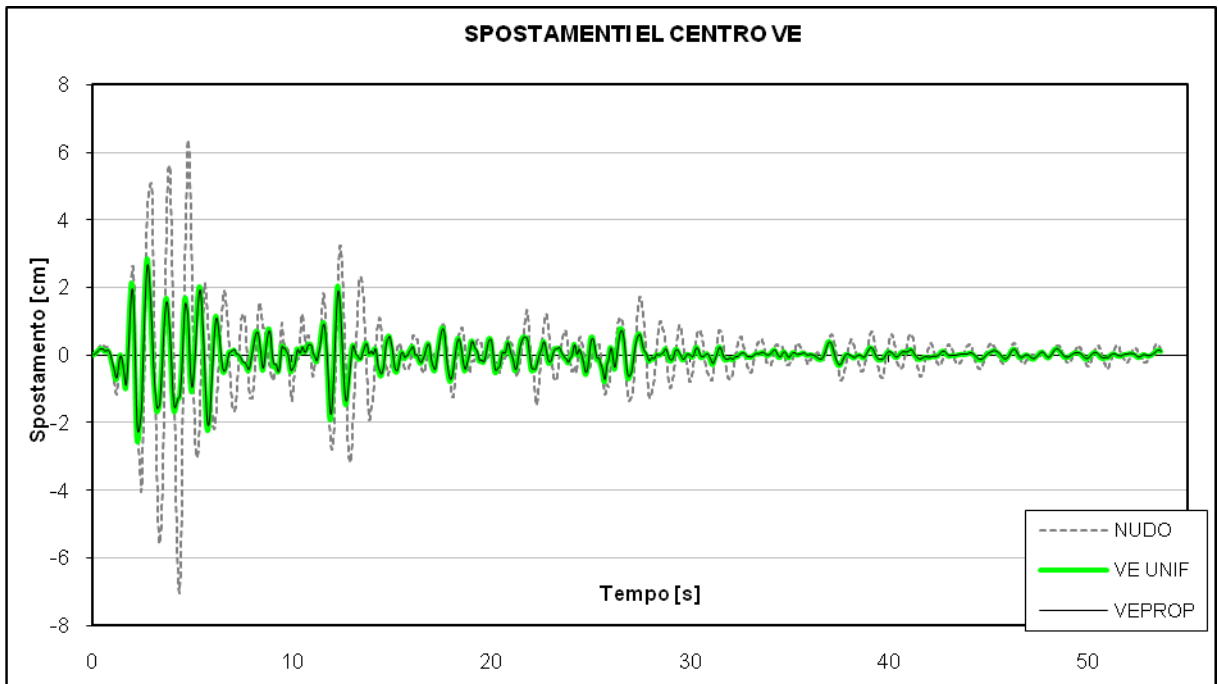


Figura 2.22 Confronto tra le time-history degli spostamenti dell'ultimo piano  
a)FV



b)



c)

Figura 2.22 Confronto tra le time-history degli spostamenti dell'ultimo piano  
b)ADAS, c)VE.



## 2.6 Esempi numerici 8 GDL

### 2.6.1 Comportamento del telaio nudo

Le caratteristiche resistenti e dinamiche del telaio a 8GDL sono illustrate nella Tab.2.11.

Tabella 2.11a Caratteristiche del telaio 8GDL

Caratteristiche resistenti			
Piano	Massa [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezza [kN/m]	
1°	18,35	3875	
2°	18,35	3875	
3°	18,35	3875	
4°	18,35	3875	
5°	18,35	3875	
6°	18,35	3875	
7°	18,35	3875	
8°	18,35	3875	
Caratteristiche dinamiche			
MDV	Periodo [s]	Massa Eccitata [%]	Fattori di Partecipazione
1	2,343	85,6	1,264
2	0,789	9,083	0,411
3	0,485	2,97	-0,235
4	0,358	1,29	0,155
5	0,292	0,61	0,106
6	0,254	0,28	0,072
7	0,231	0,11	-0,045
8	0,219	0,026	-0,022

Tabella 2.11b Caratteristiche del telaio 8GDL

Matrice delle deformate modali normalizzate								
Piano	1°MDV	2°MDV	3°MDV	4°MDV	5°MDV	6°MDV	7°MDV	8°MDV
8°	1,000	-0,966	-0,899	-0,801	0,677	-0,529	-0,363	0,185
7°	0,966	-0,677	-0,185	0,363	-0,801	1,000	0,899	-0,529
6°	0,899	-0,185	0,677	1,000	-0,529	-0,363	-0,966	0,801
5°	0,801	0,363	1,000	0,185	0,899	-0,677	0,529	-0,966
4°	0,677	0,801	0,529	-0,899	0,363	0,966	0,185	1,000
3°	0,529	1,000	-0,363	-0,677	-0,966	-0,185	-0,801	-0,899
2°	0,363	0,899	-0,966	0,529	-0,185	-0,801	1,000	0,677
1°	0,185	0,529	-0,801	0,966	1,000	0,899	-0,677	-0,363

L'azione sismica è costituita dai 5 accelerogrammi del Par.2.4.1 scalati sempre ad un'accelerazione di picco di 0.35g.

Confrontiamo lo spostamento medio massimo ottenuto dal programma SAP2000 con quelli ricavati dallo spettro di risposta medio ( $\zeta=5\%$ ), rispettivamente, combinando tutti i MDV ed utilizzando solo il 1°MDV. Gli spostamenti medi massimi sono

	SAP2000	TUTTI MDV	1°MDV
$x_{max}$ [cm] (Err%)	23,13	22,98(0,65%)	22,60 (2,3%)

In questo caso le risposte sono coincidenti se si combinano tutti i MDV e l'approssimazione del 1°MDV resta comunque ancora accettabile con un errore nello spostamento solo del 2.3%, in quanto la massa eccitata dal 1°MDV è ancora preponderante rispetto a quella dei modi residui.

Considero di volere ridurre lo spostamento all'ultimo piano del 30% e, quindi, a 16cm. Lo smorzamento totale richiesto  $\xi_{tot}$  in corrispondenza del periodo naturale è circa il 16,6%, come si può vedere dalla Fig.2.23.

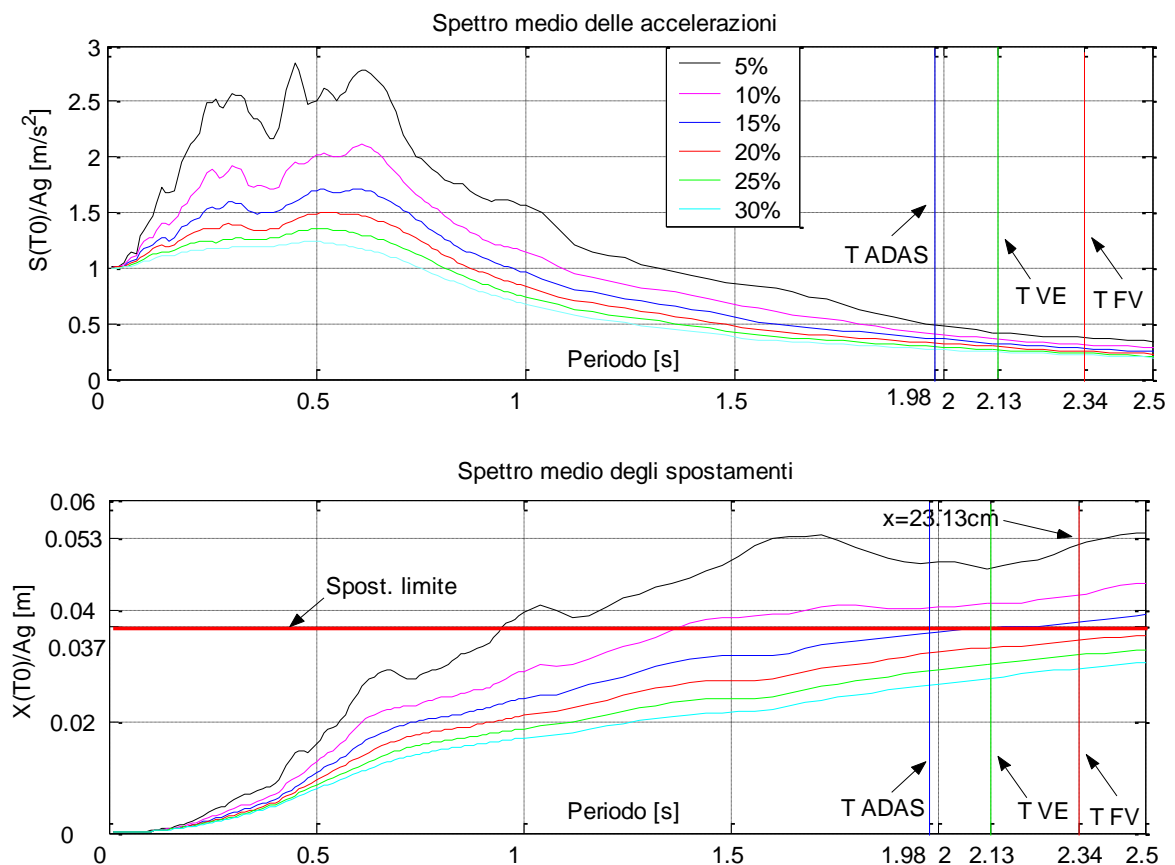


Figura 2.23 Spettri di risposta in termini di spostamento ed accelerazioni

## 2.6.2 Telaio con i dissipatori

Con le ipotesi dei casi precedenti (Par.2.4, Par.2.5) si sono determinate le caratteristiche dei dispositivi riassunte nella Tab.2.12.

Tabella 2.12a Proprietà dei dissipatori FV

Dissipatori Fluidoviscosi (FV)			
Piano	UNIF		PROP
	$C_i$ [kNs/m]	$[\Phi_{r,l}]$	$C_i$ [kNs/m]
8°	334,4	0,034	72,4
7°	334,4	0,067	142,3
6°	334,4	0,098	207,4
5°	334,4	0,125	265,4
4°	334,4	0,148	314,4
3°	334,4	0,166	352,6
2°	334,4	0,178	378,9
1°	334,4	0,185	392,2
$\sum C_i =$	2675	1	2126

Tabella 2.12b Proprietà dei dissipatori ADAS

Dissipatori Isteretici Metallici (ADAS)						
Piano	UNIF			PROP		
	$K_{d,i}$ [kN/m]	$F_{yd,i}$ [kN]	$K_{deff,i}$ [kN/m]	$K_{d,i}$ [kN/m]	$F_{yd,i}$ [kN]	$K_{deff,i}$ [kN/m]
8°	9886,5	26,3	5079,5	2131,8	5,7	1095,3
7°	9886,5	26,3	2826,6	4190,9	11,1	1198,2
6°	9886,5	26,3	2094,8	6107,4	16,2	1294,1
5°	9886,5	26,3	1744,9	7815,9	20,8	1379,5
4°	9886,5	26,3	1550,1	9258,2	24,6	1451,6
3°	9886,5	26,3	1435,5	10385,2	27,6	1507,9
2°	9886,5	26,3	1370,3	11158,6	29,7	1546,6
1°	9886,5	26,3	1340,5	11552	30,7	1566,6
$\sum K_{d,i} =$	79092	210,4	/	62600	133,54	/
Note: $D_{yd}=0,266$ [cm], $\alpha=0,05$						

Tabella 2.12c Proprietà dei dissipatori VE

Dissipatori Viscoelastici (VE)						
Piano	UNIF			PROP		
	$k'_{d,i}$ [kN/m]	$c_{d,i}$ [kN/m]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]	$k'_{d,i}$ [kN/m]	$c_{d,i}$ [kN/m]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]
8°	820	353,4	0,736	177,08	76,4	0,159
7°	820	353,4	0,736	348,13	150,2	0,313
6°	820	353,4	0,736	507,32	218,9	0,456
5°	820	353,4	0,736	649,24	280,1	0,583
4°	820	353,4	0,736	769,05	331,8	0,691
3°	820	353,4	0,736	862,67	372,2	0,775
2°	820	353,4	0,736	926,91	400	0,832
1°	820	353,4	0,736	959,59	414	0,862
$\sum k'_{d,i} =$	6560	2827	5,892	5200	2243,6	4,671
Note:	T(°C)=36, r=20%, $\omega$ [Hz]=0,47, $\delta$ [m]=0,14, G'[N/m <sup>2</sup> ]=152916, G''[N/m <sup>2</sup> ]=194549, $\eta$ =1,27			T(°C)=36, r=20%, $\omega$ [Hz]=0,47, $\delta$ [m]=0,14, G'[N/m <sup>2</sup> ]=152916, G''[N/m <sup>2</sup> ]=194549, $\eta$ =1,27		

Tabella 2.13 Parametri di risposta della struttura 8GDL

Risposta media	Portale NUDO	Dissipatori					
		FV		ADAS		VE	
		UNIF	PROP	UNIF	PROP	UNIF	PROP
$T_l$ [s]	2,343	2,343	2,343	1,983	1,993	2,129	2,131
$\xi_l$	5%	5%	5%	3,5%	3,6%	4,1%	4,1%
$\xi_d$	/	11,6%	11,6%	10%	10%	11%	11%
$D_{max}$ [cm]	23,13	16,01	16,25	15,95	16,38	16,05	16,29
Rid.(%)	/	(31%)	(29,7%)	(31%)	(29%)	(30,6%)	(29%)
Err(%)	/	(0,09%)	(1,7%)	(0,3%)	(2,4%)	(-0,3%)	(2,4%)
$\sigma^2$ [cm <sup>2</sup> ]	(74,51)	(29,09)	(30,32)	(35,66)	(36,59)	(29,12)	(30,19)

Dalla Tab.2.13 e dalla Fig.2.23 si può vedere che il periodo del 1°MDV si abbassa sensibilmente per gli ADAS e meno per i VE. L'errore nello spostamento massimo dell'ultimo piano è praticamente trascurabile per la distribuzione uniforme per tutti i tipi di dispositivi e al di sotto del 2.5% per quella proporzionale. Quest'ultima consente un risparmio sulle dimensioni dei dissipatori, rispettivamente, del 20%, 21% e 21% per i FV, VE e gli ADAS. La varianza, come nei casi precedenti, cala per tutti i dispositivi.

Nelle Fig.2.24a-c è mostrato il confronto tra le prestazioni dei vari tipi di dissipatori ed anche il confronto tra i due tipi di distribuzioni ipotizzate. In termini di spostamenti relativi e spostamenti interpiano massimi la risposta è praticamente uguale per tutti i tipi di dispositivi in entrambe le disposizioni. In generale la riduzione del massimo spostamento interpiano è dell'ordine del 30%. Le velocità e le accelerazioni massime sono molto simili per i FV e i VE, mentre sono più elevate per gli ADAS. Le accelerazioni al sesto e settimo

piano per gli ADAS distribuiti uniformemente sono addirittura più alte di quelle della struttura nuda.

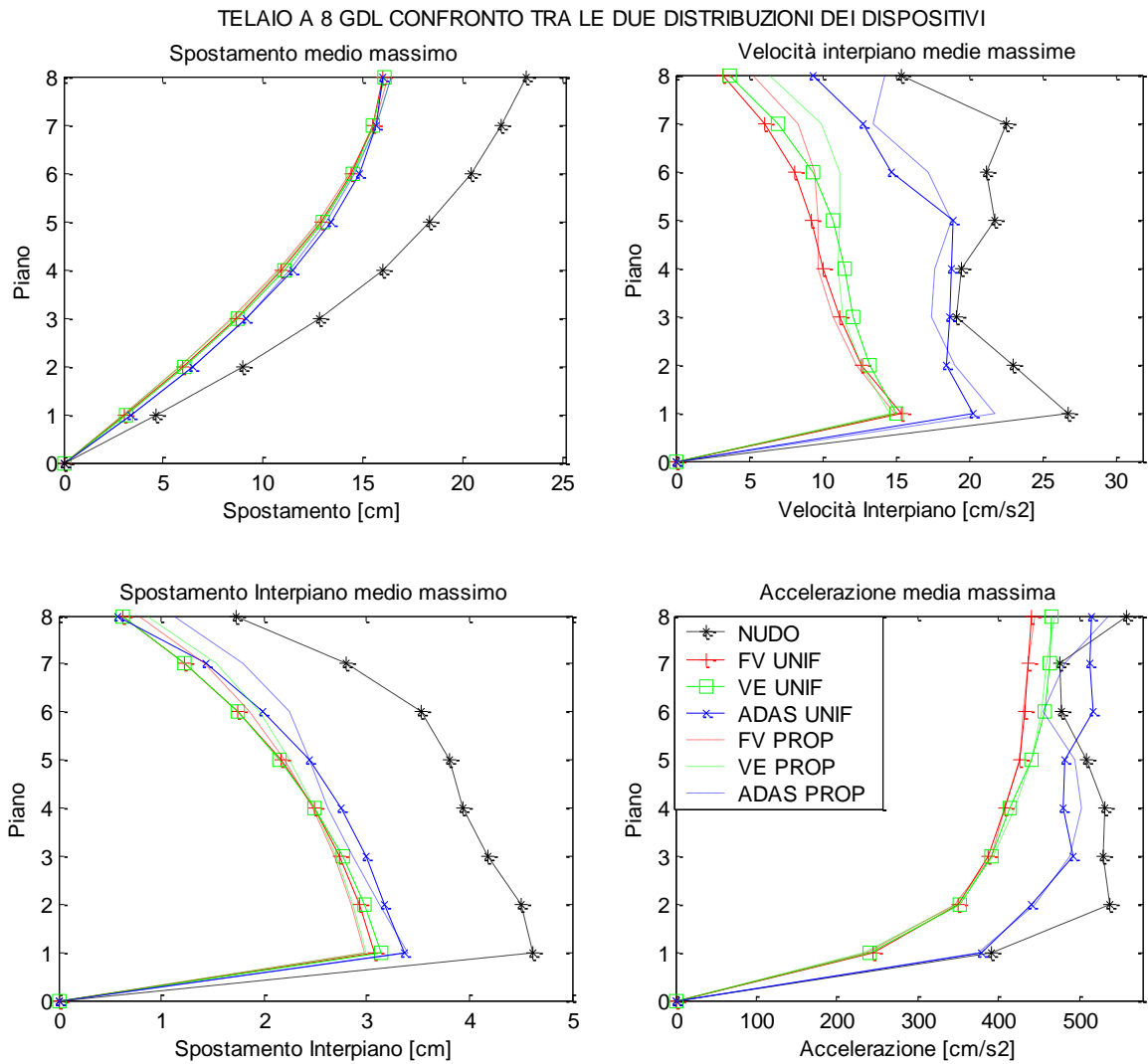


Figura 2.24a Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

TELAIO 8 GDL CONFRONTO TRA LE DUE DISTRIBUZIONI DEI DISPOSITIVI

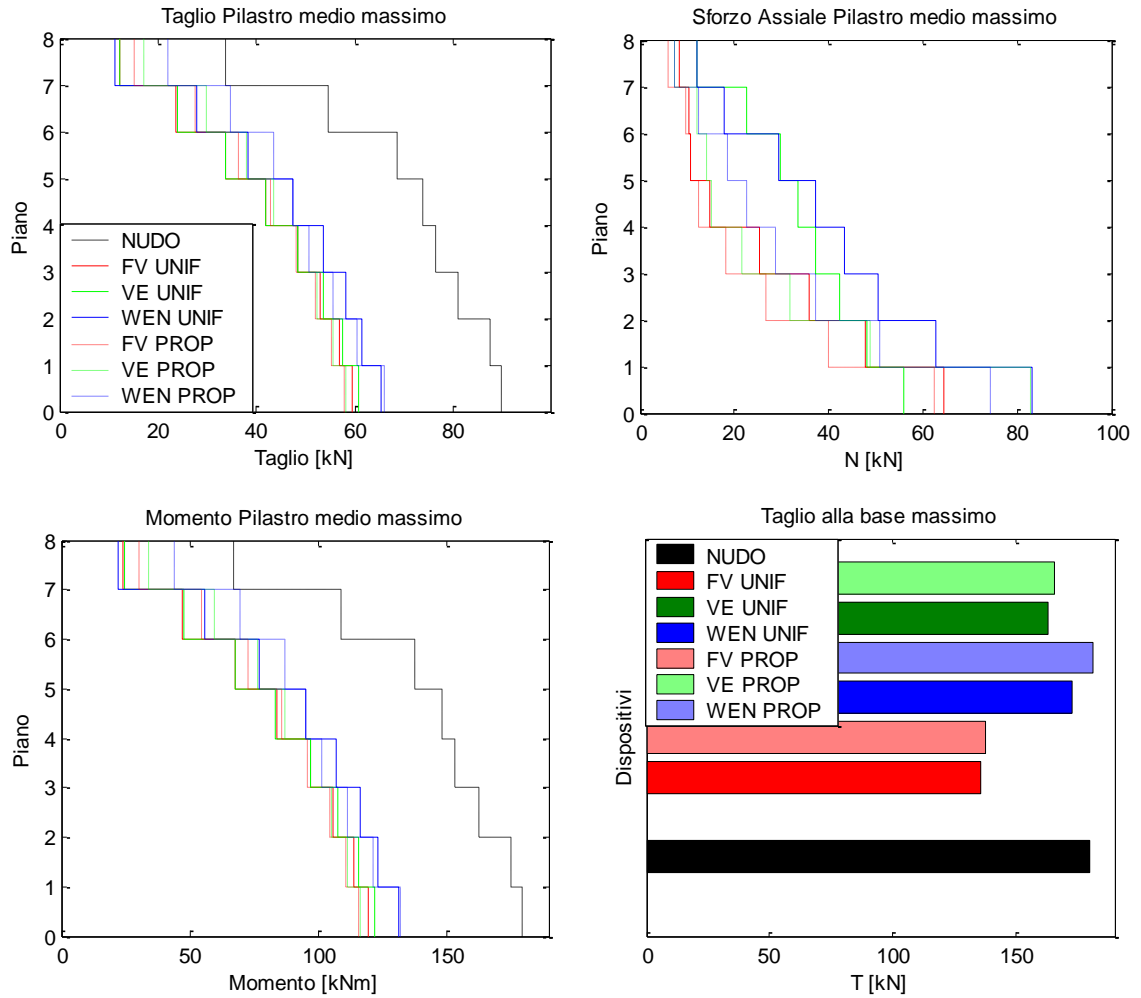


Figura 2.24b Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

TELAIO A 8 GDL

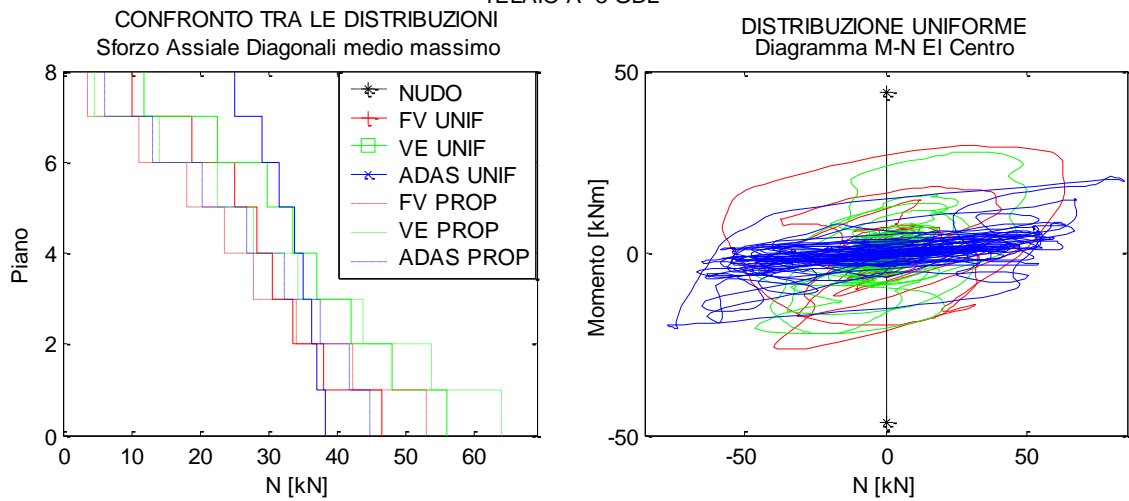
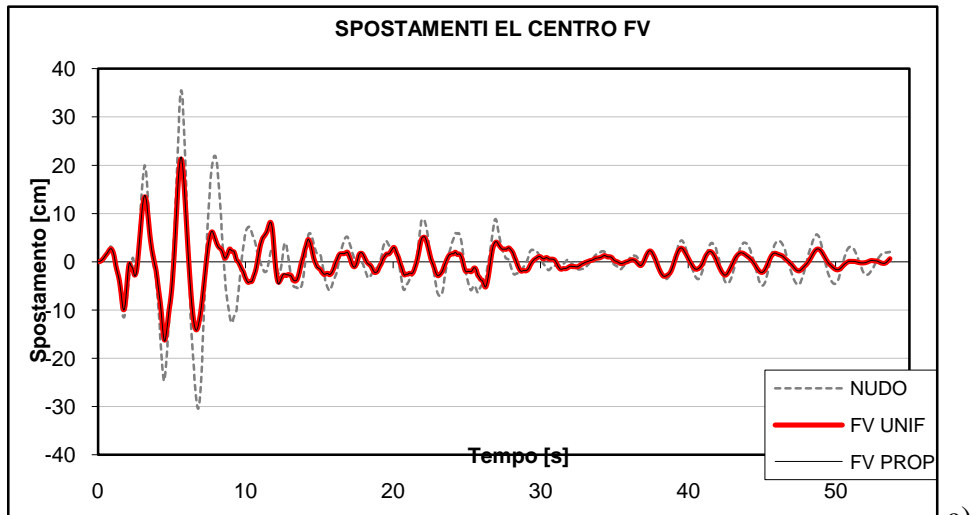
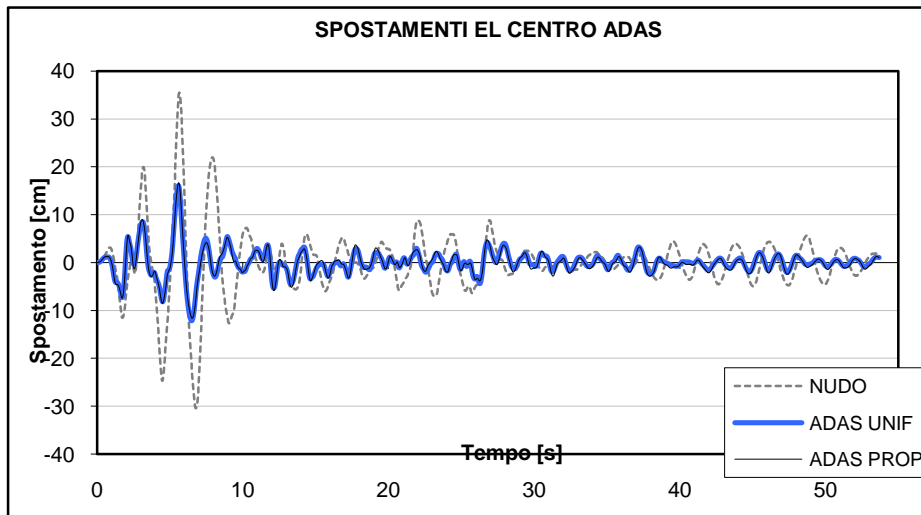


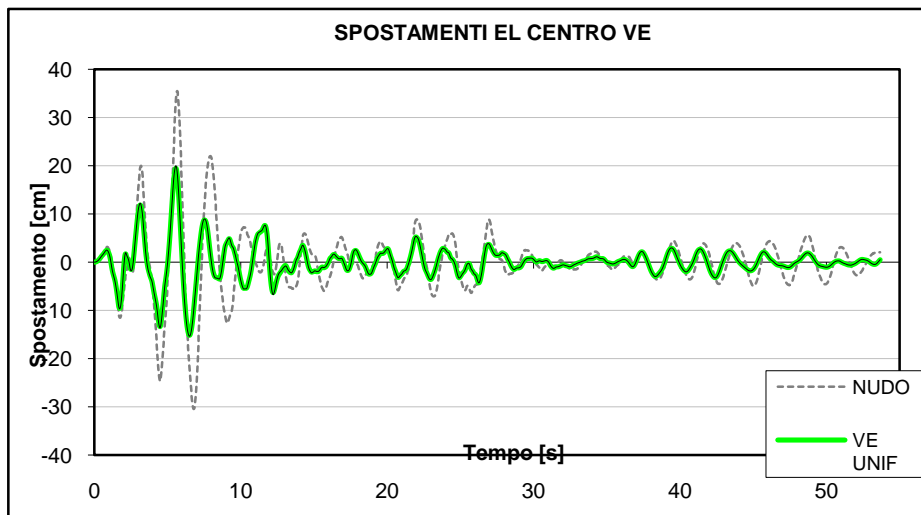
Figura 2.24c Confronto tra le risposte con i vari dispositivi



a)



b)



c)

Figura 2.25 Confronto tra le time-history degli spostamenti dell'ultimo piano  
a)FV, b)ADAS, c)VE.

Il momento e il taglio del singolo pilastro calano per tutti i dispositivi, circa, del 30% e la loro variazione tra i piani è più uniforme rispetto al portale nudo. Gli sforzi normali aggiuntivi nei pilastri e quelli nei diagonali, mostrati nella Fig.2.24b-c, sono più elevati per la distribuzione uniforme. Nella Fig.2.24c è rappresentato un diagramma sforzo normale-momento per il pilastro del piano terra che di norma è il più caricato. Si può notare che l'andamento nel tempo del diagramma ha la stessa forma dei cicli di isteresi forza-spostamento del dispositivo installato. Il taglio alla base è ridotto per i FV del 25%, per i VE del 8%, mentre rimane uguale per gli ADAS. La Fig.2.25 mostra il confronto tra le time-history degli spostamenti dell'ultimo piano per l'accelerogramma di El Centro per le due distribuzioni ipotizzate.



## 2.7 Esempi numerici 15 GDL

### 2.7.1 Comportamento del telaio nudo

Le masse e le rigidità, uguali per tutti i piani, sono pari a  $m_i=18.35$  [kNs<sup>2</sup>/m] e  $K_{f,i}=3875$  [kN/m]. Le principali caratteristiche dinamiche del telaio a 15GDL sono riassunte nella seguente tabella. La Tab.2.14b rappresenta le deformate modali normalizzate per i primi otto modi di vibrare.

Tabella 2.14a Caratteristiche dinamiche del telaio 15GDL

Caratteristiche dinamiche			
MDV	Periodo [s]	Massa Eccitata [%]	Fattori di Partecipazione
1	4,268	83,6	1,271
2	1,427	9,16	0,421
3	0,862	3,21	0,249
4	0,622	1,57	0,174
5	0,491	0,89	-0,131
6	0,408	0,55	0,103
7	0,353	0,36	0,083
8	0,313	0,24	0,068
9	0,284	0,16	-0,055
10	0,263	0,10	-0,045
11	0,247	0,07	-0,036
12	0,235	0,04	-0,028
13	0,226	0,02	0,020
14	0,221	0,01	-0,013
15	0,217	0,002	-0,007

Tabella 2.14b Caratteristiche dinamiche del telaio 15GDL

Deformate modali normalizzate								
Piano	1°MDV	2°MDV	3°MDV	4°MDV	5°MDV	6°MDV	7°MDV	8°MDV
15°	1,000	-0,990	0,969	-0,939	-0,899	-0,850	0,792	-0,726
14°	0,990	-0,899	0,726	-0,486	-0,202	0,101	-0,395	0,652
13°	0,969	-0,726	0,300	0,202	0,652	0,939	-0,990	0,792
12°	0,939	-0,486	-0,202	0,792	1,000	0,726	-0,101	-0,572
11°	0,899	-0,202	-0,652	1,000	0,572	-0,300	0,939	-0,850
10°	0,850	0,101	-0,939	0,726	-0,300	-0,990	0,572	0,486
9°	0,792	0,395	-0,990	0,101	-0,939	-0,572	-0,652	0,899
8°	0,726	0,652	-0,792	-0,572	-0,850	0,486	-0,899	-0,395
7°	0,652	0,850	-0,395	-0,969	-0,101	1,000	0,202	-0,939
6°	0,572	0,969	0,101	-0,899	0,726	0,395	1,000	0,300
5°	0,486	1,000	0,572	-0,395	0,990	-0,652	0,300	0,969
4°	0,395	0,939	0,899	0,300	0,486	-0,969	-0,850	-0,202
3°	0,300	0,792	1,000	0,850	-0,395	-0,202	-0,726	-0,990
2°	0,202	0,572	0,850	0,990	-0,969	0,792	0,486	0,101

L'azione sismica è costituita dai 5 accelerogrammi del Par.2.4.1 scalati sempre ad un'accelerazione di picco di 0.35g.

Confrontiamo lo spostamento medio massimo ottenuto dal programma SAP2000 con quelli ricavati dallo spettro di risposta medio ( $\zeta=5\%$ ), rispettivamente, combinando tutti i MDV ed utilizzando solo il 1°MDV. Gli spostamenti medi massimi sono

	SAP2000	TUTTI MDV	1°MDV
$x_{\max}$ [cm] (Err%)	31,05	29,20(6%)	28,24(9%)

L'errore commesso utilizzando lo spettro aumenta rispetto agli altri casi analizzati precedentemente, anche se la massa attivata dal 1°MDV è ancora elevata. Considero di volere ridurre lo spostamento all'ultimo piano del 50% e, quindi, a 15cm. Lo smorzamento totale richiesto  $\xi_{tot}$  in corrispondenza del periodo naturale è circa il 29,5%.

## 2.7.2 Telaio con i dissipatori

Con le ipotesi dei casi precedenti si sono determinate le caratteristiche dei dispositivi riassunte nella Tab.2.15.

Tabella 2.15a Proprietà dei dissipatori FV

Dissipatori Fluidoviscosi (FV)			
Piano	UNIF	PROP	
	$C_i$ [kNs/m]	$[\Phi_r^I]$	$C_i$ [kNs/m]
15°	1284,5	0,010	153,1
14°	1284,5	0,020	304,6
13°	1284,5	0,030	453,0
12°	1284,5	0,040	596,8
11°	1284,5	0,049	734,4
10°	1284,5	0,058	864,5
9°	1284,5	0,066	985,7
8°	1284,5	0,074	1096,8
7°	1284,5	0,080	1196,7
6°	1284,5	0,086	1284,3
5°	1284,5	0,091	1358,7
4°	1284,5	0,095	1419,1
3°	1284,5	0,098	1465,0
2°	1284,5	0,100	1495,9
1°	1284,5	0,101	1511,4
$\sum C_i =$	19267,5	1	14920

Tabella 2.15b Proprietà dei dissipatori ADAS

Dissipatori Isteretici Metallici (ADAS)						
Piano	UNIF			PROP		
	$K_{d,i}$ [kN/m]	$F_{vd,i}$ [kN]	$K_{deff,i}$ [kN/m]	$K_{d,i}$ [kN/m]	$F_{vd,i}$ [kN]	$K_{deff,i}$ [kN/m]
15°	19720	52,45	33361,5	2317,0	6,16	3919,8
14°	19720	52,45	17257,2	4610,3	12,26	4034,5
13°	19720	52,45	11927,1	6856,2	18,24	4146,8
12°	19720	52,45	9291,6	9031,8	24,02	4255,6
11°	19720	52,45	7735,1	11114,7	29,56	4359,7
10°	19720	52,45	6719,5	13083,5	34,80	4458,2
9°	19720	52,45	6014,4	14918,1	39,68	4549,9
8°	19720	52,45	5505,0	16599,6	44,15	4634,0
7°	19720	52,45	5128,0	18110,8	48,17	4709,5
6°	19720	52,45	4845,5	19436,1	51,70	4775,8
5°	19720	52,45	4634,2	20562,0	54,69	4832,1
4°	19720	52,45	4478,8	21476,9	57,13	4877,8
3°	19720	52,45	4369,4	22171,4	58,98	4912,5
2°	19720	52,45	4299,6	22638,5	60,22	4935,9
1°	19720	52,45	4265,6	22873,2	60,84	4947,6
$\sum K_{d,i} =$	295800	786,75	/	225800	600,6	/

Note:  $D_{vd}=0,266$  [cm],  $\alpha=0,05$

Tabella 2.15c Proprietà dei dissipatori VE

Dissipatori Viscoelastici (VE)						
Piano	UNIF			PROP		
	$k'_{d,i}$ [kN/m]	$c_{d,i}$ [kN/m]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]	$k'_{d,i}$ [kN/m]	$c_{d,i}$ [kN/m]	$A_i$ [m <sup>2</sup> ]
15°	2430	1785,8	2,63	290,9	214,6	0,32
14°	2430	1785,8	2,63	578,8	426,9	0,63
13°	2430	1785,8	2,63	860,8	634,9	0,93
12°	2430	1785,8	2,63	1134,0	836,4	1,23
11°	2430	1785,8	2,63	1395,5	1029,3	1,51
10°	2430	1785,8	2,63	1642,7	1211,6	1,78
9°	2430	1785,8	2,63	1873,0	1381,5	2,03
8°	2430	1785,8	2,63	2084,1	1537,3	2,26
7°	2430	1785,8	2,63	2273,9	1677,2	2,46
6°	2430	1785,8	2,63	2440,3	1799,9	2,64
5°	2430	1785,8	2,63	2581,6	1904,2	2,80
4°	2430	1785,8	2,63	2696,5	1988,9	2,92
3°	2430	1785,8	2,63	2783,7	2053,3	3,02
2°	2430	1785,8	2,63	2842,3	2096,5	3,08
1°	2430	1785,8	2,63	2871,8	2118,2	3,11
$\sum k'_{d,i} =$	36450	26787	39,45	28350	20911	30,71

Note: T(°C)=36, r=20%,  $\omega$ [Hz]=0,299,  $\delta$ [m]=0,14,  $G'$ [N/m<sup>2</sup>]=126952,  $G''$ [N/m<sup>2</sup>]=175180,  $\eta$ =1,38

Note: T(°C)=36, r=20%,  $\omega$ [Hz]=0,298,  $\delta$ [m]=0,14,  $G'$ [N/m<sup>2</sup>]=126800,  $G''$ [N/m<sup>2</sup>]=175061,  $\eta$ =1,38

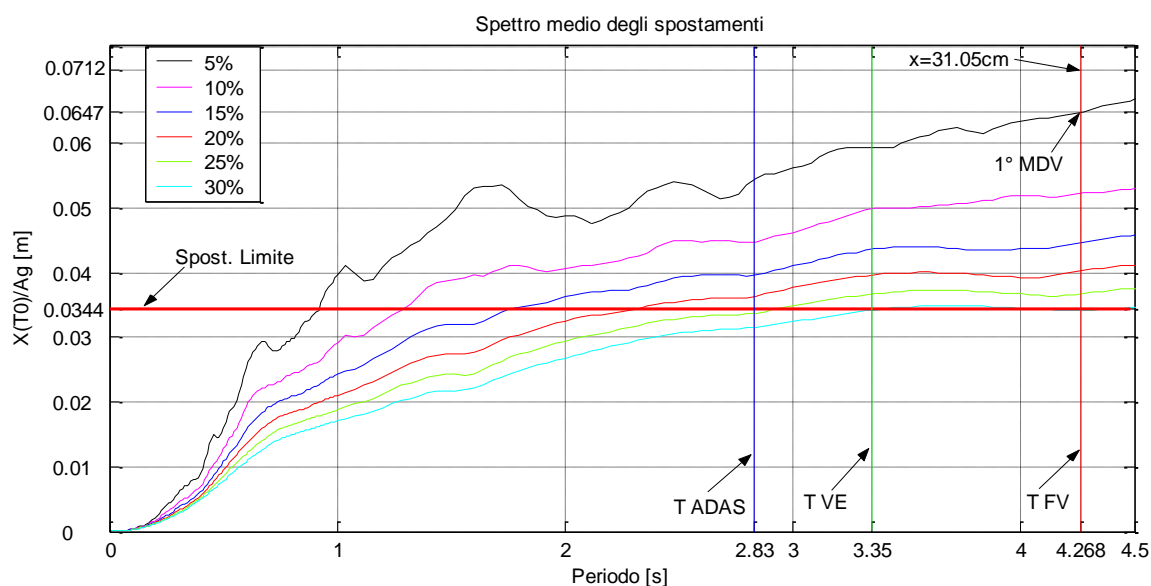


Figura 2.26 Spettri di risposta in termini di spostamento ed accelerazioni

Nella Tab.2.16 sono riassunte le principali voci di risposta della struttura. Dalla Tab.2.16 e dalla Fig.2.26 si può notare che il periodo della struttura nuda  $T_1=4.26$  [s] viene ridotto a 3.35 per i dispositivi VE-UNIF e a 2.83 per gli ADAS-UNIF, mentre per lo stesso tipo di dispositivo non vi sono grandi differenze di periodo tra le due distribuzioni ipotizzate. Lo smorzamento interno cala maggiormente per gli ADAS e meno per i VE. L'errore nella previsione dello spostamento massimo dell'ultimo piano è in generale maggiore che nei casi precedenti e dipende dal tipo di dispositivo. Per i dispositivi FV è inferiore all' 1% per la distribuzione UNIF e del 6% per quella PROP; per i VE, invece, è maggiore, ma comunque inferiore al 10%. L'errore per gli ADAS, del 19% per la UNIF e del 27% per quella PROP, è da imputarsi al fatto che i dispositivi ADAS sono efficaci solo da un certo spostamento in poi, e al fatto di avere considerato la loro rigidità equivalente che dipende appunto dallo spostamento massimo raggiunto e al fatto che aumenta l'importanza dei modi di vibrare superiori al primo. Quindi basandosi solo sul primo modo di vibrare della struttura nuda la stima degli spostamenti interpiano al momento dello spostamento massimo, dalla cui accuratezza dipende la determinazione del periodo modificato della struttura (e quindi dello smorzamento richiesto) e dello smorzamento aggiunto, non è più affidabile. Inoltre si considera la deformata della struttura nuda mentre i dissipatori, in questo caso, aggiungendo una elevata rigidità modificano consistentemente i modi di vibrare della stessa. Per tutti questi motivi il metodo di progettazione adottato deve essere sostituito o ulteriormente modificato per i dispositivi ADAS utilizzati negli alti edifici.

La distribuzione PROP consente un risparmio del 22%, del 24% e del 22%, rispettivamente, per i FV, gli ADAS e i VE a fronte di aumento dell'errore nello spostamento massimo del 5%, 3% e 8%. La varianza, come nei casi precedenti, cala per tutti i dispositivi.

La Fig.2.27a mostra che il comportamento della struttura è molto simile per le due distribuzioni adottate per i dispositivi FV e VE, mentre gli ADAS risentono maggiormente della distribuzione della loro rigidezza lungo l'altezza. Le velocità e le accelerazioni interpiano sono minori per FV e i VE. In questo caso, mentre la riduzione delle velocità è ancora notevole, mediamente del 55%, per le accelerazioni è notevolmente minore, solo del 20%. Nei piani superiori l'accelerazione è superiore a quella della struttura nuda. Il momento e il taglio del singolo pilastro calano per tutti i dispositivi, circa, del 50% e la loro variazione tra i piani è più uniforme rispetto al portale nudo. Il taglio alla base aumenta, rispettivamente, del 10%, 13% e 40% per i FV, gli ADAS e i VE. Sebbene il cambiamento di periodo verso una zona dello spettro caratterizzata da maggiori accelerazioni sia maggiore per gli ADAS rispetto ai VE, il taglio alla base aumenta di più per i VE in quanto gli ADAS raggiunto lo snervamento hanno un calo di rigidezza elevato, il che limita la crescita della loro forza resistente. Questo comportamento si può notare anche dalla Fig.2.27c, dove è rappresentata la media degli sforzi assiali massimi nei diagonali, dalla diversa distribuzione degli sforzi lungo l'altezza per i VE (o anche i FV) e per gli ADAS.

La Fig.2.28 mostra il confronto tra le time-history degli spostamenti dell'ultimo piano per l'accelerogramma di El Centro per le due distribuzioni ipotizzate.

Tabella 2.16 Parametri di risposta della struttura 15GDL

Risposta media	Portale NUDO	Dissipatori					
		FV		ADAS		VE	
		UNIF	PROP	UNIF	PROP	UNIF	PROP
$T_l$ [s]	4,268	4,268	4,268	2,829	2,857	3,346	3,357
$\xi_l$	5%	5%	5%	2,15%	2,2%	3,1%	3,1%
$\xi_d$	/	24,4%	24,4%	21,6%	21,7%	26,5%	26,6%
$D_{max}$ [cm]	31,05	15,13	15,87	17,82	19,06	15,97	16,38
Rid.(%)	/	(51%)	(48,9%)	(42,6%)	(38,6%)	(48,6%)	(47%)
ERR(%)	/	(0,85%)	(5,8%)	(18,8%)	(27%)	(6,5%)	(9,2%)
$\sigma^2$ [cm <sup>2</sup> ]	(110,6)	(24)	(27,4)	(56,7)	(57,7)	(28,82)	(31,65)

TELAIO A 15 GDL CONFRONTO TRA LE DUE DISTRIBUZIONI DEI DISPOSITIVI

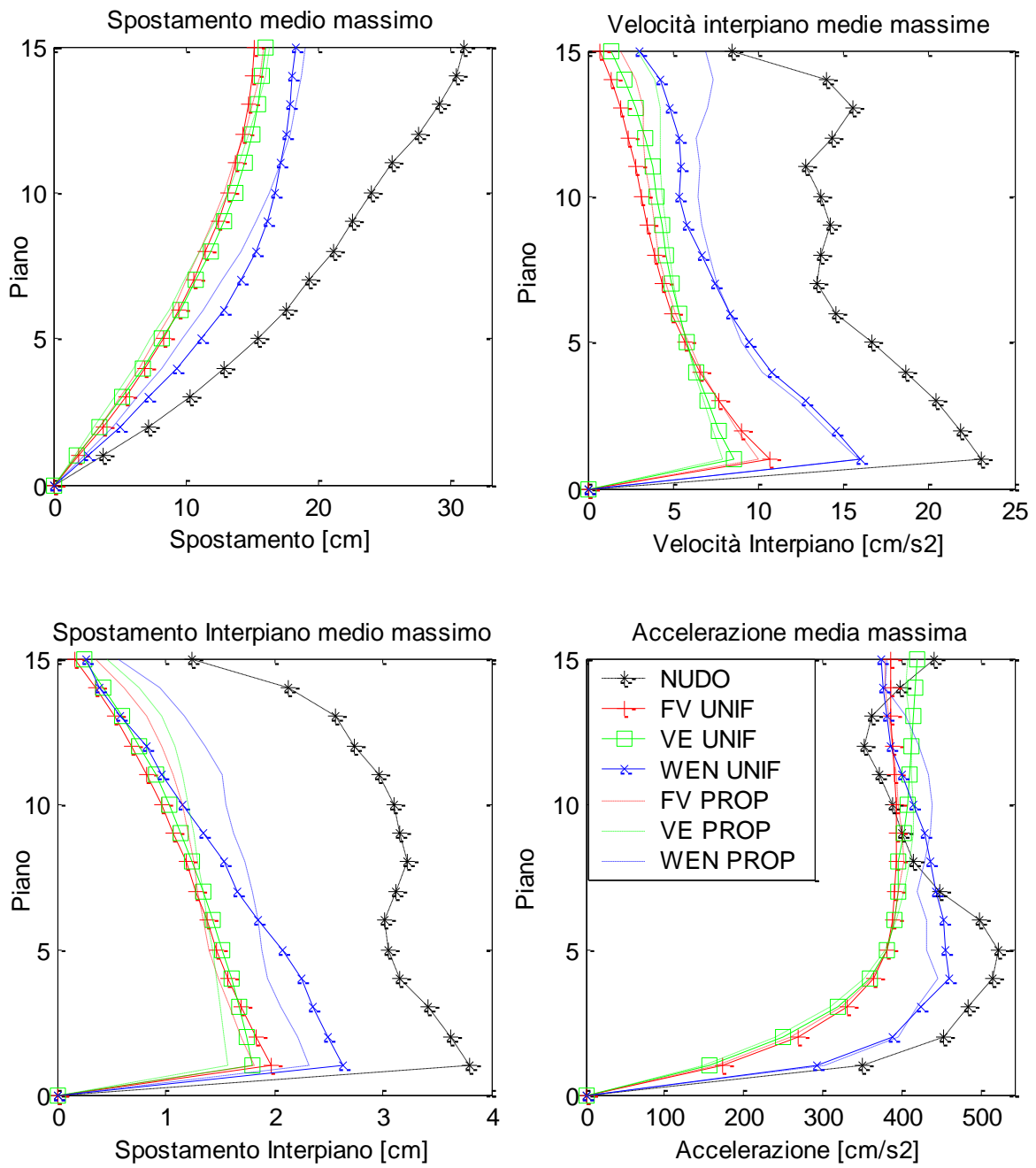


Figura 2.27a Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

TELAIO A 15 GDL CONFRONTO TRA LE DUE DISTRIBUZIONI DEI DISPOSITIVI

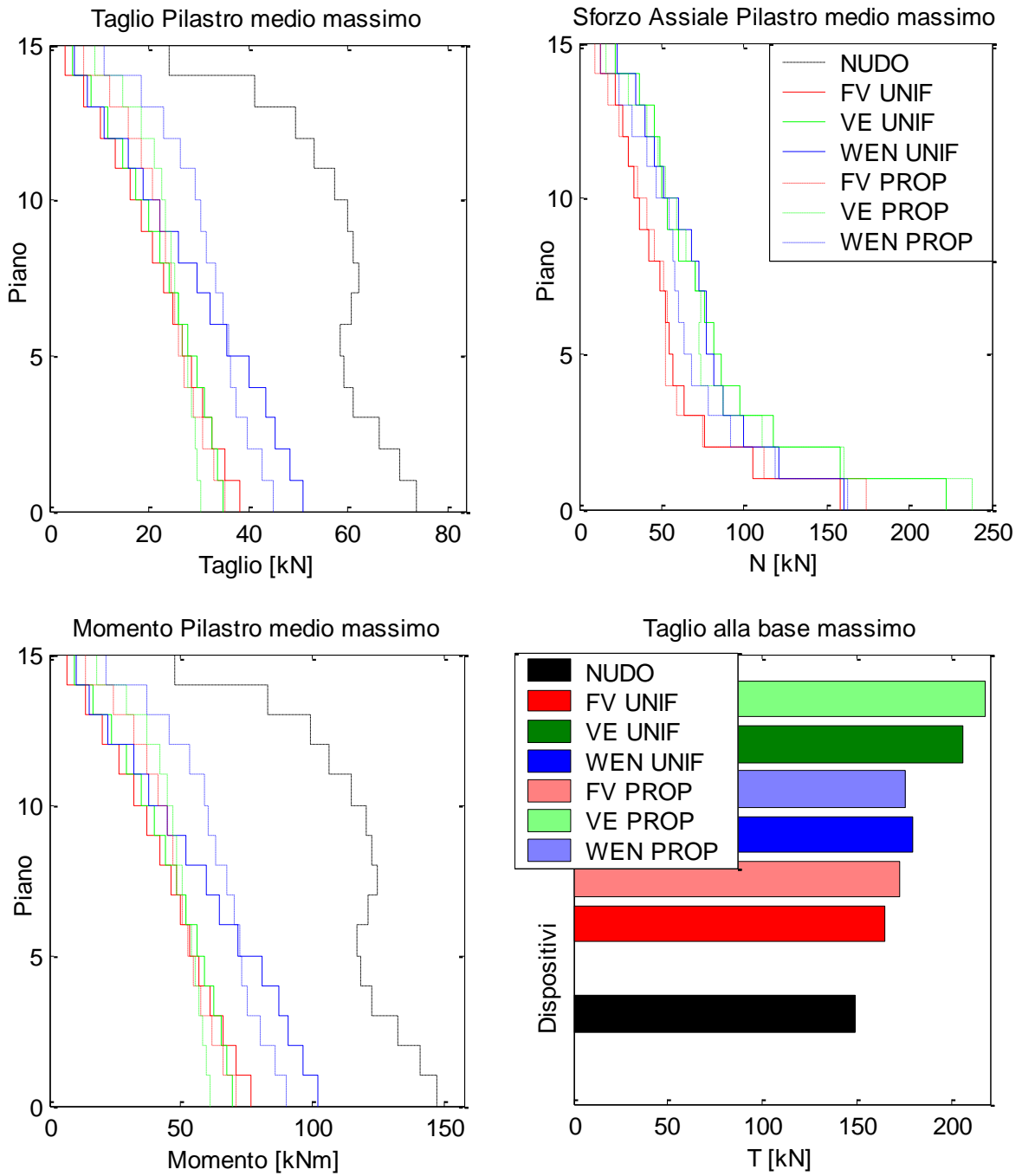


Figura 2.27b Confronto tra le risposte con i vari dispositivi

TELAIO A 15 GDL CONFRONTO TRA LE DUE DISTRIBUZIONI DEI DISPOSITIVI  
 Sforzo Assiale Diagonali medio massimo

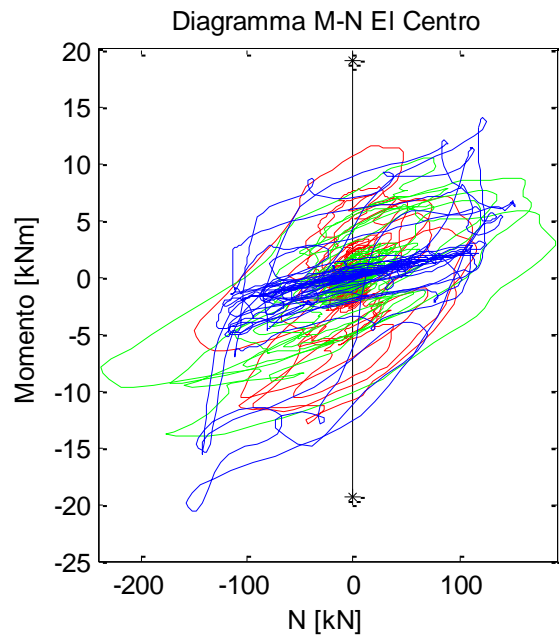
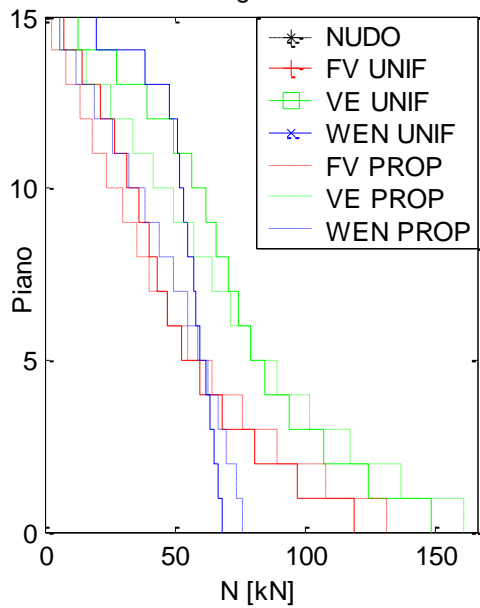
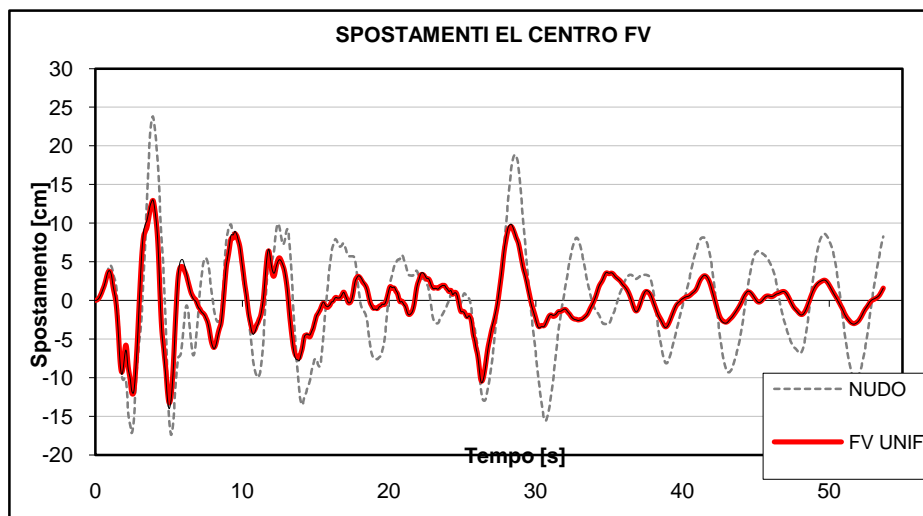


Figura 2.27c Confronto tra le risposte con i vari dispositivi



a)



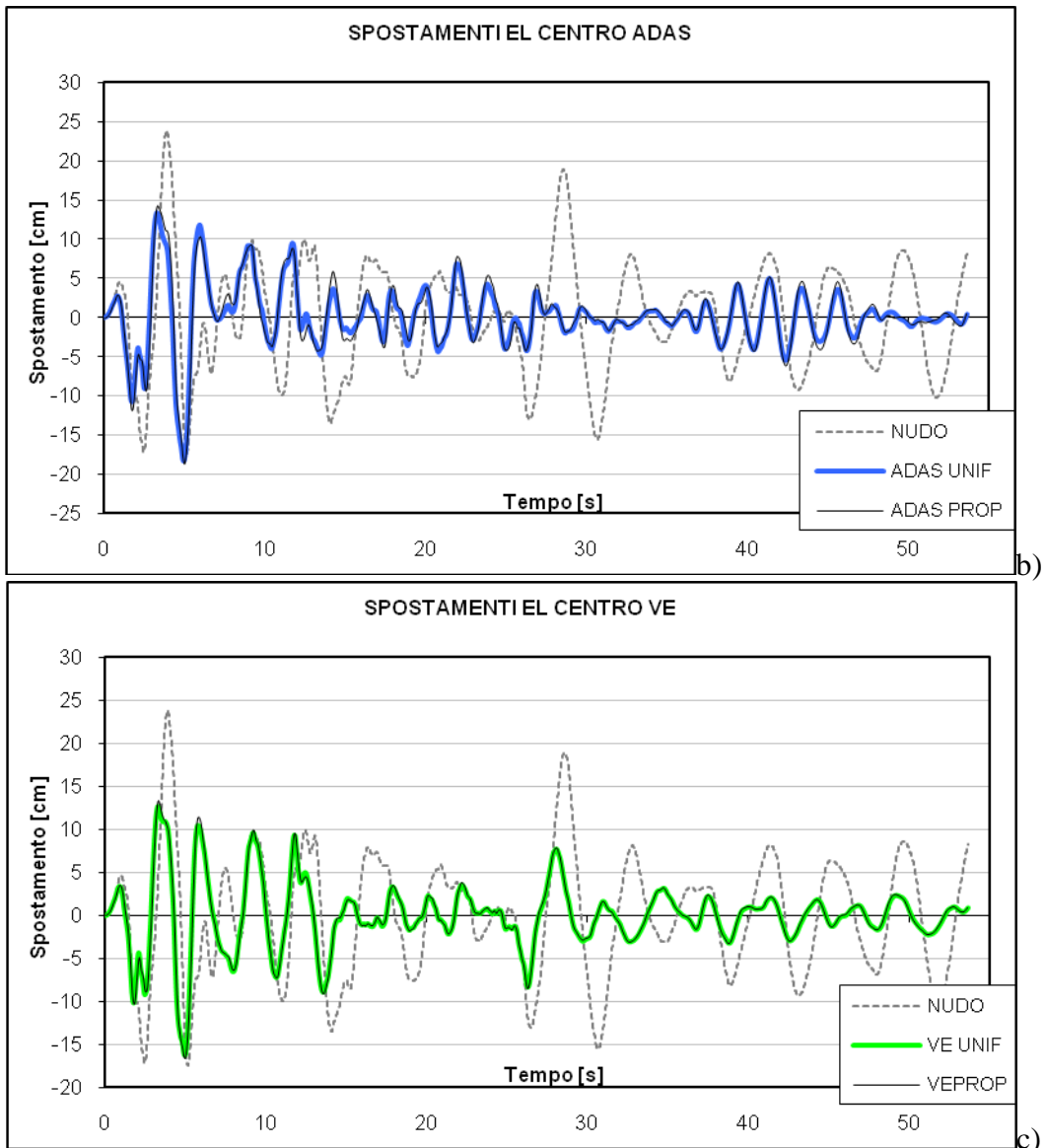


Figura 2.28 Confronto tra le time-history degli spostamenti dell'ultimo piano  
a)FV, b)ADAS, c)VE.

## 2.8 Conclusioni

In base agli esempi numerici sin qui svolti si possono trarre le seguenti conclusioni di carattere generale:

- La procedura di progettazione delle proprietà dei dispositivi utilizzata ha dato, fino a 8 GDL, un errore nello spostamento massimo inferiore al 2%, 3% e 5% rispettivamente per i dispositivi FV, ADAS e VE. Nel caso a 15GDL l'errore è rimasto al di sotto del 10% per i FV e i VE, mentre è risultato del 19% per gli ADAS.

- L'errore del caso a 15GDL deriva da:

- 1)Considerare solo il 1°MDV della struttura nuda,
- 2)Non considerare l'alterazione dei MDV derivata dall'aggiunta dei dispositivi,
- 3)Dalla scarsa accuratezza nella determinazione del periodo della struttura modificata e dello smorzamento aggiunto,
- 4)E' dipendente dal tipo di comportamento del dispositivo.

- L'errore negli ADAS per la struttura a 15 GDL è dell'ordine del 19% a causa della dipendenza della loro rigidezza e capacità smorzante dallo spostamento massimo a cui saranno soggetti durante il sisma, sconosciuto a priori e fissato approssimativamente con il 1°MDV.

- La riduzione degli spostamenti massimi relativi e interpiano, dei momenti e dei tagli nei pilastri e delle velocità interpiano è dell'ordine della riduzione imposta inizialmente allo spostamento massimo in sommità. Mentre la riduzione delle accelerazioni di piano è meno evidente (soprattutto per gli ADAS) e in alcuni casi persino negativa.

## Bibliografia

K.C. Chang and Y.Y. Lin (2004), *Seismic Response of Full Scale Structure with Added Viscoelastic Dampers*, ASCE Journal of Structural Engineering, 130(4), 600-608.

Chang, K.C., Soong, T.T., Lai, M.L. e Nielsen, E.J., (1993). *Development of a Design Procedure for Structures with Added Viscoelastic Dampers*, Proc. ATC-17-1 on Seismic Isolation, Energy Dissipation and Active Control, 2, 473-484.

Chopra, A.K. (1995). *Dynamics of Structures, Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Englewood Cliff, NJ: Prentice-Hall.

Fu, Y. e Kasai, K., (1998). *Comparative Study of Frames Using Viscoelastic and Viscous Dampers*, ASCE Journal of Structural Engineering, 124(5), 513-522.

Gluck, N., Reinhorn, A.M., Gluck, J. e Levy, R. (1996). *Design of Supplemental Dampers for Control of Structures*, ASCE Journal of Structural Engineering, 122(12), 1394-1399.

Kasai, K., Fu, Y. e Watanabe, A. (1998). *Passive Control Systems for Seismic Damage Mitigation*, ASCE Journal of Structural Engineering, 124(5), 501-512.

Kasai, K., Ito, H. (2004). *JSSI Manual for Building Passive Control Technology Part-8 Peak Response Evaluation and Design for Elasto-Plastically Damped System*, CD-ROM 13th World Conference on Earthquake Engineering, New Zeland.

Kim, J., Choi, H. e Min, K.W. (2003). *Performance-Based Design of Added Viscous Dampers Using Capacity Spectrum Method*, Journal of Earthquake Engineering, 1(1), 1-24.

Lin, Y.Y., Tsai, M.H., Hwang, J.S. e Chang, K.C. (2003). *Direct Displacement-Based Design for Buildings with Passive Energy Dissipation Systems*, Engineering Structures, 25, 25-37.

Liu, W., Tong, M. e Lee, G.C. (2004). *Simple Procedure for Preliminary Design of Structural Dampers*, CD-ROM 13th World Conference on Earthquake Engineering, New Zeland.

Moreschi, L.M., Singh, M.P. e Verma, N.P. (2003). *Seismic Analysis and Design with Maxwell Dampers*, Journal of Engineering Mechanics, 129(3), 273-282.

Moreschi, L.M. e Singh, M.P. (2003). *Design of Yielding Metallic and Friction Dampers for Optimal Seismic Performance*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, 32, 1291-1311.

- Shen, K.L., Soong, T.T., Chang, K.C. e Lai M.L. (1995). *Seismic Behaviour of Reinforced Concrete Frame with Added Viscoelastic Dampers*, Engineering Structures, 17(5), 372-380.
- Shukla, A.K. e Datta, T.K. (1999). *Optimal Use of Viscoelastic Dampers in Building Frames for Seismic Force*, ASCE Journal of Structural Engineering, 125(4), 401-409.
- Soong, T.T. e Dargush, G.F. (1997). *Passive Energy Dissipation Systems in Structural Engineering*, Wiley, Chichester, U.K.
- Wu, B., Ou, J.P. e Soong, T.T. (1997). *Optimal Placement of Energy Dissipation Devices for Three-Dimensional Structures*, Engineering Structures, 19(2), 113-125.
- Xia, C. e Hanson, H.D. (1992). *Influence of ADAS Parameters on Building Seismic Response*, ASCE Journal of Structural Engineering, 118(7), 1903-1918.
- Xu, Z.D., Zhao, H.T. e Li, A.Q. (2004). *Optimal Analysis and Experimental Study on Structures with Viscoelastic Dampers*, Journal of Sound and Vibration , 273, 607-618.
- Zhang, R.H. e Soong, T.T. (1992). *Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Application*, ASCE Journal of Structural Engineering, 118(5), 1375-1392.

## Capitolo 3

### Metodi ottimizzati di progettazione

**Abstract:** Currently, the optimal design of passive devices, cause it's high cost of installation, is a task of great interest for the civil engineering. In this chapter, three different approach for the optimal design of passive devices used to enhance the seismic performance of building structures will be presented. A sequential algorithm, a transfer matrix method and an optimal control theory based method are developed and implemented in matlab. The three procedure are checked with numerical example present in technical literature.

**Sommario:** Lo studio di procedure per la progettazione ottimale è un argomento di grande interesse visti gli alti costi di installazione dei dispositivi passivi. In questo capitolo verranno trattate alcune procedure di ottimizzazione del dimensionamento e del posizionamento dei dissipatori passivi per strutture multipiano in zona sismica. Le procedure presentate e sviluppate sono tre: un algoritmo di ricerca sequenziale, una procedura basata sulle matrici di trasferimento della struttura ed un metodo ottenuto dall'adattamento della teoria del controllo ottimale al caso dei dispositivi passivi. Queste procedure sono state sviluppate mediante la realizzazione di appositi codici di calcolo in ambiente matlab, validati confrontandone i risultati con esempi numerici presenti in letteratura.

#### 3.1 Introduzione

Lo studio di procedure di ottimizzazione del posizionamento e del dimensionamento di dispositivi passivi è un filone di ricerca attualmente di grande interesse in quanto una progettazione ottimale dei dispositivi può portare o ad un ulteriore miglioramento delle prestazioni oppure ad una diminuzione degli alti costi di installazione dei dispositivi. Per esempio, per un fissato numero di dissipatori, alcune configurazioni possono permettere ad una struttura di raggiungere gli obiettivi prestazionale imposti, mentre altre no. Alternativamente una configurazione ottimizzata può portare ad una richiesta di un numero minore di dispositivi da installare per il raggiungimento degli obiettivi prefissati.

Le procedure di ottimizzazione prese in considerazione in questo studio sono essenzialmente tre e verranno di seguito riassunte nei loro aspetti principali.

La prima, chiamata "*Algoritmo di ricerca sequenziale*" o più brevemente "*SSA*" è dovuta agli studi di "*Zhang and Soong, 1992, Sequential Search Algorithm*". Viene proposto un metodo di progettazione molto intuitivo per determinare le configurazioni ottimali dei dispositivi viscosi nel caso di edifici con una rigidezza assegnata. Il semplice criterio di ottimizzazione consiste nel posizionare sequenzialmente i dispositivi nel piano che risulta avere il maggiore spostamento interpiano.

Il tentativo di estendere il metodo dell'indice di controllabilità al problema del posizionamento dei dispositivi porta ad una procedura sequenziale per la loro ottimizzazione, che trova l'indice ottimale di localizzazione attraverso la risoluzione della risposta sismica casuale attraverso il metodo delle matrici di trasferimento. La migliore posizione per il primo dispositivo viene determinata dalla risposta non controllata della struttura come il punto in cui vi è il massimo spostamento interpiano. Dopo avere aggiunto questo dispositivo nella posizione determinata, la procedura viene ripetuta, tenendo in considerazione dello smorzamento e della rigidezza aggiunti, per determinare la successiva localizzazione ottimale. Questa procedura viene ripetuta finchè tutti i dispositivi non sono posizionati nella struttura.

La seconda procedura è basata sul concetto delle matrici di trasferimento e la sua nascita risale agli studi di "*Takewaki, 1997 e Wu et Al., 1997*". In questa procedura i dissipatori sono ritenuti posizionati in modo ottimale quando minimizzano la somma dei valori assoluti delle funzioni di trasferimento degli spostamenti interpiano valutati in corrispondenza della frequenza circolare naturale della struttura non smorzata. Tale procedura di posizionamento è valida per qualunque sistema di smorzamento utilizzato, per es. proporzionale o non proporzionale, e consiste in un algoritmo sistematico senza operazioni indefinite. Deve essere anche evidenziato che visto che si basa su delle proprietà dinamiche della struttura, per es. l'ampiezza delle funzioni di trasferimento, i risultati sono generali e non influenzati dalle caratteristiche dell'azione sismica.

Mentre l'ultima viene chiamata "*Teoria del controllo ottimale*" in quanto consiste in un adattamento della teoria del controllo ottimale attraverso l'utilizzo di un regolatore lineare quadratico (LQR). Tale procedura, utilizzata per la progettazione di dissipatori passivi viscoelastici lineari in strutture multipiano, ha come obiettivo quello di minimizzare una funzione di costo delle prestazioni, in modo da produrre la minima configurazione dei dispositivi e contemporaneamente massimizzarne gli effetti. Questo metodo sarebbe pienamente efficace utilizzando una matrice delle forze di reazione completa. Tale tipo di risposta, tipico dei sistemi attivi, può essere ottenuto solo con una combinazione lineare di tutti gli stati del sistema e non può essere quindi fornito dai sistemi dissipativi passivi. Quindi viene introdotta una metodologia semplificata per eliminare tutte le interazioni fuori diagonale tra i vari stati.

### 3.2 Algoritmo di ricerca sequenziale (SSA)

I recenti studi sperimentali ed analitici sulla progettazione dei dispositivi passivi, specialmente di quelli viscoelastici, hanno dimostrato l'efficacia di questi sistemi nella riduzione della risposta nei confronti delle azioni del vento e del sisma. Concentriamo ora l'attenzione sugli obiettivi della progettazione strutturale relativamente all'applicazione di questi dispositivi. In questa fase il progettista deve prendere decisioni in merito al numero, dimensione e localizzazione dei dispositivi per raggiungere il livello di risposta richiesto. Quindi è fortemente auspicabile avere a disposizione un set di formule di progettazione che relazionino direttamente le dimensioni dei dispositivi ai parametri caratteristici della struttura su cui vengono applicati. Questo algoritmo tenta di estendere il metodo dell'indice di controllo per rispondere al problema di localizzazione dei dispositivi, risultando in una procedura sequenziale per il posizionamento ottimale dei dispositivi.

L'indice di controllo, di base, rappresenta una misura associata alla risposta di una struttura per un determinato input sismico. Il primo ad utilizzare questo approccio fu Cheng et al. (1988) che per la progettazione di un sistema di controllo di tipo attivo utilizzò il seguente indice :

$$\rho(x) = \max \sqrt{\sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\Delta[\Phi_i(x)]}{\Delta x} Y_i(t) \right\}^2} \quad (3.1)$$

in cui  $\rho(x)$ =indice di localizzazione alla posizione  $x$ ,  $\Delta()$ =differenza delle quantità all'interno delle parentesi dalla posizione  $x_i$  alla  $x_{i+1}$ ;  $\Delta x = x_{j+1} - x_j$  = differenza tra le altezze di due piani contigui; e  $Y_i$  = spostamenti spettrali determinati dallo spettro di risposta di uno specifico terremoto per l' $i$ esima frequenza modale. Cioè la localizzazione ottimale è l' $x$  in cui  $\rho$  è massimo. La successiva posizione ottimale è dove  $\rho$  ha il secondo valore massimo e così via.

Questo esempio mostra che l'idea di base dietro al metodo dell'indice di controllo è che il dispositivo è posizionato in modo ottimale se è assegnato nella posizione in cui lo spostamento di risposta ( o lo spostamento interpiano) è massimo. E questo può essere ritenuto corretto indipendentemente dal fatto che il dispositivo di controllo sia attivo o passivo. Sono presenti alcune limitazioni nella procedura precedentemente descritta. Primo, vengono utilizzati i modi non controllati della struttura per determinare le localizzazioni ottimali, e queste vengono determinate tutte in una volta senza considerare l'effetto dei dispositivi aggiunti sui modi di vibrare. Infatti, l'aggiunta di un dispositivo di controllo passivo o attivo altera i modi di vibrare, quindi cambia le posizioni ottimali per i successivi dispositivi. Secondo, i fattori di peso utilizzati nel calcolo dell'indice sono gli spostamenti spettrali corrispondenti ad ogni modo per uno specifico accelerogramma sismico. Sebbene in Chang et al. (1988) venga evidenziato che per due diverse accelerazioni sismiche le posizioni ottimali non cambino significativamente, ciò non è sufficiente per giustificare l'assunzione che le posizioni ottimali sono indipendenti dall'eccitazione. Siccome i terremoti sono fenomeni casuali, può essere utilizzata una

procedura stocastica per determinare le posizioni ottimali. Terzo, sono stati utilizzati solo alcuni modi per determinare le posizioni ottimali. Sebbene i modi inferiori contribuiscano in maniera preponderante alla risposta sismica, per alcuni input sismici anche i modi superiori possono essere significativi.

Di seguito viene proposta una procedura sequenziale per il posizionamento ottimale dei dispositivi che determina l'indice di posizionamento dalla la risposta sismica casuale di una struttura utilizzando il metodo delle matrici di trasferimento.

Viene determinata la migliore posizione per il primo dispositivo dalla risposta non controllata della struttura come il punto in cui vi è il massimo spostamento interpiano. Dopo avere aggiunto questo dispositivo nella posizione trovata, la procedura viene ripetuta per determinare la successiva localizzazione ottimale, tenendo in considerazione lo smorzamento e la rigidezza aggiunti. Questa iter viene ripetuto finchè tutti i dispositivi non sono posizionati nella struttura.

Il metodo delle matrici di trasferimento, spesso usato per determinare la risposta e le caratteristiche dinamiche dei sistemi concatenati, viene qui utilizzato perché può essere facilmente formulato e programmato.

Il modello strutturale adottato è quello di un edificio a comportamento shear-type ad  $N$  gradi di libertà. Le masse sono concentrate a livello di piano, vengono considerati solo gli spostamenti traslazionali e le forze di taglio nelle colonne. Per concentrare l'attenzione sul posizionamento dei dispositivi viscoelastici inoltre vengono fatte le seguenti ipotesi:

1)I dispositivi vengono posizionati solo tra piani contigui,

2)La rigidezza e il coefficiente di smorzamento viscoso equivalente dei dispositivi sono noti in base alle fissate dimensioni e proprietà meccaniche.

Chiamiamo  $x_j$  e  $y_{j-1}$  gli spostamenti del  $j$ -esimo piano e il taglio risultante nelle colonne dell'unità del  $j$ -esimo piano. L'equazione del moto e la relazione forza spostamento per il  $j$ -esimo piano sono:

$$y_j = y_{j-1} + m_j \ddot{x}_j \quad (3.2a)$$

$$y_{j-1} = k_j (x_j - x_{j-1}) + c_j (\dot{x}_j - \dot{x}_{j-1}) \quad (3.2b)$$

in cui  $m_j$ ,  $k_j$  e  $c_j$  sono rispettivamente la massa, la rigidezza e lo smorzamento del  $j$ -esimo piano, come si può vedere dalle Fig.1 e 2.



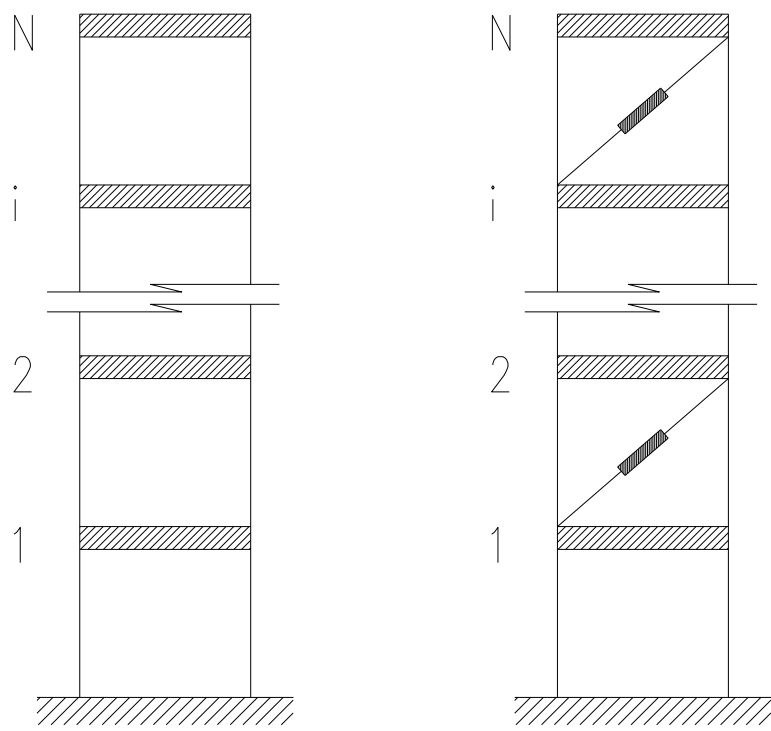


Fig.3.1 Modello strutturale shear-type

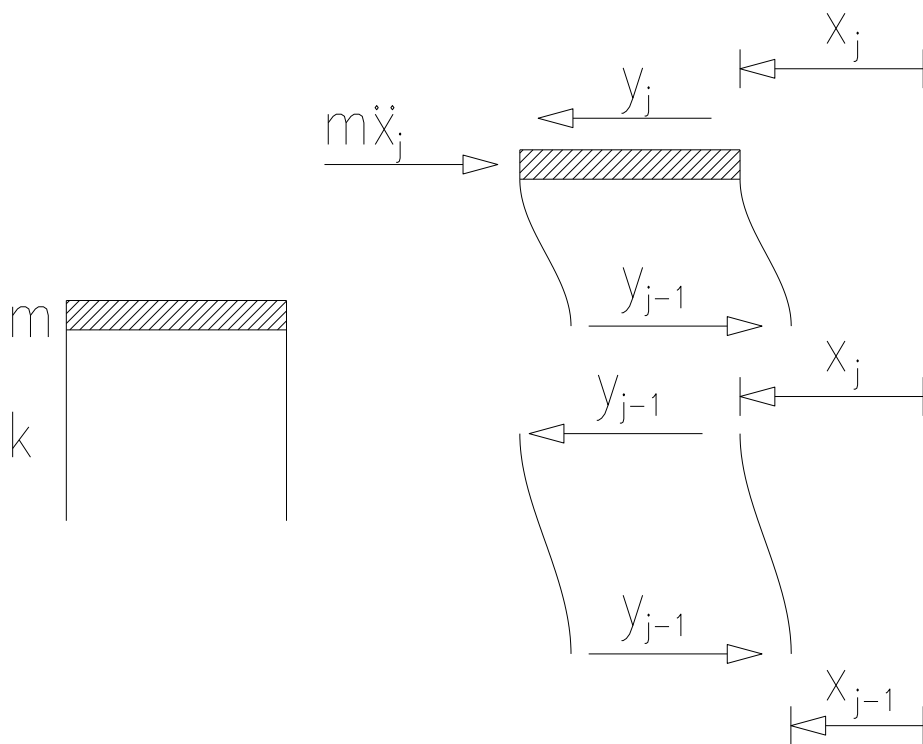


Fig.3.2 Variabili di progetto piano tipo

Nel dominio delle frequenze abbiamo:

$$Y_j = Y_{j-1} - m_j \omega^2 X_j \quad (3.3a)$$

$$Y_{j-1} = (k_j + ic_j \omega) X_j \quad (3.3b)$$

dove  $X$  e  $Y$  sono le trasformate di Fourier rispettivamente di  $x$  e  $y$ . In forma matriciale risulta:

$$\begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/(k_j + ic_j \omega) \\ -m_j \omega^2 & 1 - m_j \omega^2 / (k_j + ic_j \omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_{j-1} \\ Y_{j-1} \end{pmatrix} \quad (3.4a)$$

che può essere condensata in

$$\mathbf{z}_j = \mathbf{T}_j \mathbf{z}_{j-1} \quad (3.4b)$$

La matrice di trasferimento tra il piano terra e il primo piano, che rappresenta la relazione di trasferimento tra l'accelerazione del terreno e lo spostamento del primo piano è data invece da:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\omega^2 & 1/(k_1 + ic_1 \omega) \\ -m_1 & 1 - m_1 \omega^2 / (k_1 + ic_1 \omega) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{X}_0 \\ Y_0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

oppure

$$\mathbf{z}_1 = \mathbf{T}_1 \mathbf{z}_0 \quad (3.5a)$$

dove  $\ddot{X}_0$  è la trasformata di Fourier dell'accelerazione al suolo. La relazione tra  $\mathbf{z}_1$  e  $\mathbf{z}_0$  è data da

$$\mathbf{z}_l = \mathbf{T}_l \mathbf{T}_{l-1} \dots \mathbf{T}_1 \mathbf{z}_0 \quad (3.6)$$

Per trovare la risposta ad ogni piano bisogna utilizzare le condizioni al contorno a terra (accelerazione al suolo) e in cima (taglio nullo).

Consideriamo che  $\ddot{x}_0$  sia la funzione delta di Dirac in modo che la sua trasformata di Fourier sia unitaria; allora le risposte  $x_j$  e  $y_j$  sono le funzioni di risposta impulsive, e le loro trasformate di Fourier, rappresentate dal vettore di stato  $\mathbf{Z}_j = \begin{pmatrix} X_j \\ Y_j \end{pmatrix}$  sono le funzioni di risposta in frequenza. Cioè le condizioni al contorno alla base ed in cima della struttura sono rispettivamente:

$$\mathbf{Z}_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ Y_0 \end{pmatrix} \quad (3.7a)$$

$$\mathbf{Z}_N = \begin{pmatrix} X_N \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.7b)$$

Sostituendo le relazioni (3.7a) e (3.7b) nella (3.6) e facendo assumere nella (3.6) ad  $l$  il valore di  $N$  abbiamo

$$\begin{pmatrix} X_N \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ Y_0 \end{pmatrix} = \mathbf{B} \begin{pmatrix} 1 \\ Y_0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

dove la matrice  $\mathbf{B}$  è il prodotto tra tutte le matrici di trasferimento. Ora abbiamo

$$Y_0 = \frac{-b_{21}}{b_{22}} \quad (3.9)$$

$$X_N = b_{11} - \left( \frac{b_{12}b_{21}}{b_{22}} \right) \quad (3.10)$$

Con questa formulazione con le matrici di trasferimento possiamo ora trovare la risposta statistica ad un'eccitazione sismica.

E' stato spesso assunto che la parte di vibrazione con maggiore forza di un tipico terremoto sia stazionaria, come la corrispondente risposta strutturale. Conseguentemente, l'accelerazione al suolo è stata spesso modellata come un processo stocastico con media nulla e funzione di densità spettrale  $\Phi_{\ddot{x}_0\ddot{x}_0}(\omega)$  data da:

$$\Phi_{\ddot{x}_0\ddot{x}_0}(\omega) = \frac{1 + 4\xi_g^2 \left( \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2}{\left[ 1 - \left( \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2 \right]^2 + 4\xi_g^2 \left( \frac{\omega}{\omega_g} \right)^2} S^2 \quad (3.11)$$

dove  $\omega_g$ ,  $\xi_g$ , e  $S$  sono parametri che dipendono dall'intensità e dalle caratteristiche del terremoto in una particolare zona geologica.

Utilizzando questa caratterizzazione ora possiamo trovare la risposta quadratica media  $\sigma_m^2$  della struttura ad ogni piano grazie alla seguente relazione

$$\sigma_m^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} |Z_m|^2 \Phi_{\ddot{x}_0\ddot{x}_0}(\omega) d\omega \quad m=1,2,\dots,N \quad (3.12)$$

Siccome i dispositivi sono posizionati tra piani successivi, il valore quadratico medio degli spostamenti interpiano viene utilizzato come indice di posizionamento ottimale.

Una volta che questi ultimi sono stati determinati la localizzazione ottimale viene a trovarsi nel piano che ha il maggiore spostamento interpiano. L'aggiunta di un dispositivo in questo piano provoca un aumento della rigidezza e dello smorzamento equivalente. Quindi per trovare la migliore localizzazione successiva la risposta viene ricalcolata considerando la rigidezza e lo smorzamento modificati dall'aggiunta del dispositivo precedente. La procedura viene ripetuta finché anche l'ultimo dispositivo non viene posizionato.

### 3.2.1 Esempio numerico

Come esempio, applichiamo ora la procedura appena descritta ad una struttura di 10 piani, si veda Fig.3.3, i cui parametri iniziali sono riassunti nella tabella 3.1.

L'algoritmo di calcolo è stato implementato in ambiente MATLAB.

Tabella 3.1 Parametri iniziali struttura

Piano	Massa (Kg x 1000)	Rigidezza (kN/cm)	Smorzamento (kNs/cm)
10	0.207	164.5	1.44
9	0.207	164.5	1.44
8	0.207	286.6	1.98
7	0.207	286.6	1.98
6	0.207	421.7	2.91
5	0.207	421.7	2.91
4	0.207	540.1	3.73
3	0.207	540.1	3.73
2	0.207	687.1	4.76
1	0.207	687.1	4.76

I coefficienti di smorzamento iniziali sono stati scelti in modo da generare uno smorzamento rispettivamente pari al 2%, 6% e 10% dello smorzamento critico nei primi tre modi di vibrare. I valori di  $\omega_g$ ,  $\xi_g$ , e  $S^2$  nell'eq. 3.11 sono stati assunti pari a 18.85 rad/sec, 0.65 e 38.3 cm<sup>2</sup>/s<sup>3</sup>/rad. I dispositivi viscoelastici scelti hanno le seguenti dimensioni meccaniche:  $G'=286.6$  N/cm<sup>2</sup>,  $G''=430.3$  N/cm<sup>2</sup>, area 120 cm<sup>2</sup> e spessore 1.5 cm, ovviamente con  $G'$  e  $G''$  rappresentanti rispettivamente il modulo del taglio immagazzinato e del taglio perso del materiale viscoelastico. Questi valori corrispondono rispettivamente ad una rigidezza e ad uno smorzamento viscoso equivalente pari a  $k=41.28$  kN/cm e  $C_{eq}=$  kNsec/cm.

Quindi è stata prima determinata la risposta non controllata della struttura e successivamente sono state determinate le posizioni ottimali in base agli spostamenti interpiano. Come rappresentato nella Fig.3.4, per il caso di quattro dissipatori aggiunti, il primo dispositivo è aggiunto al 7° piano, mentre gli altri rispettivamente al 9°, 5° e 7°. Risultano così due dissipatori al 7° piano oppure un solo dissipatore di area doppia.

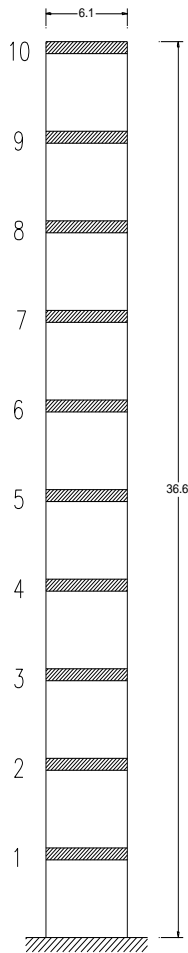


Fig.3.3 Schema della struttura

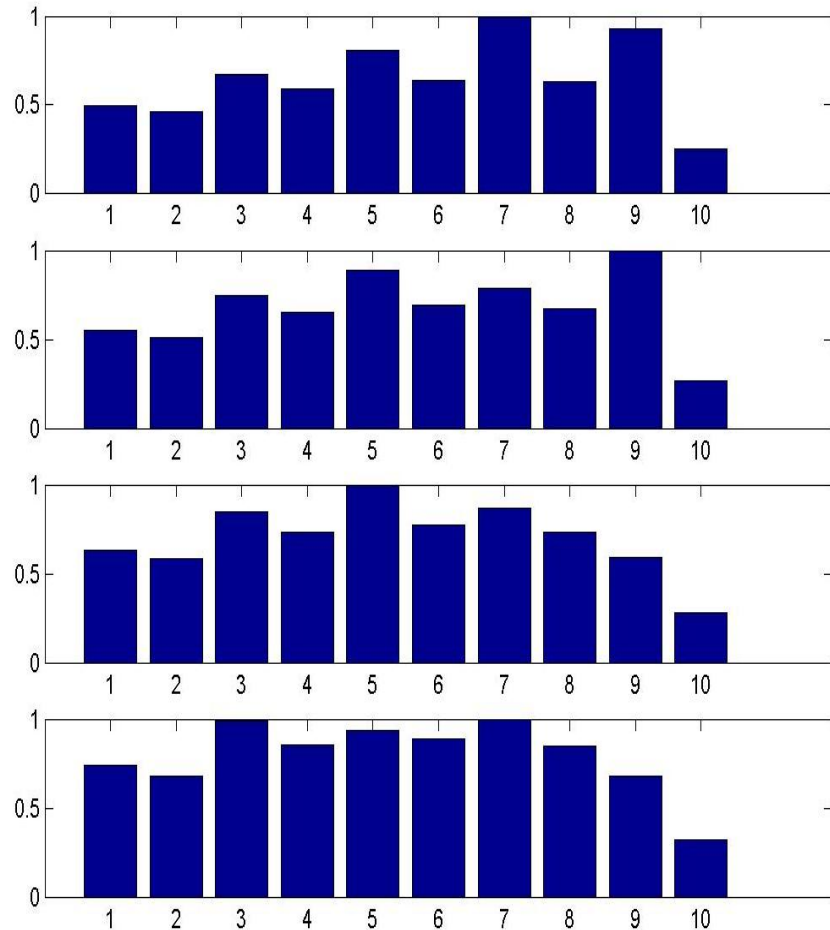


Fig.3.4 Risultati degli indici di posizionamento per i primi 4 dissipatori

Nella Fig.3.5 invece sono riportati i grafici della funzione  $|Z_m|^2 \Phi_{\ddot{x}_0 \ddot{x}_0}(\omega)$  presente nell'integrale dell'equazione 3.12 relativamente al posizionamento del terzo dissipatore.

I risultati ottenuti sono in accordo con quanto disponibile nella letteratura tecnica come si può vedere dalla Fig.3.6 in cui sono mostrati gli indici di posizionamento per lo stesso esempio ricavati in "Zhang and Soong, 1992", quindi si può ritenere validata la procedura sviluppata in MATLAB.

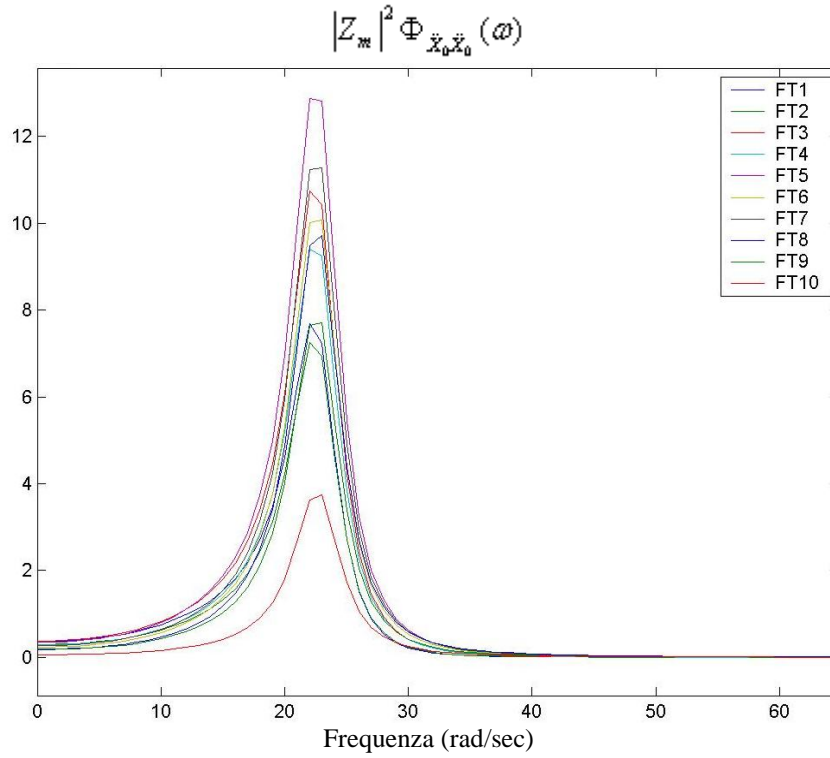


Fig.3.5 Funzione integranda dell'eq. 3.12

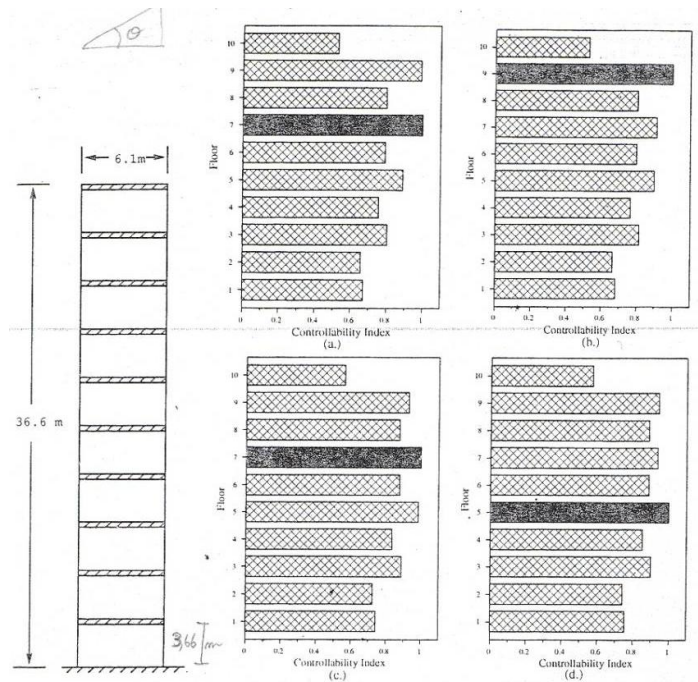


FIG. 3. Configuration of Example Structure

FIG. 4. Optimal Location Index Plots: (a) First Damper; (b) Second Damper; (c) Third Damper; and (d) Fourth Damper

Fig.3.6 Risultati ottenuti in "Zhang and Soong, 1992"

### 3.3 Metodo del minimo delle funzioni di trasferimento (TAKEWAKI)

Il problema trattato in questo paragrafo è quello di trovare il posizionamento ottimale in grado di minimizzare la somma delle ampiezze delle funzioni di trasferimento valutata alla frequenza fondamentale della struttura non smorzata con un vincolo nella somma totale dei coefficienti di smorzamento aggiunti alla struttura. Questo è un particolare tipo di problema inverso. Studi estensivi sono già stati effettuati nel campo dei problemi inversi relativi ai modi di vibrare di strutture non smorzate. Tuttavia questi risultati non possono essere utilizzati per le strutture smorzate. In particolare, quando l'ampiezza dello smorzamento è molto grande oppure lo smorzamento non è proporzionale, i risultati ottenuti dal problema inverso per le strutture non smorzate non danno informazioni utili per la progettazione dei corrispondenti sistemi smorzati.

L'efficiente e sistematico algoritmo di posizionamento ottimale presentato nel seguito è valido per qualsiasi sistema di smorzamento, per esempio proporzionale e non proporzionale, per qualsiasi struttura che può essere modellata con il metodo degli elementi finiti e consiste in un algoritmo sistematico senza operazioni indefinite. Deve essere anche evidenziato che visto che si basa su delle proprietà dinamiche della struttura, per es. l'ampiezza delle funzioni di trasferimento, i risultati sono generali e non influenzati dalle caratteristiche dell'azione sismica.

### 3.3.1 Problema di posizionamento ottimale per il caso a due gradi di libertà

Si consideri una struttura a due gradi di libertà deformabile a taglio, “*shear type*”, con dei dissipatori puramente viscosi, come illustrato nella Fig.3.7. Le masse e le rigidezze di piano sono indicate con  $\{\bar{m}_1, \bar{m}_2\}$  e  $\{\bar{k}_1, \bar{k}_2\}$ , mentre  $\{c_1, c_2\}$  denotano i coefficienti di smorzamento dei dispositivi aggiunti. Si assume che le masse e le rigidezze siano assunte e che le variabili di progetto siano i  $\mathbf{c} = \{c_1, c_2\}$ . Si ipotizza anche che lo smorzamento strutturale interno sia trascurabile rispetto a quello aggiunto dai dissipatori.

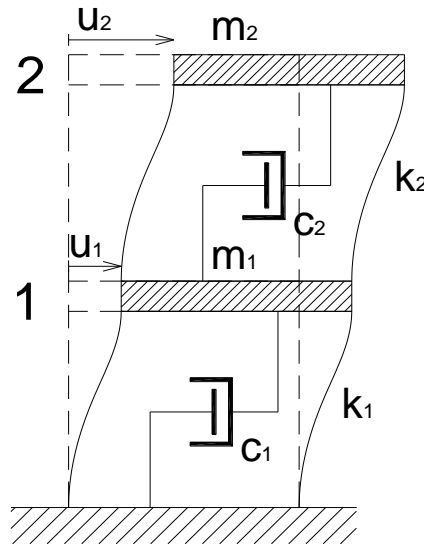


Fig.3.7 Modello strutturale shear-type a due gradi di libertà con dissipatori viscosi

Chiamiamo  $u_1$  e  $u_2$  gli spostamenti di piano rispettivamente delle masse  $\bar{m}_1$  e  $\bar{m}_2$ . Quando questo modello è soggetto alla accelerazione alla base  $\ddot{u}_g$  le equazioni del moto possono essere scritte nel seguente modo:

$$\begin{bmatrix} \bar{k}_1 + \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (3.13)$$

Chiamiamo con  $U_1(\omega)$ ,  $U_2(\omega)$ ,  $\ddot{U}_g(\omega)$  rispettivamente le trasformate di Fourier di  $u_1$ ,  $u_2$ ,  $\ddot{u}_g$  e con  $\omega$  la frequenza circolare dell'eccitazione. La trasformata di Fourier dell'Eq.3.13 diventa:

$$\left( \begin{bmatrix} \bar{k}_1 + \bar{k}_2 & -\bar{k}_2 \\ -\bar{k}_2 & \bar{k}_2 \end{bmatrix} + i\omega \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} - \omega^2 \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \bar{m}_1 & 0 \\ 0 & \bar{m}_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \ddot{U}_g(\omega)$$



(3.14)

in cui  $i$  è l'unità immaginaria. Le trasformate di Fourier  $\delta_1(\omega)$ ,  $\delta_2(\omega)$  degli spostamenti interpianto  $d_1 = u_1$ ,  $d_2 = u_2 - u_1$  sono legate a  $U_1(\omega)$ ,  $U_2(\omega)$  dalla

$$\begin{Bmatrix} \delta_1(\omega) \\ \delta_2(\omega) \end{Bmatrix} = \mathbf{T} \begin{Bmatrix} U_1(\omega) \\ U_2(\omega) \end{Bmatrix} \quad (3.15)$$

in cui

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Chiamiamo  $\omega_1$  la frequenza fondamentale naturale del modello e definiamo le seguenti quantità  $\hat{U}_1$ ,  $\hat{U}_2$  come

$$\hat{U}_1 = U_1(\omega_1)/\ddot{U}_g(\omega_1), \quad \hat{U}_2 = U_2(\omega_1)/\ddot{U}_g(\omega_1) \quad (3.17)$$

$\hat{U}_i$  è uguale al valore tale che  $\omega_1$  è sostituito nella funzione di risposta spettrale ottenibile come  $U_i(\omega)$  dopo avere sostituito  $\ddot{U}_g(\omega) = 1$  nell'Eq.3.14. E' da evidenziare che a causa del fatto che le masse e le rigidezze sono fissate  $\omega_1$  è un valore noto. Due nuove quantità  $\hat{\delta}_1$ ,  $\hat{\delta}_2$  sono definite da  $\hat{\delta}_1 \equiv \hat{U}_1$ ,  $\hat{\delta}_2 \equiv \hat{U}_2 - \hat{U}_1$ . A causa dell'Eq.3.14, ( $\omega = \omega_1$ ) e all'Eq.3.17,  $\hat{U}_1$ ,  $\hat{U}_2$  devono soddisfare la seguente equazione:

$$\mathbf{A} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} \bar{m}_1 \\ \bar{m} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

in cui

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} (\bar{k}_1 + \bar{k}_2) + i\omega_1(c_1 + c_2) - \omega_1^2 \bar{m}_1 & -\bar{k}_2 - i\omega_1 c_2 \\ -\bar{k}_2 - i\omega_1 c_2 & \bar{k}_2 + i\omega_1 c_2 - \omega_1^2 \bar{m}_2 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Deve essere evidenziato che i quadrati delle ampiezze delle funzioni di trasferimento hanno un significato dal punto di vista fisico in quanto possono essere trasformate in termini di risposta quadratica media ( quantità ststistiche ) dopo essere state moltiplicate per la funzione di densità spettrale dell'azione ed integrate nel campo delle frequenze. Siccome l'ampiezza della funzione di trasferimento di uno spostamento interpianto valutata per la frequenza fondamentale non smorzata può essere relazionata alla

risposta quadratica media, tali ampiezze delle funzioni di trasferimento sono utilizzate come le quantità di controllo nella presente procedura.

Quindi il problema di posizionamento ottimale dei dissipatori può essere descritto come trovare quelle posizioni dei dissipatori che minimizzano la somma delle ampiezze delle funzioni di trasferimento degli spostamenti inter piano valutata per la frequenza fondamentale della struttura:

$$V = \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i(\mathbf{c})| \quad (3.20)$$

con un vincolo nella somma dei coefficienti di smorzamento dei dissipatori aggiunti:

$$\sum_{i=1}^2 c_i = \bar{W} \quad \text{con } \bar{W} \text{ fissato} \quad (3.21)$$

La Lagrangiana  $L$  del problema di ottimizzazione può essere espressa in termini del moltiplicatore di Lagrange  $\lambda$ .

$$L(\mathbf{c}, \lambda) = \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i(\mathbf{c})| + \lambda \left( \sum_{i=1}^2 c_i - \bar{W} \right) \quad (3.22)$$

Il criterio di ottimizzazione per questo tipo di problema può essere derivato dalle condizioni di stazionarietà di  $L(\mathbf{c}, \lambda)$  rispetto a  $\mathbf{c}$  e  $\lambda$ .

$$\left( \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} + \lambda = 0 \quad \text{con } j=1, \dots, 2 \quad (3.23)$$

$$\sum_{i=1}^2 c_i - \bar{W} = 0 \quad (3.24)$$

Da qui in poi  $(\cdot)_{,j}$  indicherà la derivata parziale rispetto a  $c_j$ . Deve essere evidenziato che il valore di ogni coefficiente di smorzamento deve essere non negativo. Se  $c_j = 0$ , l'Eq.3.23 deve essere modificata nella seguente forma:

$$\left( \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} + \lambda \geq 0 \quad (3.25)$$

Siccome il criterio di ottimizzazione dell'Eq.3.23 contiene il parametro  $\lambda$  può essere conveniente dal punto di vista computazionale fare sparire questo termine dal criterio suadetto. Quindi definiamo la seguente quantità:

$$\gamma_1 = \left( \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,2} / \left( \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,1} \quad (3.26)$$

L'espressione alternativa del criterio di ottimizzazione dell'Eq.3.23 può essere ridotta a  $\gamma_1 = 0$ . Se  $c_1 = 0$ ,  $\gamma_1 \geq 1$ . Se  $c_2 = 0$ ,  $\gamma_1 \leq 1$ .

Di seguito viene sviluppato l'algoritmo di soluzione del problema. Differenziando l'Eq. 3.18 rispetto alle variabili di progetto  $c_j$  si ottiene:

$$\mathbf{A}_{,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} + \mathbf{A} \begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = \mathbf{0} \quad (3.27)$$

$\mathbf{A}_{,j}$  nell'equazione 3.27 può essere espresso come

$$\mathbf{A}_{,1} = i\omega_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_{,2} = i\omega_1 \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Siccome  $\mathbf{A}$  è regolare, le derivate del primo ordine di  $\hat{U}_1$ ,  $\hat{U}_2$  sono ricavate dall'Eq.3.27 come:

$$\begin{Bmatrix} \hat{U}_{1,j} \\ \hat{U}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \begin{Bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

Le derivate del primo ordine di  $\hat{\delta}_1$ ,  $\hat{\delta}_2$  sono ricavate sostituendo  $\hat{\delta}_1 \equiv \hat{U}_1$ ,  $\hat{\delta}_2 \equiv \hat{U}_2 - \hat{U}_1$  nell'Eq.3.29:

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,j} \\ \hat{\delta}_{2,j} \end{Bmatrix} = -\mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

La quantità  $\hat{\delta}_i$  può essere riscritta come

$$\hat{\delta}_i = \Re[\hat{\delta}_i] + i\Im[\hat{\delta}_i] \quad (3.31)$$

in cui  $\Re[]$  e  $\Im[]$  indicano la parte reale e la parte immaginaria del numero complesso. La derivata del primo ordine di  $\hat{\delta}_i$  può essere formalmente espressa come

$$\hat{\delta}_{i,j} = (\Re[\hat{\delta}_i])_{,j} + i(\Im[\hat{\delta}_i])_{,j} \quad (3.32)$$

Il valore assoluto di  $\hat{\delta}_i$  può essere definito da

$$|\hat{\delta}_i| = \sqrt{(\Re[\hat{\delta}_i])^2 + (\Im[\hat{\delta}_i])^2} \quad (3.33)$$

La derivata del primo ordine di  $|\hat{\delta}_i|$  può essere espressa come

$$\left| \frac{\partial |\hat{\delta}_i|}{\partial \mathbf{c}} \right|_j = \frac{1}{|\hat{\delta}_i|} \left\{ \Re[\hat{\delta}_i] (\Re[\hat{\delta}_i])_{,j} + \Im[\hat{\delta}_i] (\Im[\hat{\delta}_i])_{,j} \right\} \quad (3.34)$$

in cui  $(\Re[\hat{\delta}_i])_{,j}$  e  $(\Im[\hat{\delta}_i])_{,j}$  possono essere ricavati dall'Eq.3.30.

L'incremento lineare  $\Delta\gamma_1$  di  $\gamma_1$  può essere ricavato come segue:

$$\Delta\gamma_1 = \left( \frac{1}{B_1} \frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} - \frac{B_2}{B_1^2} \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \right) \Delta \mathbf{c} = \frac{1}{B_1} \left( \frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} - \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \gamma_1 \right) \Delta \mathbf{c} \quad (3.35)$$

in cui

$$B_1 = \left( \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,1}, \quad B_2 = \left( \sum_{i=1}^2 |\hat{\delta}_i| \right)_{,2} \quad (3.36)$$

L'incremento  $\Delta \mathbf{c}$  deve soddisfare la seguente relazione dovuta all'Eq.3.24:

$$\sum_{i=1}^2 \Delta c_i = 0 \quad (3.37)$$

Le equazioni 3.35-3.37 portano al seguente sistema di equazioni lineari:

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{B_1} \left( \frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} - \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \gamma_1 \right) \\ 1 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{c} = \begin{Bmatrix} \Delta\gamma_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.38)$$

L'Eq.3.38 indica che, una volta che  $\Delta\gamma_1$  è dato e  $\partial B_1 / \partial \mathbf{c}, \partial B_2 / \partial \mathbf{c}$  sono valutati, può essere trovato  $\Delta \mathbf{c}$ . Chiamiamo  $\gamma_{01}$  il valore iniziale di  $\gamma_1$ . L'incremento  $\Delta\gamma_1$  può essere dato come  $\Delta\gamma_1 = (1 - \gamma_{01})/N$  in cui N è il numero di step. Deve essere ricordato che se  $c_1$  o  $c_2$  svaniscono, devono essere soddisfatte le seguenti relazioni, se  $c_1 = 0; \gamma_1 \geq 1$  e se  $c_2 = 0; \gamma_1 \leq 1$ .

$\partial B_1 / \partial \mathbf{c}, \partial B_2 / \partial \mathbf{c}$  possono essere valutati nella seguente maniera. Differenziando l'Eq.3.34 rispetto a  $c_k$  si ottiene:

$$\begin{aligned} \left| \hat{\delta}_i \right|_{,jk} &= \frac{1}{\left| \hat{\delta}_i \right|^2} \left( \left| \hat{\delta}_i \right| \left\{ \Re[\hat{\delta}_i]_{,k} (\Re[\hat{\delta}_i]_{,j} + \Re[\hat{\delta}_i]) (\Re[\hat{\delta}_i]_{,jk} + \Im[\hat{\delta}_i]_{,k} \Im[\hat{\delta}_i]_{,j} + \Im[\hat{\delta}_i] (\Im[\hat{\delta}_i]_{,jk} \right\} \right. \\ &\left. - \left| \hat{\delta}_i \right|_{,k} \left\{ \Re[\hat{\delta}_i] (\Re[\hat{\delta}_i]_{,j} + \Im[\hat{\delta}_i] (\Im[\hat{\delta}_i]_{,j} \right\} \right) \end{aligned} \quad (3.39)$$

quindi  $\partial B_1 / \partial \mathbf{c}, \partial B_2 / \partial \mathbf{c}$  possono essere espressi nel seguente modo

$$\frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,11} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,11}; \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,12} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,12} \right\} \quad (3.40a)$$

$$\frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} = \left\{ \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,21} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,21}; \left| \hat{\delta}_1 \right|_{,22} + \left| \hat{\delta}_2 \right|_{,22} \right\} \quad (3.40b)$$

$(\Re[\hat{\delta}_i]_{,jk})$  e  $(\Im[\hat{\delta}_i]_{,jk})$  nell'Eq.3.39 sono dati da

$$\begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,jk} \\ \hat{\delta}_{2,jk} \end{Bmatrix} = -\mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,k} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_1 \\ \hat{\delta}_2 \end{Bmatrix} - \mathbf{T} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,j} \mathbf{T}^{-1} \begin{Bmatrix} \hat{\delta}_{1,k} \\ \hat{\delta}_{2,k} \end{Bmatrix} \quad (3.41)$$

che è stata ricavata differenziando l'Eq.3.30 rispetto a  $c_k$  ed utilizzando la relazione  $\mathbf{A}_{,k}^{-1} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{A}_{,k} \mathbf{A}^{-1}$ . Siccome i componenti della matrice  $\mathbf{A}$  sono funzioni lineari di  $\mathbf{c}$ ,  $\mathbf{A}_{,jk}$  diventa una matrice nulla per tutti i  $j$  e  $k$ .

### 3.3.2 Generalizzazione al caso con $n$ -gradi di libertà

Consideriamo un modello shear-type ad  $n$  gradi di libertà. Le variabili di progetto sono  $\{c_1, \dots, c_n\}$ . Il problema di posizionamento ottimale può essere generalizzato sostituendo nel paragrafo precedente 2 con  $n$ . L'Eq.3.14 può essere generalizzata nella seguente forma:

$$(\mathbf{K} + i\omega \mathbf{C} - \omega^2 \mathbf{M}) \mathbf{U}(\omega) = -\mathbf{M} \ddot{\mathbf{U}}_g(\omega) \quad (3.42)$$

in cui  $\mathbf{K}$ ,  $\mathbf{C}$  e  $\mathbf{M}$  sono rispettivamente le matrici di rigidità, smorzamento e massa del sistema e  $\mathbf{r} = \{1, \dots, 1\}^T$  è il vettore di influenza per l'input alla base. In più  $\mathbf{U}(\omega) = \{U_1(\omega), \dots, U_n(\omega)\}^T$ .

Il criterio di ottimalità è ora dato da: se  $c_1 \neq 0$  e  $c_j \neq 0$  con ( $j \neq 1$ ),  $\gamma_{j-1} = 1$ ; se  $c_1 \neq 0$  e  $c_j = 0$  con ( $j \neq 1$ ),  $\gamma_{j-1} \leq 1$ ; se  $c_1 = 0$ ,  $\gamma_{j-1} \geq 1$ ; se  $c_1 = 0$  e  $c_j = 0$   $\gamma_{j-1}$  è arbitrario.

L'Eq.3.18 è generalizzata in

$$\mathbf{A}\hat{\mathbf{U}} = -\mathbf{M}\mathbf{r} \quad (3.43)$$

in cui  $\hat{\mathbf{U}} = \{\hat{U}_1, \dots, \hat{U}_n\}^T$  ( $\hat{U}_j = U_j(\omega_1)/\ddot{U}_g(\omega_1)$ ) e

$$\mathbf{A} = \mathbf{K} + i\omega_1\mathbf{C} - \omega_1^2\mathbf{M} \quad (3.44)$$

Le funzioni di trasferimento  $\hat{\boldsymbol{\delta}} = \{\hat{\delta}_1, \dots, \hat{\delta}_n\}^T$  degli spostamenti interpiano valutati alla frequenza naturale fondamentale della struttura non smorzata possono essere ricavate da  $\hat{\mathbf{U}}$  mediante la

$$\hat{\boldsymbol{\delta}} = \mathbf{T}\hat{\mathbf{U}} \quad (3.45)$$

in cui  $\mathbf{T}$  è la matrice di trasformazione deformazioni-spostamenti (cioè la versione generalizzata dell'Eq.3.16). L'Eq.3.27 può essere generalizzata in

$$\mathbf{A}_{,j}\hat{\mathbf{U}} + \mathbf{A}\hat{\mathbf{U}}_{,j} = \mathbf{0} \quad (3.46)$$

Dalla precedente  $\hat{\mathbf{U}}_{,j}$  può essere espresso in termini di  $\hat{\mathbf{U}}$

$$\hat{\mathbf{U}}_{,j} = -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}_{,j}\hat{\mathbf{U}} \quad (3.47)$$

Deve essere notato che per un modello shear-type può essere trovata una espressione esplicita per  $\mathbf{A}^{-1}$  avendo la matrice  $\mathbf{A}$  una forma tridiagonale. Dalle Eq.3.45-3.47  $\hat{\boldsymbol{\delta}}_{,j}$  viene espresso in termini di  $\hat{\boldsymbol{\delta}}$ :

$$\hat{\boldsymbol{\delta}}_{,j} = -\mathbf{T}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{A}_{,j}\mathbf{T}^{-1}\hat{\boldsymbol{\delta}} \quad (3.48)$$

Viene definita la nuova quantità  $\gamma_j$  come

$$\gamma_j = \left( \sum_{i=1}^n |\hat{\delta}_i| \right)_{,j+1} / \left( \sum_{i=1}^n |\hat{\delta}_i| \right)_{,1}, \quad j = 1, \dots, n-1 \quad (3.49)$$

L'incremento lineare  $\Delta\gamma_j$  di  $\gamma_j$  può essere ricavato come segue:

$$\Delta\gamma_j = \left( \frac{1}{B_1} \frac{\partial B_{j+1}}{\partial \mathbf{c}} - \frac{B_{j+1}}{B_1^2} \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \right) \Delta \mathbf{c} = \frac{1}{B_1} \left( \frac{\partial B_{j+1}}{\partial \mathbf{c}} - \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \gamma_j \right) \Delta \mathbf{c} \quad (3.50)$$

in cui

$$B_j = \left( \sum_{i=1}^n |\hat{\delta}_i| \right)_{,j} \quad (3.51)$$

La combinazione dell'Eq.3.50 con  $\sum_{i=1}^n \Delta c_i = 0$  porta al seguente set di equazioni lineari rispetto a  $\Delta \mathbf{c}$ :

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{B_1} \left( \frac{\partial B_2}{\partial \mathbf{c}} - \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \gamma_1 \right) \\ \vdots \\ \frac{1}{B_1} \left( \frac{\partial B_n}{\partial \mathbf{c}} - \frac{\partial B_1}{\partial \mathbf{c}} \gamma_{n-1} \right) \\ 1 \dots 1 \end{bmatrix} \Delta \mathbf{c} = \begin{Bmatrix} \Delta \gamma_1 \\ \vdots \\ \Delta \gamma_{n-1} \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.52)$$

Le derivate  $|\hat{\delta}_i|_{,jk}$  sono ricavate dall'Eq.3.39.  $(\Re[\hat{\delta}_i])_{,j}$  e  $(\Im[\hat{\delta}_i])_{,j}$  nell'Eq.3.39 sono dati dall'Eq.3.30 e  $(\Re[\hat{\delta}_i])_{,jk}$  e  $(\Im[\hat{\delta}_i])_{,jk}$  nell'Eq.3.39 sono dati dall'Eq.3.41.

Chiamiamo  $\boldsymbol{\gamma}_0$  e  $\boldsymbol{\gamma}_F$  i valori iniziali e obiettivo delle quantità definite nell'Eq.3.49. Deve essere notato che  $\boldsymbol{\gamma}_F = \{1, \dots, 1\}^T$ . Gli incrementi lineari  $\Delta \boldsymbol{\gamma} = \{\Delta \gamma_1 \dots \Delta \gamma_{n-1}\}^T$  sono dati da

$$\Delta \boldsymbol{\gamma} = (\boldsymbol{\gamma}_f - \boldsymbol{\gamma}_0) / N \quad (3.53)$$

L'algoritmo di soluzione può essere sintetizzato come segue:

Step 1: Se  $c_j > 0$  per tutti i  $j$ , computare  $\Delta \mathbf{c}$  dall'Eq.3.52 utilizzando l'eq.3.53.

Step 2: Se un  $c_j$  si annulla, verifica se il rapporto  $\gamma_{j-1}$  corrispondente a  $c_j = 0$  soddisfa alla condizione  $\gamma_{j-1} \leq 1$ .

- Step 3: Aggiornare  $\gamma_0$  per il modello dello step 2 e ricalcolare  $\Delta\gamma$  dall'Eq.3.53.
- Step 4: Rimuovere la  $j$ -esima colonna nella matrice di coefficienti al lato sinistro dell'Eq.3.52 e la  $(j-1)$ -esima riga sempre nella stessa matrice corrispondenti a  $c_j = 0$ . Gli altri  $\Delta c_j$  (e  $c_j$ ) possono essere computati sequenzialmente dal sistema ridotto di equazioni lineari.
- Step 5: Ripetere gli step 1-4 finchè il criterio di ottimalità non è soddisfatto.

Se  $c_1 = 0$ , il denominatore dell'Eq.3.49 deve essere cambiato e può essere scelto un  $B_j$  di un altro piano, per es. quello del piano con il massimo  $B_j$ .

Siccome questo algoritmo non include operazioni indefinite porterà ad un risultato tangibile di progettazione ottimale.

### 3.3.3 Esempio numerico

Consideriamo come primo esempio la struttura di Fig. 3.8 avente 6 gradi di libertà. Le masse sono assunte note a priori e pari a  $\bar{m}_1 = \dots = \bar{m}_6 = 0.8 \times 10^5$  kg. Ogni piano ha uguale rigidezza pari a  $\bar{k}_1 = \dots = \bar{k}_6 = 4.0 \times 10^7$  (N/m). Le variabili di progetto sono i coefficienti di smorzamento  $c_1, \dots, c_6$  degli smorzatori aggiunti. Ogni smorzatore viscoso ha lo stesso coefficiente iniziale di smorzamento  $1.5 \times 10^6$  (Ns/m). La frequenza naturale non smorzata del modello è pari a  $\omega_1 = 5.39$  rad/sec e i valori iniziali di  $\gamma$  sono mostrati nella Tab.3.2. I valori obiettivo per  $\gamma$  sono  $\gamma_{F_j} = 1$  per tutti i  $j$  e i valori finali per  $\gamma$  ottenuti dalla procedura sono mostrati nella Tab.3.3. Il numero di step utilizzati nel processo di progettazione è pari a  $N=100$ .

La distribuzione ottimale dei coefficienti di smorzamento è illustrata nella Fig.3.9. Può essere osservato che nella distribuzione ottimale dei dissipatori essi sono concentrati nei piani in cui vi sono i maggiori spostamenti interpiano nella situazione iniziale (cioè nella distribuzione uniforme dei dissipatori) in accordo con i risultati noti presenti nella letteratura scientifica. Quindi l'algoritmo ha automaticamente eliminato i dissipatori dove non erano necessari per concentrarli alla base.



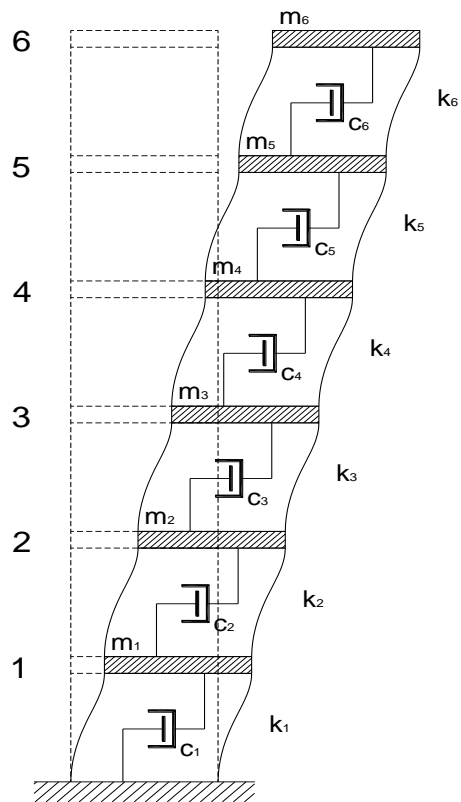


Fig.3.8 Modello della struttura

Tabella 3.2 Valori iniziali per i  $\gamma_j$  definiti nell'Eq.3.49

$j$	1	2	3	4	5
$\gamma_{0j}$	0.8795	0.6798	0.4438	0.222	0.0627

Tabella 3.3 Valori finali per i  $\gamma_j$  ottenuti con la progettazione ottimale

$j$	1	2	3	4	5
$\gamma_{0j}$	1.001	0.8548	0.5550	0.2726	0.0723

La funzione obiettivo  $V$  è stata ridotta da 0.2139 (situazione iniziale) a 0.1351 (design ottimale) come si può vedere dalla Fig.3.10 che mostra l'andamento della funzione per i vari step dell'algoritmo.

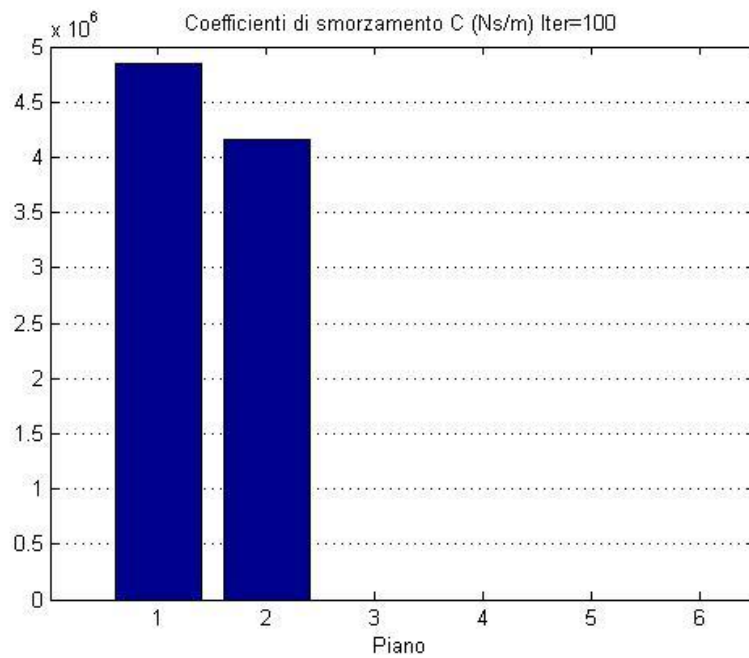


Fig.3.9 Distribuzione ottimizzata dei dissipatori

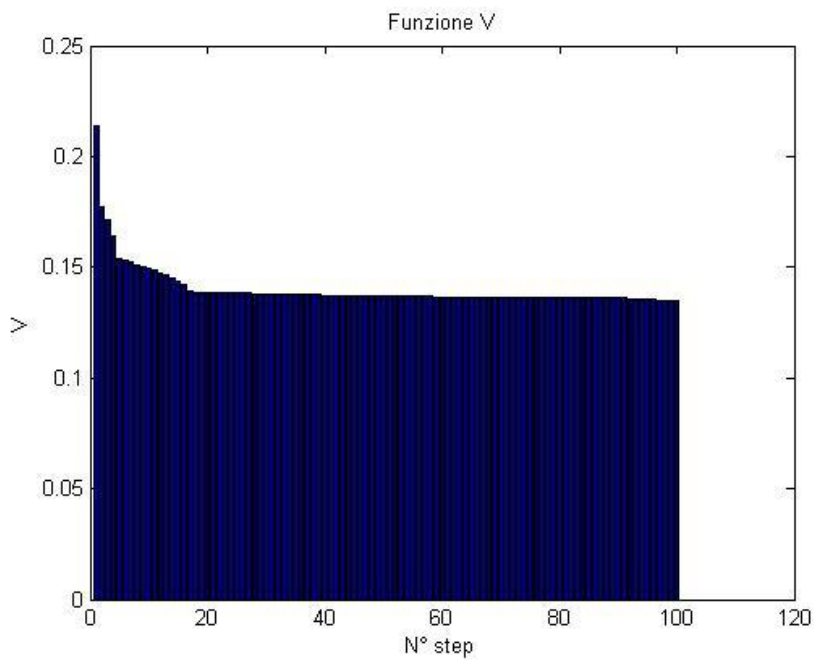


Fig.3.10 Andamento della funzione obiettivo V

Nel secondo esempio consideriamo sempre un modello a 6 gradi di libertà deformabile a taglio però con una diversa distribuzione delle rigidità. Le distribuzioni delle masse e dei coefficienti di smorzamento iniziali vengono mantenute identiche all'esempio precedente. La distribuzione delle rigidità viene scelta in modo da non variare la frequenza fondamentale di vibrazione e in modo da avere una distribuzione

iniziale delle ampiezze delle funzioni  $|\hat{\delta}_i|$  degli spostamenti interpiano il più uniforme possibile. La distribuzione delle rigidezze utilizzata in questo esempio è riassunta nella Tab.3.4 mentre nella Tab.3.5 sono illustrati i valori iniziali di  $\gamma$ . La procedura è stata applicata con un numero di step pari a  $N=250$ . La Fig.3.11 mostra la distribuzione ottimale dei coefficienti di smorzamento. A differenza dell'esempio precedente con rigidezza uniforme di piano, in questo caso i dissipatori non sono concentrati in specifici piani. Questo può essere dovuto al fatto che i valori iniziali di  $\gamma$  sono già vicini a quelli ottimali e quindi non ci si può aspettare una drastica riduzione della funzione obiettivo attraverso la redistribuzione dei dissipatori aggiunti. Infatti, in questo caso, la funzione obiettivo viene ridotta solo leggermente da 0.2033 a 0.2027, come si può vedere dalla Fig.3.12.

Si vuole evidenziare che i risultati ottenuti implementando il presente algoritmo in ambiente MATLAB sono praticamente uguali a quelli presenti in letteratura, Takewaki I., 1997, dimostrando così la bontà del codice sviluppato.

Tabella 3.4 Rigidezze di piano del secondo esempio

$j$	1	2	3	4	5	6
$K_j(\times 10^7 \text{ N/m})$	5.131	4.810	4.260	3.476	2.444	1.100

Tabella 3.5 Valori iniziali per i  $\gamma_i$  definiti nell'Eq.3.49 per il secondo esempio

$j$	1	2	3	4	5
$\gamma_{0j}$	1.021	1.042	1.062	1.071	0.8999

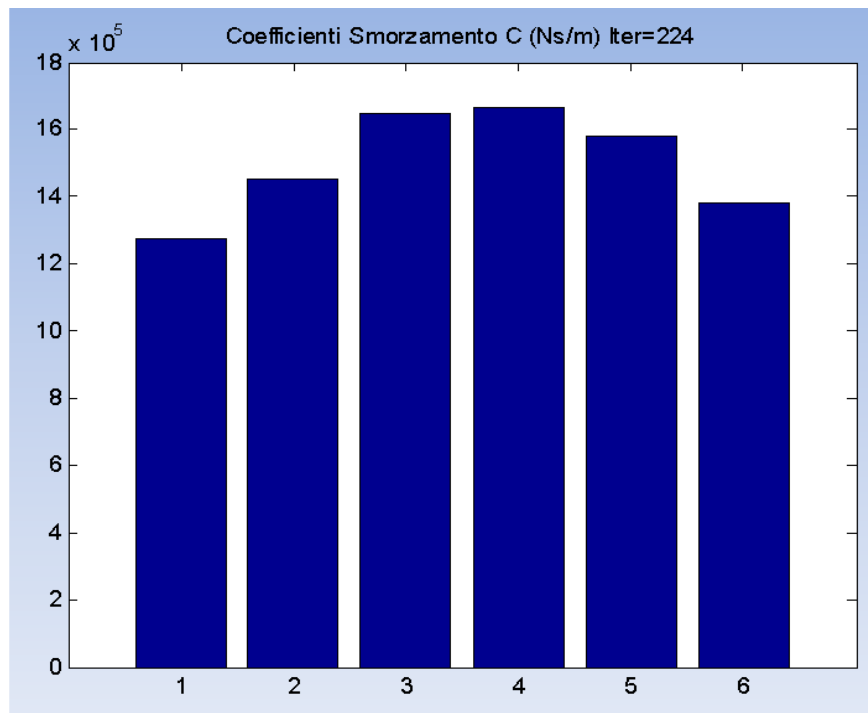


Fig.3.11 Distribuzione ottimizzata dei dissipatori (esempio 2)

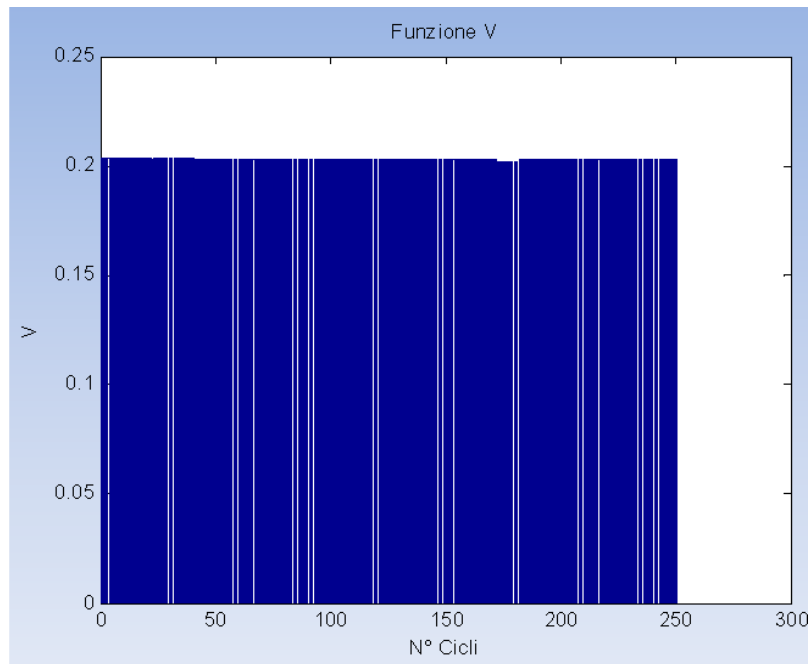


Fig.3.12 Andamento della funzione obiettivo  $V$  (esempio 2)

### 3.4 Teoria del controllo ottimale

La teoria del controllo attivo costituisce uno strumento efficace nella progettazione di sistemi di controllo in cui sono introdotte delle forze nelle strutture per ridurre gli effetti indesiderati di vibrazioni. Questa teoria ipotizza che ognuno dei dispositivi generanti le forze di controllo sia in grado di processare contemporaneamente le informazioni ottenute dai sensori disponibili e di generare delle forze compatibili. Solo i dispositivi attivi e semiattivi sono in grado di fornire questo tipo di controllo. I sistemi passivi invece producono forze che sono dipendenti solamente dalla loro deformazione o dalla velocità interna. I parametri che governano tale comportamento sono fissati al momento della progettazione. Per esempio per un dissipatore viscoelastico le forze sviluppate possono essere rappresentate in modo semplificato dal modello di Kelvin, definito nell'Eq.1.23 qui ripetuta:

$$F(t) = k'(\omega)x(t) + c'(\omega)\dot{x}(t) \quad (3.54)$$

con  $k'(\omega), c'(\omega)$  parametri del dissipatore dipendenti dalla frequenza.

L'approccio della teoria del controllo lineare ottimale viene utilizzato in questo caso per determinare i coefficienti costanti dei dispositivi di smorzamento.

Si procede nel seguito ad illustrare tale procedura.

L'equazione del moto per una struttura con dei dissipatori aggiunti può essere scritta come.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{E}\mathbf{f}(t) + \mathbf{D}\mathbf{u}(t) \quad (3.55)$$

in cui le matrici  $\mathbf{M}, \mathbf{C}, \mathbf{K}$  sono le matrici di massa, smorzamento e rigidità e  $\mathbf{x}(t)$  rappresenta il vettore degli spostamenti ai vari gradi di libertà. Le forze dei dissipatori sono introdotte nel sistema mediante le forze di controllo  $\mathbf{u}(t)$  disposte secondo la matrice di posizionamento  $\mathbf{D}$ , mentre le forze dell'eccitazione sono le  $\mathbf{f}(t)$  disposte secondo la matrice di posizionamento  $\mathbf{E}$ . L'equazione del moto può essere facilmente compattata mediante la formulazione nello spazio di stato

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{z}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) \quad (3.56)$$

dove  $\mathbf{z}(t) = \{\mathbf{x}(t), \dot{\mathbf{x}}(t)\}^T$  e le matrici di coefficienti del sistema  $\mathbf{A}$ , delle posizioni delle forze  $\mathbf{B}$  e delle azioni  $\mathbf{H}$  sono:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (3.57a)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \quad (3.57b)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{E} \end{bmatrix} \quad (3.57c)$$

Ipotizzando per semplicità che le forze di controllo siano lineari si ha:

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}\mathbf{z}(t) = [\mathbf{G}_x : \mathbf{G}_\dot{x}] \mathbf{z}(t) = \mathbf{G}_x \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_\dot{x} \dot{\mathbf{x}}(t) \quad (3.58)$$

in cui la matrice di gain,  $\mathbf{G}$ , include i coefficienti costanti  $\mathbf{G}_x, \mathbf{G}_\dot{x}$  dei dispositivi di controllo strutturale. Le equazioni del moto si riducono a :

$$\dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{H}\mathbf{f}(t) \quad (3.59)$$

in cui la matrice  $\mathbf{A}_c$  del sistema controllato è

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{G} \quad (3.60)$$

La matrice di gain  $\mathbf{G}$  (matrice di coefficienti) può essere determinata minimizzando un indice quadratico di prestazione

$$\mathbf{J} = \int_0^{t_f} [\mathbf{z}^T(t)\mathbf{Q}\mathbf{z}(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\mathbf{u}(t)]dt \quad (3.61)$$

oppure utilizzando la 3.58

$$\mathbf{J} = \int_0^{t_f} \{\mathbf{z}^T(t)[\mathbf{Q} + \mathbf{G}^T\mathbf{R}\mathbf{G}]\mathbf{z}(t)\}dt \quad (3.62)$$

vincolata con le equazioni di equilibrio Eq.3.59.

Le matrici  $\mathbf{Q}$  e  $\mathbf{R}$  sono matrici di coefficienti di peso per l'ottimizzazione. La selezione delle matrici rende possibili soluzioni all'interno dei limiti della struttura e delle risorse disponibili.

La matrice di gain  $\mathbf{G}$  viene ottenuta mediante la minimizzazione dell'indice di prestazione  $\mathbf{J}$  come

$$\mathbf{G} = 1/2\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} \quad (3.63)$$

dove  $\mathbf{P}$  è la soluzione dell'equazione di Riccati

$$\mathbf{A}^T\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{A} - 1/2\mathbf{P}\mathbf{B}\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}^T\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} = 0 \quad (3.64)$$

Le forze di controllo possono essere quindi ottenute come

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{G}_x\mathbf{x}(t) + \mathbf{G}_\dot{x}\dot{\mathbf{x}}(t) \quad (3.65a)$$

oppure esplicitamente

$$\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11,x} & g_{12,x} & \cdots & g_{1n,x} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{n1,x} & g_{n2,x} & \cdots & g_{nm,x} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} g_{11,\dot{x}} & g_{12,\dot{x}} & \cdots & g_{1n,\dot{x}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ g_{n1,\dot{x}} & g_{n2,\dot{x}} & \cdots & g_{nm,\dot{x}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} \quad (3.65b)$$

Se le forze di controllo sono fornite da dei dispositivi passivi allora sono dipendenti dai relativi valori dei coefficienti di smorzamento e rigidità, tra l'altro costanti, secondo la seguente espressione:

$$\mathbf{u}^*(t) = \mathbf{K}_x\mathbf{x}(t) + \mathbf{C}_\dot{x}\dot{\mathbf{x}}(t) \quad (3.66a)$$

o esplicitamente

$$\begin{Bmatrix} u_1^* \\ u_2^* \\ \vdots \\ u_n^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & & \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & \vdots \\ \ddots & \ddots & \ddots & -k_n \\ & & -k_n & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 & & \\ -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & \vdots \\ \ddots & \ddots & \ddots & -c_n \\ & & -c_n & c_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \vdots \\ \dot{x}_n \end{Bmatrix} \quad (3.66b)$$

I coefficienti dei dissipatori  $k_{ij}$  e  $c_{ij}$  nell'Eq.3.66 possono essere ricavati dai coefficienti della matrice di gain  $g_{ij,x}$  e  $g_{ij,\dot{x}}$  dell'Eq.3.65 utilizzando diverse approssimazioni descritte nel seguito. Per semplicità di ulteriori sviluppi le Eq.3.65 e 3.66 possono essere trasformate utilizzando la formulazione degli spostamenti interpiano, si veda la Fig.3.13, ottenuta dalla trasformazione lineare

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{T}\mathbf{d}(t) \quad (3.67)$$

in cui

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \\ \vdots & & & \ddots \\ 1 & \cdots & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.68)$$

Le forze nei dissipatori sono

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{T}^T \mathbf{u}(t) \quad (3.69)$$

in cui  $\mathbf{v}(t)$  sono le forze in termini di spostamenti e velocità interpiano ottenute dalla 3.65 attraverso la:

$$\mathbf{v}(t) = \mathbf{G}_d \mathbf{d}(t) + \mathbf{G}_{\dot{d}} \dot{\mathbf{d}}(t) \quad (3.70)$$

in cui

$$\mathbf{G}_d = \mathbf{T}^T \mathbf{G}_x \mathbf{T}; \quad \mathbf{G}_{\dot{d}} = \mathbf{T}^T \mathbf{G}_{\dot{x}} \mathbf{T} \quad (3.71)$$

Utilizzando la stessa trasformazione le forze di controllo dell'Eq.3.66 possono essere scritte come

$$\mathbf{v}^*(t) = \mathbf{K}_d \mathbf{d}(t) + \mathbf{C}_d \dot{\mathbf{d}}(t) \quad (3.72)$$

in cui

$$\mathbf{K}_d = \mathbf{T}^T \mathbf{K}_x \mathbf{T} = \text{diag}(\Delta k_i) \quad (3.73a)$$

$$\mathbf{C}_d = \mathbf{T}^T \mathbf{C}_{\dot{x}} \mathbf{T} = \text{diag}(\Delta c_i) \quad (3.73b)$$

in cui  $\Delta k_i$  e  $\Delta c_i$  rappresentano la rigidezza e lo smorzamento aggiunto alla struttura al livello  $i$ .

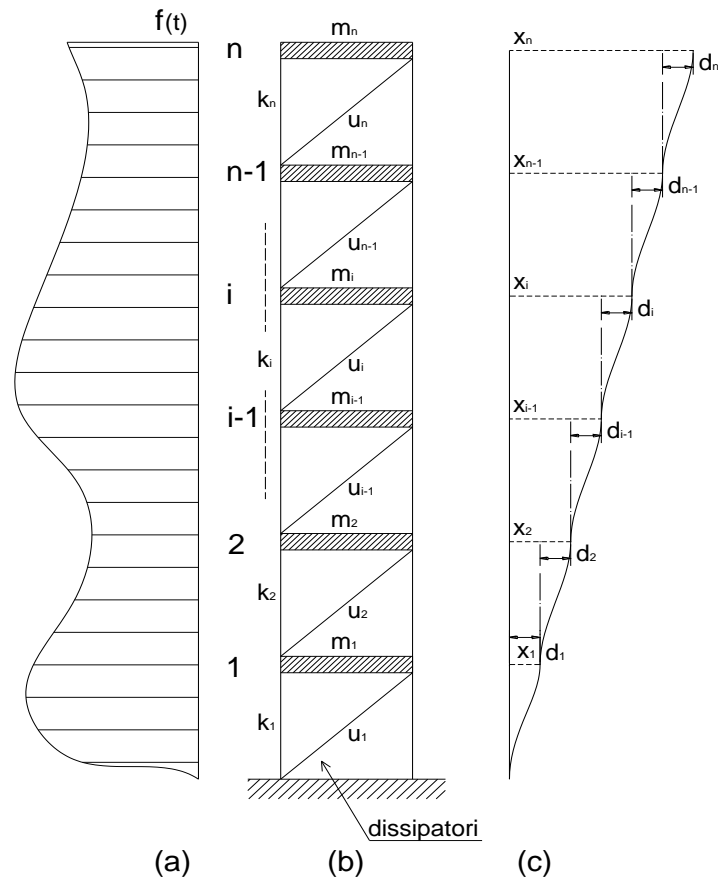


Fig.3.13 Schema strutturale con i dissipatori  
(a)carichi; (b)schema del telaio; (c)deformazioni della struttura

Per determinare le componenti individuali delle matrici  $\mathbf{K}_d$  e  $\mathbf{C}_d$  può essere utilizzato un approccio dei minimi quadrati. Siccome la rigidezza  $\mathbf{K}_d$  e lo smorzamento  $\mathbf{C}_d$  possono essere assunti indipendenti, i minimi quadrati verranno applicati indipendentemente per  $\mathbf{K}_d$  e  $\mathbf{C}_d$ . Per semplicità, nel seguito verrà mostrato lo sviluppo solo per i coefficienti di  $\mathbf{C}_d$ , ma analogamente la stessa procedura può essere applicata per determinare i coefficienti di  $\mathbf{K}_d$ .



Applicando l'approssimazione dei minimi quadrati alla differenza tra le Eq.3.70 e 3.72 risulta

$$\frac{d}{d\dot{d}_k(t)} \left\{ \int_0^T \sum_j [g_{kj,d} \dot{d}_j(t) - \Delta c_k \dot{d}_k(t)]^2 dt \right\} = 0 \quad (3.74)$$

che porta alla

$$\Delta C_k = \int_0^T \sum_j g_{kj,d} \dot{d}_j(t) dt / \int_0^T \dot{d}_k(t) dt \quad (3.75)$$

in cui  $T$  è il tempo totale per l'evento considerato.

I coefficienti sopra possono essere determinati mediante ulteriori semplificazioni, come per esempio quella che si basa sul picco di risposta spettrale di seguito sviluppata.

Ipotizziamo che nell'intervallo di tempo  $T$  la velocità può essere ottenuta mediante l'approccio dello spettro di risposta utilizzando il metodo di sovrapposizione della radice quadrata della somma dei quadrati (SRSS)

$$\dot{d}_{ji} = \left[ \sum_i (\phi_{ji} P_i S_{vi})^2 \right]^{1/2} \quad (3.76)$$

in cui  $\dot{d}_{ji}$  = velocità nel modo  $i$  al grado di libertà  $j$ ;  $\phi_{ji}$  = modi di vibrare normalizzati rispetto alla massa;  $P_i$  = fattore di partecipazione modale ( $= \sum_i m_j \phi_{ji}$ ) e  $S_{vi}$  = velocità spettrale nel modo  $i$ .

Il coefficiente di smorzamento equivalente dell'Eq.3.75 diventa

$$\Delta C_k = \frac{\sum_j g_{kj,d} \left[ \sum_i (\phi_{ji} P_i S_{vi})^2 \right]^{1/2}}{\left[ \sum_i (\phi_{ki} P_i S_{vi})^2 \right]^{1/2}} \quad (3.77)$$

Un ulteriore metodo per semplificare l'Eq.3.75 è quello che si basa sull'approccio del singolo modo di vibrare. Infatti la formulazione modale precedentemente descritta include l'influenza di tutti i modi di vibrare. Però nelle comuni applicazioni che riguardano le strutture per edifici in caso di terremoto molto spesso accade che vi è solo un modo di vibrare rilevante. Quindi, se solo un modo,  $i$ , viene mantenuto nell'Eq.3.77, per es.  $i=m$ , l'espressione si semplifica ulteriormente in:

$$\Delta C_k = \frac{\sum_j g_{kj,d} \phi_{jm}}{\phi_{km}} = \sum_j g_{kj,d} \phi_{jm}^k \quad (3.78)$$

in cui  $\phi_{jm}^k = \phi_{jm} / \phi_{km}$  = deformata modale normalizzata all'unità al grado di libertà  $k$ . I coefficienti di smorzamento non sono più dipendenti dalla storia dell'evento ma solo dalle caratteristiche della struttura.

Un altro approccio ulteriormente semplificato può essere ottenuto mantenendo solo un fattore di gain, per es. quello relativo al grado di libertà  $k$ . In tal caso  $j=k$  nell'Eq.3.78 e risulta

$$\Delta C_k = g_{kk,d} \quad (3.79)$$

Questa semplificazione può essere ottenuta dalla 3.70 troncando tutti i termini fuori diagonale della matrice  $G_j$ .

### 3.4.1 Esempio numerico

Per illustrare la procedura precedentemente descritta e il livello di prestazione del design ottimizzato la si applicherà ad una struttura di esempio costituita da un telaio deformabile a taglio a tre gradi di libertà, si veda la Fig.3.14. Le masse, le rigidità e lo smorzamento iniziali sono illustrati nelle seguenti matrici:

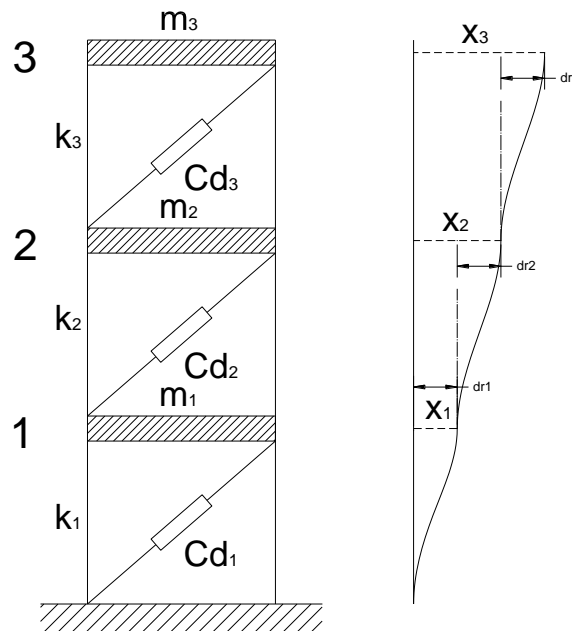


Fig.3.14 Schema strutturale esempio

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 200.4 & 0 & 0 \\ 0 & 200.4 & 0 \\ 0 & 0 & 178.0 \end{bmatrix} kg$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 264.99 & -78.09 & -16.08 \\ -78.09 & 246.89 & -92.15 \\ -16.08 & -92.15 & 162.02 \end{bmatrix} Ns/m$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} 238.932 & -119.466 & 0.00 \\ -119.466 & 238.932 & -119.466 \\ 0.00 & -119.466 & 119.466 \end{bmatrix} 10^3 N/m$$

Le frequenze naturali della struttura sono 1.78Hz, 4.96Hz e 7.05Hz per i primi tre modi. Sono stati utilizzati dei dispositivi viscosi lineari, quindi senza rigidità ( $k_d=0$ ).

La progettazione ottimale è stata ottenuta utilizzando la procedura illustrata precedentemente per le matrici di peso  $\mathbf{R}$  e  $\mathbf{Q}$ :

$$\mathbf{R} = 10^{-P} \mathbf{I}_{3 \times 3}; \quad \mathbf{Q} = \mathbf{I}_{6 \times 6} \quad (3.80)$$

in cui  $\mathbf{I}_{n \times n}$  indica la matrice diagonale di dimensioni  $n \times n$ ,  $P$  un parametro variabile utilizzato per ricondurre la soluzione entro limiti pratici. In questo caso per  $P$  è stato scelto il valore  $P=6$ .

Implementando l'algoritmo in ambiente MATLAB è stata determinata la matrice di gain, Eq.3.63, risolvendo l'equazione di Riccati, Eq.3.64. Le matrici  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  e  $\mathbf{P}$  sono di seguito riportate

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1192.3 & 596.1 & 0 & -1.3223 & 0.3897 & 0.0803 \\ 596.1 & -1192.3 & 671.2 & 0.3897 & -1.2320 & 0.4599 \\ 0 & 671.2 & -521.1 & 0.0904 & 0.5177 & -0.9102 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.005 & 0 & 0 \\ 0 & 0.005 & 0 \\ 0 & 0 & 0.005 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 357.49 & -160.73 & -10.655 & 0.0132 & 0.0247 & -0.0089 \\ & 345.98 & -170.41 & -0.0163 & 0.0136 & 0.0371 \\ & & 184.73 & 0.0081 & -0.0184 & -0.0148 \\ & & & 0.3121 & 0.0247 & 0.0060 \\ & \text{sim.} & & & 0.3193 & 0.0298 \\ & & & & & 0.3018 \end{bmatrix}$$

La matrice di gain ottenuta direttamente dall'Eq.3.63 è:

$$\mathbf{G} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 65.71 & -81.23 & 40.60 & 1557.57 & 123.32 & 29.98 \\ 123.08 & 67.79 & -91.22 & 123.32 & 1593.12 & 148.73 \\ -49.82 & 208.57 & -83.38 & 33.76 & 167.44 & 1695.70 \end{bmatrix} Ns/m$$

In accordo con i risultati presenti in Gluck et al., 1996; riportati nella seguente figura secondo questo tipo di notazione:

$$\mathbf{G} = g_0 \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \eta_1 & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{33} & \eta_2 \end{bmatrix}$$

Parameter (1)	$\rho$ (2)	3.0 (3)	4.0 (4)	5.0 (5)	6.0 (6)
(a) $\mathbf{G}_*$ Eq. (9)					
$g_0$	N-s/m	2.31	21.28	156.16	778.78
$n_1$	—	1.35	1.26	1.09	1.02
$n_2$	—	1.68	1.54	1.26	1.09
$ \varepsilon_{ij} _{\max}$	—	0.82	0.66	0.32	0.11

Fig.3.15 Matrice di gain da "Gluck et al.,1996" per diversi valori di  $p$ .

Può essere notato che i termini fuori diagonale sono tutt'altro che nulli, mentre la matrice di smorzamento nell'Eq.3.73 dovuta ai dissipatori ha una forma diagonale. Quindi per ricavare i coefficienti  $\Delta C_k$  si può utilizzare uno dei metodi precedentemente elencati, cioè del troncamento Eq.3.79 oppure del singolo modo di vibrare Eq.3.78. Per il caso del singolo modo di vibrare i coefficienti  $\Delta C_k$  risultanti sono rappresentati nella seguente figura:

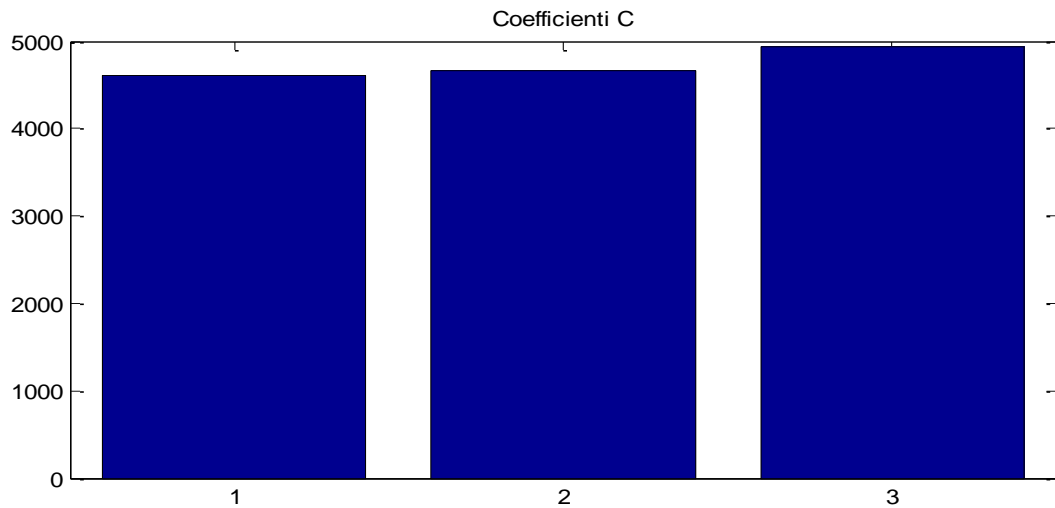


Fig.3.16 Coefficienti di smorzamento per il "Single mode approach"

ancora una volta in buon accordo con quanto presente in letteratura, come si può vedere dalla seguente figura in cui sono mostrati i risultati di "Gluck et al.,1996" :

Table 3: Example 1 (3 story shear frame): Riccati optimal added damping

Story No.	added damping [N*s/m]	max drift [m]	max force [N]
1	4606	0.041099	1750.651
2	4667	0.030254	1499.474
3	4934	0.015225	847.5666
max	4934	0.041099	1750.651
sum	14207	0.086577	4097.692

Fig.3.17 Coefficienti di smorzamento "Gluck et al.,1996"

### 3.5 Conclusioni

In questo capitolo sono state individuate e sviluppate tre procedure di progettazione ottimale per i dispositivi passivi, chiamate rispettivamente: 1) Algoritmo di ricerca sequenziale, 2) Metodo delle matrici di trasferimento, 3) Teoria del controllo ottimale. Tali procedure sono state descritte nei principali aspetti teorici che ne costituiscono il fondamento. Mediante il confronto tra i risultati reperiti in letteratura per strutture note e quelli ottenuti in questo studio, per le tre procedure è stato possibile verificare la correttezza dei codici di calcolo sviluppati in ambiente matlab. Sempre in base a questi risultati numerici è possibile trarre le seguenti conclusioni di carattere generale:

- L'algoritmo di ricerca sequenziale (SSA) è basato su un criterio di validità generale ma piuttosto intuitivo, cioè quello di posizionare sequenzialmente i dissipatori nei piani in cui si registra la risposta quadratica media degli spostamenti interpiano più elevata. Tale criterio è efficace nel migliorare la risposta di strutture a carichi sismici per quanto riguarda gli spostamenti, mentre non è altrettanto efficace nel controllare la risposta in termini di accelerazioni. Inoltre la distribuzione ottimizzata dei dissipatori è influenzata dalle dimensioni degli stessi fissata a priori. L'algoritmo, di facile implementazione grazie alla formulazione mediante le matrici di trasferimento, si adatta anche a strutture con un numero elevato di gradi di libertà.
- Nel metodo delle matrici di trasferimento il posizionamento ottimale dei dissipatori è quello che minimizza la somma delle ampiezze delle funzioni di trasferimento degli spostamenti interpiano della struttura valutate in corrispondenza della frequenza del modo di vibrare fondamentale. L'algoritmo che ne risulta è di tipo sistematico, senza operazioni indefinite e facile da implementare in ambiente matlab. Anche questa procedura permette un controllo più efficace in termini di spostamenti rispetto ad altri parametri di risposta come per es. accelerazioni e velocità.
- Il metodo fondato sulla teoria del controllo ottimale utilizzando una forma quadratica per individuare l'indice di posizionamento ottimale dei dispositivi porta ad una misura spalmata su tutti i piani invece che ad una misura di picco della risposta della struttura, come per esempio il massimo spostamento interpiano. Quindi viene ostacolata la concentrazione delle forze di controllo dove possono essere più necessarie a causa di irregolarità strutturali. In questa procedura il tipo di eccitazione non viene considerato, quindi la soluzione trovata è valida nel caso di white-noise.

## Bibliografia

T. Albanesi, A.V. Bergami and C. Nuti (2007); *Protezione sismica di telai in c.a. mediante controventi dissipativi*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°199.

D. Asahina, J.E. Bolander and S. Berton (2004), *Design Optimization of Passive Devices in Multi Degree of Freedom Structures*, CD 13th World Conference on Earthquake Engineering, Canada, Paper No.1600.

M. Ferraioli and A.M. Avossa (2007); *Prestazioni Sismiche di Strutture in c.a. Rinforzate Mediante Controventi Metallici Dissipativi*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°118.

S. Ferri, P.P. Diotallevi and L. Landi (2007); *Sui criteri di progetto di dissipatori fluido-viscosi per l'adeguamento sismico di strutture in cemento armato: modellazioni numeriche ad applicazioni*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°250.

R.K. Goel (2000); *Seismic Behaviour of Asymmetric Buildings with Supplemental Damping*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.29, 461-480.

R.K. Goel (2005); *Seismic Response of Linear and Non-Linear Asymmetric Systems with Non-Linear Dampers*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.34, 825-846.

F. Guidi and E. Viola (2006), *Controllo della Risposta Sismica di un Modello di Edificio Deformabile a Taglio e a Flessione*, Atti del GIMC 2006.

G. Haskell (2003), *Rehabilitation of a 1985 Steel Moment-Frame Building*, Earthquake Spectra, 19(2), 385-397.

R. Levy and O. Lavan (2006), *Riccati Solutions Versus Truly Optimal Design of Supplemental Damping in Earthquake Engineering Practice*, Proceedings of the 8th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, April 18-22, 2006, San Francisco, California, USA, Paper No. 617

W.H. Lin and A.K. Chopra (2002), *Earthquake Response of Elastic SDF with Nonlinear Fluid Viscous Dampers*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.31, 1623-1642.

W. Liu, M. Tong, Y. Wu and G.C. Lee (2004); *Optimized Damping Device Configuration Design of a Steel Frame Structure Based on Building Performance Indices*, Earthquake Spectra, Vol.20, 67-89.

- G. Lomiento and F. Braga (2007); *Progettazione di Telai Protetti Mediante Controventi Dissipativi*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°464.
- D. Lopez Garcia and T.T: Soong (2002), *Efficiency of a simple approach to damper allocation in MDOF structures*, Journal of Structural Control, Vol. 9, 19-30.
- P.Luigi, M. De Iuliis and B. Palazzo (2007); *L'Adeguamento Sismico delle Strutture Esistenti Intelaiate in C.A. Mediante l'Impiego di Dissipatori Viscosi: Metodologie Ottimali di Progetto dei Dispositivi*, Convegno AICAP, 4-6 Ottobre 2007, Salerno.
- M. Martinez-Rodrigo and M.L. Romero (2003); *An Optimum Retrofit Strategy for Moment Resisting Frames with Nonlinear Viscous Dampers for Seismic Applications*, Engineering Structures; 25; 913-925.
- K.S. Park, H.M. Koh and D. Hahm (2004), *Integrated Optimum Design of Viscoelastically Damped Structural Systems*, Engineering Structures, 26, 581-591.
- L. Petti and M. De Iuliis (2007); *Una nuova Metodologia di Progetto per l'Allocazione Ottimale di Dissipatori Viscosi in Strutture Intelaiate*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°438.
- F.C.Ponzo, G. Vigoriti, D. Sileo and M. Dolce (2007); *Progettazione di controventi dissipativi a comportamento visco-elastico*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°354.
- F.C.Ponzo, M. Dolce, G. Vigoriti, G. Arleo and A. Di Cesare (2007); *Progettazione di controventi dissipativi a comportamento dipendente dagli spostamenti*, ANIDIS 2007, XII Convegno L'ingegneria Sismica in Italia Pisa 10-14 Giugno 2007, Paper N°342.
- K.L. Shen and T.T. Soong (1996), *Design of Energy Dissipation Devices Based on Concept of Damage Control*, Journal of Structural Engineering, 122(1), 76-82.
- M.P. Singh and L.M. Moreschi (2001); *Optimal Seismic Response Control with Dampers*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.30(4), 553-572.
- M.P. Singh and L.M. Moreschi (2002); *Optimal Placement of Dampers for Passive Response Control*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.31(4), 955-976.
- G. Terenzi (1999), *Dynamics of SDOF Systems with Nonlinear Viscous Damping*, Journal of Engineering Mechanics, 125(8), 956-963.
- I. Takewaki (1997), *Optimal Damper Placement for Minimum Transfer Function*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.26, 1113-1124.



- I. Takewaki (1999), *Displacement Acceleration Control Via Stiffness Damping Collaboration*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, 1567-1585.
- I. Takewaki (1999), *Non Monotonic Damper Placement Via Steepest Direction Search*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, 655-670.
- I. Takewaki (1999), *Optimal Damper Placement for Critical Excitation*, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.15, 317-325.
- I. Takewaki (1997), *Efficient Redesign of Damped Structural Systems for Target Transfer Functions*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.147, 275-286.
- I. Takewaki (1998), *Optimal Damper Positioning in Beams for Minimum Dynamic Compliance*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.156, 363-373.
- T. Trombetti and S. Silvestri (2007); *Novel schemes for inserting seismic dampers in shear-type systems based upon the mass proportional component of the Rayleigh damping matrix*, Journal of Sound and Vibration (302) 2007, 486-526.
- M. S. Williams and D.E. Clement (2004), *Application of Pushover Analysis to the Design of Structures Containing Dissipative Elements*, CD 13th World Conference on Earthquake Engineering, Canada, Paper No.1888.
- N. Wongprasert and D. Symans (2004), *Application of a Genetic Algorithm for Optimal Damper Distribution within the Nonlinear Seismic Benchmark Building*, Journal of Engineering Mechanics, 130(4), 401-406.
- B.Wu, J.P. Ou and T.T. Soong (1996), *Optimal Placement of Energy Dissipation Devices for Three-Dimensional Structures*, Engineering Structures, 19(2), 113-125.
- Zhang, R.H. e Soong, T.T. (1992). *Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Application*, ASCE Journal of Structural Engineering, 118(5), 1375-1392.

## Capitolo 4

### Applicazioni numeriche

**Abstract:** In this chapter will be illustrated the results obtained from numerical example done on shear-type structures with 3,6,9 degree of freedom. The simplified and optimal procedure of the previous chapter are used to design linear viscous devices to be able to add a predetermined damping. The structures with and without the devices are loaded by a set of selected accelerograms spectrocompatible with the EC8 code. The results obtained are investigated means various response quantities such as story displacements, interstory drift, damper's forces and story accelerations. Some general tendencies are highlighted for each of the used procedure.

**Sommario:** In questo capitolo verranno illustrati i risultati degli esempi numerici effettuati su telai a comportamento shear-type a 3-6-9 gradi di libertà. I dispositivi considerati, cioè quelli fluidoviscosi lineari, sono stati progettati per fornire un predeterminato smorzamento aggiuntivo utilizzando le procedure semplificate ed ottimizzate dei capitoli precedenti. Ogni struttura con e senza i dissipatori è stata sottoposta ad un set di accelerogrammi spettrocompatibili. I risultati ottenuti dalle analisi time history per i diversi metodi di ottimizzazione sono stati indagati mediante il controllo di varie quantità di risposta, come spostamenti massimi di piano ed interpiano, forze nei dissipatori e accelerazioni di piano. Alcune conclusioni di carattere generale sono state individuate per ciascun metodo.

#### 4.1 Introduzione

Nel seguente capitolo verranno mostrati e comparati i risultati ottenuti dall'applicazione dei metodi di progettazione precedentemente illustrati per delle strutture a comportamento a taglio a crescenti gradi di libertà. In particolare sono state applicate le procedure semplificate e ottimizzate per telai a 3 GDL, 6 GDL e 9 GDL per la progettazione di dispositivi passivi di tipo fluidoviscosi lineari (smorzatori) con l'obiettivo di raggiungere un determinato livello di smorzamento aggiunto. Le disposizioni così determinate sono state sottoposte ad un gruppo di 5 accelerogrammi scalati a 0.35g di accelerazione di picco spettrocompatibili con l'EC8 per un suolo di tipo B. I risultati ottenuti sono stati confrontati ed analizzati tramite vari indici di risposta.

Le figure seguenti mostrano gli accelerogrammi scelti, comuni a tutti gli esempi considerati.

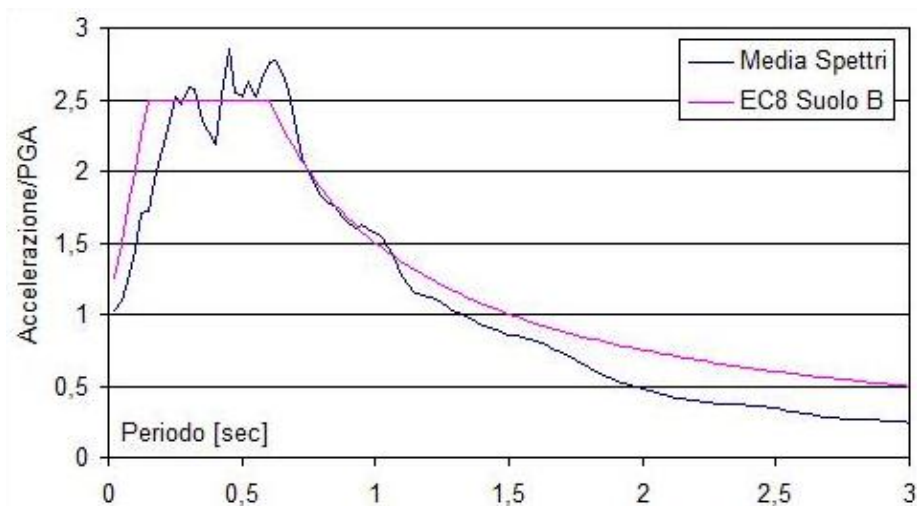


Fig.4.1 Confronto tra lo spettro medio accelerogrammi e spettro EC8

Tabella 4.1 Caratteristiche degli accelerogrammi considerati

Evento	Stazione	Componente	PGA originale [g]	Acc. Max originale [cm/sec <sup>2</sup> ]	PGA [g]	Durata [s]	Intervallo di camp. [s]
Imperial Valley (1940)	El Centro	S00E	0.348	341	0.35	53.68	0.02
Kern County (1952)	Taft	S69E	0.179	175	0.35	53.92	0.02
Montenegro (1979)	Petrovac	NS	0.438	429	0.35	19.54	0.02
Chile (1985)	El Almendral	N90W	0.284	278	0.35	71.92	0.02
Northridge (1994)	Newhall	34N118W	0.595	583	0.35	59.92	0.02

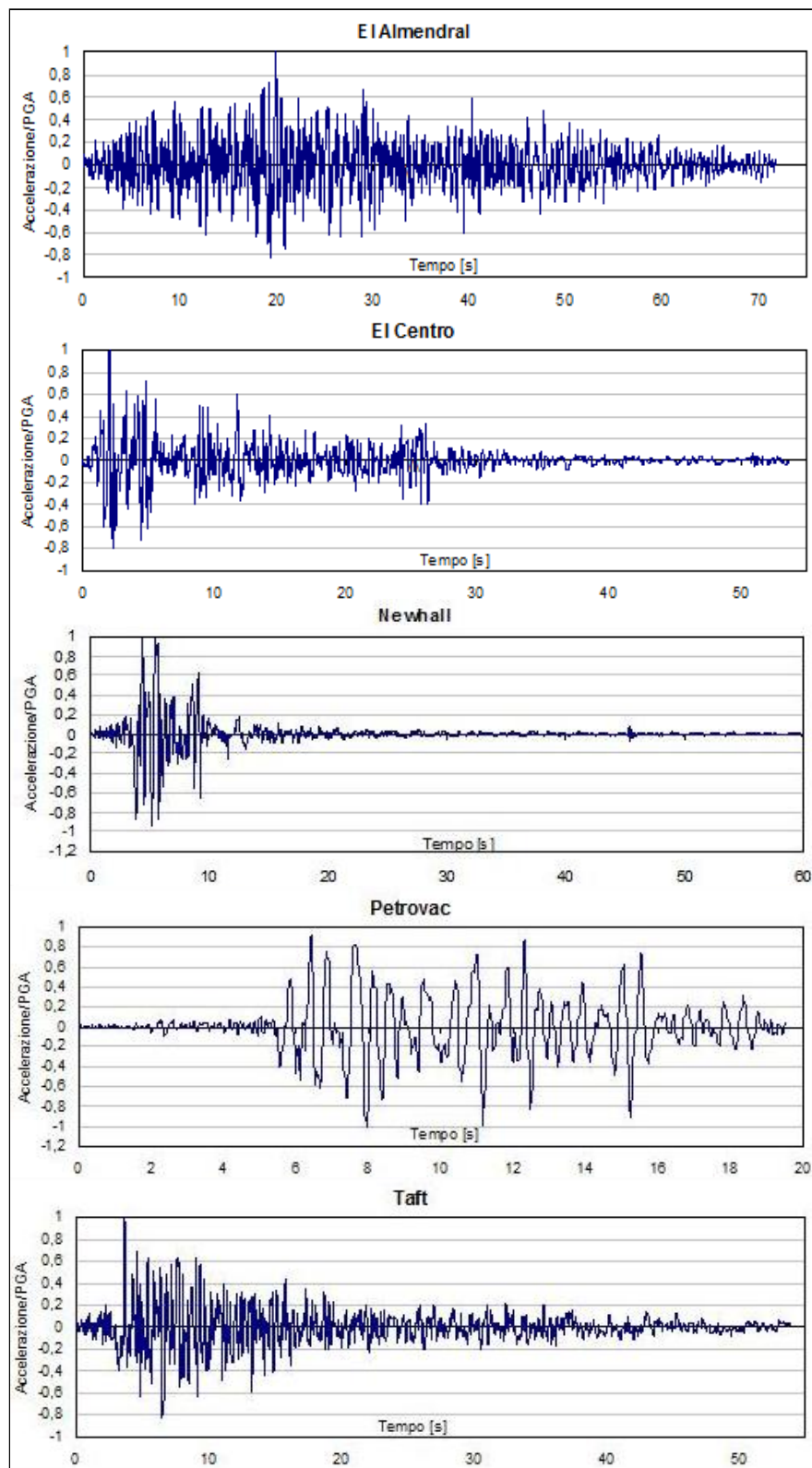


Fig.4.2 Accelerogrammi normalizzati

## 4.2 Esempio 3 GDL REGOLARE

La struttura presa in considerazione in questo paragrafo è un telaio shear type a 3 GDL con masse e rigidezze uniformi ai vari piani pari a  $M_i=38.23 \text{ kNs}^2/\text{m}$  e  $K_i=5784.1 \text{ kN/m}$ ; si veda la Tab. 4.1. Lo smorzamento interno è stato assunto pari al 5%. I periodi dei primi tre modi di vibrare sono rispettivamente  $T_1=1.147 \text{ s}$ ,  $T_2=0.409 \text{ s}$  e  $T_3=0.283 \text{ s}$ , mentre la massa eccitata dal primo modo di vibrare è pari 91.4%. La Fig.4.3 mostra uno schema della struttura. Gli smorzatori sono stati dimensionati per fornire uno smorzamento aggiuntivo del 20% nel caso della distribuzione uniforme, per una somma totale dei coefficienti di smorzamento aggiunti pari a  $C_{tot}=1268 \text{ kNs/m}$ . Sono state prese in considerazione diversi tipi di distribuzioni dei dissipatori: quella uniforme (UNIF), quella proporzionale alla deformata interpiano del primo modo di vibrare (PROP), due distribuzioni ottimizzate secondo l'algoritmo SSA rispettivamente per un numero di step pari a 20 ed a 30, chiamate nel seguito SSA1 e SSA2, ed infine quella basata sul metodo di TAKEWAKI per un numero di step pari a 50 (TKW).

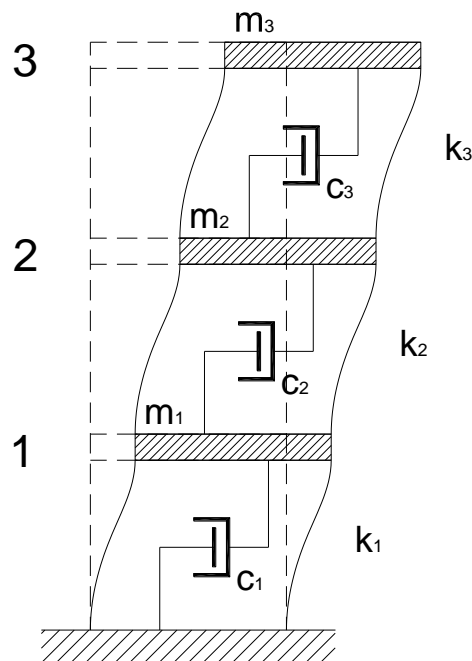


Fig.4.3 Schema della struttura a 3 GDL

La Fig. 4.4 mostra le disposizioni ottenute dalle diverse procedure utilizzate. Nel caso della distribuzione UNIF i dissipatori sono tutti uguali ai vari piani, mentre in quella PROP lo smorzamento è concentrato ai piani più bassi dove vi sono gli spostamenti interpiano più elevati. Si può notare ancora che le SSA1 e la SSA2 non differiscono molto

tra loro e peraltro sono simili a quella UNIF. Nella distribuzione TKW si può vedere che non sono stati allocati dissipatori al terzo piano,  $C_3=0.00$ , e che gran parte dello smorzamento è concentrato al piano terra.

Tabella 4.2 Caratteristiche della struttura a 3 GDL REG

Piano	Masse [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezze [kN/m]	Ci-UNIF [kN s/m]
3	38.23	5784	422.67
2	38.23	5784	422.67
1	38.23	5784	422.67

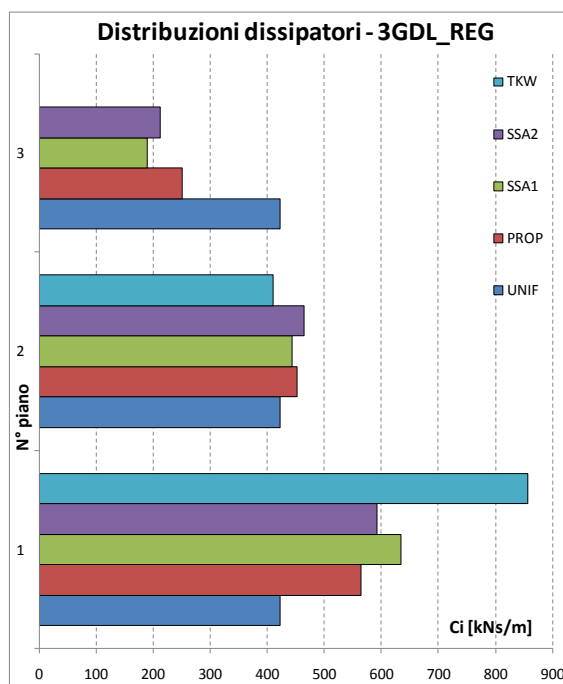


Fig.4.4 Distribuzioni dei dissipatori per le varie procedure

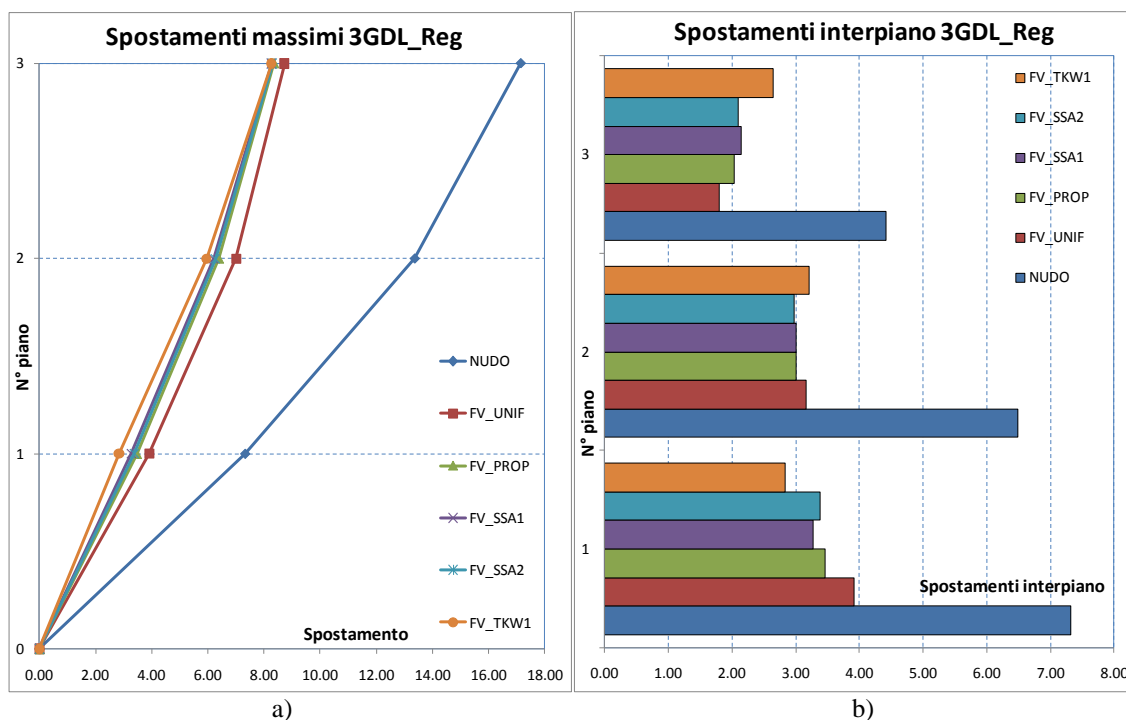


Fig.4.5 Media dei massimi spostamenti assoluti ed interpiano

Per i 5 accelerogrammi precedentemente selezionati sono state eseguite delle analisi non lineari nel dominio del tempo, “*fast non linear analysis*”, con il programma di calcolo SAP2000 V.11, ipotizzando il comportamento della sola struttura sempre in campo elastico lineare

La Fig. 4.5a mostra la media dei massimi spostamenti assoluti per i vari piani. Si può notare subito la grande differenza dei valori degli spostamenti per le strutture con i dissipatori rispetto a quella senza, infatti gli spostamenti quasi si dimezzano, indipendentemente dalla diversa distribuzione ipotizzata.

Analizzando invece i risultati delle diverse distribuzioni quella che dà i peggiori risultati è quella UNIF, mentre le distribuzioni PROP, SSA1 e SSA2 sono praticamente equivalenti. In questo caso per gli spostamenti assoluti quindi la distribuzione più performante appare essere quella TKW.

La Fig 4.5b, analogamente alla precedente, mostra la media dei massimi spostamenti interpiano ricavati dalle analisi. Ancora una volta si può vedere che l’aggiunta dei dissipatori migliora di molto la risposta della struttura indipendentemente dalla distribuzione utilizzata. Per le varie distribuzioni valgono ancora le considerazioni fatte precedentemente, quella TKW risulta la migliore in quanto è quella che riesce ad uniformare il più possibile gli spostamenti interpiano per i tre piani, senza peraltro penalizzare la riduzione in termini assoluti.

La Fig. 4.6 mostra la riduzione degli spostamenti medi assoluti ed interpiano ai vari piani per le diverse distribuzioni considerate, come i rapporti

$$R_{j,ass}^i = \frac{\sum_{k=1}^A \max(d_{j,k}^i) / A}{\sum_{k=1}^A \max(d_{NUDO,k}) / A} \quad (4.1a)$$

$$R_{j,int}^i = \frac{\sum_{k=1}^A \max(\delta_{j,k}^i) / A}{\sum_{k=1}^A \max(\delta_{NUDO,k}) / A} \quad (4.1b)$$

in cui:  $i = 1 \dots N$  = i-esimo grado di libertà;  $j = UNIF$  o  $PROP$  o  $SSA1$  o  $SSA2$  o  $TKW$  = indica il tipo di distribuzione utilizzata per i dissipatori;  $k = 1 \dots A$  = indica l'accelerogramma considerato, in questo caso  $A=5$ ;  $d_{j,k}^i$  spostamento assoluto al grado di libertà  $i$ , per la  $j$ -esima distribuzione e per l'accelerogramma  $k$ ;  $\delta_{j,k}^i$  spostamento interpiano al grado di libertà  $i$ , per la  $j$ -esima distribuzione e per l'accelerogramma  $k$ .

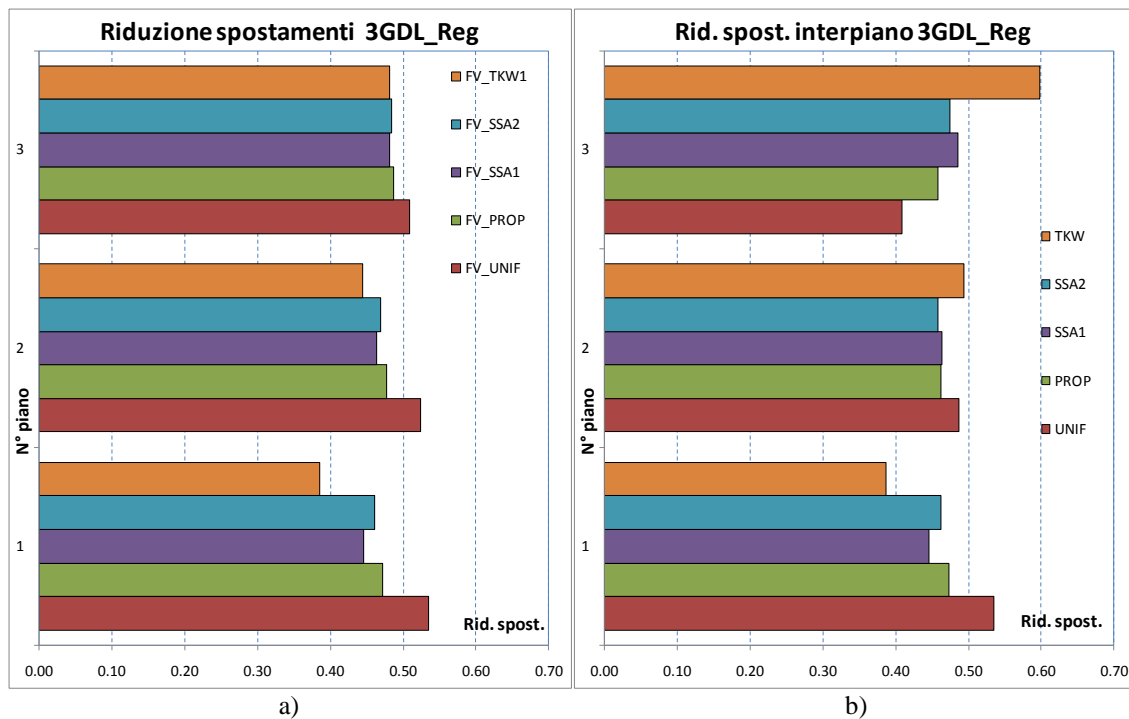


Fig.4.6 Riduzione spostamenti assoluti ed interpiano

Le riduzioni sono intorno al 50% come ci si poteva aspettare anche dalla formula presente nelle Normative Italiane, NTC 08, che altera lo spettro elastico per coefficienti di smorzamento viscosi equivalenti superiori al 5%, e qui ripetuta:



$$\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + \xi}} \geq 0.55 \quad (4.2)$$

che nel caso in oggetto fornisce un  $\eta = \sqrt{\frac{10}{5 + 25}} = 0.577$ . La Fig. 4.7 mostra invece le massime forze registrate nei dissipatori per gli accelerogrammi di progetto. Si può notare che tra le varie distribuzioni non vi sono grandi differenze e le forze massime sono dello stesso ordine di grandezza ai vari piani, solamente la distribuzione TKW mostra dei valori superiori per il piano terra. Le accelerazioni ai vari piani diminuiscono in tutti i casi e sembrano meno influenzate dalle distribuzioni dei dissipatori.

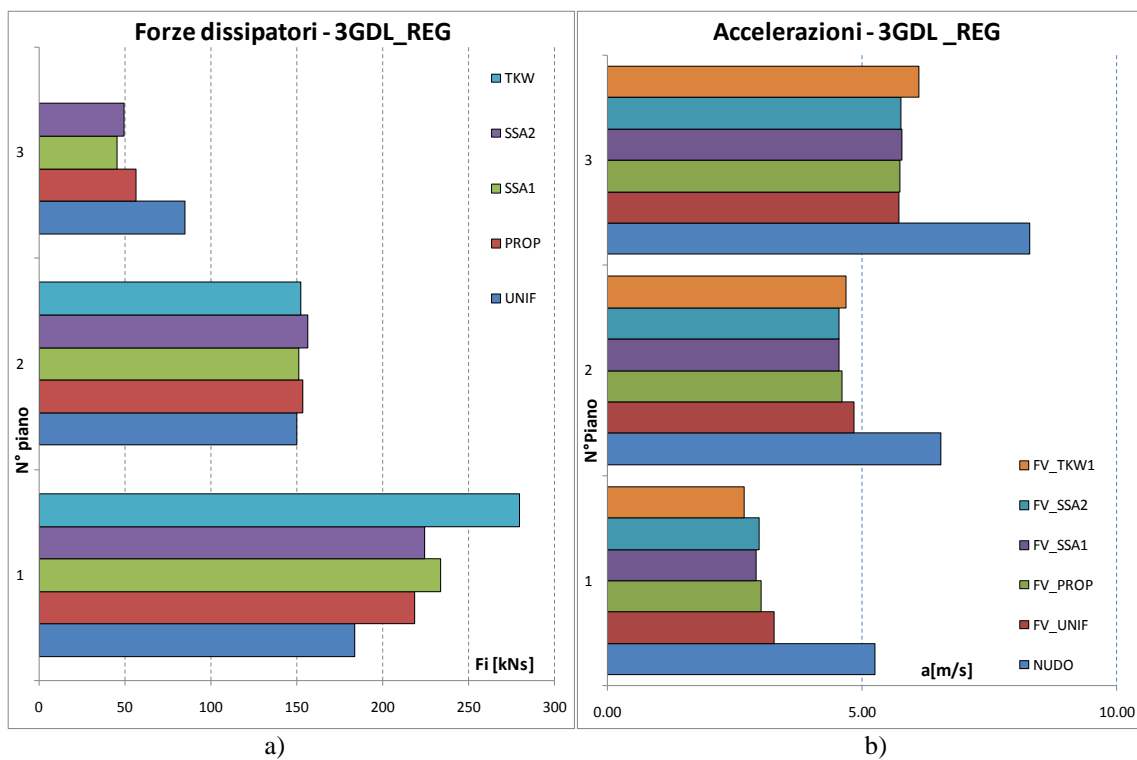


Fig.4.7 Massime forze nei dissipatori e accelerazioni ai piani

### 4.3 Esempio 3 GDL IRREGOLARE

In questo paragrafo viene considerata una struttura a comportamento shear-type a 3 GDL con le stesse masse di piano della precedente ma con diverse rigidezze e soprattutto con una irregolarità in termini di rigidezza al secondo piano. Le nuove caratteristiche sono riassunte nella Tab. 4.2, in cui si può notare che la rigidezza al secondo piano è stata fissata pari a 2/3 della rigidezza dei piani contigui. Lo smorzamento interno è stato assunto pari al 5%. I periodi dei primi tre modi di vibrare sono rispettivamente  $T_1=0.70$  s,  $T_2=0.24$  s,  $T_3=0.01$  s, mentre la massa eccitata dal primo modo di vibrare è pari al 88.4%. La Fig. 4.8 mostra le distribuzioni ottenute per i dissipatori con la stesse abbreviazioni dell'esempio precedente. Lo smorzamento aggiunto è del 20% nel caso della distribuzione uniforme e la somma totale dei coefficienti di smorzamento aggiunti è pari a  $C_{tot}=1987.7$  kNs/m.

Tabella 4.3 Caratteristiche della struttura a 3 GDL IRR

Piano	Masse [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezze [kN/m]	Ci-UNIF [kN s/m]
3	38.23	18322	662.55
2	38.23	12215	662.55
1	38.23	18322	662.55

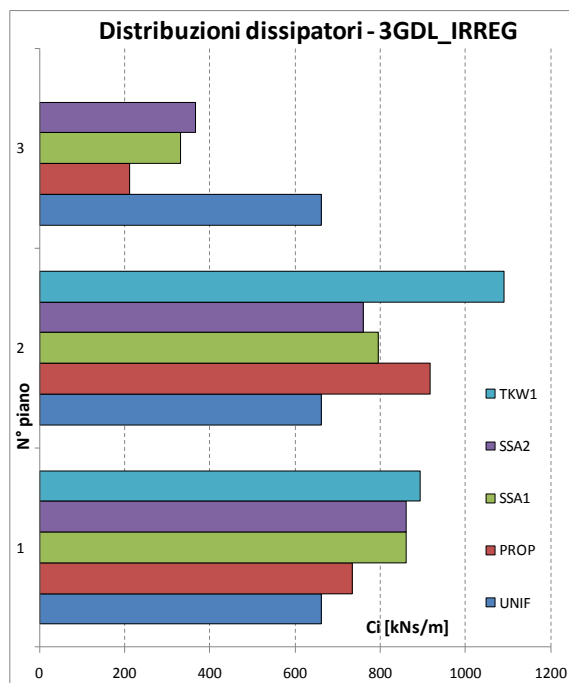


Fig.4.8 Distribuzioni dei dissipatori 3 GDL IRR

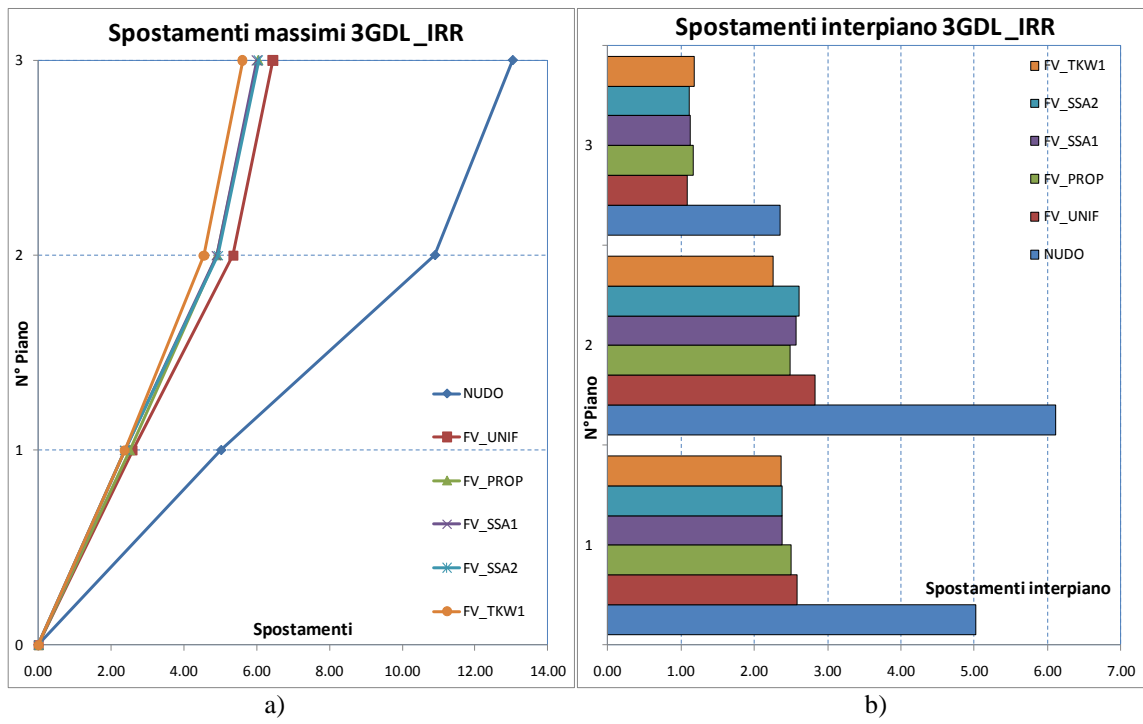


Fig.4.9 Media dei massimi spostamenti assoluti ed interpiano

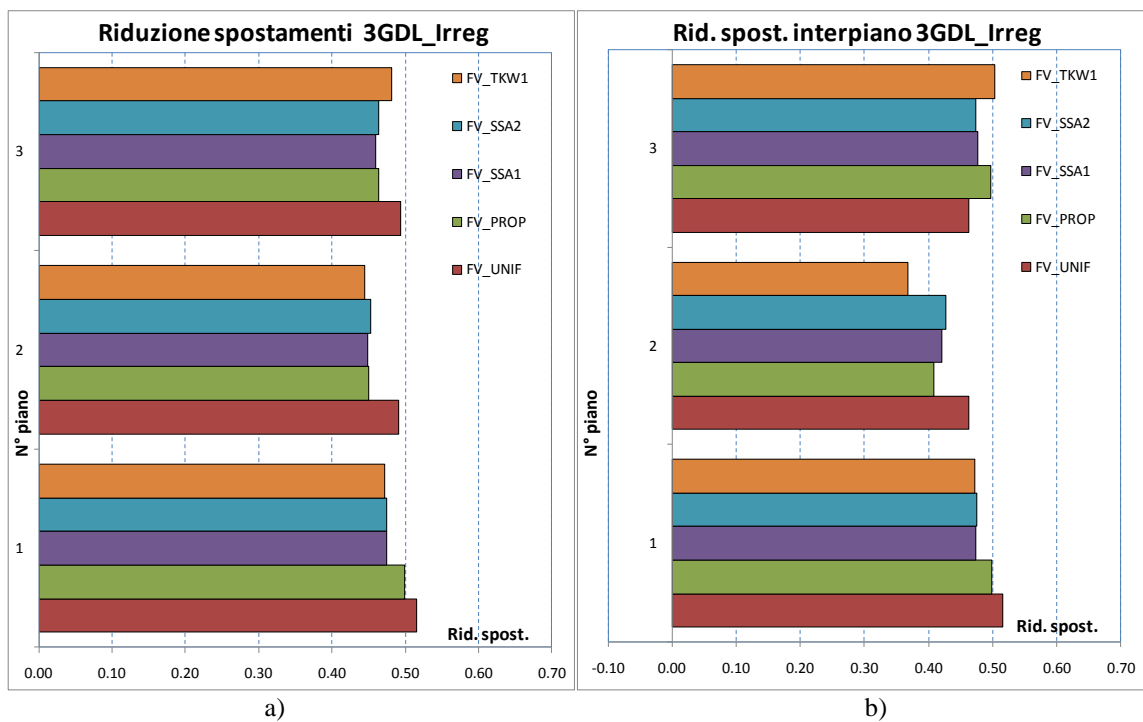


Fig.4.10 Riduzione spostamenti assoluti ed interpiano

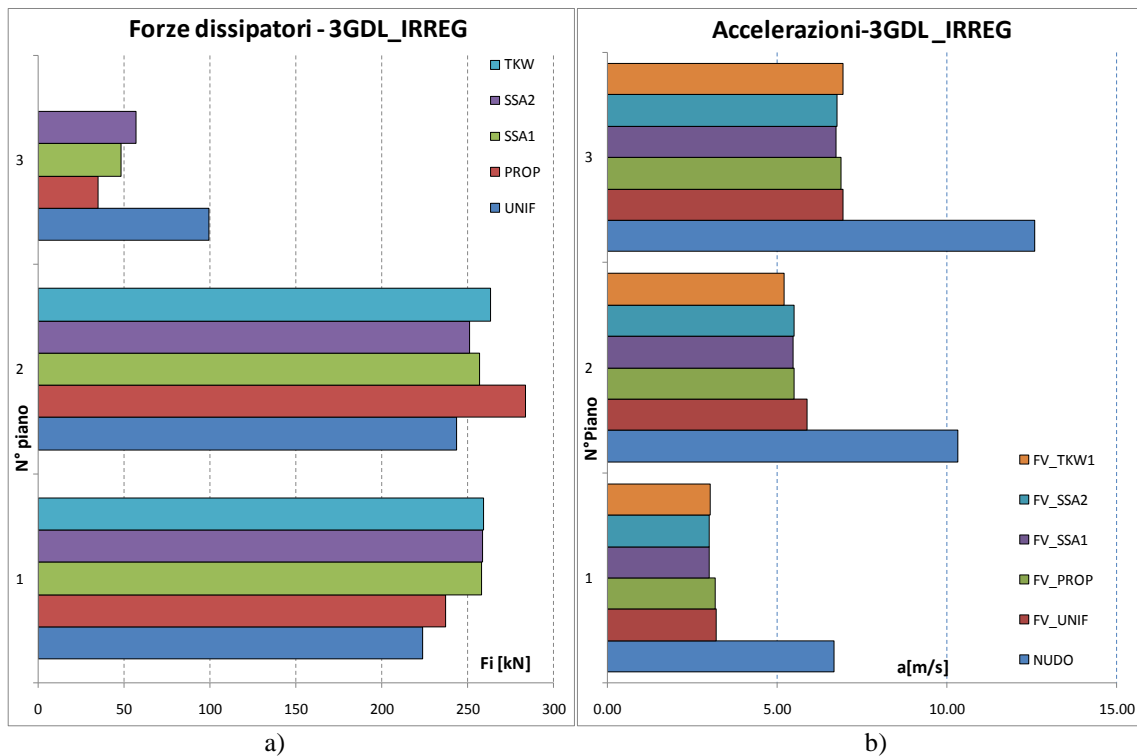


Fig.4.11 Massime forze nei dissipatori e accelerazioni ai piani

Le Fig. 4.9-4.11 mostrano la media degli spostamenti assoluti, interpiano, la riduzione degli spostamenti assoluti e interpiano, le forze nei dissipatori e le accelerazioni ai vari piani. I grafici ricalcano l'andamento dell'esempio precedente e si può vedere che l'introduzione di uno smorzamento aggiuntivo del 20% nella struttura ne migliora notevolmente la risposta indipendentemente dalla distribuzione dei dissipatori. Soprattutto gli spostamenti interpiano sono resi uniformi, mitigando così gli effetti dell'irregolarità strutturale presente al secondo piano. Tra le varie distribuzioni invece quella TKW è quella che mostra le migliori prestazioni in termini di riduzione degli spostamenti assoluti ed interpiano. Anche in questo caso le accelerazioni appaiono poco influenzate dalle diverse distribuzioni dei dissipatori.

#### 4.4 Esempio 6 GDL REGOLARE

La struttura considerata in questo paragrafo è un telaio shear-type a 6 GDL con masse e rigidezze uguali ai vari piani, si veda Tab. 4.4 e Fig. 4.12. Lo smorzamento interno è stato assunto pari al 5%. I periodi dei primi tre modi di vibrare sono rispettivamente  $T_1=1.19$  s,  $T_2=0.405$  s,  $T_3=0.253$  s, mentre la massa eccitata dal primo modo di vibrare è pari all' 87%. Inizialmente i dispositivi sono stati dimensionati per aggiungere uno smorzamento del 20% nella configurazione uniforme per un  $C_{tot}=8325.14$  kNs/m. La Fig. 4.12 mostra le varie distribuzioni ottenute applicando le procedure precedentemente illustrate ( in questo caso è stata applicata la procedura SSA solo per un numero di step pari a 20).

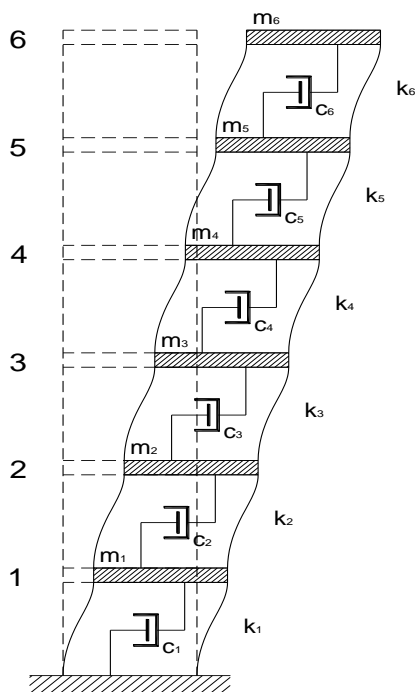


Tabella 4.4 Caratteristiche della struttura a 6 GDL REG

Piano	Masse [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezze [kN/m]	Ci-UNIF [kN s/m]
6	38.23	18280	1387.52
5	38.23	18280	1387.52
4	38.23	18280	1387.52
3	38.23	18280	1387.52
2	38.23	18280	1387.52
1	38.23	18280	1387.52

Fig.4.12 Schema struttura 6 GDL REG

Come si può chiaramente vedere le procedure SSA e PROP producono delle distribuzioni simili mentre la TKW non assegna dissipatori agli ultimi due piani. I risultati delle analisi eseguite sono illustrati nelle Fig.4.14-4.16. Si possono sostanzialmente confermare le conclusioni dei paragrafi precedenti, cioè che l'effetto dello smorzamento globale è preponderante rispetto a quello prodotto dalle diverse distribuzioni progettate e che la distribuzione TKW è quella che tende maggiormente ad uniformare gli spostamenti interpiano. Le forze nei dissipatori sono sempre di ordine comparabile per le varie distribuzioni, a parte la TKW che ai piani più bassi dà luogo a forze maggiori. Ancora una

volta, le accelerazioni di piano sono influenzate molto meno, rispetto altri parametri di risposta considerati, dalle diverse distribuzioni dei dissipatori.

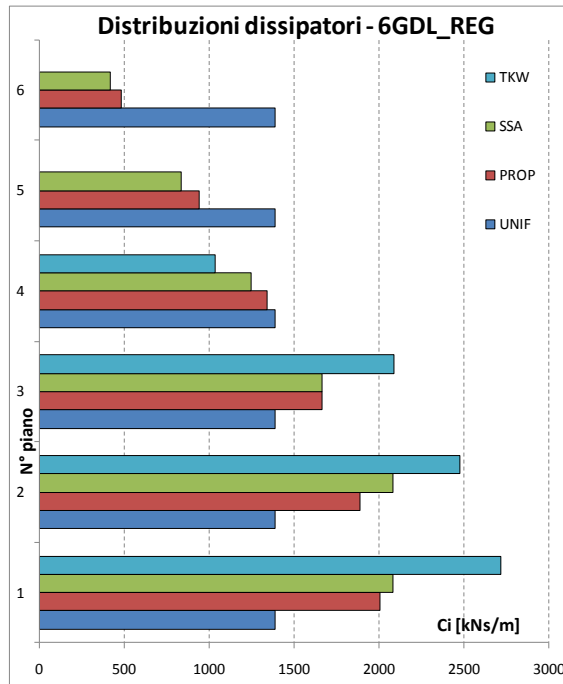
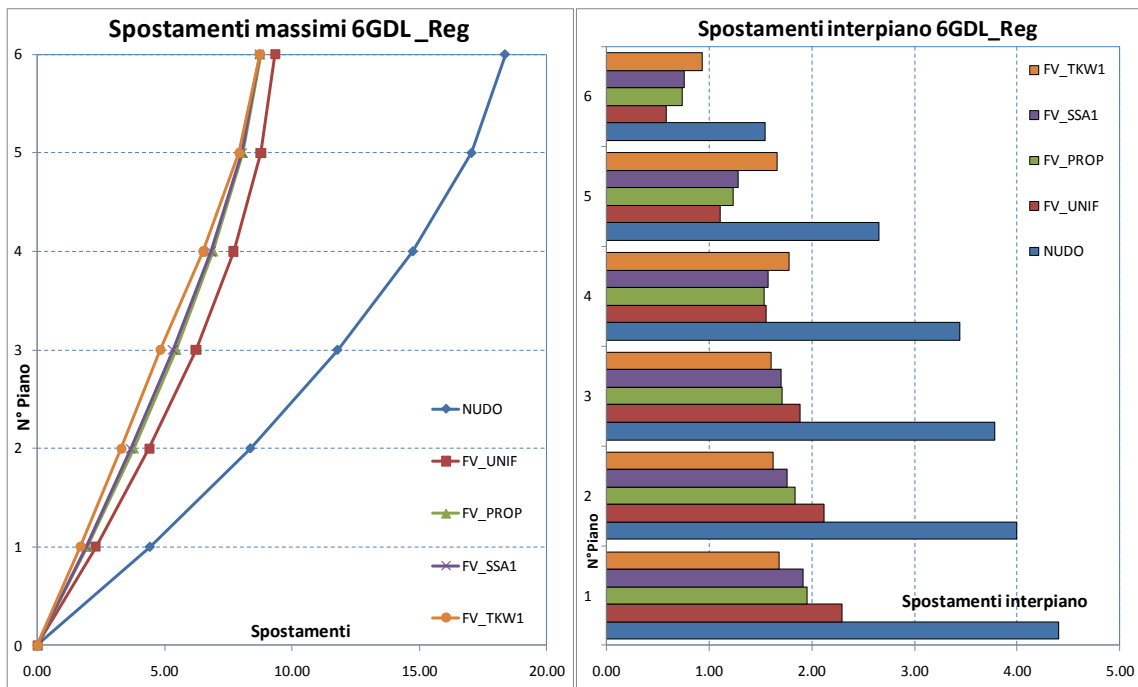
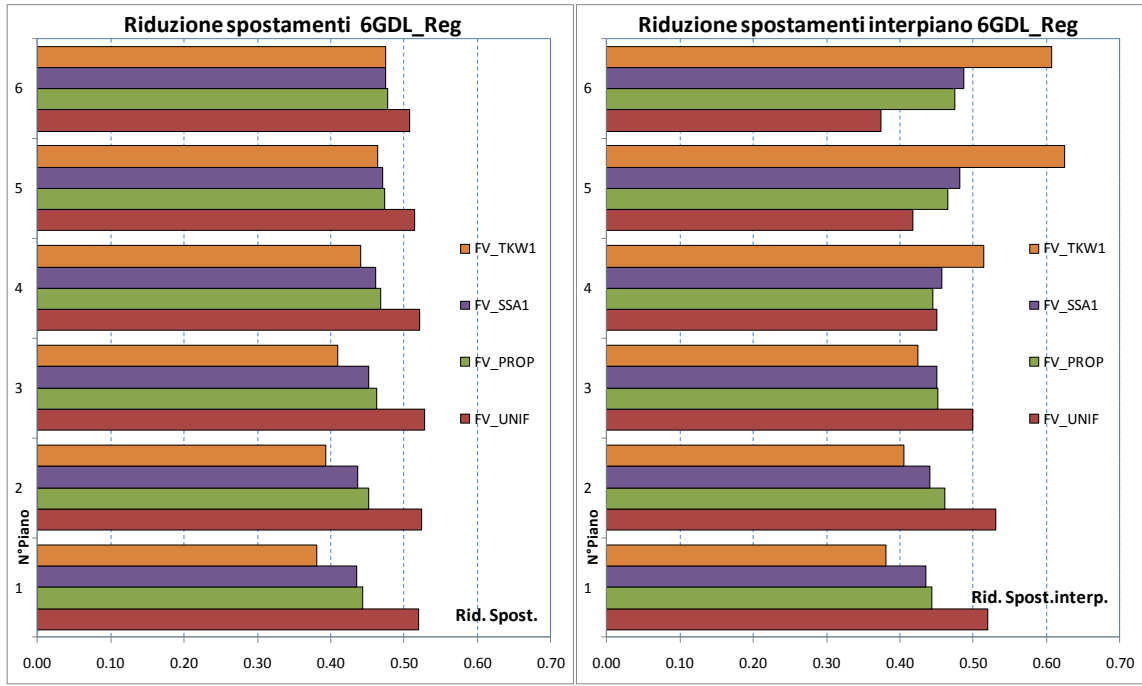


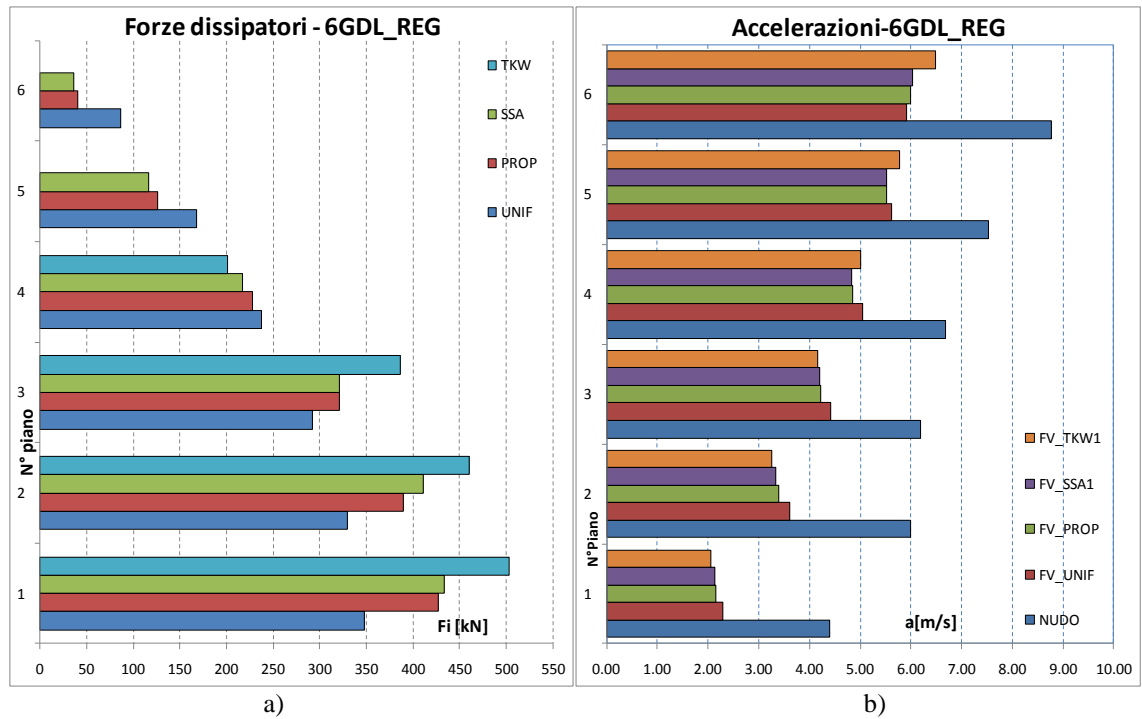
Fig.4.13 Distribuzioni dei dissipatori 6 GDL REG



a) b)  
Fig.4.14 Media dei massimi spostamenti assoluti ed interpiano



a) b)  
Fig.4.15 Riduzione spostamenti assoluti ed interpiano



a) b)  
Fig.4.16 Massime forze nei dissipatori e accelerazioni ai piani

#### 4.5 Esempio 6 GDL IRREGOLARE

In questo esempio viene considerata una struttura a 6 GDL con masse identiche ai vari piani e rigidezze che si riducono dalla base alla sommità, come si può vedere dalla Tab 4.4. Lo smorzamento interno è stato assunto pari al 5%. I periodi dei primi tre modi di vibrare sono rispettivamente  $T_1=1.14$  s,  $T_2=0.48$  s,  $T_3=0.31$  s, mentre la massa eccitata dal primo modo di vibrare è pari all' 64.8%. Inizialmente i dispositivi sono stati dimensionati per aggiungere uno smorzamento del 17.7% nella configurazione uniforme per un  $C_{tot}=3877.14$  kNs/m. Le figure da 4.17 a 4.20 mostrano, con le solite notazioni, rispettivamente, le distribuzioni dei dissipatori, gli spostamenti massimi di piano e interpiano, le riduzioni degli spostamenti di piano ed interpiano, le forze nei dissipatori e le accelerazioni di piano. Le distribuzioni SSA1 e SSA2 fanno riferimento rispettivamente ad un numero di step pari a 20 e 40. In questo caso si può vedere che a causa dell'irregolarità della struttura le distribuzioni dei dissipatori sono molto varie tra i diversi metodi. Le distribuzioni SSA1 e SSA2 si discostano da quella PROP a differenza degli esempi precedenti. La TKW non assegna dissipatori al terzo e quarto piano e li concentra al quinto e sesto dove vi sono i maggiori spostamenti interpiano. Dalla Fig.4.18a si può vedere che gli spostamenti vengono ridotti con meno efficacia soprattutto nei piani intermedi, mentre lo spostamento massimo in sommità viene ridotto in tutti i casi di circa il 50%. Le distribuzioni migliori sono risultate quella UNIF e la SSA1. Per quanto riguarda gli spostamenti interpiano ancora una volta la procedura TKW è quella che li rende maggiormente uniformi ai vari piani anche se in termini di riduzione assoluta non è la più efficace. Le forze massime nei dissipatori rispecchiano la loro distribuzione, mentre le accelerazioni sono ancora una volta meno sensibili alle diverse distribuzioni.

Tabella 4.4 Caratteristiche della struttura a 6 GDL IRREG

Piano	Masse [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezze [kN/m]	Ci-UNIF [kN s/m]
6	38.23	5784	648
5	38.23	5784	648
4	38.23	18280	648
3	38.23	18280	648
2	38.23	44630	648
1	38.23	44630	648



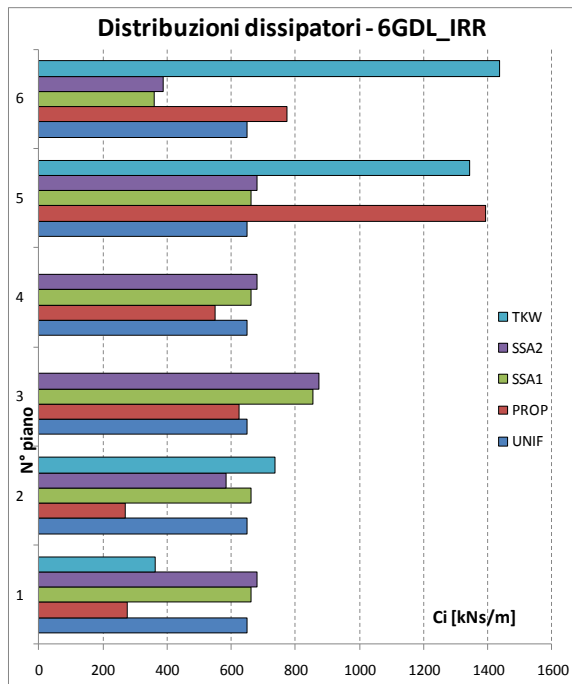


Fig.4.17 Distribuzioni dei dissipatori 6 GDL IRREG

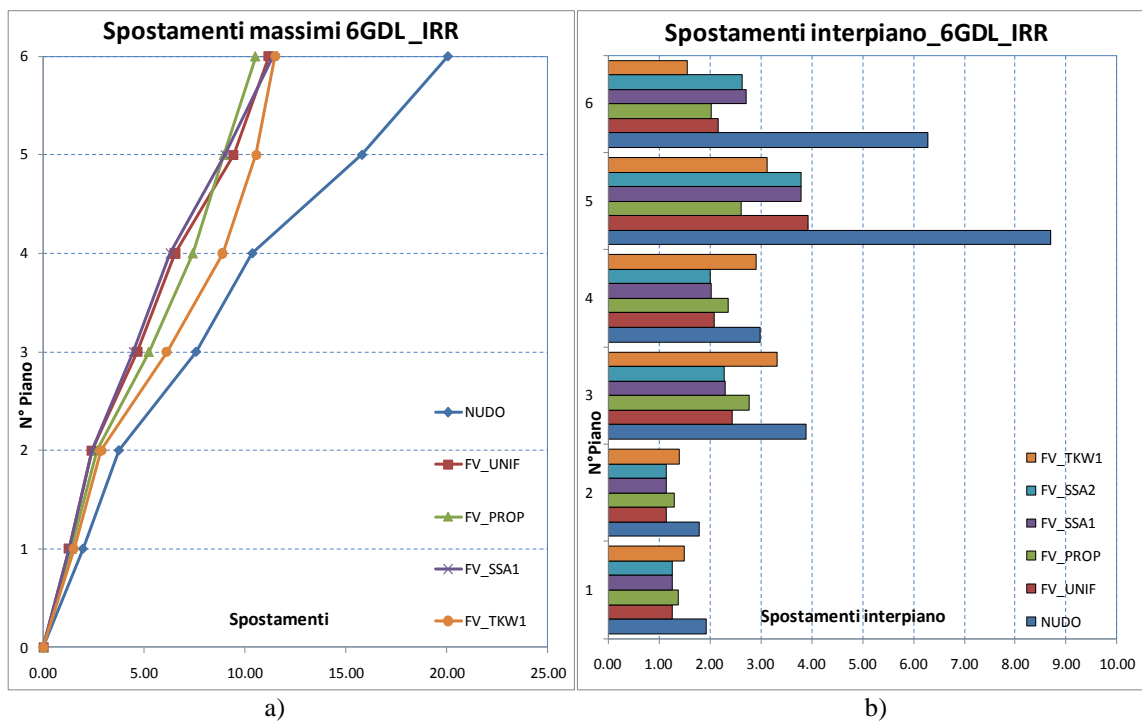
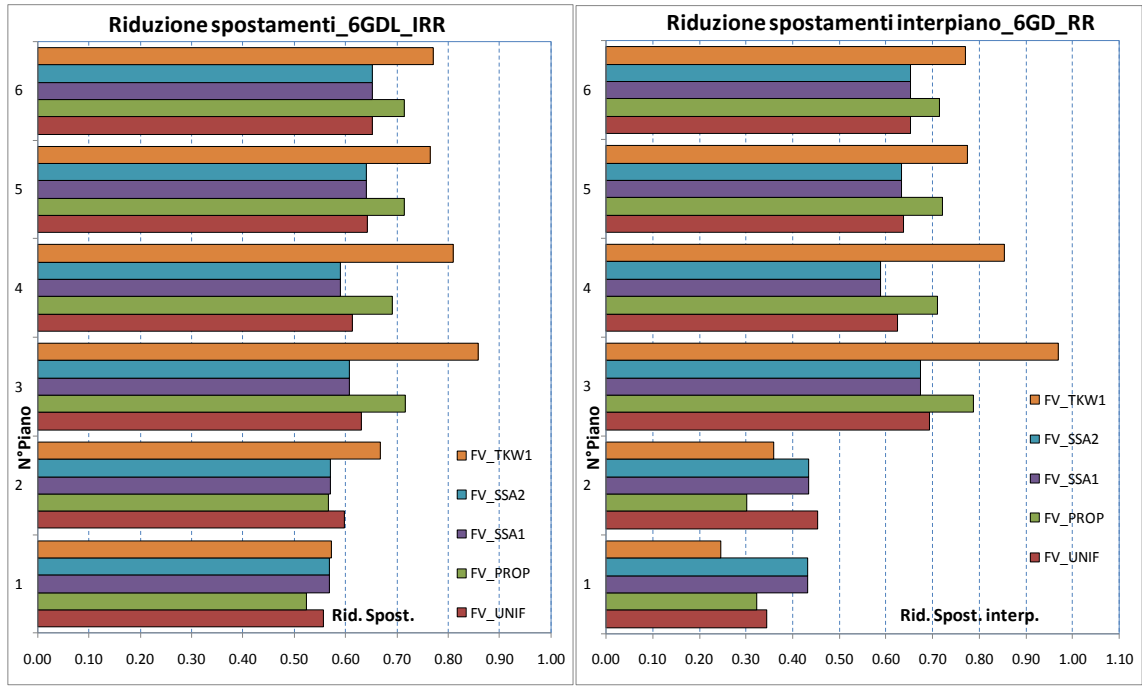
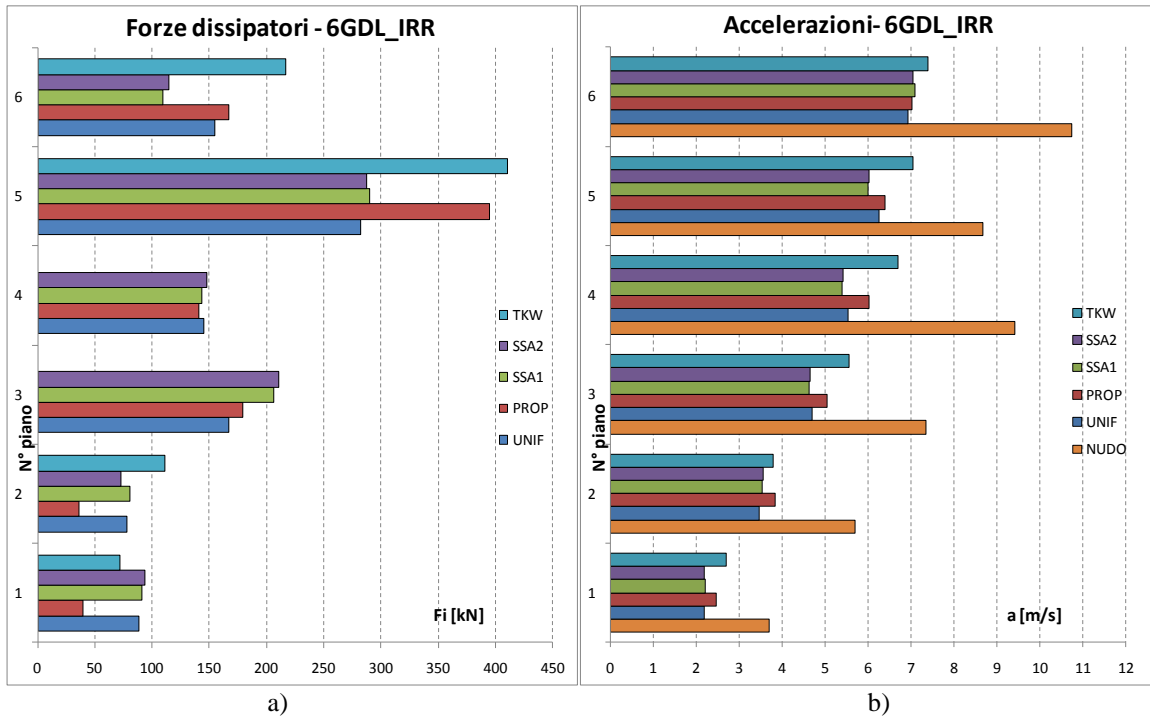


Fig.4.18 Media dei massimi spostamenti assoluti ed interpiano



a) b)  
Fig.4.19 Riduzione spostamenti assoluti ed interpiano



a) b)  
Fig.4.20 Massime forze nei dissipatori e accelerazioni ai piani

#### 4.6 Esempio 9 GDL REGOLARE

La struttura considerata in questo paragrafo è un telaio shear-type a 9 GDL con masse e rigidezze uguali ai vari piani, si veda Tab. 4.5 e Fig. 4.21. Lo smorzamento interno è stato assunto pari al 5%. I periodi e le masse eccitate dei primi tre modi di vibrare sono rispettivamente  $T_1=1.113$  s,  $T_2=0.374$  s,  $T_3=0.229$  s,  $M_1=85.2\%$ ,  $M_2=9.1\%$ ,  $M_3=3.0\%$ . Inizialmente i dispositivi sono stati dimensionati per aggiungere uno smorzamento del 20% nella configurazione uniforme per un  $C_{tot}=28487.61$  kNs/m. La Fig. 4.22 mostra le varie distribuzioni ottenute applicando le procedure precedentemente illustrate ( in questo caso è: SSA1 n° step =20, SSA2 n°step=40, TKW1 n°step=50, TKW2 n°step=100). I risultati sono confrontabili con quanto ottenuto per l'esempio 6 GDL regolare.

Tabella 4.5 Caratteristiche della struttura a 9 GDL REG

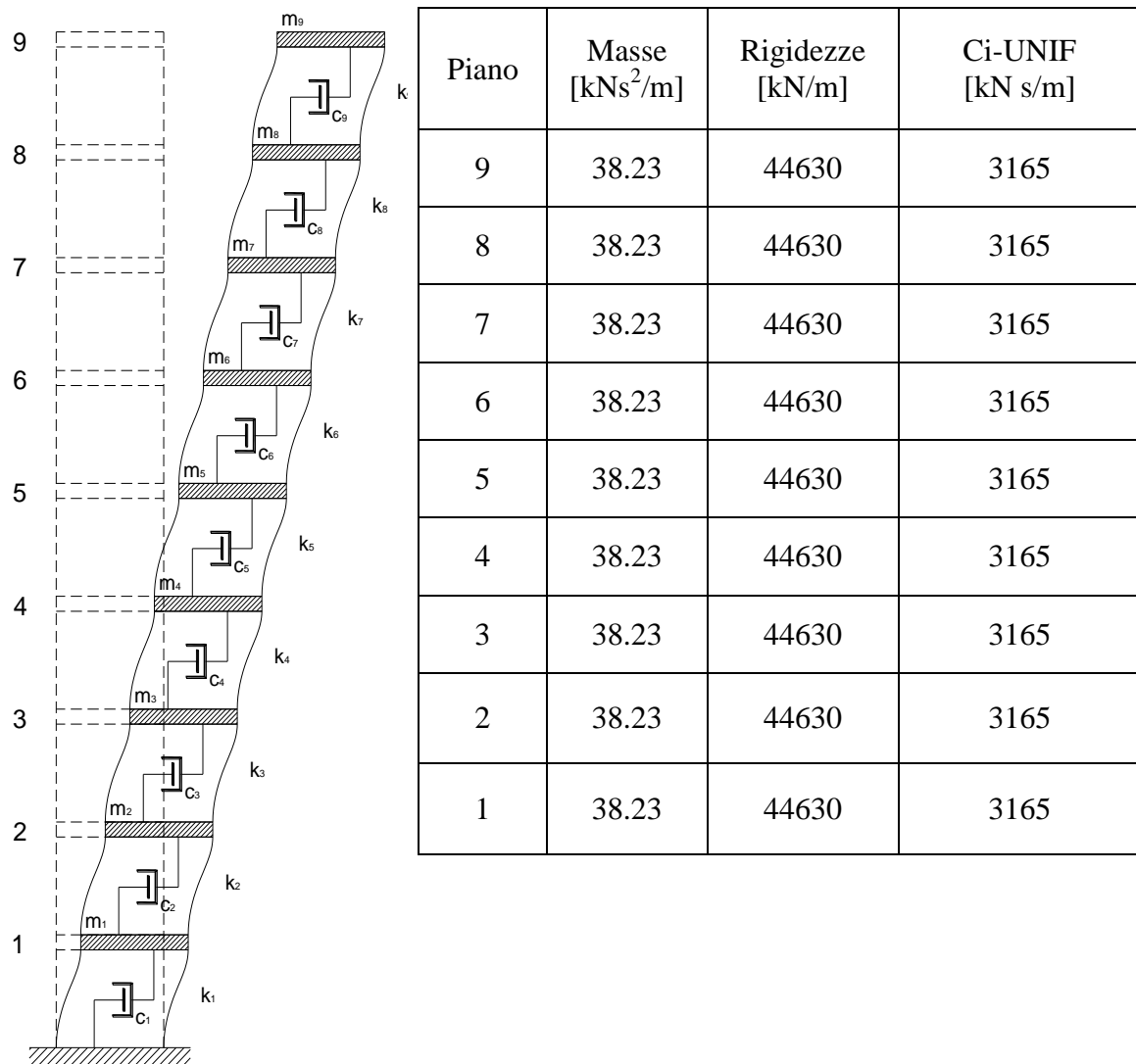


Fig.4.21 Schema struttura 9 GDL REG

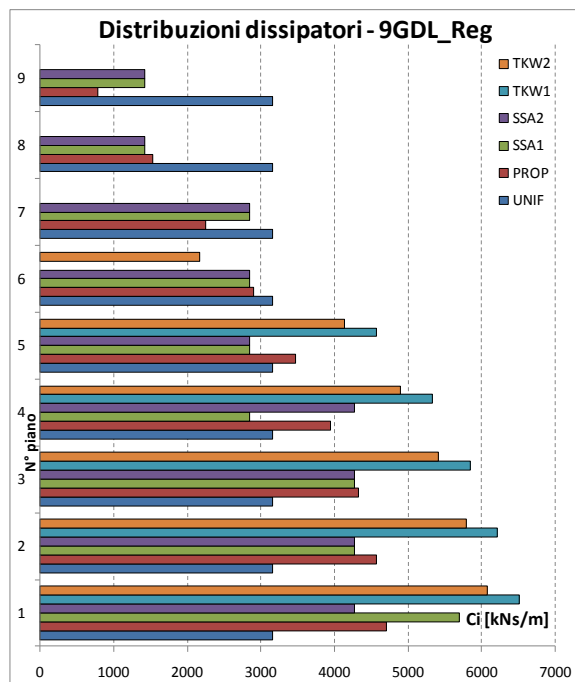
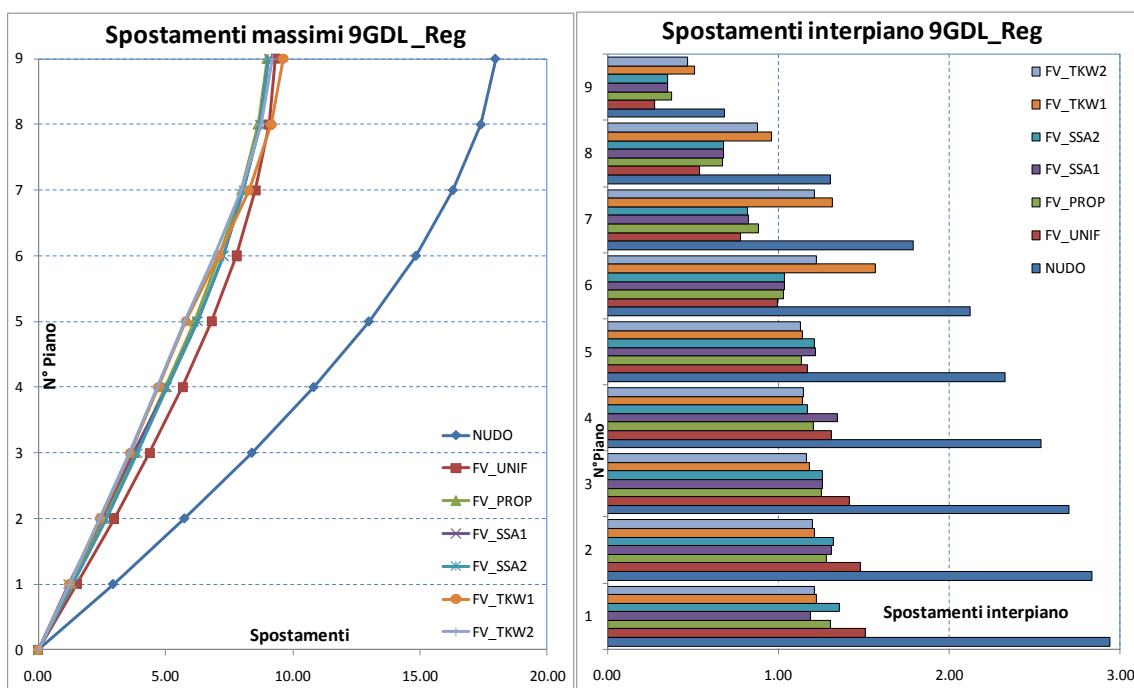


Fig.4.22 Distribuzioni dei dissipatori 9 GDL REG



a) b)  
Fig.4.23 Media dei massimi spostamenti assoluti ed interpiano

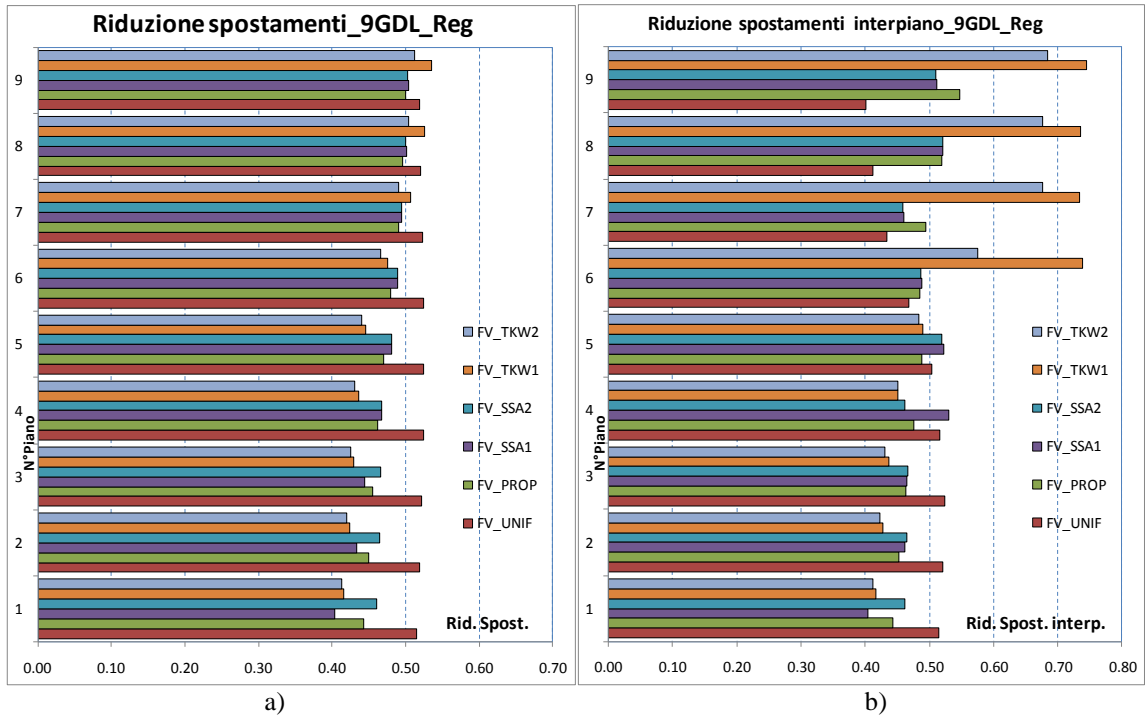


Fig.4.24 Riduzione spostamenti assoluti ed interpiano

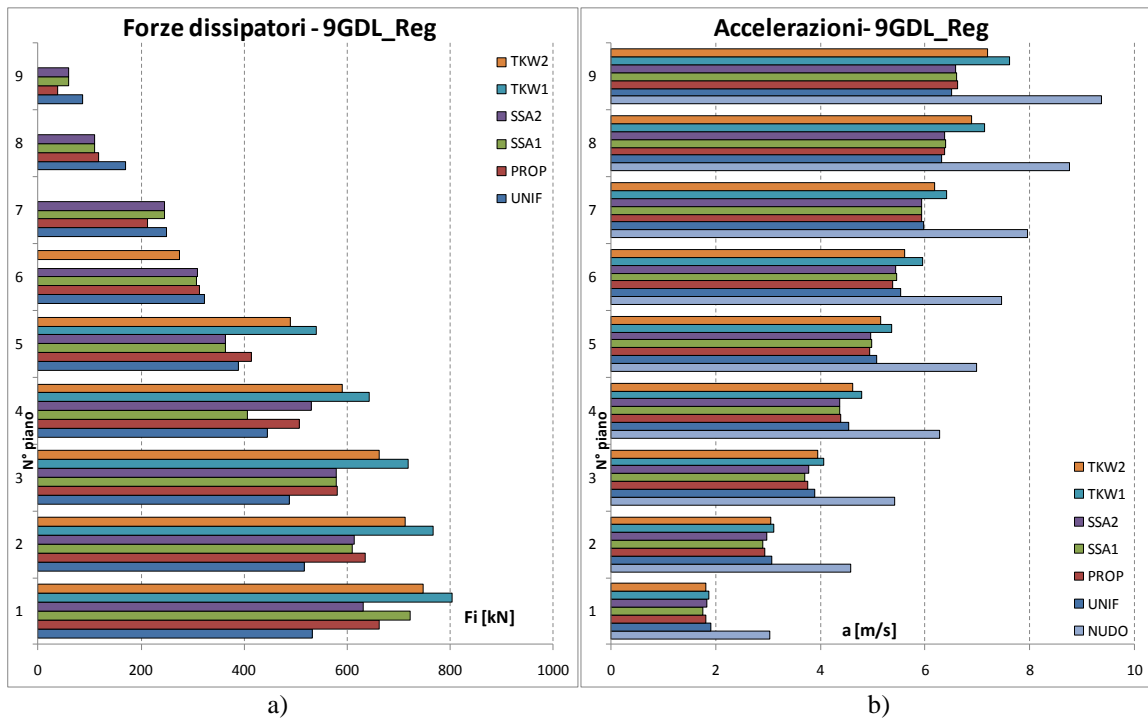


Fig.4.25 Massime forze nei dissipatori e accelerazioni ai piani

Le distribuzioni PROP e SSA sono molto simili tra loro, mentre le TKW non assegnano dissipatori agli ultimi tre piani. Tra la TKW1 e la TKW2 si notano alcune differenze dovute al diverso numero di step considerati nella procedura. Gli spostamenti di piano si riducono globalmente di circa il 50% come atteso e le varie distribuzioni in questo caso danno risultati molto simili tra loro. Stesso andamento per gli spostamenti interpiano, solamente la TKW1 riduce con meno efficacia gli spostamenti interpiano al piano sesto e settimo. La TKW2 mostra sempre questo effetto anche se in modo meno marcato. Le forze nei dissipatori e le accelerazioni di piano, anche in questo caso, sono in accordo con gli esempi precedenti.

#### 4.7 Esempio 9 GDL IRREGOLARE

In questo esempio verrà trattata una struttura shear-type a 9 GDL con masse di piano uguali e rigidezze uguali ai vari piani eccetto che per il quinto piano al quale è stata assegnata una rigidezza dimezzata per simulare un cosiddetto “*piano debole*”, come si può vedere dalla Tab.4.6. Lo smorzamento interno è stato assunto pari al 5%.

Tabella 4.6 Caratteristiche della struttura a 9 GDL IRREG

Piano	Masse [kNs <sup>2</sup> /m]	Rigidezze [kN/m]	Ci-UNIF [kN s/m]
9	38.23	44630	2758
8	38.23	44630	2758
7	38.23	44630	2758
6	38.23	44630	2758
5	38.23	22315	2758
4	38.23	44630	2758
3	38.23	44630	2758
2	38.23	44630	2758
1	38.23	44630	2758

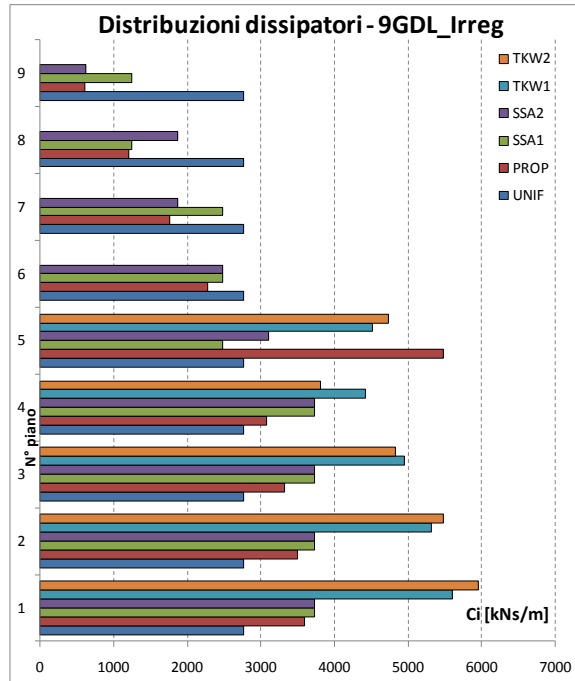


Fig.4.26 Distribuzioni dei dissipatori 9 GDL IRREG

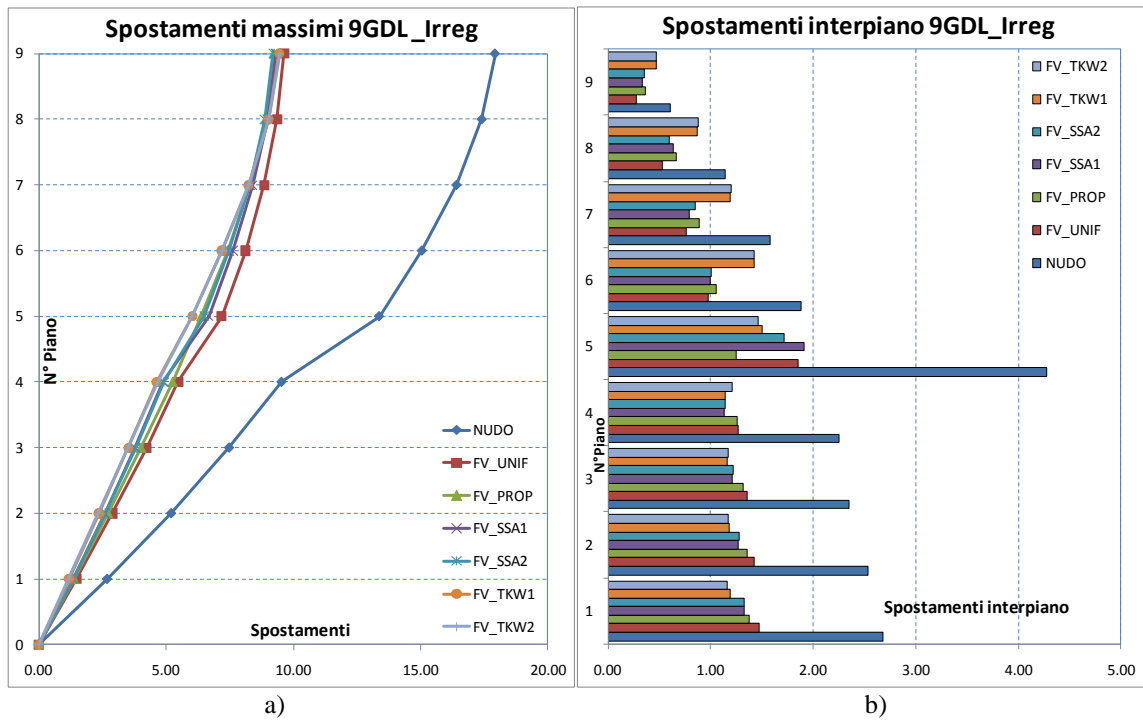


Fig.4.27 Media dei massimi spostamenti assoluti ed interpiano



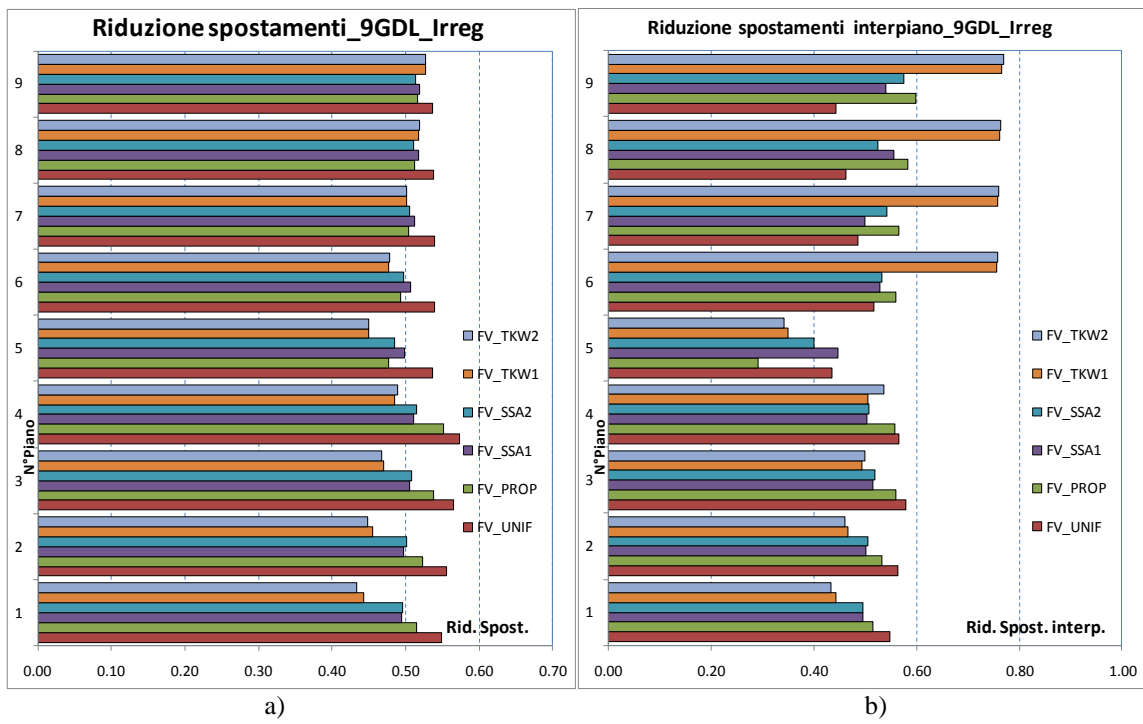


Fig.4.28 Riduzione spostamenti assoluti ed interpiano

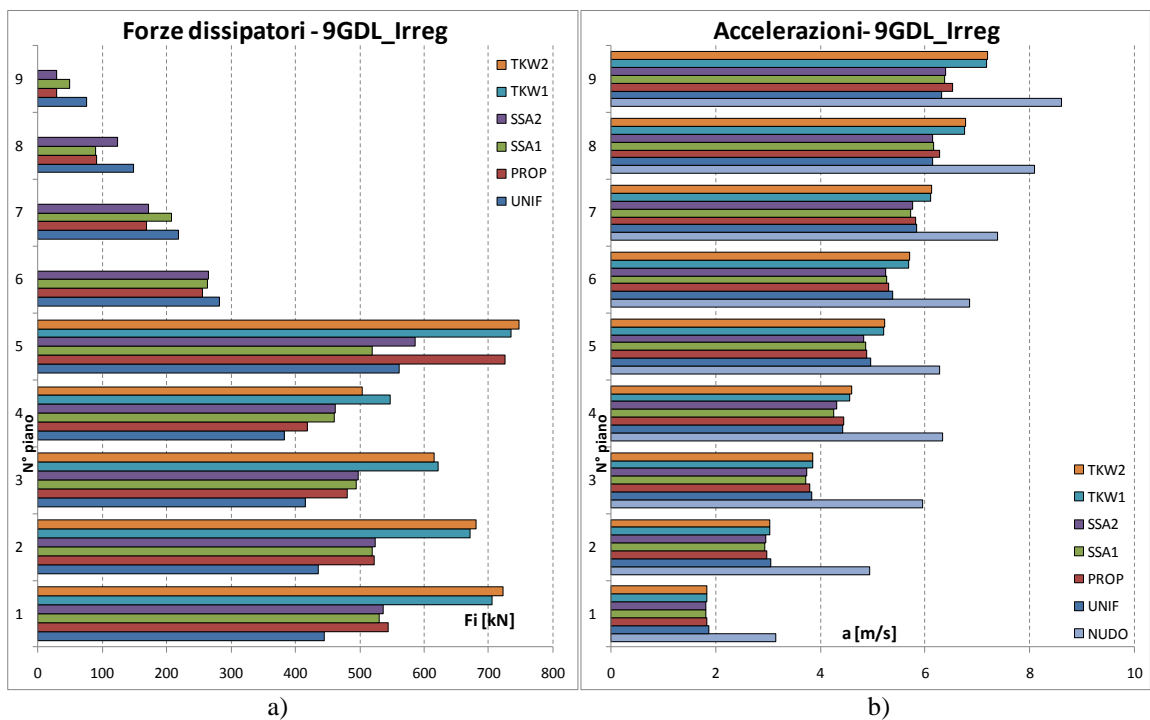


Fig.4.29 Massime forze nei dissipatori e accelerazioni ai piani

I periodi e le masse eccitate dei primi tre modi di vibrare sono rispettivamente  $T_1=1.76$  s,  $T_2=0.3893$  s,  $T_3=0.244$  s,  $M_1=82.7\%$ ,  $M_2=11.8\%$ ,  $M_3=2.11\%$ . Inizialmente i dispositivi sono stati dimensionati per aggiungere uno smorzamento del 20% nella configurazione uniforme per un  $C_{tot}=24822$  kNs/m. La Fig. 4.22 mostra le varie distribuzioni ottenute applicando le procedure precedentemente illustrate. Si può notare che la distribuzione PROP è quella più influenzata dalla irregolarità strutturale, mentre le altre assegnano i dispositivi senza concentrarli al quinto piano. Nel caso della procedura SSA il primo dissipatore viene assegnato proprio al quinto piano, e a causa di questo la risposta quadratica media dello spostamento interpiano del piano quinto diminuisce notevolmente rispetto agli altri piani non smorzati, quindi si attenua l'effetto dell'irregolarità subito dopo l'assegnazione del primo dispositivo; i successivi sono poi disposti secondo il criterio della procedura. Per quanto riguarda la procedura TKW si può notare che inizia da una distribuzione uniforme dei dissipatori e in base alla somma delle funzioni di trasferimento degli spostamenti interpiano trova le successive configurazioni ad ogni step. Quindi il punto di partenza è quello di una struttura già fortemente smorzata nella quale sono già stati ridotti gli effetti dell'irregolarità, come si può vedere dai grafici degli spostamenti di piano ed interpiano di Fig. 4.27 relativi alla distribuzione uniforme. Dai risultati di Fig.4.27 e 4.28 si può vedere che in termini di spostamenti di piano i risultati sono analoghi tra le varie distribuzioni e prevale lo smorzamento globale. Per quanto riguarda gli spostamenti di interpiano la procedura più efficace è quella PROP seguita dalla TKW. Dalle Fig.4.29 a e b si può vedere che le forze nei dissipatori hanno ovviamente un andamento proporzionale alle dimensioni degli stessi e le accelerazioni di piano sono ancora una volta poco influenzate dalle diverse distribuzioni dei dissipatori.

#### 4.8 Indici di risposta

Al fine di analizzare ulteriormente i risultati ottenuti dalle indagini numeriche svolte sono stati determinati i seguenti quattro indici sintetici di risposta :

$$I_{1,j} = \frac{\sum_{i=1}^N R_{j,ass}^i}{N} \quad (4.3)$$

$$I_{2,j} = \frac{\sum_{i=1}^N R_{j,int}^i}{N} \quad (4.4)$$

$$I_{3,j} = \frac{\max_{,i}(\delta_j^i) - \min_{,i}(\delta_j^i)}{\max_{,i}(\delta_j^i)} \quad (4.5)$$

$$I_{4,j} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_j^i - \bar{\delta}_j)^2}{N}} \quad (4.6)$$

in cui  $R_{j,ass}^i$  e  $R_{j,int}^i$  sono rispettivamente le riduzioni degli spostamenti di piano e interpiano all'  $i$ -esimo grado di libertà per la  $j$ -esima configurazione di installazione e possono essere ricavate dall'Eq.4.1;  $N$ =numero di gradi di libertà;  $\delta_j^i$   $i$ -esimo spostamento interpiano per la  $j$ -esima configurazione di installazione. Tali indici sono raffigurati nella Fig. 4.30.

I primi due indici non sono altro che le riduzioni medie degli spostamenti e degli spostamenti interpiano lungo l'altezza della struttura. Il terzo rappresenta, per ogni configurazione delle strutture, la differenza tra il massimo spostamento interpiano ed il minimo normalizzato rispetto al massimo. Il quarto è la deviazione standard degli spostamenti interpiano per la  $j$ -esima configurazione. Si può notare che, in termini di riduzione degli spostamenti di piano, per tutti gli esempi considerati le prestazioni delle distribuzioni ottenute migliorano da quella UNIF a quella TKW secondo l'ordine indicato in legenda (I1). In termini di riduzioni medie degli spostamenti interpiano tale trend non appare più così evidente (I2). Rispetto a questi andamenti generali fanno eccezione i risultati ottenuti per il caso 6GDL IRR, tale anomalia può essere imputata ad una scelta non opportuna dei parametri dell'algoritmo per la procedura TKW. Il terzo indice; I3, mostra come la procedura TKW possa essere considerata maggiormente efficace rispetto alle altre, seguita da quella PROP. Dall' I4 si può notare che, globalmente il solo smorzamento aggiuntivo abbassa di per se notevolmente la deviazione standard degli spostamenti interpiano. Comunque tra le procedure considerate ancora una volta la TKW appare quella più efficace.

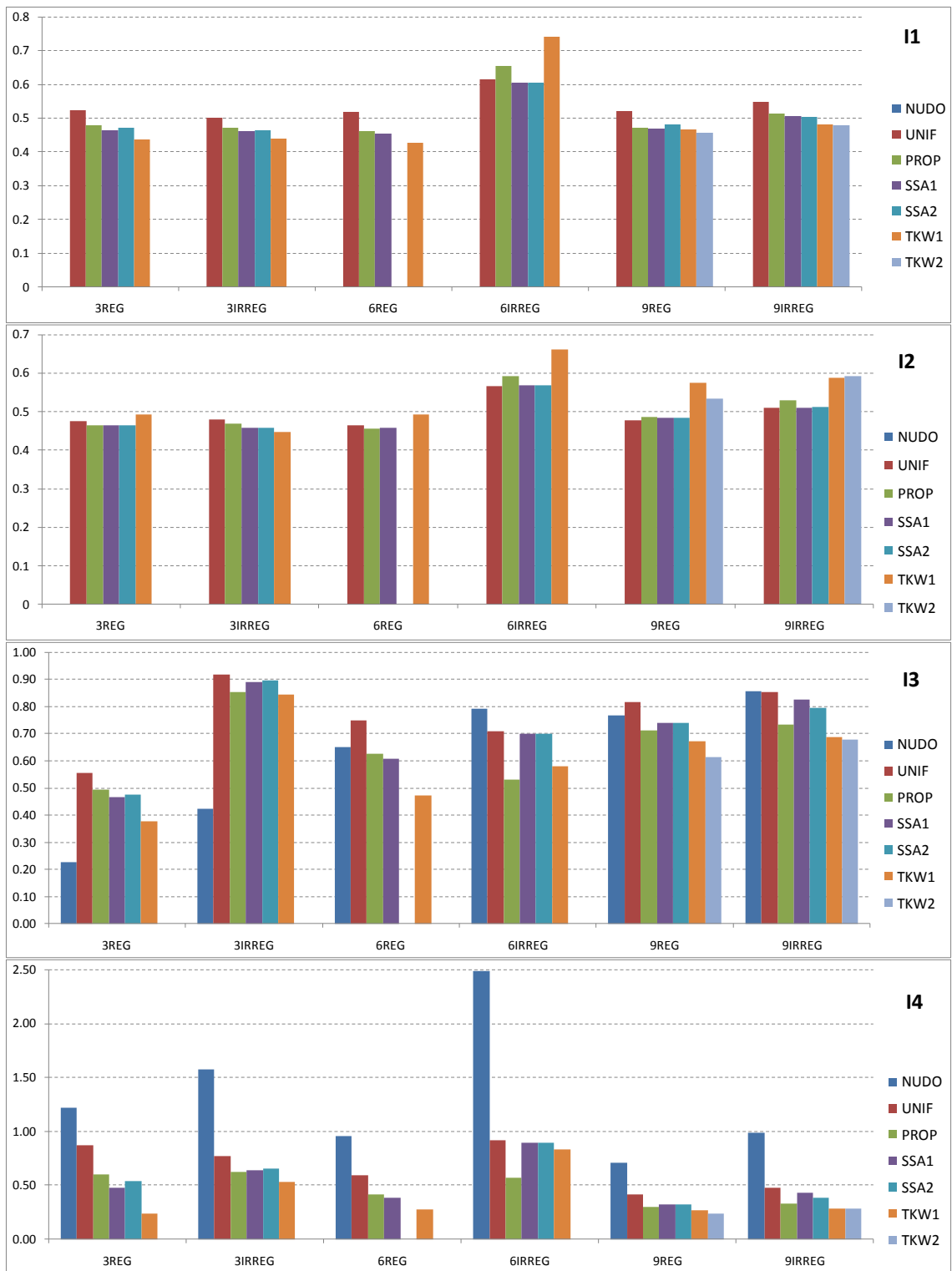


Fig.4.30 Indici di risposta I1, I2, I3 e I4

## 4.8 Conclusioni

In base ai risultati ottenuti negli esempi numerici presentati in questo capitolo si possono fare le seguenti conclusioni:

- Gli algoritmi ottimizzati sono di facile utilizzo per strutture a comportamento shear-type fino a 9 GDL nel caso di utilizzo dei dissipatori fluidoviscosi lineari. Sebbene i tempi di calcolo siano accettabili nella maggior parte dei casi analizzati il metodo SSA è notevolmente più veloce rispetto a quello TKW.
- Per il caso dei dispositivi fluidoviscosi lineari utilizzati nel presente studio, sebbene le procedure di progettazione siano mirate a ridurre principalmente gli spostamenti non sono state evidenziati aumenti imprevisti di altre quantità di risposta, come per esempio le accelerazioni di piano.
- Sono stati ricavati infine ulteriori indici di risposta delle strutture a diversi gradi di libertà in base ai quali è stato possibile constatare la superiorità del metodo di progettazione TKW rispetto agli altri considerati, soprattutto per quanto riguarda la regolarizzazione degli spostamenti interpiano lungo l'altezza della struttura.
- E' stata dimostrata l'efficacia dei metodi di progettazione ottimale nel migliorare ulteriormente la risposta delle strutture rispetto alle distribuzioni semplificate. Anche se l'effetto complessivo dello smorzamento aggiunto appare preponderante nei confronti dell'incremento di prestazioni ottenibile mediante le procedure ottimizzate.

## Bibliografia

- F. Guidi and E. Viola (2006), *Controllo della Risposta Sismica di un Modello di Edificio Deformabile a Taglio e a Flessione*, Atti del GIMC 2006.
- R. Levy and O. Lavan (2006), *Riccati Solutions Versus Truly Optimal Design of Supplemental Damping in Earthquake Engineering Practice*, Proceedings of the 8th U.S. National Conference on Earthquake Engineering, April 18-22, 2006, San Francisco, California, USA, Paper No. 617
- I. Takewaki (1997), *Optimal Damper Placement for Minimum Transfer Function*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.26, 1113-1124.
- I. Takewaki (1999), *Displacement Acceleration Control Via Stiffness Damping Collaboration*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, 1567-1585.
- I. Takewaki (1999), *Non Monotonic Damper Placement Via Steepest Direction Search*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol.28, 655-670.
- I. Takewaki (1999), *Optimal Damper Placement for Critical Excitation*, Probabilistic Engineering Mechanics, Vol.15, 317-325.
- I. Takewaki (1997), *Efficient Redesign of Damped Structural Systems for Target Transfer Functions*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.147, 275-286.
- I. Takewaki (1998), *Optimal Damper Positioning in Beams for Minimum Dynamic Compliance*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.156, 363-373.
- Zhang, R.H. e Soong, T.T. (1992). *Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Application*, ASCE Journal of Structural Engineering, 118(5), 1375-1392.