

**Alma Mater Studiorum – Università di Bologna**

---

**DOTTORATO DI RICERCA**

**Psicologia Generale e Clinica - Indirizzo di Psicologia Sperimentale**

**Ciclo XX**

**Settore/i scientifico disciplinari di afferenza: M/PSI-01**

**COMPONENTI SPAZIALI  
DELLA RAPPRESENTAZIONE COGNITIVA  
DELLA GRANDEZZA DEL NUMERO**

**Presentata da: *Dott. Marco Fabbri***

**Coordinatore Dottorato**

***Prof. Bruno Baldaro***

**Relatore**

***Prof. Vincenzo Natale***

---

**Esame Finale Anno 2008**

# INDICE

<b>Introduzione</b>	pp.	6
<b>Capitolo I: La competenza numerica: The Number Sense</b>	pp.	10
<b>1.1. La Storia dei Numeri: la Forma Scritta</b>	pp.	10
<b>1.2. La Storia dei Numeri: la Forma Orale</b>	pp.	15
<b>1.3. Le Abilità Numeriche negli Animali</b>	pp.	18
1.3.1. <i>Aritmetica Animale</i>	pp.	18
1.3.2. <i>Il Numero Astratto</i>	pp.	20
1.3.3. <i>La Rappresentazione dei Numeri negli Animali: Grandezze Mentali</i>	pp.	23
<b>1.4. Le Rappresentazioni dei Numeri Non Verbali</b>	pp.	27
<b>1.5. Le Basi Neuronali del Numero nell'Animale</b>	pp.	30
<b>1.6. Le Abilità Numeriche nell'Uomo</b>	pp.	31
1.6.1. <i>Il Concetto Astratto del Numero nei Bambini</i>	pp.	31
1.6.2. <i>Le Capacità di Calcolo nei Bambini</i>	pp.	32
1.6.3. <i>Il Fenomeno dello Subitizing</i>	pp.	34
1.6.4. <i>La Rappresentazione del Numero nell'Adulto</i>	pp.	35
<b>1.7. Conclusioni</b>	pp.	37
<b>Bibliografia: Capitolo I</b>	pp.	40
<b>Capitolo II: La rappresentazione mentale dei numeri</b>	pp.	47
<b>2.1. Abstract Code Model</b>	pp.	47
2.1.1. <i>Abstract Code Model: Evidenze Empiriche</i>	pp.	50

<b>2.2. Encoding-Complex Model</b>	pp.	53
2.2.1. <i>Encoding-Complex Model: Evidenze Empiriche</i>	pp.	57
<b>2.3. Triple-Code Model</b>	pp.	60
2.3.1. <i>Triple-Code Model: Evidenze Empiriche</i>	pp.	63
<b>2.4. Conclusioni</b>	pp.	67
<b>Bibliografia: Capitolo II</b>	pp.	73
<b>Capitolo III: Linea Numerica Mentale</b>	pp.	82
<b>3.1. Il Contributo di Galton</b>	pp.	83
<b>3.2. L'interazione tra Numero e Spazio</b>	pp.	85
3.2.1. <i>Gli Effetti Numerici</i>	pp.	86
3.2.2. <i>Gli Effetti di Compatibilità tra Processamento Numero-Spazio</i>	pp.	88
3.2.3. <i>La Prestazione Numerica dei Pazienti con Neglect</i>	pp.	96
<b>3.3. Conclusioni</b>	pp.	100
<b>Bibliografia: Capitolo III</b>	pp.	102
<b>Capitolo IV: Componenti Spaziali della Rappresentazione Cognitiva della Grandezza del Numero</b>	pp.	112
<b>4.1. Esperimento 1A</b>	pp.	115
4.1.1. <i>Introduzione</i>	pp.	115
4.1.2. <i>Metodo</i>	pp.	117
4.1.3. <i>Risultati</i>	pp.	119
4.1.4. <i>Discussione</i>	pp.	133
<b>4.2. Esperimento 1B</b>	pp.	136
4.2.1. <i>Introduzione</i>	pp.	136

4.2.2. Metodo	pp.	139
4.2.3. Risultati	pp.	141
4.2.4. Discussione	pp.	152
<b>4.3. Esperimento 1C</b>	pp.	154
4.3.1. Introduzione	pp.	154
4.3.2. Metodo	pp.	156
4.3.3. Risultati	pp.	158
4.3.4. Discussione	pp.	168
<b>4.4. Esperimento 2A</b>	pp.	170
4.4.1. Introduzione	pp.	170
4.4.2. Metodo	pp.	173
4.4.3. Risultati	pp.	176
4.4.4. Discussione	pp.	178
<b>4.5. Esperimento 2B</b>	pp.	180
4.5.1. Introduzione	pp.	180
4.5.2. Metodo	pp.	183
4.5.3. Risultati	pp.	185
4.5.4. Discussione	pp.	188
<b>4.6. Esperimento 3</b>	pp.	190
4.6.1. Introduzione	pp.	190
4.6.2. Metodo	pp.	192
4.6.3. Risultati	pp.	195
4.6.4. Discussione	pp.	202
<b>4.7. Esperimento 4</b>	pp.	205
4.7.1. Introduzione	pp.	205

<i>4.7.2. Metodo</i>	pp.	209
<i>4.7.3. Risultati</i>	pp.	213
<i>4.7.4. Discussione</i>	pp.	219
<b>Bibliografia: Capitolo IV</b>	pp.	222
<b>Capitolo V: Conclusioni</b>	pp.	231
<b><i>5.1. Rappresentazione Orizzontale e Verticale dei Numeri</i></b>	pp.	232
<b><i>5.2. Effetto del Contesto</i></b>	pp.	238
<b>Bibliografia: Capitolo V</b>	pp.	241

## INTRODUZIONE

Ogni giorno ci rapportiamo con i numeri. Le situazioni in cui processiamo ed elaboriamo l'informazione numerica sono diverse, dai calcoli aritmetici alla stima della grandezza di un insieme di elementi. L'esigenza di contare e numerare gli oggetti risale alla preistoria: sono state infatti ritrovate alcune ossa che servivano per calcolare le fasi lunari importanti per regolare la vita degli uomini preistorici. Nel tempo diversi popoli hanno sviluppato ingegnose soluzioni per contare ed eseguire calcoli matematici.

Il modo di rappresentare i numeri ha uno stretto legame con lo sviluppo del linguaggio, che consente così di esprimere verbalmente o per iscritto i numeri. Nonostante questo legame tra linguaggio e numero, anche gli animali posseggono diverse abilità numeriche in assenza di un sistema linguistico. L'aspetto rilevante della competenza animale è l'abilità di stimare le grandezze numeriche. Tale abilità diventa meno precisa all'aumentare del numero degli oggetti che compongono un pattern visivo od uditivo. I dati presenti in letteratura hanno messo in luce un collegamento tra le capacità numeriche degli animali e quelle dei bambini. Le ricerche hanno sottolineato come il linguaggio non abbia un ruolo esclusivo nello sviluppo delle competenze numeriche visto che i bambini sviluppano prestazioni numeriche simili agli animali prima di andare a scuola. Inoltre, tribù indigene prive di un sistema linguistico specifico per i numeri riescono a stimare in modo accurato le grandezze numeriche. Questi dati dimostrano lo sviluppo di un sistema di rappresentazione dei numeri non verbale fin dalla nascita negli esseri umani così come negli animali. Questi dati sono stati recentemente confermati da ricerche di *neuroimaging* che mostrano l'attivazione delle medesime aree cerebrali per il processamento numerico nelle scimmie e nell'uomo. Nel Capitolo I vengono esaminate le diverse ricerche a sostegno dell'idea di un *number sense* implementato nella corteccia parietale destra in base alle somiglianze della performance numerica sia da un punto di vista filogenetico che da quello ontogenetico.

L'interesse per la rappresentazione mentale del numero ha recentemente suscitato l'attenzione della psicologia cognitiva. Nel Capitolo II vengono riportati tre modelli per le forme interne dei numeri. Nel modello del codice astratto di McCloskey e colleghi (McCloskey, 1992; McCloskey, Caramazza, & Basili, 1985) la rappresentazione è focalizzata sulla relazione alla sistema a base-10 per i numeri arabi. La rappresentazione corrisponde alla lista delle quantità e delle potenze 10 che compongono il numero specifico. In generale la rappresentazione dei numeri è astratta ed è indipendente dai codici di entrata e di uscita. Il modello astratto è principalmente

supportato dai dati neuropsicologici di pazienti in presenza di specifiche lesioni e dissociazioni nei processi numerici. Tenendo in considerazione queste evidenze McCloskey e colleghi (1985) hanno proposto una visione modulare dell'elaborazione e del processamento dei numeri, in cui ciascun modulo sarebbe specifico per una determinata competenza numerica. Il modello del triplo codice di Dehaene (1992) diversamente propone tre distinti codici per il processamento dei numeri. Il codice visivo arabo sarebbe utilizzato per il calcolo a cifra multipla e i giudizi di parità, il codice verbale sarebbe utilizzato per il conteggio verbale e per il recupero dei fatti aritmetici ed infine il codice analogico di grandezza sarebbe utilizzato per il confronto numerico e per le stime approssimative delle quantità. La comunicazione tra questi codici avverrebbe attraverso percorsi di traduzione. Il modello del triplo codice ipotizza da una parte una rappresentazione astratta dei numeri e, dall'altra, l'esistenza di specifici e multipli codici interni. Le evidenze empiriche a favore del modello derivano non solo dai dati neuropsicologici (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1995) ma anche dalla performance cognitiva dei soggetti normali (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993). L'aspetto importante del modello deriva dall'aver ipotizzato l'esistenza di una linea numerica mentale come forma privilegiata per rappresentare i numeri. Il modello della complessità della codifica (Campbell, 1992; Campbell & Clark, 1988) infine suppone una rete di codici specifici al formato con altre rappresentazioni (verbale e non verbale). L'aspetto fondamentale di tale modello è che il processamento del numero cambia a seconda del formato della presentazione numerica perchè i numeri arabi e verbali potenzialmente determinano percorsi indipendenti verso le rappresentazioni dei numeri, ed in particolare verso la rappresentazione dei fatti aritmetici. La bontà del modello è confermata dagli studi condotti su soggetti bilingue e dalla performance nelle operazioni aritmetiche in cui avviene la manipolazione del formato dei numeri.

Le prove a sostegno dell'esistenza di una linea numerica mentale, come modo privilegiato di rappresentare i numeri negli esseri umani, si fondano primariamente su tre effetti cronometrici: l'effetto distanza, l'effetto grandezza e l'effetto SNARC (*Spatial-Numerical Association of Response Codes*). L'effetto distanza fa riferimento ad una diminuzione del tempo di reazione per discriminare quale numero tra due sia il maggiore (o il minore) all'aumentare della distanza numerica tra i due numeri: ad esempio risulta più facile e veloce indicare quale sia il numero più grande tra la coppia 1 e 4 (distanza 3) rispetto alla coppia 1 e 2 (distanza 1). L'effetto grandezza fa riferimento ad un aumento del tempo di reazione per discriminare quale numero sia il maggiore (o il minore) all'aumentare della grandezza numerica dei numeri a parità di distanza numerica: ad esempio risulta più facile e veloce indicare quale sia il numero più grande tra i numeri 2 e 4 (distanza 2) rispetto alla coppia 7 e 9 (distanza 2). L'effetto SNARC, infine, mette in luce un'associazione tra la rappresentazione della grandezza del numero e quella dello spazio in un

compito di parità: i numeri piccoli (es. 1 o 2 ) sono associati con lo spazio sinistro mentre i numeri grandi (es. 8 o 9) sono associati con lo spazio destro. Questi tre effetti confermano l'esistenza di una linea numerica mentale orientata orizzontalmente da sinistra verso destra. Nel Capitolo III si affrontano le caratteristiche della linea numerica mentale e nello specifico gli aspetti essenziali dei tre effetti. Particolare attenzione viene posta alla relazione tra rappresentazione del numero e rappresentazione dello spazio.

Il Capitolo IV delinea le ipotesi del progetto di ricerca, tese ad individuare le caratteristiche spaziali della linea numerica. In particolare l'obiettivo è di individuare l'esistenza di diversi orientamenti spaziali della linea numerica, partendo dall'evidenza di un effetto SNARC in verticale. Lo scopo della ricerca è dunque studiare l'esistenza delle differenze o delle somiglianze tra la linea numerica orizzontale e quella in verticale ipotizzando una mappa numerica al posto di una unica linea come modo migliore di rappresentare i numeri.

Per rispondere al quesito di ricerca sono stati condotti 4 esperimenti su un campione totale di 257 studenti universitari. Nell'esperimento 1A si replicano gli studi sull'effetto SNARC in orizzontale e in verticale attraverso un compito esplicito (confronto di grandezza) ed uno implicito (giudizio di parità). Nell'esperimento 1B si indaga la rappresentazione dei numeri negativi in orizzontale e per la prima volta in verticale attraverso un compito di confronto di grandezza ed uno di giudizio di parità, rendendo così possibile un confronto tra i risultati dell'esperimento 1A e 1B. Nell'esperimento 1C invece si utilizza una procedura sperimentale simile a quella dell'esperimento 1A con l'introduzione per la prima volta di un disegno *between-subjects*; in questo modo è possibile verificare se la relazione tra numero e spazio sia relativa alla mano di risposta oppure astratta. Nell'esperimento 2A un compito di bisezione di linee fisiche e di stringhe numeriche composte da una sequenza di numeri 2 o 9 permette di indagare la relazione tra numero e spazio in orizzontale e in verticale. Partendo dai risultati dell'esperimento 2A, l'esperimento 2B verifica l'esistenza di una mappa numerica attraverso un compito di bisezione di linee fisiche in quattro orientamenti spaziali (orizzontale, verticale, diagonale destra e diagonale sinistra) delimitate da quattro coppie numeriche (1-1, 7-7, 1-7 e 7-1). Gli stessi stimoli utilizzati nell'esperimento 2B sono impiegati nell'esperimento 3, svolto al computer, nel quale si chiede ai partecipanti di eseguire un compito di *pointing* (verso il numero più grande, il punto medio della linea e il numero più piccolo); in questo modo risulta possibile analizzare se le rappresentazioni spaziali del numero abbiano un effetto sulle componenti temporali (tempi di reazione e di esecuzione del movimento) oltre che su quelle spaziali. Considerando che nel modello del triplo codice di Dehaene (1992) la linea numerica mentale corrisponde alla rappresentazione semantica delle grandezze, l'esperimento 4 cerca di capire l'effetto della rappresentazione numerica nei suoi orientamenti spaziali sulla capacità di accedere e



recuperare i fatti aritmetici attraverso un compito esplicito (verifica di addizioni) ed uno implicito (*matching* numerico).

Nel Capitolo V i risultati di ciascun esperimento vengono poi commentati in un contesto teorico più ampio. I dati raccolti sembrano confermare il fatto che gli esseri umani processino i numeri attraverso l'attivazione di una linea numerica mentale. Questa linea numerica mentale sarebbe associata allo spazio, mostrando in orizzontale una rappresentazione da sinistra verso destra e in verticale una rappresentazione dei numeri dal basso verso l'alto, indipendentemente dal segno numerico. Osservando i dati la linea numerica mentale in orizzontale sembra essere una rappresentazione rigida delle grandezze mentre in verticale la rappresentazione sembra essere più flessibile. In altre parole, l'orientamento dei numeri da sinistra verso destra sembra essere indipendente dall'assegnazione della mano di risposta e in compiti di bisezione determina risposte spaziali e temporali in funzione della grandezza dei numeri. L'orientamento dal basso verso l'alto può esistere in parallelo alla rappresentazione dei numeri dall'alto verso il basso in funzione delle richieste del compito. In verticale la rappresentazione sembra essere dipendente dalla mano di risposta e si possono trovare pattern di risposte spaziali e temporali nei compiti di bisezione opposti alla condizione orizzontale. Infine la linea numerica mentale in orizzontale è attivata in maniera automatica in compiti impliciti ed espliciti, influenzando anche la performance nel recupero di fatti aritmetici. La linea numerica in verticale invece è attivata solamente in compiti espliciti (compito di confronto di grandezza e di verifica di addizioni), indicando che la rappresentazione verticale dei numeri non viene utilizzata frequentemente. In conclusione i dati ottenuti sembrano riflettere un ruolo attivo dell'influenza della cultura occidentale nel rappresentare le grandezze numeriche definendo la loro associazione con lo spazio. I dati comunque sembrano aggiungere ulteriori evidenze alla bontà del modello del triplo codice di Dehaene.

# CAPITOLO I

## LA COMPETENZA NUMERICA: THE NUMBER SENSE

Nella nostra vita i numeri occupano un ruolo importante e di fatto ne siamo circondati. Quotidianamente abbiamo a che fare con i numeri in innumerevoli situazioni e in contesti diversi. Usiamo i numeri quando facciamo la spesa, quando verifichiamo quanto tempo ci occorre per arrivare a un appuntamento, o semplicemente quando vogliamo conoscere che ora è, quanti chilometri dobbiamo fare per raggiungere un luogo, fino alle più semplici informazioni di altezza e peso. I numeri sono anche un sistema simbolico privilegiato per ordinare elementi e oggetti nel nostro ambiente (ad esempio i piani di un palazzo), e per identificare diversi esemplari appartenenti a una stessa categoria come ad esempio gli utenti telefonici. A ciascuno di noi non è solo richiesto continuamente di riconoscere, comprendere e produrre numeri, ma, molto spesso, con tali numeri dobbiamo compiere calcoli di varia natura e complessità. L'uso del denaro è forse la situazione più familiare in cui le nostre abilità di calcolo vengono utilizzate, ma le attività quotidiane che richiedono l'esecuzione di calcoli aritmetici sono numerosissime, dalla gestione del tempo per svolgere le attività lavorative.

In questo capitolo, verrà ripercorsa la storia dei numeri attraverso l'evoluzione della specie, dei popoli e dell'individuo. Si porrà particolare attenzione al fatto che dalla nascita siamo dotati di strutture cerebrali specializzate per la categorizzazione del mondo in termini numerici, tanto da ipotizzare un evolutivo *number sense* (Dehaene, 1997).

### **1.1. La Storia dei Numeri: la Forma Scritta**

La storia dei numeri è antica quanto la storia dell'uomo. L'uso dei numeri ha da sempre svolto la funzione di aiutare gli esseri umani a superare ostacoli e risolvere difficoltà che l'ambiente sociale, fisico e naturale ha imposto alle loro attività, sino esse la caccia, la procreazione o gli scambi commerciali.

Il ritrovamento di alcune ossa preistoriche (da 35,000 a 20,000 anni A.C.) ci permette di avere una prova del più antico metodo di scrittura dei numeri: la rappresentazione di una serie di tacche (Figura 1.1). Le facce dell'osso sono incise con tacche raggruppate secondo precisi criteri. Un margine dell'osso presenta tre coppie di raggruppamenti di tacche, corrispondenti ad alcuni

numeri e al loro doppio, come ad esempio, 3 e 6, 4 e 8, 5 e 10. L'altro margine presenta raggruppamenti di numerosità in relazione con 10 e 20, e a lato, i numeri 11, 13, 17 e 19 (Marshack, 1991).

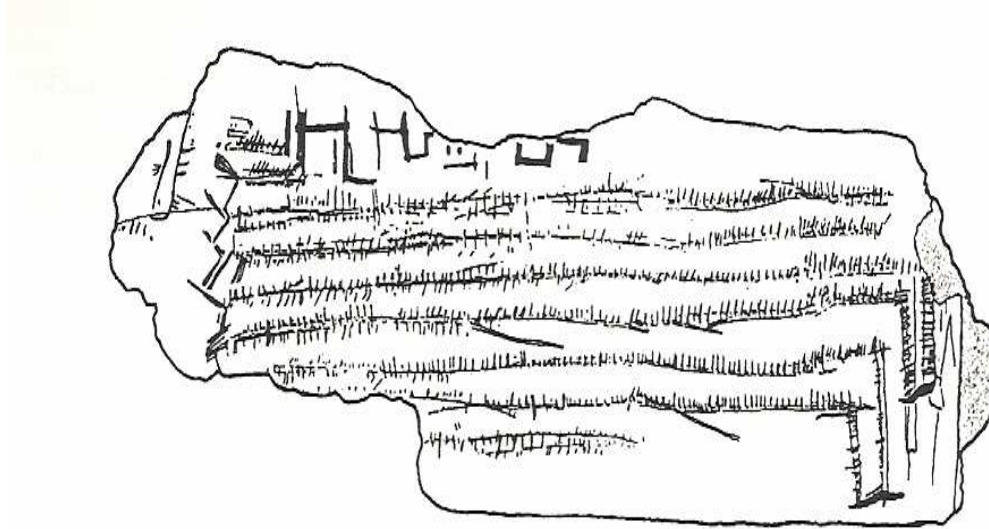


Figura 1.1. Questa placca di osso è stata trovata nel 1969 nelle Grotte du Tai nel sud della Francia (Fonte: Marshack, 1991).

Considerando la faccia con più incisioni, la somma delle tacche lungo ciascun margine sarà 60 e quella dei gruppi di tacche prese a coppie sarà 30. Da qui l'ipotesi più accreditata che le serie di incisioni rappresentino un mese lunare (circa 30 giorni), e quindi che l'osso possa essere considerato un primordiale calendario lunare. Una simile interpretazione emerge dall'ispezione dell'osso di Lartet attribuito alla mano dell'uomo di Cro-Magnon vissuto circa 30,000 anni fa nella Francia sud-occidentale. Anche in questo caso, numerosi gruppi distinti di incisioni su entrambe le facce dell'osso, farebbero pensare a una sorta di registrazione delle fasi lunari nel corso di due intere stagioni.

La registrazione delle fasi lunari potrebbe sicuramente essere stata vantaggiosa per l'uomo primitivo, per l'azione esercitata dalle fasi lunari sull'ambiente (maree) e sull'uomo (ciclo mestruale). Come ipotizzato da Butterworth (1999), è probabile che poter stabilire le notti di luna piena potesse costituire un vantaggio per organizzare la caccia di prede notturne o controllare la fertilità. I ritrovamenti di analoghe ossa e manufatti in Francia, Germania, Africa e Australia, in aree non in contatto diretto tra loro, depongono a favore dell'esigenza dell'uomo di tenere il conto dei giorni intercorrenti tra le lune piene.

Con lo sviluppo dell'allevamento e dell'agricoltura è emerso il bisogno di tenere la contabilità e regolare il commercio. Tale necessità ha giustificato l'invenzione di un sistema di scrittura e di notazioni numeriche. Sumeri e babilonesi effettuavano le annotazioni incidendo tavolette d'argilla con simboli numerici cuneiformi il cui orientamento e la cui posizione ne determinavano il valore. Il loro sistema numerico era quindi un sistema posizionale relativamente semplice, includendo solo i numeri 1 e 10, e avendo come base 60. Come riportato da Girelli (2006), il numero 25,395, ad esempio, era espresso come  $7 \times 60^2 + 3 \times 60 + 15$ , quindi concatenando i simboli corrispondenti a 7, 3, e 15, di fatto realizzati combinando i numeri 1 e 10 attraverso il principio additivo. Utilizzando questo sistema numerico, i Sumeri furono in grado di svolgere complessi calcoli matematici funzionali alle loro attività commerciali. Successivamente, i Babilonesi poterono dedicarsi con successo ai loro interessi sviluppando l'algebra, la geometria e l'astronomia.

Il principio della corrispondenza uno-a-uno è il più semplice e basilare modo di registrazione numerica. Oltre ai Sumeri e ai Babilonesi, anche gli Inca registravano i numeri facendo un nodo negli spaghi che tenevano come archivi. Gli stessi Romani usavano linee verticali (I, II, III) per formare i loro primi tre numeri. L'essenzialità della corrispondenza uno-a-uno è testimoniata dal fatto che l'uso di regoli incisi è coesistito in tempi moderni con sofisticati sistemi monetari come forma di registrazione di debiti bancari. I tesoriere britannici, infatti, abbandonarono solo nel 1800 la convenzione di utilizzare regoli di legno scalfiti per quantificare l'ammontare dovuto dai debitori e per certificare l'avvenuto pagamento (Girelli, 2006). La parola "*calcolo*" deriva dalla parola latina "*calculus*", che significa "*sassolino*", rimanda a quando i numeri erano manipolati muovendo i sassolini nell'abaco. Nonostante la sua semplicità, il principio della corrispondenza uno-a-uno è una notevole invenzione: offre una rappresentazione dei numeri precisa e astratta. Una serie di tacche può servire come un astratto simbolo numerico e rappresentare qualsiasi collezione di elementi, sia che si tratti di bestiame, persone, debiti o lune piene. Inoltre, consente anche agli esseri umani di superare le limitazioni dei loro apparati percettivi: ad esempio, gli esseri umani non possono distinguere quarantanove oggetti da cinquanta, tuttavia, una stecca segnata con quarantanove tacche rappresenta una traccia permanente di questo numero esatto. Per verificare se un conto è corretto, è sufficiente contare una ad una le tacche in avanti. La corrispondenza uno-a-uno, quindi, è una precisa rappresentazione dei numeri troppo grandi per essere accuratamente memorizzati sulla linea numerica mentale.

Ovviamente, la corrispondenza uno-a-uno ha anche dei limiti. Le serie di tacche sono notoriamente inconveniente da leggere e scrivere. Quando la sequenza di tacche o segni supera una certa numerosità diventa disagevole da riconoscere. Si pone perciò l'esigenza di semplificare il

processo di trascrizione componendo visivamente l'insieme, e introducendo un nuovo simbolo che rappresenti uno specifico sottoinsieme. Ad esempio il numero 21 (IIIIIIIIIIIIIIIIII) risulta visivamente più semplice da leggere e scrivere raggruppando il numero in una serie di cinque segni (IIII IIII IIII IIII I). Questa soluzione sottende il principio secondo cui un insieme di elementi di una certa numerosità può essere rappresentato da un unico simbolo. Questa idea fu abbracciata 4,000 anni fa dagli Egizi nella costruzione di un semplice sistema decimale in cui simboli distinti indicavano diverse potenze di 10, oltre che dal sistema dei romani in cui i numeri 5 e 10 e i loro multipli sono tutti rappresentati da simboli specifici. Ad esempio infatti 5, 10 e 50 sono espressi come V, X, e L.

Questa metodologia si basa su alcune regole combinatorie che permettono di formare i numeri a partire dai simboli base. Il principio additivo (ad esempio 15 è uguale XV), secondo cui il valore di un numero è uguale alla somma dei numeri che lo costituiscono, è alla base dei più antichi sistemi numerici rotazionali, come quello di Egizi, Romani e Atzechi. Nel sistema romano è anche usato il sistema sottrattivo, per cui 9 è trascritto come 10-1, ovvero IX. La trascrizione di numeri grandi rimaneva comunque dispendiosa sia in termini di tempo che di spazio. Da qui lo stratagemma adottato dai Greci e dagli Ebrei, di rappresentare i numeri base, ovvero le unità, le decine e le centinaia, con le ventiquattro lettere dell'alfabeto, riducendo gli elementi richiesti per trascrivere un determinato numero. Questa soluzione permetteva di scrivere un numero complesso come 345 con tre lettere (TME ovvero 300+40+5). Ovviamente il ricorrere alle lettere dell'alfabeto aumentava enormemente la difficoltà di memorizzare il valore dei simboli base.

Ciò che veramente ha permesso di ottimizzare il processo di trascrizione è l'applicazione del principio moltiplicativo che permette di esprimere ad esempio 500 come 5x100, quindi come quel numero che corrisponde all'unione di 5 insiemi di numerosità 100. Una delle prime notazioni ibride tra addizione e moltiplicazione, appariva in Mesopotamia circa quattro millenni fa. Invece di esprimere un numero come 300 ripetendo il simbolo corrispondente a 100 per tre volte (nei romani sarebbe CCC), veniva semplicemente scritto il simbolo corrispondente a tre seguito da quello per il numero cento. Rimaneva comunque il principio additivo così che il numero 2,342 era scritto come 1+1 migliaia, 1+1+1 centinaia, 10+10+10+10, 1+1. La potenza del principio moltiplicativo è stato definito nei più recenti sistemi rotazionali. In particolare, cinquecento anni fa i cinesi inventavano una notazione regolare che è stata preservata fino ai giorni nostri. Consiste di solo 13 simboli arbitrari, per i numeri da 1 a 9, e per i numeri 10, 100, 1,000 e 10,000. Riprendendo l'esempio del numero 2,342, si può scrivere come 2 1000, 3 100, 4 10 e 2 oppure come due mila, tre cento quaranta due. In questo modo, scrivere divenne una diretta riproduzione del sistema orale di numerazione.

Dato che i numeri sono potenzialmente infiniti, l'esigenza di poterli esprimere in modo univoco, ma deduttivo, è universalmente condivisa. Una invenzione che ha aumentato l'efficacia della notazione numerica, è stata la determinazione del principio del valore posizionale. Una notazione numerica obbedisce al principio del valore della posizione quando la quantità che un numero rappresenta varia in base alla posizione che occupa nel numero. Di conseguenza, tre numeri uguali che formano il numero 222, si riferiscono a differenti ordini di grandezza: due centinaia, due decine e due unità. In una notazione con il valore della posizione c'è un numero privilegiato chiamato base. È proprio il concetto di base, già presente nel sistema babilonese, che stabilisce un'efficace regola combinatoria. In altri termini, la base è quel numero a partire dal quale i nomi si ripetono seguendo le norme che regolano la loro combinazione. Per le lingue del ceppo Indoeuropeo, come l'italiano, la base è 10. Posti successivi nel numero rappresentano potenze della base 10: dall'unità ( $10^0 = 1$ ), passando per le decine ( $10^1 = 10$ ), alle centinaia ( $10^2 = 100$ ), e così via. La quantità che un dato numero esprime è ottenuta dal moltiplicare ciascun numero per la corrispondente potenza della base e successivamente sommando tutti i prodotti. Ad esempio, il numero 328 rappresenta la quantità  $3 \times 100 + 2 \times 10 + 8 \times 1$ . A fianco del sistema in base 10 sopravvive solo nella misurazione del tempo e degli angoli il sistema in base 60. Anche la base 20, anticamente usata dai Maya e dagli Aztechi, si è parzialmente mantenuta nei tempi moderni in alcuni sistemi di conteggio, come in danese, in francese e in tedesco, in cui alcune decine sono espresse come multipli di venti (ad esempio, *quatre-vingts*, ossia quattro venti, che in francese corrisponde a 80).

Il principio del valore posizionale non solo facilita la formazione di numeri molto grandi, ma rende semplice eseguire calcoli con essi. Infatti possiamo facilmente calcolare  $14 \times 7$ , rispetto a  $XIV \times VII$ . Questo notevole limite delle notazioni non posizionali ha reso molti popoli, tra cui i romani e i greci, dipendenti per secoli dall'uso dell'abaco per svolgere anche le più semplici operazioni aritmetiche. All'opposto, i numeri arabi, basati sul principio del valore della posizione, permettono le relazioni di grandezza di essere completamente trasparenti. I sistemi numerici sul valore posizionale consentono di ridurre la complessità delle moltiplicazioni a una mera memorizzazione di una tabella di prodotti da  $1 \times 1$  a  $9 \times 9$ .

Ciò che rende efficiente il sistema dei numeri arabi è il fatto di poter rappresentare in modo non ambiguo l'assenza di unità attraverso il numero zero (0). Il numero zero, dal termine arabo *tzifer* (vuoto), ha infatti la doppia funzione di rappresentare l'insieme con numerosità nulla e di indicare l'assenza di unità associate a un determinato valore (Butterworth, 1999). Ad esempio, il numero 503 significa cinque centinaia, zero decine e tre unità. In un sistema posizionale perciò l'introduzione dello zero con un semplice simbolo assume una rilevanza fondamentale.

L'introduzione del numero zero è stata la più tardiva conquista nella storia della matematica. I babilonesi impiegarono più di 1,500 anni prima di ideare un simbolo per indicare l'assenza di unità e la comprensione del valore espresso da un numero isolato si basava solo su informazioni contestuali. Infatti, inizialmente i Babilonesi ponevano uno spazio vuoto tra i numeri, determinando come il contesto potesse determinare quale interpretazione fosse corretta. Questa notazione di addizioni e codici di valore posizionali, con due basi 10 e 60, rendeva in pratica estremamente ambiguo e soggetto a errori l'uso di tale notazione. Per risolvere il problema, infine, i Babilonesi introdussero un simbolo che denotasse l'assenza di unità. Nonostante ciò, gli Europei solo nel XII secolo entrarono in contatto con un sistema numerico posizionale dotato di zero: il sistema decimale arabo. La traduzione latina del trattato *Aritmetica* scritto nell'820 dal matematico Persiano Muhammed ibn Musa al-Khuwarizmi innescò nell'intera Europa il lento processo di familiarizzazione con le nove cifre arabe, con lo zero e con i numerosi algoritmi di calcolo.

In realtà, i cosiddetti numeri arabi sono stati inventati dai matematici indiani, che grazie ai contatti con i Babilonesi, svilupparono floride scuole in cui si faceva largo uso di un sistema numerico posizionale oltre che della convenzione tolemaica di riportare gli angoli dei corpi celesti utilizzando un piccolo cerchio per indicare zero gradi o zero minuti (Butterworth, 1999). Un particolare omaggio dovrebbe essere portato all'originale innovazione nella notazione indiana, ovvero la selezione di dieci numeri arbitrari dei quali le forme sono non associate alle quantità numeriche che essi rappresentano. Infatti, una serie di tacche sembrerebbero dare un più trasparente modo di denotare i numeri. Come riportato precedentemente, però, risulta laborioso e disagiata contare una sequenza di tacche, rispetto a un unico simbolo per rappresentare una quantità.

## **1.2. La Storia dei Numeri: la Forma Orale**

Quando la nostra specie ha iniziato a parlare, è stata ipoteticamente abile a nominare solo i numeri 1,2 e forse 3, oltre a un termine generico del tipo *molti* o *tanti* per indicare numerosità più grandi. Sembrerebbe, infatti che i primi tre numeri godano di uno status linguistico particolare, considerando sia le inflessioni di caso sia di genere. Dal punto di vista linguistico, *uno*, *due* e *tre* sono spesso i soli numeri che possono essere flessi (Hurford, 1987). In latino, ad esempio, il vocabolo che indica due segue le concordanze sia di genere che di caso (*duo*, *duae*, *duo*, ecc). Dehaene (1997) nota che anche l'etimologia dei primi tre vocaboli numerici è indicativa della loro antica origine. La radice indoeuropea della parola *tre*, è simile alla parola francese *trés* (molto), al termine inglese *through* (attraverso) o all'italiano *troppo*, indicando in ogni caso come per molto tempo questo termine rappresentasse il più grande numero denominabile. Quindi, forse, i soli

numeri conosciuti agli indoeuropei erano “1”, “1 e altro” (2) e “molto” (3) (Dehaene, 1997). Infine, i primi tre numeri ordinali hanno una forma particolare. In inglese, per esempio, la maggior parte degli ordinali termina con *th* (fourth, fifth, e così via), ma le parole *first*, *second* e *third* hanno una loro forma autonoma.

La transizione verso sistemi di numerazione maggiori del limite tre sembra aver implicato il conteggio delle parti del corpo. Tutti i bambini spontaneamente scoprono che le loro dita possono essere poste in una corrispondenza uno-a-uno con ogni serie di elementi. Semplicemente basta alzare le dita in sequenza con il procedere del conteggio degli elementi. L'evidente vantaggio di questo meccanismo di conteggio è che i simboli richiesti sono sempre presenti alzando le dita della mano. È rilevante sottolineare che il termine inglese *digit* (cifra), così come la parola *digitale* deriva dal latino *digitus* (dito). Analogamente, è possibile che i numeri inglesi *four* (4) e *five* (5) derivino dalla radice di *finger* (dito). Altri esempi sono riscontrabili nella lingua indonesiana, in cui *lima* (5) significa *mano*, in analogia a molte lingue slave dove il termine che esprime *cinque* è molto simile alla parola *pugno* (Girelli, 2006).

Storicamente, la relazione tra numeri e parti del corpo ha sostenuto il linguaggio dei numeri basato sul corpo. Questo consente ad alcune tribù aborigene australiane con un sistema di numerazione povero a concepire le numerosità. I Kilege della Papua Nuova Guinea usano il termine *mano* per indicare 5, *due mani* per 10, *due mani e un piede* per 15, e il termine *uomo* per il numero 20. Combinando poi questi termini insieme a vocaboli distintivi per i numeri da 1 a 4, i Kilege possono contare oltre il 20 (35 = *un uomo due mani e un piede*). Molti dei gruppi aborigeni che popolano gli altipiani della Papua Nuova Guinea adottano sistemi di conteggio che prevedono la denominazione delle parti del corpo secondo un preciso ordine. Nelle isole Murray dello stretto di Torres, ad esempio, gli indigeni partono con il mignolo destro continuano con le altre dita della stessa mano per salire lungo il polso, gomito, ascella, spalla, per poi scendendo dalla spalla sinistra fino alle dita della mano sinistra, proseguendo con le dita del piede sinistro, per poi passare all'anca, ginocchio, caviglia, spostandosi successivamente sul piede destro, e infine risalendo la gamba destra (Ifrah, 1985). In questo sistema di conteggio, che arriva fino a 33, per esempio 7 è espresso come *gomito destro*, e 25 come *anca sinistra*. In maniera analoga, il popolo degli Yupno della Nuova Guinea conta indicando parti del corpo (Figura 1.2.).



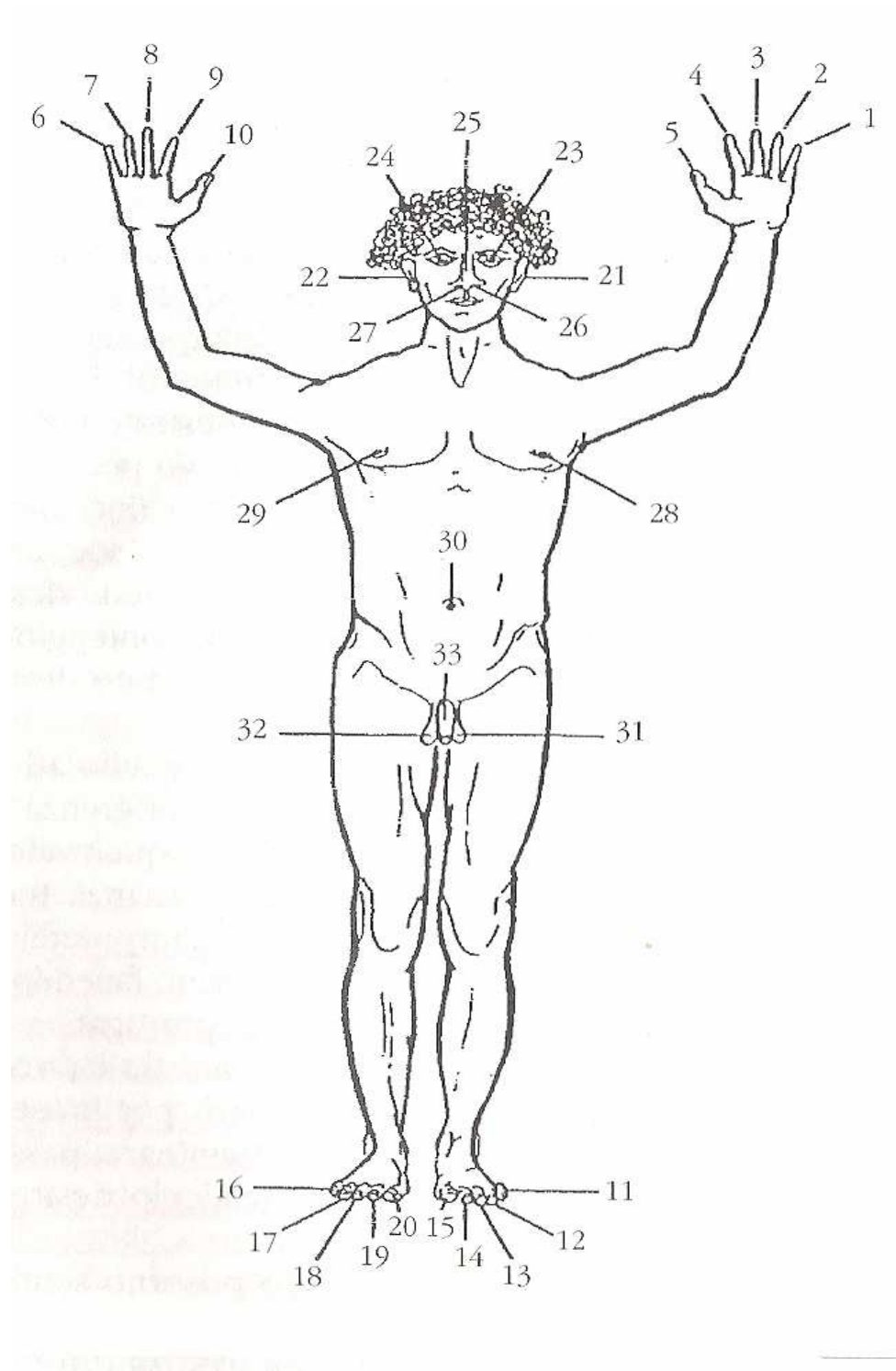


Figura 1.2. Il sistema di conteggio del popolo degli Yupno, attraverso il corpo (Wassmann & Dasen, 1994).

Il conteggio parte dalla mano sinistra e prosegue sulla mano destra, piede sinistro, piede destro per proseguire sul volto (orecchie, occhi, narici e naso), e terminare passando dai capezzoli, testicolo sinistro, testicolo destro e, infine, pene (Wassmann & Dasen, 1994).

Sebbene il corpo limiti la quantità di numeri che si possono contare questi primitivi sistemi di conteggio rispettano principi basilari nella conoscenza numerica. Mantenere un ordine fisso nel conteggio denominando parti del corpo implica infatti che ogni termine della sequenza rappresenti una certa numerosità che è maggiore di quella che la precede e minore di quella successiva. Inoltre, questi sistemi di conteggio riflettono la necessità di scegliere una numero base e l'espressione quindi di numeri più grandi con combinazioni di somme e prodotti. Riprendendo il sistema dei Kilenge, ad esempio, il numero 85 corrisponde a tre uomini, una mano e un piede. Infine, rimane sicuramente forte il legame tra il corpo e i sistemi di conteggio visto che il nostro sistema a base 10 richiamerebbe alla mente le nostre dieci dita delle mani, mentre un sistema a base 20 potrebbe riflettere la tradizione di contare utilizzando sia le mani che i piedi. Indipendentemente dalla base in quasi tutte le lingue i vocaboli numerici base si possono combinare in modo ricorsivo secondo precise regole sintattiche per costruire in modo preciso e non ambiguo ogni possibile numero immaginabile. Principi combinatori analoghi a quelli che regolano la formazione di numeri grandi nelle notazioni numeriche scritte, permettono di denominare un qualsivoglia numero nelle diverse lingue.

### **1.3. Le Abilità Numeriche negli Animali**

#### *1.3.1. Aritmetica Animale*

Un utile esperimento per studiare se gli animali possono ordinare, sommare e sottrarre numerosità è il fondamentale lavoro di Brannon e Terrace (1998). In questo esperimento due scimmie erano valutate rispetto all'abilità di ordinare coppie di numeri compresi tra 1 e 9 dopo essere state addestrate ad ordinare configurazioni contenenti da 1 a 4 elementi. L'aspetto critico era se le scimmie potessero significativamente ordinare coppie di nuovi valori 5-9 in ordine ascendente. Per fare questo, le scimmie avrebbero dovuto percepire le relazioni ordinali tra i nuovi valori e inferire che avrebbero dovuto applicare ai numeri 5-9 la regola ordinale imparata con i valori 1-4. Alle scimmie erano presentate tutte le possibili coppie di numerosità 1-9, dove il numero più piccolo aveva una area di superficie cumulativa più grande rispetto ai numeri più grandi per la metà delle prove sperimentali. Per creare un puro test di conoscenza numerica ordinale, le scimmie non erano rinforzate in alcun prova che contenesse un valore numerico nuovo, ma erano rinforzate solamente le prove sperimentali contenenti due esemplari di numerosità 1-4. In questo modo, l'esperimento era un potente studio della conoscenza numerica ordinale nelle scimmie, dato che non era presente alcun *bias* appreso in laboratorio. La performance delle scimmie era estremamente

buona per le coppie composte da due numerosità familiari (es. 1 vs. 3 o 2 vs. 4) e per le coppie composte da un numero familiare e un numero nuovo (es. 2 vs. 8 o 3 vs. 6). Il risultato principale comunque era che le scimmie eseguivano il confronto sopra il livello del caso tra due numeri nuovi (es. 6 vs. 8 o 7 vs. 9). Questi risultati indicano che le scimmie rappresentano le relazioni ordinali tra i numeri e lo fanno spontaneamente anche quando potrebbero aver invece formato categorie numeriche arbitrarie e appreso un ordine arbitrario di queste categorie nominali. Lo stesso pattern di risultati è stato ottenuto con la scimmia scoiattolo e il babbuino (Smith, Piel, & Candland, 2003).

In un altro studio, Washburn e Rumbaugh (1991) addestrarono due scimmie a scegliere tra due numeri arabi su un *touchscreen*. Le scimmie dovevano scegliere il numero corrispondente alla quantità di cibo. Entrambe le scimmie sceglievano significativamente il numero arabo più grande anche quando erano presentate nuove combinazioni di numeri arabi. Olthof, Iden e Roberts (1997) usarono un paradigma simile per testare le scimmie scoiattolo rispetto a problemi nei quali era richiesto di scegliere tra coppie o triplette di numeri arabi. Gli autori trovarono che le scimmie in maniera affidabile sceglievano la somma più larga e che la performance non poteva essere attribuita alla scelta del singolo valore più grande o all'evitare il singolo valore più piccolo.

Una dimostrazione dell'abilità additiva degli animali viene dalla ricerca con lo scimpanzè Sheba (Boysen & Berntson, 1989). Sheba era addestrata ad accoppiare numerosità con numeri arabi. Successivamente, Sheba era guidata intorno a una stanza, in cui c'erano tre nascondigli, due dei quali contenevano 0, 1, 2, 3, o 4 arance. Alla scimmia era poi consentito di scegliere uno dei numeri arabi 0-4, posizionati in ordine ascendente su una piattaforma. Sheba sceglieva il numero arabo corrispondente alla somma delle arance nascoste con l'accuratezza sopra il livello del caso (50%).

Qualche anno prima della pubblicazione degli studi con Sheba, un altro esperimento mostra chiaramente l'abilità astratta di somma negli animali. Woodruff e Premack (1981) nel loro primo esperimento sottoponevano gli scimpanzè a un semplice compito, in cui ricevevano un rinforzo se sceglievano tra due oggetti quello fisicamente identico ad un terzo oggetto. Successivamente la decisione diventava progressivamente più astratta. Per esempio, agli scimpanzè veniva mostrato un bicchiere mezzo pieno con un liquido blu, e le scelte possibili erano o metà mela o tre quarti di una mela. Dal punto di vista fisico, entrambe le alternative differivano ampiamente dallo stimolo campione. La richiesta era quella di basarsi sulla similarità delle frazioni presenti negli oggetti. Gli scimpanzè sceglievano sistematicamente metà mela basandosi apparentemente sulla corrispondenza concettuale di metà bicchiere e metà mela. Gli animali mostravano di conoscere il concetto della frazione numerica (Woodruff & Premack, 1981). Nel successivo esperimento, gli autori dimostrarono che gli scimpanzè potevano mentalmente combinare due frazioni. Quando per esempio lo stimolo campione era formato da un quarto di mela e da un mezzo bicchiere, mentre la

scelta era tra un disco pieno o tre quarti di un disco, gli animali sceglievano l'ultima opportunità oltre il livello di scelta casuale. In altre parole, gli animali riuscivano a fare  $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$ .

Sulkowski e Hauser (2000) indagarono se le scimmie potessero spontaneamente sottrarre quantità di cibo. Gli autori studiarono scimmie in cattività in una sola prova in modo che nessun apprendimento potesse accadere durante l'esperimento. Le scimmie vedevano un palco in cui gli sperimentatori sottraevano 0 o 1 prugna da una collezione di 1-3 prugne. In 11 esperimenti diversi, gli autori trovarono che le scimmie invariabilmente sceglievano la quantità di cibo più grande, anche quando questa scelta richiedeva di scegliere la quantità che originariamente era inferiore per numero, dimostrando che le scimmie potevano eseguire alcuni tipi di sottrazioni.

In conclusione, tutti i dati riportati dimostrano elegantemente che non solo gli animali sono capaci di rappresentare i numeri ma anche di ordinare, sommare e sottrarre le loro rappresentazioni numeriche.

### *1.3.2. Il Numero Astratto*

Una prospettiva darwiniana prevede che anche la più complicata capacità cognitiva umana debba avere dei precursori nella mente degli animali non umani. In accordo con questa previsione, i ricercatori della mente animale hanno messo in luce come sia difficile che qualche complesso comportamento umano possa essere peculiare della specie umana. Gli animali, quindi, rappresentano i numeri in maniera astratta, indipendentemente dalle caratteristiche superficiali o dagli attributi dello stimolo continuo, ed eseguono anche calcoli aritmetici proprio a partire dalla loro rappresentazione astratta.

Church e Meck (1984) addestrarono un gruppo di topi a premere una leva a destra quando erano presentati due suoni e una leva a sinistra quando erano presentati quattro suoni. I toni erano poi sostituiti con flash luminosi, ed a metà dei topi veniva data la stessa contingenza sperimentale, mentre all'altra metà veniva consegnata una opposta condizione, ovvero di premere la leva a sinistra con 2 luci e la leva a destra con 4 luci. I topi in questa ultima condizione sperimentale impiegarono più tempo a imparare il nuovo accoppiamento in confronto al gruppo per il quale l'associazione risposta-numero non era cambiata. In un secondo esperimento, gli autori dimostrarono che i topi rappresentano i numeri in maniera amodale. I topi erano addestrati a dare risposte destre a due toni o luci e risposte sinistre a quattro toni e luci. In una sessione test non rinforzata, ai topi venivano poi presentati 1 o 2 stimoli composti che contenevano una luce e un suono presentati simultaneamente (Church & Meck, 1984). I risultati misero in luce che i topi classificavano due stimoli composti come uno stimolo "quattro", suggerendo che i topi avevano

sommato gli stimoli singoli indipendentemente dalla modalità dello stimolo. Questo esperimento dimostra una rappresentazione numerica cross-modale negli animali.

Davis e Perusse (1988) sostengono che sebbene gli animali possono essere addestrati a fare discriminazioni numeriche, essi lo fanno solo come ultima risorsa quando tutte le altre informazioni sono eliminate e quando viene eseguito un addestramento estensivo. Per esempio, se un problema dato a un topo poteva essere risolto considerando le differenze nel numero o nell'area di superficie, il topo decodificava l'area di superficie e non il numero. Nonostante questa ricerca, diverse ricerche dimostrano che il numero potrebbe essere una dimensione significativa per molti animali.

Infatti, Jordan e Brannon (2003) hanno dimostrato che le scimmie rhesus rappresentano i numeri indipendentemente dalle dimensioni continue. Infatti tre scimmie erano addestrate in un compito di riconoscimento ritardato di un campione, nel quale alle scimmie era richiesto di riconoscere gli stimoli sulla base della loro numerosità e di ignorare il colore, la dimensione, la densità, o l'area cumulativa degli elementi. Nell'addestramento iniziale lo stimolo campione conteneva 2 o 8 elementi. Dopo che la scimmia toccava lo stimolo campione lo stimolo scompariva e successivamente la scimmia doveva scegliere tra uno stimolo che conteneva due elementi e uno stimolo che conteneva otto elementi. Il tipo di elemento, la dimensione, il colore, la configurazione, l'area di superficie cumulativa e la densità degli stimoli erano stati controllati dagli autori proprio per avere la certezza che i giudizi riflettessero il concetto astratto di numero. La performance non variava sistematicamente con l'area di superficie, la dimensione degli elementi, o la densità. Successivamente le scimmie erano sottoposte a una procedura di bisezione in cui il campione conteneva da 1 a 9 elementi, e le scelte contenevano ancora 2 o 8 elementi. Il compito delle scimmie era quello di scegliere lo stimolo che maggiormente assomigliava numericamente al campione. La probabilità con cui le scimmie sceglievano 8 variava sistematicamente in funzione della numerosità dello stimolo. Già la presentazione di 5 elementi determinava oltre il 60% di risposte, portando le scimmie a scegliere lo stimolo con 8 elementi.

Un altro esempio di abilità numerica astratta nelle scimmie deriva da un esperimento nel quale due scimmie rhesus erano addestrate a rispondere a esemplari di numerosità 1-4 in ordine numerico ascendente (Brannon & Terrace, 1998, 2000, 2002). In ciascun prova, quattro stimoli erano presentati in una configurazione spaziale casuale su un monitor touchscreen in cui ciascuno stimolo conteneva 1, 2, 3, o 4 elementi. Gli elementi erano o semplici figure geometriche (es. cerchi) o figure più complesse (es. cavalli), e gli stimoli potevano contenere una collezione di elementi omogenea od eterogenea. All'interno delle 35 prove di addestramento e delle 150 prove sperimentali, informazioni non numeriche, come ad esempio l'area della superficie degli stimoli, era modificata casualmente, cosicché che il numero e la posizione ordinale di ogni stimolo nella

sequenza dei quattro elementi fossero le sole informazioni valide. Nella sessione sperimentale le 150 situazioni nuove non consentivano alcuna possibilità di memorizzare specifiche caratteristiche dello stimolo. In questo modo, la performance non casuale (sopra il 50% dell'accuratezza) avrebbe evidenziato che le scimmie usavano regole numeriche. I risultati nel complesso hanno dimostrato che le scimmie rhesus possono discriminare le numerosità da 1 a 4 senza usare informazioni non numeriche come la forma, il colore, dimensione o l'area di superficie.

Inoltre, i dati sembrano mettere in luce che le scimmie siano portate a rappresentare i numeri in ordine. Brannon e Terrace (2000) hanno addestrato una scimmia a rispondere alle numerosità da 1 a 4 in ordine non monotono arbitrario (es. 3-1-4-2). Nonostante un lungo e intenso addestramento, la scimmia non apprendeva mai a rispondere all'ordine arbitrario. Quando però una nuova serie di stimoli veniva data e si richiedeva di rispondere in ordine ascendente (es. 1-2-3-4), la prestazione della scimmia migliorava velocemente. Questi dati suggeriscono che la rappresentazione ordinale delle numerosità 1-4 nelle scimmie preveniva dal rispondere in un ordine non monotono arbitrario. Tutti questi dati insieme suggeriscono che il numero sia una dimensione stimolo significativa per le scimmie rhesus e pongono dubbi sulla strategia dell'ultima risorsa (Davis & Perusse, 1988), come metodo di elaborazione numerica.

Allo stesso modo, Hauser e colleghi (Hauser, Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Patalano, 2002) testarono le scimmie tamarine in un compito di abituazione-disabituazione nel quale le scimmie erano prima abituate a due o tre toni e successivamente testate con due o tre sillabe pronunciate a voce, attentamente controllate per la loro durata. Le scimmie si dirigevano in maniera significativamente più lunga verso colui che parlava quando pronunciava un nuovo numero di sillabe rispetto all'orientamento quando veniva pronunciato un numero familiare di sillabe. Questo risultato suggeriva che le tamarine riconoscevano l'equivalenza di 2 toni e 2 sillabe.

In una serie di esperimenti inoltre è stato dimostrato che i macachi posseggono spontaneamente abilità numeriche senza addestramento in laboratorio (Hauser & Carey, 2003; Hauser, Carey, & Hauser, 2000; Hauser, MacNeilage, & Ware, 1996). In questi studi, ogni animale era testato in una prova singola e non aveva opportunità di apprendimento. In uno studio, alle scimmie erano mostrate due melanzane successivamente posizionate dietro uno schermo opaco. In seguito, lo schermo era rimosso mostrando una o due melanzane. Le scimmie guardavano più a lungo l'impossibile risultato di una melanzana ( $1+1 = 1$ ) rispetto al possibile risultato di due melanzane ( $1+1 = 2$ ), suggerendo che l'impossibile risultato violava le loro aspettative (Hauser et al., 1996, 2000). In un secondo esperimento, Hauser e Carey (2003) dimostrarono che le scimmie non stavano basando le loro decisioni sull'area di superficie cumulativa.

Oltre a ciò, studi applicativi hanno studiato come gli animali dovrebbero usare il concetto di numero nella loro vita di tutti i giorni. Le folaghe americane ad esempio usano il concetto di numero per decidere se deporre un ulteriore uovo facendo il confronto tra il numero delle proprie uova presenti nel nido e il numero di uova di uccelli parassiti (Lyon, 2003). Questo dato è particolarmente importante visto che le folaghe sembrano contare il numero di uova di parassiti non specifici nel nido, evidenziando che le folaghe possono enumerare un sottoinsieme di elementi in un insieme. Inoltre, è stato trovato che i maschi degli scimpanzè attaccano i gruppi vicini solamente se il numero di individui nel loro gruppo è sufficientemente grande per sopportare l'attacco (Wilson, Hauser, & Wrangham, 2001). Gli autori facevano ascoltare tramite una cassa acustica i vocalizzi di un solo maschio non inserito nel gruppo degli scimpanzè e osservavano che tre o più maschi si avvicinavano alla cassa acustica dopo essersi chiamati a vicenda.

### *1.3.3. La Rappresentazione dei Numeri negli Animali: Grandezze Mentali*

Il numero è una proprietà di insiemi di elementi discreti. Nonostante ciò, il numero è rappresentato non verbalmente dall'animale, non come un intero preciso, ma invece come approssimative grandezze mentali. I topi temporaneamente deprivati di cibo erano posti in una gabbia con due leve, la leva A e la leva B. La leva B era collegata a uno strumento meccanico che rilasciava una piccola quantità di cibo. Questo sistema di rinforzo aveva regole precise. I topi prima dovevano premere in maniera ripetitiva la leva A. Solo dopo che i topi avessero premuto per un numero fisso di "n" volte la leva A, sarebbero potuti passare alla leva B e ottenere il cibo. Se i topi fossero passati troppo rapidamente alla leva B, non solo non avrebbero ottenuto il cibo ma avrebbero anche ricevuto una punizione (Mechner, 1958). Inizialmente i topi scoprivano per prove ed errori che il cibo appariva quando premevano alcune volte la leva A e poi una volta sola la leva B. Progressivamente, il numero di volte che i topi dovevano premere la leva A era stimato sempre più accuratamente. Alla fine del periodo di apprendimento, i topi si comportavano in modo molto razionale in relazione al numero "n" di pressioni, selezionate dallo sperimentatore in esperimenti diversi. In aggiunta, i topi spesso premevano la leva A un po' di più del minimo richiesto: 5 volte invece di 4, per esempio. Questo comportamento indicativo di una lieve imprecisione nel conteggio, era una conseguenza delle punizioni ricevute in seguito ad una anticipata pressione della leva B. Quindi, i topi preferivano premere la leva A una volta in più piuttosto che una volta in meno per evitare la punizione. La conclusione degli esperimenti era che il comportamento del topo non era digitale ma variava. La variazione aumentava in proporzione diretta al numero n che i topi

dovevano stimare (Figura 1.3). I topi apparivano essere equipaggiati di un meccanismo di stima impreciso, abbastanza differente dai calcolatori digitali (Mechner, 1958).

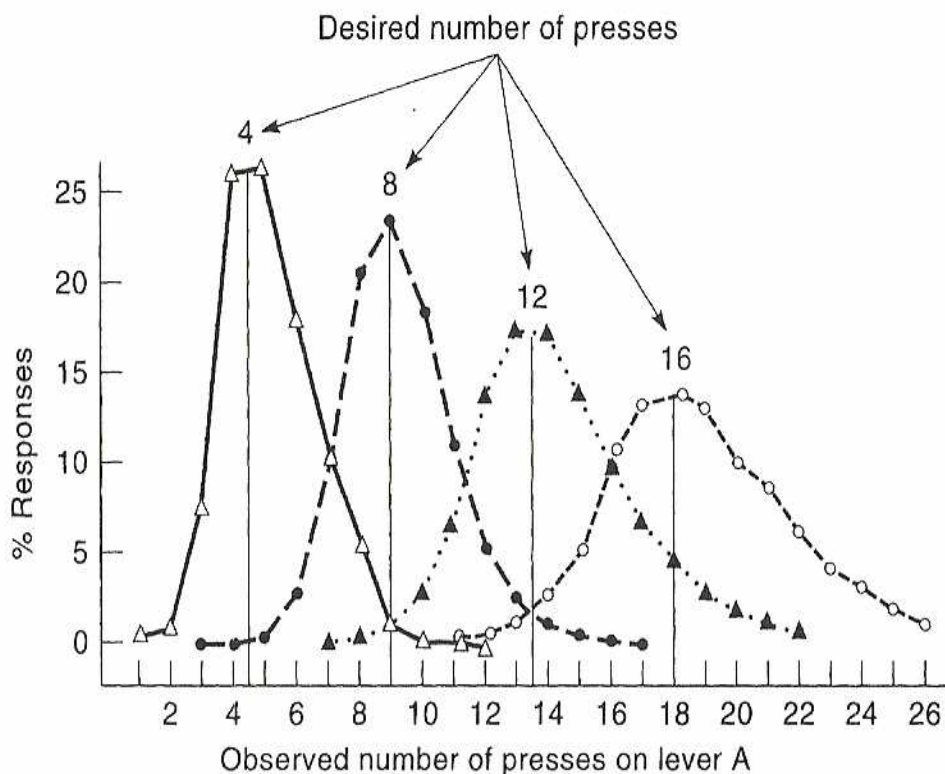


Figura 1.3. Rappresentazione della percentuale di risposte date dai topi nell'esperimento di Mechner. I topi riconoscevano in modo approssimativo il numero di pressioni della leva A, sebbene la loro stima diventasse variabile all'aumentare della grandezza del numero. (Fonte: Dehaene, 1997).

In una versione adattata del paradigma di Mechner (1958), Platt e Johnson (1971) replicarono i risultati. Ai ratti veniva richiesto di segnalare il momento in cui avrebbero completato "n" pressioni di una leva, posizionando il naso dentro un buco equipaggiato con un sensore fotoelettrico. Il numero di risposte che il ratto faceva prima di posizionare il naso era abbastanza distribuito normalmente attorno al numero di pressioni richiesto. In questo modo, quando veniva richiesto di fare "x" pressioni, i topi tendevano a fare  $x-1$  o  $x+1$  pressioni piuttosto che  $x-4$  o  $x+4$  pressioni. Inoltre, la deviazione standard della distribuzione del numero di risposte aumentava linearmente con l'aumentare del numero richiesto di risposte (vedere anche Fetterman & MacEwen, 1989; Laties, 1972; Rilling, 1967; Wilkie, Webster, & Leader, 1979). Questi dati suggeriscono quindi che i topi non rappresentano i numeri come valore preciso ma piuttosto come grandezze mentali che sono confuse con le quantità vicine all'aumentare della grandezza assoluta.



Come sottolineato da Dehaene (1997), è comunque possibile trovare altre spiegazioni al comportamento dei topi nei contesti sperimentali precedentemente riportati. Se il topo premeva a una frequenza regolare la leva, per esempio una volta al secondo, allora il comportamento sopra descritto dovrebbe essere spiegato da una stima temporale piuttosto che da una stima numerica. Mentre il topo stava premendo la leva A, questo potrebbe aspettare quattro, otto, dodici, o sedici secondi, a seconda del programma sperimentale imposto, prima di passare alla leva B o di inserire il naso nel buco. Questa spiegazione dovrebbe essere considerata più semplice dell'ipotesi che i topi possano contare i propri movimenti.

Per rifiutare questa spiegazione di stima temporale, Mechner e Guevrekian (1962) usarono un semplice compito di controllo: variarono il grado di deprivazione di cibo imposto ai topi. Quando i topi fossero stati realmente affamati, e quindi disposti a ottenere la ricompensa di cibo il più in fretta possibile, avrebbero premuto la leva più rapidamente e velocemente. Nonostante ciò, l'aumento della frequenza di pressione non avrebbe avuto alcun effetto sul numero di volte in cui i topi premessero la leva. I topi che erano stati addestrati con un numero target di quattro pressioni, continuarono a produrre tra le tre e le sette pressioni, mentre i topi addestrati a premere per otto volte la leva, continuarono a premere la leva attorno alle otto volte. In conclusione, né la media del numero di pressioni, né la dispersione (deviazione standard) dei risultati erano modificati con il più alto incremento della frequenza di pressione. Sembra dunque che le stime numeriche, più che temporali guidino il comportamento dei topi.

Una recente idea delle rappresentazioni dei numeri negli animali propone che il numero e il tempo siano rappresentati nello stesso modo (isomorfismo). Nell'esperimento di Meck e Church (1983), un altoparlante posizionato nella gabbia dei topi presentava una sequenza di toni. C'erano due possibili sequenze: una sequenza era composta da due toni per una durata di due secondi mentre l'altra sequenza era composta da otto toni per una durata di otto secondi. I topi dovevano discriminare tra due melodie, premendo due leve. Per ricevere la ricompensa di cibo, i topi dovevano premere la leva a sinistra se avevano sentito la sequenza dei due toni, mentre dovevano premere la leva di destra se avevano sentito la sequenza degli otto toni. I topi potevano usare due distinti parametri per distinguere le sequenze: la durata totale della sequenza (2 vs. 8) o il numero dei toni (2 vs. 8). In un test sperimentale, la durata era tenuta fissa (quattro secondi) mentre il numero era variato (2 vs. 8). In un altro test sperimentale, il numero era tenuto fisso (quattro toni) mentre la durata si estendeva da due a otto secondi. I topi generalizzarono il precedente apprendimento sia sulla durata che sul numero in fase di test. Quando la durata era fissa, i topi continuavano a premere la leva di sinistra quando udivano due toni e la destra quando udivano otto toni. All'opposto quando il numero era fisso, i topi premevano la leva di sinistra quando udivano la

sequenza a due secondi e la leva a destra con la sequenza a otto secondi (Meck & Church, 1983). Inoltre, quando la probabilità di determinare risposte come “lungo” (es. otto secondi) o “molto” (es. otto toni) era analizzata rispetto allo stimolo di durata o numero, le funzioni psicofisiche per il tempo e il numero erano virtualmente identiche. Questo esperimento è stato replicato da Roberts e Mitchell (1994) con i piccioni.

Inoltre, è stato suggerito che lo stesso singolo meccanismo sia utilizzato per prendere il tempo e per contare. Piccioni addestrati in una procedura di ritardato accoppiamento al campione dovevano rispondere dopo uno stimolo breve e dopo uno stimolo lungo (Spetch & Wilkie, 1983). Come l'intervallo di ritenzione tra la presentazione del campione e la scelta aumentava, così la curva di ritenzione del campione a 2 secondi non si modificava, mentre la curva di ritenzione per il campione a 8 secondi era sostanzialmente modificata. All'aumento dell'intervallo di ritenzione, i piccioni commettevano troppi errori per scegliere la risposta piccola. Un effetto parallelo è stato trovato quando i piccioni dovevano discriminare tra piccoli e grandi numeri di risposta (Fetterman & MacEwen, 1989) o sequenze di luci (Roberts, Macuda, & Brodbeck, 1995), suggerendo ancora una corrispondenza tra rappresentazione del tempo e del numero. Rimane infine ancora da capire se gli animali spontaneamente contano e tengano il tempo di tutti gli stimoli o si basino principalmente su una informazione rispetto a una altra (Roberts, Coughlin, & Roberts, 2000).

Sebbene esista una prova che gli animali rappresentino i numeri come grandezze mentali esiste anche una suggestiva evidenza che gli animali condividono con gli uomini un secondo sistema per rappresentare piccoli insiemi di oggetti (Brannon, 2005). Infatti in una serie di ricerche infanti e scimmie guardavano degli sperimentatori posizionare numeri differenti di cibo in contenitori opachi. Successivamente ai soggetti era consentito avvicinarsi ai contenitori. Gli infanti con successo riuscivano ad avvicinarsi al contenitore con il numero maggiore di cibo (cracker), quando le situazioni sperimentali mettevano a confronto 1 contro 2 o 2 contro 3 ma fallivano a scegliere la quantità più grande quando i confronti prevedevano quantità maggiori di 3 anche quando i rapporti erano vantaggiosi (es. 2 vs. 4) (Feingenson, Carey, & Hauser, 2002). Allo stesso modo, le scimmie nello stesso compito di discriminazione dei contenitori con la maggiore quantità di cibo mostravano un effetto grandezza dell'insieme (*set-size effect*) (Hauser et al., 2000). Le scimmie avevano successo con i confronti di 1 contro 2, 2 contro 3 e perfino di 3 contro 4 ma fallivano con quantità superiori a 4 (es. 4 vs. 8).

Gli infanti e gli animali possono quindi formare analoghe rappresentazioni di grandezza dei numeri ma quando tale sistema non è attivato, è richiesto un distinto sistema che può solo rappresentare pochi oggetti per volta. Questo secondo sistema è stato chiamato “modello della scheda-oggetto” (*object file model*) (Feingenson et al., 2002; Feingenson, Carey, & Spelke, 2002;

Lesile, Xu, Tremoulet, & Scholl, 1998; Simon, 1997; Uller, Carey, Huntley-Fenner, & Klatt, 1999). Tale modello ipotizza che gli infanti, e allo stesso modo gli animali, rappresentano il numero implicitamente dal rappresentare ciascun membro di un insieme con un simbolo (*object file*). Centrale in questo modello è il fatto che nessun singolo simbolo serve per rappresentare la numerosità dell'insieme, mentre ogni elemento che deve essere contato è rappresentato da una singola scheda oggetto. Per tale ragione, c'è una limitata fornitura di schede.

In conclusione, i dati presentati dimostrano che gli animali rappresentano i numeri come rumorose grandezze mentali (Brannon, 2005) e lasciano aperta la possibilità che gli animali condividono un secondo sistema con gli uomini, che funziona per rappresentare la numerosità di piccoli insiemi come le individuali schede degli oggetti. La capacità, comunque, di compiere giudizi di numerosità, ovvero individuare il maggiore (o il minore) di due quantità, è buona per quantità piuttosto piccole e decisamente diverse tra loro. La prestazione degli animali in queste situazioni, infatti, sarà tanto meno accurata quanto più simili sono le quantità da comparare. Infine, il sistema di stima numerica è approssimativa e imprecisa, all'aumentare della grandezza dei numeri da comparare.

#### **1.4. Le Rappresentazioni dei Numeri Non Verbali**

Gelman e Gallistel (1978) hanno proposto che i bambini formino rappresentazioni numeriche attraverso un processo di conteggio non verbale che segue gli stessi principi del conteggio verbale. Questi principi formali sono: 1) principio della corrispondenza uno-a-uno sostiene che uno e un solo simbolo può essere applicato a ogni elemento da contare; 2) principio dell'ordine stabile stipula che i simboli devono essere applicati in un ordine consistente attraverso gli episodi di conteggio; 3) principio di cardinalità presuppone che l'ultimo simbolo applicato serva a rappresentare la numerosità di un insieme di elementi. In questo processo di conteggio non verbale, i bambini usano simboli arbitrari, chiamati "*numeros*" per ogni elemento. I *numeros* sono simboli arbitrari e non hanno alcuna relazione diretta con le numerosità che rappresentano.

Da quando è stata proposta l'ipotesi della lista di *numeros*, due modelli hanno spiegato come gli animali rappresentano i numeri in assenza del conteggio verbale: il modello controllo della modalità (*mode-control model*; Meck & Church, 1983) e il *modello della rete neurale* (Dehaene & Changeux, 1993). Il modello di Meck e Church (1983) è stato originariamente sviluppato come un adattamento del modello di processamento dell'informazione del comportamento di stima temporale dell'animale (Gibbon & Church, 1984), per spiegare sia la discriminazione del tempo che del numero dei topi. Successivamente questo modello è stato adattato da Gallistel e Gelman (1992)

ed è stato chiamato il modello dell'accumulatore. Il modello del controllo della modalità è composto da un pacemaker, da un accumulatore, da un buffer della *working memory*, da una memoria di riferimento e da un comparatore (Figura 1.4.).

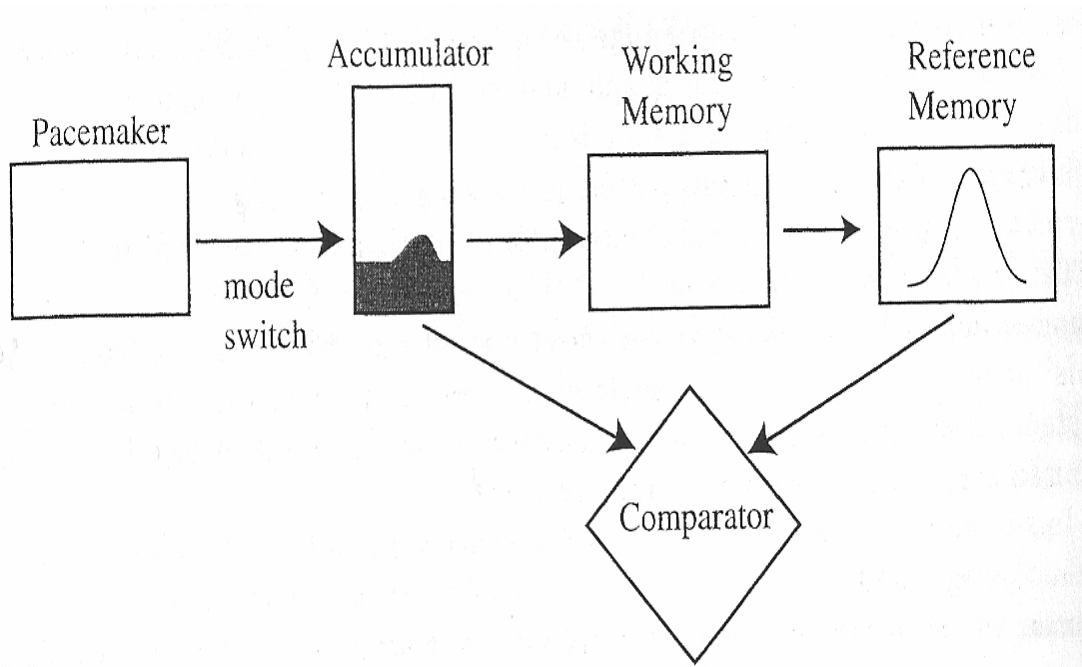


Figura 1.4. Un diagramma del modello del controllo della modalità. (Fonte: Brannon, 2005).

Il pacemaker produce impulsi a una frequenza costante che può essere immagazzinata in un accumulatore. Quando una risposta da un organismo è rinforzata, il valore dell'accumulatore è trasferito dalla memoria di lavoro per essere immagazzinata nella memoria di riferimento. Un processo di comparazione permette all'organismo di confrontare il contenuto della *working memory* con quello della memoria di riferimento. Il principale vantaggio di questo modello è che l'interruttore, che permette alle pulsazioni di passare dal pacemaker all'accumulatore, può agire in uno dei tre modi. Per le finalità della nostra trattazione ci concentreremo su due modalità. Nella modalità della corsa, che funziona come un timer, l'interruttore è chiuso per tutta la prova, e così, le totali pulsazioni nell'accumulatore servono come misura della durata. All'opposto, nella modalità dell'evento, che funziona come contatore, ogni stimolo risulta nella chiusura dell'interruttore per una stabilita quantità di tempo, indipendentemente dalla durata dello stimolo, e così le totali pulsazioni nell'accumulatore servono come misura del numero degli stimoli. In questo modo, il modello del controllo della modalità fornisce una teoria unificata della discriminazione della durata e del numero semplicemente presupponendo che i numeri e il tempo siano rappresentati con una singola corrente. In aggiunta, questo modello della rappresentazione del numero può essere

considerato una forma di conteggio non verbale, visto che obbedisce ai tre criteri del conteggio verbale (Broadbent, Rakitin, Church, & Meck, 1993; Gelman & Gallistel, 1978). Il principio di corrispondenza uno-a-uno è rispettato perché ciascun evento risulta in un incremento costante nell'accumulatore. Il principio dell'ordine stabile, che richiede che l'ordine di assegnazione dei *numeros* debba essere lo stesso da un elemento al successivo, è soddisfatto perché in nessun caso l'operato dell'accumulatore nel modo evento può produrre qualcosa altro che una serie fissa di valori dei quali mai varia l'ordine. Infine, il principio di cardinalità è rispettato perché il valore dell'accumulatore alla fine della presentazione dello stimolo rappresenta il numero degli stimoli che sono stati presentati.

Un secondo modello di rappresentazione non verbale dei numeri è il *modello della rete neurale* di Dehaene e Changeux (1993), che ipotizza che ci siano rivelatori di numerosità che possono rappresentare il numero astratto di oggetti indipendentemente dalla dimensione e configurazione degli stimoli. Questo modello prevede che ci sono tre strati differenziati: una "retina" che cattura gli input, una mappa di posizione degli oggetti, e una configurazione di rilevatori di numerosità. La mappa della posizione degli oggetti converte gli stimoli dalla retina a una rappresentazione di ogni stimolo senza tener conto della dimensione dell'oggetto (una memoria uditiva ecoica permette anche al sistema di contare i suoni così come gli oggetti). La mappa di posizione manda i suoi output ai rilevatori di numerosità, che consistono in alcune unità di sommatoria e alcune unità di numerosità. Ciascuna unità di sommatoria ha una soglia prestabilita. Quando l'attività totale dall'output della mappa di posizione, che è proporzionale alla numerosità, supera la soglia delle unità di sommatoria, tali unità diventano attive. Queste unità differiscono dalla modalità dell'evento del *mode-control model*, in quanto le unità sono attive solamente quando il numero di eventi eccedono un qualche livello. Infine, i gruppi di sommatoria proiettano alle unità di numerosità, che rappresentano le numerosità dall'1 al 5. Un dato gruppo di numerosità verrà attivato se il corrispondente gruppo di sommatoria è attivo, ma non quelli che rappresentano i più alti valori. Quindi, la presentazione di stimoli con la stessa numerosità, anche se differenti in dimensione, posizione e modalità, determina l'attivazione degli stessi rilevatori di numerosità.

I modelli differiscono nel processo con il quale questi raggiungono le rappresentazioni numeriche. Il modello a rete neurale predice che il numero sia percepito in parallelo, mentre il modello del controllo della modalità ipotizza che le rappresentazioni numeriche siano raggiunte da un processo simile al conteggio. Inoltre, il modello del controllo della modalità unicamente predice che il numero e il tempo siano rappresentati da una singola corrente. Comunque, entrambi i modelli

presuppongono una analogica rappresentazione del numero, e predicono che la discriminazione numerica dovrebbe seguire la legge di Weber<sup>1</sup>.

### **1.5. Le Basi Neuronali del Numero nell'Animale**

Il primo lavoro relativo all'attività neurale associata al numero deriva dagli studi sulla corteccia associativa di un gatto anestetizzato (Thompson, Mayers, Robertson, & Patterson, 1970). Gli sperimentatori presentavano 10 stimoli o uditivi o visivi a gatti anestetizzati e registravano l'attività neurale. Gli autori trovarono che 5 neuroni scaricavano maggiormente rispetto a una posizione particolare nella sequenza di luci o suoni. Queste 5 cellule per il numero rispondevano ai valori 2, 5, 6, e 7 nelle serie, indipendentemente dalla modalità o frequenza degli stimoli.

Sawamura, Shima, e Tanji (2002) trovarono attività associata al numero nella corteccia parietale non appena le scimmie eseguivano serie di ripetitivi movimenti con gli arti. Le scimmie erano addestrate a ripetere un movimento per cinque volte e poi passare ad un altro movimento per cinque volte, in maniera ripetitiva. I neuroni posizionati nel lobulo superiore della corteccia parietale erano modulati dal numero di movimenti fatti dalle scimmie. Questa attività modulata dal numero era osservata durante un periodo di attesa in cui le scimmie aspettavano un segnale per eseguire il movimento. Il dato più forte era che alcuni neuroni erano attivi solamente prima che fosse eseguito un movimento in una posizione ordinale della sequenza. I neuroni selettivi per ciascuna delle posizioni ordinali nella sequenza erano trovati tra la popolazione di cellule studiate (Sawamura et al., 2002).

Recentemente una serie di studi ha dimostrato nella corteccia prefrontale e parietale dei macachi che queste aree sono associate al numero di elementi di una immagine visiva (Nieder, Freedman, & Miller, 2002; Nieder & Miller, 2004). In particolare è stato trovato che il 20% delle cellule nel solco intraparietale della corteccia parietale sono selettive per i numeri (Nieder & Miller, 2004). In questi esperimenti, le scimmie erano addestrate a rispondere a un compito di ritardato riconoscimento, nel quale le scimmie rispondevano “stesso” se due successivi stimoli erano equivalenti in numerosità (1-5), “diverso” se non lo erano. Per la risposta affermativa le scimmie venivano rinforzate con il cibo. L'attività neurale durante il periodo di ritardo era massima per una quantità e diminuiva all'aumentare della distanza da tale quantità. La maggioranza delle cellule

---

<sup>1</sup> La legge di Weber (1851) è stata formulata da Ernst Weber nel 1831 per spiegare la relazione tra l'intensità fisica di uno stimolo e l'esperienza sensoriale che provoca lo stimolo. La legge di Weber afferma che l'aumento in uno stimolo necessario per produrre una differenza appena percettibile, sia costante. Successivamente, Gustav Fechner (1801-1887) ha generalizzato la legge di Weber proponendo che la sensazione aumenta in funzione del logaritmo dell'intensità dello stimolo:  $S = k \log I$ , dove S è l'esperienza soggettiva, I è l'intensità fisica, e k è una costante.

selettive per i numeri rispondevano al numero 1, sebbene siano state trovate cellule selettive anche per 2-5 (Nieder et al., 2002). Infine, Nieder e Miller (2004) trovarono che i neuroni selettivi per i numeri erano attivati approssimativamente prima nella corteccia parietale rispetto alla corteccia prefrontale (1/3 delle cellule risponde al numerosità), suggerendo che la corteccia parietale potrebbe essere la fonte primaria del processamento della numerosità.

## **1.6. Le Abilità Numeriche nell'Uomo**

### *1.6.1. Il Concetto Astratto del Numero nei Bambini*

Le ricerche sull'abilità numeriche nei bambini, e perfino nei neonati, si sono basate sull'attrazione dei bambini per la novità. È abbastanza accertato che se un bambino guarda lo stesso giocattolo per lungo tempo, allora perderà interesse per questo. A questo punto, l'introduzione di un nuovo giocattolo può generare un nuovo interesse. Questa osservazione prova che il bambino ha notato la differenza tra il primo e il secondo giocattolo.

Su questo assunto su stati testati 72 bambini tra le 16 e 30 settimane di vita (Starkey & Cooper, 1980). Ogni bambino era messo di fronte a uno schermo e ad una telecamera per poter misurare il tempo speso ad osservare ciascuna immagine proiettata. Inizialmente, il contenuto delle immagini era sempre lo stesso: due grandi punti neri, più o meno distanti orizzontalmente. Nel corso delle prove, i bambini iniziavano a guardare sempre più brevemente questo stimolo ripetitivo. Improvvisamente veniva presentata una immagine con tre puntini neri. Immediatamente il bambino iniziava a fissare più a lungo questa immagine inaspettata. Il tempo di fissazione passava da 1.9 secondi per l'immagine iniziale a 2.5 secondi per l'immagine nuova. Quindi i bambini riconoscevano il passaggio da due a tre puntini. Lo stesso accadeva anche nella situazione opposta, ovvero con il passaggio da tre a due puntini (Starkey & Cooper, 1980). Questo risultato è stato replicato anche nei neonati (Antell & Keating, 1983) e nei bambini di 10 e 12 mesi con diversi tipi di oggetti (Strass & Curtis, 1981).

Una domanda legittima consegue dai precedenti esperimenti: i risultati rispecchiano realmente la rappresentazione astratta dei numeri o la potenza del sistema visivo nei bambini? Bijeljac-Babic e colleghi (1991) testarono bambini di quattro giorni di vita. I bambini succhiavano una tettarella di gomma connessa a un trasduttore di pressione e a un computer. Ogni qualvolta il bambino succhiava, il computer registrava il comportamento e immediatamente inviava una parola priva di senso attraverso un altoparlante. Tutte le parole dividevano lo stesso numero di sillabe. Quando il neonato si trovava in questa situazione dove il succhiare determinava un suono, mostrava

un aumentato interesse producendo una elevata frequenza di suzione. Dopo pochi minuti, però, la suzione diminuiva in frequenza. Non appena il computer riconosceva questo abbassamento di frequenza, inviava una nuova parola con un numero diverso di sillabe. Il bambino immediatamente rispondeva succhiando nuovamente con maggior frequenza. Per chiarire se questa reazione fosse in relazione al numero di sillabe più che alla presenza di una nuova parola, erano introdotte nuove parole ma con lo stesso numero di sillabe. In questa condizione di controllo nessuna reazione era percepibile. Visto che la durata delle parole e la frequenza del discorso era variabile, il numero di sillabe era il solo parametro che potesse consentire ai bambini di differenziare tra la prima e la seconda parola (Bijeljic-Babic, Bertocini, Mehler, 1991).

Starkey, Spelke, e Gelman (1983, 1990) hanno studiato bambini di 6, 7 e 8 mesi in un complesso esperimento. I bambini venivano posti in mezzo a due proiettori. A destra le immagini mostravano due oggetti comuni, mentre a sinistra c'erano tre oggetti. In modo simultaneo, i bambini udivano una sequenza di battute di una batteria da un altoparlante posto al centro tra i due schermi. Inizialmente, i bambini stavano attenti ed esploravano le immagini, dedicando più tempo ai tre oggetti rispetto ai due oggetti, essendo i primi maggiormente complicati. Dopo alcune prove, i bambini guardavano più a lungo le immagini la cui numerosità coincideva con il numero di suoni percepiti nella sequenza musicale (Starkey et al., 1983, 1990).

La conclusione è che bambini anche di pochi mesi di vita percepiscono i numeri, e quindi posseggono una interna, astratta e amodale rappresentazione dei numeri.

### *1.6.2. Le Capacità di Calcolo nei Bambini*

Attraverso una serie di esperimenti Wynn (1992, 1995, 1996) dimostra elegantemente che anche i bambini possono eseguire in modo approssimativo semplici operazioni di addizione e di sottrazione. Anche in questi esperimenti la ricercatrice si è avvalsa di un tipico comportamento dei bambini, ovvero l'abilità di riconoscere eventi fisicamente impossibili, osservandoli per un maggior tempo. Bambini di 5 mesi osservavano un teatrino per i pupazzi con uno schermo che poteva alzarsi e abbassarsi. Lo sperimentatore posizionava un pupazzo sul palco. Successivamente, lo schermo si alzava e copriva la posizione del pupazzo. Lo sperimentatore a questo punto posizionava un altro pupazzo sul palco, dietro allo schermo. L'intera sequenza di eventi descriveva l'addizione 1+1, visto che i bambini vedevano due pupazzi uno dietro l'altro, e mai insieme (Figura 1.5.).



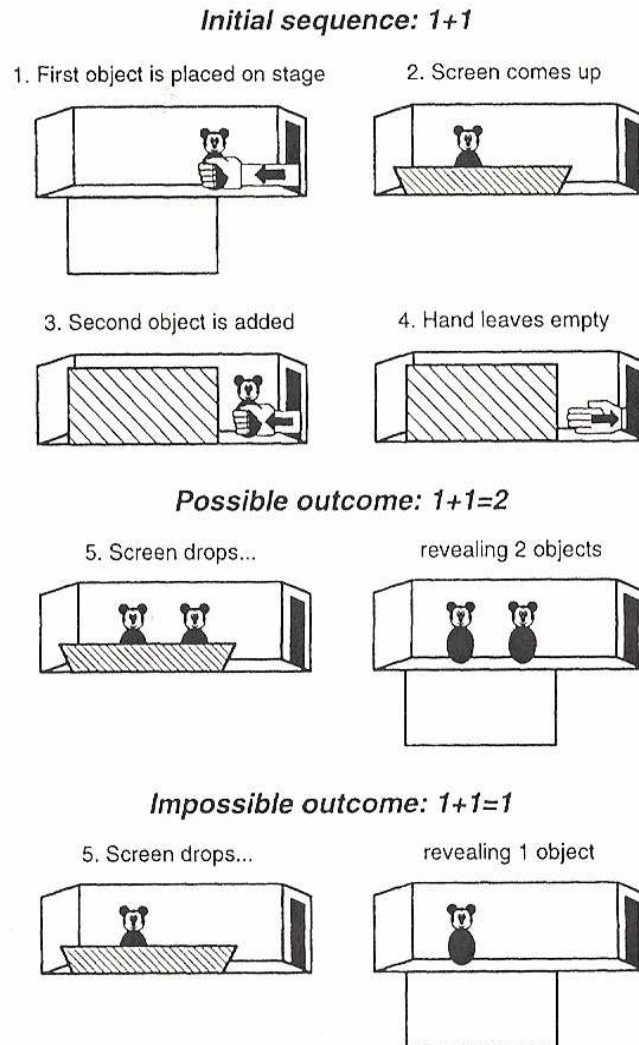


Figura 1.5. Rappresentazione delle diverse fasi procedurali dell'esperimento di Wynn (1992), che dimostra che i bambini di 5 mesi conoscono che  $1+1 = 2$  e non è uguale a 1.

A questo punto lo schermo veniva abbassato e venivano presentati due possibili risultati. Un risultato possibile mostrava due pupazzi ( $1+1=2$ ), mentre un risultato impossibile mostrava un solo pupazzo ( $1+1=1$ ). Wynn (1992, 1995, 1996) trovava che i bambini spendevano maggior tempo ad osservare la situazione impossibile rispetto alla situazione possibile. Questo risultato rimane invariato anche nella situazione sperimentale in cui venivano presentati 2 pupazzi e un pupazzo veniva sottratto dalla scena ( $2-1$ ). Anche in questo caso il risultato impossibile ( $2-1=2$ ) determinava un aumento del tempo di fissazione rispetto al risultato possibile ( $2-1=1$ ). Infine, per chiarire ulteriormente l'abilità dei bambini di compiere calcoli, Wynn (1992, 1995, 1996) ha condotto un'ulteriore esperimento in cui la situazione di  $1+1$  era proposta con tre pupazzi. I risultati impossibili di  $1+1=1$  o 3 determinavano le osservazioni più lunghe, poiché  $1+1=2$ .

Simon e colleghi (1995) hanno inoltre mostrato che i bambini non facevano attenzione all'esatta identità degli oggetti dietro lo schermo mentre stavano computando i numeri. Replicando il paradigma di Wynn (1992), i bambini di 4 e 5 mesi non erano molto stupiti dal cambio di oggetti nel corso della procedura sperimentale. Se venivano posti due pupazzi i bambini non si meravigliavano se vedevano due palle rosse invece dei pupazzi originali. La loro attenzione era altamente indirizzata sul fatto di poter trovare un pallone dietro lo schermo invece di due (Simon, Hespos, & Rochat, 1995).

Le conclusioni che i bambini possano calcolare i risultati di semplici operazioni aritmetiche e che gli uomini in maniera innata posseggano la capacità di eseguire semplici calcoli aritmetici, sono state ampiamente verificate in una serie di esperimenti che hanno usato il metodo della Wynn (1992) o versioni modificate (Cohen & Marks, 2002; Feigenson, Carey, & Spelke, 2002; Koechlin, Dehaene, & Mehler, 1997; Simon et al., 1995; Uller, Carey, Huntley-Fenner, & Klatt, 1999). Nonostante ciò, Wakeley, Rivera e Lange (2000a, 2000b) hanno indicato un numero di inconsistenze empiriche tra gli studi e hanno concluso che qualsiasi competenza aritmetica i bambini abbiano deve essere fragile (Wakeley et al., 2000b). Inoltre, i dati sui bambini più grandi sono contraddittori. Se, infatti, i dati di Wynn mostrano nei bambini di 5 mesi una capacità innata di semplici calcoli aritmetici, allora presumibilmente, i bambini più grandi dovrebbero eseguire il compito bene o addirittura meglio. Al contrario, quando il paradigma di Wynn è stato adattato ai bambini di 2 anni e mezzo, i risultati hanno prodotto dati contraddittori (Houdé, 1997; Vilette, 2002).

### 1.6.3. Il Fenomeno dello *Subitizing*

Il fenomeno dello *subitizing* è riportato come la rapida comprensione ed identificazione di numerosità di un piccolo insieme (1-4) di oggetti senza conteggio (Haith & Benson, 1998; Mix, Huttenlochner, & Levine, 2002). In altre parole, il *subitizing* è la rapida numerazione di aperte schede degli oggetti senza calcolo. Ci sono poche evidenze del fenomeno nei bambini. Mandler e Shebo (1982) trovarono che i dati dello *subitizing* erano una funzione del riconoscimento di canoniche strutture (es. due punti formano una linea; tre punti formano un triangolo). Balakrishnan e Ashby (1992) re-analizzarono i tempi di risposta da una varietà di studi, dichiarando la veridicità di questa abilità anche negli adulti (per una opposta discussione si rimanda a Gallistel & Gelman, 1991). Il fenomeno del *subitizing* è collegato al modello della scheda-oggetto (Trick & Pylyshyn, 1994). In altre parole, il *subitizing* è la rapida enumerazione di aperte schede-oggetto, senza calcolo (verbale o non verbale). Il *subitizing* riflette il numero di eventi discreti che possono essere consapevoli e contati (Mandler, & Shebo, 1982).

Due ricerche mettono in crisi il fenomeno. Da una parte, ci sono studi che mostrano che quando l'area di superficie e altre dimensioni continue siano attentamente controllate, i bambini non riescono a discriminare piccole numerosità (Feigenson et al., 2002; Xu, 2003). Inoltre, i cambiamenti nelle variabili continue (es. area di superficie o la lunghezza del contorno) sono più salienti per i bambini rispetto ai cambiamenti numerici (Clearfield & Mix, 1999; Feigenson et al., 2002). Per esempio, nello studio di Clearfield e Mix (1999), i bambini di 6 mesi erano abituati a una serie di stimoli che condividevano il numero e la lunghezza del contorno, ed erano poi testati con il numero tenuto costante e con variabile lunghezza, oppure nella situazione opposta. I bambini rispondevano come se riconoscessero solamente la variazione nella lunghezza del contorno ma non nel numero (vedere anche Feigenson et al., 2002 per una dimostrazione simile con il confronto tra area cumulativa e numero). I risultati sono stati interpretati come evidenza che i bambini non sono abili a rappresentare i numeri, ma piuttosto sono attratti solamente da dimensioni continue dello stimolo (Mix et al., 2002; Newcombe, 2002). Dall'altra parte ci sono gli studi che mostrano che i bambini possono discriminare le numerosità grandi quando le dimensioni continue sono attentamente controllate (Brannon, 2002; Brannon, Abbott, & Lutz, 2004; Lipton & Spelke, 2003; Xu, 2003; Xu & Spelke, 2000). Per esempio, Xu e Spelke (2000) dimostrarono che bambini di 6 mesi riconoscevano cambiamenti nella numerosità di una configurazione visiva per grandi elementi, solo se il rapporto delle numerosità era di 2:1 (es. riconoscere 8 da 16, o 16 da 32) ma non quando il rapporto era piccolo come 3:2 (es. riconoscere 12 da 16, o 24 da 32) (vedere Cordes, Gelman, Gallistel, & Whalen, 2001 o Gelman & Cordes, 2001, per gli stimoli sequenziali).

Tutte queste evidenze da una parte provano la bontà del *modello dell'object-files* per spiegare la rapida identificazione di piccole quantità di elementi, mentre dall'altra pongono evidenze della bontà del modello dell'accumulatore per spiegare come nei bambini privi dell'acquisizione del linguaggio, si stimino le numerosità degli oggetti.

#### *1.6.4. La Rappresentazione del Numero nell'Adulto*

Il concetto di rappresentazione numerica non verbale non è limitato solo agli animali o ai bambini pre-verbali. Anche gli adulti posseggono un sistema non verbale per rappresentare e ragionare di quantità numeriche. Moyer e Landauer (1967) per primi mostrarono che quando gli adulti facevano confronti ordinali con i numeri arabi, i loro tempi di risposta e accuratezza erano sistematicamente associati alla distanza numerica tra le scelte (effetto distanza o *distance effect*) e le grandezze dei due numeri che erano messi a confronto (effetto grandezza o *size effect*). L'effetto distanza è un sistematico e monotono peggioramento nella performance della discriminazione della

numerosità, al ridursi della distanza numerica tra i numeri (es. più facile giudicare se  $3 > 1$  rispetto a  $2 > 1$ ). L'effetto grandezza, invece, indica che a parità di distanza numerica (es. 2), la performance di discriminazione della numerosità peggiora al crescere del valore (grandezza) dei numeri (es. più facile giudicare il numero più grande tra 1 e 3 rispetto a 7 e 9). Gli adulti esibiscono gli effetti della distanza e della grandezza indipendentemente del fatto che gli stimoli siano presentati come numeri arabi o configurazione random di puntini, suggerendo che in entrambi i casi il numero è rappresentato come grandezze mentali (Brannon, 2003).

Una questione importante è se queste grandezze mentali siano astratte e indipendenti dalla modalità dello stimolo nella quale le grandezze sono percepite. Per esempio, il simbolo arabo "3" può rappresentare tre rocce o tre suoni. Barth, Kanwisher e Spelke (2003) forniscono una completa dimostrazione che le grandezze mentali non verbali negli adulti sono indipendenti dalla modalità. Nel primo esperimento, ai soggetti erano presentati o due serie di cerchi luminosi (condizione visiva), due serie di suoni (condizione uditiva), o una serie di luci e una serie di suoni (condizione cross-modale). Ogni sequenza conteneva 10, 20 o 30 eventi. Il compito dei soggetti era di indicare se le due serie contenevano lo stesso numero di eventi. I risultati indicarono che non c'era un costo nell'accuratezza quando i soggetti erano nella condizione cross-modale rispetto ai confronti intra-modale. Nel secondo esperimento, gli autori studiavano se c'era un costo nell'accuratezza per confrontare le numerosità di elementi che erano presentati in una singola modalità ma in differenti formati (es. sequenziale vs. simultaneo). Ancora una volta, i partecipanti non mostravano difficoltà quando veniva richiesto di comparare la numerosità di una configurazione visiva presentata in modo sequenziale o simultaneo. I partecipanti avevano delle difficoltà nel confrontare due configurazioni visive sequenziali e simultanee. Nel terzo esperimento, ai partecipanti era richiesto di confrontare configurazioni che differivano sia nella modalità (visiva vs. uditiva) che nel formato (sequenziale vs. simultaneo). I risultati mostravano solamente una lieve difficoltà nei giudizi intra-modale e intra-formato. Nel quarto e ultimo esperimento, i partecipanti erano sottoposti a un compito di giudizio. In particolare i soggetti dovevano giudicare se la seconda sequenza era più o meno numerosa della prima. I valori numerici erano grandi per includere cinque rapporti (1:2, 2:3, 3:4, 4:5, e 7:8), con quattro serie di valori che aumentavano in grandezza per ciascun rapporto. I soggetti erano testati con due configurazioni visive simultanee, due configurazioni uditive sequenziali, o uno di ognuno. I risultati indicavano che non c'era differenza significativa nell'accuratezza tra la performance sui confronti intra-modale/intra-formato e sui confronti cross-modale/cross-formato.

Tutti i dati presentati dimostrano che c'è o meno un piccolo costo per comparare le numerosità grandi che differiscono nel formato di presentazione o nella modalità sensoriale (Barth

et al., 2003). Ne consegue che gli adulti mostrano le stesse caratteristiche comportamentali dei bambini e degli animali quando si trovano di fronte a stimoli non simbolici (Barth, La Mont, Lipton, Dehaene, Kanwisher, & Spelke, 2006; Cordes, Gelman, & Gallistel, 2001; Whalen, Gallistel, & Gelman, 1999). È quindi possibile ipotizzare la presenza di un astratto codice numerico alla base dei confronti numerici approssimati.

Come riportato precedentemente, Gelman e Gallistel (1978) individuano tre principi essenziali per contare: corrispondenza uno-a-uno, ordine stabile, e cardinalità. Dovrebbe essere chiaro che questi tre principi sono iterativi per definizione. Ogni elemento in un insieme è etichettato in modo sequenziale e l'etichetta finale rappresenta il numero. Il modello del controllo della modalità usa un processo iterativo che conforma questi principi di calcolo e trasforma i risultati in grandezze mentali che sono isomorfe alle numerosità che rappresentano (Meck & Church, 1983). L'altro modello proposto da Dehaene e Changeux (1993) propone che la numerazione sia un processo non iterativo e parallelo. L'essenziale differenza tra questi modelli è se questi sommino incrementi di unità lungo il tempo (seriale) o lo spazio (parallelo). L'esperimento di Barth e colleghi (2003) sembra mettere in luce un processo non iterativo di conteggio. Nel loro studio, infatti, i tempi di reazione aumentano in funzione dell'aumento del rapporto delle numerosità confrontate, per entrambe le condizioni intra-modale e cross-modale. Questa dimostrazione della legge di Weber è consistente con tutti i modelli di rappresentazione dei numeri che assumono che il numero sia rappresentato come una grandezza mentale continua (Dehaene & Changeux, 1993; Gallistel & Gelman, 2000). Cruciale comunque nella ricerca di Barth e colleghi (2003) la scoperta che all'aumentare le dimensioni dell'insieme di elementi, i tempi di risposta diminuivano per i confronti uditivo/uditivo e cross-modali, mentre i tempi di reazione avevano un andamento piatto per i confronti visivo/visivo. Dal momento che i modelli iterativi predicono che il tempo per il conteggio dovrebbe aumentare in funzione della dimensione dell'insieme di oggetti da contare, la mancanza di una relazione tra dimensione dell'insieme e velocità di risposta nella condizione visiva implica un processo non iterativo. Il fatto che i soggetti erano abili a formare rappresentazioni di grandezza di configurazioni visive presentate molto brevemente implica quindi un processo di conteggio parallelo.

## **1.7. Conclusioni**

I dati fino ad ora riportati mostrano che la capacità umana per l'aritmetica trova le sue radici in un sistema cerebrale per la percezione e la manipolazione mentale dei numeri. Dehaene (1997) ipotizza "*the number sense*" per spiegare la nostra abilità di capire velocemente, approssimare e

manipolare quantità numeriche. Quattro linee di evidenze suggeriscono il fatto che “il senso del numero” costituisce un’abilità specifica e biologicamente determinata: la presenza di precursori evolutivi dell’aritmetica negli animali, la precoce comparsa di competenze aritmetiche nei bambini indipendentemente dalle altre abilità (principalmente dal linguaggio), l’esistenza di una omologa abilità tra animali e bambini per il processamento dei numeri e l’esistenza di specifici substrati cerebrali. Naturalmente questo “senso” è un sistema primitivo, capace solamente di operazioni base quali la stima, il confronto, l’addizione e la sottrazione di numeri in maniera approssimativa. Inoltre il fatto che varie culture abbiano inventato elaborati strumenti culturali per contare, come ad esempio i simboli arabi, indica la necessità per l’uomo, fin dalla preistoria ai giorni nostri, di dare un significato attraverso i numeri all’ambiente che lo circonda.

Quando adulti, bambini o animali devono, ad esempio, discriminare le numerosità, la loro performance migliora quando aumenta la distanza tra le numerosità che devono essere discriminate, e più precisamente secondo la legge di Weber: il limite per il quale due stimoli possono essere discriminati è determinato dal loro rapporto (Cantlon & Brannon, 2006; Piazza, Izard, Pinel, Le Bihan, & Dehaene, 2004; Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004). Gli adulti dovrebbero ancora usare il loro *number sense* per risolvere certi compiti che coinvolgono stimoli simbolici (Dehaene & Marques, 2002; Gallistel & Gelman, 2005; Moyer & Landauer, 1967; Spelke & Tsivkin, 2001). Questo implica l’esistenza di una interfaccia tra il sistema di numeri verbali e le rappresentazioni analogiche non verbali delle numerosità.

L’aspetto principale rimane comunque la stretta relazione tra le performance di varie specie animali con quelle umane nel manipolare quantità numeriche (Brannon, 2005). Questa omologia sottolinea una continuità filogenetica nel processamento numerico. Gli effetti distanza e grandezza sono stati trovati negli animali (Beran, 2001; Tomonaga & Matsuzawa, 2000). In un classico studio, scimmie *rhesus* e studenti erano testati in un compito in cui veniva chiesto di toccare su uno schermo la quantità più piccola di due quantità presentate (Brannon & Terrace, 2002). Gli stimoli erano costruiti in modo tale che la numerosità minore avesse la più grande area di superficie in metà delle prove. Venivano presentate tutte le possibili combinazioni tra 1-9. Le scimmie e gli studenti mostravano lo stesso effetto distanza: la performance era più veloce e accurata all’aumentare della disparità numerica. Inoltre a distanza costante, all’aumentare della grandezza numerica, tutti i soggetti mostravano un peggioramento del livello di accuratezza e un aumento nei tempi di reazione.

Cantlon e Brannon (2005) addestrarono due macachi a configurazioni visive. In particolare, quando lo sfondo dello schermo era rosso, le scimmie erano rinforzate a scegliere il valore numerico più piccolo, mentre quando lo sfondo dello schermo era blu, le scimmie erano rinforzate a scegliere il valore numerico più grande. Le scimmie mostravano un classico fenomeno riportato nei giudizi di

confronto negli uomini: l'effetto di congruità semantica (SCE per *Semantic Congruity Effect*; Banks, Fujii, & Kayra-Stuart, 1976). Brevemente, il SCE indica che i soggetti sono più veloci a scegliere il più piccolo di due numeri relativamente piccoli in grandezza (es., 2 vs. 3), e più veloci a scegliere il più grande di due numeri relativamente grandi (es., 7 vs. 8). Il tempo di decisione delle scimmie era in modo sistematico influenzato dalla congruità semantica tra il colore dello sfondo dello schermo (che segnalava l'istruzione "scegli il più piccolo" o "scegli il più grande"), e la grandezza degli stimoli scelti (numeri piccoli o grandi dei pallini). Questa ricerca dimostra un SCE negli animali e dimostra in modo forte l'esistenza di un primitivo algoritmo di confronto di grandezza comune agli uomini e alle scimmie.

Le recenti scoperte di Nieder e colleghi (Nieder et al., 2002; Nieder & Miller, 2004) in aggiunta agli studi di *neuroimaging* (Burbaud, Camus, Guehl, Bioulac, Caille, & Allard, 1999; Dehaene, 1997; Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Cohen, 1998; Pesenti, Thioux, Seron, & De Volder, 2000; Temple & Poster, 1998), tendono a confermare che la corteccia parietale sia l'area del cervello deputata all'elaborazione di materiale numerico. L'esistenza di specifici substrati neurali è una ulteriore prova del fatto che gli animali e gli uomini condividano un sistema non verbale per rappresentare i numeri come grandezze mentali. Su queste basi, alcuni autori hanno proposto che il lobo parietale contribuisca alla rappresentazione della quantità numerica lungo una linea numerica mentale (*mental number line* o MNL; Dehaene & Cohen, 1995), che verrà trattata dettagliatamente nei prossimi capitoli.

## **Bibliografia: Capitolo I**

- Anteli, S.E., & Keating, D.P. (1983). Perception of numerical invariance in neonates. *Child Development*, 54: 695-701
- Balakrishnan, J.D., & Ashbly, F.G. (1992). Subitizing: Magical numbers or mere superstition? *Psychological Research*, 54: 80-90.
- Banks, W.P., Fujii, M., & Kayra-Stuart, F. (1976). The locus of semantic congruity effects in comparative judgments. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance*, 2: 435-447.
- Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition*, 86: 201-221.
- Barth, H., La Mont, K., Lipton, J., Dehaene, S., Kanwisher, N., & Spelke, E.S. (2006). Nonsymbolic arithmetic in adults and young children. *Cognition*, 98: 199-222.
- Beran, M. (2001). Summation and numerosness judgments of sequentially presented sets of items by chimpanzees (*Pan troglodytes*). *Journal of Comparative Psychology*, 115: 181-191.
- Bijeljic-Babic, R., Bertocini, J., & Mehler, J. (1991). How do four-day-old infants categorize multisyllabic utterances? *Developmental Psychology*, 29: 711-721.
- Boysen, S.T., & Berntson, G.G. (1989). Numerical competence in a chimpanzee (*Pan troglodytes*). *Journal of Comparative Psychology*, 103: 23-31.
- Brannon, E.M. (2002). The development of ordinal numerical knowledge in infancy. *Cognition*, 83: 223-240.
- Brannon, E.M. (2003). Number knows no bounds. *Trends in Cognitive Sciences*, 7: 279-281.
- Brannon, E.M. (2005). What animals know about numbers. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp.85-108). New York: Psychology Press.
- Brannon, E.M., Abbott, S., & Lutz, D.J. (2004). Number bias for the discrimination of large visual sets in infancy. *Cognition*, 93: B59-B68.
- Brannon, E.M., & Terrace, H.S. (1998). Ordering of the numerosities 1-9 by monkeys. *Science*, 282: 746-749.
- Brannon, E.M., & Terrace, H.S. (2000). Representation of the numerosities 1-9 by rhesus monkeys (*Macaca mulatta*). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behaviour Processes*, 26: 31-49.
- Brannon, E.M., & Terrace, H.S. (2002). The Evolution and ontogeny of ordinal numerical ability. In M. Bekoff, C. Allen, & G.M. Burghardt (Eds.), *The cognitive animal* (pp. 197-204). Cambridge, MA: MIT Press.



Broadbent, H.A., Rakitin, B.C., Church, R.M., & Meck, W.H. (1993). Quantitative relationships between timing and counting. In S. Boysen, & E.J. Capaldi (Eds.), *Numerical skills in animals* (pp. 171-187). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Burbaud, P., Camus, O., Guehl, D., Bjoulac, B., Caille, J.M., & Allard, M. (1999). A functional magnetic resonance imaging study of mental subtraction in human subjects. *Neuroscience Letters*, 273: 195-199.

Butterworth, B. (1999). *Intelligenza Matematica*. Milano: Rizzoli.

Cantlon, J.F., & Brannon, E.M. (2005). Semantic congruity affects numerical judgments similarly in monkeys and humans. *Proceeding in National Academic Science*, 102: 16507-16511.

Cantlon, J.F., & Brannon, E.M. (2006). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological Science*, 17: 401-406.

Clearfield, M.W., & Mix, K.S. (1999). Number versus contour length in infants' discrimination of small visual sets. *Psychological Science*, 10: 408-411.

Cohen, L.B., & Marks, K.S. (2002). How infants process addition and subtraction events. *Developmental Science*, 5: 186-212.

Church, R.M., & Meck, W.H. (1984). The numerical attribute of stimuli. In H.L. Roitblat, T.G. Bever, & H.S. Terrace (Eds.), *Animal cognition* (pp. 445-464). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Cordes, S., Gelman, R., & Gallistel, C.R. (2001). Variability signatures distinguish verbal from non verbal counting for both large and small numbers. *Psychonomic Bulletin & Review*, 8: 698-707.

Cordes, S., Gelman, R., Gallistel, C.R., & Whalen, J. (2001). Variability signatures distinguish verbal from nonverbal counting for both large and small numbers. *Psychonomic Bulletin & Review*, 8: 689-707.

Davis, H., & Perusse, R. (1988). Numerical competence: from backwater to mainstream of comparative psychology. *Behavioural Brain Science*, 11:602-615.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Dehaene, S., & Changeux, J. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5: 390-407.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1: 83-120.

Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representation of numbers in the animal and human brain. *Trends in Neuroscience*, 21: 355-361.

Dehaene, S., & Marques, J.F. (2002). Cognitive neuroscience: Scalar variability in price estimation and the cognitive consequences of switching to the euro. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55: 705-731.

Feigenson, L., Carey, S., & Hauser, M. (2002). The representations underlying infants' choice of more: Object files versus analog magnitudes. *Psychological Science*, 13: 150-156.

Feigenson, L., Carey, S., & Spelke, E. (2002). Infants' discrimination of number vs. continuous extent. *Cognitive Psychology*, 44: 33-66.

Fetterman, G., & MacEwen, D. (1989). Short-term memory for responses: The "choose small" effect. *Journal of Experimental Analysis of Behaviour*, 52: 311-324.

Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1991). Subitizing: The preverbal counting process. In W. Kessen, A. Ortony, & F. Craik (Eds.), *Memories, thoughts, and emotions: Essays in honor of George Mandler* (pp. 65-81). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44: 43-74.

Gallistel, C.R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. *Trends in Cognitive Sciences*, 4: 59-65.

Gallistel, C.R., & Gelman, R. (2005). Mathematical cognition. In K. Holyoak & R. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (pp. 559-588). Cambridge University Press.

Gelman, R., & Cordes, S. (2001). Counting in animals and humans. In E. Dupoux (Ed.), *Language, brain, and cognitive development: Essays in honor of Jacques Mehler* (pp. 279-303). Cambridge, MA: MIT Press.

Gelman, R., & Gallistel, C.R. (1978). *The child's concept of number*. Cambridge, MA: Harvard University Press.

Gibbon, J., & Church, R.M. (1984). Sources of variability in an information processing theory of timing. In H.L. Roitblat, T.G. Bever, & H.S. Terrace (Eds.), *Animal cognition* (pp. 465-488). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Girelli, L. (2006). *Noi e i numeri*. Bologna: Il Mulino.

Haith, M.M., & Benson, J.B. (1998). Infant cognition. In W. Damon (Series Ed.), D. Kuhn & R.S. Siegler (Vol. Eds.), *Handbook of child psychology: Vol. 2. Cognition, perception, and language* (5<sup>th</sup> ed., pp. 199-254). New York: Wiley.

Hauser, M.D., & Carey, S. (2003). Spontaneous representations of small numbers of objects by rhesus macaques: Examinations of content and format. *Cognitive Psychology*, 47: 367-401.

- Hauser, M.D., Carey, S., & Hauser, L.B. (2000). Spontaneous number representation in semi-free-ranging rhesus monkey. *Proceeding of the Royal Society, London*, 267: 829-833.
- Hauser, M.D., Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Patalano, A.L. (2002). Spontaneous number discrimination of multi-format auditory stimuli in cotton-top tamarins (*Saguinus oedipus*). *Cognition*, 86: B23-B32.
- Hauser, M.D., MacNeilage, P., & Ware, M. (1996). Numerical representations in primates. *Proceeding of National Academy of Science, USA*, 93: 1514-1517.
- Hondé, O. (1997). Numerical development: From the infant to the child. Wynn's (1992) paradigm in 2- and 3-year olds. *Cognitive Development*, 12: 373-391.
- Hurford, J.R. (1987). *Language and Number*. Oxford: Basil Blackwell.
- Ifrah, G. (1985). *From One to Zero: A Universal History of Numbers*. New York: Viking Press.
- Jordan, K.E., & Brannon, E.M. (2003). *Cardinal number representation in Rhesus monkeys*. Poster presented at the annual North Carolina Cognition Group Conference, Durham, NC.
- Koechlin, E., Dehaene, S., & Mehler, J. (1997). Numerical transformations in five month old human infants. *Mathematical Cognition*, 3: 89-104.
- Laties, V. (1972). The modification of drug effect on behaviour by external discriminative stimuli. *Journal of Pharmacology & Experimental Therapeutics*, 183: 1-13.
- Leslie, A., Xu, F., Tremoulet, P., & Scholl, B. (1998). Indexing and the object concept: Developing "what" and "where" systems. *Trends in Cognitive Sciences*, 2: 10-18.
- Lipton, J., & Spelke, E. (2003). Origins of number sense: Large number discrimination in human infants. *Psychological Science*, 14: 396-401.
- Lyon, B.E. (2003). Egg recognition and counting reduce costs of avian conspecific brood parasitism. *Nature*, 422: 495-499.
- Mandler, G., & Shebo, B.J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111: 1-22.
- Marshack, A. (1991). The tai Plaque and calendrical notation in the upper Palaeolithic. *Cambridge Archaeological Journal*, 1, 25-61.
- Mechner, F. (1958). Probability relations within response sequences under ratio reinforcement. *Journal of the Experimental Analysis of Behaviour*, 1: 109-122.
- Mechner, F., & Guevrekian, L. (1962). Effects of deprivation upon counting and timing in rats. *Journal of the Experimental Analysis of Behaviour*, 5: 463-466.
- Meck, W.H., & Church, R.M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 9: 320-334.

- Mix, K.S., Huttenlocher, J., & Levine, S.C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? *Psychological Bulletin*, 128: 278-294.
- Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215: 1519-1520.
- Newcombe, N. (2002). The nativist-empiricist controversy in the context of recent research on spatial and quantitative development. *Psychological Science*, 13: 395-401.
- Nieder, A., Freedman, D.J., & Miller, E.K. (2002). Representation of the quantity of visual items in the primate prefrontal cortex. *Science*, 297, 1708-1711.
- Nieder, A., & Miller, E.K. (2004). A parieto-frontal network of visual numerical information in the monkey. *Proceeding of the National Academy of Sciences*, 1001: 7457-7462.
- Olthoff, A., Iden, C.M., & Roberts, W.A. (1997). Judgments of ordinality and summation of number symbols by squirrel monkeys (*Saimiri sciureus*). *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 23: 325-339.
- Pesenti, M., Thioux, M., Seron, X., & De Volder, A. (2000). Neuroanatomical substrates of Arabic number processing, numerical comparison, and simple addition: A PET study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12: 461-479.
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron*, 44: 547-555.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306: 499-503.
- Platt, J.R., & Johnson, D.M. (1971). Localization of position within a homogeneous behaviour chain: Effects of error contingencies. *Learning & Motivation*, 2: 386-414.
- Rilling, M. (1967). Number of responses as a stimulus in fixed interval and fixed ratio schedules. *Journal of Comparative and Physiological Psychology*, 63: 60-65.
- Roberts, W.A., Coughlin, R., & Roberts, S. (2000). Pigeons flexibly time or count on cue. *Psychological Science*, 11: 218-222.
- Roberts, W.A., Macuda, T., & Brodbeck, D.R. (1995). Memory for number of light flashes in the pigeon. *Animal Learning & Behaviour*, 23: 182-188.
- Roberts, W.A., & Mitchell, S. (1994). Can a pigeon simultaneously process temporal and numerical information? *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*: 20, 66-78.
- Sawamura, H., Shima, K., & Tanji, J. (2002). Numerical representation for action in the parietal cortex of the monkey. *Nature*, 415: 918-922.

- Simon, T.J. (1997). Reconceptualizing the origins of number knowledge: A “non-numerical account”. *Cognitive Development*, 12: 349-372.
- Smith, B.R., Piel, A.K., & Candland, D.K. (2003). Numerosity of a socially housed hamadryas baboon (*Papio hamadryas*) and a socially housed squirrel monkey (*Saimiri sciureus*). *Journal of Comparative Psychology*, 117: 217-225.
- Spelke, E.S., & Tsivkin, S. (2001). Language and the brain: A bilingual training study. *Cognition*, 78: 45-88.
- Spetch, M., & Wilkie, D.M. (1983). Subjective shortening: A model of pigeons’ memory for event duration. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavior Processes*, 9: 14-30.
- Starkey, P., & Cooper, R.G., Jr. (1980). Perception of numbers by human infants. *Science*, 210: 1033-1035.
- Starkey, P., Spelke, E.S., & Gelman, R. (1983). Detection of intermodal numerical correspondences by human infants. *Science*, 222: 179-181.
- Starkey, P., Spelke, E.S., & Gelman, R. (1990). Numerical abstraction by human infants. *Cognition*, 36: 97-127.
- Strauss, M.S., & Curtis, L.E. (1981). Infant perception of numerosity. *Child Development*, 52: 1146-1152.
- Sulkowski, G.M., & Hauser, M.D. (2000). Can rhesus monkeys spontaneously subtract? *Cognition*, 79: 239-262.
- Temple, E., & Posner, M. (1998). Brain mechanisms of quantity are similar in 5-years-old and adults. *Proceedings of the National Academy of Sciences, USA*, 95: 7836-7841.
- Thompson, R.F., Mayers, K.S., Robertson, R.T., & Patterson, C.J. (1970). Number coding in association cortex of the cat. *Science*, 168: 271-273.
- Tomonaga, M., & Matsuzawa, T. (2000). Sequential responding to Arabic numerals with wild cards by the chimpanzee (*Pan troglodytes*). *Animal Cognition*, 3: 1-11.
- Trick, L., & Pylyshyn, Z. (1994). Why are small and large numbers enumerated differently? A limited capacity preattentive stage in vision. *Psychological Review*, 101: 80-102.
- Uller, C., Carey, S., Huntley-Fenner, G., & Klatt, L. (1999). What representations might underline infant numerical knowledge? *Cognitive Development*, 14: 1-36.
- Vilette, B. (2002). Do young children grasp the inverse relationship between addition and subtraction? Evidence against early arithmetic. *Cognitive Development*, 17: 1365-1383.
- Wakeley, A., Rivera, S., & Langer, J. (2000a). Can young infants add and subtract? *Child Development*, 71: 1525-1534.

Wakeley, A., Rivera, S., & Langer, J. (2000b). Not proved: Replay to Wynn. *Child Development*, 71: 1537-1539.

Washburn, D., & Rumbaugh, D.M. (1991). Ordinal judgements of numerical symbols by macaques (*Macaca mulatta*). *Psychological Science*, 2: 190-193.

Wassmann, J., & Dasen, P.R. (1994). Yupno number system and counting. *Journal of Cross-Cultural Psychology*, 25, 78-94.

Weber, E.H. (1851). *Annotationes Anatomicae et Physiologicae*. Lipsiae (Leipzig): CF Koehler.

Whalen, J., Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1999). Non-verbal counting in humans: The psychophysics of number representation. *Psychological Science*, 10: 130-137.

Wilkie, D.M., Webster, J.B., & Leader, L.G. (1979). Unconfounding time and number discrimination in a Mechner counting schedule. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 13: 390-392.

Wilson, M.L., Hauser, M.D., & Wrangham, R.W. (2001). Does participation in intergroup conflict depend on numerical assessment, range, location, or rank for wild chimpanzees? *Animal Behaviour*, 61: 1203-1216.

Woodruff, G., & Premack, D. (1981). Primitive (sic) mathematical concepts in the chimpanzee: Proportionality and numerosity. *Nature*, 293: 568-570.

Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358: 749-750.

Wynn, K. (1995). Origins of numerical knowledge. *Mathematical Cognition*, 1: 35-60.

Wynn, K. (1996). Infants' metaphysics: The case of numerical identity. *Cognitive Psychology*, 30: 111-153.

Xu, F. (2003). Numerosity discrimination in infants: Evidence for two systems of representations. *Cognition*, 89: B15-B25.

Xu, F., & Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, 74: B1-B11.

## CAPITOLO II

### LA RAPPRESENTAZIONE MENTALE DEI NUMERI

Da un punto di vista cognitivo, la cognizione numerica ha ricevuto poca attenzione come ad esempio al linguaggio (per una rassegna vedere, Zorzi, 2004). La maggior attenzione al linguaggio per esempio è visibile analizzando i diversi modelli computazionali (Zorzi, 2004) per descrivere i processi linguistici. In generale lo sviluppo di modelli computazionali è uno strumento molto potente all'interno delle scienze cognitive per valutare e comparare teorie verbali esistenti e per fare nuove predizioni sperimentali. I modelli computazionali necessitano di essere espliciti in ciascun dettaglio implementato e possono produrre simulazioni funzionali della performance umana. L'alta specificità di tali modelli è espressa dal poter simulare il comportamento di pazienti con specifiche lesioni cerebrali.

Come è stato descritto nel precedente capitolo, sia gli animali di diverse specie che gli uomini nel corso del loro sviluppo possiedono rappresentazioni numeriche basate su circuiti non verbali di rappresentazione della numerosità. Allo stesso tempo, gli esseri umani apprendono, sviluppano e consolidano diverse abilità di calcolo (Ashcraft, 1992). In questo capitolo verranno presentati alcuni dei principali modelli cognitivi sviluppati attorno alla nozione di numerosità, cercando possibili confronti tra essi. Particolare accento verrà posto sul *triple-code model* (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003), che pone particolare attenzione alla linea numerica mentale (capitolo III).

#### **2.1. Abstract Code Model**

Il modello cognitivo del processamento e calcolo numerico di McCloskey, Caramazza e Basili (1985) considera a un livello generale i meccanismi cognitivi che mediano la comprensione e la produzione di numeri arabi e verbali, e l'esecuzione di semplici calcoli. Il modello (Figura 2.1) ipotizza la presenza di meccanismi di comprensione e di produzione del numero che funzionano in modo indipendenti (McCloskey, 1992; McCloskey, Aliminoso, & Sokol, 1991; McCloskey, et al., 1985; McCloskey & Macaruso, 1994, 1995; McCloskey, Sokol, & Goodman, 1986; Sokol, McCloskey, Cohen, & Aliminoso, 1991). Un aspetto saliente del modello è che consente di prevedere possibili alterazioni e disordini nel processamento dell'informazione numerica

(discalculia acquisita). Partendo dai disturbi numerici in seguito a danni cerebrali, il modello esplora le possibili strutture e i funzionamenti dei meccanismi per un normale processamento del numero (McCloskey, 1992).

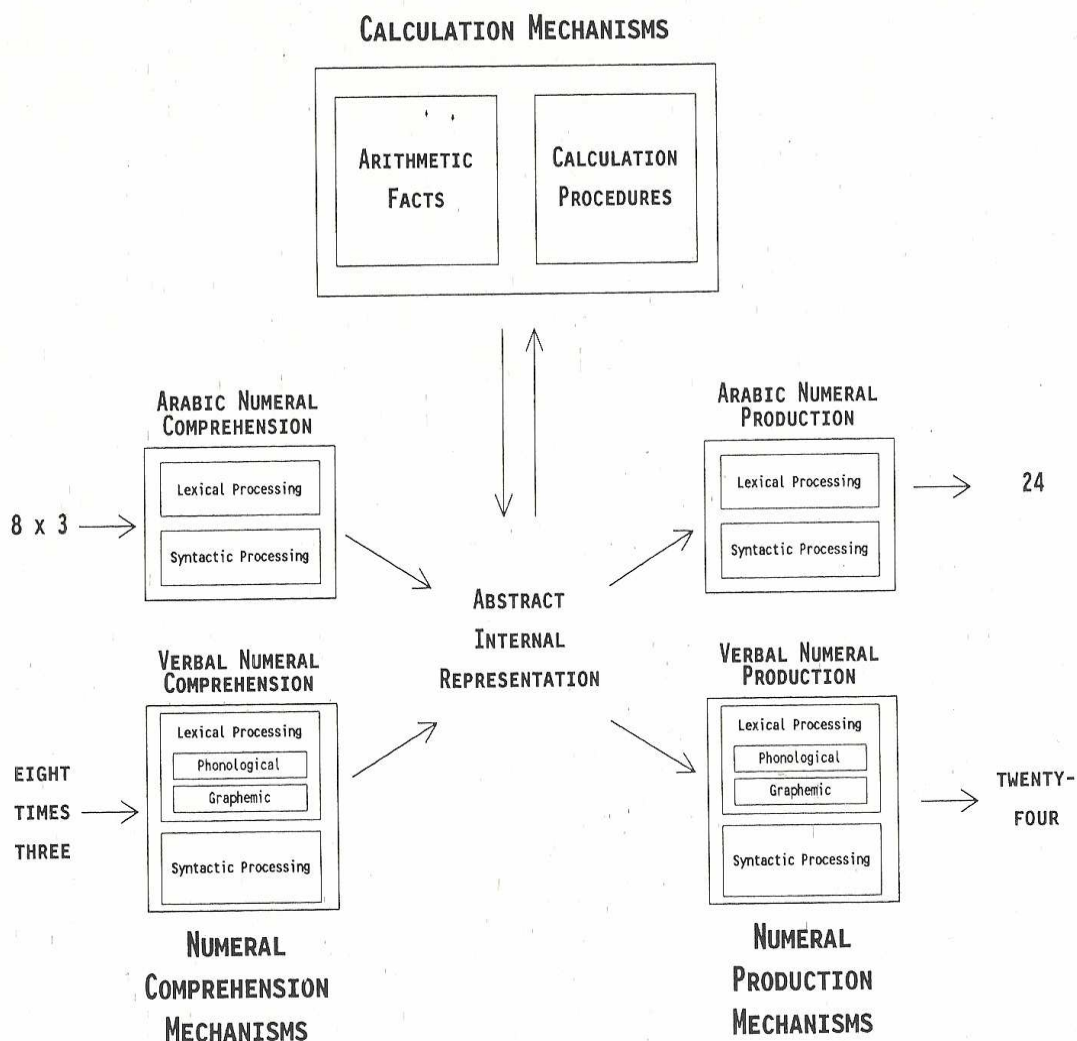


Figura 2.1. Illustrazione schematica delle principali componenti di processamento numerico, ipotizzate dall' *abstract code model* (Fonte: McCloskey, 1992)

I meccanismi di comprensione numerica fanno convergere input numerici dentro le interne rappresentazioni semantiche per usare queste informazioni nei successivi processamenti cognitivi, come ad esempio calcoli aritmetici. I meccanismi di produzione numerica invece traducono le rappresentazioni interne dei numeri in appropriate forme di output.

Le rappresentazioni semantiche (*abstract internal representation*) specificano in una forma astratta le quantità di base in un numero, e la potenza 10 associata con ciascun numero. Per esempio, il processo di comprensione di un numero arabo (i.e. 53) parte dalla rappresentazione semantica



dello stimolo, come  $\{5\}10EXP1$ ,  $\{3\}10EXP0$ . In questa formulazione, il numero tra parentesi graffe indica la quantità rappresentata e  $10EXPn$  indica una potenza di 10. Questa particolare notazione è adottata per evitare confusione tra le rappresentazioni semantiche dei numeri, e i numeri e simboli arabi o verbali. L'importante assunto è che le rappresentazioni interne specificano le quantità di base e le loro potenze a base 10 (McCloskey et al., 1985). Quando è presentato un numero, il sistema di comprensione, quindi, codifica ogni elemento in un codice di quantità semantico (astratto) indipendente dal formato. Tale codice è lo stesso per i numeri verbali e arabi (McCloskey et al., 1986). Un aspetto fondamentale nel modello è quello di considerare che il codice semantico sia la base per i successivi processamenti nel modello. Quindi i sottosistemi di comprensione, calcolo e produzione comunicano attraverso l'uso comune di un singolo codice semantico astratto della quantità. L'assunto di un codice astratto unitario implica inoltre che il formato del numero necessariamente non abbia un impatto sul calcolo e sulla codifica numerica.

Per distinguere i meccanismi di produzione e comprensione, il modello inoltre divide ulteriormente questi meccanismi in componenti per il processamento dei numeri arabi e in componenti per il processamento di numeri verbali. All'interno delle componenti di comprensione e produzione dei numeri arabi e verbali, è ipotizzata una ulteriore distinzione tra i meccanismi di processamento lessicale e sintattico. I processi lessicali richiedono la comprensione o produzione di elementi individuali in un numero (es. la cifra "3" o la parola "tre"). I processi sintattici invece richiedono di processare le relazioni tra gli elementi (es. l'ordine delle parole) per comprendere o produrre il numero come un insieme. Per esempio, la codifica del numero "seicento quaranta" nella rappresentazione semantica di  $\{6\}10EXP2$ ,  $\{4\}10EXP1$  dovrebbe richiedere un processamento lessicale per generare rappresentazioni interne per le parole "sei" (es.  $\{6\}10EXP0$ ), "cento" (es.  $10EXP2$ ) e "quaranta" (es.  $\{4\}10EXP1$ ). Allo stesso modo la rappresentazione semantica dovrebbe richiedere un processamento sintattico per determinare che "sei" è associato con "cento" e, quindi, che la quantità  $\{6\}$  dovrebbe essere associata con  $10EXP2$  nella rappresentazione semantica finale (McCloskey, 1992).

All'interno delle componenti lessicali per la comprensione e produzione di numeri verbali, il modello distingue tra meccanismi di processamento fonologici per le parole pronunciate a voce e i meccanismi di processamento grafemico per le parole scritte. Il modello non ipotizza alcuna distinzione fonologica-grafemica per il processamento sintattico, ma si pensa che gli stessi meccanismi sintattici siano impiegati per il processamento dei numeri verbali pronunciati e scritti (McCloskey, 1992; McCloskey et al., 1985).

Infine il modello distingue tra un sistema di elaborazione dei numeri e un sistema del calcolo. Il sistema dei numeri comprende le componenti necessarie per far entrare e uscire i dati numerici

dal sistema del calcolo mentre quest'ultimo include le componenti di elaborazione specificamente utilizzate nell'esecuzione di operazioni aritmetiche. Il sistema del calcolo nel modello rappresenta un deposito di conoscenze su tutto quello che attiene al calcolo (McCloskey, 1992). Il modello include tre sottosistemi parzialmente indipendenti tra loro (Caramazza & McCloskey, 1988):

- i segni aritmetici;
- i fatti aritmetici;
- le procedure di calcolo.

Il sistema dei segni aritmetici, se compromesso, fornisce un soggetto con buona comprensione dei numeri e normale accesso ai fatti numerici ma, durante l'esecuzione anche di semplici calcoli, determina errori del tipo ad esempio  $3 + 3 = 9$ , basandosi su una errata interpretazione del segno aritmetico (Caramazza & McCloskey, 1988).

Per fatti aritmetici si intende un vocabolario di combinazioni aritmetiche che non necessitano del ricorso alle procedure di calcolo ma che possono essere risolte in modo quasi automatico (le tabelline). Pazienti con alterazioni al sistema dei fatti aritmetici risolvono in modo approssimativo semplici operazioni altamente automatizzate (Warrington, 1982).

Infine, quando non possono essere eseguite in modo automatico le operazioni dobbiamo applicare tutte le procedure per il calcolo, come ad esempio organizzare i passaggi e le sequenze del calcolo, applicare la regola del riporto e del prestito, le procedure di incolonnamento e la determinazione dei prodotti parziali. I pazienti con disordini al sistema delle procedure di calcolo riportano l'integrità del sistema dei numeri e della conoscenza dei fatti aritmetici ma sono in difficoltà nell'applicare le regole che governano la soluzione di operazioni matematiche (Caramazza & McCloskey, 1988).

### *2.1.1. Abstract Code Model: Evidenze Empiriche*

Il modello postula ciò che dovrebbe essere considerato come il repertorio minimo dei meccanismi cognitivi per il processamento dei numeri arabi e verbali e per l'aritmetica basilare. I vari componenti comunicano attraverso una singola forma di rappresentazione semantica interna. L'aspetto rilevante del modello è la modularità funzionalmente indipendente delle sue componenti. Ne consegue che l'approccio neuropsicologico della dissociazione tra le funzioni e i processi cognitivi risulti adeguato per mettere in luce la bontà del *abstract code model*. Infatti il modello è interamente sviluppato facendo convergere diverse ricerche neuropsicologiche che mettono in luce alterazioni in ciascuno degli aspetti di processamento numerico e di calcolo (McCloskey et al., 1991; Sokol et al., 1991; Sokol & McCloskey, 1991; Sokol, McCloskey, & Cohen, 1989).

Benson e Denckla (1969) riportavano il caso di un uomo con danno all'emisfero sinistro che sceglieva la risposta corretta tra una lista di alternative quando i problemi aritmetici erano presentati in maniera visiva od uditiva. Il paziente era abile anche a indicare il corretto numero arabo quando un numero era dettato. Questi risultati suggerivano una comprensione intatta dei numeri in diverse modalità di presentazione. Quando però all'uomo veniva richiesto di produrre i numeri, la prestazione del paziente peggiorava tanto da sbagliare a pronunciare o a scrivere il risultato di semplici problemi aritmetici. Allo stesso modo il paziente commetteva diversi errori nello scrivere i numeri sotto dettato o nel leggerli. Secondo il modello di McCloskey e colleghi (1985), gli errori di lettura e scrittura dei numeri non possono attribuirsi a una errata comprensione degli stimoli, vista la prova di una comprensione numerica intatta. Questa dissociazione tra comprensione e produzione per entrambi i numeri arabi e verbali, prova che i meccanismi di comprensione e produzione siano funzionalmente distinti.

Singer e Low (1933) studiarono un soggetto con un danno cerebrale che sembrava presentare una dissociazione tra il processamento lessicale e quello sintattico. Nello scrivere i numeri arabi dettati, il paziente era preciso per numeri a singola e doppia cifra. Per numeri più grandi, le cifre "non-zero" erano consistentemente corrette, ma era errato l'ordine di grandezza. Nel caso specifico, per esempio, il numero "duecento quaranta due" era scritto 20042. Questi errori non erano presenti in fase di comprensione dei numeri tanto che il paziente giudicava correttamente quale tra due numeri fosse il più grande e riconosceva all'interno di una lista il giusto numero precedentemente pronunciato a voce. Il deficit quindi era a carico della produzione dei numeri e specificatamente nel processamento sintattico tanto da avere difficoltà nel posizionare i numeri "non-zero" all'interno dell'opportuna posizione (McCloskey & Caramazza, 1987).

Ferro e Botelho (1980) descrissero due pazienti (AL e MA) con deficit selettivi nella comprensione dei simboli delle operazioni (es. +). Quando problemi aritmetici erano presentati in forma scritta entrambi i pazienti spesso eseguivano l'operazione sbagliata. Per esempio, AL moltiplicava (es. 12) quando gli veniva presentata una addizione (es. 3+4). Il dato interessante era che entrambi i pazienti elaboravano correttamente i numeri e producevano un corretto risultato sebbene non riconoscessero il simbolo aritmetico in modo corretto. Quando però i problemi erano presentati in maniera uditiva, la prestazione dei pazienti era buona non avendo difficoltà articolari a comprendere le parole "più" e "per". Il fatto che le operazioni incorrette fossero eseguite correttamente suggerisce secondo il modello che i pazienti avessero intatti i sistemi di comprensione e produzione dei numeri arabi, quello del recupero dei fatti aritmetici e le procedure di esecuzione del calcolo. Il danno era localizzato nella comprensione del simbolo dell'operazione individuando perciò un modulo specifico per questo tipo di conoscenza.

Sulla base della performance del paziente DRC, Warrington (1982) argomentava che la conoscenza dei fatti aritmetici dovesse essere distinta dalla conoscenza delle operazioni aritmetiche. DRC con un danno occipitale-parietale sinistro poteva leggere e scrivere i numeri senza difficoltà, era abile a giudicare rapidamente e in modo accurato quale tra due numeri fosse il più grande e poteva fornire ragionevoli stime di attributi numerici. Quando però a DRC veniva chiesto di eseguire semplici calcoli aritmetici, la sua performance risultava lenta e poco accurata. Il paziente poteva dare una risposta approssimativa ma non una risposta esatta. In parallelo, DRC forniva definizioni sensibili delle quattro operazioni aritmetiche. Warrington (1982) interpretava questi risultati con una prova di una distinzione tra la conoscenza dei numeri e la conoscenza dell'aritmetica. In particolare il paziente non riusciva a recuperare conoscenze acquisite dei fatti aritmetici (es.  $8+4=12$ ). Questo dato si accompagna al comportamento esibito dai pazienti AL e AM (Ferro & Botelho, 1980) perché dimostra come all'interno del meccanismo del calcolo, esistano due sistemi distinti e dissociabili. Allo stesso modo il paziente PS (Sokol et al., 1991) con un danno all'emisfero sinistro, aveva grosse difficoltà a risolvere moltiplicazioni, sia a cifra singola che multipla.

Recentemente sono stati riportati tre casi (FS, DT, e VP) con disturbi selettivi per l'addizione, la moltiplicazione e la sottrazione (van Harskamp & Cipolotti, 2001). Nello specifico, il paziente FS non riusciva ad eseguire solamente le addizioni, il paziente DT solamente le sottrazioni e il paziente VP aveva difficoltà solamente con le moltiplicazioni. Questo dato può essere interpretato nei termini di un danneggiamento selettivo alle rappresentazioni delle operazioni aritmetiche (Dagenbach & McCloskey, 1992). Nel modello dell'*abstract code* infatti i fatti aritmetici sono immagazzinati nella forma di una rete di memoria semantica nella quale i fatti aritmetici hanno rappresentazioni semantiche individuali. Più importante è l'idea che i fatti aritmetici siano indipendenti dal tipo di operazioni. In altre parole, la rete semantica specifica per l'addizione è divisa dalla rete semantica per la sottrazione e da quella specifica per la moltiplicazione (Dagenbach & McCloskey, 1992). Alla luce del modello, quindi, il pattern di risposta dei pazienti FS, DT e VP concorda con l'interpretazione delle memorie divise per le specifiche operazioni e dimostra come le rappresentazioni delle rete semantiche per i fatti aritmetici siano astratte in natura (van Harskamp & Cipolotti, 2001).

Per quanto concerne alla distinzione fra codici, sono stati riportati in letteratura diversi pazienti con disturbi molto selettivi. Sul versante della comprensione, due pazienti presentavano una doppia dissociazione fra codice arabo e quello verbale (McCloskey et al., 1985; Sokol & McCloskey, 1988). Il caso del paziente JS (Sokol & McCloskey, 1988) può spiegare la dissociazione tra la produzione scritta e quella parlata. Infatti la produzione parlata richiede il

recupero di rappresentazioni fonologiche del numero sotto forma di parola da un lessico fonologic, mentre la produzione scritta richiede il recupero di rappresentazioni grafemi che da un lessico grafemico (McCloskey et al., 1986). A JS venivano presentati i numeri da 1 a 9 e veniva chiesto o di leggere il numero a voce alta o di scrivere il numero come parola. La frequenza di errore era del 27% nel compito di produzione orale e del 18% in quella di produzione scritta. Al compito di comprensione dei numeri arabi, comunque, la performance del paziente era eccellente, suggerendo che gli errori nei compiti di produzione orale e scritta riflettevano un deficit nella produzione delle risposte verbali e non nella comprensione degli stimoli arabi (Sokol & McCloskey, 1988). La performance del paziente JS dimostra l'assunto che la produzione orale e quella scritta divergono nella fase di recupero lessicale. Mentre JS commetteva errori di sostituzione lessicale per il 13% degli stimoli nel compito di produzione orale, il paziente non commetteva errori nel compito di produzione scritta. L'interpretazione possibile di questa dissociazione, in accordo con il modello modulare, è quella di accettare la presenza di un danno nel recupero di rappresentazioni fonologiche delle parole relative al numero dal sistema di output fonologico (Sokol & McCloskey, 1988). McCloskey e colleghi (1986) analizzarono la produzione orale di numeri nel paziente HY con danno parietale-temporale sinistro. La maggioranza degli errori erano sostituzioni lessicali (es. risposta "trecento quattordici" per 317). Gli errori di HY riflettevano un deficit nella produzione di numeri verbali e non un danneggiamento nella comprensione dei numeri arabi. Infatti nei compiti di comprensione dei numeri arabi, la performance del paziente era buona (McCloskey et al., 1986). In particolare, gli errori commessi rientravano in tre distinti gruppi. Quando la parola corretta era una unità (i numeri da "uno" a "nove"), il paziente rispondeva con una parola incorretta. Quando la parola corretta era una decina (i numeri da "dieci" a "diciannove"), il paziente pronunciava parole errate comprese tra 10 e 19. Infine quando la parola corretta era un multiplo di dieci (i numeri quali "trenta", "quaranta", "cinquanta", e così via), l'errore di HY comprendeva un multiplo di dieci. Questi dati insieme permettono quindi di confermare l'esistenza di un magazzino di output fonologico in cui ci sia un processo di recupero della sequenza di parole numero da una rappresentazione semantica di un numero (McCloskey, 1992; McCloskey et al., 1986).

## **2.2. Encoding-Complex Model**

Prima dello sviluppo del *encoding-complex model*, Deloche e Seron (1987) avevano già ipotizzato che la transcodifica fosse dovuta ad algoritmi asemantici che traducevano un numero da una forma a un'altra senza la computazione di una rappresentazione semantica. In particolare, gli autori ipotizzavano l'esistenza di algoritmi per una transcodifica dal numero arabo a quello verbale

e per una transcodifica da un numero verbale a quello arabo. Ne consegue che l'interpretazione degli errori di transcodifica nei pazienti cerebrali venisse discussa nei termini di una interruzione di questi algoritmi (Deloche & Seron, 1982a, 1982b, 1984, 1987; Seron & Deloche, 1983, 1984).

Il modello della complessità della codifica (Campbell, 1992, 1994, 1995; Campbell & Clark, 1988, 1992; Clark & Campbell, 1991) mette in luce che i fenomeni base del processamento dei numeri non sono spiegati da semplici architetture additive. Il modello ipotizza una architettura non modulare nella quale codici numerici multipli si attivano l'uno l'altro nel corso del processamento di numeri e di compiti aritmetici. I codici dovrebbero includere rappresentazioni fonologiche, grafemiche, visive, semantiche, lessicali, articolatorie, immaginali ed analogiche (Campbell, & Clark, 1988). Inoltre, i codici sono interconnessi in una rete associativa, cosicché i codici individuali dovrebbero attivarsi l'uno dopo l'altro per produrre una complessità della codifica multi componenziale. Il modello assume che ciascun codice dovrebbe essere potenzialmente recuperato ad ogni fase del processamento numerico o del compito aritmetico e che i codici multipli dovrebbero essere implicati a ciascun punto del processamento. In aggiunta il modello ipotizza la presenza di differenze individuali nel complesso di codici richiesti in compiti particolari (Clark & Campbell, 1991). In generale il modello non rifiuta il principio base della modularità. Ci sono sostanziali evidenze comportamentali e neuropsicologiche di sotto-sistemi percettivi, linguistici e motori che sembrano funzionare in maniera indipendente l'uno dall'altro. L'idea della complessità della codifica vuole ridurre l'enfasi sia del ruolo delle rappresentazioni astratte che dell'assunto di una semplice architettura modulare (Clark & Campbell, 1991).

La visione della complessità della codifica è suggerita da evidenze sperimentali in cui la risoluzione dell'interferenza tra competitive risposte numeriche e operazioni è fondamentale per la cognizione numerica. Il modello si basa principalmente su tre assunti cruciali:

- il processamento dei numeri usa solamente rappresentazioni specifiche, come i codici di immagini (Hayes, 1973), analogici (Restle, 1970), fonologici (Healy & Nairne, 1985) e articolatori (Logie & Baddeley, 1987). Allo stesso modo il processamento può usare altri distinti codici visivi, grafemici e lessicali (Shepard, Kilpatrick, & Cunningham, 1975).
- i vari codici sono interconnessi in maniera associativa così che ciascun codice potenzialmente abbia la capacità di attivare altre rappresentazioni all'interno la complessità dei numeri.
- i codici differenti possono potenzialmente servire per le funzioni di comprensione, produzione e calcolo, così come per il recupero dei fatti aritmetici e delle relazioni numeriche (Gonzalez & Kolers, 1982; Kashiwagi, Kashiwagi, &

Hasegawa, 1987), sebbene la forza delle combinazioni tra funzione e codice specifico dovrebbero dipendere dalla storia di apprendimento idiosincratice dell'individuo, dalle strategie specifiche della cultura, e da altri fattori, inclusi i danni cerebrali (Boller & Grafman, 1983; Kashiwagi et al., 1987).

I numeri sono fortemente associati con una varietà di funzioni numeriche (es. lettura dei numeri o transcodifica, comparazione dei numeri, stima e fatti aritmetici). Conseguentemente, i numeri automaticamente attivano una ricca rete di associazioni che nel contesto di un dato compito includono sia informazioni rilevanti che quelle irrilevanti. Per esempio, quando gli adulti eseguono una semplice addizione e moltiplicazione con l'istruzione di essere veloci nella risoluzione del problema, gli errori che producono rivelano un eccesso di influenze. Gli errori normalmente sono dovuti al recupero di numeri "vicini" dal punto di vista associativo o semantico (es.  $3 \times 6 = 21$ ), oppure dal calcolo di una operazione aritmetica associata al problema (es.  $3 \times 6 = 9$ ). Gli errori frequentemente sono dovuti ad intrusioni di uno degli operandi del problema (es.  $2 + 9 = 9$ ) o da una risposta recuperata in una precedente prova. Inoltre gli errori sono presenti maggiormente quando questi fattori combinano le loro influenze su specifiche prove. I fattori che fanno aumentare gli errori tendono anche a far aumentare il tempo per la risposta corretta, suggerendo che la risoluzione dell'interferenza è un fattore rilevante nella performance. In aggiunta l'influenza di questi fattori può variare enormemente sulla base del formato di superficie dei numeri (es. i numeri arabi vs. parole numero; Campbell, 1994; Campbell & Clark, 1992).

Nella visione del *encoding complex model*, l'importanza di questi fenomeni è che essi dimostrano che i sistemi modulari che servono per il processamento del numero spesso comunicano in modo interattivo più che in modo additivo. L'aspetto importante nel modello è che il processamento dei numeri coinvolge l'attivazione specifica per il compito di informazioni in uno o più codici rappresentativi (es. visivo, visuo-spaziale, verbale, motorio). Inoltre il modello assume che la comunicazione tra i sistemi rappresentativi spesso coinvolga processi interattivi più che stretti processi additivi. I processi interattivi sono i prodotti di una pratica specifica al compito che crea connessioni eccitatorie ed inibitorie all'interno e tra i sistemi per ottimizzare la resistenza all'interferenza. In altre parole, tali processi massimizzano l'attivazione dell'informazione rilevante e minimizzano l'attivazione dell'informazione irrilevante. Lo sviluppo di queste procedure integrate di recupero e codifica è il meccanismo base dell'acquisizione di un abile processamento del numero. Il concetto quindi di abile processamento è il fulcro dell'ipotesi della complessità della codifica. Il processo di calcolo differisce in funzione del formato in cui il problema viene presentato, proprio perché numeri arabi o verbali attivano circuiti indipendenti alle rappresentazioni dei fatti numerici. Questo implica che le notazioni dei numeri arabi e sotto forma di parole differiscono nella loro

capacità di attivare meccanismi che servono per il calcolo. Problemi sotto forma di parole (es. “sei x nove = ?”) sono incontrati raramente rispetto a problemi sotto forma di cifre arabe (es.  $6 \times 9 = ?$ ). Ne consegue che i primi non attivano in maniera efficiente le rappresentazioni dei fatti numerici come invece fanno i secondi incontrati in maniera più comune e frequente (Campbell, 1994). Al contrario le parole visive sono incontrate frequentemente nel contesto della lettura, e quindi è lecito attendersi che le associazioni basate sulla lettura siano attivate in modo più forte attraverso parole visive.

Il modello fornisce infine una spiegazione del funzionamento dell’immagazzinamento e del recupero dei fatti aritmetici, specialmente delle addizioni e delle moltiplicazioni (Campbell, 1995; Campbell & Oliphant, 1992). La spiegazione si basa fondamentalmente sui *table-search models* (Ashcraft & Battaglia, 1978; Widaman, Geary, Cormier, & Little, 1989), che sostengono che i fatti aritmetici siano immagazzinati in una struttura simile a una tabella. Brevemente, questi modelli sostengono che in ciascuna riga e colonna della tabella ci sia un nodo corrispondente all’appropriato operando mentre la risposta al problema è nell’intersezione dell’appropriata riga e colonna. Quando viene presentato un problema, vengono attivati i nodi corrispondenti ai numeri degli operandi. In altre parole viene attivata una riga e una colonna corrispondenti ai numeri presenti nel problema. L’attivazione poi si diffonde lungo la riga e la colonna attraverso legami associativi tra i nodi adiacenti fino a che le attivazioni della riga e della colonna non si intersecano in un punto della tabella corrispondente al risultato corretto del problema (Ashcraft, 1992; Ashcraft & Battaglia, 1978; Widaman et al., 1989). Campbell e Oliphant (1992) forniscono una spiegazione simile per il recupero dei fatti aritmetici. Quando viene presentato un problema, i codici di memoria corrispondenti a tutti i fatti dell’addizione e della moltiplicazione nella rete sono attivati con un certo grado di attivazione. La memoria aritmetica coinvolge sia il codice di grandezza che i codici fisici. Il codice di grandezza rappresenta la grandezza numerica in maniera approssimativa della risposta a un problema e attiva i codici fisici che rappresentano le risposte esatte. I codici fisici per i problemi sono unità associative visive o verbali, costituite dalla coppia di operandi, il segno dell’operazione e della risposta. È importante sottolineare che le rappresentazioni del codice fisico dei problemi sono i nodi. Il recupero nel modello coinvolge una serie di ciclici processi. Il ciclo dura pochi decine di millisecondi di processamento. Ad ogni ciclo, ogni nodo riceve determinati input eccitatori dalla somiglianza del codice fisico e dalla somiglianza di grandezza a un problema. Questo input eccitatorio è modulato da input inibitori ed è proporzionale all’attivazione totale associata con tutte le altre attivazioni contemporaneamente ai nodi attivati. Attraverso i cicli, le forze degli input eccitatori e inibitori gradualmente raggiungono un equilibrio, e quando uno dei nodi nella rete raggiunge un critico livello soglia di attivazione viene generata una risposta



corrispondente alla soluzione del problema. L'input eccitatorio al nodo corretto è generalmente lo stesso per tutti i problemi cosicché le differenze nella difficoltà di recupero emergono principalmente dalle differenze nell'inibire l'attivazione dei nodi incorretti (Campbell, 1995; Campbell & Oliphant, 1992). Il modello assume che il recupero di fatti aritmetici sia mediato da una varietà di rappresentazioni specifiche al formato. I processi di recupero per i fatti aritmetici variano perchè ciascuno dei formati di presentazione potrebbe potenzialmente garantire circuiti indipendenti per le rappresentazioni dei fatti numeri (Campbell, 1994).

### *2.2.1. Encoding-Complex Model: Evidenze Empiriche*

Le evidenze empiriche a sostegno del modello di Campbell e Clark (1988; Clark & Campbell, 1991) concludono che il processamento numerico richieda codici multipli specifici al formato, o in altre parole, codici associati alle forme in cui gli stimoli vengano presentati (Seron & Deloche, 1987; Gonzalez & Kolers, 1982, 1987; Kashiwagi et al., 1987; Tzeng & Wang, 1983; Vaid, 1985; Vaid & Corina, 1989). L'aspetto importante è che gli individui hanno la capacità di manipolare rappresentazioni specifiche al formato, come ad esempio rappresentazioni visuo-spaziali per sequenze di numeri. Infatti, ad esempio, Seron e colleghi dimostravano che individui intervistati circa la struttura, gli aspetti funzionali e l'uso delle loro rappresentazioni numeriche mentali in diverse attività, immaginavano i numeri disposti in modo sequenziale in linee graduate o in una sequenza di rettangoli, disposte orizzontalmente o verticalmente o addirittura con cambi di orientamenti in punti critici (Seron, Pesenti, Noël, Deloche, & Cornet, 1992). Gli autori trovavano che alcuni soggetti stabilivano un'associazione tra un colore e un numero (es. 1-nero, 2-verde, ecc.), suggerendo che individualmente ogni soggetto aveva diverse strutture e diversi aspetti funzionali rispetto alle rappresentazioni numeriche (Seron et al., 1992).

Gonzalez e Kolers (1982, 1987) misuravano i tempi di risposta per risposte vere e false a semplici problemi di addizione presentati con risposte corrette o incorrette (es.  $3+4=7$ ,  $2+6=9$ ). Gli stimoli erano presentati in formato di numeri arabi (es.  $3+4=7$ ) o di numeri romani (es.  $III+IV=VII$ ) o varie combinazioni tra numeri arabi e romani (es.  $3+IV=VII$  o  $III+4=7$ ). La performance variava in funzione del formato del problema, suggerendo che i soggetti eseguivano il compito non traducendo i numeri arabi e romani nelle rappresentazioni astratte ma piuttosto operando sulle rappresentazioni associate alla forma fisica degli stimoli (Gonzalez & Kolers, 1982, 1987). Campbell e Clark (1992) portarono prove per i processi di calcolo specifici al formato. I soggetti adulti erano sottoposti a un compito di risoluzione di semplici problemi di moltiplicazione. I problemi erano presentati orizzontalmente o come cifra araba (es.  $4 \times 5$ ) o come parola verbale (es.

“quattro x cinque”). La performance in generale era bassa per i numeri sotto forma di parole e il decremento della performance aumentava con la difficoltà del problema (Campbell & Clark, 1992).

Ulteriori prove dei codici specifici al formato derivano dagli studi sulla performance aritmetica nei soggetti bilingue (Marsh & Maki, 1976; McClain & Shih Huang, 1982). Generalmente in questi studi i problemi di addizione venivano presentati in forma araba ai soggetti bilingue e i soggetti dovevano rispondere nel loro linguaggio preferito o in quello non preferito. I problemi potevano essere presentati o in maniera visiva o uditiva. Le risposte erano più veloci nel linguaggio preferito rispetto a quello non preferito. La curva dei tempi di latenza alle operazioni aritmetiche era la stessa per entrambi i tipi di linguaggio, indicando che il processo di recupero dei fatti aritmetici era lo stesso in entrambe le condizioni. Tale risultato poteva essere spiegato ipotizzando che i soggetti traducevano il problema nella loro lingua preferita eseguendo i calcoli sulle rappresentazioni associate a questo linguaggio. Le ricerche dimostrarono stime specifiche al formato degli stimoli per il recupero di fatti aritmetici (Marsh & Maki, 1976; McClain & Shih Huang, 1982). Più recentemente, Campbell, Kanz e Xue (1999) hanno studiato gli effetti del formato del linguaggio su differenti compiti numerici con soggetti bilingue inglesi e cinesi. Gli stimoli erano presentati o in cifra araba o con i simboli cinesi, e al soggetto veniva chiesto di rispondere verbalmente o in inglese o in cinese. Gli autori trovavano che il calcolo aritmetico era più veloce quando i soggetti dovevano rispondere in cinese piuttosto che in inglese e questo vantaggio era maggiore quando gli stimoli erano presentati nei simboli cinesi. Gli effetti del formato erano attribuiti all'uso di differenti reti associative per i fatti numerici nei differenti linguaggi e formati. L'effetto formato era quindi attribuito alla differente forza ed efficienza di queste reti associative che dipendevano dalla precedente esperienza del soggetto nell'usare uno specifico formato per un particolare compito (Campbell et al., 1999).

Alcuni ricercatori hanno argomentato che la performance in un compito di confronto numerico sia influenzata dal formato degli stimoli, rispetto all'effetto della “congruenza della dimensione” (*size congruity effect*; Besner & Coltheart, 1979; Takahashi & Green, 1983; Tzeng & Wang, 1983; Vaid, 1985; Vaid & Corina, 1989). I risultati del *size congruity effect* dimostravano che i tempi di risposta nel giudicare quale tra due numeri fosse il più grande (es. 3 e 7) erano più veloci se il numero più grande era fisicamente di dimensioni maggiori rispetto al numero più piccolo (es. 3 e 7). In altre parole, la congruenza tra il valore numerico e le sue dimensioni fisiche produceva tempi di reazioni più bassi rispetto a una situazione di incongruenza. I giudizi di una grandezza sono fatti sulla base dei codici associati alla forma in cui gli stimoli sono presentati, così

come le rappresentazioni dei numeri o quelle delle fonologiche parole dei numeri (Campbell & Clark, 1988; Vaid, 1985).

Un altro tipo di prova del fatto che il formato influenza il calcolo riguarda l'effetto della grandezza del problema (o *problem-size effect*), che consiste nell'aumento della difficoltà dei problemi aritmetici all'aumentare della grandezza numerica dei numeri da calcolare insieme. I problemi con numeri piccoli (es. a cifra singola) hanno una più forte rappresentazione mnestica perché si incontrano incontrati più frequentemente e sono quindi meno suscettibili ad un effetto di interferenza nel loro recupero (Campbell & Xue, 2001). Diversi studi hanno dimostrato che il *problem-size effect* nell'addizione e nella moltiplicazione era più grande con i problemi presentati in modo verbale (es. tre+otto) rispetto al formato numerico (es. 3+8; Campbell, 1994, 1999; Campbell & Clark, 1992; Campbell & Fugelsang, 2001; Noël, Fias, & Brysbaert, 1997). L'interazione tra formato e grandezza del numero suggerisce che il tipo di formato influenza l'efficienza del calcolo, con un maggior costo del numero presentato come parola verbale all'aumentare della difficoltà del problema. Secondo il modello di Campbell (1992), tale risultato può essere spiegato dal fatto che i problemi sotto forma di parole producono una minore attivazione delle rilevanti informazioni semantiche e una più grande attivazione dei processi irrilevanti. I processi di recupero per i problemi con numeri grandi, che spesso hanno una bassa associazione tra problema e risposta, sono interrotti da una codifica non efficiente e non familiare, come quella dei problemi sotto forma di parole (Campbell, 1994; Campbell, Parker, & Doetzel, 2004).

Infine, prove a favore del modello del *encoding complex* vengono portate anche da studi neuropsicologici. Kashiwagi e colleghi (1987) studiavano pazienti afasici con difficoltà nell'eseguire semplici moltiplicazioni. I pazienti non potevano imparare le moltiplicazioni se i problemi venivano presentati verbalmente. Al contrario, tali pazienti potevano imparare a recuperare fatti aritmetici con problemi presentati visivamente in associazione a risposte scritte. Questi risultati dimostravano che le rappresentazioni dei fatti moltiplicativi potevano richiedere codici multipli che erano associati alla forma del numero in modo differente. Allo stesso modo, Deloche e Willmes (2000) esaminavano gli effetti del formato su un compito di verifica di moltiplicazioni di alcuni pazienti. I problemi (dal 2 x 2 al 9 x 9) erano presentati o per via orale o per via visiva. Gli autori trovarono che gli stimoli verbali e quelli visivi coinvolgevano distinti processi moltiplicativi nei loro pazienti (Deloche & Willmes, 2000). Il paziente BAL che soffriva di emianopsia emiplegica afasica poteva con successo risolvere semplici problemi di addizione e sottrazione in diverse condizioni di formato (es. il problema con numeri arabi e risposta con numeri arabi), ma era lento e più portato all'errore quando vedeva i problemi presentati in modo arabo e doveva rispondere in modo orale (Cipolotti, Warrington, & Butterworth, 1995). Gli autori

concludevano che la forma di presentazione aveva profondi effetti sul processamento dei numeri e del calcolo. Il paziente HAR poteva in modo accurato risolvere tutti i tipi di problemi con presentazione orale ma non riusciva a rispondere ai problemi con i numeri in formato arabo (McNeil & Warrington, 1994). Questo caso dimostrava un deficit specifico alla modalità di risoluzione di una operazione.

### **2.3. Triple-Code Model**

Il *triple-code model* (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1995) potrebbe essere descritto come un sorta di somma e unione dei due precedenti modelli cognitivi. Infatti Dehaene (1992) assume che ci siano essenzialmente tre categorie di rappresentazioni mentali nelle quali i numeri possano essere manipolati nel cervello umano (Figura 2.2). Ovviamente, molti compiti numerici che coinvolgono processi linguistici generali (es. produzione o comprensione di parole) incorporano livelli aggiuntivi di rappresentazione di questi codici fonetici, articolatori, grafemici e lessicali. Il modello comunque cerca di definire al meglio cosa sia numerico nei compiti di processamento numerico (es. comparare grandezze o calcolare), ipotizzando che siano sufficienti tre rappresentazioni cardinali.

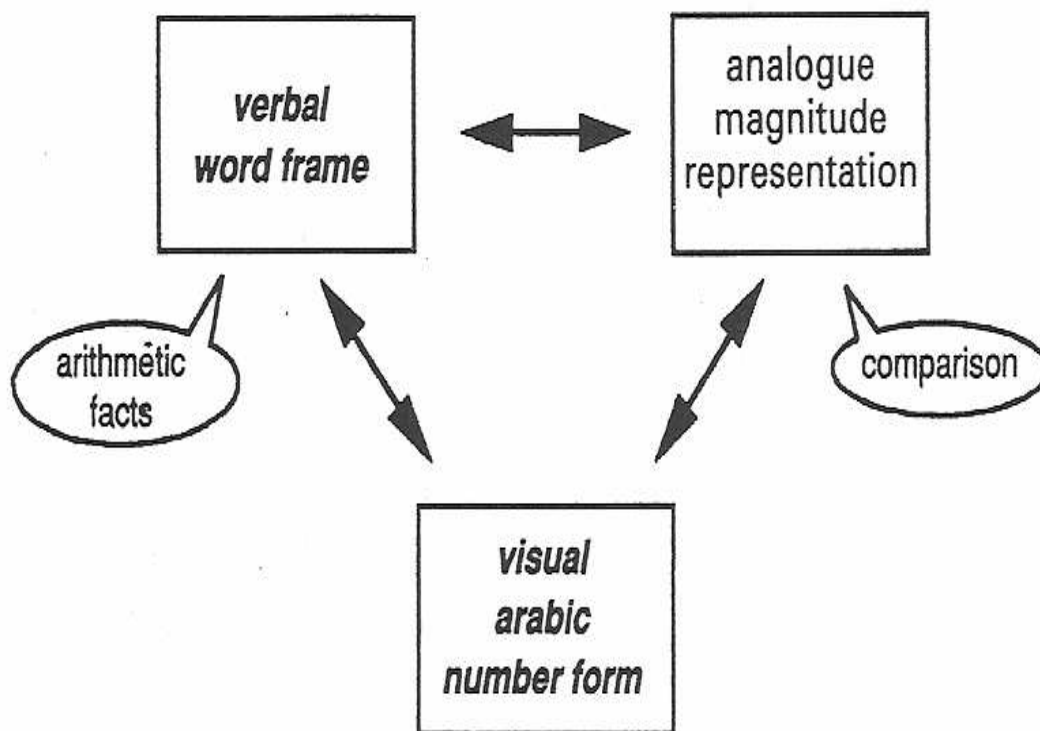


Figura 2.2. Rappresentazione schematica del *triple-code model* (Fonte: Dehaene, 1992).

La prima categoria di rappresentazione mentale è la forma visiva araba del numero, nella quale i numeri sono rappresentati come stringhe di numeri su un taccuino visuo-spaziale interno. A questo livello la rappresentazione del numero è una lista ordinata di identità numeriche. In altre parole il numero 21 ad esempio dovrebbe essere codificato come <2><1> (Caramazza & Hillis, 1990).

La seconda categoria di rappresentazione mentale è la struttura verbale della parola, in cui i numeri sono rappresentati come sequenze di parole organizzate sintatticamente. A questo livello la rappresentazione del numero “venti-uno” dovrebbe essere codificato come “Decina {2} Unità {1}” (Cohen & Dehaene, 1991; McCloskey et al., 1986). In questo formato, i simboli “Unità” e “{1}” denotano il discorso astratto, e insieme costituiscono un lemma di una parola (Levelt, 1989) legato alle forme fonologiche e grafemiche della parola (“uno”).

Il modello assume che né la forma visiva né la struttura verbale del numero contengano alcuna informazione semantica. Il significato dei numeri è rappresentato solamente nella terza categoria del modello, la rappresentazione della grandezza analogica. A questo livello, la quantità o la grandezza associata a un dato numero è recuperata e può essere messa in relazione ad altre quantità numeriche. Gli autori intendono precisare che il significato numerico non è limitato alla conoscenza delle quantità. Oltre al significato, possediamo la conoscenza enciclopedica di un numero, per cui sappiamo che 16 è una potenza di 2, o che 17 è un numero primo. Importante nel modello è l’assunto che la rappresentazione della grandezza può essere disegnata come una linea numerica orientata, con le quantità che sono rappresentate da distribuzioni locali di attivazione. Le relazioni numeriche sono poi implicitamente rappresentate dalla distanza che separa i picchi di attivazione e dalla sovrapposizione tra due distribuzioni di attivazione (Dehaene & Changeux, 1993). La linea numerica obbedisce alla legge di Weber, così che la rappresentazione dei numeri sempre più grandi diventi estremamente imprecisa. Tale affermazione è basata sui dati raccolti su soggetti normali (Dehaene, 1992).

Nel modello del triplo codice l’accesso alla rappresentazione delle grandezze dipende dal formato in cui i numeri sono presentati. I processi di identificazione visiva permettono ai numeri arabi di essere mappati rapidamente sulle stringhe di numeri nel taccuino visivo. All’opposto, le routine di risposta permettono alle stringhe dei numeri nella rappresentazione interna di essere scritti. Allo stesso modo quando è presentato un insieme di oggetti visivi o uditivi, la sua numerosità può essere estratta direttamente e rappresentata sulla linea numerica da specifici processi di *subitizing* e di stima (Dehaene & Cohen, 1994). Infine il codice verbale è legato alle

routine di input per sequenze di parole di numeri presentati sia in modalità uditiva che scritta, e conseguentemente il codice è legato alle routine di risposta per pronunciare i numeri o scriverli.

Il primo passaggio in ogni compito è quindi la rappresentazione dei numeri all'interno di una rappresentazione appropriata al formato. Immediatamente il modello assume che i numeri possano essere codificati all'interno di qualsiasi codice interno a seconda del tipo di compito. Per esempio, può essere velocemente recuperata la quantità associata con un dato numero arabo o verbale. Infatti i dati ricavati dai soggetti normali indicano che l'attivazione della rappresentazione della quantità è un processo altamente automatizzato (Dehaene & Akhavein, 1995). Al contrario i soggetti possono recuperare l'etichetta araba o verbale che rappresenta una certa quantità. Inoltre il modello assume l'esistenza di una via diretta che collega i codici arabi e verbali senza passare dalla rappresentazione semantica della quantità attraverso un'intermedia rappresentazione della quantità. In questa prospettiva, il modello del triplo codice è uguale agli altri modelli di lettura solitamente chiamati a "percorso multiplo" nell'assumere che i soggetti possono leggere o scrivere i numeri arabi senza dover processare l'informazione attraverso una rappresentazione semantica delle quantità (Cohen, Dehaene, & Verstichel, 1994).

Da notare che i percorsi interni di transcodifica necessariamente hanno delle proprietà molto differenti dal momento che il formato nel quale i numeri sono codificati varia in maniera considerevole nelle tre rappresentazioni cardinali. Da una parte, il percorso diretto "arabo-verbale" lavora su sequenze non interpretate di simboli, o parole o numeri. È idealmente utilizzato per transcodificare numeri non familiari di qualsiasi dimensione e complessità sintattica tra le notazioni arabe e verbali usando regole composizionali. Il percorso manipola simboli arabi o parole alla "cieca" senza la conoscenza del loro significato. Dall'altra parte, le vie verso e le vie dalla rappresentazione di grandezza si ipotizza non siano sintatticamente sofisticate (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1995). Gli autori assumono che le comunicazioni verso e dalla rappresentazione della grandezza lavorino attraverso diretti processi di etichettamento. Ad ogni porzione della linea numerica corrispondono una o più etichette come "9", "nove", "circa dieci", e via di seguito, ciascuna appropriata alla quantità a disposizione (Dehaene & Mehler, 1992). I numeri familiari come "nove", oltre che a rappresentare piccole quantità dovrebbero avere una precisa interna rappresentazione semantica. All'opposto, numeri meno familiari, come "212", hanno una rappresentazione vicina a una più familiare rappresentazione di "200". La rappresentazione di grandezza quindi non è utilizzabile per una precisa lettura o transcodifica di numeri arbitrari ma può essere usata per compiti di arrotondamento così come di approssimazione.

Secondo il modello è richiesta una transcodifica interna da una rappresentazione all'altra perché in ogni operazione numerica si assume che la transcodifica prenda i suoi input da un codice

specifico e fornisca anche i suoi output in un codice specifico. Per esempio si ipotizza che il confronto numerico richieda due quantità come input. Per determinare quale dei due numeri sia il più grande, quindi, i soggetti devono prima tradurre gli input all'interno della rappresentazione interna delle quantità che i numeri rappresentano. Allo stesso modo, il modello ipotizza che i fatti aritmetici (es.  $2 \times 3 = 6$ ) non possono essere recuperati senza che il problema sia codificato all'interno del codice verbale, che poi consente di recuperare il risultato dell'operazione nello stesso formato verbale (Dehaene & Cohen, 1995).

### 2.3.1. Triple-Code Model: Evidenze Empiriche

Dehaene (1992) e Dehaene e Cohen (1995, 1997) forniscono dati cognitivi e neuropsicologici per dimostrare la bontà del modello, sia da un punto di vista cognitivo che da un punto di vista di mappaggio neuronale. Per quanto riguarda la localizzazione cerebrale dei circuiti sottostanti al modello (Figura 2.3), il *triple-code model* è stato mappato in entrambi gli emisferi, identificando substrati neuronali per i tre codici di rappresentazione dei numeri.

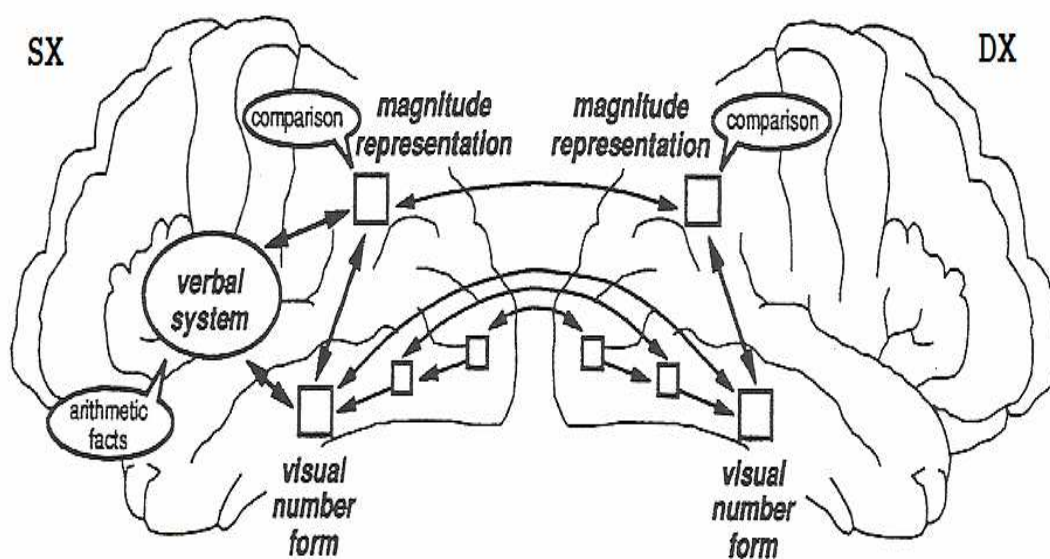


Figura 2.3. Implementazione anatomica del *triple-code model* nei due emisferi (Fonte; Dehaene, & Cohen, 1995).

Importante sottolineare che alcuni processi sono stati divisi in modo tale da ipotizzare che entrambi gli emisferi posseggano una copia delle funzioni del processamento numerico. I postulati critici del modello sono i seguenti:

➤ Entrambi gli emisferi posseggono effettive procedure di identificazione visiva. Il sistema visivo dell'emisfero sinistro può riconoscere tutti i numeri a cifra singola, multipla, e/o le parole stampate. Il prodotto finale è una rappresentazione delle identità e delle relative posizioni dei simboli o gruppi di simboli nello stimolo che determina la forma visiva della parola o la forma visiva del numero nel caso di numeri arabi (Cohen & Dehaene, 1991). Anatomicamente questo sistema corrisponde a una cascata di aree concentrate nella regione occipito-temporale sinistra, ed è attivo lungo il circuito visivo ventrale per il riconoscimento visivo. Aree omologhe nell'emisfero destro possono anche identificare simboli visivi, sebbene il vocabolario visivo per materiale simbolico sia limitato.

➤ Entrambi gli emisferi posseggono una rappresentazione analogica delle quantità numeriche o delle grandezze, e una procedura di comparazione per decidere quale di due quantità sia la più grande o la più piccola. Questi processi sono localizzati nelle vicinanze della giunzione parieto-occipito-temporale di entrambi gli emisferi. L'emisfero destro dovrebbe essere superiore al sinistro nel processamento delle quantità (Kosslyn Koenig, Barrett, Cave, Tang, & Gabrieli, 1989).

➤ Solamente l'emisfero sinistro possiede una rappresentazione delle sequenze di parole corrispondenti alle parole numero, e procedure per identificare e produrre numeri in parole. Queste procedure sono implementate all'interno delle classiche aree del linguaggio dell'emisfero sinistro, includendo i giri inferiori frontali, superiori, e mediali, così come i gangli della base e i nuclei talamici.

➤ L'aritmetica mentale è intimamente associata al linguaggio e alla rappresentazione verbale dei numeri. Il recupero dei fatti aritmetici dalla memoria si basa su un sotto insieme di aree del linguaggio dell'emisfero sinistro, e non può essere eseguito dall'emisfero destro da solo. Le procedure per i calcoli di numeri multipli sono più complesse e coinvolgono la coordinazione di rappresentazioni dei numeri visuo-spaziali e verbali.

➤ All'interno dell'emisfero sinistro le rappresentazioni visive, verbali e di grandezza sono inter-connesse e possono direttamente scambiare informazioni attraverso vie specifiche di transcodifica. In particolare il sistema verbale può essere direttamente informato circa le identità numeriche dal sistema della forma visiva del numero (percorso asemantico), senza necessariamente dover passare attraverso la rappresentazione della grandezza (percorso semantico). All'interno



dell'emisfero destro le connessioni e le procedure esistono solamente per il legame tra rappresentazioni visive e di grandezza.

➤ Nei soggetti normali le rappresentazioni visive sinistre e destre sono connesse attraverso il corpo calloso. Le rappresentazioni di grandezza a sinistra e a destra sono anche connesse nello stesso modo. Non ci sono altri percorsi per scambiare informazioni numeriche tra i due emisferi. In particolare non esiste una via diretta che lega la forma visiva del numero dell'emisfero destro con il sistema verbale.

L'impiego della corteccia parietale nel processamento dei numeri è stato scoperto attraverso lo studio dei pazienti con lesioni cerebrali (Gerstmann, 1940; Hécaen, Angelergues, & Houillier, 1961; Henschen, 1919). Successivamente, è stata scoperta un'attivazione sistematica dei lobi parietali durante il calcolo (Roland & Friberg, 1985), che è stata replicata in maniera estesa usando la tomografia ad emissione di positroni (PET) (Dehaene, Tzourio, Frak, Raynaud, Cohen, Mehler, & Mazoyer, 1996; Pesenti, Thioux, Seron, & De Volder, 2000; Zago, Pesenti, Mellet, Crivello, Mazoyer, & Tzourio-Mazoyer, 2001) e la risonanza magnetica funzionale (fMRI) (Burbaud, Camus, Guehl, Bioulac, Caille, & Allard, 1999; Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2003; Rueckert, Lange, Partiot, Appollonio, Litvar, Le Bihan, & Grafman, 1996).

Osservazioni neuropsicologiche confermano la bontà e del modello e dei dati di *neuroimaging*. Quando ad esempio un target numerico è presentato a entrambi gli emisferi, i pazienti *split-brain* possono riconoscere la grandezza numerica all'interno di un insieme di numeri. Entrambi gli emisferi dei pazienti *split-brain* possono anche decidere se due numeri sono uguali o differenti oppure quale dei due numeri sia il maggiore (Colvin, Funnell, & Gazzaniga, 2005; Seymour, Reuter-Lorenz, & Gazzaniga, 1994). Queste prove indicano che entrambi gli emisferi possono identificare i numeri e rappresentare quantità numeriche. All'opposto questi pazienti non riescono a identificare la risposta corretta di semplici problemi aritmetici (o riconoscere verbalmente i numeri) quando il problema è presentato nel loro emisfero sinistro (Colvin et al., 2005; Gazzaniga & Smylie, 1984). Allo stesso modo, il paziente NAU (Dehaene & Cohen, 1991) con una grande lesione dell'emisfero sinistro, era estremamente acalculico, non era in grado di giudicare se un numero fosse pari o dispari mentre invece l'identificazione di cifre e la comprensione delle grandezze numeriche erano abilità intatte. In modo simile un paziente dislessico (Cohen et al., 1994) era abile nel comprare numeri a singola o doppia cifra ma aveva grosse difficoltà nel leggere a voce alta i numeri. Interessante notare come comunque di fronte a numeri complessi ma familiari come ad esempio date famose (es. 1918, la fine della Prima Guerra Mondiale), marche automobilistiche (es. Peugeot 504), codici postali (es. 171), il paziente potesse

recuperare il loro significato e occasionalmente il loro nome (Cohen et al., 1994). Il caso del paziente NAU dimostra l'esistenza di due circuiti differenti di processamento dei numeri a seconda del coinvolgimento o meno del linguaggio nella risoluzione del compito. Per quanto riguarda l'emisfero destro, alcuni dati suggeriscono che il confronto del numero più grande (o più piccolo) risulta maggiormente deficitario in seguito a una lesione dell'emisfero destro (Rosselli & Ardila, 1989), in modo consistente con l'ipotesi di una superiorità dell'emisfero destro per le rappresentazioni quantitative. Le lesioni emisferiche destre comunque determinano principalmente acalculia spaziale (Hécaen et al., 1961), che consiste nella difficoltà a considerare la posizione spaziale dei numeri a cifra multipla mentre si scrivono o durante compiti di calcolo.

Da un punto di vista comportamentale, diverse evidenze dimostrano la rappresentazione mentale dei numeri come quantità attraverso l'utilizzo di compiti di confronto numerico. Moyer e Landauer (1967) dimostravano che il tempo necessario per decidere quale di due numeri fosse il più grande (o il più piccolo) diminuiva con l'aumentare della distanza numerica tra questi (*distance effect*). Il tempo di risposta era una funzione logaritmica della distanza numerica tra i numeri. Anche in compiti di giudizio di uguaglianza e differenza delle caratteristiche fisiche (*congruity effect*) tra i numeri, rimaneva presente l'effetto distanza (Banks, Fujii, & Kayra-Stuart, 1976; Dehaene, 1989; Duncan & McFarland, 1980; Jamieson & Petrusic, 1975). In altre parole, il tempo per decidere che due numeri erano differenti variava con la distanza numerica tra questi. Questi dati suggeriscono, quindi, che i numeri non sono comparati a un livello simbolico ma sono inizialmente ri-codificati e confrontati come quantità. Il *distance effect* rimaneva presente anche quando i soggetti dovevano decidere se un numero a cifra doppia (es. 59) fosse maggiore o minore di un determinato numero di riferimento (es. 65) (Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990; Hinrichs, Yurko, & Hu, 1981). Ciò implica che i numeri sono prima convertiti nel codice della quantità e poi comparati. Questo stadio di codifica è veloce e indipendente dal tipo di codice numerico (Dehaene & Akhavein, 1995).

Un altro importante studio conferma che i numeri arabi evocano rapidamente e in maniera automatica un codice interno della quantità (Dehaene, Bossini, & Giroux, 1993). Ai soggetti veniva chiesto di giudicare la parità (pari o dispari) dei numeri da 0 a 9. In un disegno a misure ripetute i soggetti esprimevano i loro giudizi premendo due tasti di risposta con la mano sinistra e quella destra. In una condizione quindi premevano il tasto di sinistra con i numeri dispari e il tasto di destra con i numeri pari mentre le istruzioni di risposta erano opposte nell'altra condizione. I numeri grandi avevano un vantaggio nella risposta con la mano destra mentre i numeri piccoli avevano un vantaggio nella risposta con la mano sinistra. Questa associazione tra grandezza numerica e spazio veniva chiamata dagli autori *SNARC effect* (*Spatial-Numerical Association of*

*Response Codes*). Questo effetto (approfondito nel capitolo 3) dimostra l'esistenza di un codice di grandezza interno in cui i numeri sono rappresentati lungo una linea numerica analogica da sinistra verso destra. Infine è interessante notare che l'effetto SNARC, inteso anche come interferenza associata alla grandezza è più grande con i numeri arabi rispetto ai numeri verbali nel compito di giudizio di parità.

## **2.4. Conclusioni**

La questione di come pensare e disegnare l'architettura cognitiva sottostante alle abilità numeriche è stata al centro di molto dibattiti teorici nel corso dell'ultimo ventennio. Il dibattito si rivolge a due aspetti centrali: 1) quali funzioni numeriche distinte (es. lettura di numeri, giudizi numerici semantici, calcoli) siano mediate dai sistemi indipendenti o moduli; 2) quale processamento cognitivo del numero dovrebbe essere specifico alla modalità di codifica o alla notazione dell'input dello stimolo. Questi due aspetti sono importanti per diverse ragioni. In primo luogo, differenze individuali e culturali per la matematica sembrano essere associate alle differenze sistematiche nelle rappresentazioni del numero, le quali possono variare in funzione dei fattori linguistici, di notazione e pedagogici (Fuson, 1990; Miller, 1992; Miura, Kim, Chang, & Okamoto, 1988; Nickerson, 1988). Ne consegue che le relazioni funzionali tra le abilità numeriche di base siano anche centrali per capire lo sviluppo della competenza matematica. Le assunzioni sull'architettura funzionale del processamento numerico hanno anche implicazioni dirette per la valutazione e il possibile rimedio delle capacità di processamento numerico in seguito a un danno cerebrale (Macaruso, Harley, & McCloskey, 1992). In questo capitolo, sono stati presentati tre modelli cognitivi che si basano su osservazioni empiriche relative sia a gruppi di soggetti normali che a gruppi di pazienti. I diversi modelli possono spiegare diversi comportamenti nel processamento numerico sia dei soggetti normali che dei pazienti.

La principale differenza tra i modelli riguarda la natura delle rappresentazioni mentali dei numeri. Rappresentazioni e processi specifici per notazione possono determinare l'abilità degli adulti normali di comprendere e produrre i numeri orali e scritti sia in forma araba o alfabetica. Dehaene (1992) e McCloskey (1992) hanno presentato evidenze suggerendo che una rappresentazione di quantità sia cruciale per tenere in considerazione le operazioni di processamento di numeri. Dall'altra parte Campbell e Clark (1992; Campbell, 1994, 1995) hanno ipotizzato varie rappresentazioni mentali addizionali che accadono nell'uso quotidiano dei numeri, includendo il conteggio con le dita, le codifiche mentali e motorie. A questo proposito i modelli possono (o meno) spiegare le evidenze presenti in letteratura e sopra descritte. Per esempio, c'è la

prova che il processamento della grandezza numerica (Dehaene et al., 1993; Vaid & Corina, 1989), la produzione dei numeri verbali (Campbell & Clark, 1988), e l'aritmetica (Campbell & Clark, 1992; Kashiwagi et al., 1987) richiedano processi specifici al formato o alla modalità dello stimolo numerico piuttosto che a processi astratti o indipendenti dal formato (McCloskey, 1992; McCloskey et al., 1985). In aggiunta numerosi di studi mettono in luce le interazioni dei processi coinvolti in sistemi indipendenti nel modello modulare astratto. LeFevre, Bisanz e Mrkonjic (1988; LeFevre, Kulak & Bisanz, 1991; Thibodeau, LeFevre, & Bisanz, 1996) trovarono un effetto di interferenza associato al calcolo in un compito di riconoscimento numerico che dovrebbe richiedere solamente processi di comprensione. Dall'altra parte Campbell e Clark (1992) riportavano evidenze di forte interferenza tra la lettura del numero e i processi di calcolo. Gli autori proponevano che gli effetti di *priming* legato al problema risultavano da un' interazione del recupero del fatto numerico e dei processi di lettura del numero. Quando viene presentata una moltiplicazione per esempio, questa attiva associazioni multiple sia all'interno che al di fuori della categoria di risposta. Un problema attiva fatti legati alla moltiplicazione e all'addizione, così come le associazioni non aritmetiche, così come quelli sviluppati dall'esperienza di transcodifica del numero nella forma orale o scritta. Le associazioni relative alla lettura producono gli effetti di *priming* legato al problema nell'aritmetica. Dehaene e colleghi (1993) dimostravano una interferenza rispetto alla grandezza specifica per il formato. Questo fenomeno di interferenza indica che i processi numerici distinti in maniera funzionale dovrebbero essere attivati in parallelo e dovrebbero interagire probabilmente perché le funzioni differenti possono richiedere rappresentazioni o processi condivisi. Per esempio, le rappresentazioni visuo-spaziali sono implicate nei giudizi di grandezza, stima numerica e nell'aritmetica (Campbell & Oliphant, 1992; Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1991). Allo stesso modo, le strutture di codice verbale dovrebbero codificare sia i processi di lettura del numero (es. "sessantanove" per 69), sia i processi di recupero dei fatti numerici (es. "trentadue" per  $4 \times 8$ ) (Campbell & Clark, 1992; Dehaene, 1992).

La seconda differenza riguarda l'architettura nella quale sono strutturate queste rappresentazioni per un dato compito. McCloskey (1992) propone che una rappresentazione astratta della quantità sia centrale a ogni compito di processamento numerico. Campbell e Clark (1992), dall'altra parte propongono che i differenti compiti evocano rappresentazioni di numeri abbastanza diverse, e hanno postulato, in accordo con Noël e Seron (1993) che questo mappaggio dovrebbe anche variare da soggetto a soggetto. Dehaene (1992) ha specificato quali compiti attivino una rappresentazione numerica. L'assunto principale del *abstract-code model* è che i processi di comprensione convertono differenti forme (es. cifre, parole numero, ecc.) dentro un formato astratto comune per i processi di calcolo. Perciò, il modello implica che i processi di calcolo siano gli stessi

indipendentemente del formato di codifica (McCloskey, 1992; Sokol et al., 1991). Il paziente PS (Sokol et al., 1991) aveva pattern errori simili quando erano usate le cifre araba, i numeri verbali o puntini per rappresentare i numeri. Questo risultato è in accordo con il *triple-code model*. Infatti Dehaene (1992, 1997) suggerisce che i problemi aritmetici in ogni formato siano convertiti alle rappresentazioni uditive-verbali le quali poi sono usate per recuperare i fatti uditivi-verbali. I processi di recupero dei fatti aritmetici sono gli stessi indipendentemente dal formato del problema. In contrasto, l'*encoding-complex model* ipotizza che i processi di calcolo possano differire in funzione del formato di presentazione poiché gli input arabi e verbali forniscono circuiti indipendenti per le rappresentazioni dei fatti numerici (Clark & Campbell, 1991).

La terza differenza tra i modelli riguarda i meccanismi responsabili del recupero dei fatti aritmetici e dell'esecuzione dei calcoli. Per McCloskey (1992; McCloskey et al., 1985, 1986) la rappresentazione semantica astratta del problema è usata per attivare nella memoria la rappresentazione del fatto corrispondente. Questo consente di accedere alle entità semantiche specifiche che corrispondono alla risposta del problema. La maggioranza dei fatti aritmetici sono immagazzinati come rappresentazioni dei fatti individuali. La sola eccezione sono i problemi come ad esempio  $N \times 1 = N$ ,  $N \times 0 = 0$ , e  $N + 0 = N$ , che sono immagazzinati come regole generali. Inoltre i fatti aritmetici sono distinti dalle operazioni aritmetiche. Secondo il modello astratto, quindi, disturbi selettivi dei fatti aritmetici riflettono i danni alle loro rappresentazioni distinte. Contemporaneamente, possono essere trovate dissociazioni all'interno del modulo relativo alle operazioni. I pazienti FS, DT e VP (van Harskamp & Cipolotti, 2001) dimostrano che l'addizione, la moltiplicazione e la sottrazione possono essere selettivamente dissociate. Dehaene e Cohen (1997; Cohen & Dehaene, 2000) postulano che ci sono due circuiti base per i problemi aritmetici: un circuito asemantico diretto, specializzato nell'immagazzinamento e nel recupero della conoscenza verbale delle tabellone aritmetiche, e un circuito semantico indiretto, specializzato per il processamento della quantità (Dehaene, Spelke, Pinel, Stanescu, & Tsivkin, 1999). Nel circuito asemantico diretto, il problema  $4 \times 3$  diventa "quattro volte tre") è convertito all'interno della rappresentazione verbale interna. Questa rappresentazione verbale è utilizzata per provocare il completamento di questa sequenza di parole, usando la memoria verbale ("quattro per tre, dodici"). La moltiplicazione e l'addizione sono insegnati a scuola attraverso un apprendimento verbale e quindi sottostanti al circuito della memoria verbale. La sottrazione, la divisione e l'addizione con somma maggiore di 10 non sono normalmente acquisiti dal circuito di apprendimento verbale. Questi problemi richiedono la manipolazione semantica delle quantità numeriche (circuito semantico indiretto) e si fondano sulle strategie di conteggio. Dehaene suggerisce che i circuiti asemantici e semantici operino simultaneamente quando vengono risolti problemi aritmetici (Cohen

& Dehaene, 2000; Dehaene & Cohen, 1997). In base a questi assunti, deficit selettivi nelle quattro operazioni aritmetiche vengono spiegati nei termini di differenti tipi di processamento piuttosto che attraverso un danno selettivo delle rappresentazioni immagazzinate. La dissociazione tra le operazioni non è arbitraria ma riflette le strutture dei due principali circuiti cerebrali per il calcolo. Un danno al circuito asemantico diretto dovrebbe far emergere un disturbo selettivo nella moltiplicazione e nell'addizione. La sottrazione, la divisione e le addizioni complesse con la somma maggiore di 10 dovrebbero rimanere intatte. All'opposto, un danno al circuito semantico dovrebbe far emergere un disturbo selettivo nella sottrazione, nella divisione e nelle addizioni complesse ma manterrebbe inalterate le operazioni di moltiplicazione e di addizione. Il caso di HAR (McNeil & Warrington, 1994) esibisce un deficit selettivo dell'addizione e della moltiplicazione di numeri arabi scritti con preservata capacità di risoluzione delle sottrazioni. Infine, Campbell (1995) propone una spiegazione basata su un processo di interferenza delle attivazioni erranee all'interno della rete semantica. Indipendentemente dal formato dell'input, i nodi corrispondenti ai numeri del problema si attivano e tale attivazione si diffonde all'interno della rete. Se i livelli di attivazione raggiungono un certo livello soglia, il nodo corrispondente alla risposta corretta viene attivato e recuperato. Campbell (1994; Clark & Campbell, 1991) mostra due classici tipi di errori che confermano il modello: gli errori di ripetizione di uno dei due operatori e gli errori di intrusione degli operatori. La prima classe di errori si riferisce ai casi dove la risposta incorretta corrisponde a uno o entrambi degli operatori del problema (es.  $4 \times 8 = 4, 8$  o  $48$ ). Il secondo tipo di errore invece si riferisce ai casi dove solo uno dei due operatori si introduce nella risposta ( $4 \times 8 = 28$ ).

Confrontando i tre modelli proposti in questo capitolo, emerge chiaramente come il modello del *triple-code* riesca bene a spiegare tutti i dati e i comportamenti riportati nel capitolo I. Rispetto agli altri due modelli, l'unità di rappresentazione della grandezza in maniera analogica consente di integrare insieme il sistema verbale e il sistema visivo. Il punto chiave del modello di Dehaene (1992) è che l'accesso alla rappresentazione semantica avviene in modo automatico con qualsiasi tipo di codice, in qualsiasi tipo di compito. Infatti, due studi recenti hanno condotto degli studi su indigeni dell'Amazzonia brasiliana, focalizzandosi sulla relazione tra il processamento del linguaggio e quello numerico (Gordon, 2004; Pica, Lemer, Izard, & Dehaene, 2004), valutando le competenze aritmetiche in linguaggi con un vocabolario limitato per i numeri. La tribù dei Piraha hanno parole per i numeri 1 e 2 mentre la tribù dei Mundurucu hanno parole per i numeri fino al 5. Entrambe le ricerche dimostravano che gli indigeni non riuscivano a contare quantità in maniera esatta ma riuscivano ad eseguire conteggi approssimativi (Gordon, 2004; Pica et al., 2004). Tali risultati aggiungono ulteriori conferme all'idea di un doppio sistema di rappresentazione cognitiva dei numeri: da una parte un sistema esatto di processamento numerico dipendente dal linguaggio e

gestito dal codice verbale, essenziale per i calcoli aritmetici e il recupero dei fatti aritmetici; dall'altra un sistema approssimativo di processamento numerico indipendente dal linguaggio e gestito dal codice di grandezza analogico, essenziale per il confronto e la stima numerica. Il modello di Dehaene (1992, 1997) riesce a tenere in considerazione della capacità numeriche degli animali (Brannon, 2005), ipotizzando un sistema non verbale di processamento dei numeri. Il codice di grandezza analogica è indipendente dal linguaggio e consente di eseguire confronti di grandezza tra le quantità e stime approssimative della grandezza. Allo stesso modo questo sistema pre-verbale può spiegare le competenze numeriche dei bambini (Wynn, 1992), come ad esempio il fenomeno del *subitizing* (Dehaene, 1992). Tale fenomeno non può essere spiegato né dal *encoding-complex model* né dal *abstract code model*. Il primo (*encoding-complex model*) non riesce a spiegare il comportamento degli animali e dei bambini, se non ipotizzando una certa quantità di esperienza e una certa frequenza di esposizione a processare i numeri in un determinato formato. Il secondo (*abstract-code model*) descrive il comportamento negli adulti, non prendendo in considerazione alcun caso di sviluppo ontogenetico, sebbene potrebbe essere adeguato per spiegare la discalculia di sviluppo (Temple, 1989, 1991). Infine, il *triple-code model* tiene in considerazione due effetti ampiamente dimostrati nel processamento numerico degli adulti: *the distance effect* and *the size effect*. L'effetto distanza è un sistematico decadimento della performance di discriminazione della numerosità al diminuire della distanza numerica tra i numeri (Dehaene, et al., 1990; Moyer & Landauer, 1967). L'effetto grandezza indica invece che per uguali distanze numeriche la performance diminuisce con l'aumentare della grandezza dei numeri (Dehaene & Cohen, 1994; Mandler & Shebo, 1982). Tali effetti rimangono anche quando i numeri sono presentati in una notazione simbolica. Questi dati dimostrano l'idea di una linea come forma di rappresentazione analogica delle quantità numeriche in cui i numeri sono vicini l'uno all'altro. Tale prossimità faceva crescere la variabilità dei numeri più grandi, rendendoli difficili da discriminare. Inoltre, quando i numeri sono presentati in formato arabo o verbale, il cervello umano converte questi numeri internamente dal loro formato simbolico a una rappresentazione della quantità analogica. Questo accesso interno alla quantità sembra essere un passaggio obbligatorio nel processamento numerico dal momento che l'effetto distanza è presente anche quando i soggetti devono meramente dire se due cifre siano uguali o differenti (Dehaene & Akhavein, 1995) o negli esperimenti di *priming* in cui la mera presentazione di una cifra o di una quantità facilita il successivo processamento di un numero target numericamente vicino (Brysbaert, 1995; den Heyer & Briand, 1986; Koechlin, Naccache, Block, & Dehaene, 1999).

Per gli obiettivi della presente ricerca (Capitolo IV), Dehaene (1989; 1992, 1997; Dehaene & Cohen, 1991; Dehaene et al., 1990; Gallistel & Gelman, 1992; Restle, 1970) ipotizza nel suo

modello che il codice di grandezza analogico rappresenti i numeri lungo una linea numerica mentale, con un orientamento dei numeri da sinistra verso destra in accordo con la legge di Weber-Fechner come molti altri parametri fisici.



## **Bibliografia: Capitolo II**

Ashcraft, M.H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44: 75-106.

Ashcraft, M.H., & Battaglia, J. (1978). Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision process in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human, Learning, & Memory*, 4: 527-538.

Banks, W.P., Fujii, M., & Kayra-Stuart, F. (1976). Semantic congruity effects in comparative judgments of magnitudes of digits. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 2: 435-447.

Benson, D.F., & Denckla, M.B. (1969). Verbal paraphasia as a source of calculation disturbance. *Archives of Neurology*, 21: 96-102.

Besner, D., & Coltheart, M. (1979). Ideographic and alphabetic processing in skilled reading of English. *Neuropsychologia*, 17: 467-472.

Boller, F., & Grafman, J. (1983). Acalculia: Historical development and current significance. *Brain & Cognition*, 2: 205-233.

Brannon, E.M. (2005). What animals know about numbers. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp.85-108). New York: Psychology Press.

Brysbart, M. (1995). Arabic number reading: On the nature of the numerical scale and the origin of phonological recoding. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124: 434-452.

Burbaud, P., Camus, O., Guehl, D., Bioulac, B., Caille, J.M., & Allard, M. (1999). A functional magnetic resonance imaging study of mental subtraction in human subjects. *Neuroscience Letters*, 273: 195-199.

Campbell, J.I.D. (1992). In defense of the encoding-complex approach: Reply to McCloskey, Macaruso & Whetstone. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 539-556). Amsterdam: Elsevier Science.

Campbell, J.I.D. (1994). Architectures for numerical cognition. *Cognition*, 53: 1-44.

Campbell, J.I.D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1: 121-164.

Campbell, J.I.D. (1999). The surface form x problem size interaction in cognitive arithmetic: Evidence against an encoding locus. *Cognition*, 70: 25-33.

Campbell, J.I.D., & Clark, J.M. (1988). An encoding-complex view of cognitive number processing: Comment on McCloskey, Sokol, & Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology: General*, 117: 204-214.

Campbell, J.I.D., & Clark, J.M. (1992). Cognitive number processing: An encoding-complex perspective. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 457-491). Amsterdam: North Holland.

Campbell, J.I.D., & Fugelsang, J. (2001). Strategy choice for arithmetic verification: Effects of numerical surface form. *Cognition*, 80: B21-B30.

Campbell, J.I.D., Kanz, C.L., & Xue, Q. (1999). Number processing in Chinese-English bilinguals. *Mathematical Cognition*, 5: 1-39.

Campbell, J.I.D., & Oliphant, M. (1992). Representation and retrieval of arithmetic facts: A network-interference model and simulation. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp. 331-364). Amsterdam: Elsevier Science.

Campbell, J.I.D., Parker, H.R., & Doetzel, N.L. (2004). Interactive effects of numerical surface form and operand parity in cognitive arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 30: 51-64.

Campbell, J.I.D., & Xue, Q. (2001). Cognitive arithmetic across cultures. *Journal of Experimental Psychology: General*, 130: 299-315.

Caramazza, A., & Hillis, A.E. (1990). Levels of representation, co-ordinate frames, and unilateral neglect. *Cognitive Neuropsychology*, 7: 391-445.

Caramazza, A., & McCloskey, M. (1988). The case for single-patient studies. *Cognitive Neuropsychology*, 5: 517-528.

Cipolotti, L., Warrington, E.K., & Butterworth, B. (1995). Selective impairment in manipulating Arabic numerals. *Cortex*, 31: 73-86.

Clark, J.M., & Campbell, J.I.D. (1991). Integrated versus modular theories of number skills and acalculia. *Brain & Cognition*, 17: 204-239.

Cohen, L., & Dehaene, S. (1991). Neglect dyslexia for numbers? A case report. *Cognitive Neuropsychology*, 8: 39-58.

Cohen, L., & Dehaene, S. (2000). Calculating without reading: Unsuspected residual abilities in pure alexia. *Cognitive Neuropsychology*, 17: 563-583.

Cohen, L., Dehaene, S., & Verstichel, P. (1994). Number words and number nonwords: A case of deep dyslexia extending to Arabic numerals. *Brain*, 117: 267-279.

Colvin, M.K., Funnell, M.G., & Gazzaniga, M.S. (2005). Numerical processing in the two hemispheres: Studies of a split-brain patient. *Brain & Cognition*, 57: 43-52.

Dagenbach, D., & McCloskey, M. (1992). The organisation of arithmetic facts in memory: Evidence from a brain-damaged patient. *Brain & Cognition*, 20: 345-366.

- Dehaene, S. (1989). The psychophysics of numerical comparison: A re-examination of apparently incompatible data. *Perception & Psychophysics*, 45: 557-566.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44: 1-42.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, S., & Akhavein, R. (1995). Attention, automaticity and levels of representation in number processing. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 21: 314-326.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and numerical magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122: 371-396.
- Dehaene, S., & Changeux, J.P. (1993). Development of elementary numerical abilities: A neuronal model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 5: 390-407.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1994). Dissociable mechanisms of subitizing and counting: Neuropsychological evidence from simultanagnosic patients. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 20: 958-975.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1: 83-120.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33: 219-250.
- Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 16: 626-641.
- Dehaene, S., & Mehler, J. (1992). Cross-linguistic regularities in the frequency of number words. *Cognition*, 43: 1-29.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20: 487-506.
- Dehaene, S., Spelke, E., Stanescu, R., Pinel, P., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: Behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284: 970-974.
- Dehaene, S., Tzourio, N., Frak, V., Raynaud, L., Cohen, L., Mehler, J., & Mazoyer, B. (1996). Cerebral activations during number multiplication and comparison: A PET study. *Neuropsychologia*, 34: 1097-1106.
- Deloche, G., & Seron, X. (1982a). From one to 1: An analysis of a transcoding process by means of neuropsychological data. *Cognition*, 12: 119-149.

Deloche, G., & Seron, X. (1982b). From three to 3: A differential analysis of skills in transcoding quantities between patients with Broca's and Wernicke's aphasia. *Brain*, 105: 719-733.

Deloche, G., & Seron, X. (1984). Semantic errors reconsidered in the procedural light of stack concepts. *Brain & Language*, 21: 59-71.

Deloche, G., & Seron, X. (1987). Numerical transcoding: A general production model. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp. 137-170). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Deloche, G., & Willmes, K. (2000). Cognitive neuropsychological models of adult calculation and number processing: The role of the surface format of numbers. *European Child & Adolescent Psychiatry*, 9 (Suppl. 2): 27-40.

den Heyer, K., & Briand, K. (1986). Priming single digit numbers: Automatic spreading activation dissipates as a function of semantic distance. *American Journal of Psychology*, 99: 315-340.

Duncan, E.M., & McFarland, C.E. (1980). Isolating the effects of symbolic distance and semantic congruity in comparative judgments: an additive-factors analysis. *Memory & Cognition*, 8: 612-622.

Ferro, J.M., & Botelho, M.A.S. (1980). Alexia for arithmetical signs: A cause of disturbed calculation. *Cortex*, 16: 175-180.

Fuson, K.C. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction, and place value. *Cognition & Instruction*, 7: 343-403.

Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44: 43-74.

Gazzaniga, M.S., & Smylie, C.E. (1984). Dissociation of language and cognition: A psychological profile of two disconnected right hemispheres. *Brain*, 107: 145-153.

Gerstmann, J. (1940). Syndrome of finger agnosia, disorientation for right and left, agraphia and acalculia. *Archives of Neurology and Psychiatry*, 36: 1082-1088.

Gonzalez, E.G., & Kolars, P.A. (1982). Mental manipulation of arithmetic symbols. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 8: 308-319.

Gonzalez, E.G., & Kolars, P.A. (1987). Notational constraints on mental operations. In G. Deloche, & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp. 27-42). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Gordon, P. (2004). Numerical cognition without words: Evidence from Amazonia. *Science*, 306: 496-499.

Hayes, J.R. (1973). On the function of mental imagery in elementary mathematics. In W. G. Chase (Ed.), *Visual information processing* (pp. 177-213). New York: Academic Press.

Healy, A.F., & Nairne, J.S. (1985). Short-term memory processes in counting. *Cognitive Psychology*, 17: 417-444.

Hécaen, H., Angelergues, R., & Houillier, S. (1961). Les variétés cliniques des acalculies au cours des lésions retro-rolandiques: Approche statistique du problème. *Revue Neurologique*, 105: 85-103.

Henschen, S.E. (1919). Über Sprach- Musik- und Rechenmechanismen und ihre Lokalisationen im Grosshirn. *Zeitschrift für die gesamte Neurologie und Psychiatrie*, 52: 273-298.

Hinrichs, J.V., Yurko, D.S., & Hu, J.M. (1981). Two-digit number comparison: Use of place information. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 7:890-901.

Jamieson, D.G., & Petrusic, W.M. (1975). Relational judgments with remembered stimuli. *Perception & Psychophysics*, 18: 373-378.

Kashiwagi, A., Kashiwagi, T., & Hasegawa, T. (1987). Improvement of deficits in mnemonic rhyme for multiplication in Japanese aphasics. *Neuropsychologia*, 25: 443-447.

Koechlin, E., Naccache, L., Block, E., & Dehaene, S. (1999). Primed numbers: Exploring the modularity of numerical representations with masked and unmasked semantic priming. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 25: 1882-1905.

Kosslyn, S.M., Koenig, O., Barrett, A., Cave, C.B., Tang, J., & Gabrieli, J.D.E. (1989). Evidence for two types of spatial representations: Hemispheric specialisations for categorical and coordinate relations. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 15: 723-735.

LeFevre, J., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory & Cognition*, 16: 45-53.

LeFevre, J., Kulak, A.G., & Bisanz, J. (1991). Individual differences and developmental change in the associative relations among numbers. *Journal of Experimental Child Psychology*, 52: 256-274.

Levelt, W.J.M. (1989). *Speaking: From intention to articulation*. Cambridge, MA: MIT Press.

Logie, R.H., & Baddeley, A.D. (1987). Cognitive processes in counting. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 13: 310-326.

Macaruso, P., Harley, W., & McCloskey, M. (1992). Assessment of acquired dyscalculia. In D.I. Margolin (Ed.), *Cognitive neuropsychology in clinical practice* (pp. 404-434). Oxford: Oxford University Press.

- Mandler, G., & Shebo, B.J. (1982). Subitizing: An analysis of its component processes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 111: 1-22.
- Marsh, L.G., & Maki, R.H. (1976). Efficiency of arithmetic operations in bilinguals as a function of language. *Memory & Cognition*, 4: 459-464.
- McClain, L., & Shih Huang, J.Y. (1982). Speed of simple arithmetic in bilinguals. *Memory & Cognition*, 10: 591-596.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44: 107-157.
- McCloskey, M., & Aliminosa, D., & Sokol, S.M. (1991). Facts, rules, and procedures in normal calculation: Evidence from multiple single-patient studies of impaired arithmetic facts retrieval. *Brain & Cognition*, 17: 154-203.
- McCloskey, M., & Cramazza, A. (1987). Cognitive mechanisms in normal and impaired number processing. In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp 201-219). Hillsdale: Erlbaum.
- McCloskey, M., Caramazza A., & Basili, A. (1985). Cognitive mechanisms in number processing and calculation: Evidence from dyscalculia. *Brain & Cognition*, 4: 171-196.
- McCloskey, M., & Macaruso, P. (1994). Architecture of cognitive numerical processing mechanisms: Contrasting perspectives on theory development and evaluation. *Cahiers de Psychologie Cognitive / Current Psychology of Cognition*, 13: 275-295.
- McCloskey, M., & Macaruso, P. (1995). Representing and using numerical information. *American Psychologist*, 50: 351-363.
- McCloskey, M., Sokol, S.M., & Goodman, R.A. (1986). Cognitive processes in verbal-number production: Inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: General*, 115: 307-330.
- McNeil, J.E., & Warrington, E.K. (1994). A dissociation between addition and subtraction with written calculation. *Neuropsychologia*, 32: 717-728.
- Miller, K. (1992). What a number is: Mathematical foundations and developing number concepts. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origins of mathematical skills* (pp.3-38). Amsterdam: Elsevier.
- Miura, I.T., Kim, C.C., Chang, C., & Okamoto, Y. (1988). Effects of language characteristics on children's cognitive representation of number: Cross-national comparisons. *Child Development*, 59: 1445-14450.
- Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, 215: 1519-1520.

- Nickerson, R.S. (1988). Counting, computing, and the representation of numbers. *Human Factors*, 30: 181-199.
- Noël, M.-P., Fias, W., & Brysbaert, M. (1997). About the influence of the presentation format on arithmetic fact retrieval processes. *Cognition*, 63: 335-374.
- Noël, M.-P., & Seron, X. (1993). Arabic number reading deficit: A single case study. *Cognitive Neuropsychology*, 10: 317-339.
- Pesenti, M., Thioux, M., Seron, X., & De Volder, A. (2000). Neuroanatomical substrates of arabic number processing, numerical comparison, and simple addition: A PET study. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12: 461-479.
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science*, 306:499-503.
- Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, 83: 274-278.
- Roland, P.E., & Friberg, L. (1985). Localization of cortical areas activated by thinking. *Journal of Neuropsychologia*, 27: 607-617.
- Rosselli, M., & Ardila, A. (1989). Calculation deficits in patients with right and left hemisphere damage. *Neuropsychologia*, 27: 607-617.
- Rueckert, L., Lange, N., Partiot, A., Appollonio, I., Litvar, I., Le Bihan, D., & Grafman, J. (1996). Visualizing cortical activation during mental calculation with functional MRI. *NeuroImage*, 3: 97-103.
- Seymour, S.E., Reuter-Lorenz, P.A., & Gazzaniga, M.S. (1994). The disconnection syndrome: Basic findings reaffirmed. *Brain*, 117: 105-115.
- Seron, X., & Deloche, G. (1983). From four to 4: A supplement to "From three to 3". *Brain*, 106: 735-744.
- Seron, X., & Deloche, G. (1984). From two to 2: Analysis of a transcoding process by means of neuropsychological evidence. *Journal of Psycholinguistic Research*, 13: 215-236.
- Seron, X., & Deloche, G. (1987). The production of counting sequences by aphasics and children: A matter of lexical processing? In G. Deloche & X. Seron (Eds.), *Mathematical disabilities: A cognitive neuropsychological perspective* (pp. 171-200). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Seron, X., Pesenti, M., Noël, M.-P., Deloche, G., & Cornet, J.-A. (1992). Images of numbers, or "when 98 is upper left and 6 sky blue". *Cognition*, 44: 159-196.
- Shepard, R.N., Kilpatrick, D.W., & Cunningham, J.P. (1975). The internal representation of numbers. *Cognitive Psychology*, 7: 82-138.

- Singer, H.D., & Low, A.A. (1933). Acalculia (Henschen): A clinical study. *Archives of Neurology and Psychiatry*, 29: 476-498.
- Sokol, S.M., & McCloskey, M. (1988). Levels of representation in verbal number production. *Applied Psycholinguistics*, 9: 267-281.
- Sokol, S.M., & McCloskey, M. (1991). Cognitive mechanisms in calculation. In R. Sternberg & P.A. Frensch (Eds.), *Complex problem solving: Principles and mechanisms* (pp. 85-116). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sokol, S.M., McCloskey, M., & Cohen, N.J. (1989). Cognitive representations of arithmetic knowledge: Evidence from acquired dyscalculia. In A.F. Bennett & K.M. McConkie (Eds.), *Cognition in individual and social contexts* (pp. 577-591). Amsterdam: Elsevier.
- Sokol, S.M., McCloskey, M., Cohen, N.J., & Aliminosa, D. (1991). Cognitive representations and processes in arithmetic: Inferences from the performance of brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 17: 355-376.
- Takahashi, A., & Green, D. (1983). Numerical judgments with kanji and kana. *Neuropsychologia*, 21: 259-263.
- Temple, C.M. (1989). Digit dyslexia: A category-specific disorder in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, 6: 93-116.
- Temple, C.M. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, 8: 155-176.
- Thibodeau, M., LeFevre, J., & Bisanz, J. (1996). The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 50: 393-396.
- Tzeng, O.J.L., & Wang, W.S.-Y. (1983). The first two R's. *American Scientist*, 71: 238-243.
- Vaid, J. (1985). Numerical size comparisons in a phonologically transparent script. *Perception & Psychophysics*, 37: 592-595.
- Vaid, J., & Corina, D. (1989). Visual field asymmetries in numerical size comparisons of digit, words, and signs. *Brain & Language*, 36: 117-126.
- van Harskamp, N.J., & Cipolotti, L. (2001). Selective impairments for addition, subtraction and multiplication. Implications for the organisation of arithmetical facts. *Cortex*, 37: 363-388.
- Warrington, E.K. (1982). The fractionation of arithmetical skills: A case study. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 34: 35-51.
- Widaman, K.F., Geary, D.C., Cormier, P., & Little, T.D. (1989). A componential model for mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 15: 898-919.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, 358: 749-750



Zago, L., Pesenti, M., Mellet, E., Crivello, F., Mazoyer, B., & Tzourio-Mazoyer, N. (2001). Neural correlates of simple and complex mental calculation. *NeuroImage*, 13: 314-327.

Zorzi, M. (2004). Computational models of reading. In G. Houghton (Ed.), *Connectionist models in cognitive psychology* (pp. 403-444). London: Psychology Press.

## CAPITOLO III

### LINEA NUMERICA MENTALE

Nei capitoli precedenti si è posto l'accento sul fatto che la rappresentazione della grandezza si basi su una linea numerica mentale. Ne consegue che sia possibile ipotizzare una stretta relazione tra il processamento dello spazio e quello del numero. Nel passato è stata riportata una relazione tra le competenze matematiche e le abilità spaziali. Grandi matematici, tra i quali Einstein, hanno esplicitamente dichiarato il ruolo dell'immagine visuo-spaziale per lo sviluppo delle loro idee matematiche (Hadamard, 1996). Le persone normali dichiarano di possedere una personale rappresentazione visiva dei numeri: alcuni vedono in maniera automatica i numeri localizzati in modo preciso in uno spazio mentale strutturato, altri associano specifici colori con un dato numero (Seron et al., 1992). Questi dati indicano che l'integrazione delle rappresentazioni numeriche all'interno delle coordinate visuo-spaziali non è un fenomeno raro, ma all'opposto dimostrano che le caratteristiche spaziali delle rappresentazioni dei numeri sono presenti, stabili nel tempo e attivate automaticamente (Fias & Fischer, 2005; Seron, Pesenti, Noël, Deloche, & Cornet, 1992).

In campo clinico i disturbi di apprendimento sottolineano un'associazione simile tra i disturbi visuo-spaziali e quelli matematici (Rourke & Conway, 1997). Recentemente, studi di *neuro-imaging* mostrano l'esistenza del legame tra numeri e spazio. I compiti che richiedono il processamento dei numeri o le trasformazioni spaziali tendono ad attivare varie strutture all'interno dei lobi parietali (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen., 2003; Milner & Goodale, 1995). Questi studi suggeriscono che il processamento delle grandezze numeriche e il processamento delle informazioni visuo-spaziali siano funzionalmente connessi. Ulteriori evidenze derivano dalla sindrome di Gerstmann caratterizzata dalla presenza di una confusione per lo spazio sinistro-destro, agnosia delle dita e discalculia (Dehaene & Cohen, 1997). Il neurologo Gerstmann (1930) definiva come sindrome una concomitanza di sintomi consistenti nell'agnosia delle dita, confusione nel riconoscere sinistra-destra, agrafia e acalculia. Lo studioso (1957) aveva osservato pazienti con lesioni focali del giro angolare sinistro, suggerendo che la sindrome avesse una regione altamente localizzabile e specifica. Inoltre, Gerstmann suggeriva che i quattro sintomi risultassero da un disturbo selettivo dell'area della mano nella rappresentazione dello schema corporeo. L'errata rappresentazione delle dita aveva effetti diretti sull'agnosia delle dita, ma anche effetti sulle difficoltà di indicare lo spazio destro-sinistro e di calcolo.

La linea numerica mentale (LNM; Moyer & Landauer, 1967; Restle, 1970) aiuta a spiegare varie performance nella cognizione numerica. Recentemente, è stata avanzata l'idea che la LNM possa avere un orientamento spaziale. Nel presente capitolo verranno presi in considerazione i più importanti studi che dimostrano l'esistenza della LNM. Successivamente saranno considerati i lavori che descrivono le caratteristiche spaziali della LNM e le caratteristiche del numero spaziale codificato le quali sono determinate largamente dai parametri numerici e spaziali specifici al compito usato.

### ***3.1. Il Contributo di Galton***

Nel 1880 Galton ha pubblicato due articoli (Galton, 1880a, 1880b) che descrivevano rappresentazioni visuo-spaziali del numero riportando le interviste di 80 soggetti. Galton distingueva queste rappresentazioni per la capacità a visualizzare mentalmente il numero od ad eseguire un'operazione aritmetica in un modo utile. Il tipo di rappresentazione numerica riferita dai soggetti era complessa e attivata automaticamente quando i partecipanti vedevano, sentivano o pensavano ai numeri. Per esempio, alcuni soggetti riportavano di vedere i numeri come tasselli del domino o come comparivano nelle carte; altri dichiaravano di vedere i numeri in un colore specifico. Altri ancora riportavano di vedere ciascun numero posizionato in un dato posto in una struttura stabile mentale spaziale. Quando questi soggetti pensavano a una serie di numeri, dichiaravano che i numeri occupavano una posizione nello spazio rispettando la direzione dello sguardo (Galton, 1883). Galton chiamava questi pattern visivi, la "forma del numero" (Figura 3.1).

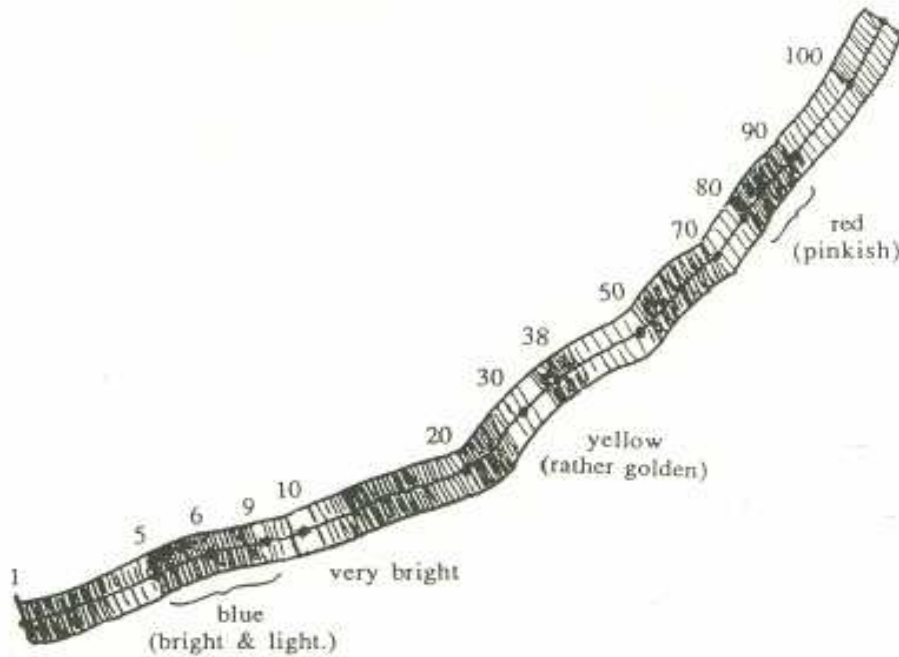


Figura 3.1. La linea numerica mentale (Fonte: Galton, 1880a).

Bertillon (1880, 1881) riportava dati simili e aggiungeva che alcuni soggetti avevano anche rappresentazioni visuo-spaziali per i mesi dell'anno o per i giorni della settimana. Queste forme del numero variavano rispetto alla loro struttura (es. linee, griglie, righe, cambi nell'orientamento e nel colore, posizione del primo numero, ecc.; Seron et al., 1992), ma avevano alcune caratteristiche comuni. La prima caratteristica era una chiara consistenza intra-soggetti: per il soggetto l'intera forma del numero aveva sempre la stessa struttura identica, ciascun numero occupava sempre la stessa posizione e le grandezze numeriche avevano sempre le stesse caratteristiche di forma. Una seconda caratteristica comune era l'insorgenza della forma numerica durante l'infanzia, senza alcuna relazione ai metodi di calcolo insegnati a scuola. La terza caratteristica di queste forme del numero era l'aspetto automatico della loro attivazione. I soggetti indicavano che le forme del numero erano attivate automaticamente da ciascun numero sia che fosse udito oppure visto sia che venisse in mente.

Seron e colleghi (1992) hanno confermato i risultati di Galton (1880a, 1880b) e quelli di Bertillon (1880, 1881). In un campione numeroso gli autori riportavano la presenza di diverse forme del numero. Inoltre i partecipanti avevano diverse forme per le caratteristiche strutturali (es. salienza dei confini delle decine, sottoparti, localizzazione alta-destra per i numeri positivi e bassa-sinistra per i numeri negativi, organizzazione simile all'orologio, ecc.) per i numeri, i giorni della

settimana, i mesi dell'anno, le ore e le lettere dell'alfabeto. Tali dati dimostrano congiuntamente la normale e quotidiana esperienza degli uomini a visualizzare mentalmente i numeri in diverse forme. Gli aspetti spaziali di queste visualizzazioni mentali hanno un ruolo importante per confrontare i numeri tra loro e per eseguire calcoli matematici.

Osservando la Figura 3.1 (Galton, 1880a), si può notare che i numeri dal 5 al 9, per esempio erano stati associati al colore blu, e che i numeri dal 80 al 90 erano associati al rosso. Questo tipo di associazione non è inadeguata, se pensiamo che la gamma dei colori visibili all'occhio umano è racchiusa in uno spettro cromatico, che può più semplicemente essere rappresentato come un continuum, allo stesso modo della linea numerica mentale. È stato recentemente osservato che un elemento concorrente (es. colore) può attivare un inducente (es. numero) (Cohen Kadosh & Henik, 2006a; Cohen Kadosh, Sagiv, Linden, Robertson, Elinger, & Henik, 2005b; Knoch, Gianotti, Mohr, & Brugger, 2005). Questa relazione tra colore e numero porta al fenomeno della sinestesia. La sinestesia in questo caso è la tendenza per i numeri di determinare percezioni spontanee dei colori con la tendenza a visualizzare i numeri (Cytowic, 2002; Sagiv, Simner, Collins, Butterworth, & Ward, 2006). Gli studi di Cohen Kadosh e Henik (2006a) consentono di definire l'associazione numero-colore come bi-direzionale: dal numero al colore e viceversa. L'accesso ai colori dai numeri è comunque molto più saliente rispetto al percorso opposto (Cohen Kadosh et al., 2005b). La sinestesia numero-colore ha recentemente dimostrato l'esistenza di una linea numerica mentale con una rappresentazione numerica sempre più imprecisa all'aumentare della dimensione del numero (Cohen Kadosh, Tzelgov, & Henik, 2008). L'aspetto interessante è che i colori possono evocare la rappresentazione numerica in modo automatico (Cohen Kadosh et al., 2008). Contemporaneamente Verguts e Van Opstal (2008) hanno messo a punto un modello, concludendo che la sinestesia è più forte per i numeri grandi rispetto ai numeri piccoli. Tutte queste evidenze insieme consentono di concludere che la presenza delle sensazioni sinestetiche del colore aumentano la tendenza a rappresentare in modo esplicito i numeri in un formato visuo-spaziale. L'aspetto rilevante è che sia esperienza comune quella di visualizzare una linea mentale di numeri a cui vengono associati i colori (Cytowic, 2002).

### ***3.2. L'interazione tra Numero e Spazio***

La rappresentazione del numero come una linea numerica orientata da sinistra verso destra (Dehaene, 1992; Dehaene & Cohen, 1995) è sottolineata da tre tipi di evidenze: 1) i tempi di risposta nei classici effetti numerici; 2) gli effetti di compatibilità tra il processamento del numero e

dello spazio; 3) la performance numerica dei pazienti con neglect. Ciascun aspetto verrà preso in considerazione separatamente.

### 3.2.1. *Gli Effetti Numerici*

Nei compiti di confronto numerico due classici effetti riflettono le metriche spaziali delle rappresentazioni numeriche: l'effetto distanza e l'effetto grandezza. L'effetto distanza o *distance effect* fa riferimento ad una diminuzione del tempo di reazione per discriminare quale numero tra due sia il maggiore (o il minore) all'aumentare della distanza numerica tra i due numeri. L'effetto grandezza o *size effect* fa riferimento ad un aumento del tempo di reazione per discriminare quale numero sia il maggiore (o il minore) all'aumentare della grandezza numerica dei numeri a parità di distanza numerica (Moyer & Landauer, 1967). Nel primo effetto per esempio è più facile e veloce indicare quale sia il numero più grande tra la coppia 1 e 4 (distanza 3) rispetto alla coppia 1 e 2 (distanza 1). Nel secondo caso è più facile e veloce per esempio indicare quale sia il numero più grande tra i numeri 2 e 4 (distanza 2) rispetto alla coppia 7 e 9 (distanza 2). Entrambi gli effetti sono stati replicati con diversi tipi di materiale: cifre arabe (Banks, Fujii, & Kayra-Stuart, 1976; Buckley & Gilman, 1974; Crossman, 1955; Parkman, 1971; Pinel, Piazza, Le Bihan, & Dehaene, 2004; Restle, 1970; Sekuler & Mierkiewicz, 1977), configurazioni di palline (Buckley & Gilman, 1974), oggetti comparati per grandezza (Cohen Kadosh & Henik, 2006b; Cohen Kadosh, Henik, Rubinsten, Mohr, Dori, Van de Ven, et al., 2005a; Fulbright, Manson, Skudlarski, Lacadie, & Gore, 2003; Holyoak, 1977; Kaufmann, Koppelstaetter, Delazer, Siedentopf, Rhomberg, Golaszewski, et al., 2005; Kosslyn, Murphy, Bemesderfer, & Feinstein, 1977; Moyer, 1973; Tang, Critchley, Glaser, Dolan, & Butterworth, 2006), e configurazioni astratte (Chiao, Bordeaux, & Ambady, 2004; Dormal, Seron, & Pesenti, 2006; Woocher, Glass, & Holyoak, 1978).

Nel confrontare coppie di numeri a doppia cifra (es. 32 e 39), il *distance effect* and *size effect* si combinano rispettando la legge di Weber-Fechner: il tempo di risposta e la frequenza dell'errore aumentano in funzione del rapporto tra i due numeri (Fias, Lammertyn, Reynvoet, Dupont, & Orban, 2003; Hinrichs, Yurko, & Hu, 1981; Lavidor, Brinksman, & Göbel, 2004; Moyer & Landauer, 1967; Pinel et al., 2004; van Oeffelen & Vos, 1982). Gli effetti classici rimangono anche quando viene chiesto di confrontare una serie di numeri (es. 11-99) con un numero standard fisso (es. 55) (Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990). L'interpretazione del pattern dei tempi di reazione è stata basata sul rapporto delle distanze numeriche tra il numero target e gli estremi dell'intervallo numerico selezionato. L'effetto distanza e quello di grandezza determinano una asimmetria dei tempi di risposta tra i numeri maggiori e minori vicino al numero standard. La classificazione dei

numeri lungo un continuum è spostata verso i numeri più grandi perché questi sembrano soggettivamente più vicini all'estremità maggiore rispetto a quella minore (Dehaene, 1989).

L'effetto distanza e l'effetto grandezza dimostrano la presenza di una linea numerica mentale, compressa all'aumentare della grandezza dei numeri. Tale compressione determina l'attivazione delle grandezze vicine a una grandezza attivata (Dehaene & Changeux, 1993). È stata quindi proposta una rete neurale per il riconoscimento della numerosità che assume una codifica logaritmica dei numeri (Dehaene, 2001, 2003). Nieder e Miller (2003) hanno analizzato le curve di risposta comportamentale e neurale di due scimmie che eseguivano un compito di discriminazione della numerosità di due insiemi di oggetti. I risultati confermavano la legge di Weber-Fechner: entrambi gli animali infatti mostravano un aumento lineare nelle loro soglie di discriminazione, all'aumentare della numerosità degli insiemi di oggetti. Entrambe le curve di risposta mostravano un andamento logaritmico (Nieder & Miller, 2003).

Sono stati proposti comunque altri modelli per spiegare il *distance effect* and il *size effect* nei compiti di confronto numerico. Questi modelli differiscono dalla visione di una linea numerica compressa, sostenendo piuttosto l'idea di una codifica lineare della grandezza (Gallistel & Gelman, 1992, 2000), di una rappresentazione discreta dei valori cardinali (Zorzi, Stoianov, & Umiltà, 2005) oppure di un mappaggio differente tra numerosità e codici di risposta in base al tipo di compito (Verguts & Fias, 2004; Verguts, Fias, & Stevens, 2005). L'ipotesi di una codifica lineare della grandezza è quella che maggiormente si contrappone all'ipotesi di una compressione logaritmica della linea numerica mentale. Gallistel e Gelman (1992, 2000) hanno sostenuto che le rappresentazioni non verbali dei numeri fossero grandezze mentali (numeri reali) con una variabilità scalare. La variabilità scalare significava che i segnali che codificano queste grandezze fossero "rumore". I segnali variavano da prova a prova all'aumentare della distribuzione del segnale in proporzione alla sua media. In breve più grande era la grandezza, più la sua rappresentazione era rumorosa (Gallistel & Gelman, 1992, 2000). Quindi l'effetto distanza e l'effetto grandezza venivano spiegati in base al rumore presente nella rappresentazione mentale in base sia in funzione della distanza tra i numeri (più sono vicini, più rumore c'è), sia in funzione della grandezza dei numeri (più sono grandi, più rumore c'è). La proprietà della variabilità scalare della rappresentazione dei numeri è stata principalmente messa in luce dagli studi condotti sulle abilità numeriche degli animali, che dimostrano di possedere una capacità non verbale a contare e a rappresentare i numeri simile a quella umana (Brannon & Terrace, 1998; Emmerton, Lohmann, & Niemann, 1997; Gibbon, 1977; Mechner, 1958; Platt & Johnson, 1971).

### 3.2.2. Gli Effetti di Compatibilità tra Processamento Numero-Spazio

Una delle prove più usate per dimostrare l'esistenza di una linea numerica mentale spazialmente organizzata da sinistra verso destra è data dall'effetto SNARC (*Spatial-Numerical Association of Response Codes*). Dehaene, Bossini e Giraux (1993) chiedevano ai loro soggetti di decidere se un singolo numero fosse pari o dispari. In questo compito di giudizio della parità numerica, i partecipanti avevano due tasti di risposta da premere con la mano destra e sinistra. I numeri da 0 a 9 comparivano centralmente in ordine random. Differenti istruzioni erano testate in modo bilanciato: numero dispari-tasto sinistro, numero pari-tasto destro; numero dispari-tasto destro, numero-pari-tasto sinistro. In questo modo la velocità di risposta soggettiva poteva essere valutata in funzione della grandezza numerica (Figura 3.2).

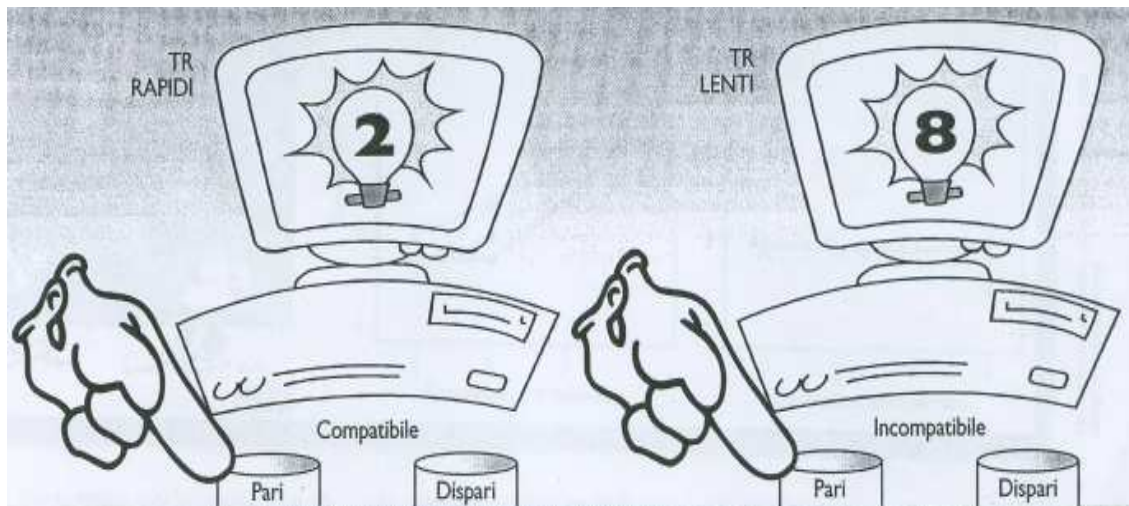


Figure 3.2. Visualizzazione dell'effetto SNARC in un compito di parità: nell'esempio il tasto sinistro deve essere premuto quando un numero è pari. Il numero 2 associato in modo congruente con lo spazio sinistro viene giudicato più velocemente rispetto al numero 8 associato con lo spazio destro (Fonte: Umiltà & Zorzi, 2003).

Le analisi statistiche dei tempi di risposta rivelavano che i numeri piccoli (es. 1, 2, 3) erano associati più velocemente con la mano sinistra, mentre i numeri più grandi (es. 7, 8, 9) erano associati più velocemente con la mano destra. Dehaene e colleghi (1993) hanno definito effetto SNARC, tale associazione dei numeri con le coordinate spaziali di risposta. L'effetto SNARC in altri termini riassume un vantaggio dei tempi di risposta dei numeri piccoli con la mano sinistra e dei numeri grandi con la mano destra. Inoltre lo *SNARC effect* dimostra che l'informazione della



grandezza numerica è codificata in modo spaziale. In una visione più ampia questo significa che la linea numerica mentale ha determinate proprietà spaziali.

Alcuni studi hanno dimostrato che la codifica spaziale dei numeri dipende dal compito. Infatti, manipolando l'intervallo delle cifre numeriche, cambia l'associazione tra grandezza numerica e mano di risposta. Se venivano presentati i numeri da 0 a 5, i numeri 4 e 5 erano associati con lo spazio destro, essendo all'interno dell'intervallo i numeri più grandi. Tuttavia, in un'altra condizione, se venivano presentati i numeri da 4 a 9, i numeri 4 e 5 erano associati con lo spazio sinistro, essendo all'interno dell'intervallo i numeri più piccoli (Dehaene et al., 1993, Esperimento 3; Fias, Brysbaert, Geypens, & d'Ydewalle, 1996). Questo mostra che l'associazione spaziale per un numero determinato è tra la sua grandezza relativa e lo spazio. In altre parole sembra che il soggetto per eseguire il compito attivi una porzione ristretta della linea numerica mentale, ovvero quella corrispondente ai numeri presenti in un dato intervallo. Tale porzione successivamente determina le codifiche spaziali delle grandezze numeriche (Fias & Fischer, 2005).

Una domanda ovvia è se le associazioni spaziali siano presenti anche per i numeri a doppia cifra. Dehaene e colleghi (1993) usavano i numeri da 0 a 19 e trovavano che l'effetto SNARC non si estendeva chiaramente verso i numeri a doppia cifra. Nonostante ciò, i dati dimostravano che in un compito di confronto di grandezze, un numero inferiore a un determinato numero target determinava un vantaggio nella risposta con la mano sinistra, mentre un numero maggiore al numero target determinava un vantaggio nella risposta con la mano destra (Dehaene et al., 1990). In un compito di decisione di quale numero fosse il più piccolo (o il più grande) tra due numeri presentati simultaneamente, Brysbaert (1995) trovava un effetto SNARC per numeri a doppia cifra quando il numero più piccolo si trovava a sinistra del numero più grande rispetto alla situazione opposta.

Rimane ancora irrisolto se la linea numerica mentale sia un continuum singolo e analogico sul quale possono essere proiettati vari intervalli numerici o se invece ci siano separate rappresentazioni mentali per i numeri a cifra singola o multipla. Ci sono anche dati contrastanti sul fatto che i numeri a doppia cifra sia processati in modo olistico o componenziale. Dal punto di vista olistico i numeri a doppia cifra vengono processati come i numeri a singola cifra, ovvero come un unico numero sottolineando come decine ed unità sottendano la medesima linea numerica (Brysbaert, 1995; Dehaene et al., 1990; Hinrichs et al., 1981; Reynvoet & Brysbaert, 1999). Dal punto di vista compositivo le grandezze delle decine e delle unità vengono rappresentate separatamente durante il processamento dei numeri a doppia cifra (Fias et al., 2003; Korvorst & Damian, 2007; Nuerk, Weger, & Willmes, 2001, 2002, 2004; Nuerk & Willmes, 2005). Questo implica che i numeri a doppia cifra siano mappati su linee numeriche mentali multiple ciascuna per

ciascun numero (Nuerk, Kaufmann, Zoppoth, & Willmes, 2004). Per esempio, confrontare 42 e 57 è un compito veloce poiché c'è compatibilità unità-decina, ovvero  $2 < 7$  come  $4 < 5$  (Nuerk et al., 2001, 2002, 2004). Dall'altra parte, confrontare 47 e 62 è compito lento poiché c'è incompatibilità unità-decina, ovvero  $4 < 6$  ma  $7 > 2$  (Nuerk et al., 2001, 2002, 2004). Recentemente è emerso un modello ibrido, in cui i numeri a doppia cifra sono rappresentati in modo olistico e compositivo. A fianco delle rappresentazioni delle grandezze (unità e decine) coinvolte nel numero a doppia cifra è anche attivata la grandezza approssimativa del numero nella sua interezza. Infatti è stato trovato che in un compito di *matching* numerico quando due numeri a doppia cifra erano presentati serialmente era favorito il punto di vista olistico; quando invece due numeri a doppia cifra erano presentati simultaneamente il confronto tra le unità e le decine favoriva il punto di vista compositivo (Zhou, Chen, Chen, & Dong, 2007).

In associazione al tema del processamento della doppia cifra è interessante interrogarsi su una possibile estensione della linea numerica mentale verso i numeri negativi. Nelle culture occidentali i numeri negativi sono frequentemente posizionati a sinistra dei numeri positivi sull'asse delle ascisse dei piani cartesiani. Ne consegue che ci potrebbe essere un'associazione dei numeri negativi con lo spazio sinistro (ipotesi ontogenetica). Dall'altra parte, si potrebbe pensare che i numeri negativi siano rappresentati in modo più economico sulla base dell'entità positive (ipotesi filogenetica), proprio perché non è possibile avere esperienza delle numerosità negative. Fischer (2003a) chiedeva ai partecipanti di scegliere il numero più grande di una coppia di numeri da -9 a 9. I numeri negativi erano associati con lo spazio sinistro, mentre i numeri positivi con lo spazio destro, supportando l'ipotesi ontogenetica. Le coppie di numeri negativi comunque incappavano in costi di processamento additivo quando erano confrontati con coppie miste (un numero positivo e uno negativo) o coppie di numeri positivi, suggerendo un'azione aggiuntiva per processare la polarità del numero. Al tempo stesso una serie di esperimenti dimostrava una mancanza dell'effetto SNARC per i numeri negativi. In un compito di parità non era trovata alcuna associazione significativa dei numeri negativi con lo spazio sinistro (Nuerk, Iversen, & Willmes, 2004). Fischer e Rottmann (2005) trovarono che i numeri negativi avevano la stessa rappresentazione spaziale dei numeri positivi in un compito di parità. In un compito di comparazione della grandezza numerica rispetto al numero zero, i numeri negativi erano associati allo spazio sinistro. Gli autori suggerivano che il processamento dei numeri negativi fosse meno automatico rispetto ai numeri positivi (Fischer & Rottmann, 2005). Inoltre Shaki e Petrusic (2005) individuavano un'estensione della linea numerica verso sinistra per i numeri negativi solo quando ai partecipanti era richiesto un confronto numerico in una condizione mista, ovvero comparare contemporaneamente un numero negativo e uno positivo. All'opposto quando veniva chiesto ai soggetti di confrontare due numeri negativi, i dati

avevano lo stesso andamento dei numeri positivi sottolineando che l'informazione della grandezza numerica fosse processata primariamente mentre l'informazione della polarità numerica fosse processata secondariamente (Shaki & Petrusic, 2005).

Tutti gli esperimenti sopra riportati usano i numeri arabi come stimoli. È lecito chiedersi il ruolo del formato per l'associazione spaziale dei numeri. L'informazione numerica può essere convogliata in molti modi, come per esempio simboli arabi, romani, puntini del domino (dot), numeri verbali oppure addirittura come postura delle dita mentre contiamo le quantità di un insieme di oggetti. Inoltre l'informazione numerica può essere in modalità visiva, uditiva o tattile. Se l'effetto SNARC indica l'accesso a una rappresentazione astratta della grandezza del numero allora dovrebbe essere insensibile alle variazioni del formato (Fias & Fischer, 2005). Alcuni studi hanno ottenuto un effetto SNARC quando i numeri erano presentati o come cifre arabe o come parole numeriche (Dehaene et al., 1993; Fias, 2001, Nuerk et al., 2004; Nuerk, Wood, & Willmes, 2005). Tali prove sono in accordo con l'idea che l'associazione spaziale rifletta l'accesso a una rappresentazione astratta della grandezza del numero. L'effetto SNARC sembra dunque essere un indice generale di una rappresentazione della grandezza del numero centrale, semantica e amodale (Nuerk et al., 2005). Dagli studi di *priming* derivano inoltre evidenze ulteriori per una rappresentazione del numero sopramodale. Il tipico risultato è che la velocità della decisione sia più veloce quando il *prime* e il *target* sono identici e il tempo di reazione gradualmente aumenta con l'aumentare della distanza numerica tra il *prime* e il *target*. Infine questo effetto distanza non è influenzato dal fatto che i numeri *prime* e *target* siano presentati nello stesso formato o in uno differente (Reynvoet, Brysbaert, & Fias, 2002).

Un altro aspetto è capire se le associazioni spaziali siano una caratteristica esclusiva dei numeri oppure se tali associazioni possano accadere con stimoli non numerici ordinati in maniera sequenziale (es. lettere dell'alfabeto, giorni della settimana, mesi dell'anno, le note musicali). In uno studio iniziale Dehaene et al. (1993, Esperimento 4) non trovavano un'associazione affidabile tra lettere e spazio quando i partecipanti dovevano classificare le lettere dell'alfabeto come le vocali o le consonanti in modo crescente o decrescente (vedere anche Fischer, 2003b). In modo contrario è stato mostrato che anche le lettere dell'alfabeto e i mesi dell'anno possono esibire un classico SNARC *effect* (Gevers, Reynvoet, & Fias, 2003, 2004), mentre le note musicali possono esibire l'effetto SMARC (*Spatial-Musical Association of Response Codes*, Rusconi, Kwan, Giordano, Umiltà, & Butterworth, 2006). A questo punto emerge quindi una domanda, ovvero quale aspetto dell'informazione numerica sia codificata spazialmente. I numeri infatti non portano soltanto una informazione sulla quantità (es. tre autobus), ma anche un'informazione ordinale (es. il terzo autobus) e perfino una informazione nominativa (es. l'autobus n°3). È possibile che queste

differenti significati siano convogliati da differenti sistemi di rappresentazione. I risultati di Gevers e colleghi (2003) potrebbero consentire di ipotizzare che sia la proprietà ordinale ad essere codificata in modo spaziale e quindi non la proprietà quantitativa. In modo alternativo le informazioni ordinali e quantitative potrebbero essere rappresentate separatamente ma caratterizzate da proprietà interne simili. Un'ulteriore possibilità è che una rappresentazione condivisa possa processare l'informazione numerica od ordinale in base al contesto del compito visto che l'informazione di quantità implica in modo gerarchico l'informazione ordinale. A sostegno di questa ultima possibilità, le aree cerebrali per gli attributi ordinali di stimoli non numerici sono anche coinvolte durante i compiti di processamento del numero (Marshuetz, Smith, Jonides, DeGutis, & Chenevert, 2000).

In generale l'effetto SNARC è il risultato dell'attivazione del legame delle componenti spaziali delle rappresentazioni cognitive del significato (grandezza) del numero e delle istruzioni spaziali del compito. Nello specifico, la linea numerica mentale e le istruzioni delle risposte di certi compiti numerici condividono un codice sinistro-destro. L'attivazione congruente dei codici spaziali sembra causare l'effetto. L'effetto SNARC è un caso speciale d'effetto di compatibilità spaziale. La compatibilità spaziale significa che le risposte lateralizzate possono essere date più velocemente e con una maggiore accuratezza quando lo stimolo attivante è posizionato nello stesso lato della risposta (Fitts & Seeger, 1953). I vari tipi di compatibilità spaziale possono essere distinti in funzione del coinvolgimento di aspetti spaziali negli attributi degli stimoli rilevanti ed irrilevanti e nelle componenti di risposta del compito (Kornblum, Hasbroucq, & Osman, 1990). L'effetto SNARC sembra dunque simile strutturalmente all'effetto Simon (Simon, 1969). Per ottenere l'effetto Simon, ai partecipanti è chiesto di rispondere ad attributi non spaziali (es. colore) rilevanti per il compito di uno stimolo (es. cerchio), il quale è presentato a random o a sinistra o a destra del punto di fissazione, premendo un tasto o a sinistra o a destra dello spazio. Questa informazione spaziale irrilevante per il compito contiene nella posizione dello stimolo gli aspetti influenti della risposta: il tasto di destra viene premuto più lentamente quando gli stimoli appaiono a sinistra rispetto al lato destro, e viceversa per il tasto di sinistra. Per ottenere l'effetto SNARC gli stimoli sono presentati al centro e l'informazione rilevante per il compito (parità o grandezza) è anche non spaziale in natura. Nonostante ciò, un attributo spaziale irrilevante per il compito sembra essere attivato dalla rappresentazione numerica interna che poi o facilita o interferisce con il processamento spaziale richiesto per rispondere (Fias & Fischer, 2005). Gli effetti di compatibilità tra le dimensioni spaziali rappresentate internamente e gli attributi spaziali dello stimolo presentato esternamente sembra avere un'origine simile. Per esempio, Masaki, Takasawa e Yamazaki (2000) mostravano che l'effetto della compatibilità con frecce presentate al centro evocavano un pattern di

potenziali cerebrali elettrofisiologici che era simile a quello ottenuto con il paradigma Simon (De Jong, Liang, Lauber, 1994). Mapelli e colleghi (2003) comunque presentavano i numeri a sinistra o a destra del punto di fissazione per un compito di giudizio di parità per studiare l'interazione tra l'effetto SNARC e quello Simon (Mapelli, Rusconi, & Umiltà, 2003). Nello studio, quindi, era introdotta una versione numerica del compito Simon, nel quale la posizione spaziale dello stimolo numerico era irrilevante per il compito. Se l'effetto SNARC, come l'effetto Simon, era originato da una fase di processamento comune, allora ci si poteva attendere una interazione significativa tra la grandezza e la posizione dei numeri. I risultati non confermavano questa previsione, suggerendo che l'effetto SNARC non era una variante dell'effetto Simon (Mapelli et al., 2003). All'opposto, alcuni studi hanno trovato una interazione significativa tra gli effetti in paradigmi sperimentali simili a quello di Mapelli e colleghi (2003), suggerendo che l'effetto SNARC, come l'effetto Simon, si verificavano quando la selezione di una risposta spaziale sulla base di informazioni rilevanti per il compito induceva in modo automatico a bias spaziali (Caessens, Notebaert, Burlè, & Soetens, 2005; Gevers, Caessens, & Fias, 2005; Gevers, Ratinckx, De Baene, & Fias, 2006; Keus & Schwarz, 2005; Notebaert, Gevers, Verguts, & Fias, 2006). Queste ricerche nel loro insieme sembrano portare alla conclusione che entrambi gli effetti condividano una rappresentazione spaziale per un'informazione spaziale esplicita (posizione a sinistra o a destra) e per un'informazione spaziale implicita (grandezza del numero).

Come illustrato precedentemente, l'effetto SNARC sottolinea un'associazione tra i numeri piccoli e la mano sinistra, e tra i numeri grandi e la mano destra. L'informazione spaziale però può essere codificata rispetto a una varietà di strutture di riferimento: centrate su una parte del corpo dell'osservatore (codifica egocentrica) oppure su una parte dell'oggetto esterno (codifica allocentrica). Per esaminare la struttura di riferimento coinvolta nell'effetto SNARC, Dehaene e colleghi (1993, Esperimento 6) chiedevano ai partecipanti di rispondere con le mani incrociate in un compito di parità. In altre parole, i soggetti premevano con la mano sinistra il tasto di destra mentre con la mano destra il tasto di sinistra. I risultati mostravano che i numeri più grandi erano giudicati più velocemente con il tasto di destra (premutato con la mano sinistra) mentre i numeri più piccoli erano giudicati più velocemente con il tasto di sinistra (premutato con la mano destra) (Dehaene et al., 1993). Questa scoperta dimostrava che la posizione relativa della risposta, e non la mano della risposta, determinava l'effetto SNARC. Kim e Zaidel (2003) ottenevano un effetto SNARC quando i partecipanti rispondevano con due dita della stessa mano, suggerendo che l'effetto SNARC rimane anche con una modalità di risposta unimanuale. Allo stesso modo Fischer (2003b) otteneva un effetto SNARC quando i partecipanti classificavano i numeri come pari o dispari, indicando con una mano un tasto a sinistra o un tasto a destra su uno schermo. Nonostante questo gruppo di

evidenze, Wood e colleghi (2006) non hanno replicato l'esperimento 6 di Dehaene e colleghi (1993). Utilizzando la stessa procedura sperimentale in un grande campione, Wood e co-autori non trovavano una significativa interazione tra mano di risposta e grandezza numerica. Gli autori suggerivano che il contesto spaziale avesse un'influenza sull'effetto SNARC e che le associazioni relative alla mano di risposta, e non solamente associazioni di rappresentazione mentale fossero rilevanti per l'effetto SNARC (Wood et al., 2006).

Alcune osservazioni suggeriscono una stretta relazione tra il processamento dei numeri e i movimenti delle dita. Questa interazione è evidente nelle strategie di conteggio con le dita attraverso il movimento delle dita per contare un insieme di oggetti (Butterworth, 1999). Dal momento che il movimento necessario ad afferrare un oggetto (*grasping*) richiede di stimare la dimensione dell'oggetto per determinare l'appropriata forma della mano, la grandezza del numero da codificare e il *grasping* potrebbero condividere un processo comune. Le registrazioni elettromiografiche rivelavano che la presa di chiusura era iniziata più velocemente in risposta alla presentazione dei numeri piccoli. Al contrario, la presa di apertura era iniziata più velocemente in risposta ai numeri grandi (Andres, Davare, Pesenti, Olivier, & Seron, 2004). Allo stesso modo, Di Luca e colleghi (2006) dimostrarono che quando tutte dieci le dita erano usate per rispondere ai numeri da 1 a 10, un congruente mappaggio con la strategia di conteggio con le dita determinava le performance migliori rispetto a un congruente mappaggio con la linea numerica mentale (Di Luca, Granà, Semenza, Seron, & Pesenti, 2006). Queste due ricerche dimostrano che le strategie di conteggio con le dita influenzano il modo in cui l'informazione numerica è rappresentata e processata mentalmente (Andres et al., 2004; Di Luca et al., 2006).

L'aspetto rilevante è che l'effetto SNARC può essere ottenuto anche utilizzando altri effettori di risposta. Per esempio, il tempo per iniziare un movimento oculare dal centro verso lo spazio di sinistra o di destra (per giudicare se un numero è pari o dispari) dipendeva dalla relazione tra la grandezza del numero e la direzione del movimento oculare (Fischer, Warlop, Hill, & Fias, 2004; Schwarz & Keus, 2004). I dati mostravano che l'ampiezza della saccade non era influenzata dalla grandezza del numero presentato (Fischer et al., 2004). Inoltre, non c'era alcuna differenza della dimensione dell'effetto SNARC ottenuto con risposta manuale od oculare (Schwarz & Keus, 2004).

Inoltre la rappresentazione interna dell'informazione numerica è importante per le caratteristiche spaziali dell'effetto SNARC (Bächtold, Baumüller, & Brugger, 1998). In un esperimento ai soggetti veniva chiesto di pensare ai numeri o come entità di un righello o come le ore di un orologio mentre dovevano eseguire un compito di giudizio di grandezza (es. maggiore o minore di 6) (Bächtold et al., 1998). Quando i partecipanti immaginavano i numeri disposti lungo a

un righello emergeva un' associazione tra spazio sinistro e numeri piccoli e tra spazio destro e numeri grandi. Quando, invece, i partecipanti immaginavano i numeri come le ore di un orologio emergeva un effetto SNARC rovesciato, con i numeri piccoli associati alla mano destra e i numeri grandi associati alla mano sinistra (Bächtold et al., 1998).

L'organizzazione della linea numerica mentale da sinistra verso destra sembra essere una conseguenza diretta della direzione di scrittura e di lettura nelle culture occidentali. Logicamente, l'effetto SNARC potrebbe riflettere influenze culturali della lettura e della scrittura (Dehaene et al., 1993). Tale conclusione viene confermata dall'esperimento 7 di Dehaene e colleghi (1993). A soggetti iraniani, che normalmente leggono da destra verso sinistra, era chiesto di giudicare la parità di numeri presentati centralmente premendo due tasti di risposta. I risultati dimostravano che i soggetti iraniani associavano i numeri piccoli con lo spazio di destra e i numeri grandi con lo spazio di sinistra (Dehaene et al., 1993). Zebian (2005) trovava che soggetti arabi processavano più facilmente due numeri quando il numero più grande era posizionato a sinistra dei numeri più piccoli, rispetto a quando il numero più grande era posizionato a destra del numero più piccolo. Questo effetto diminuiva per un gruppo di individui bilingue arabo-inglese (Zebian, 2005). Infine, non emergeva alcun tipo di effetto SNARC in soggetti analfabeti (Zebian, 2005). Tutte questi dati insieme dimostrano come la cultura influenzi la cognizione numerica. Questa conclusione può spiegare l'associazione spaziale dei numeri e dei simboli (es. lettere dell'alfabeto) ordinati in maniera sequenziale (Gevers et al., 2003, 2004). L'influenza della direzione di lettura e di scrittura può anche emergere nel rappresentare mentalmente scene immaginate. Gli eventi comunicati verbalmente infatti erano rappresentati da sinistra verso destra, con il soggetto della frase posizionato a sinistra dell'oggetto (Chatterjee, Southwood, & Basilico, 1999). Maass e Russo (2003) comparavano soggetti italiani e arabi ai quali era chiesto di fare un disegno di alcune frasi che venivano presentati (es. "la ragazza spinge il ragazzo"). I partecipanti italiani posizionavano la ragazza a sinistra del ragazzo mentre i soggetti arabi posizionavano la ragazza a destra del ragazzo. Questo ultimo dato era in linea con un altro studio che mostrava che i partecipanti ebrei commettevano un errore direzionale da destra verso sinistra mentre eseguivano compiti di lettura di frasi e di esplorazione spaziale (Tversky, Kugelmass, & Winter, 1991). Padakannaya e colleghi (2002) presentavano un insieme di figure a differenti gruppi di lettori. Gli studenti monolingue arabi ricordavano le figure procedendo da destra verso sinistra. Gli studenti bilingue (inglese-urdu) mostravano una diminuzione nella percentuale dei ricordi da destra verso sinistra (Padakannaya, Devi, Zaveria, Chengappa, & Vaid, 2002).

L'ipotesi dell'influenza delle abitudini culturali sull'effetto SNARC, ha indotto Ito e Hatta (2004) a studiare le proprietà spaziali della rappresentazione mentale dei numeri in studenti

giapponesi, tenendo in considerazione il fatto che in giapponese si legge e si scrive dall'alto verso il basso. I dati mostravano due conclusioni importanti. La prima era riferita all'individuare una linea numerica dal basso verso l'alto e, quindi, un'associazione dei numeri piccoli con lo spazio in basso e dei numeri grandi con lo spazio in alto (Ito & Hatta, 2004). L'esistenza di una linea numerica in verticale è stata successivamente confermata con risposte manuali (Gevers, Lammertyn, Notebaert, Verguts, & Fias, 2006) e con risposte saccadiche (Schwarz & Keus, 2004). La seconda conclusione era riferita al mettere in dubbio l'idea che gli aspetti culturali possano influenzare la modalità di rappresentare i numeri nello spazio. Dall'altra parte l'orientamento verticale dei numeri dal basso verso l'alto può comunque riflettere l'influenza di esperienze culturali, come hanno suggerito Schwarz e Keus (2004). Infatti diverse esperienze comuni possono favorire una rappresentazione verticale dei numeri, come la disposizione dei piani in un edificio o quella dei numeri in una tastiera numerica. È quindi possibile che le rappresentazioni orizzontali e verticali dei numeri siano due meccanismi differenti e indipendenti di processamento delle grandezze. Per esempio i numeri verbali disposti verticalmente determinavano risultati diversi dal presentare i numeri verbali orizzontalmente (Cohen Kadosh, Henik, & Rubinsten, 2007). In verticale era presente un effetto di congruità della dimensione composta da una componente di facilitazione mentre tale effetto era composto da componenti di facilitazione e di interferenza in orizzontale. Nonostante ciò, ci sono svariate esperienze in cui i numeri sono visti con una rappresentazione dei numeri dall'alto verso il basso. Per esempio l'ordine di arrivo di una competizione così come i numeri nella tastiera del bancomat o del cellulare consentono di pensare i numeri verticalmente in modo opposto ai dati presenti in letteratura (Gevers et al., 2006; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004). Recentemente studenti cinesi mostravano un orientamento orizzontale dei numeri arabi mentre dimostravano un orientamento verticale dall'alto verso il basso dei numeri verbali (Hung, Hung, Tzeng, & Wu, 2007). Tali scoperte indicano che notazioni differenti dello stesso concetto hanno un mappaggio flessibile nello spazio. Il mappaggio è formato dal contesto dominante nel quale appaiono le notazioni numeriche (Hung et al., 2007).

### *3.2.3. La Prestazione Numerica dei Pazienti con Neglect*

Un altro argomento a favore dell'interazione tra numero e spazio deriva dalle ricerche in cui i pazienti con neglect destro commettono errori nell'indicare il punto medio di un intervallo numerico (Zorzi, Priftis, Meneghello, Marenzi, & Umiltà, 2006; Zorzi, Priftis, & Umiltà, 2002). Per esempio al paziente veniva dato l'intervallo 2 e 6 e gli veniva chiesto di indicare il numero a metà di tale intervallo. Il paziente rispondeva 5, quando la metà esatta era 4. In generale la metà era



spostata verso il lato destro dell'intervallo numerico e gli errori aumentavano con l'aumentare della dimensione dell'intervallo (Zorzi et al., 2002, 2006). È però interessante notare la presenza di una dissociazione nella performance dei pazienti con neglect tra compiti di bisezione numerica e di giudizio di parità (Cappelletti & Cipolotti, 2006; Priftis, Zorzi, Meneghello, Marenzi, & Umiltà, 2006). In altre parole, i pazienti avevano un errore di spostamento verso destra nella bisezione numerica e al tempo stesso i pazienti mostravano un classico effetto SNARC (Cappelletti & Cipolotti, 2006; Priftis et al., 2006), suggerendo che i pazienti con neglect unilaterale sinistro possono processare in modo semantico i numeri arabi. Un'ulteriore ricerca ha dimostrato che questa percezione distorta delle relazioni tra i numeri e spazio sia dovuta ad una forma rappresentativa del neglect spaziale piuttosto che un accesso deficitario alle rappresentazioni numeriche (Vuilleumier, Ortigue, & Brugger, 2004). Infatti i pazienti con neglect mostravano un aumento del tempo di processamento per i numeri piccoli che immediatamente precedeva il numero di riferimento nei compiti di comparazione per la loro posizione verso sinistra sulla linea numerica (Vuilleumier et al., 2004). All'opposto quando i pazienti ricevevano l'istruzione di processare, per esempio le ore dell'orologio, i pazienti avevano maggiori difficoltà per i numeri maggiori di 6, dal momento che i pazienti con neglect avevano difficoltà a rappresentare il lato sinistro dell'orologio. Zamarian, Egger e Delazer (2007) hanno successivamente esteso ai numeri a doppia cifra l'errore di bisezione di intervalli numeriche verso destra nei pazienti con neglect. Inoltre, lo stesso studio trovava un errore spaziale verso destra in compiti di bisezione di sequenze di lettere e dei giorni della settimana ma non nelle sequenze dei mesi dell'anno (Zamarian et al., 2007). Questi risultati confermano la performance dei soggetti normali (Gevers et al., 2003). Da notare che in un compito di bisezione numerica i pazienti con schizofrenia mostravano un ampio errore verso sinistra con un disturbo qualitativamente simile a quello descritto nei pazienti con neglect (Cavézian, Rossetti, Danckert, d'Amato, Dalery, & Saoud, 2007). Questi risultati confermano che la rappresentazione spaziale dei numeri è un processo dinamico. Dall'altra parte lo spostamento dei pazienti verso i giorni iniziali della settimana può corrispondere a uno spostamento verso destra, essendo ciclica la rappresentazione dei giorni nella settimana, come le ore su un orologio (Zamarian et al., 2007). Nonostante ciò, Dormicchi e colleghi (2005) hanno dimostrato che i pazienti con danno cerebrale dell'emisfero destro (difficoltà ad orientarsi verso sinistra) hanno un diverso errore spaziale nella bisezione di intervalli numerici e di linee fisiche (Doricchi, Guariglia, Gasparini, & Tomaiuolo, 2005). Questa dissociazione sottolinea che la bisezione di intervalli numerici è maggiormente a carico della *working memory* spaziale (Stoianov, Kramer, Umiltà, & Zorzi). Questa ultima conclusione sembra però in contraddizione con gli effetti distanza e SNARC in soggetti ciechi dalla nascita per i numeri a cifra singola e doppia (Castronovo & Seron, 2007). Questa evidenza

sottolinea da una parte una natura amodale della linea numerica mentale e dall'altra mette in crisi ulteriormente l'ipotesi dell'influenza della direzione da sinistra verso destra della lettura e della scrittura.

I pazienti con neglect dimostrano un miglioramento nella loro capacità ed abilità ad esplorare lo spazio sinistro attraverso il trattamento terapeutico dei prismi (Rossetti, Rode, Pisella, Farnè, Li, Boisson, & Perenni, 1998). In un compito di bisezione di un intervallo numerico, i pazienti riducevano l'errore di spostamento verso lo spazio destro dopo una pratica terapeutica con i prismi (Rossetti, Jacquin-Courtois, Rode, Ota, Michel, & Boisson, 2004). La bontà dei prismi come tecnica terapeutica per ridurre gli errori spaziali commessi emergeva anche in uno studio sui soggetti normali (Loftus, Nicholls, Mattingley, & Bradshaw, 2008). Ai soggetti venivano presentati delle triplette di numeri (es. 16 36 55), e il compito prevedeva di giudicare se la distanza numerica fosse maggiore a destra o a sinistra del numero centrale. I soggetti sovrastimavano la lunghezza dei numeri posizionato a sinistra dal numero centrale mostrando il fenomeno dello pseudoneglect<sup>2</sup> (Jewell & McCourt, 2000). In seguito a un addestramento con i prismi l'errore verso sinistra era progressivamente ridotto (Loftus et al., 2008). Queste ricerche mostrano come la codifica spaziale della grandezza numerica influenzi la programmazione motoria. Inoltre, è possibile avanzare l'idea che l'interazione tra numero e spazio sia presente nel corso di trasformazioni visuo-motorie. In un recente esperimento pazienti con neglect unilaterale sinistro mostravano un forte errore spaziale verso destra e un lieve errore spaziale verso l'alto nel bisezionare intervalli numerici rappresentati rispettivamente in orizzontale e in verticale (Cappelletti, Freeman, & Cipolotti, 2007). Inoltre, gli autori non trovavano una dissociazione tra la bisezione di intervalli numerici e di linee fisiche, contrariamente a quanto trovato da Doricchi e colleghi (2005). Infine i dati suggerivano meccanismi parzialmente indipendenti nel processamento delle linee numeriche orizzontali e verticali (Cappelletti et al., 2007).

La relazione tra rappresentazioni di numero e dello spazio emerge anche nei soggetti neurologicamente normali. Infatti Fischer (2001) chiedeva ai soggetti di indicare la metà di stringhe numeriche formate da una serie di numeri piccoli (es. 111...111 e 222...222) e di numeri grandi (es. 888...888 e 999...999) in un compito di bisezione carta e matita. I risultati dimostravano che i soggetti spostavano a sinistra il centro delle stringhe numerica dei numeri piccoli mentre spostavano a destra il centro delle stringhe numeriche dei numeri grandi (Fischer, 2001, Esperimento 1). In un successivo esperimento (Fischer, 2001, Esperimento 2) i soggetti commettevano un errore spaziale

---

<sup>2</sup> Il fenomeno dello pseudoneglect indica una tendenza generale dei soggetti normali di commettere un errore di bisezione verso lo spazio di sinistra dal centro esatto di una linea. In altre parole i soggetti commettono un bias verso sinistra nel compito di bisezione di una linea. Al diminuire della lunghezza dello stimolo linea i soggetti normali commettono un errore verso destra nell'indicare il punto medio di una linea (*cross-over*)

verso i numeri più grandi presentando linee alle cui estremità comparivano due numeri di diversa grandezza (es. 1-2, 2-1, 8-9 e 9-8). La conclusione dell'autore era che il processamento implicito (Esperimento 1) ed esplicito (Esperimento 2) dei numeri influenzasse la performance spaziale dei soggetti (Fischer, 2001). Tali risultati venivano successivamente replicati da Calabria e Rossetti (2005), presentando stringhe composte dalle parole relative ai numeri 2 (es. DEUX...DEUX) e ai numeri 9 (es. NEUF...NEUF). I soggetti commettevano un più grande errore verso sinistra per le stringhe di parole per il numero 2 rispetto a quelle per il numero 9, proprio perché 2 è maggiormente a sinistra rispetto al 9 sulla linea numerica mentale (Calabria & Rossetti, Esperimento 2). Questo risultato era poi replicato presentando una versione specchio delle stringhe di parole, indicando che la direzione della lettura non fosse un fattore cruciale per spiegare l'errore indotto dal numero (Calabria & Rossetti, Esperimento 3). I risultati di Fischer (2001) sono stati ampiamente confermati in una serie di esperimenti, in cui i soggetti dovevano bisezionare o linee o spazi vuoti delimitati da coppie di numeri (de Hevia, Girelli, & Vallar, 2006, Esperimenti 2-4). I soggetti commettevano un errore spaziale spostandosi verso lo spazio in cui era posizionato il numero più grande, indipendentemente dalla distanza numerica della coppia (de Hevia et al., 2006). In un recente lavoro erano ottenuti degli errori di stima della lunghezza di spazi orizzontalmente delimitati da coppie di numeri. In altre parole, quando i soggetti vedevano uno spazio vuoto delimitato da numeri piccoli (es. 1      1) sottostimavano la sua lunghezza. Quando, invece, i partecipanti vedevano uno spazio vuoto delimitato da numeri grandi (es. 9      9), sovrastimavano la sua lunghezza (de Hevia, Girelli, Bricolo, & Vallar, 2007). Questi risultati indicavano che il processamento dei numeri influenzasse l'estensione o la compressione dello spazio. Infine i soggetti normali commettevano errori verso lo spazio di sinistra nel bisezionare linee fisiche (pseudoneglect, Jewell & McCourt, 2000). Allo stesso modo giudicavano il punto medio di un dato intervallo numerico a sinistra dalla sua reale metà, riflettendo una performance simile al compito di bisezione delle linee (Longo & Lourenco, 2007). L'errore nel compito di bisezione dell'intervallo numerico aumentava al crescere della grandezza dei numeri costituenti l'intervallo, indicando che la linea numerica avesse un andamento logaritmico come suggerito da Dehaene (1992, 2001).

La prestazione dei soggetti normali può simulare quella dei pazienti con neglect in seguito a una stimolazione magnetica transcranica (TMS). Ai partecipanti venivano presentate delle triplette numeriche (es. 9    15    6), e veniva chiesto di indicare se la distanza numerica rispetto al numero presentato centralmente fosse maggiore a destra o a sinistra (es. 6 a destra). I soggetti sovrastimavano la distanza tra il numero centrale e quello posizionato alla sua sinistra (Oliveti, Rausei, Koch, Torriero, Turriziani, & Caltagirone, 2004). In seguito a una TMS ripetitiva nella corteccia parietale posteriore destra, l'errore a sinistra diminuiva drasticamente (Oliveti et al., 2004).

Tali dati dimostrano che la rappresentazione dello spazio definito dai numeri è spostato verso sinistra per una maggiore attività dell'emisfero destro. Un altro studio dimostra che i soggetti usano le rappresentazioni spaziali legate probabilmente alla linea numerica mentale, nel processamento numerico (Göbel, Calabria, Farnè, & Rossetti, 2006), ottenendo errori simili a quelli mostrati dai pazienti con neglect in un compito di bisezione numerica in seguito a una stimolazione magnetica sulla corteccia parietale posteriore destra. All'interno della corteccia parietale posteriore destra il sito maggiormente coinvolto nella rappresentazione numerica lineare e nelle funzioni visuo-spaziali sembra essere il giro angolare (Göbel, Walsh, & Rushworth, 2001). La TMS sul giro angolare generava infatti una organizzazione alterata della linea numerica (Göbel et al., 2001).

### **3.3. Conclusioni**

La caratteristica rilevante della linea numerica mentale è che automaticamente viene attivata dalla grandezza numerica presente in un compito sia in maniera esplicita (compito di confronto di grandezza), sia in maniera implicita (compito di giudizio di parità e bisezione di intervallo numerico). In modo esplicito appaiono l'effetto distanza (Dehaene et al., 1990; Moyer & Landauer, 1967) e quello di grandezza (Restle, 1970). In modo implicito appare l'effetto SNARC (Dehaene et al., 1990) e la mis-percezione del punto medio di un intervallo numerico (Zorzi et al., 2002). L'esempio più chiaro di tale automatismo è lo studio di Fias e colleghi (1996). In questo lavoro, infatti, ai partecipanti era chiesto di indicare se il nome corrispondente a un numero arabo presentato visivamente contenesse o meno il suono /e/, premendo un tasto a sinistra o a destra. Gli autori trovarono un forte effetto SNARC in questo compito di monitoraggio del fonema. In questo compito infatti la grandezza del numero e la sua posizione spaziale sulla linea numerica mentale sono informazioni irrilevanti per eseguire il compito richiesto. La presenza di un significativo effetto SNARC pone in evidenza come la linea numerica sia un modo privilegiato per rappresentare le grandezze, con l'influenza della sua natura spaziale. La natura spaziale della linea del numero è attivata automaticamente influenzando la performance spaziale dei soggetti. Fischer (2001) riportava che la percezione del centro di lunghe stringhe composte da numeri piccoli o grandi era spostata a sinistra o a destra a seconda della grandezza numerica costituente le stringhe. Queste due ricerche sono esempi rilevanti che illustrano come compiti percettivi inducano un processamento semantico.

L'interazione tra numero e spazio è maggiormente evidente in uno studio di allocazione dell'attenzione visuo-spaziale, in cui i numeri servivano solamente come punti di fissazione (Fischer, Castel, Dodd, & Pratt, 2003). Nel caso specifico il soggetto doveva riconoscere la

comparsa a destra o a sinistra del punto di fissazione di un target non numerico (quadrato). Veniva data l'istruzione di non prestare attenzione al numero che compariva al centro come punto di fissazione. I dati mostravano che la grandezza numerica e conseguentemente la sua posizione spaziale lungo la linea numerica mentale influenzavano i tempi di reazione nel riconoscimento della posizione spaziale del target. In modo più semplice, quando il punto di fissazione era 1 i soggetti erano più veloci a riconoscere il target quando compariva nello spazio sinistro mentre quando il punto di fissazione era 9 i soggetti erano più veloci a riconoscere il target quando compariva nello spazio destro (Fischer et al., 2003). Questi risultati dimostrano che il processamento automatico della grandezza del numero e della sua associazione spaziale può facilitare od interferire la performance richiesta dal compito. La linea numerica mentale orientata da sinistra verso destra può riflettere una sovrapposizione tra le rappresentazioni cognitive del numero e dello spazio. Dal punto di vista neurale questa sovrapposizione è individuata dall'interazione tra numero e spazio nella corteccia parietale (Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005). Nello specifico è la regione intraparietale laterale del solco parietale quella maggiormente coinvolta nel gestire l'interazione tra rappresentazione del numero e quella dello spazio (Hubbard et al., 2005).

Riassumendo l'effetto distanza, l'effetto grandezza, l'effetto SNARC e la performance spaziale in compiti di bisezione numerica di pazienti con neglect e di soggetti normali sono tutte prove dell'esistenza di una linea numerica mentale come forma di rappresentazione privilegiata dagli individui per processare ed elaborare l'informazione numerica. L'aspetto che però ancora risulta non chiaro è capire dal punto di vista spaziale quante rappresentazioni numeriche siano presenti nell'uomo. Attualmente solo pochi studi sull'effetto SNARC che hanno messo in luce una linea numerica dal basso verso l'alto (Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004). Gevers e colleghi (2006) hanno ottenuto un effetto SNARC anche lungo la diagonale destra con i numeri piccoli posizionati nello spazio sinistro-basso e i numeri grandi associati allo spazio destro-alto. I pazienti con neglect in un compito di bisezione numerica sembrano confermare la rappresentazione verticale dei numeri (Cappelletti et al., 2007). Nonostante ciò non sono stati riportati in letteratura prove della presenza degli effetti distanza e grandezza in verticale per dare ulteriore sostegno alla rappresentazione dal basso verso l'alto dei numeri. Inoltre l'orientamento della linea verticale dei numeri pone dei problemi all'ipotesi dell'influenza culturale di lettura e di scrittura per spiegare l'effetto SNARC (Dehaene et al., 1993; Zebian, 2005). Infine non risulta ancora ben chiaro il ruolo della linea numerica mentale sia in orizzontale che in verticale sull'abilità di eseguire calcoli aritmetici.

### **Bibliografia: Capitolo III**

Andres, M., Davare, M., Pesenti, M., Olivier, E., & Seron, X. (2004). Number magnitude and grip aperture interaction. *NeuroReport*, 15: 2773-2777.

Bächtold, D., Baumüller, M., & Brugger, P. (1998). Stimulus-response compatibility in representational space. *Neuropsychologia*, 36: 731-735.

Banks, W.P., Fujii, M., & Kayra-Stuart, F. (1976). Semantic congruity effects in comparative judgments of magnitudes of digits. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 2: 435-447.

Bertillon, J. (1880). De la vision des nombres. *La Nature*, 378: 196-198.

Bertillon, J. (1881). De la vision et la mémoire des nombres. *La Nature*, 408: 202-203.

Brannon, E.M., & Terrace, H.S. (1998). Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys. *Science*, 282: 746-749.

Brysbart, M. (1995). Arabic number reading: On the nature of the numerical scale and the origin of phonological recoding. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124: 434-452.

Buckley, P.B., & Gilman, C.B. (1974). Comparison of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103: 1131-1136.

Butterworth, B. (1999). A head for figures. *Science*, 284: 928-929.

Caessens, B., Notebaert, W., Burlé, B., & Soetens, E. (2005). Voluntary and involuntary control over automatic processing in spatial congruency tasks: Editor's introduction. *European Journal of Cognitive Psychology*, 17: 577-589.

Calabria, M., & Rossetti, Y. (2005). Interference between number processing and line bisection: a methodology. *Neuropsychologia*, 43: 779-783.

Cappelletti, M., & Ciolotti, L. (2006). Unconscious processing of Arabic numerals in unilateral neglect. *Neuropsychologia*, 44: 1999-2006.

Cappelletti, M., Freeman, E.D., & Ciolotti, L. (2007). The middle house or the middle floor: Bisecting horizontal and vertical mental number lines in neglect. *Neuropsychologia*, 45: 2989-3000.

Castronovo, J., & Seron, X. (2007). Semantic numerical representation in blind subjects: The role of vision in the spatial format of the mental number line. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 60: 101-119.

Cavézian, C., Rossetti, Y., Danckert, J., d'Amato, T., Dalery, J., & Saoud, M. (2007). Exaggerated leftward bias in the mental number line of patients with schizophrenia. *Brain & Cognition*, 63: 85-90.

- Chatterjee, A., Southwood, M.H., & Basilico, D. (1999). Verbs, events and spatial representations. *Neuropsychologia*, 37: 395-402.
- Chiao, J.Y., Bordeaux, A.R., & Ambady, N. (2004). Mental representations of social status. *Cognition*, 93: B49-B57.
- Cohen Kadosh, R., & Henik, A. (2006a). When a line is a number: Color yields magnitude information in a digit-color synesthete. *Neuroscience*, 137: 3-5.
- Cohen Kadosh, R., & Henik, A. (2006b). A common representation for semantic and physical properties: a cognitive-anatomical approach. *Experimental Psychology*, 53: 87-94.
- Cohen Kadosh, R., Henik, A., & Rubinsten, O. (2007). The effect of orientation on number word processing. *Acta Psychologica*, 124: 370-381.
- Cohen Kadosh, R., Henik, A., Rubinsten, O., Mohr, H., Dori, H., Van de Ven, V., Zorzi, M., Hendler, T., Goebel, R., & Linden, D.E.J. (2005a). Are numbers special? The comparison systems of the human brain investigated by fMRI. *Neuropsychologia*, 43: 1238-1248.
- Cohen Kadosh, R., Sagiv, N., Linden, D.E.J., Robertson, L.C., Elinger, G., & Henik, A. (2005b). When blue is larger than red: Colors influence numerical cognition in synesthesia. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 17: 1766-1773.
- Cohen Kadosh, R., Tzelgov, J., & Henik, A. (2008). A synesthetic walk on the mental number line: The size effect. *Cognition*, in press.
- Crossman, E.R.F.W. (1955). The measurement of discriminability. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 7: 176-195.
- Cytowic, R.E. (2002). *Synaesthesia: A union of the senses* (2<sup>nd</sup> ed.). Cambridge, MA: MIT Press.
- Dehaene, S. (1989). The psychophysics of numerical comparison: A re-examination of apparently incompatible data. *Perception & Psychophysics*, 45: 557-566.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44: 1-42.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1: 83-120.
- Dehaene, S. (2001). Subtracting pigeons: logarithmic or linear? *Psychological Science*, 12: 244-246.
- Dehaene, S. (2003). The neural basis of the Weber-Fechner law: a logarithmic mental number line. *Trends in Cognitive Sciences*, 7: 145-147.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122: 371-396.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: Double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33: 219-250.

Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 16: 626-641.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cognitive Neuropsychology*, 20: 487-506.

de Hevia, M.D., Girelli, L., Bricolo, E., & Vallar, G. (2008). The representational space of numerical magnitude: Illusion of length. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, in press

de Hevia, M.D., Girelli L., & Vallar, G. (2006). Numbers and space: a cognitive illusion? *Experimental Brain Research*, 168: 254-264.

De Jong, R., Liang, C., & Lauber, E. (1994). Conditional and unconditional automaticity: A dual-process model of effects of spatial stimulus-response correspondence. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 20: 731-750.

Di Luca, S., Granà, A., Semenza, C., Seron, X., & Pesenti, M. (2006). Finger-digit compatibility in Arabic numeral processing. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 59: 1648-1663.

Doricchi, F., Guariglia, P., Gasparini, M., & Tomaiuolo, F. (2005). Dissociation between physical and mental number line bisection in right hemisphere brain damage. *Nature Neuroscience*, 8: 1663-1665.

Dormal, V., Seron, X., Pesenti, M. (2006). Numerosity-duration interference: a Stroop experiment. *Acta Psychologica*, 121: 109-124.

Emmerton, J., Lohmann, A., & Niemann, J. (1997). Pigeons' serial ordering of numerosity with visual arrays. *Animal Learning & Behavior*, 25: 234-244.

Fias, W. (2001). Two routes for the processing of verbal numbers: Evidence from the SNARC effect. *Psychological Research*, 65: 250-259.

Fias, W., Brysbaert, M., Geypens, F., & d'Ydewalle, G. (1996). The importance of magnitude information in numerical processing: Evidence from the SNARC effect. *Mathematical Cognition*, 2: 95-110.

Fias, W., & Fischer, M.H. (2005). Spatial representation of numbers. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 43-54). New York: Psychology Press.



- Fias, W., Lammertyn, J., Reynvoet, B., Dupont, P., & Orban, G.A. (2003). Parietal representation of symbolic and nonsymbolic magnitude. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 15: 47-56.
- Fischer, M.H. (2001). Number processing induces spatial performance biases. *Neurology*, 57: 822-826.
- Fischer, M.H. (2003a). Cognitive representation of negative numbers. *Psychological Science*, 14: 278-282.
- Fischer, M.H. (2003b). Spatial representations in number processing: Evidence from a pointing task. *Visual Cognition*, 10: 493-508.
- Fischer, M.H., Castel, A.D., Dodd, M.D., & Pratt, J. (2003). Perceiving numbers causes spatial shifts of attention. *Nature Neuroscience*, 6: 555-556.
- Fischer, M.H., & Rottmann, J. (2005). Do negative numbers have a place on the mental number line? *Psychology Science*, 47: 22-32.
- Fischer, M.H., Warlop, N., Hill, R.L., & Fias, W. (2004). Oculomotor bias induced by number perception. *Experimental Psychology*, 51: 91-97.
- Fitts, P.M., & Seeger, C.M. (1953). S-R compatibility: Spatial characteristics of stimulus and response codes. *Journal of Experimental Psychology: General*, 46: 199-210.
- Fulbright, R.K., Manson, S.C., Skudlarski, P., Lacadie, C.M., & Gore, J.C. (2003). Quantity determination and the distance effect with letters, numbers, and shape: a functional MR imaging study of number processing. *American Journal of Neuroradiology*, 23: 193-200.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44: 43-74.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. *Trends in Cognitive Sciences*, 4: 59-65.
- Galton, F. (1880a). Visualised numerals. *Nature*, 21: 252-256.
- Galton, F. (1880b). Visualised numerals. *Nature*, 21: 494-495.
- Galton, F. (1883). *Inquiries into human faculty and its development*. London: Macmillan.
- Gerstmann, J. (1930). Zur symptomatologie der hirnläsionen im übergangsgebiet der unteren parietal-und mittleren occipitalwindung. *Nervenarzt*, 3: 691-695.
- Gerstmann, J. (1957). Some notes on the Gerstmann syndrome. *Neurology*, 7: 866-869.
- Gevers, W., Caessens, B., & Fias, W. (2005). Towards a common processing architecture underlying Simon and SNARC effects. *European Journal of Cognitive Psychology*, 17: 659-673.

Gevers, W., Lammertyn, J., Notebaert, W., Verguts, T., & Fias, W. (2006). Automatic response activation of implicit spatial information: Evidence from the SNARC effect. *Acta Psychologica*, 122: 221-233.

Gevers, W., Ratinckx, E., De Baene, W., & Fias, W. (2006). Further evidence that the SNARC effect is processed along a dual-route architecture: Evidence from the lateralized readiness potential. *Experimental Psychology*, 53: 58-68.

Gevers, W., Reynvoet, B., & Fias, W. (2003). The mental representation of ordinal sequences is spatially organized. *Cognition*, 87: B87-B95.

Gevers, W., Reynvoet, B., & Fias, W. (2004). The mental representation of ordinal sequences is spatially organised : Evidence from days of the week. *Cortex*, 40: 171-172.

Gibbon, J. (1977). Scalar expectancy theory and Weber's law in animal timing. *Psychological Review*, 84: 279-335.

Göbel, S.M., Calabria, M., Farnè, A., & Rossetti, Y. (2006). Parietal rTMS distorts the mental number line: Simulating "spatial" neglect in healthy subjects. *Neuropsychologia*, 44: 860-868.

Göbel, S.M., Walsh, V., & Rushworth, M.F.S. (2001). The mental number line and the human angular gyrus. *NeuroImage*, 14: 1278-1289.

Hadamard, J. (1996). *The mathematician's mind: The psychology of inventing in the mathematical field*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Hinrichs, J.V., Yurko, D.S., & Hu, J.M. (1981). Two-digit number comparison: Use of place information. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 7: 890-901

Holyoak, K.J. (1977). The form of analog size information in memory. *Cognitive Psychology*, 9: 31-51.

Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Review: Neuroscience*, 6: 435-448.

Hung, Y.-h., Hung, D.L., Tzeng, O.J.-L., & Wu, D.H. (2008). Flexible spatial mapping of different notations of numbers in Chinese readers. *Cognition*, in press.

Ito, Y., & Hatta, T. (2004). Spatial structure of quantitative representation of numbers: Evidence from the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 32: 662-673.

Jewell, G., & McCourt, M.E. (2000). Pseudoneglect: a review and meta-analysis of performance factors in line bisection tasks. *Neuropsychologia*, 38: 93-110.

Kaufmann, L., Koppelstaetter, F., Delazer, M., Siedentopf, C., Rhomberg, P., Golaszewski, S., Felber, S., & Ischebeck, A. (2005). Neural correlates of distance and congruity effects in a numerical Stroop task: an event-related fMRI study. *NeuroImage*, 25: 888-898.

- Keus, I.M., & Schwarz, W. (2005). Searching for the functional locus of the SNARC effect: Evidence for a response related origin. *Memory & Cognition*, 33: 681-695.
- Kim, A., & Zaidel, E. (2003). Plasticity in the SNARC effect during manipulation of order in response conditions. *Journal of Cognitive Neuroscience*, Suppl., 134.
- Knoch, D., Gianotti, L.R.R., Mohr, C., & Brugger, P. (2005). Synesthesia: When colors count. *Cognitive Brain Research*, 25: 372-374.
- Kornblum, S., Hasbroucq, T., & Osman, A. (1990). Dimensional overlap: Cognitive basis for stimulus-response compatibility – A model and taxonomy. *Psychological Review*, 97: 253-270.
- Korvorst, M., & Damian, M.F. (2008). The differential influence of decades and units on multidigit number comparison. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, in press.
- Kosslyn, S.M., Murphy, G.L., Bemesderfer, M.E., & Feinstein, K.J. (1977). Category and continuum in mental comparisons. *Journal of Experimental Psychology: General*, 106: 341-375.
- Lavidor, M., Brinksman, V., & Göbel, S.M. (2004). Hemispheric asymmetry and the mental number line: comparison of double-digit numbers. *Neuropsychologia*, 42: 1927-1933.
- Loftus, A.M., Nicholls, M.E.R., Mattingley, J.B., & Bradshaw, J.L. (2008). Left to right: Representational biases for numbers and the effect of visuomotor adaptation. *Cognition*, in press.
- Longo, M.R., & Lourenco, S.F. (2007). Spatial attention and the mental number line: Evidence for characteristic biases and compression. *Neuropsychologia*, 45: 1400-1407.
- Maass, A., & Russo, A. (2003). Directional bias in the mental representation of spatial events. *Psychological Science*, 14: 296-301.
- Mapelli, D., Rusconi, E., & Umiltà, C. (2003). The SNARC effect: An instance of the Simon effect? *Cognition*, 88: B1-B10.
- Marshuetz, C., Smith, E.E., Jonides, J., DeGutis, J., & Chenevert, T.L. (2000). Order information in working memory: fMRI evidence for parietal and prefrontal mechanisms. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 12 (suppl. 2): 130-144.
- Masaki, H., Takasawa, N., & Yamazaki, K. (2000). An electrophysiological study of the locus of the interference effect in a stimulus-response compatibility paradigm. *Psychophysiology*, 37: 464-472.
- Mechner, F. (1958). Probability relations within response sequences under ration reinforcement. *Journal of the Experimental Analysis of Behavior*, 1: 109-122.
- Milner, A.D., & Goodale, M.A. (1995). *The visual brain in action*. Oxford: Oxford University Press.
- Moyer, R.S. (1973). Comparing objects in memory: Evidence suggesting an internal psychophysics. *Perception & Psychophysics*, 13: 180-184.

Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215: 1519-1520.

Nieder, A., & Miller, E.K. (2003). Coding of cognitive magnitude: Compressed scaling of numerical information in the primate pre-frontal cortex. *Neuron*, 37: 149-157.

Notebaert, W., Gevers, W., Verguts, T., & Fias, W. (2006). Shared spatial representations for the numbers and space: The reversal of the SNARC and the Simon effects. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 32: 1197-1207.

Nuerk, H.-C., Iversen, W., & Willmes, K. (2004). Notational modulation of the SNARC and the MARC (linguistic markedness of response codes) effect. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A: 835-863.

Nuerk, H.-C., Kaufmann, L., Zopoth, S., & Willmes, K. (2004). On the development of the mental number line. More or less or never holistic with increasing age. *Developmental Psychology*, 40: 1199-1211.

Nuerk, H.-C., Weger, U., & Willmes, K. (2001). Decade breaks in the mental number line? Putting the tens and units back in different bins. *Cognition*, 82: B25-B33.

Nuerk, H.-C., Weger, U., & Willmes, K. (2002). A unit-decade compatibility effect in German number words. *Current Psychology Letters: Behaviour, Brain, & Cognition*, 2: 19-38.

Nuerk, H.-C., Weger, U., & Willmes, K. (2004). On the perceptual generality of the unit-decade compatibility effect. *Experimental Psychology*, 51: 72-79.

Nuerk, H.-C., & Willmes, K. (2005). On the magnitude representations of two-digit numbers. *Psychology Science*, 47: 52-72.

Nuerk, H.-C., Wood, G., & Willmes, K. (2005). The universal SNARC effect. The association between number magnitude and space is amodal. *Experimental Psychology*, 52: 187-194.

Oliveri, M., Rausei, V., Koch, G., Torriero, S., Turriziani, P., & Caltagirone, C. (2004). Overestimation of numerical distances in the left side of space. *Neurology*, 63: 2139-2141.

Padakannaya, P., Devi, M.L., Zaveria, B., Chengappa, S.K., & Vaid, J. (2002). Directional scanning effect and strength of reading habit in picture naming and recall. *Brain & Cognition*, 48: 484-490.

Parkman, J.M. (1971). Temporal aspects of digit and letter inequality judgments. *Journal of Experimental Psychology*, 91: 191-205.

Pinel, P., Piazza, M., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments. *Neuron*, 41: 983-993.

- Platt, J.R., & Johnson, D.M. (1971). Localization of position within a homogeneous behaviour chain: effects of error contingencies. *Learning & Motivation*, 2: 386-414.
- Priftis, K., Zorzi, M., Meneghello, F., Marenzi, R., & Umiltà, C. (2006). Explicit versus implicit processing of representational space in neglect: Dissociations in accessing the mental number line. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18: 680-688.
- Reynvoet, B., & Brysbaert, M. (1999). Single-digit and two-digit Arabic numerals address the same semantic number line. *Cognition*, 72: 191-201.
- Reynvoet, B., Brysbaert, M., & Fias, W. (2002). Semantic priming in number naming. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 55A: 1127-1139
- Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, 83: 274-278.
- Rossetti, Y., Jacquin-Courtois, S., Rode, G., Ota, H., Michel, C., & Boisson, D. (2004). Does action make the link between number and space representation? Visuo-manual adaptation improves number bisection in unilateral neglect. *Psychological Science*, 15: 426-430.
- Rossetti, Y., Rode, G., Pisella, L., Farnè, A., Li, L., Boisson, D., & Perenni, M.-T. (1998). Prism adaptation to a rightward optical deviation rehabilitates left hemispatial neglect. *Nature*, 395: 166-169.
- Rourke, B.P., & Conway, J.A. (1997). Disabilities of arithmetic and mathematical reasoning. Perspective from neurology and neuropsychology. *Journal of Learning Disabilities*, 30: 34-46.
- Rusconi, E., Kwan, B., Giordano, B.L., Umiltà, C., & Butterworth, B. (2006). Spatial representation of pitch height: the SMARC effect. *Cognition*, 99: 113-129.
- Sagiv, N., Simner, J., Collins, J., Butterworth, B., & Ward, J. (2006). What is the relationship between synaesthesia and visuo-spatial number forms? *Cognition*, 101: 114-128.
- Schwarz, W., & Keus, I. (2004). Moving the eyes along the mental number line: Comparing SNARC effects with manual and saccadic responses. *Perception & Psychophysics*, 66: 651-664.
- Sekuler, R., & Mierkiewicz, D. (1977). Children's judgments of numerical inequality. *Child Development*, 48: 630-633.
- Seron, X., Pesenti, M., Noël, M.-P., Deloche, G., & Cornet, J.-A. (1992). Images of numbers, or "when 98 is upper left and 6 sky blue". *Cognition*, 44: 159-196.
- Shaki, S., & Petrusic, W.M. (2005). On the mental representation of negative numbers: Context-dependent SNARC effects with comparative judgments. *Psychonomic Bulletin & Review*, 12: 931-937.
- Simon, J.R. (1969). Reaction toward the source of stimulation. *Journal of Experimental Psychology*, 81: 1974-1976.

- Stoianov, I., Kramer, P., Umiltà, C., & Zorzi, M. (2008). Visuospatial priming of the mental number line. *Cognition*, 106: 770-779.
- Tang, J., Critchley, H.D., Glaser, D., Dolan, R.J., & Butterworth, B. (2006). Imaging informational conflict: a functional magnetic resonance imaging study of numerical Stroop. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18: 2049-2062.
- Tversky, B., Kugelmass, S., & Winter, A. (1991). Cross-cultural and developmental-trends in graphic productions. *Cognitive Psychology*, 23: 515-557.
- Umiltà, C., & Zorzi, M. (2003). I numeri in testa. *Mente & Cervello*, 2: 18-24.
- van Oeffelen, M.P., & Vos, P.G. (1982). A probabilistic model for the discrimination of visual number. *Perception & Psychophysics*, 32: 163-170.
- Verguts, T., & Fias, W. (2004). Representation of number in animals and humans: a neural model. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 16: 1493-1504.
- Verguts, T., Fias, W., & Stevens, M. (2005). A model of exact small-number representation. *Psychonomic Bulletin & Review*, 12: 66-80.
- Verguts, T., & Van Opstal, F. (2008). A colorful walk, but is it on the mental number line? Reply to Cohen Kadosh, Tzelgov, and Henik (in press). *Cognition*, in press.
- Woocher, F.D., Glass, A.L., & Holyoak, K.J. (1978). Positional discriminability in linear orderings. *Memory & Cognition*, 6: 165-173.
- Wood, G., Nuerk, H.-C., & Willmes, K. (2006). Crossed hands and the SNARC effect: A failure to replicate Dehaene, Bossini and Giraux (1993). *Cortex*, 42: 1069-1079.
- Zamarian, L., Egger, C., & Delazer, M. (2007). The mental representation of ordered sequences in visual neglect. *Cortex*, 43: 542-550.
- Zebian, S. (2005). Linkages between number concepts, spatial thinking, and directionality of writing: The SNARC effect and the REVERSE SNARC effect in English and Arabic monoliterates, biliterates and illiterate Arabic speakers. *Journal of Cognition & Culture*, 5: 165-190.
- Zhou, X., Chen, C., Chen, L., & Dong, Q. (2008). Holistic or compositional representation of two-digit numbers? Evidence from the distance, magnitude, and SNARC effects in a number-matching task. *Cognition*, in press.
- Zorzi, M., Priftis, K., Meneghello, F., Marenzi, R., Umiltà, C. (2006). The spatial representation of numerical and non-numerical sequences: Evidence from neglect. *Neuropsychologia*, 44: 1061-1067.
- Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, 417: 138-139.

Zorzi, M., Stoianov, I., & Umiltà, C. (2005). Computational modeling of numerical cognition. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 67-83). New York: Psychology Press.

## CAPITOLO IV

### COMPONENTI SPAZIALI DELLA RAPPRESENTAZIONE COGNITIVA DELLA GRANDEZZA DEL NUMERO

Sembra assodato che gli esseri umani utilizzino la linea numerica mentale come rappresentazione semantica dei numeri e delle loro grandezze. L'effetto distanza e l'effetto grandezza sono i più forti risultati per dimostrare l'esistenza della linea mentale. La natura spaziale della linea numerica sia in orizzontale che in verticale permette di ottenere due risultati principali: l'effetto SNARC e i bias di bisezione di intervalli numerici. Nonostante ciò, i dati presenti in letteratura non hanno ancora uniformemente risposto ad una serie di domande:

✓ La linea numerica mentale in orizzontale e in verticale viene attivata in modo differente a seconda del tipo di compito? In altre parole, compiti espliciti ed impliciti di processamento numerico accedono con una differente forza alla linea numerica mentale con orientamento orizzontale e verticale? [Esperimento 1A]

✓ La rappresentazione cognitiva dei numeri negativi in orizzontale e in verticale è determinata maggiormente dall'informazione relativa alla grandezza in valore assoluto del numero oppure dalla polarità del segno? In altre parole, l'effetto SNARC per i numeri negativi è rovesciato? [Esperimento 1B]

✓ L'associazione tra numero e spazio rimane costante anche in un disegno *between-subjects*, in cui i soggetti vengono addestrati a diverse associazioni tra numero e mano (spazio) di risposta? In altre parole, il contesto spaziale ha o meno un'influenza sulla rappresentazione mentale dei numeri? [Esperimento 1C]

✓ La rappresentazione delle grandezze numeriche in orizzontale e in verticale può determinare errori di bisezione di stringhe numeriche orizzontali e verticali, composte o da numeri piccoli o grandi? [Esperimento 2A]

✓ È possibile ipotizzare una mappa numerica più che una linea numerica come modalità per rappresentare le grandezze, dato che i numeri possono essere rappresentati da sinistra verso destra in orizzontale e dal basso verso l'alto in verticale? In altre parole, la rappresentazione verticale dei numeri è la conseguenza di una rotazione mentale di una linea numerica orizzontale oppure le associazioni



tra numero e spazio in orizzontale e in verticale costituiscono due assi di riferimento di una mappa numerica mentale? [Esperimento 2B]

✓ La rappresentazione dei numeri in diversi orientamenti facilita (o interferisce) i tempi nell'esecuzione di un movimento oltre a determinare bias spaziali? In altre parole, l'effetto SNARC ha la sua origine solamente nei tempi di risposta o si estende fino ai tempi necessari per eseguire un movimento? [Esperimento 3]

✓ Qual è il ruolo delle componenti visuo-spaziali delle rappresentazioni delle grandezze numeriche nel recupero di fatti aritmetici? [Esperimento 4]

In questo capitolo, abbiamo cercato di investigare le componenti spaziali della rappresentazione cognitiva della grandezza numerica attraverso 4 esperimenti. Nello specifico abbiamo cercato di studiare in modo approfondito la relazione tra numero e spazio utilizzando diverse metodologie sperimentali:

✓ Esperimento 1: lo scopo era di focalizzarsi sulla natura spaziale della rappresentazione cognitiva delle grandezze numeriche in orizzontale e in verticale in tre specifici esperimenti. Nell'esperimento 1A avevamo cercato di replicare l'effetto SNARC in orizzontale e in verticale presentando a studenti italiani i numeri a singola cifra da 1 a 9 in un disegno *within-subjects*. Per cercare di confrontare la forza dell'accesso alla linea numerica mentale, i soggetti venivano sottoposti ad un compito di confronto di grandezze (compito esplicito) e ad un compito di giudizio di parità (compito implicito). Nell'esperimento 1B la domanda era di studiare se i numeri negativi potessero determinare o possedere una specifica associazione tra numero e spazio. In particolare l'obiettivo era di trovare nei numeri negativi una rappresentazione dei numeri negativi opposta a quella dei numeri positivi lungo lo spazio orizzontale e verticale. La questione principale era relativa a quale informazione (grandezza o polarità) del numero avesse l'influenza maggiore nella rappresentazione dei numeri negativi. Per confrontare la rappresentazione dei numeri positivi con quella dei numeri negativi, nell'esperimento 1B veniva applicato lo stesso disegno e la stessa procedura utilizzata nell'esperimento 1A. Infine, nell'Esperimento 1C avevamo studiato il ruolo del contesto spaziale sulla rappresentazione mentale dei numeri, sottoponendo i soggetti ad un compito esplicito e ad uno implicito in un disegno *between-subjects* in cui due gruppi di soggetti avevano dell'associazioni stabilite tra numero e mano (spazio) di risposta. La domanda era se la linea numerica mentale

era astratta in natura attivandosi indipendentemente dallo spazio (mano) oppure invece la rappresentazione dei numeri era legata alla mano di risposta.

✓ Esperimento 2: partendo dal fatto che i numeri potevano essere rappresentati da sinistra verso destra in orizzontale e dal basso verso l'alto in verticale, lo scopo dell'esperimento 2 era di investigare l'influenza della natura spaziale di tali rappresentazioni in compiti di bisezione. Nell'esperimento 2A ai partecipanti veniva chiesto di segnare a matita il centro di linee o di stringhe composte dal numero 2 o dal numero 9. Gli stimoli venivano presentati in orizzontale e in verticale, prevedendo errori di bisezione a seconda del processamento automatico del numero irrilevante per il compito. Tale esperimento permetteva di mettere a confronto la forza della rappresentazione orizzontale e verticale dei numeri. Nell'esperimento 2B i partecipanti dovevano eseguire un compito di bisezione di linee alle cui estremità potevano comparire diverse coppie di numeri disposti in modo congruente o incongruente rispetto alla posizione che occupavano sulla linea numerica. Le linee venivano presentate in orizzontale, verticale ed in entrambe le diagonali per poter studiare l'idea di una mappa di numeri come modo migliore per rappresentare i numeri.

✓ Esperimento 3: il disegno e la procedura dell'Esperimento 2B venivano adottati nell'esperimento 3 per studiare l'influenza della rappresentazione numerica non solo sull'errore di bisezione ma anche sui tempi nell'esecuzione del movimento. Attraverso un *touchscreen*, tale metodica permetteva di capire se l'associazione tra rappresentazione del numero e quella dello spazio agisse solo sui tempi di risposta o si estendesse anche ai tempi di esecuzione del movimento (*movement time*).

✓ Esperimento 4: lo scopo dell'esperimento 4 era quello di capire se le caratteristiche visuo-spaziali della rappresentazione numerica influenzassero la capacità di accedere e recuperare i fatti aritmetici nell'abilità matematica. Ai soggetti veniva richiesto di eseguire un compito di riconoscimento (*matching*) di numeri e uno di verifica di addizioni. Nel primo compito i soggetti dovevano giudicare se un numero target fosse presente in una coppia di numeri precedentemente presentata. Nel compito di verifica di addizioni, i soggetti dovevano giudicare se il risultato di un problema precedentemente presentato fosse corretto o meno. La manipolazione spaziale (orizzontale *versus* verticale) dei

numeri in entrambi i compiti consentiva di esplorare il ruolo delle componenti spaziali delle rappresentazioni numeriche nel recupero dei fatti aritmetici.

## **4.1. Esperimento 1A**

### *4.1.1. Introduzione*

Galton (1880a,b) ha mostrato una relazione tra le rappresentazioni dei numeri e dello spazio. Quando ai partecipanti veniva chiesto di disegnare il modo in cui immaginavano i numeri, i soggetti eseguivano un'ampia varietà di rappresentazioni numeriche definite nello spazio. Per almeno cento anni la relazione tra numero e spazio non è più stata interesse di ricerca. Nei primi anni del 1990 infatti Dehaene, Dupoux e Mehler chiedevano ai partecipanti di classificare i numeri come "maggiori" o "minori" del numero di riferimento 65, premendo un tasto di risposta posizionato a sinistra o a destra. I risultati rivelavano un effetto distanza, dal momento che i tempi di risposta variavano in funzione della distanza dal numero di riferimento. L'effetto distanza dimostrava risposte più veloci quando il numero presentato distanziava notevolmente da 65 rispetto a quando il numero presentato era più vicino a 65. Inoltre gli autori riportavano un fenomeno affascinante. Dehaene e colleghi (1990) avevano controbilanciato l'associazione tra istruzione del compito e tasto di risposta: metà campione premeva il tasto a sinistra per giudicare il numero come minore di 65 mentre premeva il tasto a destra per giudicare il numero come maggiore di 65; l'opposta assegnazione dei tasti di risposta con le istruzioni del compito era data all'altra metà del campione. I risultati dimostravano che la prima associazione tra istruzione e tasto di risposta determinava tempi di risposta inferiori rispetto al secondo tipo di associazione. Purtroppo gli autori non interpretavano immediatamente questi dati.

L'interpretazione di questa ultima scoperta è stata discussa in un'altra ricerca eseguita da Dehaene e colleghi (1993). Ai partecipanti veniva chiesto di eseguire un compito di giudizio di parità dei numeri 0-9 come pari o dispari. Dal punto di vista del tipo di disegno sperimentale, ciascun soggetto eseguiva lo stesso compito con due associazioni tra l'istruzione del compito e i tasti (mani) di risposta: la mano destra per giudicare i numeri come pari e la mano sinistra per giudicare i numeri come dispari; la mano destra per giudicare i numeri come dispari e la mano sinistra per giudicare i numeri come pari. Gli sperimentatori ottenevano risposte più veloci con la mano sinistra per i numeri piccoli e risposte più veloci con la mano destra per i numeri grandi (Dehaene, Bossini, & Giroux, 1993). Gli autori definivano questo fenomeno come l'effetto SNARC (*Spatial-Numerical Association of Response Codes*) traendo l'ispirazione dal romanzo di Carroll

*“the hunting for the Snark”* (1876). La rilevanza della relazione tra numeri e spazio era determinata dal fatto che la grandezza numerica era irrilevante per l’esecuzione del compito. La conseguenza diretta dell’effetto SNARC era la possibilità di rappresentare le grandezze numeriche lungo una linea orizzontale da sinistra verso destra (Dehaene, 1997). La rappresentazione dei numeri attraverso una linea confermava le prime ricerche di Galton (1880a,b) e successivamente quelle di Seron e colleghi (1992), in cui la maggioranza dei soggetti intervistati dichiaravano di possedere una rappresentazione mentale dei numeri orientata da sinistra verso destra. Veniva individuata nella direzione della scrittura l’ipotesi migliore per spiegare l’effetto SNARC. I soggetti francesi avevano un più forte effetto SNARC rispetto ai soggetti bilingue francese-persiano, che usavano sia un sistema di scrittura da sinistra verso destra sia quello da destra verso sinistra (Dehaene et al., 1993; Zebian, 2005).

L’associazione tra numero e spazio veniva successivamente confermata e replicata, dalla scoperta dell’effetto SNARC (Brysbaert, 1995; Fias, 2001; Fias, Brysbaert, Geypens, & d’Ydewalle, 1996; Ratinckx & Brysbaert, 2002). L’effetto SNARC veniva osservato con una varietà di compiti, come i compiti di confronto di grandezza, discriminazione dell’orientamento (Fias, Lauwereyns, & Lammertyn, 2001; Lammertyn, Fias, & Lauwereyns, 2002) e riconoscimento di un fonema (Fias et al., 1996). Inoltre, l’effetto SNARC veniva trovato con diverse modalità di risposta, come risposte unimanuali (Fischer, 2003a), risposte bimanuali (Dehaene et al., 1993) e movimenti oculari (Fischer, Warlop, Hill, & Fias, 2004; Schwarz & Keus, 2004).

Per le finalità del presente lavoro era rilevante il fatto che l’effetto SNARC non fosse limitato solo all’orientamento orizzontale. Schwarz e Keus (2004) osservavano che le saccadi verso il basso erano iniziate più velocemente in risposta ai numeri relativamente piccoli mentre le saccadi verso l’alto erano iniziate più velocemente in risposta ai numeri relativamente grandi. Dati comportamentali per l’effetto SNARC in verticale derivavano da uno studio di Ito e Hatta (2004) e successivamente replicati da Gevers e colleghi (2006). Nel primo lavoro soggetti giapponesi mostravano un’associazione tra i numeri piccoli e la parte inferiore dello spazio e un’associazione tra i numeri grandi e la parte superiore dello spazio (Ito & Hatta, 2004). Nel secondo lavoro soggetti belgi dimostravano che in verticale l’impatto dei codici spaziali numerici dipendevano dalla discriminazione della risposta (Gevers et al., 2006).

L’associazione tra numero e spazio variava dalla dimensione orizzontale a quella verticale. Infatti orizzontalmente la direzione da sinistra verso destra della linea numerica poteva dipendere dall’influenza della direzione della lettura e scrittura della cultura occidentale. In verticale invece l’ipotesi del ruolo della cultura sembrava non aver alcuna influenza. Come messo in luce da Ito e Hatta (2004), i soggetti giapponesi scrivono dall’alto verso il basso e quindi la linea numerica

verticale dovrebbe avere un orientamento dall'alto verso il basso e non un orientamento opposto. Una spiegazione alternativa dell'effetto SNARC lungo la dimensione verticale derivava dall'esperienza della vita quotidiana. Ogni qualvolta noi aggiungiamo più di una sostanza, come ad esempio dell'acqua in un bicchiere, il livello sale (Lakoff, 1987). Quando invece rimuoviamo l'acqua dal bicchiere, allora il livello diminuisce (Lakoff, 1987).

Il lavoro di Ito e Hatta (2004) permetteva anche di interrogarsi su una possibile dissociazione tra compito esplicito e quello implicito per quanto riguarda il codice spaziale. Nello specifico Ito e Hatta (2004) ottenevano un effetto SNARC solo quando i soggetti eseguivano un compito di parità (compito implicito). Con un compito di confronto di grandezza, invece, gli autori non trovavano un effetto SNARC. Gli autori interpretavano questa dissociazione sostenendo che l'insorgenza dell'effetto SNARC nel compito di giudizio di parità dipendeva da una rappresentazione dei numeri come ordinali piuttosto che come grandezze. Tale interpretazione traeva supporto dalla scoperta di un effetto SNARC con stimoli ordinali non numerici, come ad esempio le lettere dell'alfabeto o i mesi dell'anno (Gevers, Reynvoet, & Fias, 2003). Questa ipotesi tuttavia differiva dalle scoperte di Dehaene e colleghi (1990) in un compito di giudizio di grandezza rispetto a un numero di riferimento standard. Inoltre, Dehaene e colleghi (1993) non trovavano un effetto SNARC con le lettere dell'alfabeto.

Lo scopo di questo primo esperimento era di replicare l'effetto SNARC in orizzontale e in verticale. Rispetto a questo obiettivo, ci aspettavamo di trovare in un campione di studenti italiani un effetto SNARC in orizzontale (da sinistra verso destra) e in verticale (dal basso verso l'alto). Inoltre, ci proponevamo di chiarire l'influenza dell'attivazione della linea numerica mentale in compiti espliciti (confronto di grandezza) ed impliciti (giudizio di parità). Per indagare meglio questo obiettivo, a ciascun soggetto veniva presentato lo stesso intervallo numerico da 1 a 9 ad esclusione di 5 per entrambi i tipi di compiti.

#### *4.1.2. Metodo*

##### *Partecipanti*

Il campione era costituito da 24 studenti italiani dell'Università di Bologna, reclutati casualmente come volontari per l'esperimento. L'età media era di 23 anni ( $SD = 5.49$ ). Dei 24 partecipanti, 13 erano femmine e 11 erano maschi. Sebbene Dehaene et al. (1993, Esperimento 4) non individuavano differenti rappresentazioni numeriche nei soggetti destrimani e mancini, ai partecipanti veniva chiesto di indicare la mano preferita (dominante) per scrivere. Nel campione 23 partecipanti erano destrimani e solamente 1 soggetto era mancino.

### *Materiale*

Nell'esperimento veniva chiesto di eseguire due tipi di compiti: giudizio di confronto di grandezza e giudizio di parità. Nel compito di giudizio di grandezza l'istruzione era di giudicare se il numero presentato sullo schermo fosse maggiore o minore del numero di riferimento 5. Nel compito di giudizio di parità l'istruzione era di giudicare se il numero presentato sullo schermo fosse pari o dispari. Entrambi i compiti erano presentati al computer ed erano preparati attraverso il software E-Prime versione 1.1. In entrambi i compiti, ai partecipanti erano presentati i numeri dal 1 al 9 ad esclusione del numero 5. I numeri erano in formato arabo. Come modalità di risposta era utilizzata la tastiera numerica (Gevers et al., 2006). Per la condizione in orizzontale i tasti di risposta erano i numeri 4 e 6 coperti da un dischetto verde per non consentire che alcuna informazione numerica potesse influenzare la performance. Il tasto 4 era premuto sempre con la mano sinistra mentre il tasto 6 era sempre premuto con la mano destra. Per la condizione in verticale i tasti di risposta erano i numeri 2 e 8, coperti da un dischetto rosso per non consentire che alcuna informazione numerica potesse influenzare la performance. Il tasto 2 era sempre premuto con la mano sinistra mentre il tasto 8 era sempre premuto con la mano destra. La scelta della tastiera numerica ci permetteva di avere equidistanti i tasti di risposta sia per la condizione orizzontale che per quella verticale.

### *Procedura*

L'esperimento veniva condotto in una stanza silenziosa e con illuminazione costante. Ciascun soggetto sedeva su una sedia a una distanza di 30 cm dallo schermo. Indipendentemente dal tipo di compito, il segno del cancelletto (#) in formato Courier New 40 in bianco su sfondo nero compariva al centro del monitor come punto di fissazione per 500 ms. Successivamente un numero target in formato Courier New 40 compariva al centro dello schermo in bianco su sfondo nero per 1500 ms o fino a che il soggetto non rispondeva. A risposta data o all'esaurimento del tempo di presentazione, compariva uno schermo nero per 500 ms. La comparsa di un nuovo punto di fissazione sanciva l'inizio di un nuovo trial. I numeri target erano presentati secondo un ordine random, con il vincolo che lo stesso numero non potesse comparire per più di 3 volte consecutivamente. Ciascun numero compariva per 15 volte, determinando 120 trial per ciascun compito in ogni condizione. Ciascun partecipante eseguiva una prova di addestramento, in cui ciascuno degli 8 numeri target compariva per 1 volta. Se era richiesto dal soggetto, la prova di addestramento poteva essere eseguita nuovamente. La durata dell'intero esperimento era di circa 40 minuti. Ciascun soggetto eseguiva i 2 compiti sia per la condizione orizzontale sia per la condizione

verticale. All'interno di ogni condizione i partecipanti eseguivano lo stesso compito con due diverse assegnazioni delle mani di risposta. In orizzontale per il compito di parità le due associazioni tra istruzioni e mano di risposta erano: mano sinistra-dispari e mano destra-pari; mano sinistra-pari e mano destra-dispari. In orizzontale per il compito di grandezza le due associazioni tra istruzioni e mano di risposta erano: mano sinistra-minore di 5 e mano destra-maggiore di 5; mano sinistra-maggiore di 5 e mano destra-minore di 5. La stessa procedura valeva in verticale per entrambi i compiti. Ne consegue che ciascun soggetto eseguiva 8 prove (2 compiti x 2 condizioni spaziali x 2 associazioni tra istruzioni e mano di risposta). L'ordine di esecuzione dei compiti così come l'ordine di presentazione delle condizioni spaziali erano bilanciate tra i soggetti. Allo stesso modo l'ordine delle associazioni tra istruzioni dei compiti e mani di risposta era bilanciato tra i soggetti.

### *Analisi Statistiche*

Inizialmente in entrambi i compiti per ciascun numero in ogni condizione e in ogni associazione tra istruzione e mano di risposta erano calcolati i tempi medi di risposta (RT) solamente quando i soggetti rispondevano correttamente. Successivamente per ciascun numero venivano eliminati i RT inferiori e/o superiori a 2.5 deviazioni standard (SD). Per facilitare le analisi statistiche i numeri erano raggruppati in quattro categorie di grandezza: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9. Per ciascuna categoria venivano calcolati i RT medi, separatamente per ciascun orientamento spaziale. Per verificare la presenza di un effetto SNARC, infine veniva condotta un'ANOVA a misure ripetute con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sui RT per la condizione orizzontale e verticale. La stessa analisi della varianza era condotta anche sul numero degli errori, costituendo il livello dell'accuratezza. Come misura della dimensione dell'effetto veniva riportato il valore dell'eta quadrato parziale ( $\eta^2_p$ ) (Huberty, 2002). Il post-hoc di Bonferroni era eseguito quando i fattori risultavano significativi. Il livello di significatività era posto a .05.

#### *4.1.3. Risultati*

##### *Compito di Parità:*

Del totale dei trials (N = 11,520), il 92.36% erano eseguiti correttamente (N = 10,640). Gli RT eliminati perché inferiori e/o superiori a 2.5 SD erano il 2.12% (N = 244). Due soggetti venivano eliminati dalle analisi successive poiché avevano il 23.33% e il 29.38% degli errori, avendo dunque un basso livello di accuratezza. Dei restanti 22 soggetti, RT totale era di 514.83 ms (SD = 57.78 ms) mentre la percentuale totale degli errori era del 9.75% (SD = 6.31%). La

correlazione tra RT totali e l'accuratezza totale non era significativa ( $r = -.11$ ,  $p = .61$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*.

✓ Orizzontale: Tempi di Risposta. I RT medi per la condizione orizzontale erano di 510 ms (SD = 54.26 ms). La percentuale dell'errore medio era di 8.61% (SD = 3.99%). La correlazione negativa tra RT e accuratezza in orizzontale non era significativa ( $r = -.01$ ,  $p = .97$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. Nell'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sui RT, l'effetto grandezza risultava significativo ( $F_{3,63} = 2.94$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .12$ ). Il post-hoc di Bonferroni per il fattore Grandezza non dimostrava alcun confronto significativo, sebbene all'aumentare della grandezza numerica aumentavano gli RT (da 507 ms per la grandezza 1-2 a 521 ms per la grandezza 8-9). All'opposto non risultava significativo l'effetto della mano di risposta (n.s.). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,63} = 8.92$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .29$ ). Questa interazione significativa dimostrava effetto SNARC in orizzontale, come illustrato nella figura 4.1. I confronti t-test parificati mostravano che la mano sinistra (492 ms; SD = 58.86 ms) era più veloce nel giudicare la parità per i numeri piccoli 1-2 rispetto alla mano destra (521 ms; SD = 61.29 ms), con  $t_{21} = 3.94$ ,  $p < .001$ . I confronti t-test mostravano inoltre che la mano destra (511 ms; SD = 66.40 ms) era più veloce rispetto alla mano sinistra (531 ms; SD = 56.01 ms) nel giudicare la parità per i numeri grandi 8-9 ( $t_{21} = -2.32$ ,  $p < .05$ ). Inoltre, la mano destra (496 ms; SD = 59.93 ms) tendeva ad essere più veloce della mano sinistra (516 ms; SD = 62.35 ms) nel giudicare la parità per i numeri 6-7 ( $p = .06$ ).



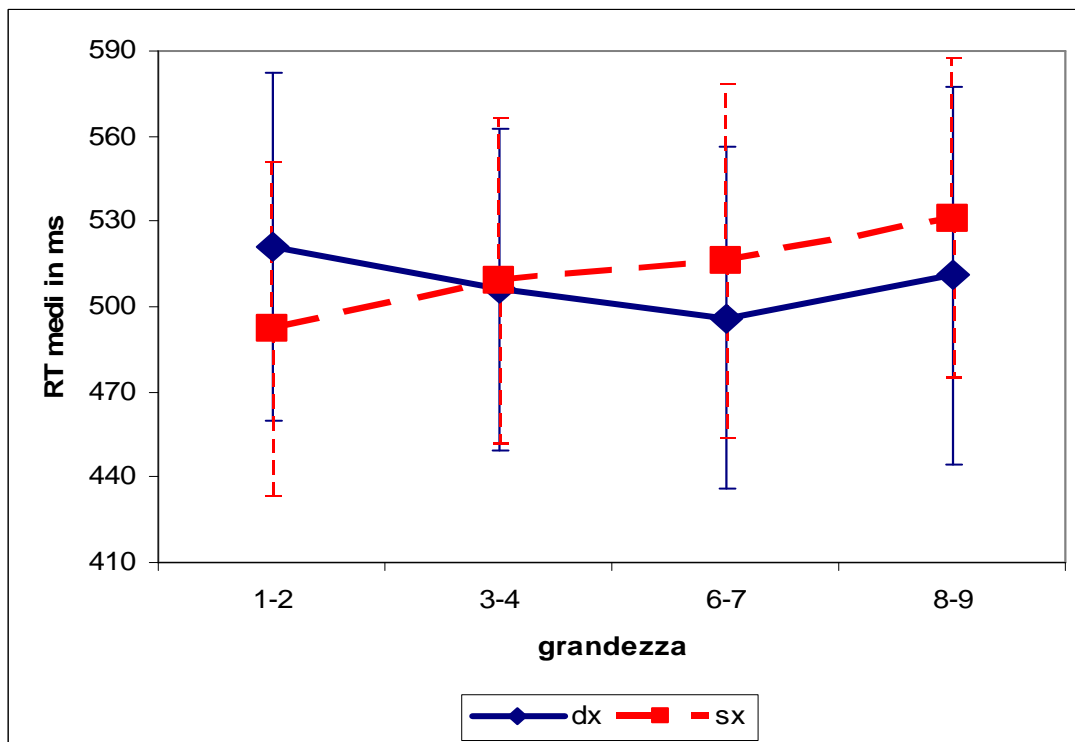


Figura 4.1. Interazione tra Mano e Grandezza sui RT (e SD) nel compito di parità per la condizione orizzontale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Per capire meglio questa interazione veniva condotta un'analisi della regressione a misure ripetute (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3). Come era già stato svolto da Fias e colleghi (1996), nella prima fase, per ogni soggetto i RT medi delle risposte corrette venivano calcolati per ogni numero, in modo separato per le risposte date con la mano destra e per quelle con la mano sinistra. Sulla base di queste medie, venivano calcolate le differenze dei RT (dRT), sottraendo i RT della mano sinistra da quelli della mano destra ( $dRT = RT \text{ destra} - RT \text{ sinistra}$ ). Se c'era una relazione tra grandezza numerica e lato della risposta, allora doveva essere individuata una correlazione negativa tra grandezza numerica e le dRT. Nello specifico i numeri piccoli dovevano determinare risposte a sinistra più veloci mostrando dRT positive mentre i numeri grandi dovevano determinare risposte a destra più veloci mostrando dRT negative. Nella seconda fase veniva calcolata un'equazione di regressione per ogni soggetto con la grandezza del numero come predittore. Nella terza fase veniva condotto un t-test per verificare se i pesi di regressione deviassero significativamente da zero. L'equazione era  $dRT = 18.74 - 5.01 (\text{grandezza})$ , come mostrato nella figura 4.2. Il coefficiente B non standardizzato era -5.01 (SD = 10.80) e risultava significativamente diverso da zero con  $t_{21} = -2.17, p < .05$ .

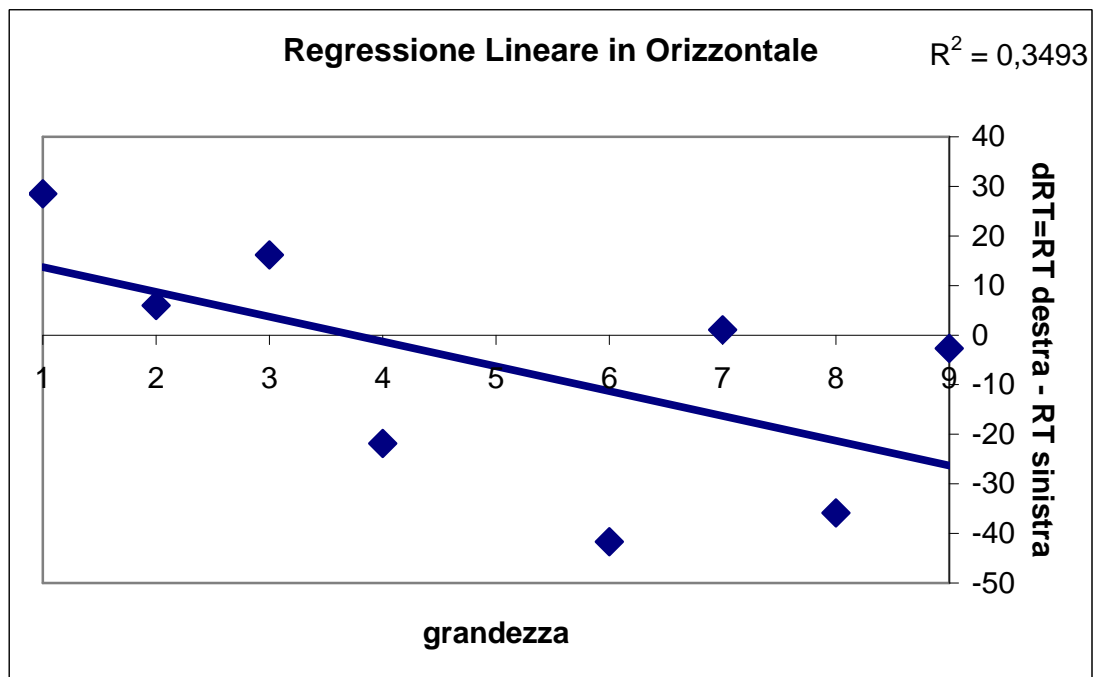


Figura 4.2. L'equazione della regressione lineare in orizzontale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Infine in orizzontale per ciascun soggetto venivano calcolati i tempi medi di risposta (e il numero medio di errori) per i numeri pari e dispari per entrambe le mani di risposta. Successivamente veniva condotta un'ANOVA a misure ripetute con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sui RT medi. Il fattore Mano non raggiungeva i livelli di significatività statistica (n.s.). Il fattore Compito risultava significativo ( $F_{1,21} = 9.77$ ,  $p < .005$ ,  $\eta^2_p = .31$ ) poiché il giudizio di parità (503 ms; SD = 56.27 ms) determinava risposte più veloci rispetto ai giudizi di disparità (517 ms; SD = 63.47 ms). L'interazione tra i fattori invece raggiungeva i livelli di significatività ( $F_{1,21} = 5.97$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .22$ ). I confronti post-hoc con il t-test dimostravano che i soggetti erano più veloci a giudicare i numeri come pari con la mano destra (491 ms; SD = 54.29 ms) rispetto alla mano sinistra (515 ms; SD = 58.25 ms), con  $t_{21} = -2.36$ ,  $p < .05$ . Inoltre, i soggetti tendevano ( $p = .07$ ) ad essere più veloci a giudicare i numeri come dispari con la mano sinistra (509 ms; SD = 62.74 ms) in confronto alla mano destra (526 ms; SD = 64.21 ms). Infine i soggetti erano più veloci con la mano destra a giudicare i numeri come pari rispetto a quando li giudicavano come dispari ( $t_{21} = -2.52$ ,  $p < .05$ ) Questo dato confermava un'associazione esistente tra i numeri dispari e mano sinistra e tra i numeri pari e mano destra (Reynvoet & Brysbaert, 1999; Willmes & Iversen, 1995). Questo effetto era chiamato MARC (*linguistic MArkedness of Response Codes*) (Nuerk, Iversen, & Willmes, 2004).

✓ Orizzontale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sul numero di errori in orizzontale mostrava che il fattore Mano tendeva verso la significatività ( $F_{1,21} = 3.67$ ,  $p = .06$ ,  $\eta^2_p = .14$ ) mentre il fattore Grandezza risultava significativo ( $F_{3,63} = 4.45$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .17$ ). Da una parte la mano destra commetteva in media un numero maggiore di errori (1.41; SD = 1.20) rispetto alla mano sinistra (1.17; SD = 0.90). Dall'altra parte per le grandezze 1-2 (1.61; SD = 1.52) e 8-9 (1.51; SD = 1.21) venivano commessi più errori rispetto alle grandezze 6-7 (0.09; SD = 0.58) ( $p < .05$ ). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,63} = 3.16$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .13$ ), come mostrato in figura 4.3. I confronti parificati t-test mostravano che la mano sinistra (1.06; SD = 1.02) commetteva un numero inferiore di errori per i numeri 1-2 rispetto alla mano destra (2.15; SD = 2.03), con  $t_{21} = 2.22$ ,  $p < .05$ . Nessun altro confronto risultava significativo.

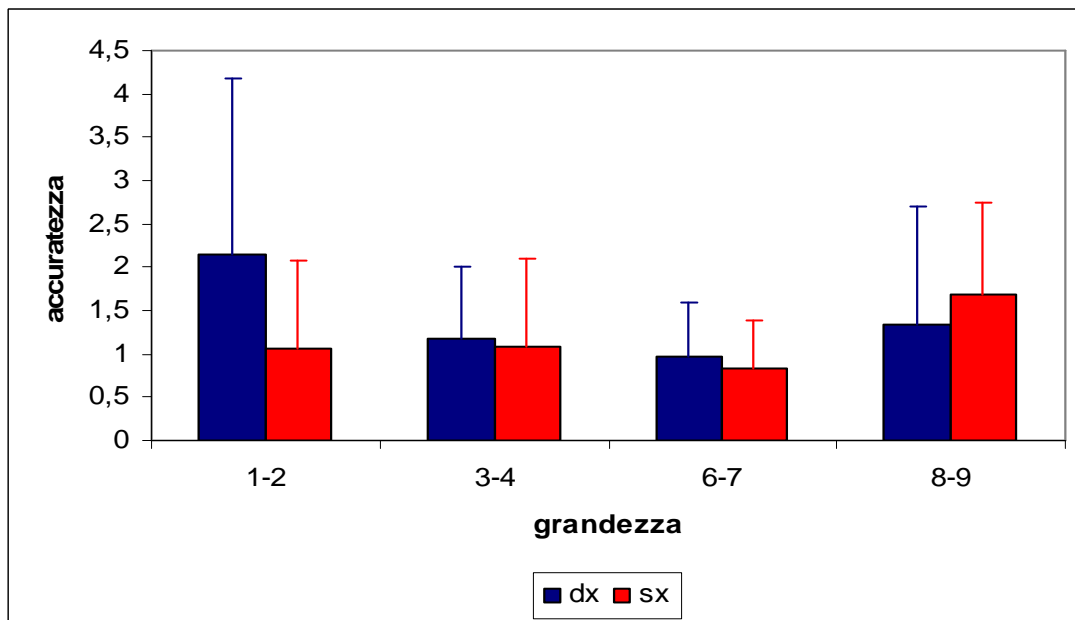


Figura 4.3. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di parità per la condizione orizzontale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Infine l'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sull'accuratezza media confermava che il fattore Mano tendeva verso la significatività ( $p = .06$ ). Anche il fattore Compito tendeva verso la significatività ( $F_{1,21} = 4.11$ ,  $p = .055$ ,  $\eta^2_p = .16$ ). Il giudizio di parità (1.15; SD = 0.61) determinava un numero inferiore di errori rispetto al giudizio di disparità (1.42; SD = 0.92). Infine l'interazione tra i due fattori non raggiungeva i livelli di significatività ( $F_{1,21} = 3.36$ ,  $p = .08$ ,  $\eta^2_p = .13$ ). La mano sinistra (1.18; SD = 0.71) era più accurata

nel giudicare i numeri come dispari rispetto alla mano destra (1.67; SD = 1.13). La mano destra (1.15; SD = 0.53) commetteva meno errori nel giudicare i numeri come pari rispetto a quando giudicava i numeri come dispari. Questi risultati erano in linea con quanto ottenuto per gli RT, confermando parzialmente un effetto MARC.

✓ Verticale: Tempi di Reazione. Gli RT medi per la condizione verticale erano di 517 ms (SD = 59.57 ms). La percentuale dell'errore medio era di 7.87% (SD = 4.05%). La correlazione negativa tra RT e accuratezza in orizzontale non era significativa ( $r = .22$ ,  $p = .31$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. La condizione orizzontale e verticale non differivano né per gli RT né per il livello di accuratezza ( $p > .1$  per entrambi i confronti). L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sui RT mostrava che un significativo effetto della mano di risposta ( $F_{1,21} = 4.63$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .18$ ) così come un significativo effetto della grandezza numerica ( $F_{3,63} = 3.33$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .13$ ). La mano destra (511 ms; SD = 63.83 ms) risultava più veloce rispetto alla mano sinistra (524 ms; SD = 70.45 ms). Il post-hoc di Bonferroni per il fattore Grandezza non dimostrava alcun confronto significativo, sebbene all'aumentare della grandezza numerica aumentavano gli RT (da 512 ms per la grandezza 1-2 a 531 ms per la grandezza 8-9). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,63} = 6.00$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .22$ ). Questa interazione significativa dimostrava l'effetto SNARC in verticale, come illustrato nella figura 4.4. I confronti t-test parificati mostravano che la mano sinistra (523 ms; SD = 70.37 ms) era più lenta a rispondere alla grandezza 6-7 ( $t_{21} = -2.76$ ,  $p < .05$ ) rispetto alla mano destra (500 ms; SD = 67.75 ms). I confronti t-test mostravano inoltre che la mano destra (511 ms; SD = 69.42 ms) era più veloce rispetto alla mano sinistra (550 ms; SD = 76.90 ms) nel rispondere alla grandezza 8-9 ( $t_{21} = -2.89$ ,  $p < .05$ ).

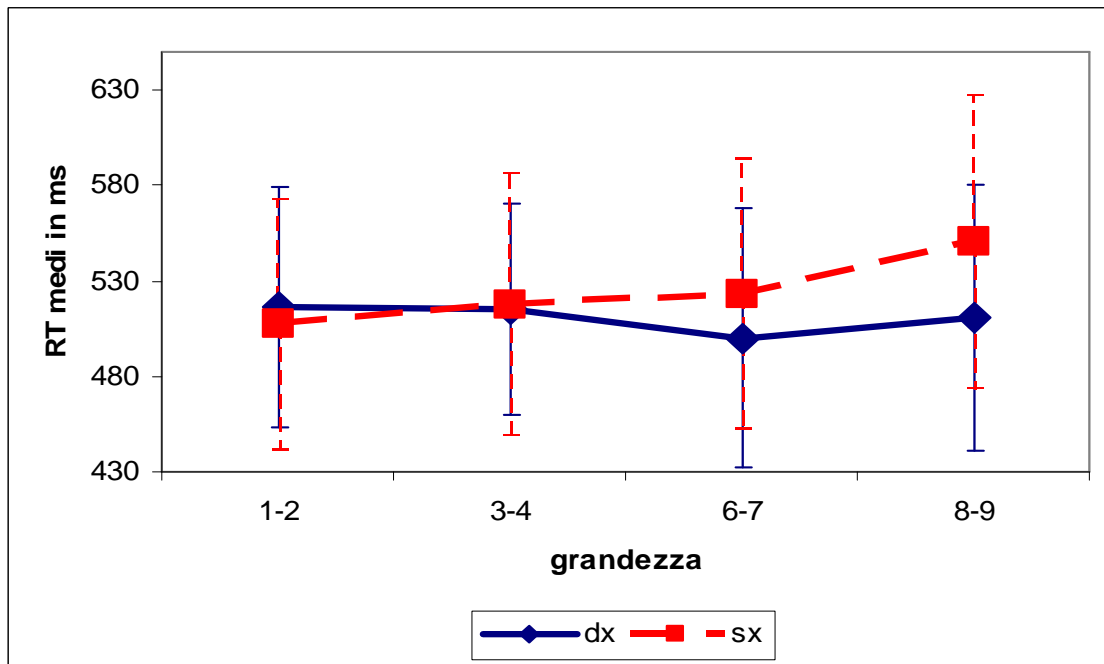


Figura 4.4. Interazione tra Mano e Grandezza sui RT (e SD) nel compito di parità per la condizione verticale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Per capire meglio questa interazione veniva condotta un'analisi della regressione a misure ripetute (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3), utilizzando il metodo precedentemente descritto. L'equazione era  $dRT = 23.76 - 7.38 (\text{grandezza})$ , come mostrato nella figura 4.5. Il coefficiente B non standardizzato era  $-7.38$  ( $SD = 10.46$ ) e risultava significativamente diverso da zero con  $t_{21} = -3.31$ ,  $p < .005$ .

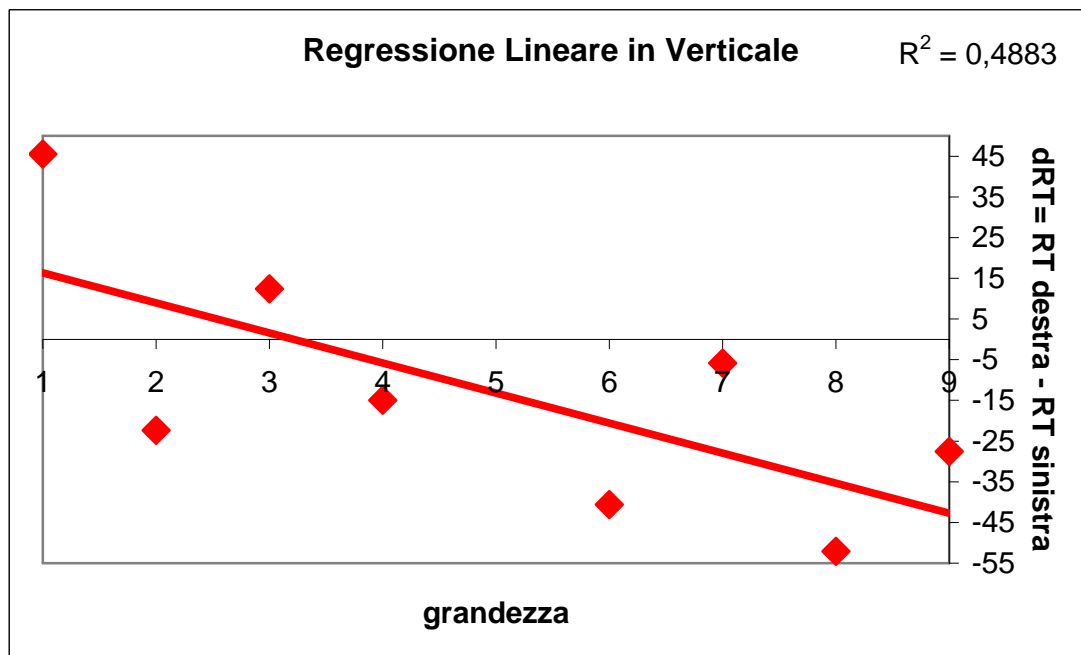


Figura 4.5. L'equazione della regressione lineare in verticale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Infine in verticale per ciascun soggetto erano calcolati i tempi medi di risposta per i numeri pari e dispari per entrambe le mani di risposta. L'ANOVA a misure ripetute con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sui RT medi confermava la significatività del fattore Mano ( $p < .05$ ). Il fattore Compito risultava significativo ( $F_{1,21} = 9.99$ ,  $p < .005$ ,  $\eta^2_p = .32$ ) poiché il giudizio di parità (510 ms; SD = 64.03 ms) determinava risposte più veloci rispetto ai giudizi di disparità (524 ms; SD = 68.22 ms). L'interazione tra i fattori non raggiungeva i livelli di significatività (n.s.). In verticale quindi non veniva trovato l'effetto MARC.

✓ Verticale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sul numero di errori in verticale non mostrava alcun effetto della mano di risposta (n.s.). Il fattore Grandezza risultava invece significativo ( $F_{3,63} = 4.16$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .16$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per le grandezze 1-2 (1.45; SD = 0.94) i partecipanti commettevano più errori rispetto alle grandezze 6-7 (0.84; SD = 0.79) ( $p < .005$ ). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,63} = 6.42$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .23$ ), come mostrato in figura 4.6. I confronti parificati t-test mostravano che la mano sinistra (1.00; SD = 0.65) commetteva un numero inferiore di errori per la grandezza 1-2 rispetto alla mano destra (1.90; SD = 1.23), con  $t_{21} = 3.46$ ,  $p < .005$ . Inoltre, la mano destra (0.63; SD = 0.86) determinava un numero inferiore di errori rispetto alla sinistra (1.04; SD = 0.73) per la grandezza 6-7 ( $t(21) = -2.32$ ,  $p < .05$ ). Lo stesso

confronto (destra = 1.00, SD = 1.17; sinistra = 1.70, SD = 1.40) era significativo per la grandezza 8-9 ( $t_{21} = -2.31, p < .05$ ).

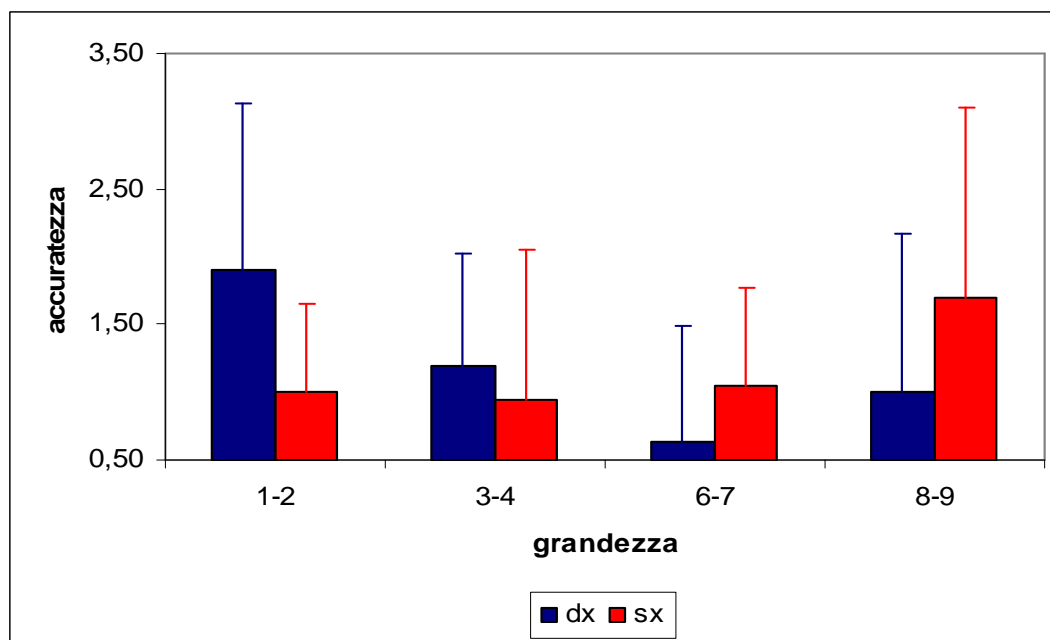


Figura 4.6. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di parità per la condizione verticale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Infine l'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sull'accuratezza media non individuava alcun fattore significativo. L'interazione tra i due fattori tendeva verso i livelli di significatività ( $F_{1,21} = 3.45, p = .07, \eta^2_p = .14$ ). La mano destra (0.98; SD = 0.62) commetteva meno errori nel giudicare i numeri come pari rispetto alla mano sinistra (1.17; SD = 0.68).

Compito di Grandezza:

Del totale dei trials (N = 11,520), il 95.97% erano eseguiti correttamente (N = 11,056). Gli RT eliminati perché inferiori e/o superiori a 2.5 SD erano il 2.39% (N = 275). Gli RT totali erano di 417 ms (SD = 66.14 ms) mentre la percentuale totale degli errori era del 6.41% (SD = 2.20%). La correlazione tra RT totali e l'accuratezza totale era positivamente significativa ( $r = .57, p < .005$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*.

✓ Orizzontale: Tempi di Risposta. I RT medi per la condizione orizzontale erano di 468 ms (SD = 66.10 ms). La percentuale dell'errore medio era di 5.92% (SD = 2.04%). La correlazione

positiva tra RT e accuratezza in orizzontale era significativa ( $r = .47$ ,  $p < .05$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sui RT mostrava che il fattore Mano fosse significativo ( $F_{1,23} = 5.42$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .19$ ). La mano destra (464 ms; SD = 73.34 ms) era mediamente più veloce rispetto alla mano sinistra (472 ms; SD = 70.08 ms). Allo stesso modo il fattore Grandezza era significativo ( $F_{3,69} = 17.34$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .43$ ). Il post-hoc di Bonferroni per il fattore Grandezza dimostrava che la grandezza 1-2 (453 ms; SD = 70.89 ms) era più veloce in confronto alle grandezze 3-4 (485 ms; SD = 77.86 ms) e 6-7 (477 ms; SD = 73.00 ms) ( $p < .0001$  per entrambi i confronti). La grandezza 3-4 otteneva dei RT più alti rispetto alla grandezza 8-9 (458 ms; SD = 65.10 ms) ( $p < .005$ ). Infine i partecipanti ottenevano RT più alti per la grandezza 6-7 in confronto alla grandezza 8-9 ( $p < .05$ ). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,69} = 3.93$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .14$ ). Questa interazione significativa dimostrava l'effetto SNARC in orizzontale, come illustrato nella figura 4.7. I confronti post-hoc mostravano che la mano destra (6-7: 466 ms, SD = 78.04 ms; 8-9: 443 ms, SD = 62.86 ms) era più veloce rispetto alla mano sinistra (6-7: 488 ms, SD = 67.97 ms; 8-9: 472 ms, SD = 67.34 ms) nel giudicare i numeri dal 6 al 9 come maggiori di 5 ( $p < .05$  per entrambi i confronti). I confronti t-test parificati mostravano che la mano sinistra (445 ms; SD = 65.85 ms) tendeva ad essere più veloce nel giudicare la parità per i numeri piccoli 1 e 2 rispetto alla mano destra (461 ms; SD = 75.94 ms), con  $p = .07$ .

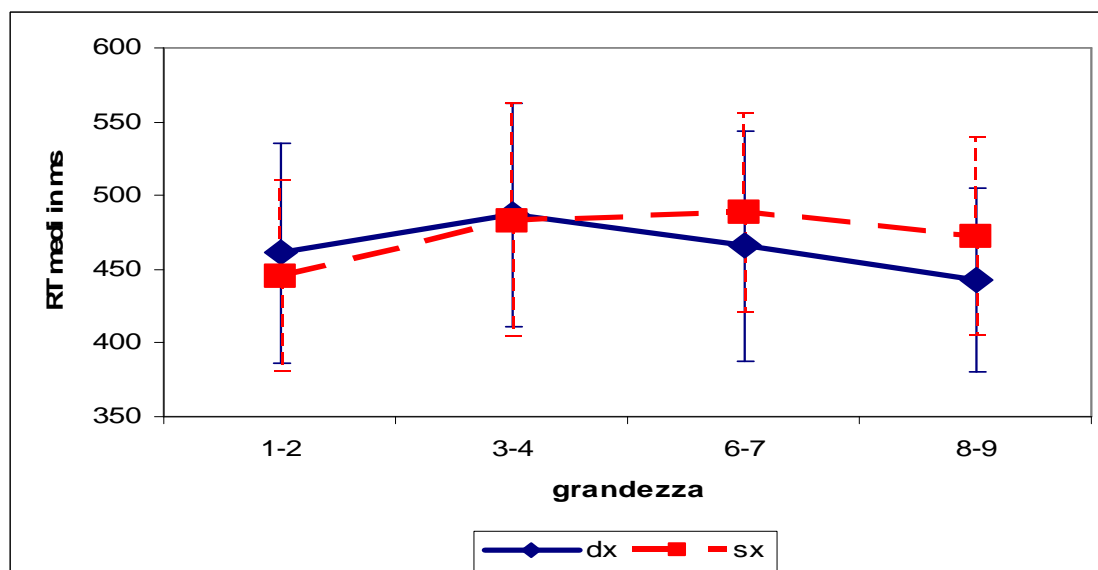


Figura 4.7. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di grandezza per la condizione orizzontale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.



Come veniva fatto per le analisi precedenti, veniva eseguita un'analisi della regressione lineare (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3) per misure ripetute. L'equazione della retta di regressione lineare era:  $dRT = 24.60 - 6.55 (\text{grandezza})$ , rappresentata nella Figura 4.8. Il coefficiente B era  $-6.55$  (SD = 12.96) ed era significativamente differente da zero ( $t(23) = -2.47, p < .05$ ).

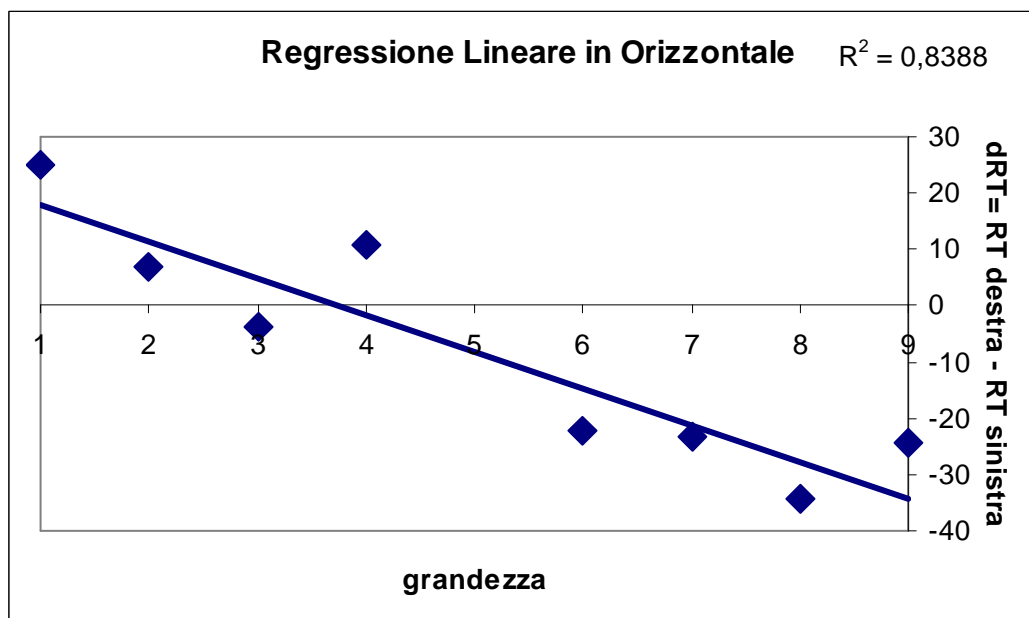


Figura 4.8. L'equazione della regressione lineare in orizzontale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Un effetto classico della linea numerica mentale era l'effetto distanza in compiti di confronti di grandezza rispetto a un numero di riferimento. Per individuare tale effetto nel dettaglio, venivano calcolati i tempi medi per quattro distanze: D1 (4 e 6), D2 (3 e 7), D3 (2 e 8) e D4 (1 e 9) rispetto al numero 5 di riferimento. Era condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3, e D4) sui RT medi. L'analisi confermava la significatività l'effetto della mano di risposta ( $p < .05$ ) e metteva in luce la un significativo effetto distanza ( $F_{3,69} = 31.52, p < .0001, \eta^2_p = .57$ ). Il post-hoc di Bonferroni trovava che D1 (494 ms; SD = 78.69 ms) determinava gli RT più alti rispetto a D2 (468 ms; SD = 68.45 ms), D3 (458 ms; SD = 65.67 ms) e D4 (452 ms; SD = 63.12 ms) ( $p < .0001$  per tutti i confronti). Inoltre D2 aveva gli RT più alti di D3 e D4 ( $p < .05$  per entrambi i confronti). L'interazione tra Mano e Distanza non era significativa (n.s.)

Infine venivano calcolati i RT medi per i numeri inferiori a 5 (minori) e superiori a 5 (maggiori). Successivamente veniva condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggior *versus* minore) sui RT medi. Il fattore Mano era significativo ( $p < .05$ ), confermando i risultati delle analisi precedenti. Il fattore Compito non raggiungeva i livelli di

significatività (n.s.). L'interazione tra i fattori era invece significativa ( $F_{1,23} = 4.66$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .16$ ). I confronti post-hoc mostravano che soltanto per giudicare i numeri come maggiori di 5, la mano destra (455 ms; SD = 67.77 ms) era più veloce della mano sinistra (480 ms; SD = 66.32 ms), con  $t_{23} = -2.89$ ,  $p < .05$ .

✓ Orizzontale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sul numero di errori in orizzontale mostrava la salienza dell'effetto della grandezza numerica ( $F_{3,69} = 6.88$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .23$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per la grandezza 1-2 (0.66; SD = 0.46) venivano commessi meno errori rispetto alla grandezza 3-4 (1.18; SD = 0.71) e 6-7 (0.97; SD = 0.75) (rispettivamente  $p < .005$  e  $p < .05$ ). Inoltre per la grandezza 3-4 venivano commessi più errori rispetto alla grandezza 8-9 (0.71; SD = 0.63) ( $p < .05$ ). L'interazione Mano x Grandezza non risultava significativa (n.s.). Non c'era dunque alcun effetto SNARC per l'accuratezza nel compito di confronto di grandezza.

Per individuare un possibile effetto distanza per l'accuratezza, veniva calcolato il numero medio di errori per quattro distanze: D1 (4 e 6), D2 (3 e 7), D3 (2 e 8) e D4 (1 e 9) rispetto al numero 5. Veniva condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sul numero medio di errori. L'analisi esibiva un significativo effetto distanza ( $F_{3,69} = 7.03$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .23$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che D1 (1.22; SD = 0.82) generava più errori rispetto a D3 (0.75; SD = 0.49) e D4 (0.63; SD = 0.54) ( $p < .005$  per entrambi i confronti). Né il fattore Mano né l'interazione con il fattore Distanza erano significativi ( $p > 1$  per entrambe le analisi).

Come per gli RT, anche per l'accuratezza veniva calcolato il numero medio di errori rispetto al tipo di compito. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggiore *versus* minore) sull'accuratezza media non mostrava alcuna significatività né dei fattori, né della loro interazione.

✓ Verticale: Tempi di Risposta. I RT medi per la condizione verticale erano di 474 ms (SD = 68.11 ms). La percentuale dell'errore medio era di 6.90% (SD = 3.06%). La correlazione positiva tra RT e accuratezza in orizzontale era significativa ( $r = .45$ ,  $p < .05$ ), dimostrando l'assenza di una *speed-accuracy trade-off*. L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sui RT mostrava che il fattore Grandezza era significativo ( $F_{3,69} = 28.32$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .55$ ). Il post-hoc di Bonferroni per il fattore Grandezza dimostrava che la grandezza 1-2 (456 ms; SD = 71.91 ms) era più veloce in confronto alle grandezze 3-4 (497 ms; SD = 82.86 ms) e 6-7 (483 ms; SD = 75.63 ms) ( $p < .0001$  per entrambi i confronti). La grandezza 3-4 otteneva dei RT più alti rispetto alla grandezza 8-9 (462 ms; SD = 65.72 ms) ( $p < .005$ ). L'interazione Mano

x Grandezza era significativa ( $F_{3,69} = 5.94$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .20$ ). Questa interazione significativa dimostrava l'effetto SNARC in verticale, come illustrato nella figura 4.9. I confronti post-hoc mostravano che la mano destra (6-7: 468 ms, SD = 73.98 ms; 8-9: 446 ms, SD = 56.55 ms) era più veloce rispetto alla mano sinistra (6-7: 498 ms, SD = 77.28 ms; 8-9: 478 ms, SD = 74.90 ms) nel giudicare i numeri dal 6 al 9 come maggiori di 5 ( $p < .005$  per entrambi i confronti).

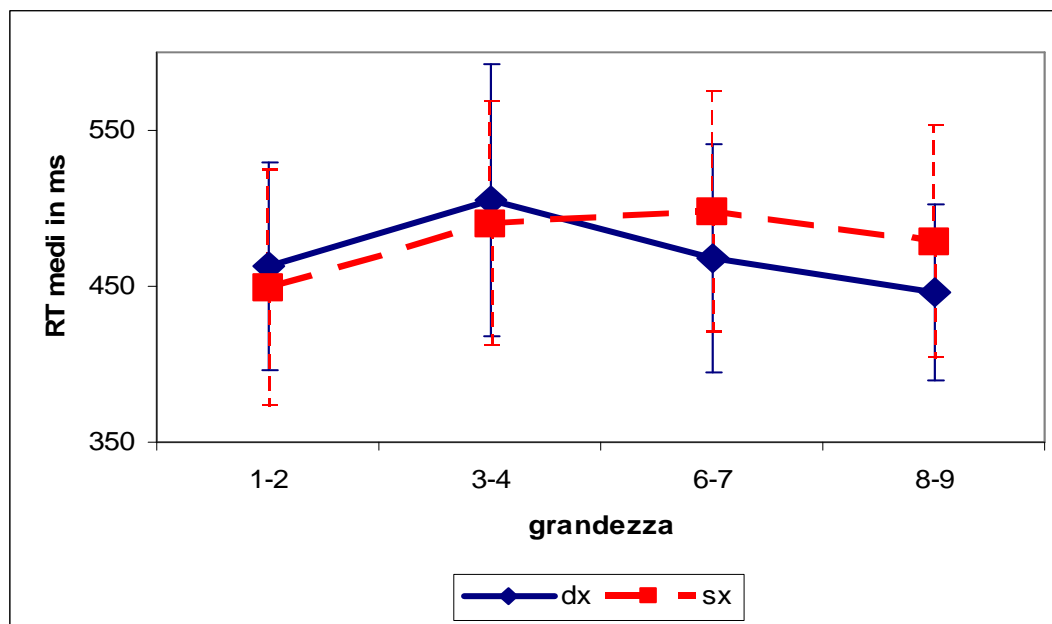


Figura 4.9. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di grandezza per la condizione verticale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Come precedentemente fatto, veniva condotta un'analisi della regressione lineare (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3). L'equazione della retta di regressione lineare era:  $dRT = 29.10 - 9.01$  (grandezza), rappresentata nella Figura 4.10. Il coefficiente B era  $- 7.45$  (SD = 14.42) ed era significativamente differente da zero ( $t_{23} = - 3.06$ ,  $p < .05$ ).

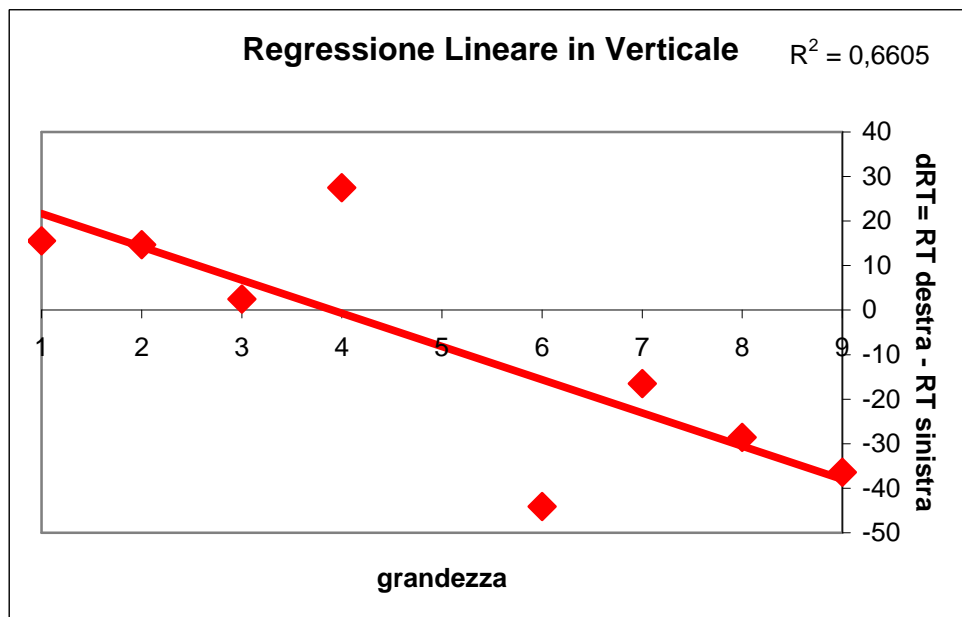


Figura 4.10. L'equazione della regressione lineare in verticale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Per vedere un effetto distanza, venivano calcolati i RT medi per quattro distanze: D1 (4 e 6), D2 (3 e 7), D3 (2 e 8) e D4 (1 e 9) rispetto al numero di riferimento 5. Veniva eseguita un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3, e D4) sui RT medi. L'analisi metteva in luce un effetto distanza ( $F_{3,69} = 32.71$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta_p^2 = .58$ ). Il post-hoc di Bonferroni trovava che D1 (505 ms; SD = 81.01 ms) determinava gli RT più alti rispetto a D2 (476 ms; SD = 73.03 ms), D3 (459 ms; SD = 67.93 ms) e D4 (459 ms; SD = 66.66 ms) ( $p < .0001$  per tutti i confronti). Inoltre D2 aveva gli RT più alti di D3 e D4 (rispettivamente  $p < .005$  e  $p < .001$ ). Né il fattore Mano, né l'interazione con il fattore Distanza erano significativi ( $p > 1$ ).

Infine venivano calcolati i RT medi per i numeri inferiori a 5 (minori) e superiori a 5 (maggiori). Successivamente veniva condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggior *versus* minor) sui RT medi. Entrambi i due fattori non erano significativi. L'interazione invece risultava significativa ( $F_{1,23} = 7.56$ ,  $p < .05$ ,  $\eta_p^2 = .24$ ). I confronti post-hoc mostravano che per giudicare i numeri come maggiori di 5, la mano destra (457 ms; SD = 63.87 ms) era più veloce della mano sinistra (488 ms; SD = 74.87 ms), con  $t_{23} = -4.02$ ,  $p < .001$ .

✓ Verticale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: 1-2, 3-4, 6-7 e 8-9) sul numero di errori in verticale individuava un significativo effetto della grandezza numerica ( $F_{3,69} = 6.78$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta_p^2 = .23$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per la grandezza 1-2 (0.79; SD = 0.62) venivano commessi meno errori rispetto alla grandezza 3-4 (1.33; SD = 0.92) e 6-7 (1.20; SD = 0.91) (rispettivamente  $p < .005$  e  $p < .05$ ). Inoltre

per la grandezza 3-4 venivano commessi più errori rispetto alla grandezza 8-9 (0.84; SD = 0.73) ( $p < .05$ ). L'interazione Mano x Grandezza non risultava significativa. Non c'era alcun effetto SNARC per l'accuratezza nel compito di confronto di grandezza.

Per individuare un possibile effetto distanza per l'accuratezza, veniva calcolato il numero medio di errori per 4 distanze: D1 (4 e 6), D2 (3 e 7), D3 (2 e 8) e D4 (1 e 9) rispetto al numero 5. Era condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sul numero medio di errori. L'analisi esibiva un effetto distanza ( $F_{3,69} = 12.42$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .35$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che D1 (1.52; SD = 0.72) commetteva più errori rispetto a D2 (0.99; SD = 0,95), D3 (0.90; SD = 0.79) e D4 (0.75; SD = 0.59) ( $p < .005$  per entrambi i confronti). Né il fattore Mano né l'interazione con il fattore Distanza erano significativi ( $p > 1$  per entrambe le analisi).

Come per gli RT, anche per l'accuratezza veniva calcolato il numero medio di errori rispetto al tipo di compito. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggiore *versus* minore) sull'accuratezza media non mostrava la presenza di alcun effetto o dell'interazione significativa.

#### 4.1.4. *Discussione*

Lo scopo del presente esperimento era di replicare su un campione di studenti italiani l'effetto SNARC in orizzontale e in verticale in due compiti numerici. Nel compito di giudizio di parità veniva trovata una significativa interazione tra mano (spazio) di risposta e grandezza numerica sia in orizzontale che in verticale per quanto concerne i tempi di risposta (Dehaene et al., 1993; Gevers et al., 2006; Ito & Hatta, 2004). Da notare in modo particolare che la differenza dei RT tra mano destra e mano sinistra era in funzione della grandezza numerica. Nello specifico i numeri piccoli avevano una differenza positiva in quanto associati alla mano sinistra (spazio sinistro ed inferiore). Al contrario i numeri grandi avevano una differenza negativa in quanto associati alla mano destra (spazio destro e superiore). Tali associazioni rimanevano costanti in orizzontale e in verticale, determinando una rappresentazione da sinistra verso destra e una rappresentazione dal basso verso l'alto dei numeri. Il confronto statistico dei coefficienti B delle due rette di regressione lineare non metteva in luce alcuna differenza, suggerendo che non esistesse una differenza di orientamento nelle rappresentazioni spaziali dei numeri.

Un'altra conferma del duplice orientamento della linea numerica mentale proveniva anche dal compito di confronto di grandezza. In primo luogo un effetto distanza veniva trovato sia che i tasti di risposta erano dislocati orizzontalmente che verticalmente (Dehaene, 1989; Dehaene et al.,

1990; Moyer & Landauer, 1967). In altre parole al crescere della distanza numerica dal numero di riferimento, i tempi di risposta diminuivano. In secondo luogo i numeri piccoli avevano un vantaggio nei tempi e nell'accuratezza della risposta quando erano associati alla mano sinistra. All'opposto i numeri grandi avevano un vantaggio nei tempi e nell'accuratezza della risposta quando erano associati alla mano destra. Questo risultato estendeva i risultati dell'esperimento di Dehaene e colleghi (1990) in un disegno a misure ripetute. Infatti i soggetti giudicavano più rapidamente e in modo più accurato i numeri in base all'associazione tra grandezza numerica e la sua posizione spaziale sulla linea numerica pensata sia in orizzontale che in verticale. Come per il precedente compito di parità, i coefficienti B delle rette di regressioni in orizzontale e in verticale non differivano statisticamente, suggerendo che le linee di rappresentazione mentale nei due diversi orientamenti possedessero simili caratteristiche spaziali.

Basandosi sulla performance ai due compiti, emergeva un altro effetto: *MARC effect* (Willmes & Iversen, 1995; Berch, Foley, Hill, & McDonough Ryan, 1999; Nuerk et al., 2004; Reynvoet & Brysbaert, 1999). Hines (1990) trovava un *odd effect* definito dal fatto che i numeri dispari venivano risposti più lentamente rispetto ai numeri pari. Infatti in un compito di giudizio di parità otteneva un effetto "dispari" per gli RT per i numeri verbali ma non per i numeri arabi. Per i numeri arabi c'era solamente un effetto per i numeri dispari analizzando il pattern degli errori. L'effetto parità per i numeri dispari sembrava dipendere dall'intervallo degli stimoli (1-9 con l'esclusione dello 0) e dalla notazione nel giudizio di parità. Hines (1990) spiegava *odd effect* per il fatto che l'aggettivo "pari" fosse non marcato dal punto di vista linguistico rispetto all'aggettivo "dispari". Le entità non marcate in maniera linguistica erano recuperate più velocemente. Una visione alternativa proponeva che nella maggior parte dei linguaggi c'erano coppie di aggettivi complementari, come dispari e pari. Gli aggettivi non marcati erano determinati dal porre specifici prefissi ("dis") negativi all'inizio degli attributi originali ("dis-pari") (Zimmer, 1964). Una recente ipotesi comunque proponeva che non soltanto era importante che uno stimolo fosse marcato (pari o dispari) ma anche che ci fosse una congruenza tra gli attributi degli stimoli e le risposte (Nuerk et al., 2004). In altre parole quando i soggetti dovevano rispondere "stesso" (parità) a due numeri pari, essi dovevano rispondere con una risposta non marcata (stesso) a un attributo non marcato dello stimolo (pari). Stimoli e risposte quindi erano congruenti rispetto alla marcatura linguistica. Se i soggetti invece dovevano rispondere con la risposta non marcata (stesso) a un attributo marcato dello stimolo (dispari), allora stimolo e risposta erano in una condizione incongruente rispetto alla marcatura linguistica. I nostri dati sembravano confermare questa ipotesi con un'associazione tra gli attributi marcati degli stimoli e il lato della risposta. Nello specifico però l'effetto MARC con i numeri arabi compariva chiaramente nella condizione orizzontale del compito di parità sia per gli

RT che per il numero di errori. Tale risultato differiva dai recenti risultati che sottolineavano la maggiore presenza dell'effetto MARC presentando i numeri in formato verbale-scritto rispetto ai numeri arabi (Nuerk et al., 2004). In verticale l'effetto MARC invece compariva solamente per il livello di accuratezza. Tale dissociazione tra effetto MARC in orizzontale e in verticale potrebbe essere spiegato facendo riferimento al fatto che la nostra cultura occidentale tende ad ordinare gli elementi di una sequenza da sinistra verso destra (Gevers et al., 2003) in orizzontale. In modo più semplice noi abbiamo maggior esperienza ad ordinare gli elementi in orizzontale rispetto all'orientamento verticale. L'effetto MARC potrebbe dunque indicare una più forte rappresentazione dei numeri in orizzontale rispetto a quella in verticale.

Da notare inoltre un'altro dato costante nel compito di giudizio di grandezza. Soltanto per gli RT in orizzontale e in verticale l'interazione Mano x Compito risultava significativa. La spiegazione di tale interazione era che la mano destra determinava RT inferiori alla mano sinistra nel giudicare i numeri come maggiori di 5 per entrambe le condizioni spaziali. Una possibile spiegazione poteva chiamare in causa l'effetto MARC. Infatti gli aggettivi maggiore e minore potevano essere marcati o meno allo stesso modo di pari e dispari. In tal modo ancora una volta l'associazione tra attributi marcati degli stimoli e il lato di risposta poteva facilitare il compito dei soggetti soprattutto nel giudicare i numeri come maggiori di 5.

Infine un secondo obiettivo della presente ricerca era quello di determinare se esistesse una differenza nell'attivazione della linea numerica mentale in compiti espliciti (grandezza) ed impliciti (parità). Ito e Hatta (2004) in un paradigma e disegno sperimentale simili a quello utilizzato da noi suggerivano che la rappresentazione della quantità potesse essere dissociata dalla codifica spaziale. I nostri dati invece mostravano un effetto SNARC in entrambi i compiti per ogni condizione spaziale distanziandosi dal lavoro di Ito e Hatta (2004). In generale l'equazione della retta di regressione per il compito di parità era:  $dRT = 21.25 - 6.19$  (grandezza). L'equazione della retta di regressione invece per il compito di grandezza era:  $dRT = 26.85 - 7.78$  (grandezza). Il t-test dei coefficienti B non risultava significativo. Questo dato indicava che il processamento dei numeri attivasse la linea numerica mentale indipendentemente dalle richieste esplicite ed implicite del compito. Questa ipotesi era maggiormente supportata dal fatto che nel nostro esperimento il materiale, la procedura e il disegno sperimentale erano identici in entrambi i compiti. Inoltre l'ordine di esecuzione dei due compiti era bilanciato tra i soggetti. L'attivazione della linea numerica sembrava avere la stessa forza con compiti espliciti ed impliciti. Una possibile spiegazione potrebbe basarsi sul fatto che esistono diversi esempi nell'ambiente in cui i numeri sono ordinati da sinistra verso destra e dal basso verso l'alto. Infatti basti pensare oltre agli assi

cartesiani, alla disposizione dei numeri in una tastiera del computer in orizzontale mentre in verticale ai piani di un edificio (o di un ascensore) o a un termometro per la temperatura.

Mantenendo l'immagine della disposizione dei numeri lungo gli assi cartesiani, potrebbe essere possibile ipotizzare un effetto SNARC rovesciato presentando ai partecipanti numeri negativi. Considerando però che gli assi cartesiani sono un prodotto dell'insegnamento della matematica a scuola, sarebbe possibile ipotizzare un più forte SNARC rovesciato in verticale rispetto alla condizione orizzontale per la maggiore presenza di esempi in cui i numeri negativi sono disposti verticalmente (es. ascensore o il termometro). L'esempio comune è sicuramente il piano sotterraneo di un edificio normalmente raggiungibile premendo il tasto -1 di un ascensore. Un altro esempio comune è la temperatura esterna (es. -5) misurata dai termometri in cui i numeri negativi sono disposti verticalmente. In altre parole se l'ipotesi dell'influenza culturale (esperienza) per l'effetto SNARC è vera allora con i numeri negativi abbiamo maggiore esperienza in verticale rispetto all'orizzontale. L'obiettivo dell'Esperimento 2B era quello di individuare un effetto SNARC rovesciato in orizzontale e in verticale attraverso compiti di giudizio di parità e di grandezza.

## **4.2. Esperimento 1B**

### *4.2.1. Introduzione*

I risultati dell'Esperimento 1A dimostravano l'assunto che la linea numerica mentale contenesse grandezze positive in orizzontale e in verticale. La nozione di linea numerica si basava sull'ipotesi di senso del numero sviluppato dal punto di vista evolutivo (Dehaene, 1997). Le evidenze provenivano da un'ampia varietà di studi di processamento numerico con i topi, i primati e i giovani bambini. Tali dati sottolineavano un'abilità basilare per discriminare ed enumerare oggetti che erano condivise dagli animali e dagli esseri umani (Dehaene, 1997; Gallistel & Gelman, 2000). Questa ipotesi filogenetica dell'origine della nostra comprensione delle numerosità implicava che la rappresentazione cognitiva riferita alla linea numerica mentale non potesse rappresentare facilmente i numeri negativi poiché non era possibile esperire numerosità negative. I numeri negativi quindi non dovrebbero essere associati con lo spazio allo stesso modo dei numeri positivi. In modo alternativo i numeri negativi dovrebbero essere associati con lo spazio sinistro come risultato dell'esperienza con i numeri negativi (ipotesi ontogenetica). Infatti l'effetto SNARC era rovesciato in base alle istruzioni del compito (es. disposizione dei numeri in un orologio; Bächtold, Baumüller, & Brugger, 1998). Questo dato dimostra che l'associazione tra numeri e spazio può essere flessibile, e quindi ci si potrebbe aspettare che i numeri negativi diventino parte della linea numerica mentale



estesa verso lo spazio sinistro. L'esempio più chiaro per un'estensione della linea numerica è il sistema degli assi cartesiani lungo l'asse orizzontale che si estende da  $-\infty$  a  $+\infty$ .

Il lavoro di Fischer (2003b) dimostrava che il pattern dei RT suggeriva un'associazione dei numeri negativi con lo spazio sinistro, dando forza alla visione ontogenetica. Nello specifico, i partecipanti davano risposte lateralizzate premendo due tasti di risposta per indicare il maggiore (o minore) di due numeri compresi tra  $-9$  e  $9$ . I numeri erano presentati in maniera congruente o incongruente dal punto di vista spaziale rispetto alla linea numerica mentale. Il disegno sperimentale permetteva quindi di testare l'ipotesi filogenetica ed ontogenetica dei numeri negativi. Il risultato principale dimostrava che solo quando ai soggetti venivano presentati un numero negativo e un numero positivo in modo congruente alla linea numerica mentale (es.  $-2$  e  $3$ ), era trovata l'estensione della linea numerica mentale a sinistra dello zero (Fischer, 2003b).

In un compito di parità con un numero target presentato centralmente e due tasti di risposta veniva trovato un effetto SNARC marginale per i numeri negativi (Nuerk et al., 2004). Tale risultato suggeriva che i numeri negativi arabi avevano lo stesso orientamento di quello ottenuto dai numeri positivi. In altre parole il processamento del valore assoluto dei numeri aveva un peso maggiore rispetto al processamento della polarità (segno  $+$  o  $-$ ) dei numeri negativi. Due motivi possibili potevano spiegare l'effetto SNARC marginale dei numeri negativi. Il primo motivo si basava sul fatto che il segno meno, che è irrilevante per il giudizio di parità, dovrebbe richiedere una capacità di processamento aggiuntivo che potrebbe mascherare l'effetto SNARC. I tempi dei numeri negativi erano infatti tendenzialmente più lenti di quelli dei numeri positivi (Nuerk et al., 2004). Il secondo motivo si basava sul fatto che i numeri negativi dovrebbero evocare due associazioni numeriche spaziali: una linea numerica corrispondente ai valori assoluti dei numeri negativi, con  $-1$  posizionato a sinistra e  $-9$  a destra; una linea numerica meno dominante corrispondente ai valori relativi dei numeri negativi, con  $-1$  posizionato a destra e  $-9$  a sinistra. Questo accesso a linee numeriche multiple (o un accesso multiplo ad una unica linea numerica) poteva essere responsabile di una minore associazione spaziale dei numeri negativi.

Quest'ultimo risultato era replicato da Fischer e Rottmann (2005) in un compito di giudizio di parità con un intervallo numerico tra  $-9$  e  $9$ . I dati indicavano che il valore numerico della grandezza determinasse per i numeri negativi un effetto SNARC simile a quello dei numeri positivi. In una condizione di controllo nella quale i partecipanti dovevano classificare i numeri rispetto al numero standard  $0$ , gli autori trovavano che il segno e la grandezza numerica erano processati in un modo olistico. L'interpretazione dei risultati indicava che i numeri negativi erano processati in modo meno automatico in confronto ai numeri positivi (Fischer & Rottmann, 2005).

Infine, Shaki e Petrusic (2005) sottoponevano un gruppo di soggetti ad un compito di giudizio di grandezza (maggiore o minore) presentando i numeri da -9 a 9. In una condizione, le coppie di numeri positivi (es. 2 e 3) e negativi (es. - 3 e - 2) erano confrontati in blocchi separati. In un'altra condizione, le coppie dei numeri positivi e negativi erano miste. Nella condizione mista i confronti che coinvolgevano i numeri negativi erano più veloci con la mano sinistra rispetto alla mano destra. Inoltre i confronti che coinvolgevano i numeri positivi erano più veloci con la mano destra rispetto alla mano sinistra. Questi dati indicavano un'estensione verso sinistra della linea numerica mentale con i numeri negativi. Nella condizione bloccata veniva trovato un effetto SNARC rovesciato per i numeri negativi. In altre parole le coppie di numeri negativi avevano la stessa rappresentazione spaziale sottostante a quella dei numeri positivi. Tutti insieme questi dati dimostravano che i numeri negativi avevano una rappresentazione sulla linea del numero solamente quando essi venivano confrontati ai numeri positivi. Inoltre l'effetto SNARC rovesciato con i numeri negativi indicava che la grandezza assoluta era attivata nella prima fase del processamento del numero (Shaki & Petrusic, 2005).

Riassumendo i numeri negativi determinavano un'estensione verso sinistra (un'associazione con la mano sinistra) dal numero 0 della linea numerica mentale solamente quando i numeri negativi erano confrontati ai numeri positivi (Fischer, 2003b; Fischer & Rottmann, 2005; Shaki & Petrusic, 2005). Quando venivano confrontati due numeri negativi, l'effetto SNARC rifletteva l'orientamento da sinistra a destra dei numeri sulla base del valore assoluto della grandezza numerica (Fischer & Rottmann, 2005; Shaki & Petrusic, 2005). Infine l'effetto SNARC emergeva soltanto in un compito di confronto di grandezze ed era debole in un compito di giudizio di parità (Nuerk et al., 2004). Un possibile limite comunque delle precedenti ricerche era quello di studiare la rappresentazione cognitiva dei numeri negativi in orizzontale consentendo ai partecipanti di premere due tasti di risposta disposti orizzontalmente. Questa decisione metodologica potrebbe aver favorito quindi in modo maggiore l'ipotesi filogenetica rispetto all'ipotesi ontogenetica (Fischer, 2003b). Nell'esperienza quotidiana la rappresentazione dei numeri negativi disposti orizzontalmente è limitata principalmente agli assi cartesiani. All'opposto la disposizione dei numeri negativi in verticale è molto più frequente. Infatti due esempi possono riguardare la dislocazione dei piani in un edificio (es. i piani al di sotto del piano terra) e i gradi della temperatura ambientale in un termometro. Tenendo in considerazione la flessibilità dell'effetto SNARC (Bächtold et al., 1998), l'obiettivo della presente ricerca era quello di investigare la rappresentazione cognitiva dei numeri negativi in orizzontale e in verticale attraverso un compito di giudizio implicito (parità) ed esplicito (grandezza). Nello specifico ci aspettavamo di replicare i dati per i numeri negativi in orizzontale, ma di trovare una rappresentazione dall'alto (- 1) verso il basso (- 9) dei numeri negativi perché tale

rappresentazione veniva maggiormente esperita. Questa previsione era però limitata al compito di giudizio di grandezza sulla base dei dati presenti in letteratura (Fischer & Rottmann, 2005; Shaki & Petrusic, 2005).

#### *4.2.2. Metodo*

##### *Partecipanti*

Il campione dell'esperimento era composto da 24 studenti italiani dell'Università di Bologna. I soggetti erano volontari e non avevano partecipato all'Esperimento 1A. L'età media era di 23.41 (SD = 7.62). Il campione era composto da 11 femmine e 13 maschi. Ai partecipanti veniva chiesto di indicare quale fosse la loro mano dominante. Nel campione c'erano 20 destrimani e 4 mancini.

##### *Materiale*

L'esperimento richiedeva ai partecipanti di eseguire due tipi di compiti: giudizio di confronto di grandezza e giudizio di parità. Nel compito di giudizio di grandezza i soggetti dovevano giudicare se il numero presentato sullo schermo fosse maggiore o minore del numero di riferimento -5. Nel compito di giudizio di parità i soggetti dovevano giudicare se il numero presentato sullo schermo fosse pari o dispari. Entrambi i compiti venivano presentati al computer ed erano preparati attraverso il software E-Prime versione 1.1. In entrambi i compiti, ai partecipanti venivano presentati i numeri dal -1 al -9 ad esclusione del numero -5. I numeri erano in formato arabo. Ai soggetti veniva detto che i numeri erano tutti negativi prima dell'esecuzione dei compiti. Ai partecipanti veniva fatto presente di tenere in considerazione del segno (-), soprattutto nel compito di giudizio di grandezza: -1, -2, -3 e -4 erano i numeri maggiori di -5; -6, -7, -8 e -9 erano i numeri minori di -5. Come modalità di risposta veniva utilizzata la tastiera numerica (Gevers et al., 2006). Per la condizione in orizzontale i tasti di risposta erano i numeri 4 e 6 coperti da un dischetto verde per non consentire che alcuna informazione numerica potesse influenzare la performance. Il tasto 4 era premuto sempre con la mano sinistra mentre il tasto 6 era sempre premuto con la mano destra. Per la condizione in verticale i tasti di risposta erano i numeri 2 e 8, coperti da un dischetto rosso per non consentire che alcuna informazione numerica potesse influenzare la performance. Il tasto 2 era sempre premuto con la mano sinistra mentre il tasto 8 era sempre premuto con la mano destra. La scelta della tastiera numerica ci permetteva di mantenere equidistanti i tasti di risposta sia per la condizione orizzontale che per quella verticale.

##### *Procedura*

L'esperimento veniva condotto in una stanza silenziosa e con illuminazione costante. Ciascun soggetto sedeva su una sedia a una distanza di 30 cm dallo schermo. Indipendentemente dal tipo di compito, il segno del cancelletto (#) in formato Courier New 40 in bianco su sfondo nero compariva al centro del monitor come punto di fissazione per 500 ms. Successivamente un numero target in formato Courier New 40 compariva al centro dello schermo in bianco su sfondo nero per 1500 ms o fino alla risposta del soggetto. A risposta data o all'esaurimento del tempo di presentazione, compariva uno schermo nero per 500 ms. La comparsa di un nuovo punto di fissazione sanciva l'inizio di un nuovo trial. I numeri target erano presentati secondo un ordine random, con il vincolo che lo stesso numero non potesse comparire per più di 3 volte consecutivamente. Ciascun numero compariva per 15 volte, determinando 120 trial per ciascun compito in ogni condizione. Ciascun partecipante eseguiva una prova di addestramento, in cui ciascuno degli 8 numeri target compariva per 1 volta. Se era richiesto dal soggetto, la prova di addestramento poteva essere eseguita nuovamente. La durata dell'intero esperimento era di 40 minuti. Ciascun soggetto eseguiva i due compiti sia per la condizione orizzontale sia per la condizione verticale. All'interno di ogni condizione i partecipanti eseguivano lo stesso compito con due diverse assegnazioni delle mani di risposta. In orizzontale per il compito di parità le due associazioni tra istruzioni e mano di risposta erano: mano sinistra-dispari e mano destra-pari; mano sinistra-pari e mano destra-dispari. In orizzontale per il compito di grandezza le due associazioni tra istruzioni e mano di risposta erano: mano sinistra-minore di -5 e mano destra-maggiore di -5; mano sinistra-maggiore di -5 e mano destra-minore di -5. La stessa procedura veniva adottata in verticale per entrambi i compiti. Ne consegue che ciascun soggetto eseguiva 8 prove (2 compiti x 2 condizioni spaziali x 2 associazioni tra istruzioni e mano di risposta). L'ordine di esecuzione dei compiti così come l'ordine di presentazione delle condizioni spaziali erano bilanciate tra i soggetti. Anche l'ordine delle associazioni tra istruzioni e mani di risposta era bilanciato tra i soggetti.

### *Analisi Statistiche*

Inizialmente in entrambi i compiti per ciascun numero in ogni condizione e in ogni associazione tra istruzione e mano di risposta venivano calcolati i tempi medi di risposta (RT) solamente quando i soggetti rispondevano correttamente. Successivamente per ciascun numero venivano eliminati i RT inferiori e/o superiori a 2.5 deviazioni standard. Per facilitare le analisi statistiche i numeri venivano raggruppati in quattro categorie di grandezza: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1. Per ciascuna categoria venivano calcolati i RT medi, separatamente per ciascun orientamento spaziale. Per verificare la presenza di un effetto SNARC, infine veniva condotta un'ANOVA a misure ripetute con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e

-2/-1) sui RT per la condizione orizzontale e verticale. La stessa analisi della varianza veniva eseguita anche sul numero degli errori, costituendo il livello dell'accuratezza. Come misura della dimensione dell'effetto veniva riportato il valore dell'eta quadrato parziale ( $\eta^2_p$ ) (Huberty, 2002). Il post-hoc di Bonferroni era eseguito quando i fattori risultavano significativi. Il livello di significatività era posto a .05.

#### 4.2.3. Risultati

##### Compito di Parità:

Del totale dei trials (N = 11,520), il 91.61% venivano eseguiti correttamente (N = 10,554). I RT eliminati perché inferiori e/o superiori a 2.5 SD erano il 5.07% (N = 585). Veniva eliminato 1 soggetto dalle analisi successive poiché aveva il 20.62% degli errori, avendo dunque un basso livello di accuratezza totale. Dei restanti 23 soggetti, RT totale era di 515 ms (SD = 87.14 ms) mentre la percentuale totale degli errori era del 9.70% (SD = 3.28%). La correlazione tra RT totali e l'accuratezza totale non era significativa ( $r = -.05$ ,  $p = .80$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*.

✓ Orizzontale: Tempi di Risposta. I RT medi per la condizione orizzontale erano di 518 ms (SD = 93.40 ms). La percentuale dell'errore medio era di 10.09% (SD = 4.55%). La correlazione negativa tra RT e accuratezza in orizzontale non era significativa ( $r = -.02$ ,  $p = .91$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sui RT medi non mostrava alcun significativo effetto principale. L'interazione Mano x Grandezza era invece significativa ( $F_{3,66} = 5.95$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .21$ ). Questa interazione significativa dimostrava l'effetto SNARC in orizzontale con i numeri negativi, come illustrato nella figura 4.11. I confronti t-test parificati mostravano che la mano sinistra (538 ms; SD = 106.94 ms) era più lenta nel giudicare la parità per i numeri piccoli -9/-8 rispetto alla mano destra (514 ms; SD = 96.38 ms), con  $t_{22} = -2.77$ ,  $p < .01$ . I confronti t-test mostravano inoltre che la mano destra (533 ms; SD = 103.55 ms) era più lenta rispetto alla mano sinistra (505 ms; SD = 80.98 ms) nel giudicare la parità per i numeri grandi -2/-1 ( $t_{22} = 2.59$ ,  $p < .01$ ). Nessun altro confronto era significativo.

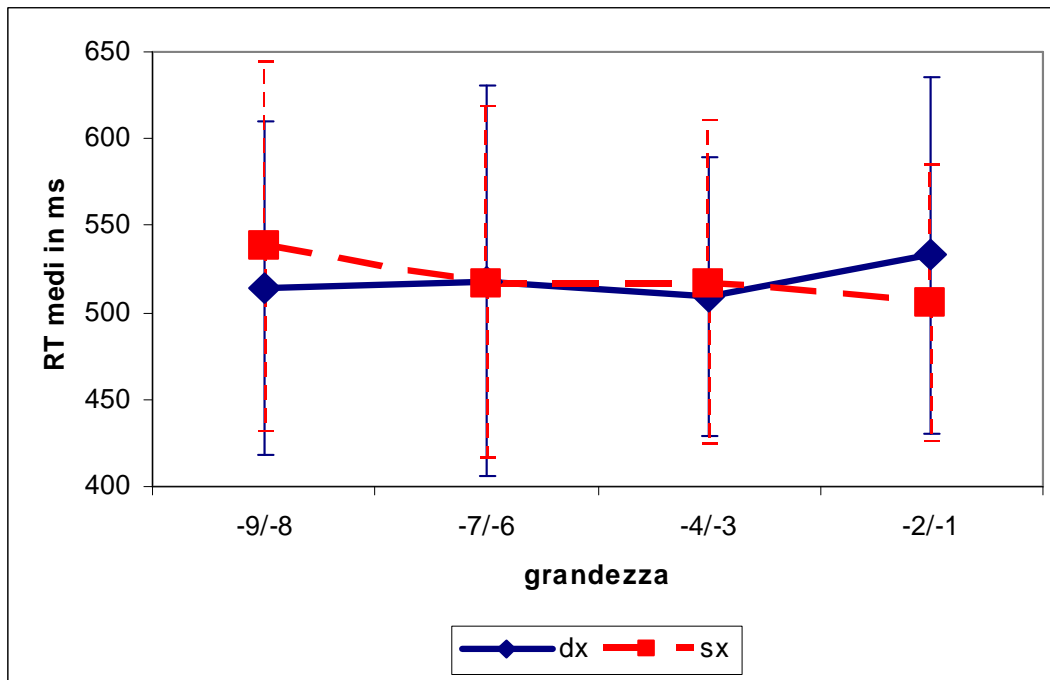


Figura 4.11. Interazione tra Mano e Grandezza sui RT medi (e SD) nel compito di parità per la condizione orizzontale per i numeri negativi. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Come precedentemente fatto, veniva eseguita un'analisi della regressione lineare (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3) per le misure ripetute. L'equazione della retta di regressione lineare era:  $dRT = 27.46 + 5.61 (\text{grandezza})$ , rappresentata nella Figura 4.12. Il coefficiente B era + 5.61 (SD = 9.23) ed era significativamente differente da zero ( $t_{22} = 2.89, p < .05$ ). La regressione lineare dimostrava che per il compito di parità l'effetto SNARC per i numeri negativi era identico a quello per i numeri positivi.

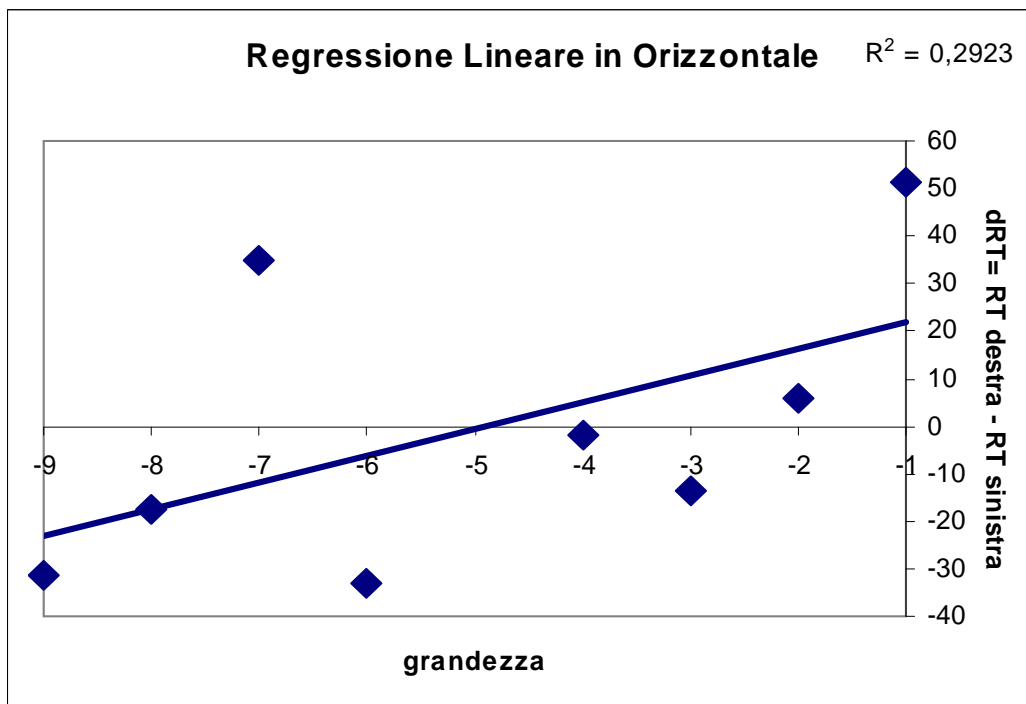


Figura 4.12. L'equazione della regressione lineare in orizzontale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Infine in orizzontale per ciascun soggetto venivano calcolati i tempi medi di risposta per i numeri pari e dispari per entrambe le mani di risposta. Successivamente veniva condotta un'ANOVA a misure ripetute con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sui RT medi. Il fattore Mano non risultava significativo (n.s.). Il fattore Compito tendeva verso i livelli di significatività ( $F_{1,22} = 3.51$ ,  $p = .07$ ,  $\eta^2_p = .13$ ), poiché il giudizio di parità (514 ms; SD = 97.74 ms) determinava risposte più veloci rispetto ai giudizi di disparità (524 ms; SD = 96.58 ms). L'interazione tra i fattori non raggiungeva i livelli di significatività (n.s.). Questo dato non confermava la presenza dell'effetto MARC.

✓ Orizzontale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sul numero di errori in orizzontale mostrava l'assenza di un significativo effetto della mano di risposta (n.s.). Il fattore Grandezza risultava invece significativo ( $F_{3,66} = 5.73$ ,  $p < .005$ ,  $\eta^2_p = .20$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per le grandezze -9/-8 (1.55; SD = 1.06) e -2/-1 (1.83; SD = 1.54), i partecipanti commettevano più errori rispetto alla grandezza -7/-6 (1.19; SD = 0.91) (rispettivamente  $p < .05$  e  $p < .005$ ). L'interazione Mano x Grandezza tendeva debolmente verso la significatività ( $F_{3,66} = 2.26$ ,  $p = .08$ ,  $\eta^2_p = .09$ ), come mostrato in figura 4.13. In particolare per la grandezza -9/-8 i soggetti commettevano più errori con

la mano sinistra (1.78; SD = 1.11) rispetto alla mano destra (1.32; SD = 1.01). L'opposto pattern di risposta veniva trovato per la grandezza -2/-1 (mano sinistra: 1.43±1.34; mano destra: 2.23±1.75).

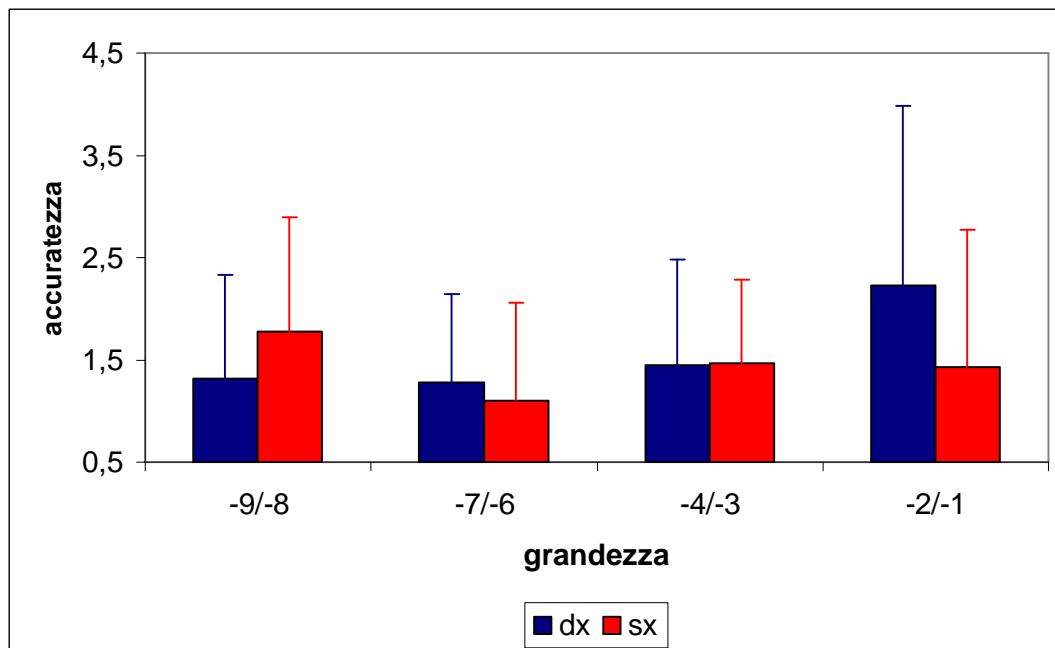


Figura 4.13. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di parità per la condizione orizzontale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Come per gli RT venivano calcolati il numero di errori per il compito di parità. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sull'accuratezza media non metteva in luce alcun effetto significativo. Entrambi i fattori e la loro interazione non erano significativi ( $p > 1$  per tutte le analisi). Tale dato confermava la mancanza dell'effetto MARC in orizzontale.

✓ Verticale: Tempi di Reazione. I RT medi per la condizione verticale erano di 512 ms (SD = 84.66 ms). La percentuale dell'errore medio era di 9.31% (SD = 3.20%). La correlazione negativa tra RT e accuratezza in orizzontale non era significativa ( $r = -.10$ ,  $p = .64$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. La condizione orizzontale e verticale non differivano né per gli RT né per il livello di accuratezza (n.s. per entrambi i confronti). L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sui RT metteva in luce la mancanza di effetti principali. L'interazione tra i fattori non era significativa, come mostrato nella figura 4.14.



Questo ultimo risultato indicava che in verticale non era presente l'effetto SNARC con i numeri negativi.

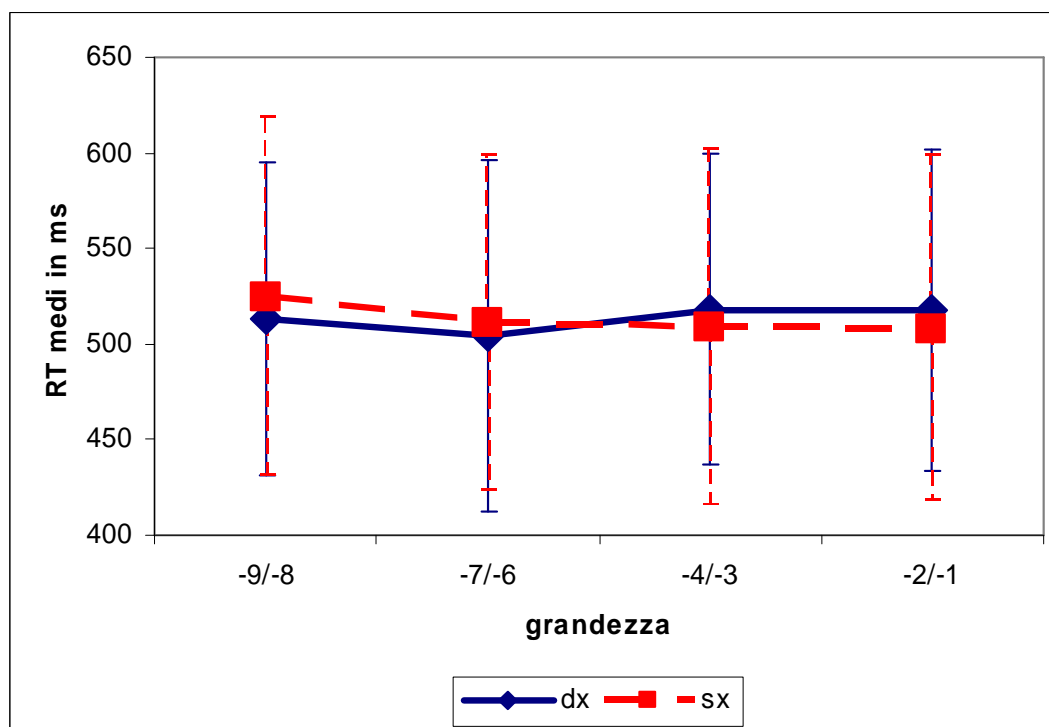


Figura 4.14. Interazione tra Mano e Grandezza sui RT medi (e SD) nel compito di parità per la condizione verticale per i numeri negativi. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

In verticale per ciascun soggetto venivano calcolati i tempi medi di risposta per i numeri pari e dispari per entrambe le mani di risposta. L'ANOVA a misure ripetute con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sui RT medi confermava la mancanza dell'effetto della mano di risposta (n.s.). Il fattore Compito tendeva verso la significatività ( $F_{1,22} = 4.02$ ,  $p = .057$ ,  $\eta^2_p = .15$ ), poiché il giudizio di parità (508 ms; SD = 85.68 ms) determinava risposte più veloci rispetto ai giudizi di disparità (519 ms; SD = 90.26 ms). L'interazione tra i fattori tendeva verso i livelli di significatività statistica ( $F_{1,22} = 3.42$ ,  $p = .07$ ,  $\eta^2_p = .13$ ). La mano destra era più veloce a giudicare i numeri negativi pari (501 ms; SD = 84.67 ms) rispetto alla mano sinistra (515 ms; SD = 86.69 ms). Al contrario, la mano sinistra era tendenzialmente più veloce a giudicare i numeri negativi dispari (512 ms; SD = 94.66 ms) rispetto alla mano destra (526 ms; SD = 85.87 ms). In verticale quindi veniva tendenzialmente trovato l'effetto MARC.

✓ Verticale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sul numero di errori in verticale mostrava da una

parte la non significatività dell'effetto mano di risposta (n.s.) mentre dall'altra parte individuava un significativo effetto della grandezza numerica ( $F_{3,66} = 3.11$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .12$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per la grandezza -2/-1 (1.65; SD = 1.11) i partecipanti tendevano a commettere più errori rispetto alle grandezze -4/-3 (1.26; SD = 0.84) ( $p = .06$ ) e -7/-6 (1.23; SD = 0.92) ( $p = .07$ ). L'interazione Mano x Grandezza non era significativa (n.s.), confermando la mancanza dell'effetto SNARC in verticale.

Infine l'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (pari *versus* dispari) sull'accuratezza media individuava un significativo effetto del compito ( $F_{1,22} = 4.77$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .17$ ). Giudicare i numeri dispari (1.29; SD = 0.63) riduceva il numero degli errori rispetto al giudicare i numeri pari (1.50; SD = 0.69). L'interazione Mano x Compito tendeva verso la significatività ( $F_{1,22} = 4.18$ ,  $p = .053$ ,  $\eta^2_p = .16$ ). La mano sinistra (1.13; SD = 0.66) commetteva meno errori nel giudicare i numeri come dispari rispetto alla mano destra (1.45; SD = 0.61). La mano destra (1.41; SD = 0.59) commetteva meno errori nel giudicare i numeri come pari in confronto alla mano sinistra (1.58; SD = 0.79).

#### Compito di Grandezza:

Del totale dei trials ( $N = 11,520$ ), il 93.87% venivano eseguiti correttamente ( $N = 10,814$ ). I RT eliminati perché inferiori e/o superiori a 2.5 SD erano il 5.05% ( $N = 582$ ). Veniva eliminato 1 soggetto dalle analisi successive poiché aveva il 13.75% degli errori, avendo dunque un basso livello di accuratezza totale. Dei restanti 23 soggetti, i RT totali erano di 459 ms (SD = 67.71 ms) mentre la percentuale totale degli errori era del 7.31% (SD = 3.02%). La correlazione tra RT totali e l'accuratezza totale non era significativa ( $r = -.08$ ,  $p = .68$ ), dimostrando l'assenza di una relazione di un *speed-accuracy trade-off*.

✓ Orizzontale: Tempi di Risposta. I RT medi per la condizione orizzontale erano di 458 ms (SD = 69.41 ms). La percentuale dell'errore medio era di 7.01% (SD = 3.17%). La correlazione tra RT e accuratezza in orizzontale non era significativa ( $r = -.13$ ,  $p = .52$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sui RT mostrava un significativo effetto della mano di risposta ( $F_{1,22} = 4.90$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .18$ ). La mano destra (454 ms; SD = 76.77 ms) era mediamente più veloce rispetto alla mano sinistra (462 ms; SD = 72.99 ms). Anche il fattore Grandezza era significativo ( $F_{3,66} = 31.31$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .58$ ). Il post-hoc di Bonferroni per il fattore Grandezza dimostrava che la grandezza -9/-8 (448 ms; SD = 73.09 ms) generava risposte più veloci in confronto alle grandezze -7/-6 (475 ms; SD = 78.58 ms) e -4/-3 (472 ms; SD = 76.88 ms) ( $p < .0001$  per entrambi i confronti). Le grandezze -7/-6 e -4/-3 ottenevano dei RT più alti rispetto alla grandezza -2/-1 (439 ms; SD = 70.96

ms) ( $p < .0001$  per entrambi i confronti). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,66} = 5.62$ ,  $p < .005$ ,  $\eta_p^2 = .20$ ). Questa interazione significativa dimostrava l'effetto SNARC in orizzontale, come illustrato nella figura 4.15. I confronti post-hoc mostravano che la mano destra (-9/-8: 430 ms, SD = 70.79 ms; -7/-6: 460 ms, SD = 78.32 ms) era più veloce rispetto alla mano sinistra (-9/-8: 465 ms, SD = 75.40 ms; -7/-6: 489 ms, SD = 78.85 ms) nel giudicare i numeri dal -6 al -9 come minori di -5 (rispettivamente  $p < .005$  e  $p < .05$ ). I confronti t-test parificati mostravano che la mano sinistra (430 ms; SD = 66.58 ms) era più veloce nel giudicare la grandezza per i numeri grandi -2/-1 rispetto alla mano destra (447 ms; SD = 75.35 ms), con  $p < .05$ .

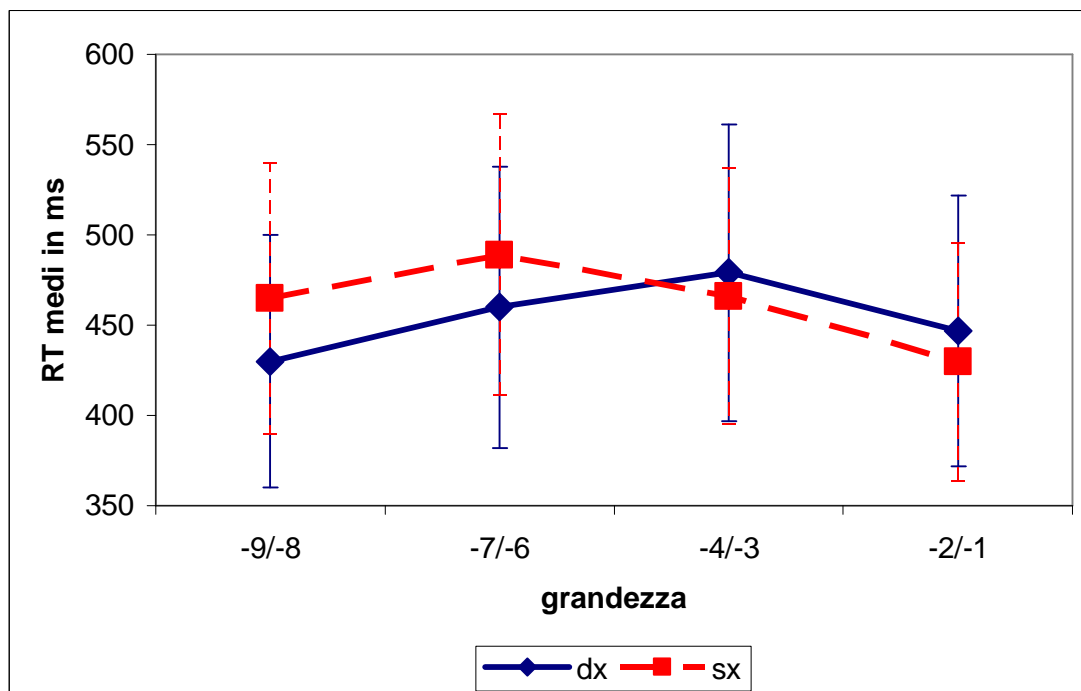


Figura 4.15. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di grandezza per la condizione orizzontale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Come precedentemente fatto, veniva eseguita un'analisi della regressione lineare (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3) per misure ripetute. L'equazione della retta di regressione lineare era:  $dRT = + 32.11 + 8.09$  (grandezza), rappresentata nella Figura 4.16. Il coefficiente B era + 8.09 (SD = 13.39) ed era significativamente differente da zero ( $t_{22} = - 3.56$ ,  $p < .05$ ).

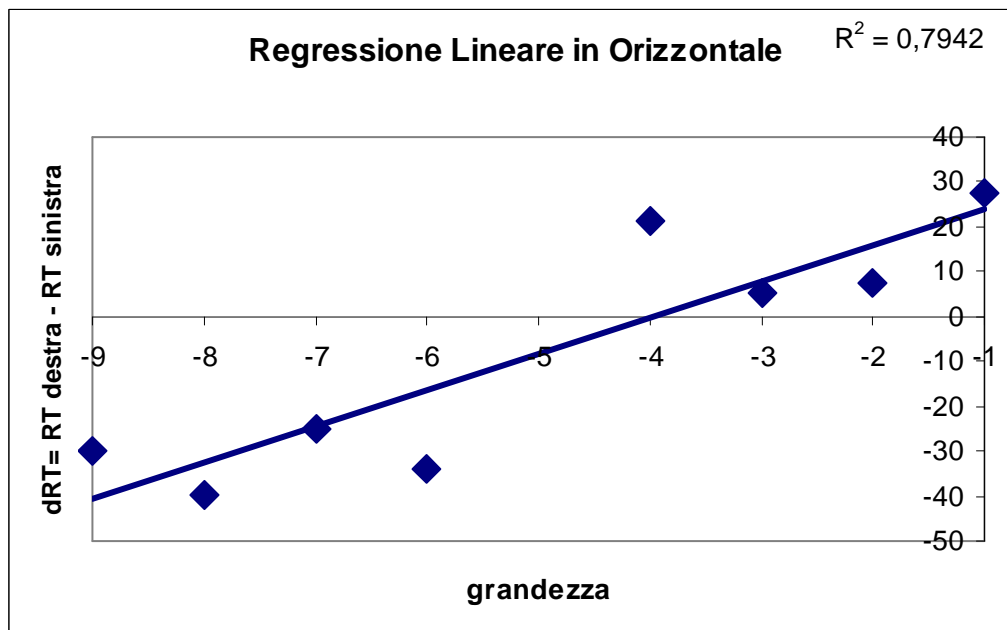


Figura 4.16. L'equazione della regressione lineare in orizzontale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Un effetto classico della linea numerica mentale era l'effetto distanza nei compiti di confronti di grandezza rispetto ad un numero di riferimento. Per individuare tale effetto nel dettaglio, avevamo calcolato i tempi medi di quattro distanze: D1 (-6 e -4), D2 (-7 e -3), D3 (-8 e -2) e D4 (-9 e -1) rispetto al numero -5 di riferimento. Veniva eseguita un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3, e D4) sui RT medi. L'analisi confermava la significatività del fattore Mano ( $p < .05$ ) e metteva in luce la significatività raggiunta dal fattore Distanza ( $F_{3,66} = 47.29$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .68$ ). Il post-hoc di Bonferroni evidenziava che D1 (492 ms; SD = 80.69 ms) determinava i RT più alti rispetto a D2 (455 ms; SD = 68.35 ms), D3 (447 ms; SD = 72.54 ms) e D4 (439 ms; SD = 65.88 ms) ( $p < .0001$  per tutti i confronti). Inoltre D2 aveva i RT più alti di D4 ( $p < .001$ ). L'interazione tra Mano e Distanza non era significativa (n.s.).

Infine venivano calcolati gli RT medi per i numeri inferiori a -5 (minori: -6, -7, -8 e -9) e superiori a -5 (maggiori: -1, -2, -3 e -4). Successivamente veniva condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggior *versus* minore) sui RT medi. Il fattore Mano era significativo ( $p < .05$ ), confermando i risultati delle analisi precedenti. Il fattore Compito non raggiungeva i livelli di significatività (n.s.). L'interazione tra i fattori era invece significativa ( $F_{1,22} = 6.74$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .23$ ). I confronti post-hoc mostravano che per giudicare i numeri come minori di -5, la mano destra (445 ms; SD = 73.31 ms) era più veloce della mano sinistra (477 ms; SD = 75.36 ms), con  $t_{22} = -3.18$ ,  $p < .005$ .

✓ Orizzontale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sul numero di errori in orizzontale mostrava un effetto della mano di risposta ( $F_{1,22} = 16.90$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .43$ ). La mano destra (1.15; SD = 0.74) commetteva più errori rispetto alla mano sinistra (0.95; SD = 0.76). L'effetto grandezza numerica era significativo ( $F_{3,66} = 23.57$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .51$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per le grandezze -9/-8 (0.68; SD = 0.61) venivano commessi meno errori rispetto alle grandezze -7/-6 (1.50; SD = 0.86) e -4/-3 (1.29; SD = 0.91) (rispettivamente  $p < .0001$  e  $p < .001$ ). Inoltre per le grandezze -7/-6 e -4/-3 venivano commessi più errori rispetto alla grandezza -2/-1 (0.72; SD = 0.61) ( $p < .0005$ ). L'interazione Mano x Grandezza non risultava significativa. Non c'era alcun effetto SNARC per l'accuratezza nel compito di confronto di grandezza.

Per individuare un possibile effetto distanza per l'accuratezza, veniva calcolato il numero medio di errori per quattro distanze: D1 (-6 e -4), D2 (-7 e -3), D3 (-8 e -2) e D4 (-9 e -1) rispetto al numero -5. Era condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sul numero medio di errori. L'analisi esibiva che il fattore Mano risultava significativo ( $p < .0001$ ). Il fattore Distanza era significativo ( $F_{3,66} = 21.75$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .49$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che D1 (1.65; SD = 0.88) commetteva più errori rispetto a D2 (1.41; SD = 0.82;  $p < .05$ ), D3 (0.67; SD = 0.56) e D4 (0.73; SD = 0.67) ( $p < .001$  per entrambi i confronti). Inoltre a D2 i partecipanti commettevano più errori che a D3 ( $p < .005$ ). L'interazione non raggiungeva i livelli di significatività statistica.

Come per i RT, anche per l'accuratezza veniva calcolato il numero medio di errori rispetto al tipo di compito. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggiore *versus* minore) sull'accuratezza media mostrava che solo il fattore Mano risultava significativo ( $p < .0001$ ). Né il fattore Compito né la sua interazione con il fattore Mano raggiungevano i livelli di significatività statistica ( $p > 1$  per entrambe le analisi).

✓ Verticale: Tempi di Risposta. I RT medi per la condizione verticale erano di 461 ms (SD = 68.42 ms). La percentuale dell'errore medio era di 7.62% (SD = 3.62%). La correlazione positiva tra RT e accuratezza in verticale non era significativa ( $r = .02$ ,  $p = .92$ ), dimostrando l'assenza di un *speed-accuracy trade-off*. L'ANOVA Mano (destra *versus* sinistra) x Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sui RT mostrava un effetto della grandezza numerica ( $F_{3,66} = 29.46$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .57$ ) mentre era assente un effetto della mano di risposta (n.s.). Il post-hoc di Bonferroni per il fattore Grandezza dimostrava che la grandezza -9/-8 (447 ms; SD = 66.12 ms) era più veloce in confronto alle grandezze -7/-6 (481 ms; SD = 77.10 ms) e -4/-3 (478 ms; SD = 85.35 ms) ( $p < .001$  per entrambi i confronti). Le grandezze -7/-6 e -4/-3 ottenevano dei RT più alti

rispetto alla grandezza -2/-1 (439 ms; SD = 73.17 ms) ( $p < .0001$ ). L'interazione Mano x Grandezza era significativa ( $F_{3,66} = 3.35$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .13$ ). Questa interazione significativa dimostrava l'effetto SNARC in verticale, come illustrato nella figura 4.17. I confronti post-hoc mostravano che la mano destra (491 ms, SD = 86.04 ms) era più lenta rispetto alla mano sinistra (464 ms, SD = 84.67 ms) nel giudicare la grandezza -4/-3 come minori di -5 ( $p < .05$ ). La mano destra (436 ms; SD = 69.26 ms) tendeva ad essere più veloce in confronto alla mano sinistra (458 ms; SD = 62.98 ms) per la grandezza -9/-8.

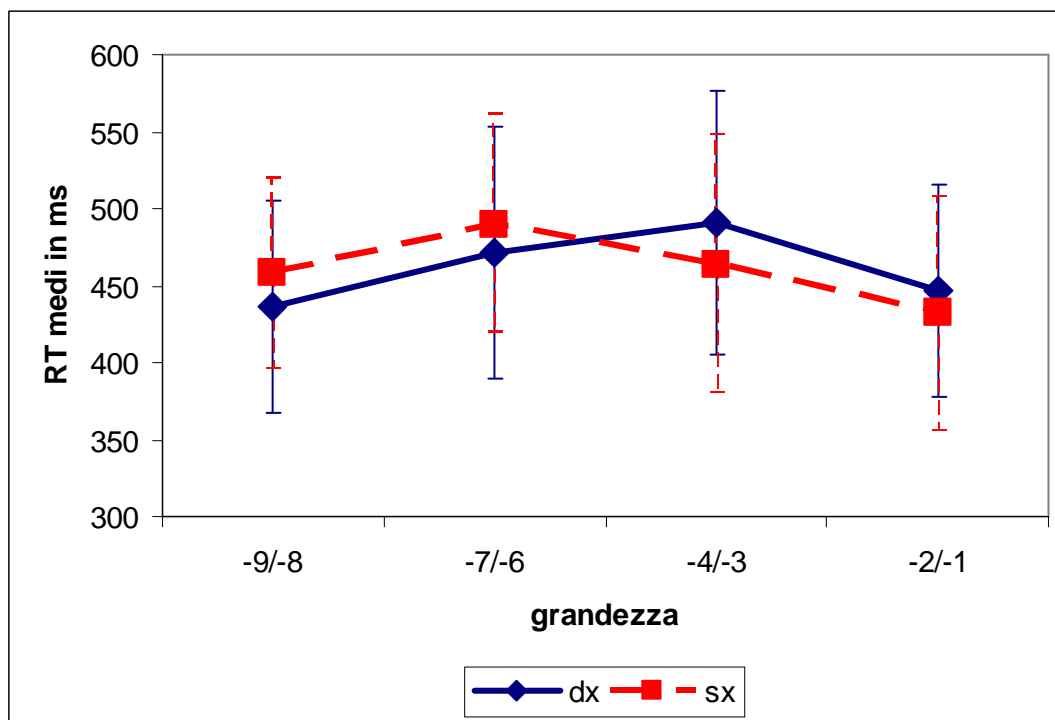


Figura 4.17. Interazione tra Mano e Grandezza sul numero medio degli errori (e SD) nel compito di grandezza per la condizione verticale. Da notare che DX indica la mano destra e che SX indica la mano sinistra.

Come precedentemente fatto veniva eseguita un'analisi della regressione lineare (Lorch & Myers, 1990, Metodo 3) per misure ripetute. L'equazione della retta di regressione lineare era:  $dRT = + 36.59 + 6.90$  (grandezza), rappresentata nella Figura 4.18. Il coefficiente B era + 6.90 (SD = 16.77) ed era significativamente differente da zero ( $t_{22} = 2.15$ ,  $p < .05$ ).

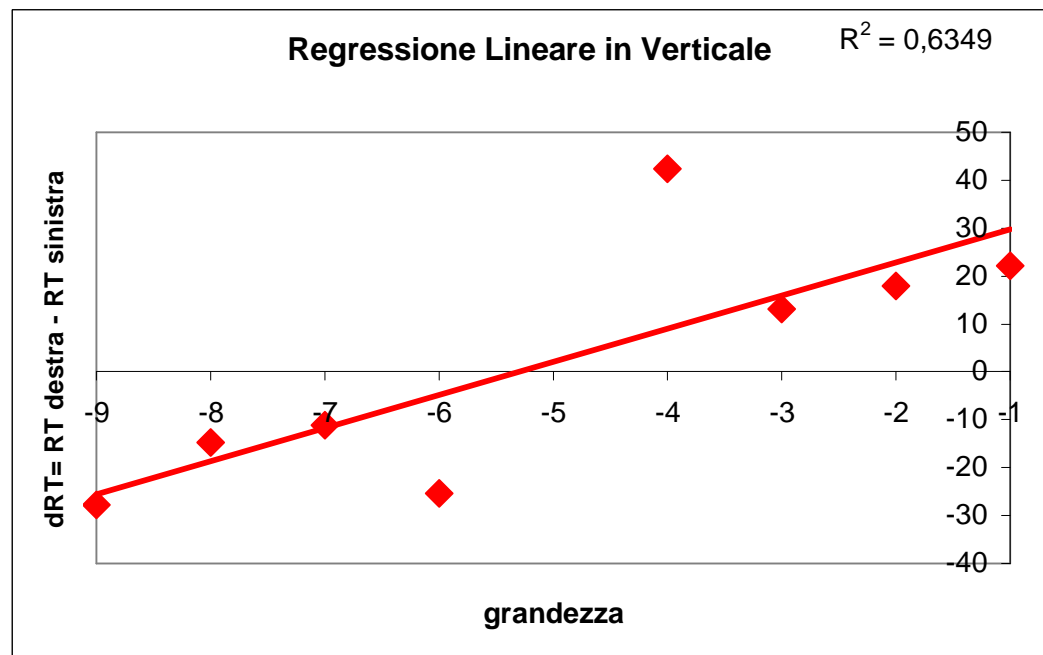


Figura 4.18. L'equazione della regressione lineare in verticale dei dRT medi per ciascun numero, in funzione della grandezza.

Per vedere un effetto distanza venivano calcolati i RT medi per quattro distanze: D1 (-6 e -4), D2 (-7 e -3), D3 (-8 e -2) e D4 (-9 e -1) rispetto al numero di riferimento -5. Veniva eseguita un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3, e D4) sui RT medi. L'analisi metteva in luce la significatività raggiunta dal fattore Distanza ( $F_{3,66} = 46.39$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .58$ ). Il post-hoc di Bonferroni trovava che D1 (497 ms; SD = 85.66 ms) determinava i RT più alti rispetto a D2 (461 ms; SD = 69.08 ms), D3 (443 ms; SD = 67.45 ms) e D4 (444 ms; SD = 62.88 ms) ( $p < .0001$  per tutti i confronti). Inoltre D2 aveva i RT più alti di D3 e D4 (rispettivamente  $p < .001$  e  $p < .05$ ). Né il fattore Mano, né l'interazione con il fattore Distanza erano significativi ( $p > 1$  per entrambe le analisi).

Infine venivano calcolati i RT medi per i numeri inferiori a -5 (minori: -6, -7, -8 e -9) e superiori a -5 (maggiori: -1, -2, -3 e -4). Successivamente veniva condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggior *versus* minore) sui RT medi. Entrambi i due fattori non erano significativi. L'interazione invece tendeva verso la significatività ( $F_{1,22} = 3.65$ ,  $p = .06$ ,  $\eta^2_p = .14$ ). La mano destra (454 ms; SD = 74.67 ms) era più veloce nel giudicare i numeri minori di -5 rispetto alla mano sinistra (474 ms; SD = 65.30 ms). La mano sinistra (448 ms; SD = 79.28 ms) era più veloce nel giudicare i numeri maggiori di -5 rispetto alla mano destra (469 ms; SD = 76.36 ms).

✓ Verticale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Grandezza (4 livelli: -9/-8, -7/-6, -4/-3 e -2/-1) sul numero di errori in verticale mostrava un significativo effetto grandezza ( $F_{3,66} = 8.28$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .27$ ). Al post-hoc di Bonferroni, per la grandezza -9/-8 (0.87; SD = 0.81) venivano commessi meno errori rispetto alle grandezze -7/-6 (1.31; SD = 0.84) e -4/-3 (1.46; SD = 0.98) ( $p < .005$  per entrambi i confronti). Inoltre per la grandezza -4/-3 venivano commessi più errori rispetto alla grandezza -2/-1 (0.92; SD = 0.76) ( $p < .05$ ). L'interazione Mano x Grandezza non risultava significativa. Non c'era alcun effetto SNARC per l'accuratezza nel compito di confronto di grandezza.

Per individuare un possibile effetto distanza per l'accuratezza, veniva calcolato il numero medio di errori per quattro distanze: D1 (-6 e -4), D2 (-7 e -3), D3 (-8 e -2) e D4 (-9 e -1) rispetto al numero di riferimento -5. Veniva condotta un'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sul numero medio di errori. L'analisi esibiva un effetto distanza ( $F_{3,66} = 18.05$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .45$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che D1 (1.80; SD = 1.14) generava più errori rispetto a D2 (0.97; SD = 0.71), D3 (0.91; SD = 0.70) e D4 (0.88; SD = 0.81) ( $p < .005$  per tutti i confronti). Né il fattore Mano né l'interazione con il fattore Distanza erano significativi ( $p > 1$  per entrambe le analisi).

Come per gli RT anche per l'accuratezza veniva calcolato il numero medio di errori rispetto al tipo di compito. L'ANOVA con i fattori Mano (destra *versus* sinistra) e Compito (maggiore *versus* minore) sull'accuratezza media non individuava significatività statistiche né per i fattori principali né per la loro interazione.

#### 4.2.4. *Discussione*

L'obiettivo della presente ricerca era quello di investigare la rappresentazione cognitiva dei numeri negativi in orizzontale e in verticale attraverso un compito di giudizio implicito (parità) ed esplicito (grandezza). I risultati in generale deponivano a favore di una rappresentazione dei numeri negativi simile a quella dei numeri positivi.

Nel compito di parità l'effetto SNARC veniva trovato solamente per la condizione orizzontale. Il coefficiente B era simile a quello dell'Esperimento 1A indicando che la mano destra era associata ai numeri grandi in valore assoluto (6, 7, 8 e 9) mentre la mano sinistra era associata ai numeri piccoli in valore assoluto (1, 2, 3 e 4). Tale dato era confermato dal compito di confronto di grandezza nel quale l'associazione tra numeri piccoli e lato (mano) sinistra e tra numeri grandi e lato (mano) destra emergeva nonostante la polarità dei numeri (Fischer, 2003; Shaki & Petrusic, 2005). Questi risultati insieme erano la prova che l'informazione di grandezza veniva processata in



prima istanza attivando internamente la rappresentazione dei numeri da sinistra verso destra. Tenendo in considerazione il dualismo tra ipotesi filogenetica e quella ontogenetica, i nostri dati sembravano contribuire a confermare l'ipotesi filogenetica (Nuerk et al., 2004; Shaki & Petrusic, 2005). L'ipotesi filogenetica trovava ulteriore riscontro nel significativo effetto distanza per entrambe le condizioni spaziali, indicando che il processamento dei numeri negativi seguiva gli stessi processi cognitivi dei numeri positivi. Inoltre l'interazione Mano x Compito nel compito di grandezza mostrava la forte associazione tra numeri grandi e mano destra e tra numeri piccoli e mano sinistra, considerando il valore assoluto della grandezza numerica.

Come avevamo previsto l'effetto SNARC era significativo per la condizione verticale nel solo compito di confronto di grandezza rispetto a un numero standard. Questa prova confermava ulteriormente la rilevanza dell'informazione di grandezza in valore assoluto rispetto all'informazione della polarità del numero anche per la condizione verticale. I numeri negativi venivano quindi rappresentati dal basso (numeri piccoli) verso l'alto (numeri grandi) al pari dei numeri positivi. Per la condizione verticale l'effetto SNARC veniva trovato solamente nel compito di grandezza (compito esplicito) e non nel compito di parità (compito implicito) dimostrando che l'accesso e l'attivazione della linea numerica mentale potesse non essere automatica. In altre parole la rappresentazione verticale dei numeri potrebbe essere meno forte e automatica di quella orizzontale delle grandezze numeriche. La rappresentazione dei numeri in orizzontale sembrava dunque essere automatica e più forte rispetto a quella dei numeri in verticale, maggiormente dipendente dalle richieste del compito.

L'effetto MARC non aveva un risultato costante all'interno delle condizioni sperimentali. Infatti per la condizione orizzontale l'effetto MARC non era presente né per i RT né per l'accuratezza, confermando il lavoro di Fischer e Rottmann (2005). Per la condizione verticale invece l'effetto MARC tendeva verso la significatività sia per i tempi che per i livelli di accuratezza (Nuerk et al., 2004). L'osservazione delle medie dei tempi di risposta e del numero di errori dimostrava ancora che il sistema cognitivo elaborava i numeri negativi allo stesso modo dei numeri positivi (Esperimento 1A). Inoltre la dissociazione dell'effetto MARC tra i numeri positivi e negativi sembrava indicare la rilevanza dell'ipotesi filogenetica nella rappresentazione dei numeri. Inoltre potrebbe essere possibile ipotizzare che il processamento del segno meno (-) riducesse la marcatura linguistica pari *versus* dispari.

In generale i risultati dell'Esperimento 1B dimostravano che presentando solo i numeri negativi la grandezza assoluta era attivata nella prima fase del processamento del numero (Shaki & Petrusic, 2005) mentre l'informazione della polarità era attivata nella seconda fase, come dimostrato dall'alta percentuale di accuratezza in entrambi i compiti. La rappresentazione dei numeri negativi

era simile a quella dei numeri positivi con i numeri rappresentati da sinistra verso destra in orizzontale e dal basso verso l'alto in verticale. L'estensione della linea numerica a sinistra dello zero sembrava dunque essere dipendente dalla presenza nel contesto del compito di numeri positivi (Fischer & Rottmann, 2005; Shaki & Petrusic, 2005).

Presi insieme gli esperimenti 1A e 1B sembravano suggerire una doppia rappresentazione dei numeri lungo due orientamenti spaziali. Rimaneva ancora da chiarire se l'associazione dei numeri con lo spazio era automatica indicando un codice spaziale astratto (rappresentazione semantica astratta dei numeri) oppure condizionata alle mani di risposta (rappresentazione numerica dipendente dal contesto della risposta) indicando un codice spaziale basato sulla mano di risposta. Questo era l'obiettivo dell'Esperimento 1C.

### **4.3. Esperimento 1C**

#### *4.3.1. Introduzione*

I risultati degli esperimenti precedenti confermavano che l'effetto SNARC in orizzontale definiva una linea numerica mentale da sinistra verso destra mentre in verticale veniva ipotizzata una linea numerica mentale dal basso verso l'alto. Rimaneva quindi ancora da capire se l'associazione dei codici della risposta rimanessero costanti quando l'assegnazione delle mani era incongruente rispetto alla linea numerica disposta orizzontalmente o verticalmente.

Nell'esperimento 6 Dehaene e colleghi (1993) chiedevano ai soggetti di eseguire il compito di giudizio di parità con le mani incrociate. Questo significava per esempio che le risposte al tasto destro erano fatte usando la mano sinistra mentre le risposte al tasto sinistro venivano eseguite con la mano destra. L'idea alla base di questo esperimento era che un rovesciamento della direzione dell'effetto SNARC indicava una dipendenza stretta dell'effetto con la mano di risposta suggerendo quindi un effetto della dominanza emisferica. Al contrario l'assenza di un rovesciamento indicava che l'effetto SNARC operava a un livello più astratto della rappresentazione del lato sinistro-destra della risposta (Dehaene et al., 1993). I risultati dimostravano che l'effetto SNARC fosse amplificato. I dati indicavano che le grandezze numeriche grandi o piccole erano associate rispettivamente con il lato destro o sinistro dello spazio extracorporeo. Dehaene e colleghi (1993) concludevano quindi che l'interazione tra grandezza e coordinate spaziali interveniva a un livello di una rappresentazione più astratta dello spazio sinistro-destro.

Fischer e Hill (2004) presentavano dati complementari a quelli riportati da Dehaene e colleghi (1993). Nello studio di Fischer e Hill (2004) i numeri venivano presentati in una modalità

uditiva. Era consentito un controllo visivo delle mani. Per entrambe le assegnazioni congruenti e incongruenti (mani incrociate) delle mani l'effetto SNARC era significativo. Quando però non era consentito avere un controllo visivo (soggetti in una stanza al buio) delle mani i risultati erano differenti. Quando l'assegnazione delle mani era incongruente allora l'effetto SNARC era significativo (Dehaene et al., 1993; Fischer & Hill, 2004). Quando l'assegnazione delle mani però era congruente l'effetto SNARC scompariva. Gli autori attribuivano la non significatività dell'effetto SNARC alla più forte stimolazione tattile e propriocettiva indotta dall'incrocio delle mani. Tale stimolazione in mancanza dell'informazione visiva aiutava a costruire i riferimenti spaziali per le risposte, rinforzando l'attivazione della linea numerica mentale nelle coordinate della rappresentazione.

Wood, Nuerk e Willmes (2006) tentarono di replicare i risultati dell'esperimento 6 di Dehaene et al. (1993) in un campione ampio usando quattro notazioni differenti di stimoli (numeri arabi, numeri verbali presentati visivamente e uditivamente e numeri simili ai tasselli del domino). Quando i partecipanti rispondevano alla parità del numero con le mani incrociate (condizione incongruente), l'effetto SNARC non era significativo. Se le associazioni rappresentative (basate sulla mano di risposta) erano legate in un modo specifico al contesto allora l'effetto SNARC doveva emergere dall'attivazione di entrambi i sistemi di coordinate. Come messo in luce da Cho e Proctor (2003), il mappaggio della compatibilità tra lo stimolo e la risposta dipendeva da quale struttura di riferimento veniva attivata in ciascuna condizione sperimentale. La mancanza dell'effetto SNARC suggeriva che le coordinate rappresentative e le associazioni basate sulle mani erano entrambe attive quando le mani erano incrociate interferendo le une con le altre (Wood et al., 2006). Gli autori concludevano che il contesto spaziale aveva un'influenza sull'effetto SNARC, oltre alle associazioni rappresentative.

Andres e colleghi (2004) mettevano in luce il coinvolgimento della struttura spaziale (mano) rispetto all'associazione della grandezza numerica e dei codici di risposta. Gli autori mostravano un'associazione dell'apertura della mano con la grandezza del numero. L'apertura della mano era iniziata più velocemente in risposta ai numeri più grandi mentre la chiusura della mano era iniziata più velocemente in risposta ai numeri più piccoli. Tale risultato corroborava l'ipotesi che l'associazione basata sulla mano influenzava la rappresentazione spaziale della grandezza del numero. Tale ipotesi prevedeva quindi che l'effetto SNARC doveva essere rovesciato con un'assegnazione incongruente delle mani.

L'obiettivo della presente ricerca era quello di indagare l'associazione tra rappresentazione cognitiva del numero e risposta basata sulla mano in orizzontale e in verticale. Per questo scopo utilizzavamo un disegno sperimentale *between-subjects*, nel quale il campione era diviso in due

gruppi a seconda del tipo di assegnazione della risposta della mano. Tale scelta era basata sull'effetto di congruenza semantica o SCE (*Semantic Congruity Effect*; Shaki & Petrusic, 2005). SCE nelle comparazioni di grandezza numerica era evidente con la selezione più veloce del numero più grande di due numeri relativamente grandi (es. 8 e 9) rispetto alla selezione del più piccolo (Banks, Fujii, & Kayra-Stuart, 1976). All'opposto, la scelta del numero più piccolo di due numeri relativamente piccoli (es. 1 e 2) era più veloce rispetto alla scelta del più grande (Banks et al., 1976). La spiegazione del SCE era basata sul fatto che il più grande di due numeri grandi era più a destra, e lo stesso valeva per il numero più piccolo posizionato più a sinistra. Tenendo in considerazione del SCE, avevamo creato due liste diverse per il grado di congruenza e incongruenza dei numeri con i tasti di risposta. Come già suggerito da Wood e colleghi (2006), potevano essere avanzate tre possibili ipotesi: 1) effetto SNARC rimaneva lo stesso nonostante la congruenza dell'assegnazione della mano ai tasti di risposta (codice spaziale astratto); 2) l'effetto SNARC nell'assegnazione incongruente doveva essere rovesciato (associazione basata sulla mano); 3) l'effetto SNARC dipendeva dalla specificità del contesto definito dal tipo di assegnazione della mano di risposta.

#### *4.3.2. Metodo*

##### *Partecipanti*

28 studenti dell'Università di Bologna partecipavano all'esperimento come soggetti volontari. Nessun partecipante aveva preso parte ai precedenti esperimenti. L'età media era di 22.78 anni (SD = 1.34). C'erano 15 femmine e 13 maschi. Ai partecipanti veniva chiesto di specificare la dominanza manuale. Nel campione c'erano 25 destrimani e 3 mancini.

##### *Materiale*

L'esperimento richiedeva ai partecipanti l'esecuzione di due tipi di compiti: giudizio di confronto di grandezza e giudizio di parità. Nel compito di giudizio di grandezza i soggetti dovevano giudicare se il numero presentato sullo schermo fosse maggiore o minore del numero di riferimento 5. Per gli obiettivi della presente ricerca venivano create due liste. Nella lista 1 la mano destra veniva premuta per i numeri maggiori di 5 (6, 7, 8 e 9) mentre la mano sinistra veniva premuta per i numeri inferiori a 5 (1, 2, 3 e 4). Nella lista 2 l'assegnazione dei tasti di risposta era invertita. Nel compito di giudizio di parità i soggetti dovevano giudicare se il numero presentato sullo schermo fosse pari o dispari. Per gli obiettivi della presente ricerca venivano create due liste. Nella lista 1 la mano destra veniva associata ai numeri dispari (1, 3, 7 e 9) mentre la mano sinistra veniva associata ai numeri pari (2, 4, 6 e 8). Nella lista 2 l'assegnazione dei tasti di risposta era

invertita. Entrambi i compiti venivano presentati al computer e venivano preparati attraverso il software E-Prime versione 1.1. In entrambi i compiti ai partecipanti venivano presentati i numeri dal 1 al 9 ad esclusione del numero 5. I numeri erano in formato arabo. Come modalità di risposta veniva utilizzata una tastiera numerica. Per la condizione in orizzontale i tasti di risposta erano i numeri 4 e 6 coperti da un dischetto verde per non consentire che alcuna informazione numerica potesse influenzare la performance. Il tasto 4 veniva premuto sempre con la mano sinistra mentre il tasto 6 veniva sempre premuto con la mano destra. Per la condizione in verticale i tasti di risposta erano i numeri 2 e 8 coperti da un dischetto rosso per non consentire che alcuna informazione numerica potesse influenzare la performance. Il tasto 2 veniva sempre premuto con la mano sinistra mentre il tasto 8 veniva sempre premuto con la mano destra. La scelta della tastiera numerica ci permetteva di avere equidistanti i tasti di risposta sia per la condizione orizzontale che per quella verticale.

### *Procedura*

L'esperimento veniva condotto in una stanza silenziosa e con illuminazione costante. Ciascun soggetto sedeva su una sedia a una distanza di 30 cm dallo schermo. Indipendentemente dal tipo di compito, il segno del cancelletto (#) in formato Courier New 40 in bianco su sfondo nero compariva al centro del monitor come punto di fissazione per 500 ms. Successivamente un numero target in formato Courier New 40 compariva al centro dello schermo in bianco su sfondo nero per 1500 ms o fino a che il soggetto non rispondeva. A risposta data o all'esaurimento del tempo di presentazione, compariva uno schermo nero per 500 ms. La comparsa di un nuovo punto di fissazione sanciva l'inizio di un nuovo trial. I numeri target erano presentati secondo un ordine random, con il vincolo che lo stesso numero non potesse comparire per più di 3 volte consecutivamente. Diversamente dai precedenti esperimenti ciascun numero compariva per 10 volte, determinando 80 trial per ciascun compito in ogni condizione. Ciascun partecipante eseguiva una prova di addestramento, in cui ciascuno degli 8 numeri target compariva per 1 volta. Se veniva richiesto dal soggetto la prova di addestramento poteva essere eseguita nuovamente. La durata dell'intero esperimento era di 30 minuti. Ciascun soggetto eseguiva i due compiti sia per la condizione orizzontale sia per la condizione verticale. Il campione veniva diviso in maniera casuale in due gruppi: Gruppo 1 e Gruppo 2. Il Gruppo 1 eseguiva sempre la lista 1 per i due compiti in entrambi gli orientamenti. Il Gruppo 2 eseguiva sempre la lista 2 per i due compiti in entrambi gli orientamenti. Per il compito di parità: nella lista 1 la mano destra era associata a 1, 3, 7 e 9 mentre la mano sinistra era associata a 2, 4, 6 e 8; nella lista 2 la mano destra era associata a 2, 4, 6 e 8 mentre la mano sinistra era associata a 1, 3, 7 e 9. Nella lista 1 i numeri congruenti con la linea

numerica mentale in entrambi gli orientamenti spaziali erano 2, 4, 7 e 9 mentre i numeri incongruenti erano 1, 3, 6 e 8. La congruenza e l'incongruenza dei numeri con lo spazio erano rovesciate nella lista 2. Per il compito di grandezza: nella lista 1 la mano destra era associata a 6, 7, 8 e 9 mentre la mano sinistra era associata a 1, 2, 3 e 4; nella lista 2 la mano destra era associata a 1, 2, 3 e 4 mentre la mano sinistra era associata a 6, 7, 8 e 9. L'intera lista 1 era congruente con la linea numerica mentale in orizzontale e in verticale mentre l'intera lista 2 era incongruente con la rappresentazione semantica dei numeri in entrambi gli orientamenti. L'ordine di esecuzione dei compiti così come l'ordine di presentazione delle condizioni spaziali erano bilanciate tra i soggetti.

### *Analisi Statistiche*

Inizialmente in entrambi i compiti per ciascuna lista in ogni condizione sperimentale venivano calcolati i tempi medi di risposta (RT) solamente quando i soggetti rispondevano correttamente. Successivamente per ciascun numero venivano eliminati i RT inferiori e/o superiori a 2.5 deviazioni standard per entrambi i compiti e gli orientamenti. Successivamente veniva condotta un'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) sui RT e sul numero di errori sia per il compito di parità che per il compito di grandezza in orizzontale e in verticale. Nel compito di parità venivano calcolati i RT medi per i numeri congruenti e incongruenti rispetto alla linea numerica mentale rispettivamente per ciascuna lista (gruppo). Venivano calcolati poi per ciascun tipo di congruenza i RT medi, separatamente per ciascun orientamento spaziale. Per verificare la presenza di un effetto SNARC, infine veniva condotta un'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2), Mano (destra *versus* sinistra) e Congruenza (congruenza *versus* incongruenza) sui RT per la condizione orizzontale e verticale. La stessa analisi della varianza veniva condotta anche sul numero degli errori, costituendo il livello dell'accuratezza. Nel compito di grandezza venivano calcolati i RT medi per quattro tipi di distanze rispetto al numero di riferimento 5 separatamente per ciascuna lista: D1 (4 e 6), D2 (3 e 7), D3 (2 e 8) e D4 (1 e 9). Veniva condotta un'ANOVA poi con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sui RT medi. La stessa procedura veniva adottata per l'accuratezza intesa come il numero medio di errori. Come misura della dimensione dell'effetto veniva riportato il valore dell'eta quadrato parziale ( $\eta^2_p$ ) (Huberty, 2002). Il post-hoc di Bonferroni era eseguito quando i fattori risultavano significativi. Il livello di significatività era posto a .05.

### *4.3.3. Risultati*

#### *Compito di Parità:*

Dei 4,480 trials totali, il 92.01% (N = 4,122) veniva eseguito correttamente dai soggetti. In seguito alla pulizia dei dati inferiori o superiori a 2.5 deviazioni standard, i trials analizzabili erano il 91.25% (N = 4,088). In altre parole il 0.75 % (N = 34) dei trials venivano eliminati dalle analisi. Un partecipante aveva il 48.13% di errori e quindi non veniva considerato nelle analisi successive. Ne consegue che 13 soggetti erano membri del Gruppo 1 mentre 14 soggetti erano membri del Gruppo 2. I RT medi dei 27 studenti era di 497 ms (SD = 74.09 ms) mentre il numero medio degli errori era del 7.29% (3.65%). La correlazione tra velocità e livello di accuratezza non era significativa ( $r = -.15$ ,  $p = .93$ ) indicando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off*.

✓ Orizzontale: Tempi di Risposta. I RT del compito di parità per la condizione orizzontale erano di 494 ms (SD = 79.05 ms) mentre il livello di accuratezza era di 7.04% (4.21%). La correlazione tra velocità e livello di accuratezza non era significativa ( $r = .11$ ,  $p = .56$ ), indicando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off*.

L'ANOVA sui RT con i fattori Lista (1 versus 2) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) mostrava la mancanza di un effetto della lista (n.s.). Il fattore Grandezza non raggiungeva i livelli della significatività (n.s.). L'interazione Lista x Grandezza era invece significativa ( $F_{7,175} = 2.76$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .10$ ) come mostrato nella Figura 4.19. I confronti t-test parificati però non mostravano alcuna differenza significativa tra le liste per ciascun numero.

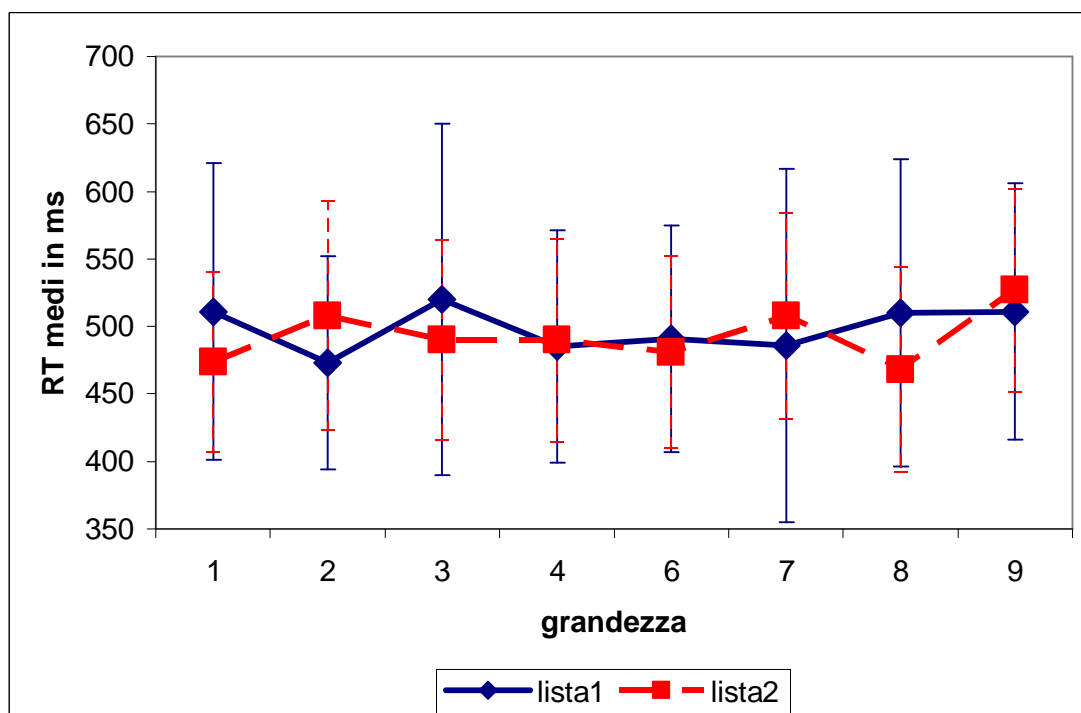


Figura 4.19. Interazione tra Lista x Grandezza sugli RT medi (e SD) per il compito di parità in orizzontale.

Per chiarire il significato dell'interazione significativa Lista x Grandezza, veniva eseguita un'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2), Mano (destra *versus* sinistra) e Congruenza (congruenza *versus* incongruenza) sui RT medi. Il fattore Lista così come il fattore Mano non erano significativi (n.s.). Come era atteso c'era un effetto congruenza ( $F_{1,25} = 11.27, p < .005, \eta^2_p = .31$ ). L'associazione tra numeri e mano di risposta congruente (483 ms; SD = 79.22 ms) alla linea numerica in orizzontale avevano RT inferiori rispetto all'associazione incongruente (507 ms; SD = 87.96 ms). Nessuna interazione raggiungeva la significatività tranne l'interazione Lista x Mano ( $F_{1,25} = 6.85, p < .05, \eta^2_p = .21$ ). La mano destra per la lista 2 (485 ms; SD = 67.93 ms) era più veloce della mano destra per la lista 1 (506 ms; SD = 106.27 ms). All'opposto la mano sinistra per la lista 1 (489 ms; SD = 86.90 ms) era più veloce della mano sinistra per la lista 2 (497 ms; SD = 62.30 ms). Questi risultati mostravano l'effetto MARC tenendo in considerazione le diverse istruzioni per le due liste (lista 1 : mano destra-dispari e mano sinistra-pari; lista 2: mano destra-pari e mano sinistra-dispari).

✓ Orizzontale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) veniva condotta sul numero di errori. Il fattore Lista non era significativo (n.s.) mentre il fattore Grandezza raggiungeva la significatività statistica ( $F_{7,175} = 2.82, p < .05, \eta^2_p = .10$ ). Il post-hoc di Bonferroni però non individuava alcun confronto significativo. L'interazione tra Lista e Grandezza era significativa ( $F_{7,175} = 2.42, p < .05, \eta^2_p = .09$ ) (Figura 4.20). I confronti t-test mostravano che per il numero 1 la lista 1 (1.15; SD = 1.14) commetteva più errori rispetto alla lista 2 (0.21; SD = 0.42) ( $t_{25} = 2.87, p < .05$ ). Lo stesso pattern era visibile per il numero 3 (lista 1: 1.38, SD = 1.26; lista 2: 0.21, SD = 0.42) ( $t_{25} = 3.28, p < .005$ ). Nessun altro confronto era significativo.



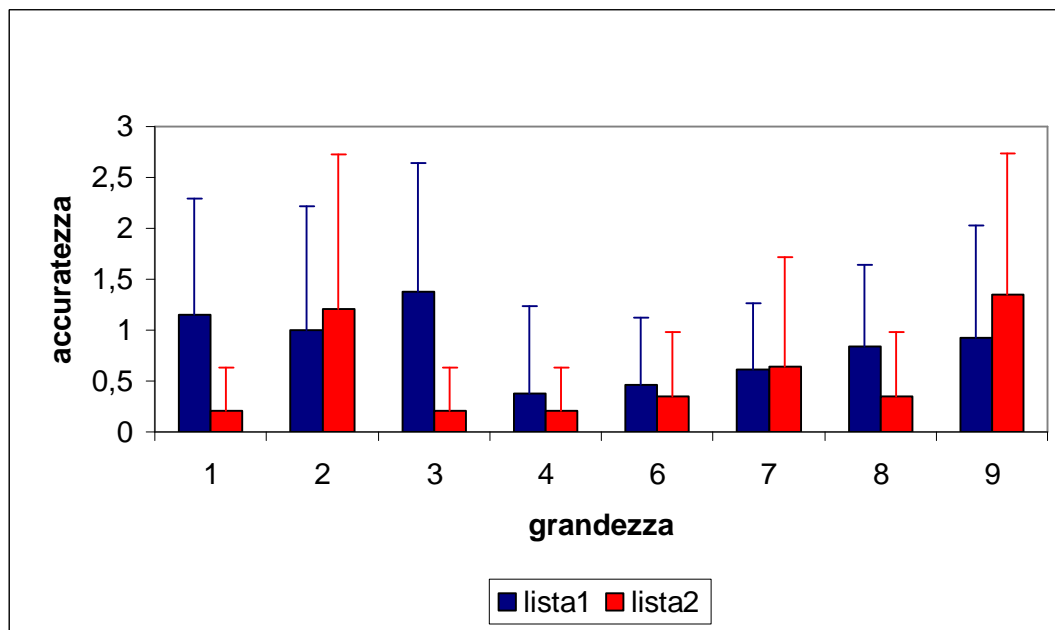


Figura 4.20. Interazione Lista x Grandezza sul numero medio di errori (e SD) per il compito di parità nella condizione orizzontale.

Per chiarire l'interazione Lista x Grandezza significativa veniva condotta l'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2), Mano (destra *versus* sinistra) e Congruenza (congruenza *versus* incongruenza) sul numero medio degli errori. Solo il fattore principale Congruenza era significativo ( $F_{1,25} = 8.86, p < .005, \eta^2_p = .26$ ). Come previsto la congruente associazione tra numero e mano (0.50; SD = 0.57) generava un numero inferiore di errori rispetto all'associazione incongruente (0.90; SD = 0.75). L'interazione tra Lista e Mano ( $F_{1,25} = 5.00, p < .05, \eta^2_p = .16$ ) era significativa così come la triplice interazione ( $F_{1,25} = 4.97, p < .05, \eta^2_p = .16$ ). Nessuna altra interazione risultava significativa. La prima interazione mostrava l'effetto MARC per l'accuratezza. La mano destra commetteva più errori nella lista 1 (1.01; SD = 0.74) rispetto alla lista 2 (0.53; SD = 0.55) ( $p < .05$ ). Non c'erano differenze significative tra le liste per la mano sinistra. L'interazione triplice, come mostrato in Figura 4.21, mostrava principalmente due aspetti principali. Il primo era che nella lista 2 c'era una più grande differenza tra congruenza e incongruenza per entrambe le mani rispetto alla lista 1. Il secondo aspetto era che l'effetto congruenza era sistematico per entrambe le mani, tranne che nella lista 1 per la mano sinistra (congruenza: 0.69, SD = 0.69; incongruenza: 0.65, SD = 0.42).

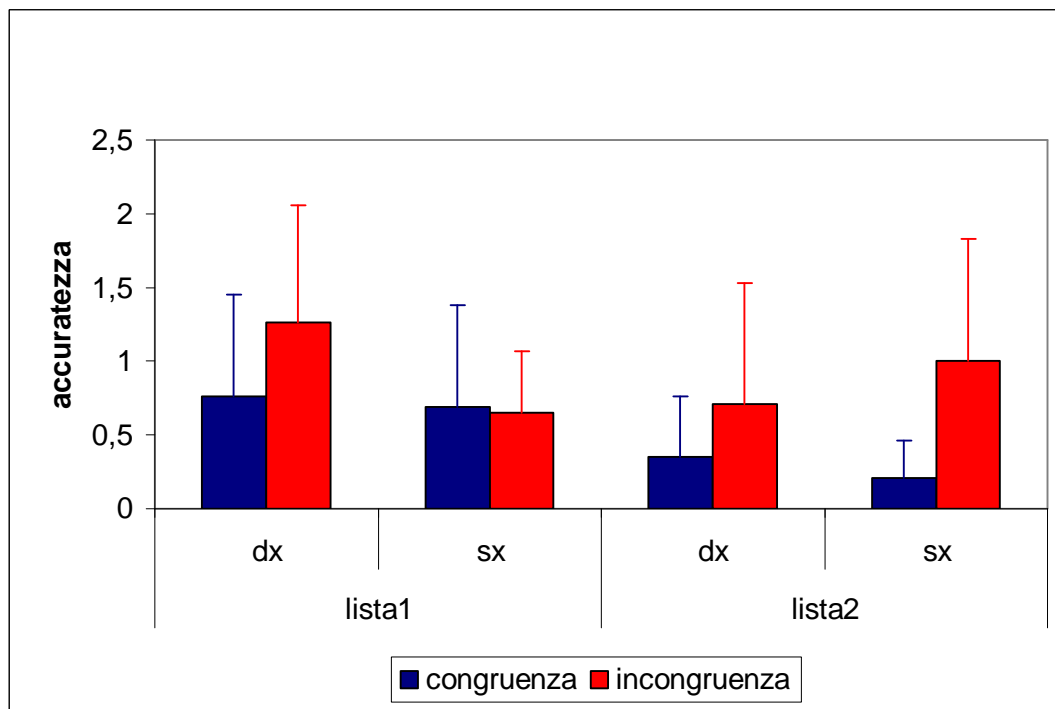


Figura 4.21. Interazione triplice sul numero di errori (e SD) per il compito di parità in orizzontale per entrambe le liste ed entrambe le mani. Da notare che DX indicava destra e SX sinistra.

✓ Verticale: Tempi di Risposta. I RT medi erano di 499 ms (SD = 73.35 ms) mentre l'accuratezza media era di 7.55% (SD = 3.99%). La correlazione tra velocità e accuratezza non era significativa ( $r = -.09$ ,  $p = .63$ ) indicando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off*.

L'ANOVA Lista (1 *versus* 2) x Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) sui RT non mostrava alcun fattore significativo. In aggiunta l'interazione tra i fattori non risultava significativa. L'ANOVA Lista (1 *versus* 2) x Mano (destra *versus* sinistra) x Congruenza (congruenza *versus* incongruenza) sui RT verticali individuava un effetto congruenza ( $F_{1,25} = 4.47$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .15$ ). Contrariamente a quanto atteso, l'associazione incongruente (491 ms; SD = 75.72) tra numero e mano di risposta determinava risposte più veloci rispetto all'associazione congruente (508 ms; SD = 86.16). Inoltre l'interazione Lista x Congruenza tendeva verso la significatività ( $F_{1,25} = 3.20$ ,  $p = .08$ ,  $\eta^2_p = .11$ ). Tale interazione mostrava che nella lista 2 la differenza tra associazione congruente e quella incongruente ( $df = 20$  ms) era maggiore rispetto a quella presente nella lista 1 ( $df = 2$  ms). Infine nessun'altra interazione risultava significativa.

✓ Verticale: Accuratezza. L'ANOVA Lista (1 *versus* 2) x Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) sul numero di errori confermava la mancanza dell'effetto della lista. Il fattore Grandezza invece risultava significativo ( $F_{7,175} = 3.95$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .13$ ). Il post-hoc di

Bonferroni indicava che le grandezze 4 (0.37; SD = 0.62) e 6 (0.39; SD = 0.76) determinavano un numero inferiore di errori rispetto alla grandezza 9 (1.37; SD = 1.14) ( $p < .005$  per entrambi i confronti). Nessun altro confronto era significativo. L'interazione Lista x Grandezza tendeva verso la significatività ( $F_{7,175} = 1.97$ ,  $p = .06$ ,  $\eta^2_p = .07$ ) come mostrato nella Figura 4.22. Nella lista 1 i numeri dispari determinavano il numero maggiore di errori rispetto ai numeri pari. Nella lista 2 il pattern di errori era invece più costante.

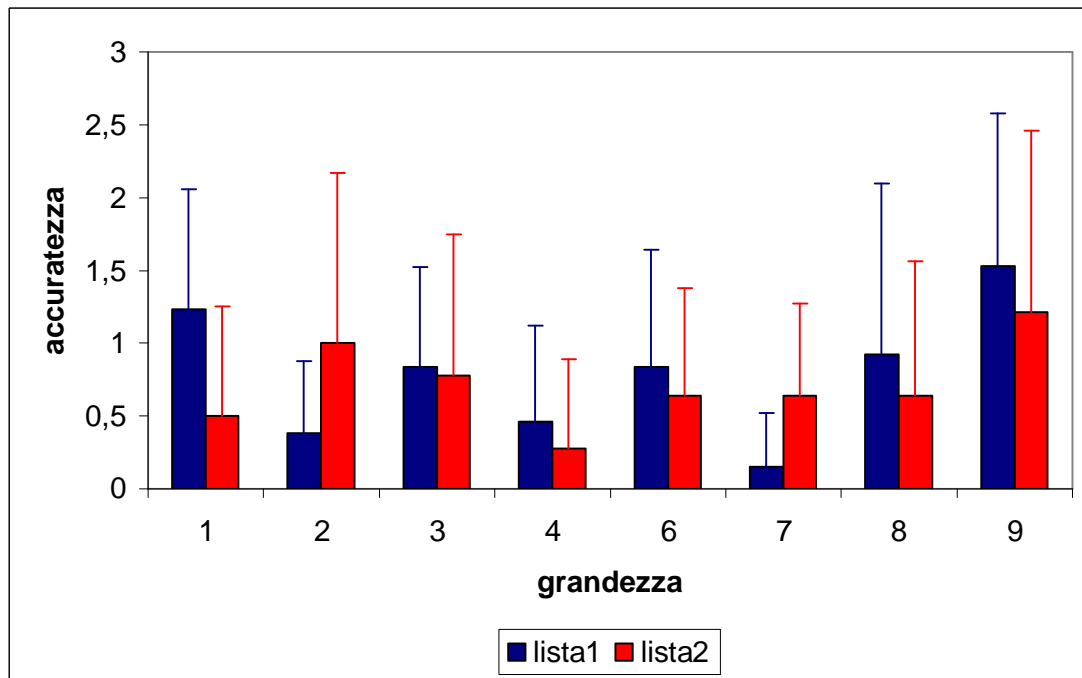


Figura 4.22. Interazione Lista x Grandezza sul numero di errori (e SD) nel compito di parità in verticale.

L'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2), Mano (destra *versus* sinistra) e Congruenza (congruenza *versus* incongruenza) sul numero di errori metteva in mostra un effetto della mano di risposta ( $F_{1,25} = 6.03$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .19$ ). La mano sinistra (0.64; SD = 0.55) commetteva meno errori in confronto alla mano destra (0.86; SD = 0.65). L'interazione Lista x Congruenza era significativa ( $F_{1,25} = 4.57$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .15$ ). Nella lista 1 l'associazione congruente (0.63; SD = 0.40) tra numero e mano determinava un numero inferiore di errori rispetto all'associazione incongruente (0.96; SD = 0.61) ( $p < .05$ ). Inoltre c'era una differenza significativa tra le associazioni congruenti confrontando le liste (0.78; SD = 0.66) ( $p < .05$ ). L'associazione incongruente (0.64; SD = 0.69) della lista 2 generava un numero inferiore di errori rispetto all'associazione congruente ( $p < .05$ ). Infine c'era un differenza significativa tra le associazioni

incongruenti confrontando le liste ( $p < .05$ ). Nessun altro fattore e nessuna interazione tra fattori risultavano significativi.

Compito di Grandezza:

Dei 4,480 trials totali, il 96.13% ( $N = 4,307$ ) era eseguito correttamente dai soggetti. In seguito alla pulizia dei dati inferiori o superiori a 2.5 deviazioni standard, i trials analizzabili erano il 93.81% ( $N = 4,203$ ). In altre parole 2.32% ( $N = 104$ ) dei trials venivano eliminati dalle analisi successive. I RT medi del campione erano di 450 ms ( $SD = 61.14$  ms) mentre il numero medio degli errori era del 6.18% (2.11%). La correlazione tra velocità e livello di accuratezza non era significativa ( $r = .17$ ,  $p = .37$ ) indicando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off*.

✓ Orizzontale: Tempi di Risposta. I RT del compito di parità per la condizione orizzontale erano di 447 ms ( $SD = 61.58$  ms) mentre il livello di accuratezza era di 6.34% (2.40%). La correlazione tra velocità e livello di accuratezza non era significativa ( $r = .01$ ,  $p = .92$ ), indicando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off*.

L'ANOVA sui RT con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) mostrava la mancanza dell'effetto lista (n.s.). Il fattore Grandezza raggiungeva invece i livelli della significatività ( $F_{7,182} = 12.83$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .33$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che le grandezze 4 (477 ms;  $SD = 76.60$  ms) e 6 (481 ms;  $SD = 81.01$  ms) avevano gli RT più alti rispetto ai numeri 1 (428 ms;  $SD = 67.06$  ms), 2 (437 ms;  $SD = 74.15$  ms), 3 (443 ms;  $SD = 70.42$  ms), 8 (431 ms;  $SD = 59.52$  ms) e 9 (426 ms;  $SD = 49.31$ ) ( $p < .005$  per tutti i confronti). Inoltre la grandezza 7 (456 ms;  $SD = 62.64$  ms) era più veloce della grandezza 6 ( $p < .05$ ) ma era più lenta delle grandezze 8 e 9 (rispettivamente  $p < .05$  e  $p < .001$ ). L'interazione Lista x Grandezza non era significativa (n.s.) come mostrato nella Figura 4.23. La mancanza di un effetto Lista sull'esecuzione del compito emergeva anche dall'analisi t-test sui RT totali per la condizione orizzontale. Sebbene la Lista 1 (436.81 ms;  $SD = 66.74$  ms) era più veloce della Lista 2 (458.46 ms;  $SD = 56.29$  ms), non c'era alcuna differenza significativa (n.s.).

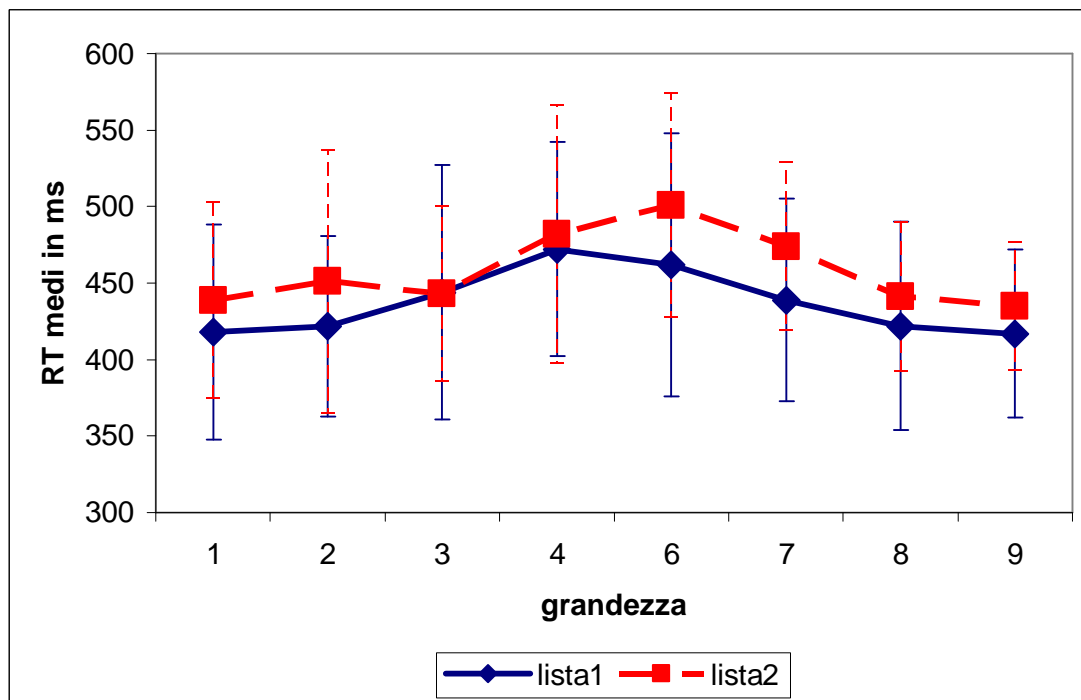


Figura 4.23. Interazione Lista x Grandezza sugli RT (e SD) per il compito di grandezza in orizzontale.

L'effetto distanza era una caratteristica specifica della linea numerica mentale. L'ANOVA Lista (destra *versus* sinistra) x Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sui RT medi mostrava un effetto distanza ( $F_{3,78} = 29.34, p < .0001, \eta^2_p = .53$ ). La D1 (480 ms; SD = 73.69 ms) aveva i RT più alti rispetto a D2 (450 ms; SD = 62.82 ms), D3 (434 ms; SD = 64.04 ms) e D4 (427 ms; SD = 55.38 ms) ( $p < .0001$  per tutti i confronti). Inoltre, D2 aveva i RT più alti di D3 ( $p < .05$ ) e di D4 ( $p < .001$ ). Né il fattore Lista, né l'interazione Lista x Distanza erano significativi.

✓ Orizzontale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Lista (destra *versus* sinistra) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) veniva condotta sul numero di errori. L'effetto lista era significativo ( $F_{1,26} = 4.34, p < .05, \eta^2_p = .14$ ). I soggetti del Gruppo 1 (lista 1: 0.54; SD = 0.63) commettevano in media un numero inferiore di errori rispetto ai soggetti del Gruppo 2 (lista 2: 0.72; SD = 0.70). Il fattore Grandezza raggiungeva la significatività statistica ( $F_{7,182} = 7.65, p < .0001, \eta^2_p = .22$ ). Il post-hoc di Bonferroni individuava che per la grandezza 3 (0.39; SD = 0.49) venivano commessi meno errori rispetto alle grandezze 1 (0.50; SD = 0.63), 4 (1.42; SD = 1.03) e 6 (0.96; SD = 0.96) (rispettivamente  $p < .05, p < .001$  e  $p < .05$ ). Inoltre per la grandezza 4 venivano commessi più errori rispetto alle grandezze 2 (0.32; SD = 0.47), 7 (0.46; SD = 0.57) e 9 (0.28; SD = 0.59) (per tutti i confronti  $p < .005$ ). L'interazione Lista x Grandezza non era significativa (n.s.).

Come per gli RT, veniva condotta un'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sul numero medio degli errori. L'analisi confermava la significatività statistica del fattore Lista ( $p < .05$ ) ed inoltre individuava un significativo effetto distanza ( $F_{3,78} = 13.52$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .34$ ). Il post-hoc dimostrava che la D1 (1.19; SD = 0.77) generava un numero più alto di errori rispetto a D2 (0.42; SD = 0.35), D3 (0.51; SD = 0.48) e D4 (0.39; SD = 0.45) ( $p < .005$  per tutti i confronti). L'interazione Lista x Grandezza tendeva verso i livelli di significatività ( $F_{3,78} = 2.30$ ,  $p = .08$ ,  $\eta^2_p = .08$ ). Come mostrato dalla Figura 4.24, l'effetto distanza nella lista 1 aveva un andamento lineare dalla D1 (0.96; SD = 0.84) alla D4 (0.17; SD = 0.24). All'opposto nella lista 2 tale andamento si perdeva visto che D2 (0.35; SD = 0.30) e D3 (0.50; SD = 0.51) avevano un numero di errori inferiore a D1 (1.42; SD = 0.64) e D4 (0.60; SD = 0.52).

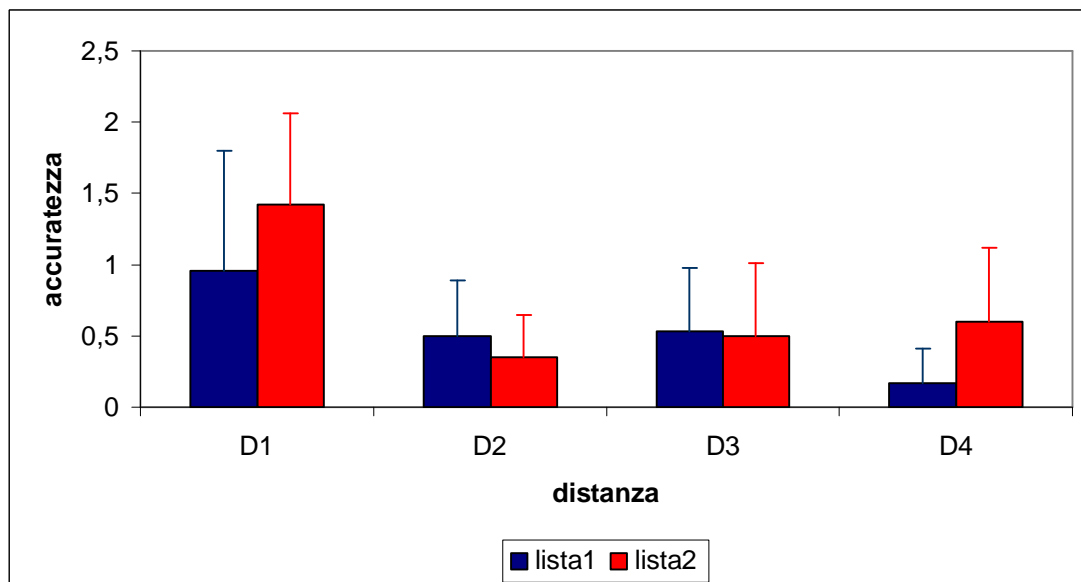


Figura 4.24. Interazione Lista x Grandezza per il numero medio di errori (e SD) nel compito di grandezza in orizzontale.

✓ Verticale: Tempi di Risposta. I RT del compito di grandezza per la condizione verticale erano di 453 ms (SD = 64.92 ms) mentre il livello di accuratezza era di 7.54% (3.99%). La correlazione tra velocità e livello di accuratezza non era significativa ( $r = -.09$ ,  $p = .63$ ), indicando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off*.

L'ANOVA sui RT con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) non mostrava un significativo effetto della lista (n.s.). Il fattore Grandezza raggiungeva invece i livelli della significatività ( $F_{7,182} = 7.78$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .23$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che la grandezza 1 (431 ms; SD = 57.50 ms) generava i RT più bassi rispetto alle grandezze 2 (435

ms; SD = 83.12 ms), 3 (457 ms; SD = 68.61 ms), 4 (482 ms; SD = 82.54 ms), 6 (473 ms; SD = 77.53 ms) ( $p < .005$  per tutti i confronti). Inoltre la grandezza 4 (482 ms; SD = 82.54 ms) era più lenta rispetto alle grandezze 2 ( $p < .05$ ) e 9 (437.71 ms; SD = 73.64 ms) (tutti i confronti  $p < .05$ ). L'interazione Lista x Grandezza non era significativa (n.s.). La mancanza di un effetto Lista sull'esecuzione del compito emergeva anche dall'analisi t-test sui RT totali per la condizione verticale. Sebbene la Lista 1 (444 ms; SD = 74.66 ms) era più veloce della Lista 2 (462 ms; SD = 54.85 ms), non c'era alcuna differenza significativa (n.s.).

L'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sui RT mostrava un classico effetto distanza ( $F_{3,78} = 14.48$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .35$ ). Il post-hoc di Bonferroni indicava che D1 (477 ms; SD = 78.23 ms) determinava RT più alti in confronto a D3 (442 ms; SD = 72.49 ms) e D4 (434 ms; SD = 60.85 ms) ( $p < .005$  per tutti i confronti). Inoltre D2 (460 ms; SD = 63.69 ms) determinava risposte più lente rispetto a D3 ( $p < .05$ ) e D4 ( $p < .0001$ ). Il fattore Lista non risultava significativo, così come la sua interazione con il fattore Distanza, come mostrato dalla figura 4.25.

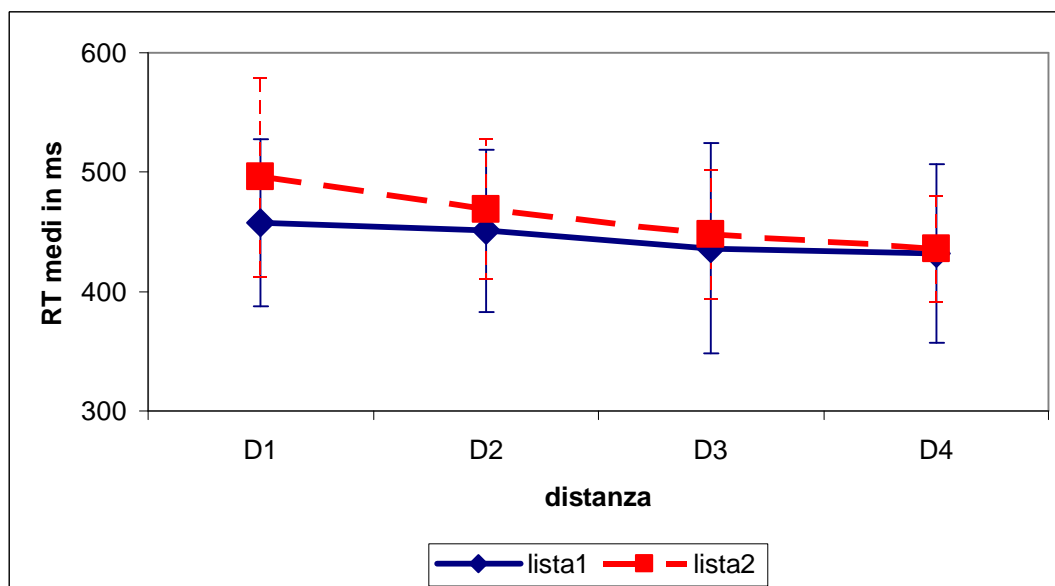


Figura 4.25. Interazione Lista x Distanza sugli RT (e SD) per il compito di grandezza in verticale. Dalla figura emergeva come l'effetto distanza era simile per le due liste.

✓ Verticale: Accuratezza. L'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Grandezza (8 livelli: 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8 e 9) veniva condotta sul numero di errori. L'effetto della lista non era significativo (n.s.). Il fattore Grandezza raggiungeva la significatività statistica ( $F_{7,182} = 3.22$ ,  $p$

$< .005$ ,  $\eta^2_p = .11$ ). Al post-hoc di Bonferroni nessun confronto risultava significativo. L'interazione Lista x Grandezza non era significativa (n.s.).

Come per i RT veniva condotta un'ANOVA con i fattori Lista (1 *versus* 2) e Distanza (4 livelli: D1, D2, D3 e D4) sul numero medio degli errori. L'analisi confermava la non significatività statistica del fattore Lista. D'altra parte l'analisi confermava la presenza di un effetto distanza ( $F_{3,78} = 7.14$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .21$ ). Il post-hoc dimostrava che la D1 (1.00; SD = 0.70) generava un numero più alto di errori rispetto a D3 (0.39; SD = 0.39) e D4 (0.48; SD = 0.53) ( $p < .005$  per tutti i confronti). L'interazione Lista x Grandezza non era significativa, come per gli RT.

#### 4.3.4. *Discussione*

L'obiettivo della presente ricerca era quello di studiare l'associazione tra la rappresentazione cognitiva del numero e lo spazio (mano) di risposta in orizzontale e in verticale. Per investigare tale associazione in un compito di parità e in uno di grandezza veniva utilizzato un disegno *between-subject* creando due diverse liste in cui l'associazione tra istruzione del compito e mano di risposta era opposto. Nel compito di parità il fattore Lista interagiva con la grandezza numerica nell'andamento degli RT in orizzontale. Tale interazione però non mostrava un effetto SNARC riflettendo invece un effetto MARC. In altre parole la mano destra era più veloce a giudicare i numeri pari rispetto ai numeri dispari. Questo risultato era confermato analizzando l'accuratezza. La mano destra nella lista 2 (giudizio di parità) commetteva meno errori in confronto alla lista 1 (giudizio di disparità). Interessante notare che per l'accuratezza fosse presente un effetto SNARC. Nella lista 2 i numeri 1, 3, 6 e 8 rispettivamente congruenti per la mano sinistra e quella destra determinavano un numero inferiore di errori rispetto ai numeri incongruenti 7, 9, 2 e 4. Nella lista 1 solamente i numeri 7 e 9 congruenti alla mano destra determinavano un buon livello di accuratezza. In verticale sembrava essere confermata l'assenza di un chiaro effetto SNARC in generale per i tempi di reazione. Nonostante ciò, nella lista 2 la differenza tra associazione congruente e quella incongruente era maggiore rispetto alla differenza presente nella lista 1. In altre parole in verticale i soggetti tendevano a rispondere più velocemente con una rappresentazione dei numeri dall'alto verso il basso rispetto a una rappresentazione dal basso verso l'alto. Tale risultato era confermato nell'analisi del livello di accuratezza. Infatti nella lista 2 l'associazione incongruente numero-mano generava un numero inferiore di errori rispetto all'associazione congruente tenendo in considerazione la rappresentazione verticale dei numeri. Nella lista 1 era l'associazione congruente numero-mano che aveva un numero inferiore di errori rispetto all'associazione incongruente. Questi risultati potrebbero essere spiegati ipotizzando in verticale una duplice rappresentazione dei numeri.



Tutti insieme i dati per il compito di confronto di parità ponevano evidenze a favore più dell'ipotesi 3 che dell'ipotesi 2. (Wood et al., 2006). In altre parole i nostri risultati sembravano dipendere più da un effetto del contesto che da un'associazione basata sulla mano di risposta. L'assegnazione della mano di risposta in base alle istruzioni del compito sembrava quindi influenzare la performance dei soggetti per quanto riguarda sia la velocità che l'accuratezza della risposta. Tale influenza era maggiormente visibile in verticale dove forse l'attivazione automatica della linea numerica poteva favorire una duplice rappresentazione in base alle richieste del compito.

La mancanza di un effetto SNARC veniva ulteriormente mostrato nel compito di grandezza. In orizzontale infatti i RT delle due liste non differivano significativamente sebbene la lista 1 fosse mediamente più veloce della lista 2. I partecipanti quindi riuscivano velocemente a giudicare un numero come maggiore o minore di 5 sia quando l'associazione numero-mano di risposta era congruente sia quando questa era incongruente con la linea numerica mentale. Tale risultato infatti veniva confermato dall'effetto distanza trovato indipendentemente dalla lista. Questi dati differivano dai risultati trovati da Dehaene e colleghi (1990). Gli autori infatti trovavano che i soggetti rispondevano più velocemente quando dovevano indicare un numero come maggiore (minore) del numero di riferimento premendo la mano destra (sinistra). Nonostante ciò, i nostri dati tendevano ad essere in linea con quelli di Dehaene et al. (1990) analizzando l'accuratezza. Infatti nella lista 1 veniva trovato un classico effetto distanza in cui il numero di errori linearmente diminuiva dalla distanza minore (D1) verso quella maggiore (D4). Nella lista 2 invece tale linearità veniva persa soprattutto per le distanze intermedie (D2 e D3) suggerendo che la condizione incongruente per i numeri vicini a 5 interferiva con la performance. In verticale il pattern dei risultati dei partecipanti era in linea con quanto trovato nel compito di parità. In altre parole i soggetti erano allo stesso tempo veloci e accurati sia con un'associazione dei numeri dal basso verso l'alto che dall'alto verso il basso. Inoltre la rappresentazione dall'alto verso il basso (lista 2) dei numeri sembrava generare una performance migliore rispetto alla rappresentazione dal basso verso l'alto (lista 1).

In conclusione i nostri risultati sembravano confermare il lavoro di Wood e colleghi (2006), suggerendo un effetto specifico del contesto sull'effetto SNARC. In altre parole i risultati sembravano indicare che la rappresentazione dei numeri dipendesse anche dalle condizioni sperimentali. Questo dato aveva la sua rilevanza perché era stato utilizzato un disegno *between-subjects* rispetto a un disegno *within-subjects*, ampiamente usato all'interno della letteratura sulla cognizione numerica (Dehaene et al., 1993; Fias et al., 1996). Infatti in entrambi i compiti venivano trovati l'effetto congruenza, l'effetto distanza e l'effetto grandezza, indicando che i partecipanti attivavano una rappresentazione semantica dei numeri. D'altronde i dati sembravano mettere in

dubbio l'idea di una rappresentazione astratta dei numeri. Al contrario i risultati sembravano indicare che l'effetto SNARC era influenzato da differenze individuali (Fischer, 2006) oltre che da fattori contestuali come le istruzioni del compito e l'associazione numero-mano di risposta. L'autore suggeriva che l'effetto SNARC fosse una istanza di uno strategico *problem-solving*, ipotizzando un effetto STARC (*STrategic Association of Response Codes*). L'effetto STARC nel presente esperimento sembrava essere visibile nella rappresentazione dei numeri verticali. La flessibilità in verticale consentiva attivare sia la linea numerica dal basso verso l'alto (Ito & Hatta, 2004) che dall'alto verso il basso. Diversi esempi nell'ambiente mostrano una rappresentazione dall'alto verso il basso (es. l'ordine di una graduatoria, i numeri nella tastiera del cellulare o di un bancomat, ecc.). La rappresentazione dei numeri in orizzontale invece sembrava leggermente più rigida sebbene modificabile (Bächtold et al., 1998; Wood et al., 2006). La maggiore rigidità della linea numerica in orizzontale veniva dimostrata osservando i RT inferiori nella lista 1 per il compito di grandezza in confronto a quelli nella lista 2.

La maggiore conclusione dell'esperimento 1C mostrava che la rappresentazione dei numeri in orizzontale e in verticale dipendeva dalle condizioni sperimentali. In letteratura la rappresentazione mentale della linea numerica poteva determinare bias spaziali in compiti di bisezione di numeri (Zorzi, Priftis & Umiltà, 2002). L'obiettivo del prossimo esperimento era quello di indagare se la rappresentazione della grandezza in orizzontale e in verticale determinasse errori spaziali di bisezione, consentendo quindi di investigare in modo approfondito l'influenza del contesto sull'effetto SNARC.

## **4.4. Esperimento 2A**

### *4.4.1. Introduzione*

Gli studi di Galton (1880a, 1880b) mettevano in luce il fatto che i soggetti vedevano internamente ogni numero in una stabile struttura spaziale. L'effetto distanza e l'effetto grandezza (Moyer & Landauer, 1967; Restle, 1970) ponevano le basi per il concetto di una linea numerica mentale, pensata come rappresentazione analogica. Infatti l'effetto distanza indicava che i tempi di risposta in un compito di giudizio di grandezza erano in funzione della distanza numerica tra i numeri. Inoltre i tempi di risposta aumentavano al crescere della grandezza dei numeri. Questi effetti potevano essere spiegati ipotizzando che le grandezze numeriche fossero disposte lungo una linea numerica. La linea numerica mentale rifletteva una rappresentazione semantica del significato dei numeri indipendente dalla modalità con cui i numeri venivano presentati.

La scoperta dell'effetto SNARC (Dehaene et al., 1993) indicava che la linea numerica mentale possedeva una caratteristica spaziale. In particolare la natura spaziale della linea numerica mentale suggeriva che i numeri piccoli fossero associati con lo spazio sinistro mentre i numeri grandi erano associati con lo spazio destro (Dehaene et al., 1993). La linea numerica poteva quindi essere descritta in maniera simile a un righello con i numeri orientati da sinistra verso destra lungo la dimensione orizzontale (Gevers & Lammertyn, 2005; Hubbard, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2005). In un recente studio era messo in luce che la presentazione centrale di numeri piccoli (es. 1 o 2) velocizzava il riconoscimento successivo degli stimoli periferici nel campo visivo sinistro, mentre la presentazione centrale dei numeri grandi (es. 8 o 9) favoriva il riconoscimento degli stimoli nel campo visivo destro, suggerendo quindi che il processamento dei numeri causasse gli spostamenti nel coprire l'attenzione spaziale (Fischer, Castel, Dodd, & Pratt, 2003). In generale gli studi dell'effetto SNARC suggerivano l'idea che la rappresentazione numerica e quella spaziale attivassero meccanismi comuni o sovrapponibili.

Le caratteristiche spaziali della linea numerica erano visibili negli studi comportamentali nei quali venivano trovati errori di tipo spaziale tenendo in considerazione l'orientamento della linea numerica mentale. Fischer (2001) studiava se la grandezza del numero potesse influenzare gli aspetti visivi della rappresentazione e direttamente le loro risposte motorie associate, usando un compito di bisezione. Ai partecipanti Fischer (2001) presentava delle stringhe numeriche composte o da numeri piccoli (es. 111...111 o 222...222) o da numeri grandi (888...888 o 999...999) da bisezionare allo stesso modo di una linea. In altre parole i soggetti dovevano indicare con una matita il punto che divideva a metà la stringa numerica. L'autore trovava un bias verso sinistra per le stringhe numeriche dei numeri piccoli e un bias verso destra per le stringhe numeriche dei numeri grandi. Questi errori spaziali determinati dalla grandezza numerica non venivano replicati in un compito di bisezione di linee alle cui estremità c'erano numeri identici (es. 1-1, 2-2, 8-8 o 9-9). Fischer (2001) trovava un errore sistematico verso il numero più grande quando venivano posti alle estremità delle linee due numeri diversi (es. 1-2, 2-1, 8-9 o 9-8). Il lavoro di Fischer (2001) veniva messo in discussione dal lavoro di Calabria e Rossetti (2005) usando stringhe composte da parole-numero (es. DEUX...DEUX per 2; NEUF...NEUF per 9). Nel compito di bisezione i risultati mostravano un errore più grande verso sinistra per gli stimoli composti dalle parole del numero 2 rispetto agli stimoli composti dalle parole del numero 9. Questi risultati erano ottenuti anche quando ai partecipanti venivano presentati gli stimoli rovesciati (a specchio). Calabria e Rossetti (2005) non replicavano i risultati di Fischer (2001) utilizzando i numeri arabi per comporre le stringhe. Il lavoro di Fischer (2001) veniva replicato da de Hevia e colleghi (2006) usando linee delimitate da due numeri posti all'estremità. Quando uno stimolo era delimitato da due numeri diversi, la

performance era spostata verso i numeri più grandi, indipendentemente dall'intervallo numerico. Infine un effetto di pseudoneglect (bias verso lo spazio di sinistra; Jewell & McCourt, 2000) veniva osservato in un compito di bisezione di intervalli numerici (Longo & Lourenco, 2007). I partecipanti dovevano indicare quale numero fosse a metà (es. 5) di un intervallo numerico presentato (es. 1-9). Gli autori trovavano che i partecipanti spostavano il punto medio dell'intervallo numerico verso sinistra (es. 4) commettendo un errore simile a quello commesso nell'indicare il punto medio di linee fisiche (fenomeno di pseudoneglect) (Longo & Lourenco, 2007). Gli autori sottolineavano la stretta relazione tra uno stimolo fisico (es. linea) e uno mentale (linea numerica) suggerendo che simili caratteristiche di asimmetria emisferica nella direzione dell'attenzione spaziale operassero nello spazio fisico e in quello numerico.

Da un punto di vista neuropsicologico, il neglect spaziale unilaterale era caratterizzato dalla difficoltà di percepire o rispondere a stimoli posizionati nel lato dello spazio controlaterale alla lesione cerebrale (Driver & Vuilleumier, 2001). In genere, i pazienti con neglect mostravano un bias verso destra nel compito di bisezione di linee (Albert, 1973) o nel compito del *landmark* (Bisiach, Ricci, Lualdi, & Colombo, 1998). Quando ai pazienti con neglect veniva chiesto di indicare il punto medio di un intervallo numerico (es. 11-19), questi commettevano un errore verso lo spazio di destra (es. 17) (Rossetti, Jacquin-Courtois, Rode, Ota, Michel, & Boisson, 2004; Zorzi, Priftis, Meneghello, Marenzi, & Umiltà, 2006; Zorzi et al., 2002). Inoltre in un compito di confronto numerico i pazienti con eminegligenza spaziale sinistra avevano un aumento degli RT per i numeri immediatamente posizionati a sinistra dei differenti riferimenti centrali (Vuilleumier, Ortigue, & Brugger, 2004). Un ampio bias verso lo spazio di sinistra veniva trovato recentemente in un compito di bisezione numerica in pazienti schizofrenici i quali mostravano un'alterazione simile dal punto di vista qualitativo al deficit descritto nei pazienti affetti da neglect (Cavézian, Rossetti, Danckert, d'Amato, Dalery, & Saous, 2007).

Negli ultimi anni l'interesse veniva diretto ad approfondire meglio la natura spaziale della linea numerica mentale. Un risultato importante mostrava la presenza dello *SNARC effect* anche lungo la dimensione verticale. Ito e Hatta (2004) ottenevano dagli studenti giapponesi un vantaggio negli RT quando i numeri piccoli erano associati con la parte inferiore dello spazio mentre i numeri grandi erano associati con la parte superiore dello spazio. Allo stesso tempo era stato trovato un effetto SNARC in verticale misurando le risposte saccadiche (Schwarz & Keus, 2004). Nello specifico quando i partecipanti indicavano la parità dei numeri attraverso saccadi verticali, la differenza della latenza tra le saccadi verso l'alto e quelle verso il basso diminuiva parallelamente al diminuire della grandezza numerica. I movimenti oculari infatti per le risposte posizionate in basso venivano associate ai numeri piccoli mentre i movimenti oculari per le risposte posizionate in alto

partivano venivano associate a numeri grandi (Schwarz & Keus, 2004). La scoperta di una rappresentazione dal basso verso l'alto dei numeri veniva studiata anche nei pazienti affetti da neglect (Cappelletti, Freeman, & Cipolotti, 2007). In particolari gli autori chiedevano ai pazienti di eseguire un compito di bisezione numerica immaginando in orizzontale una "strada" mentre in verticale i "piani di un palazzo". I risultati confermavano un bias verso destra per la dimensione orizzontale e un bias verso l'alto per la condizione verticale.

Lo scopo dell'esperimento 2A era quello di investigare se l'informazione (irrilevante) della grandezza generava un bias spaziale orizzontale o verticale in un compito di bisezione, comparando la performance di bisezione a stringhe numeriche composte dai numeri arabi 2 e 9. La scelta di usare i numeri arabi era dovuta a tre motivi. In primo luogo tali numeri erano stati usati nelle precedenti ricerche (Calabria & Rossetti, 2005; Fischer, 2001). In secondo luogo c'era l'intenzione di dare ulteriori evidenze alla differente attivazione automatica della linea numerica mentale usando un tipo differente di formato dello stimolo numerico. L'effetto SNARC infatti esisteva con differenti modalità o notazioni del numero (Nuerk, Wood, & Willmes, 2005). Infine le parole relative ai numeri in italiano non erano simili l'uno con l'altra. Calabria e Rossetti (2005) avevano criticato il precedente lavoro di Fischer (2001) colpevole di presentare stimoli sperimentali caratterizzati da una differente quantità di informazione ottica e definiti in modo dissimile dal punto di vista fisico. Un'altra critica riguardava il fatto di presentare le stringhe numeriche tutte nella stessa pagina limitando la potenza dei risultati (Calabria & Rossetti, 2005). Il motivo quindi della scelta delle parole relative ai numeri era dettata dall'intenzione di creare stimoli con la stessa quantità di informazione ottica. Nonostante ciò, in italiano era difficile creare degli stimoli con lo stesso numero di lettere, con la stessa quantità di informazione ottica e con le estremità definite in modo simile dal punto di vista percettivo. In base alla letteratura, era possibile prevedere in orizzontale un bias verso sinistra nelle stringhe composte dal numero 2 e un bias verso destra nelle stringhe composte dal numero 9 (Calabria & Rossetti, 2005; Fischer, 2001; Longo & Lourenco, 2007; Rossetti et al., 2004; Zorzi et al., 2002). In verticale invece era possibile prevedere un bias verso il basso per le stringhe composte dal numero 2 e un bias verso l'alto per le stringhe composte dal numero 9 (Cappelletti et al., 2007; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004).

#### *4.4.2. Metodo*

##### *Partecipanti*

48 studenti dell'Università di Bologna prendevano parte all'esperimento come soggetti volontari. I partecipanti non avevano partecipato all'esperimento 1A, 1B e 1C. L'età media era di

24.89 anni (SD = 2.73 anni). Il campione era composto da 26 femmine e 22 maschi. Ai partecipanti veniva chiesto di specificare la dominanza manuale. Tutti i partecipanti erano destrimani. I soggetti erano inconsapevoli circa gli obiettivi della ricerca.

### *Materiale*

Nell'esperimento 2A gli stimoli consistevano in 10 linee fisiche, 10 stringhe numeriche composte dal numero 2 e 10 stringhe numeriche composte dal numero 9. Tutti gli stimoli erano stampati in un foglio A4 (210 mm x 297 mm in orizzontale; 297 mm x 210 mm in verticale). La metà degli stimoli (N = 15) costituiva la condizione orizzontale mentre l'altra metà costituiva la condizione verticale. Ogni foglio poteva contenere esclusivamente un solo stimolo (Calabria & Rossetti, 2005). Gli stimoli potevano apparire in 5 parti differenti del foglio sia per la condizione orizzontale che per quella verticale: al centro, nell'angolo in alto a destra, in basso a destra, in alto a sinistra e in basso a sinistra (Figura 4.26). Per le 4 posizioni negli angoli, ogni stimolo era posizionato a una distanza di 20 mm dal bordo di sinistra e di destra ed a una distanza di 20 mm dal bordo superiore e inferiore del foglio. Le linee fisiche in orizzontale e in verticale erano stampate con inchiostro nero ed erano lunghe 200 mm e spesse 1 mm (Figura 4.26). Le stringhe numeriche in orizzontale contenevano il numero arabo 2 o 9 in formato Times New Roman 9. La lunghezza delle stringhe era di 200 mm (127 caratteri). Le stringhe in verticale contenevano il numero arabo 2 o 9 in formato Times New Roman 9. La lunghezza delle stringhe era di 200 mm (55 caratteri). Come rappresentato in Figura 4.27, la riduzione del formato del numero ci consentiva di avere gli stimoli numerici molto simili agli stimoli fisici (linee) in entrambe le condizioni. Inoltre ci consentiva di mantenere costante per tutti e 30 gli stimoli sperimentali la lunghezza delle linee fisiche e numeriche.

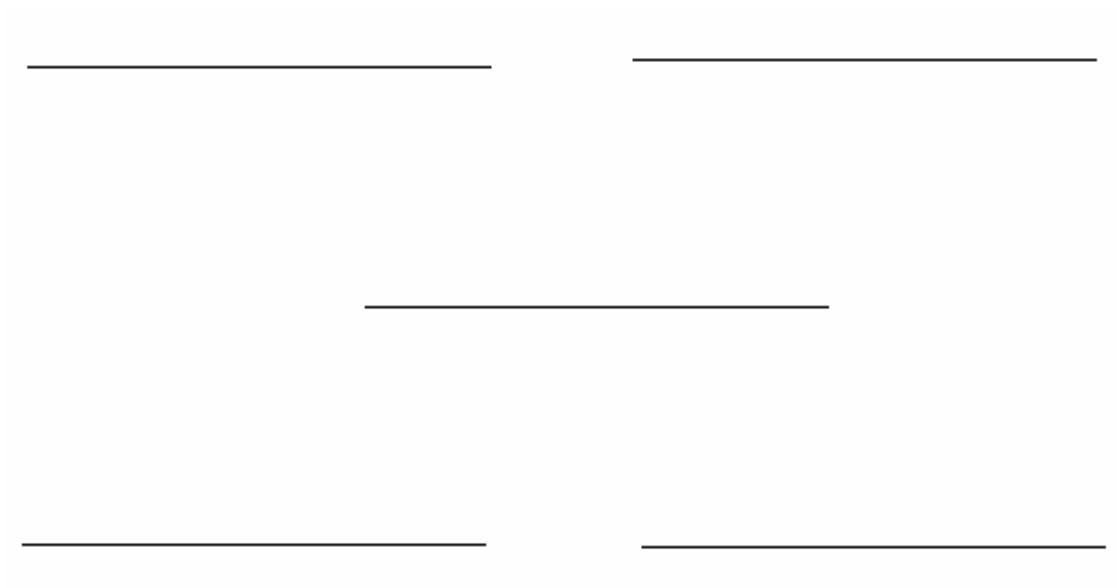


Figura 4.26. Esempificazione del posizionamento degli stimoli sperimentali all'interno del foglio disposto orizzontalmente.

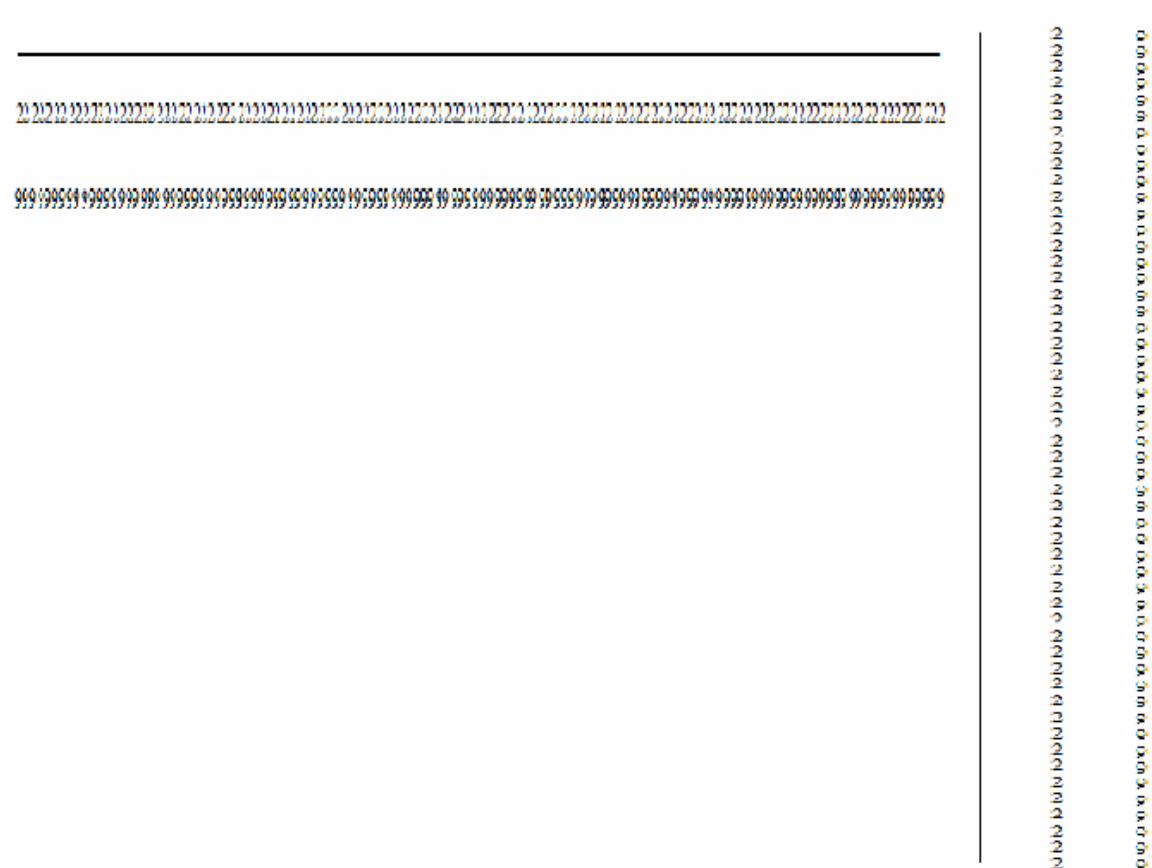


Figura 4.27. Esempificazione del tipo di linee e di stringhe numeriche utilizzate nell'esperimento nella condizione orizzontale e verticale.

### *Procedura*

I soggetti sedevano vicino ad un tavolo nel quale venivano presentati gli stimoli stampati nei fogli uno alla volta. Ciascun foglio veniva posizionato dallo sperimentatore nel piano medio sagittale di ogni partecipante. Ai soggetti veniva chiesto di segnare il punto medio degli stimoli con la matita in un compito di bisezione. Ai soggetti veniva chiesto di segnare la metà degli stimoli nel modo più veloce possibile, anche se non era imposto alcun limite di tempo. Ai soggetti veniva spiegato che le stringhe numeriche potevano essere bisezionate ponendo il segno di divisione o tra due caratteri numerici o attraversando un numero della stringa. Nessun commento era fatto riguardo al fatto che le linee erano composte da differenti stringhe numeriche. Una volta che il partecipante eseguiva la bisezione, la pagina veniva rimossa e lo sperimentatore presentava la pagina successiva. L'ordine di presentazione degli stimoli veniva bilanciato secondo il disegno del quadrato latino. L'ordine delle condizioni spaziali era bilanciato tra i soggetti. Infine le 5 posizioni in cui uno stimolo poteva assumere nel foglio venivano presentate in un ordine random.

### *Analisi Statistiche*

Per valutare il nostro obiettivo, avevamo collassato i dati da tutte e 5 le posizioni del foglio. La performance spaziale veniva analizzata calcolando il bias spaziale. Il bias spaziale era uguale alla differenza tra il punto di bisezione soggettivo meno il valore corretto del centro esatto in mm. Un punteggio uguale a 0 rifletteva un performance corretta. In orizzontale valori negativi venivano assegnati per indicare uno spostamento a sinistra dal centro esatto mentre valori positivi venivano assegnati per indicare uno spostamento a destro dal centro dello stimolo. In verticale i valori negativi indicavano uno spostamento verso il basso dal centro esatto mentre i valori positivi indicavano uno spostamento verso l'alto dal centro esatto dello stimolo. Dopo aver testato le medie di bisezione contro lo zero, un confronto t-test (a due code) veniva eseguito per comparare il bias medio delle stringhe del 2 rispetto a quello delle stringhe del 9. Questo confronto veniva eseguito separatamente per la condizione orizzontale e per quella verticale. Il livello di significatività statistica era posto a  $p < .05$ .

#### *4.4.3. Risultati*

Venivano eliminati 2 partecipanti perché il loro errore medio era maggiore a 2.5 SD (rispettivamente 8.70 mm e 8.20 mm). Il generale la bisezione media era +2.05 mm (SD = 2.17 mm) ed era significativamente differente da 0,  $t_{45} = 6.37$ ,  $p < .0001$ .



Il punteggio medio di bisezione per gli stimoli orizzontali era di +0.51 mm (SD = 2.47 mm), ma non differiva in maniera significativa da 0 ( $p = .17$ ). Le linee fisiche determinavano un errore verso sinistra (-0.64 mm; SD = 3.05 mm) ma non era significativo ( $p = .15$ ). Al contrario le stringhe numeriche orizzontali determinavano un significativo bias verso destra (+1.08 mm; SD = 2.74 mm) ( $t_{45} = 2.67, p < .05$ ). La differenza tra la bisezione di linee e la bisezione delle stringhe era significativa,  $t_{45} = -3.90, p < .0001$ . L'analisi dell'effetto dell'informazione di grandezza sull'accuratezza spaziale mostrava che le stringhe del 2 (+0.94 mm; SD = 2.88 mm) generavano un significativo bias verso destra ( $t_{45} = 2.21, p < .05$ ). Allo stesso modo anche le stringhe del 9 (+1.22 mm; SD = 3.14 mm) determinavano un errore verso destra significativo ( $t_{45} = 2.64, p < .05$ ). Nonostante ciò, la differenza tra gli errori di bisezione per le due stringhe numeriche non era significativo ( $p = .44$ ) (Figura 4.28). Longo e Lourenco (2007) avevano calcolato il numero di soggetti che avevano uno spostamento verso destra o verso sinistra durante il compito di bisezione. Calcolando la frequenza degli spostamenti verso sinistra ( $N = 26$ ) e verso destra ( $N = 20$ ) per le linee fisiche, non emergevano differenze significative. All'opposto, 29 partecipanti ottenevano un bias verso destra per le stringhe del 2 in orizzontale ( $\chi^2(1, N = 46) = 3.13, p = .07$ ), mentre più della metà del campione ( $N = 31$ ) aveva un bias verso destra per le stringhe del 9 in orizzontale ( $\chi^2(1, N = 46) = 5.56, p < .05$ )

Il punteggio medio di bisezione per gli stimoli verticali era di +3.57 mm (SD = 2.87 mm), e questo bias verso l'alto era differente da 0 in maniera significativa ( $t_{45} = 8.44, p < .0001$ ). Le linee fisiche generavano un bias verso l'alto (+3.81 mm; SD = 3.38 mm) che era differente da 0 ( $t_{45} = 7.63, p < .0001$ ). Allo stesso modo le stringhe verticali mostravano un significativo bias verso l'alto (+3.46 mm; SD = 3.04 mm) ( $t_{45} = 7.71, p < .0001$ ). La differenza tra gli errori di bisezione per le linee fisiche e per quelle numeriche non era significativa ( $p = .40$ ). L'analisi dell'effetto dell'informazione di grandezza sull'accuratezza spaziale mostrava che le stringhe del 2 in verticale (+3.88 mm; SD = 3.22 mm) determinavano un significativo bias verso l'alto ( $t_{45} = 8.16, p < .0001$ ). Allo stesso modo le stringhe del 9 in verticale (+3.04 mm; SD = 3.38 mm) determinavano un significativo bias verso l'alto ( $t_{45} = 6.09, p < .0001$ ). I partecipanti ottenevano un maggiore bias verso l'alto con le stringhe del 2 rispetto alle stringhe del 9 ( $t_{45} = 2.20, p < .05$ ), come mostrato nella Figura 4.28. Calcolando le frequenze nella condizione verticale per ogni tipo di linee, più partecipanti mostravano un bias verso l'alto in maniera significativa ( $N = 43, \chi^2(1, N = 46) = 34.78, p < .0001$  per le linee fisiche;  $N = 40, \chi^2(1, N = 46) = 25.13, p < .0001$  per le stringhe del 2;  $N = 39, \chi^2(1, N = 46) = 22.26, p < .0001$  per le stringhe del 9).

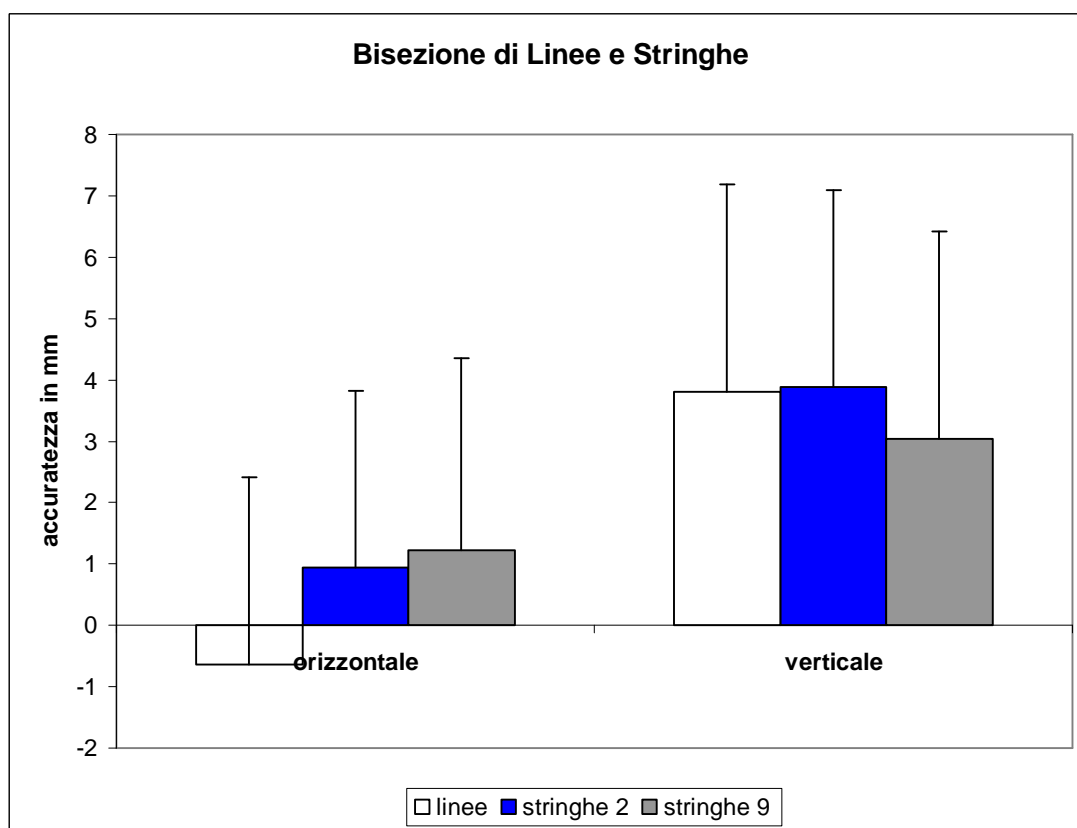


Figura 4.28. L'accuratezza spaziale (e SD) delle linee fisiche e delle stringhe numeriche nella condizione orizzontale e verticale.

#### 4.4.4. *Discussione*

Lo scopo dell'esperimento 2A era quello di testare l'effetto grandezza sull'accuratezza spaziale in un compito di bisezione. In orizzontale l'irrilevante informazione della grandezza determinava un sistematico errore verso destra rispetto alla tendenza dei partecipanti di spostarsi verso sinistra (pseudoneglect, Jewell & McCourt, 2000) quando dovevano bisezionare linee fisiche. Tuttavia non c'era una differenza significativa tra l'errore medio di bisezione per le stringhe numeriche composte dal 2 rispetto a quelle composte dal 9, sebbene l'errore medio delle stringhe del 9 generassero un maggiore bias verso destra. Questo risultato confermava i risultati di Calabria e Rossetti (2005), nel quale le stringhe composte dai numeri arabi 2 e 9 non differivano significativamente. Analizzando però la frequenza degli spostamenti a sinistra o a destra dal centro reale dello stimolo, un numero maggiore di soggetti generavano un bias verso destra per le stringhe del 9 rispetto alle stringhe del 2. In generale comunque la linea numerica mentale in orizzontale

poteva influenzare la performance spaziale in un compito di bisezione con un generale spostamento verso lo spazio destro. Tale spostamento poteva aumentare al crescere della grandezza numerica.

In verticale invece l'informazione di grandezza irrilevante per il compito non determinava un bias verso l'alto significativamente diverso da quello presente per le linee fisiche. In generale quindi gli stimoli in verticale generavano un bias verso l'alto riflettendo il fenomeno dello pseudoneglect (Jewell & McCourt, 2000). Il dato più interessante indicava che le stringhe numeriche composte dal numero 2 determinavano un bias verso l'alto maggiore rispetto alle stringhe numeriche composte dal numero 9. Questo risultato era un risultato inaspettato rispetto all'orientamento verticale della linea numerica mentale dal basso verso l'alto (Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004). Dall'altra parte questo risultato era in linea con quanto scoperto nell'esperimento 1C. Esistono diverse situazioni nelle quali i numeri piccoli sono posizionati in alto mentre i numeri grandi sono posizionati in basso, come ad esempio i numeri sul telefono cellulare o in un bancomat oppure l'ordine di una graduatoria o di una classifica. Inoltre i nostri dati potevano essere spiegati facendo riferimento ad un'influenza della capacità di lettura. Una pagina normalmente è letta dall'alto verso il basso, permettendo di ipotizzare il ruolo delle abitudini culturali nella rappresentazione dei numeri (Dehaene et al., 1993; Zebian, 2005). In verticale comunque poteva essere ipotizzata una doppia rappresentazione dal basso verso l'alto e dall'alto verso il basso, visto che la rappresentazione in verticale nei precedenti esperimenti si era dimostrata estremamente flessibile.

Questi risultati potevano essere influenzati dal fatto che le stringhe numeriche in orizzontale e in verticale differivano nel numero dei caratteri (127 *versus* 55). In generale l'errore medio nella condizione orizzontale era inferiore rispetto alla condizione verticale. Il fatto di trovare una differenza affidabile tra le linee fisiche (bias a sinistra) e le stringhe numeriche (bias verso destra) in orizzontale suggeriva comunque che l'informazione di grandezza veniva processata dai partecipanti. All'opposto in verticale nessuna differenza nell'accuratezza spaziale veniva trovata comparando le linee fisiche e quelle numeriche. C'era quindi una similarità di errore in verticale tra gli stimoli, ma il fatto di aver trovato una differenza nel bias di bisezione tra le stringhe numeriche suggeriva che l'informazione di grandezza veniva processata anche in verticale. Inoltre in orizzontale e in verticale il bias di errore per le stringhe numeriche era significativamente diverso da 0, indicando che il processamento implicito del numero influenzava la performance spaziale.

In conclusione i nostri dati sembravano confermare l'influenza dell'attivazione automatica della linea numerica sulla performance spaziale dei partecipanti. In orizzontale la direzione spaziale da sinistra verso destra della rappresentazione cognitiva della grandezza numerica determinava uno spostamento verso destra del punto di bisezione (Cappelletti et al., 2007; de Hevia et al., 2006; Fischer, 2001; Longo & Lourenco, 2007; Rossetti et al., 2004; Zorzi et al., 2002). In verticale i

risultati non riflettevano la direzione dal basso verso l'alto dei numeri (Cappelletti et al., 2007; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004). Tuttavia come notavano Schwarz e Keus (2004) la scoperta della rappresentazione del numero in verticale poteva indurre una rappresentazione del numero lungo due dimensioni, come ad esempio un campo o una mappa dei numeri. In modo alternativo la rappresentazione numerica indicava almeno la presenza di due rappresentazioni numeriche indipendenti dal punto di vista funzionali. Addirittura era forse possibile ipotizzare una singola rappresentazione con un orientamento spaziale adattivo e dipendente dal compito. Questa ultima idea si adattava con i nostri dati in verticale solamente se fosse avanzata l'ipotesi di una rotazione mentale in senso orario della linea numerica. In altre parole i numeri rappresentati a sinistra in orizzontale sarebbero ruotati verso l'alto in verticale mentre i numeri grandi in orizzontale sarebbero ruotati verso il basso in verticale. Lo scopo dell'esperimento 2B era quello di approfondire in maniera dettagliata l'ipotesi di una mappa numerica (ipotesi 1) o l'ipotesi di due rappresentazioni indipendenti dei numeri (ipotesi 2) oppure infine l'ipotesi di una singola rappresentazione dei numeri che poteva essere ruotata mentalmente in base alle richieste del compito (ipotesi 3). Per raggiungere tale obiettivo ai partecipanti venivano presentate delle linee in orizzontale, in verticale e in entrambe le diagonali ponendo una coppia di numeri alle loro estremità. La scelta delle linee delimitate da numeri (de Hevia et al., 2006; Fischer, 2001) consentiva di ridurre il limite di avere degli stimoli con una diversa numerosità di caratteri, permettendo invece di avere degli stimoli simili.

## **4.5. Esperimento 2B**

### *4.5.1. Introduzione*

In un esperimento di controllo Fischer (2001) trovava dati a favore di un bias spaziale indotto dal processamento della grandezza numerica. Una serie di linee avevano alle estremità numeri uguali (es. 1-1) oppure numeri diversi (es. 1-2 o 2-1) posizionati in maniera congruente e incongruente rispetto alla linea numerica mentale. Nonostante la piccola differenza tra i numeri diversi, il bias di bisezione delle linee si spostavano verso il numero più grande indipendentemente dal fatto che i numeri fossero posizionati in modo congruente o meno rispetto alla linea numerica. L'autore concludeva che gli errori spaziali erano indotti dalla percezione di due numeri i quali demarcavano punti separati lungo l'immagine visiva della linea numerica. Questo risultato veniva replicato da de Hevia e colleghi (2006) suggerendo che i numeri esercitavano un'influenza sulla performance di bisezione principalmente nei termini di grandezza relativa. In altre parole, la

dicotomia piccolo-grande determinava errori nel compito di bisezione, generando bias verso il numero più grande. La performance spaziale era caratterizzata da errori verso il numero più grande anche quando veniva chiesto di bisezionare uno spazio vuoto (senza linea). Gli autori infine trovavano che i bias spaziali emergevano principalmente quando i numeri erano posizionati all'estremità dello spazio in maniera congruente (da sinistra verso destra) rispetto alla linea numerica. In altre parole i soggetti commettevano errori spaziali quando i numeri piccoli erano nello spazio di sinistra e i numeri grandi in quello di destra (de Hevia et al., 2006). Questa ricerca poteva essere spiegata facendo riferimento all'attivazione di una rappresentazione analogica della grandezza numerica. In modo alternativo gli autori proponevano che i risultati riflettevano l'influenza di una strategia spontanea di ordinare gli input in maniera spaziale da sinistra verso destra (Gevers et al., 2003). In altre parole veniva avanzata l'ipotesi dell'influenza degli aspetti culturali (Zebian, 2005), come ad esempio l'abitudine occidentale di leggere da sinistra verso destra, nell'organizzare elementi (es. numeri) ordinabili.

Per meglio approfondire l'idea che le differenze di grandezza venivano processate in base alla categoria piccolo-grande de Hevia e colleghi (2008) facevano eseguire ai soggetti un compito di riproduzione della lunghezza di linee. L'assunto base era che il compito di bisezione non richiedeva ai partecipanti di rispondere bi-manualmente ai numeri ma di indicare il punto medio di una linea spaziale. In accordo con tale assunto veniva suggerito che l'influenza dei numeri sul processamento percettivo dell'estensione laterale doveva produrre un'illusione cognitiva (de Hevia, Girelli, Bricolo & Vallar, 2008). Ne conseguiva che un'espansione illusoria del lato della linea vicino al numero più grande era responsabile di un bias sistematico della bisezione verso il numero più grande (de Hevia et al., 2006). In altre parole, i numeri piccoli dovevano indurre una compressione illusoria della lunghezza percepita mentre i numeri grandi dovevano indurre un'espansione illusoria della lunghezza percepita. In accordo con questo punto di vista le differenti componenti spaziali del processamento numerico dovevano essere osservati a seconda del tipo di compito che veniva eseguito. Il processamento dei numeri piccoli e grandi dietro l'attivazione di codici spaziali lateralizzati (sinistra-destra) (es. effetti simili allo SNARC, Fischer et al., 2003, 2004) dovevano indurre un'illusione cognitiva inducendo una compressione o espansione della lunghezza rappresentata. Ai partecipanti quindi veniva richiesto di riprodurre la lunghezza di un'estensione spaziale delimitata da due numeri estendendo oppure comprimendo un segmento orizzontale. In una condizione sperimentale lo spazio era delimitato da numeri piccoli identici (es. 1 1 o 2 2) o da numeri grandi identici (es. 8 8 o 9 9) cercando una relazione sistematica tra la grandezza numerica (piccolo-grande) e gli errori di stima (compressione-estensione). In un'altra condizione sperimentale lo spazio era delimitato da coppie di numeri differenti (es. 1 7 o 7 9) cercando una

relazione sistematica tra la distanza numerica (es. 6 o 2) e gli errori di stima oppure tra la grandezza in generale (piccolo-grande) e gli errori di stima. In generale gli errori di stima dello spazio erano associati in maniera sistematica all'informazione della grandezza numerica, suggerendo l'ipotesi che i numeri inducessero illusioni cognitive della lunghezza. Gli spazi delimitati dai numeri piccoli erano meno sovrastimati in confronto agli spazi delimitati dai numeri grandi (de Hevia et al., 2008). Inoltre gli errori di stima dello spazio non erano associati alla grandezza dell'intervallo numerico che delimitava lo spazio (de Hevia et al., 2008).

Gevers e colleghi (2006) trovavano un effetto SNARC in diagonale. In particolare in un compito di giudizio di parità l'interazione tra mano e grandezza era significativa solamente in diagonale solamente quando i numeri piccoli erano associati allo spazio inferiore sinistro (tasto 1 della tastiera numerica) mentre i numeri grandi erano associati allo spazio superiore destro (tasto 9 della tastiera numerica). L'associazione opposta tra numero e spazio invece determinava un effetto SNARC nullo (Gevers et al., 2006). Questo risultato poneva dubbi all'ipotesi di un ruolo culturale nell'ordinare i numeri in modo sequenziale (de Hevia et al., 2006, 2008). Ponendo infatti un'influenza dell'abitudine di lettura da sinistra verso destra (Dehaene et al., 1993; Zebian, 2005) sulla rappresentazione dei numeri, l'effetto SNARC lungo la diagonale destra (da sinistra-basso a destra-alto) non era atteso. Una pagina normalmente è letta dall'alto verso il basso ma anche dalla parte superiore a sinistra fino alla parte inferiore destra (diagonale sinistra). La scoperta dell'effetto SNARC in diagonale destra così come in verticale invece sembrava determinare un modo diverso di interpretare la relazione tra numero e spazio. Come ipotizzato da Schwarz e Keus (2004), forse la linea numerica mentale limitava la rappresentazione delle grandezze numeriche lasciando il posto a una mappa dei numeri lungo diversi orientamenti spaziali. Per testare questa possibilità nell'esperimento 2B ai partecipanti venivano presentate delle linee in differenti orientamenti spaziali in un compito di bisezione. Ogni linea era inoltre delimitata da numeri identici (es. 1-1 o 7-7) o diversi (es. 1-7 o 7-1). Secondo l'ipotesi della mappa numerica (ipotesi 1) ci si attendeva che il processamento dei numeri inducesse bias spaziali per le linee orizzontali, verticali e diagonali destre mentre nessuna influenza era prevista per le diagonali sinistre. L'ipotesi di due rappresentazioni numeriche indipendenti (ipotesi 2) invece prevedeva bias spaziali lungo gli orientamenti orizzontali e verticali. Infine l'ipotesi di una unica linea numerica mentalmente ruotata (ipotesi 3) in senso orario prevedeva errori spaziali in tutti gli orientamenti secondo la rotazione mentale. In generale era atteso un bias spaziale verso il numero più grande solamente quando numeri diversi (1-7 o 7-1) delimitavano le linee.

#### *4.5.2. Metodo*

##### *Partecipanti*

77 studenti dell'Università di Bologna presero parte all'esperimento 2B come volontari. Nessun partecipante aveva preso parte ai precedenti esperimenti. L'età media era di 22.94 anni (SD = 3.77 anni). C'erano 41 femmine e 36 maschi. Ai partecipanti veniva chiesto di indicare la loro mano dominante. Risultavano 66 partecipanti destrimani mentre 11 soggetti erano mancini. I soggetti erano inconsapevoli degli obiettivi dell'esperimento.

##### *Materiale*

Nell'esperimento 2B ogni partecipante riceveva 5 pagine bianche (210 mm x 297 mm). La prima pagina conteneva le istruzioni scritte nelle quali erano enfatizzate sia l'accuratezza che la velocità della risposta anche se i tempi di risposta non venivano registrati. In aggiunta la prima pagina conteneva domande relative all'età, al genere e alla dominanza manuale. Le altre quattro pagine contenevano 8 linee lunghe 68 mm e spesse 1 mm (N = 32 linee) (Figura 4.29). Le estremità delle linee non erano allineate per evitare che i partecipanti potessero riferirsi ai loro precedenti giudizi di bisezione. Le linee venivano presentate in entrambe le diagonali ( $\pm 45^\circ$  d'inclinazione), in orizzontale e in verticale. Ogni pagina poteva contenere le linee disposte in un unico orientamento spaziale. L'ordine dell'orientamento delle linee era bilanciato tra i partecipanti e tutte le pagine venivano presentate lungo il piano medio sagittale. Ogni linea veniva delimitata dai numeri posizionati alle estremità di ciascuna linea. In modo specifico le coppie numeriche 1-1, 1-7, 7-1 e 7-7 venivano assegnate alle 32 linee in un ordine random. Questi numeri venivano scelti per la loro relativa somiglianza, in modo tale da aumentare la capacità discriminativa dei partecipanti nel processarli. Le coppie numeriche 1-1 e 7-7 determinavano la condizione neutrale. Le coppie 1-7 e 7-1 determinavano in modo rispettivo le condizioni congruenti e incongruenti rispetto alla linea numerica (Figura 4.29). Per le linee orizzontali congruenti, il numero 1 appariva a sinistra dell'estremità mentre il numero 7 era a destra dell'estremità della linea. Per le linee verticali congruenti, il numero 1 appariva nella parte inferiore mentre il numero 7 nella parte superiore della linea. Per la diagonale destra congruente il numero 1 era nell'estremità inferiore sinistra mentre il numero 7 era nella parte superiore destra della linea. Infine nella diagonale sinistra congruente il numero 1 era nella parte superiore sinistra mentre il numero 7 era nella parte inferiore destra della linea. Quest'ultima scelta era arbitraria dal momento che nessuna direzione della linea numerica veniva trovata per la diagonale sinistra (Gevers et al., 2006). Tutte le posizioni dei numeri venivano rovesciati per la condizione incongruente. In ciascuna pagina c'erano 2 linee per la condizione

congruente, 2 linee per la condizione incongruente e 4 linee per la condizione neutrale (2 linee con la coppia 1-1 e 2 linee con la coppia 7-7). Tutti i numeri venivano stampati in formato Courier New 30 in grassetto e distanziavano dall'estremità delle linee di 1 mm.

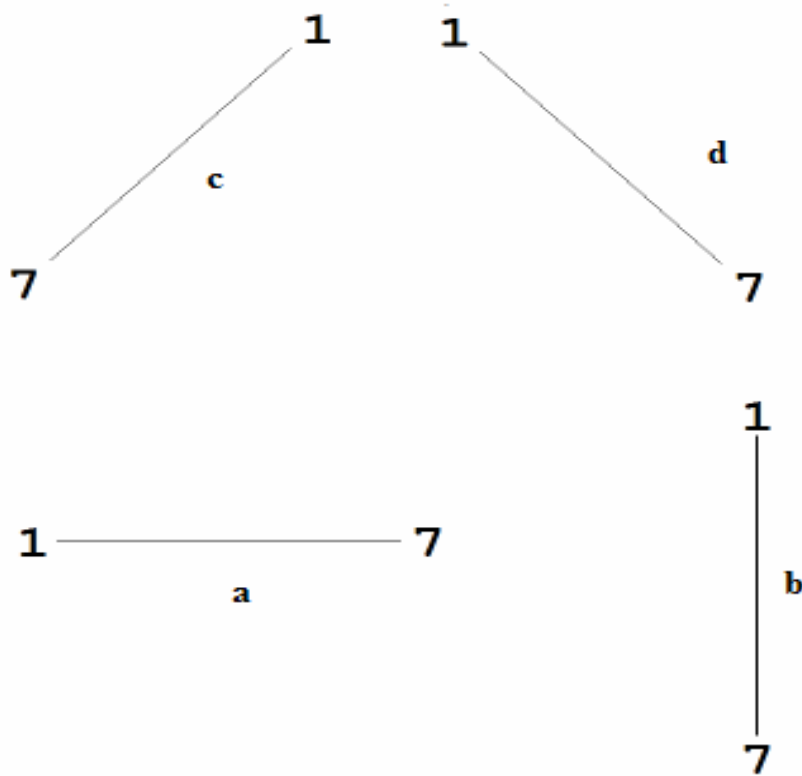


Figura 4.29. Rappresentazione del tipo di stimoli utilizzati nell'esperimento 2B. a) orizzontale (congruente); b) verticale (incongruente); c) diagonale destra (incongruente); d) diagonale sinistra (congruente).

#### *Procedura*

I partecipanti sedevano attorno ad un tavolo e ricevevano le cinque pagine posizionate rispetto al loro piano medio sagittale. Dopo aver letto le istruzioni, i soggetti aspettavano un segnale dello sperimentatore prima di girare la prima pagina. Il compito era di indicare con la matita il punto medio di ogni linea. Inoltre i partecipanti dovevano segnare con una croce le linee che venivano delimitate dai numeri identici. In altre parole dovevano riconoscere tutte le condizioni neutrale. Il numero di risposte corrette era di 16 linee. Con queste istruzioni ai partecipanti veniva richiesto di processare l'informazione semantica del numero. Anche se non c'erano limiti di tempo, ai soggetti era richiesto di segnare immediatamente il punto medio. Dopo che i soggetti completavano la seconda pagina, i partecipanti passavano immediatamente alla terza pagina. Questa



procedura veniva adottata per la quarta e la quinta pagina. I soggetti venivano istruiti a non muovere la pagina mentre eseguivano il compito di bisezione.

### *Analisi Statistiche*

La performance spaziale veniva analizzata in modo simile all'esperimento 2A. Il punto di bisezione soggettivo veniva sottratto dal punto corretto del centro esatto. I valori negativi indicavano i bias verso sinistra, il basso, sinistra-basso e sinistra-alto rispettivamente per le linee orizzontali, verticali, diagonali destra e diagonali sinistra. I valori positivi indicavano i bias verso destra, l'alto, destra-alto e destra-basso rispettivamente per le linee orizzontali, verticali, diagonali destre e diagonali sinistre. Gli errori di bisezione venivano misurati in mm. Dopo aver testato i bias medi contro zero, una serie di ANOVA con il fattore Coppia Numerica (4 livelli: 1-1, 1-7, 7-1 e 7-7) sugli errori medi erano condotte per ciascun orientamento spaziale. I confronti parificati t-test venivano usati quando i valori di p erano significativi. Come misura della dimensione dell'effetto veniva riportato il valore dell'eta quadrato parziale ( $\eta^2_p$ ) (Huberty, 2002). Il livello di significatività era posto a  $p < .05$ .

### *4.5.3. Risultati*

14 partecipanti (18.18%) venivano eliminati dalle analisi perché 9 di loro non raggiungevano il 100% dell'accuratezza nel riconoscere le linee delimitate dai numeri identici (90.97%; SD = 5.51%). Altri 5 soggetti venivano eliminati perché non eseguivano l'esperimento per intero. Dei restanti 63 partecipanti, l'errore medio era di -0.32 mm (SD = 0.14 mm) ma non era significativamente diverso da 0 ( $t_{62} = -1.72$ ,  $p = .09$ ).

La performance media in orizzontale era di +0.33 mm (SD = 0.33 mm) indicando un generale errore verso destra. Questo errore comunque non differiva significativamente da 0 ( $p = .30$ ). L'ANOVA sugli errori medi per le linee orizzontali mostravano un significativo fattore Coppia Numerica ( $F_{3,186} = 4.59$ ,  $p < .005$ ,  $\eta^2_p = .06$ ). I contrasti parificati mostravano che le condizioni congruenti (+0.91 mm; SD = 0.28 mm) e incongruenti (+0.81 mm; SD = 0.35 mm) ottenevano maggiori deviazioni verso destra rispetto ad entrambe le condizioni neutrali (per tutti i contrasti  $p < .05$ ) (Figura 4.30). Inoltre la condizione congruente deviava da zero in maniera significativa ( $t_{62} = 2.53$ ,  $p < .05$ ) mentre la condizione incongruente tendeva verso i livelli della significatività statistica ( $p = .06$ ). Le linee orizzontali delimitate dalla coppia 1-1 (-0.07 mm; SD = 0.37 mm) e dalla coppia 7-7 (-0.27 mm; SD = 0.34 mm) non generavano dei bias significativamente diversi da 0.

La performance media in verticale era di -0.86 mm (SD = 0.36 mm) indicando un generale errore verso il basso significativamente diverso da 0 ( $t_{62} = -2.25, p < .05$ ). L'ANOVA sugli errori medi delle linee in verticale mostrava un significativo fattore Coppia Numerica ( $F_{3,186} = 15.77, p < .0001, \eta^2_p = .20$ ). I contrasti parificati dimostravano che le linee 1-7 (-1.92 mm; SD = 0.41 mm) generavano errori di bisezione più verso la parte inferiore della linea rispetto alle linee 7-1 (+0.09 mm; SD = 0.34 mm) ( $p < .0001$ ) e alla condizione neutrale 1-1 (+0.18 mm; SD = 0.35 mm) ( $p < .0001$ ). Inoltre la condizione neutrale 7-7 (-1.79 mm; SD = 0.35 mm) determinava un più grande bias verso il basso rispetto alle linee delimitate da 1-1 e 7-1 (per entrambi i contrasti  $p < .0001$ ) (Figura 4.30). Infine le linee con i numeri 1-7 e 7-7 deviavano significativamente da 0 (rispettivamente  $t_{62} = -3.73, p < .0001$ ;  $t_{62} = -4.08, p < .001$ ).

L'ANOVA sugli errori medi di bisezione per le linee in diagonale destra non raggiungeva la significatività statistica ( $p = .52$ ). Questo risultato poteva essere spiegato da una tendenza generale di spostare soggettivamente il punto medio verso la parte inferiore sinistra dello spazio (-1.04; SD = 0.28 mm) ( $t_{62} = -3.81, p < .0001$ ). I partecipanti infatti ottenevano un bias medio significativamente diverso da 0 ( $p < .005$  per tutti i confronti) per tutte le condizioni (1-7: -1.13 mm, SD = 0.27 mm; 7-1: -1.27 mm, SD = 0.27 mm; 1-1: -1.04 mm, SD = 0.30 mm) con l'eccezione della condizione 7-7 (-0.73 mm; SD = 0.29) che tendeva verso la significatività ( $t_{62} = -1.94, p = .057$ ) (Figura 4.30).

Infine la performance media spaziale per le linee in diagonale sinistra era di +0.30 mm (SD = 0,29 mm). Questo errore spaziale non deviava significativamente da 0 ( $p = .40$ ). L'ANOVA sugli errori medi di bisezione per le linee in diagonale sinistra mostrava che il fattore Coppia Numerica tendeva verso la significatività statistica ( $F_{3,186} = 2.60, p = .054, \eta^2_p = .04$ ). Le linee delimitate dai numeri 7-1 (+0.91 mm; SD = 0.32 mm) determinava più bias verso lo spazio destro inferiore della linea rispetto alle linee delimitate dai numeri 1-7 (-0.16 mm; SD = 0.32 mm), dai numeri 1-1 (+0.07 mm; SD = 0.40 mm) e dai numeri 7-7 (0.45 mm; SD = 0.37 mm) (Figura 4.30). L'errore medio delle linee 7-1 deviavano da 0 in modo significativo ( $t_{62} = 2.27, p < .05$ ).

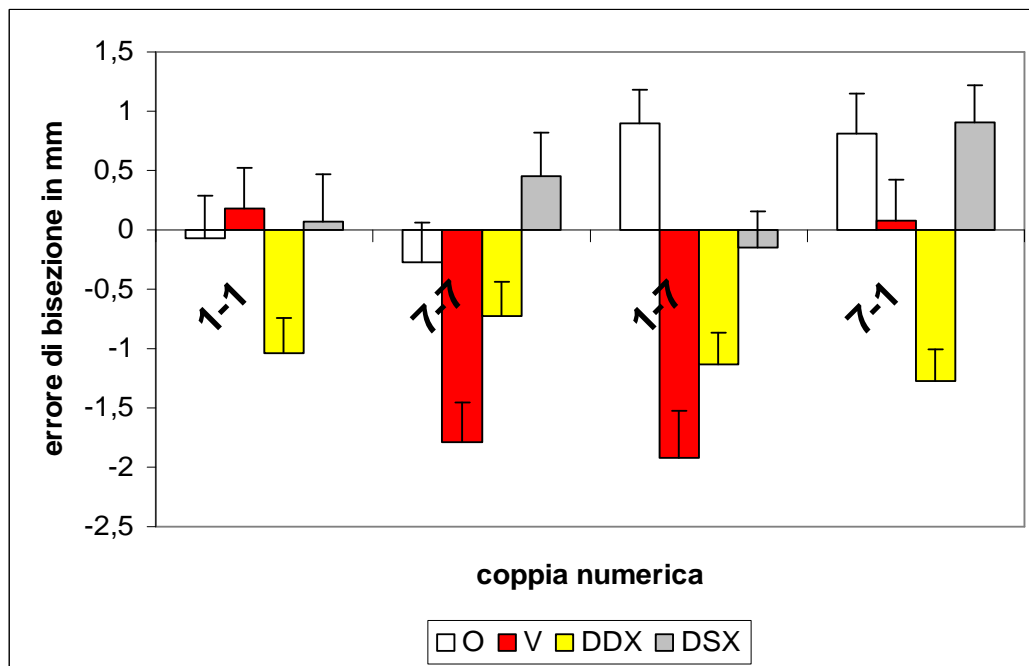


Figura 4.30. Andamenti degli errori medi di bisezione in mm (e SD) per tutti gli orientamenti spaziali in tutte le condizioni sperimentali a seconda delle coppie numeriche. Da notare che O: orizzontale, V: verticale, DDX: diagonale destra e DSX: diagonale sinistra.

La tabella 4.1. mostrava le frequenze dei soggetti che avevano una differenza negativa e positiva per ciascuna linea in ogni condizione. Nella condizione congruente i partecipanti si spostavano più frequentemente verso i numeri piccoli per le linee verticali ( $\chi^2(1, N = 63) = 4.58, p < .05$ ) e quelle diagonali destre ( $\chi^2(1, N = 63) = 5.73, p < .05$ ). Al contrario i soggetti si spostavano verso i numeri più grandi per le linee orizzontali congruenti ( $\chi^2(1, N = 63) = 8.39, p < .005$ ). Nella condizione incongruente, i partecipanti generavano più frequentemente errori verso i numeri piccoli per le linee orizzontali ( $\chi^2(1, N = 63) = 8.40, p < .005$ ) e quelle in diagonale sinistra ( $\chi^2(1, N = 63) = 4.58, p < .05$ ). Il pattern rovesciato veniva trovato per le linee in diagonale destra ( $\chi^2(1, N = 63) = 4.58, p < .05$ ). Infine per le linee verticali in condizione neutrale 7-7 i partecipanti commettevano più errori verso la parte inferiore delle linee ( $\chi^2(1, N = 63) = 7.00, p < .05$ ) mentre per le diagonali destre in condizione neutrale 1-1 i soggetti tendevano maggiormente verso la parte inferiore sinistra degli stimoli ( $\chi^2(1, N = 63) = 3.57, p = .059$ ).

Tabella 4.1. Il numero di partecipanti che avevano una differenza negativa o una differenza positiva per ciascuna linea in ogni condizione sperimentale a seconda del tipo di coppia delimitante le linee. In grassetto i confronti significativi.

		Differenza Negativa	Differenza Positiva	Significatività
1-7	Orizzontale	<b>20</b> <b>(31.70%)</b>	<b>43</b> <b>(68.30%)</b>	<b>p &lt; .005</b>
	Verticale	<b>40</b> <b>(63.50%)</b>	<b>23</b> <b>(36.50%)</b>	<b>p &lt; .05</b>
	Diagonale Destra	<b>41</b> <b>(65.10%)</b>	<b>22</b> <b>(34.90%)</b>	<b>p &lt; .05</b>
	Diagonale Sinistra	28 (44.40%)	35 (55.60%)	n.s.
7-1	Orizzontale	<b>20</b> <b>(31.70%)</b>	<b>43</b> <b>(68.30%)</b>	<b>p &lt; .005</b>
	Verticale	28 (44.40%)	35 (55.60%)	n.s.
	Diagonale Destra	<b>40</b> <b>(63.50%)</b>	<b>23</b> <b>(36.50%)</b>	<b>p &lt; .05</b>
	Diagonale Sinistra	<b>23</b> <b>(36.50%)</b>	<b>40</b> <b>(63.50%)</b>	<b>p &lt; .05</b>
1-1	Orizzontale	29 (46%)	34 (54%)	n.s.
	Verticale	28 (44.40%)	35 (55.60%)	n.s.
	Diagonale Destra	<b>39</b> <b>(61.90%)</b>	<b>24</b> <b>(38.10%)</b>	<b>p = .059</b>
	Diagonale Sinistra	27 (42.90%)	36 (57.10%)	n.s.
7-7	Orizzontale	32 (50.80%)	31 (49.20%)	n.s.
	Verticale	<b>42</b> <b>(66.70%)</b>	<b>21</b> <b>(33.30%)</b>	<b>p &lt; .05</b>
	Diagonale Destra	36 (57.10%)	27 (42.90%)	n.s.
	Diagonale Sinistra	28 (44.40%)	35 (55.60%)	n.s.

#### 4.5.4. Discussione

L'obiettivo principale dell'esperimento 2B era teso a studiare la natura spaziale della linea numerica mentale in quattro orientamenti. In primo luogo i nostri risultati dimostravano un'influenza della grandezza numerica sulla performance spaziale. Come mostrato in Tabella 4.1 le

frequenze per le differenze positive e negative erano significative per le linee con numeri differenti. In particolare le linee congruenti orizzontali determinavano un maggiore bias verso destra rispetto alle linee incongruenti, replicando parzialmente i risultati di Fischer (2001) e de Hevia et al. (2006). Quando le linee orizzontali erano delimitate da numeri identici la performance generale tendeva verso sinistra esibendo il fenomeno dello pseudoneglect (Jewell & McCourt, 2000). Era più importante notare che le linee orizzontali 1-7 determinavano un significativo bias verso destra (numero più grande). In questo modo la rappresentazione dei numeri da sinistra verso destra in orizzontale sembrava essere più fortemente presente rispetto ad una rappresentazione incongruente. Questi dati erano stati ottenuti con un intervallo numerico relativamente grande (1 e 7), distanziandosi dai dati di de Hevia et al. (2006).

In verticale i nostri dati mostravano un più forte bias verso il basso nella condizione congruente (7-1) rispetto alla situazione incongruente (1-7). In verticale i risultati erano opposti a quelli della condizione orizzontale. In altre parole i soggetti si spostavano più frequentemente verso il numero piccolo (in basso). Era possibile ipotizzare quindi una dissociazione tra orientamento orizzontale e verticale, favorendo l'ipotesi di due rappresentazioni numeriche indipendenti (ipotesi 2). Era interessante notare il significativo bias verso il basso nella condizione neutrale 7-7 in verticale. Questo risultato poteva essere interpretato come un'estensione della linea numerica in verticale al pari dei risultati ottenuti da de Hevia et al. (2008) in un compito di riproduzione di lunghezza. Ai partecipanti infatti erano presentate linee relativamente corte (68 mm). Il processamento di due numeri grandi poteva indurre un'estensione della lunghezza della linea che veniva successivamente compensata dai soggetti nel bisezionare la linea verso il basso. Con le linee verticali in condizione neutrale 1-1 infatti veniva trovato un bias positivo (verso l'alto), dovuto forse ad una percezione compressa della linea (de Hevia et al., 2008).

Nelle diagonali sinistre la condizione incongruente determinava errori verso la parte inferiore destra dello spazio. Due importanti assunti emergevano: in primo luogo gli errori erano diretti verso il numero più piccolo in maniera identica alla condizione incongruente in orizzontale ed in secondo luogo la presentazione del numero 7 nella parte superiore sinistra e il numero 1 nella parte inferiore destra dello spazio induceva un rilevante errore spaziale, in modo simile alla condizione verticale. Inoltre la condizione congruente lungo la diagonale sinistra determinava un bias verso la parte sinistra-bassa dello spazio confermando la mancanza dell'effetto SNARC lungo la diagonale negativa (Gevers et al., 2006).

Al contrario le diagonali destre determinavano errori verso la parte sinistra-bassa dello spazio. Questo risultato poteva derivare dalle caratteristiche percettive dei numeri usati (1 e 7). Veniva trovato infatti un significativo decremento degli RT quando il numero 7 appariva nella parte

sinistra dello schermo per le sue somiglianze fisiche con il numero 1 (Ishihara, Jacquin-Courtois, Flory, Salemmé, Imanaka, & Rossetti, 2006). Tuttavia i nostri risultati lungo la diagonale destra riflettevano primariamente un'influenza dell'orientamento spaziale rispetto al processamento della grandezza numerica sulla performance di bisezione, anche se l'errore in valore assoluto era maggiore per le condizioni 1-7 e 7-1 in confronto alle condizioni neutrali.

In conclusione, i risultati dell'esperimento 2B sembravano indicare un'influenza del processamento della grandezza numerica sulla performance spaziale (Fischer, 2001). Presentando linee in diversi orientamenti spaziali delimitate da coppie di numeri, i soggetti commettevano errori di bisezione. Questi risultati in generale sembravano essere in disaccordo con l'ipotesi della strategia di ordinare in modo sequenziale i numeri (de Hevia et al., 2006, 2008). I partecipanti generavano errori di bisezione anche in diversi orientamenti spaziali non comunemente usati come sistemi di riferimento per ordinare elementi sequenziali. I dati nel complesso sembravano essere a favore dell'ipotesi di due rappresentazioni dei numeri indipendenti lungo la dimensione orizzontale e in verticale (ipotesi 2). Infatti entrambe le diagonali non sembravano risentire in modo sistematico dell'effetto del processamento della grandezza numerica, ponendo in dubbio l'ipotesi della mappa numerica (ipotesi 1). Per meglio studiare l'effetto dell'informazione della grandezza numerica sulla performance spaziale, l'esperimento 2B veniva riprodotto al computer usando un *touch-screen*, permettendo di registrare sia i RT che i MT (*movement time*) (esperimento 3). L'informazione della velocità di processamento (RT) e di esecuzione (MT) del compito di bisezione oltre alla performance spaziale permetteva di capire se la rappresentazione dei numeri fosse processata in diversi orientamenti spaziali.

## **4.6. Esperimento 3**

### *4.6.1. Introduzione*

L'effetto SNARC rifletteva un'associazione tra i numeri piccoli e lo spazio di sinistra e tra i numeri grandi e lo spazio di destra (Dehaene et al., 1993). Questo effetto era normalmente interpretato come il riflesso di una congruenza spaziale tra il lato della risposta e la posizione relativa delle quantità numeriche rappresentate su una linea numerica mentale orientata spazialmente (Dehaene et al., 1993; Restle, 1970). L'aspetto interessante dell'effetto SNARC era la sua presenza anche quando il significato del numero era irrilevante per il compito, suggerendo un'attivazione automatica del concetto di numero (Fias et al., 1996).

Un numero di lavori avevano generalizzato l'effetto SNARC dalla pressione di due tasti di risposta ad altri aspetti del comportamento. Per esempio, Fischer (2003a) misurava il tempo necessario ai partecipanti per muovere il dito dal centro di un *touch-screen* a sinistra o a destra per giudicare la parità di numeri piccoli (es. 1 o 2) o grandi (es. 8 o 9). L'autore mostrava che i tempi del movimento (MT: tempo tra il rilascio del dito indice dei partecipanti dalla posizione di partenza e il tocco dell'indice sulla posizione del target) erano più bassi per i movimenti diretti a sinistra in risposta ai numeri piccoli ed erano più bassi per i movimenti diretti a destra in risposta ai numeri grandi. In un simile compito di *pointing*, Ishihara e colleghi (2006) trovavano recentemente che il tempo di pianificazione del movimento (RT) era contaminato dalla congruenza tra la posizione spaziale del numero target e la sua grandezza. I movimenti di indicazione mostravano anche bias sistematici associati al numero (Calabria & Rossetti, 2005; de Hevia et al., 2006, 2008; Fischer, 2001), in compiti di bisezione presentando sia stringhe numeriche sia linee delimitate dai numeri. Risultati simili venivano trovati anche con i pazienti affetti da neglect (Rossetti et al., 2004; Zorzi et al., 2002). I pazienti commettevano un errore verso destra nel bisezionare intervalli numerici. Questo bias nella risposta era consistente con l'idea che il deficit spaziale unilaterale veniva esteso alla rappresentazione spaziale del numero. Tutti insieme i movimenti di pianificazione e quelli di esecuzione, così come i giudizi di intervallo riflettevano errori associati alla grandezza, suggerendo la nozione di una linea numerica mentale allineata orizzontalmente.

Keus e Schwarz (2005) cercavano di individuare l'origine funzionale dell'effetto SNARC. L'effetto SNARC poteva emergere ad uno stadio di processamento iniziale per la congruenza tra il lato di presentazione del numero e la sua rappresentazione sulla linea numerica mentale indipendentemente dagli effettori di risposta. In modo alternativo, l'effetto SNARC poteva emergere ad uno stadio successivo legato alla risposta per la congruenza tra la rappresentazione del numero sulla linea numerica mentale e il lato di risposta indipendentemente dal lato di presentazione. Attraverso tre esperimenti in cui venivano usati stimoli centrali e lateralizzati in compiti con risposta manuale e vocale, gli autori dimostravano chiaramente che l'effetto SNARC emergeva ad uno stadio legato alla risposta senza contributi sostanziali dagli stadi di processamento iniziali (Keus & Schwarz, 2005). Tali risultati trovavano ulteriori evidenze fisiologiche. In uno studio con i potenziali associati all'evento (ERP), l'effetto SNARC emergeva durante gli stadi di processamento associati alla risposta piuttosto che durante gli stadi legati al processamento dello stimolo (Keus, Jenks, & Schwarz, 2005). Inoltre i potenziali di prontezza lateralizzati dimostravano che l'effetto SNARC emergeva negli stadi legati alla risposta precedenti alla preparazione e all'esecuzione della risposta (stadio di selezione della risposta).

Lo scopo del presente studio era di investigare ulteriormente l'ipotesi di una rappresentazione del numero bi-dimensionale valutando alcuni aspetti del comportamento motorio in un compito di *pointing* manuale legato al numero. Tale ipotesi si basava sulla scoperta dell'effetto SNARC in verticale (Cappelletti et al., 2007; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004). Questi lavori suggerivano l'idea di una mappa numerica bi-dimensionale. I nostri partecipanti eseguivano tre compiti differenti di indicazione verso linee delimitate da numeri a cifra singola. La natura dimensionale della rappresentazione numerica veniva attivata presentando delle linee in diversi orientamenti spaziali (orizzontale, verticale e in entrambe le diagonali), ma anche presentando alle estremità delle linee dei numeri nelle posizioni spaziali congruenti od incongruenti con l'ipotizzata rappresentazione cognitiva dei numeri. Ci attendavamo che questa manipolazione di congruenza spaziale doveva influenzare la pianificazione (RT) e l'esecuzione (MT) del movimento. Inoltre veniva previsto che questa manipolazione agisse anche sulla performance spaziale, determinando in generale un errore verso il numero più grande in tutti i compiti.

#### 4.6.2. Metodo

##### *Partecipanti*

12 studenti dall'Università di Dundee<sup>3</sup> prendevano parte all'esperimento. I soggetti avevano un'età media di 22.8 anni (SD = 3.68 anni). Il campione era composto da 11 femmine e 1 maschio. I partecipanti erano tutti destrimani e partecipavano all'esperimento in una unica sessione ricevendo un compenso di 5 £.

##### *Materiale*

Gli stimoli venivano presentati su un *touch-screen* ELO a 20 pollici con una risoluzione di 1024 x 768 pixel connesso a un computer Pentium 4. Le coordinate di partenza e di arrivo in orizzontale e in verticale erano misurate prossime al pixel (1 pixel  $\approx$  0.25 mm) e la performance temporale era registrata con una risoluzione di 1 ms. L'intero esperimento veniva programmato utilizzando il programma E-Prime 1.1. Tutti gli stimoli erano presentati in nero su sfondo bianco. Gli stimoli erano composti da linee lunghe 70 mm e spesse 1 mm. Le linee potevano essere presentate in orizzontale, in verticale e in entrambe le diagonali ( $\pm 45^\circ$  d'inclinazione). Alla fine di ciascuna linea venivano disegnati due cerchi (diametro di 28.5 mm o 114 x 114 pixel) per evitare asimmetrie percettive quando differivano i numeri all'estremità delle linee. All'interno dei cerchi, i

---

<sup>3</sup> Questo esperimento è stato realizzato durante il soggiorno di ricerca presso il *Laboratory of Perception and Action* del professor Martin H. Fischer della School of Psychology, University of Dundee.



numeri 1 o 7 apparivano al centro in formato Courier New 30 in grassetto. Questi due numeri erano selezionati per la loro somiglianza relativa, aumentando così il processo di elaborazione che i soggetti dovevano fare in modo dettagliato prima di rispondere. Venivano prese in considerazione quattro combinazioni di numeri per creare una condizione congruente (1-7) e una condizione incongruente (7-1) rispetto alla rappresentazione cognitiva dei numeri, così come due condizioni di controllo (1-1 o 7-7). Le linee potevano apparire in tre posizioni sullo schermo: sinistra, centro e destra. Le tre posizioni ci assicuravano che ogni performance non riflettesse differenze nelle istruzioni biomeccaniche del compito. Il punto di partenza per tutti i movimenti era un rettangolo nero (18.3 mm x 14.8 mm o 73 x 62 pixel) posizionato centralmente nella parte inferiore dello schermo (coordinate x/y: 512/673) di fronte ai partecipanti in linea con la linea mediana del loro tronco. La distanza tra gli occhi dei partecipanti e il centro del monitor era di 30 cm.

### *Procedura*

Tutti i partecipanti eseguivano tre compiti: toccare l'estremità della linea vicino al numero piccolo (compito Piccolo), toccare l'estremità della linea vicino al numero più grande (compito Grande) e toccare il punto medio della linea (compito di Bisezione). Prima e dopo la sequenza dei tre compiti i soggetti eseguivano un compito di bisezione di linee non delimitate da numeri (compito di Baseline), come compito di controllo. I partecipanti sedevano su una sedia e mantenevano la loro mano destra in una posizione confortevole, con il loro indice della mano destra posizionato nel punto di partenza. Per iniziare ciascun trial, i partecipanti toccavano la posizione di partenza sullo schermo, usando l'indice della mano destra. Successivamente lo stimolo appariva sullo schermo. Ai partecipanti veniva chiesto di mantenere il loro dito sulla posizione di partenza quando le linee erano delimitate da numeri uguali (1-1 e 7-7: trials di controllo) e di muovere velocemente il loro dito dalla posizione iniziale al target in base alle istruzioni del compito solamente quando le linee erano delimitate da numeri diversi (1-7 e 7-1: trials sperimentali). Questo accorgimento ci assicurava che i partecipanti accedessero all'informazione numerica semantica prima di rispondere. I trial sperimentali rimanevano sullo schermo fino alla risposta del soggetto o per 10 secondi. I trial di controllo scomparivano dopo 2 secondi. Veniva dato un feedback dopo ciascun trial nella forma di un segnale audio-visivo per 500 ms. Il feedback era composto da due parole differenti: in verde "CORRETTO" o in rosso "INCORRETTO" scritte in formato Courier New 30 in grassetto al centro dello schermo bianco. Inoltre il feedback era composto da due suoni differenti. Il feedback era lo stesso per ogni compito tenendo però in considerazione le diverse istruzioni. La stessa procedura era utilizzata anche per le due sessioni di Baseline con la differenza che nessun numero compariva all'estremità delle linee presentate in modo identico a quelle dei tre

compiti sperimentali. Inoltre mancava il feedback visuo-uditivo. L'ordine dei compiti numerici era bilanciato tra i partecipanti secondo il quadrato latino. Ogni partecipante eseguiva i tre compiti per due volte composte ciascuna da 120 trial, per un totale di 720 trial. I compiti di Baseline erano composti da 36 trial ed erano eseguiti all'inizio e alla fine dell'esperimento per un totale di 72 trial. In ogni sessione sperimentale 96 linee (80% di trial sperimentali) erano delimitate dai numeri 1-7 (48 linee in condizione congruente) o dai numeri 7-1 (48 linee in condizione incongruente) mentre 24 linee (20% dei trial in condizione neutrale) erano delimitate da 1-1 (12 linee) o 7-7 (12 linee) (Figura 4.31). Le linee apparivano equamente nella posizione di sinistra, centrale e di destra dello schermo. L'ordine di presentazione delle linee all'interno di ciascuna sessione era random. Alla fine di ogni sessione sperimentale c'era un breve riposo. Nel complesso l'esperimento durava approssimativamente 1 ora.

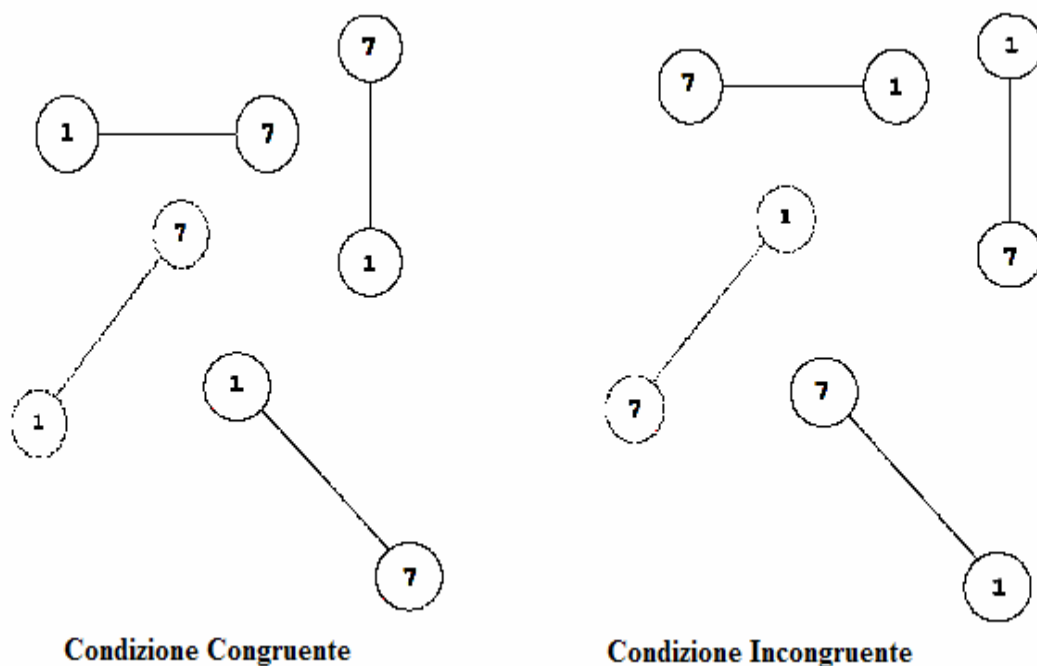


Figura 4.31. Rappresentazione degli stimoli sperimentali usati per i 4 orientamenti nelle due condizioni.

#### *Analisi Statistiche*

La performance temporale e spaziale veniva registrata in ogni trial. I RT erano la durata temporale dalla presentazione dello stimolo visivo fino al rilascio del dito indice dal punto di partenza. I MT erano il tempo tra il rilascio del dito e il contatto successivo del dito sullo schermo.

Il tempo totale (TT) quindi era la somma dei RT e dei MT. Le posizioni di *pointing* del dito indice venivano registrate come coordinate dello schermo (x/y).

Le analisi preliminari valutavano gli effetti del Compito e dell'Orientamento della linea sui RT, MT e TT. Per testare la nostra ipotesi avevamo collassato i dati da tutte e tre le posizioni dello schermo. Successivamente avevamo calcolato la differenza degli RT (dRT) sottraendo la condizione congruente a quella incongruente. Ne consegue che 0 era un punteggio neutrale e una differenza positiva indicava una facilitazione nella pianificazione del movimento per un'associazione numero-spazio congruente mentre una differenza negativa indicava inibizione nella pianificazione del movimento per un'associazione numero-spazio incongruente. La stessa procedura veniva applicata ai MT e TT, ottenendo dMT e dTT.

La performance spaziale veniva analizzata : coordinate di tocco soggettivo venivano sottratte dal valore corretto delle coordinate target, così che 0 rifletteva una performance accurata. Calcolavamo un Errore Costante (EC), la quale era una misura stabilita dell'accuratezza spaziale (Schmidt & Lee, 2005). Per le coordinate orizzontali, un EC positivo indicava un bias verso destra mentre una differenza negativa indicava un bias verso sinistra. Per le coordinate verticali una differenza positiva rifletteva un bias verso l'alto mentre una differenza negativa rifletteva un bias verso il basso.

Successivamente una serie di ANOVA con i fattori Compito (3 livelli: Piccolo, Bisezione e Grande) e Orientamento della linea (4 livelli: orizzontale, verticale, diagonale destra e diagonale sinistra) venivano eseguite su dRT, dMT e dTT. Due ANOVA con i fattori Compito (3 livelli), Orientamento (4 livelli) e Congruenza Numerica (2 livelli: condizione congruente e incongruente) venivano eseguite sul EC orizzontale e verticale. I t-test venivano usati per i confronti pianificati quando gli effetti principali e le interazioni risultavano significativi.

Nel compito di Baseline le analisi si concentravano a valutare se il processamento dei numeri (pre-test *versus* post-test) potesse influenzare la performance temporale e spaziale in un compito di bisezione in diversi orientamenti. Come misura della dimensione dell'effetto veniva riportato il valore dell'eta quadrato parziale ( $\eta^2_p$ ) (Huberty, 2002). La significatività statistica era posta a  $p < .05$ .

#### *4.6.3. Risultati*

##### Total Times

Il TT medio era 1,487 ms (SD = 125 ms). L'ANOVA mostrava un effetto significativo dell'Orientamento della linea,  $F_{3,33} = 5.80$ ,  $p < .005$ ,  $\eta^2_p = .34$ , dovuto a una risposta più lenta delle

linee in verticale (1,509 ms) rispetto agli altri orientamenti. Non c'era un effetto significativo del Compito e nessuna interazione tra i due fattori.

L'ANOVA su dTT rivelava un effetto significativo del Compito,  $F_{2,22} = 17.48$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .61$ , per un beneficio congruente nel compito Grande (32.50 ms,  $t_{11} = 3.85$ ,  $p < .005$ ) rispetto al costo della congruenza in entrambi gli altri compiti (Bisezione: -24.12 ms,  $t_{11} = -2.31$ ,  $p < .05$ ; Piccolo: -51.92 ms,  $t_{11} = -3.94$ ,  $p < .005$ ) con  $p < .005$  per entrambi i contrasti. C'era un effetto significativo dell'Orientamento della linea,  $F_{3,33} = 4.30$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .28$ , per un costo della congruenza per le linee orizzontali (-36.47 ms,  $t_{11} = -4.18$ ,  $p < .005$ ) e nessun effetto della congruenza in entrambe le diagonali (diagonale sinistra: 1.39 ms, n.s.; diagonale destra: -9-96 ms, n.s.) o dell'orientamento verticale (-14.45 ms, n.s.) con  $p < .05$  per tutti i contrasti. L'interazione tra Compito e Orientamento non raggiungeva la significatività,  $p = .28$ .

### Reaction Times

I RT medi erano di 492 ms (SD = 55 ms). L'ANOVA sui RT non mostrava alcun fattore significativo e nemmeno l'interazione risultava significativa (tutti i  $p > .33$ ).

L'ANOVA sui dRT mostrava nessun effetto Compito ( $p = .15$ ). Un effetto significativo dell'Orientamento della linea,  $F_{3,33} = 4.51$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .29$ , era dovuto ad un costo della congruenza (-23.05 ms,  $t_{11} = -2.71$ ,  $p < .05$ ) per le linee orizzontali rispetto agli altri orientamenti con  $p < .05$  per tutti i contrasti. I punteggi dRT per le linee verticali, diagonale sinistra o diagonale destra non differiva da 0, con  $p > .10$ . Un'interazione significativa tra Compito e Orientamento ( $F_{6,66} = 3.70$ ,  $p < .005$ ,  $\eta^2_p = .25$ ) veniva seguita dall'analisi degli effetti principali in ogni compito (Figura 4.32). L'effetto Orientamento nel compito Grande non era significativo. Nel compito di Bisezione c'erano grandi costi della congruenza per le linee diagonali destre (-39.90 ms,  $t_{11} = -2.06$ ,  $p = .06$ ) e le linee orizzontali (-39.41 ms,  $t_{11} = -3.53$ ,  $p < .005$ ) mentre nessun effetto significativo della congruenza per le diagonali sinistre (15.10 ms,  $p = .20$ ) e per le linee verticali (-4.15 ms,  $p = .70$ ) con  $p < .05$  per tutti i confronti. Infine nel compito Piccolo le linee orizzontali avevano un costo significativo della congruenza (-33.40 ms,  $t_{11} = -2.55$ ,  $p < .05$ ) rispetto a tutti gli altri orientamenti ( $p < .05$  per tutti i confronti).

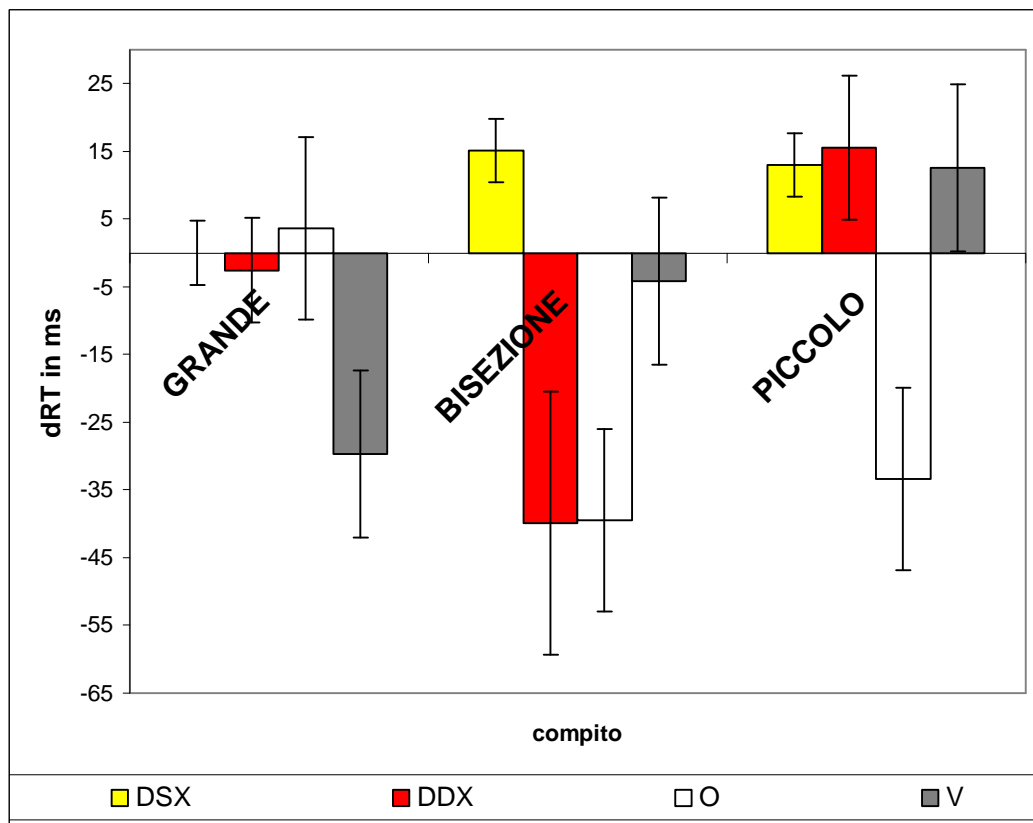


Figura 4.32. Andamento degli dRT (e SD) in ogni compito per ciascun orientamento. Da notare che DSX: diagonale sinistra, DDX: diagonale destra, O: orizzontale e V: verticale.

### Movement Times

La media dei MT era di 985 ms (SD = 102 ms). L'ANOVA assomigliava ai risultati del TT nel mostrare l'effetto significativo dell'Orientamento della linea ( $F_{3,33} = 8.39$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .43$ ) per le risposte più lente delle linee in verticale (1,015 ms) rispetto agli altri orientamenti. Il fattore Compito e l'interazione Compito x Orientamento non erano significativi ( $p > .31$ ).

L'ANOVA sui dMT mostrava il fattore Compito come significativo ( $F_{2,22} = 41.59$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .79$ ) per un grande beneficio della congruenza nel compito Grande (39.48 ms,  $t_{11} = 6.22$ ,  $p < .0001$ ) rispetto al compito Bisezione (-7.95 ms,  $p = .20$ ) e al compito Piccolo (-53.94 ms,  $t_{11} = -5.80$ ,  $p < .00001$ ) con  $p < .001$  per tutti i contrasti. L'Orientamento della linea non raggiungeva i livelli della significatività, ma interagiva con il Compito ( $F_{6,66} = 3.43$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .23$ ) (Figura 4.33). Le analisi degli effetti semplici non mostravano gli effetti dell'Orientamento della linea nei compiti Grande e Bisezione (rispettivamente  $p = .12$  e  $p = .41$ ). Nel compito Piccolo invece c'erano dei costi della congruenza per tutti gli orientamenti: diagonale sinistra (-80.53 ms,  $t_{11} = -8.50$ ,  $p < .0001$ ), diagonale destra (-37.79 ms,  $t_{11} = -2.60$ ,  $p < .05$ ) e verticale (-68.76 ms,  $t_{11} = 4.45$ ,  $p < .001$ ) e orizzontale (-28.29 ms,  $t_{11} = -2.35$ ,  $p < .05$ ) con tutti i contrasti posti a  $p < .005$ . Inoltre le

linee verticali mostravano un più grande costo della congruenza rispetto alle diagonali destre ( $p < .05$ ).

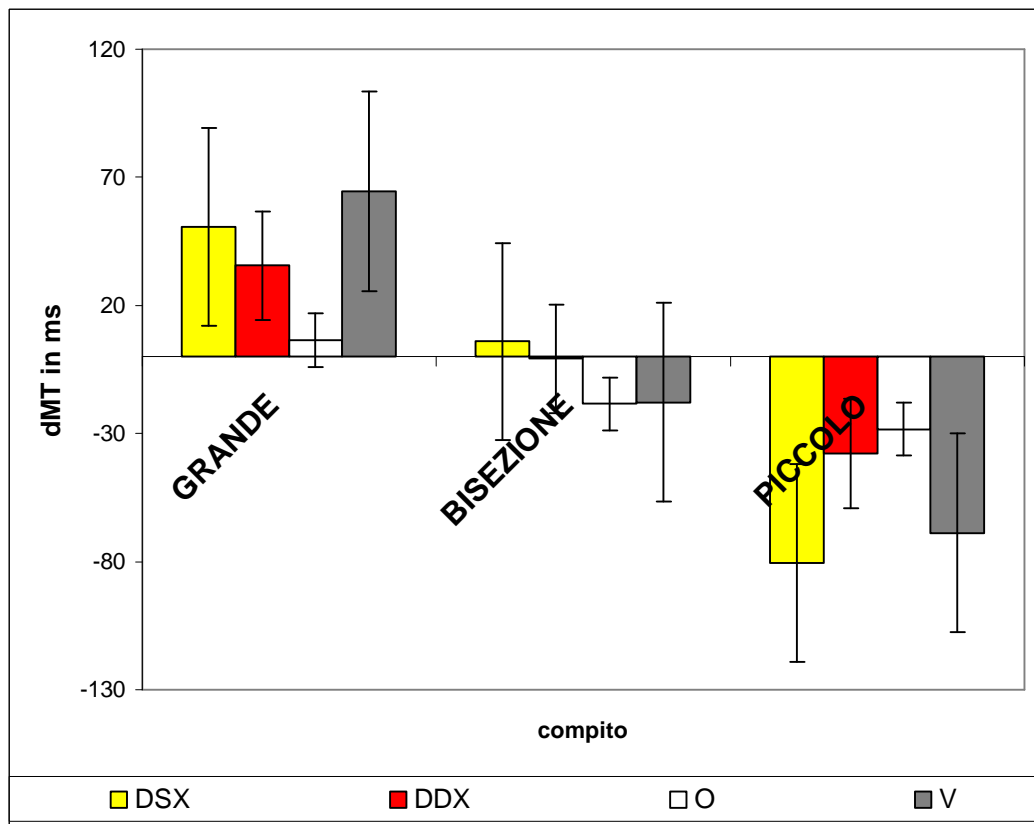


Figura 4.33. Andamento degli dMT (e SD) in ogni compito per ciascun orientamento. Da notare che DSX: diagonale sinistra, DDX: diagonale destra, O: orizzontale e V: verticale.

#### EC orizzontale

L'EC medio era di 2.72 pixels (SD = 2.42 pixels), indicando un piccolo ma significativo bias verso destra ( $t_{11} = 3.89$ ,  $p < .005$ ) riflettendo probabilmente l'effetto della mano di risposta durante l'esecuzione del movimento. Il compito modulava l'accuratezza in orizzontale ( $F_{2,22} = 17.51$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .61$ ). L'EC medio era di 4.34, 0.81, e 3.02 pixels rispettivamente per il compito Grande, Bisezione e Piccolo. I confronti post-hoc mostravano un bias significativo nel compito Grande ( $p < .0001$ ) e Piccolo ( $p < .05$ ) e differenze significative di ciascuno di questi compiti con il compito di Bisezione ( $p < .05$  per tutti i confronti). L'effetto dell'Orientamento della linea era significativo ( $F_{3,33} = 55.92$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .83$ ). L'EC medio era di 6.96, -0.24, -1.15 e 5.37 pixels rispettivamente per le linee diagonali sinistre, diagonali destre, orizzontali e verticali. Gli errori per le condizioni verticali e le diagonali sinistre erano simili: entrambe differivano da 0 ( $p < .0001$  per entrambi i confronti) ma non differivano l'una dall'altra. Allo stesso modo gli errori nelle

condizioni diagonale destra e orizzontale erano simili: non differivano da 0 ma erano differenti dagli errori della precedente coppia di condizioni ( $p < .001$  per tutti i confronti). Il *pointing* nelle condizioni congruenti (3.60 pixels) era maggiormente a destra rispetto al *pointing* nelle condizioni incongruenti (1.87 pixels), indicando un significativo effetto della Congruenza Numerica ( $F_{1,11} = 47.79$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .81$ ). I bias nelle due condizioni differivano da 0 (rispettivamente  $p < .0001$  e  $p < .05$  per le condizioni). L'interazione tra Compito e Orientamento era significativa ( $F_{6,66} = 5.64$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .33$ ). Una serie di ANOVA separate trovava effetti significativi dell'Orientamento della linea in ogni compito con gli effetti più grandi per le linee diagonali sinistre e verticali rispetto a quelle diagonali destre e orizzontali ( $p < .05$  per tutti i compiti). L'interazione Compito x Congruenza del numero era significativa ( $F_{2,22} = 46.75$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .81$ ). Nel compito Grande le linee incongruenti inducevano un bias verso destra (7.58 pixels verso il numero piccolo) maggiore rispetto alle linee congruenti (1.11 pixels verso il numero grande). Nel compito Piccolo, le linee congruenti inducevano errori verso destra (8.40 pixels verso il numero grande) maggiori rispetto alle linee incongruenti (-2.36 pixels verso il numero grande). Nel compito di Bisezione, le linee congruenti inducevano un bias verso destra (1.19 pixels) marginalmente più grande di quello indotto dalle linee incongruenti (0.39 pixels). L'interazione significativa Orientamento x Congruenza ( $F_{3,33} = 14.04$ ,  $p < .001$ ) indicava che le condizioni congruenti (8.28 pixels) generavano un bias verso destra più forte rispetto alle condizioni incongruenti (5.65 pixels) per le linee diagonali sinistre e orizzontali ma non per le linee diagonali destre e verticali. Come mostrato in Figura 4.34, l'interazione triplice tra i fattori era significativa ( $F_{6,66} = 35.01$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .76$ ), principalmente dovuta al pattern di risposta spaziale lungo l'asse  $x$  delle ascisse per le linee orizzontali e le diagonali sinistre.

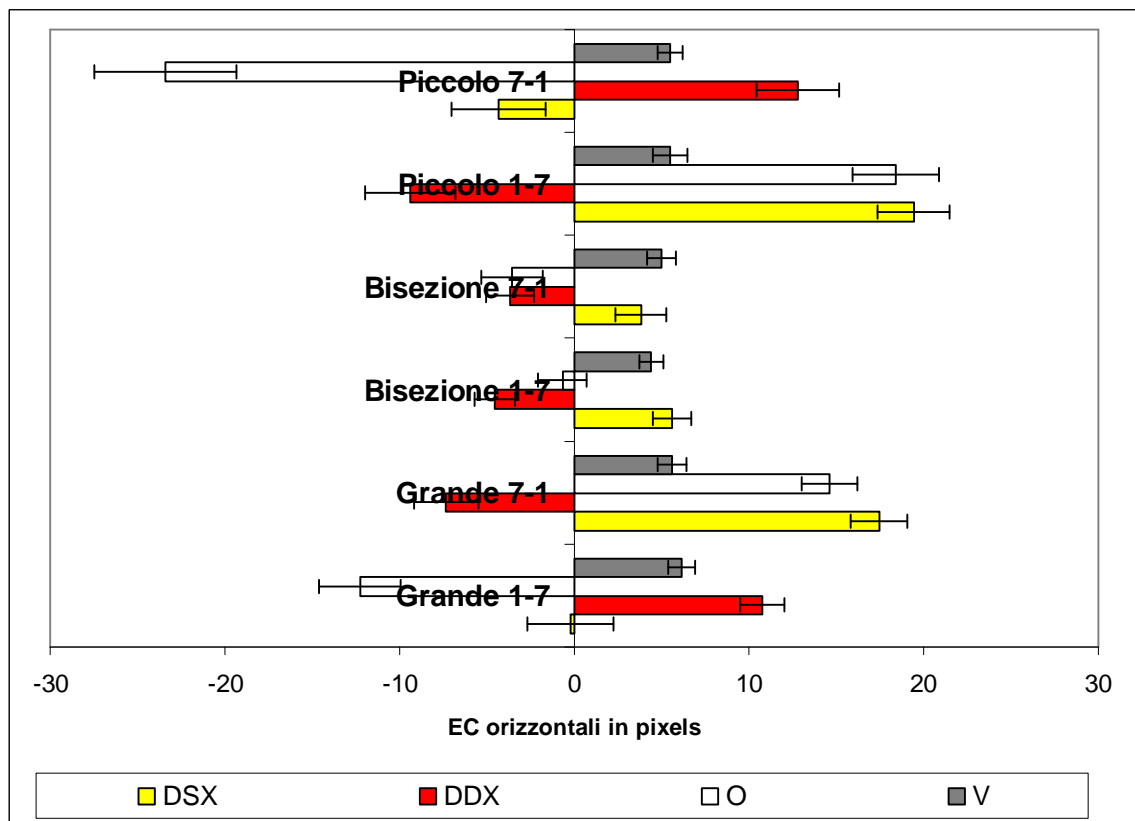


Figura 4.34. Triplice interazione Compito x Orientamento x Congruenza del numero sugli errori orizzontali (e SD). Da notare che DSX: diagonale sinistra, DDX: diagonale destra, O: orizzontale e V: verticale.

### EC verticale

L'EC in verticale era di -1.67 pixels (SD = 3.78 pixels), che non differiva significativamente da 0 ( $p = .15$ ), indicando mediamente una performance accurata. L'ANOVA mostrava significativo l'effetto Compito ( $F_{2,22} = 4.73$ ,  $p < .05$ ,  $\eta^2_p = .30$ ). L'EC medio era di -2.53, -0.05 e 2.42 pixels rispettivamente per il compito Grande, Bisezione e Piccolo. I confronti post-hoc mostravano un significativo bias verso il basso solamente nel compito Grande ( $p < .05$ ) e una tendenza di errore verso l'alto per il compito Piccolo ( $p = .055$ ). L'effetto dell'Orientamento della linea era significativo ( $F_{3,33} = 37.79$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .77$ ). L'EC medio era di -5.75, 2.27, -1.12 e -2.12 pixels rispettivamente per le linee diagonali sinistre, diagonali destre, orizzontali e verticali. Solamente gli errori per la diagonale sinistra deviano significativamente da 0 ( $p < .0001$ ), e tutti i confronti eccetto linee orizzontali *versus* linee verticali erano significativi ( $p < .05$  per tutti i confronti). L'interazione Compito x Orientamento era significativo ( $F_{6,66} = 9.34$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .45$ ). Come fatto precedentemente, una serie di ANOVA trovava gli effetti dell'Orientamento della linea ( $p < .05$  per tutte le analisi) in ogni compito, con gli effetti maggiori per l'orientamento della diagonale



sinistra e verticale rispetto all'orientamento diagonale destra e orizzontale. L'interazione Compito x Congruenza del numero ( $F_{2,22} = 35.49, p < .001, \eta^2_p = .76$ ) rifletteva effetti di congruenza differenti nei due compiti basati sulla grandezza. Nel compito Grande, i partecipanti si spostavano verso il numero più grande sia nella condizione congruente (6.40 pixels) che in quella incongruente (-11.46 pixels). Il pattern opposto era trovato nel compito Piccolo, nel quale le performance erano deviate verso il numero più piccolo nella condizione congruente (-12.49 pixels) e in quella incongruente (7.43 pixels). L'interazione triplice tra i fattori era significativa ( $F_{6,66} = 24.29, p < .001, \eta^2_p = .68$ ) e poteva essere spiegata dagli andamenti degli errori sopra spiegati (Figura 4.35).

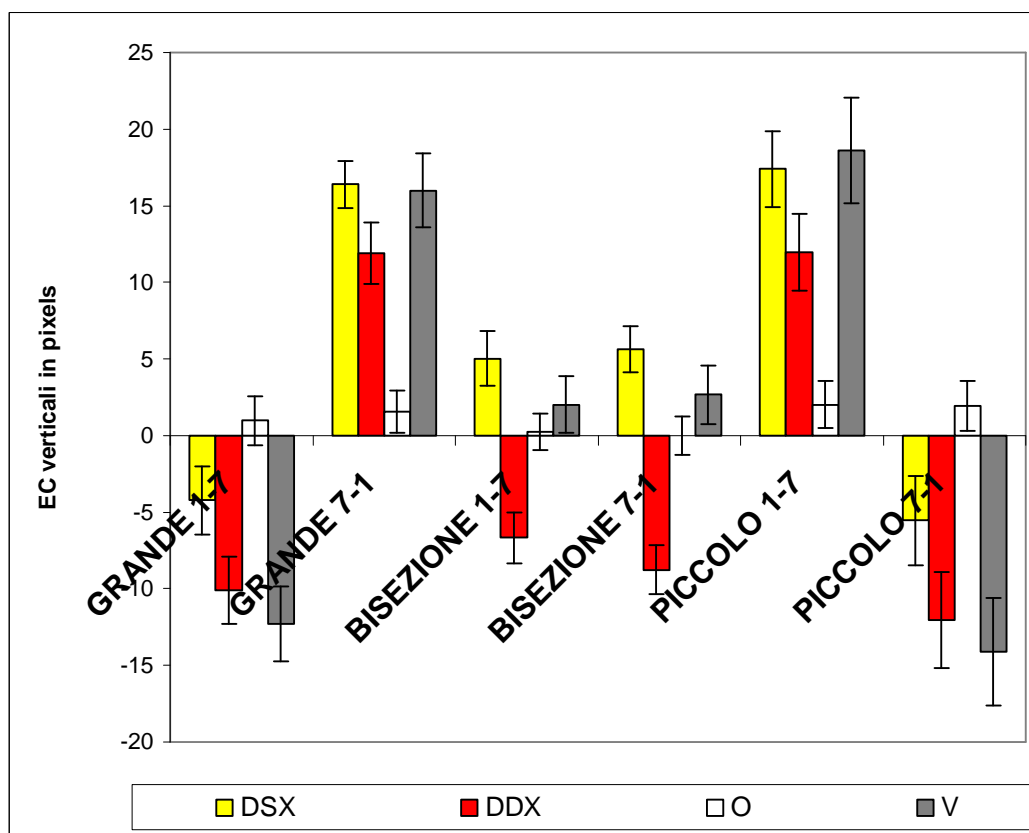


Figura 4.35. Triplice interazione Compito x Orientamento x Congruenza del numero sugli errori verticali (e SD). Da notare che DSX: diagonale sinistra, DDX: diagonale destra, O: orizzontale e V: verticale.

### Baseline

I RT medi nelle sessioni di baseline erano di 541 ms (SD = 71.20 ms). L'ANOVA mostrava che il fattore Sessione era significativo ( $F_{1,11} = 39.02, p < .0001, \eta^2_p = .78$ ), dovuto al fatto che la baseline1 (631 ms) era più lenta della baseline2 (454 ms). Questo risultato rifletteva un effetto

pratica che il soggetto acquisiva nel corso dell'intero esperimento. Il fattore Orientamento della linea ( $p = .88$ ) e l'interazione tra i fattori ( $p = .97$ ) non erano significativi.

I MT medi nelle sessioni di baseline erano di 888 ms (SD = 144.59 ms). L'ANOVA confermava l'effetto Sessione ( $F_{1,11} = 20.88$ ,  $p < .001$ ,  $\eta^2_p = .65$ ), nel quale il MT nella baseline1 (998 ms) era più alto rispetto a quello nella baseline2 (779 ms). L'Orientamento della linea ( $p = .11$ ) e l'interazione ( $p = .55$ ) tra i fattori non erano significativi.

I TT medi nelle sessioni di baseline erano di 1,430 ms (186.71 ms). L'ANOVA confermava l'effetto Sessione ( $F_{1,11} = 31.74$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .74$ ) visto che il TT nella baseline1 (1,630 ms) era più alto rispetto a quello nella baseline2 (1,234 ms). Il fattore Orientamento ( $p = .10$ ) della linea e la sua interazione ( $p = .74$ ) con il fattore Sessione non erano significativi.

L'EC orizzontale medio nella condizione di baseline era di 0.11 pixels (SD = 2.84 pixels), che non differiva significativamente da 0 ( $p = .89$ ). L'ANOVA mostrava che il fattore Sessione tendeva verso la significatività ( $F_{1,11} = 3.77$ ,  $p = .07$ ,  $\eta^2_p = .25$ ). Nella baseline2 (-0.93 pixels) i soggetti generavano un errore verso sinistra rispetto all'errore verso destra nella baseline1 (0.75 pixels). Il fattore Orientamento era significativo ( $F_{3,33} = 21.82$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .66$ ). Le linee diagonali sinistre (3.43 pixels) e verticali (4.60 pixels) inducevano a un maggior bias verso destra rispetto alle diagonali destre (-3.47 pixels) e orizzontali (-4.92 pixels) ( $p < .005$  per tutti i confronti). Inoltre tutti gli errori in ciascun orientamento erano significativamente diversi da 0 ( $p < .05$  per tutti i confronti). L'interazione non era significativa ( $p = .98$ ).

L'EC verticale medio nella condizione di baseline era di 0.32 pixels (SD = 4.54 pixels) che non differiva significativamente da 0 ( $p = .80$ ). L'effetto Sessione ( $p = .28$ ) non era significativo per gli errori in verticale. L'orientamento della linea era significativo ( $F_{3,33} = 33.25$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .75$ ). I confronti post-hoc mostravano che la diagonale destra (-6.00 pixels) induceva un maggior bias verso il basso rispetto a tutti gli altri orientamenti (diagonale sinistra: 5.34 pixels; orizzontale: -0.38 pixels; verticale: 2.29 pixels) ( $p < .005$  per tutti i confronti). Inoltre la diagonale sinistra determinava un maggior bias verso l'alto rispetto alle linee orizzontali ( $p < .005$ ). Solamente gli errori in entrambe le diagonali erano significativamente diverse da 0 ( $p < .05$  per entrambe le diagonali). L'interazione non era significativa.

#### *4.6.4. Discussione*

Lo studio dell'esperimento 3 investigava se la rappresentazione cognitiva delle grandezze numeriche era caratterizzata come una linea numerica mentale uni-dimensionale o una mappa numerica mentale a due (o multi) dimensioni. Giovani studenti indicavano i target lungo linee

delimitate da numeri. Le istruzioni del compito e la congruenza (o meno) tra le grandezze presentate visivamente e rappresentate mentalmente venivano manipolate. Veniva analizzata la performance temporale e spaziale.

L'analisi dei TT mostrava che le istruzioni differenti del compito inducevano effetti diversi di congruenza e rilevava un sorprendente costo per il mappaggio spaziale orizzontale in due dei tre compiti. Tale risultato era confermato dall'analisi dei RT. Infatti nei compiti Bisezione e Piccolo il costo della congruenza emergeva in maniera anticipata durante la pianificazione del movimento mentre il beneficio della congruenza nel compito Grande non era ancora presente in questa fase. Inoltre gli orientamenti delle linee orizzontali e diagonali destre mostravano un costo della congruenza nelle prime fasi della pianificazione, così costituendo una sfida sia per la linea che per la mappa numerica. Questo pattern di risultati era parzialmente confermato dall'analisi dei MT. Infatti c'era un beneficio della congruenza emergente in fasi successive durante l'esecuzione del movimento nel compito Grande. I costi della congruenza nel compito Piccolo persistevano attraverso l'esecuzione del movimento mentre erano ridotti in modo temporaneo nel compito Bisezione. Questi effetti rovesciati della congruenza suggeriva che il compito Piccolo era in qualche modo in conflitto con il comportamento spaziale normale. Questa ultima evidenza mostrava che il comportamento spaziale era diretto in modo preferenziale verso le grandezze più grandi e che le azioni dirette verso le grandezze più piccole avevano uno svantaggio. Questo risultato sorprendente poteva essere spiegato da meccanismi evolutivi, come una preferenza ad apprendere le più grandi quantità di cibo rispetto alle piccole quantità. Sebbene i partecipanti fossero tutti destrimani, il vantaggio verso i numeri grandi poteva riflettere la forte relazione tra mano destra e numero grande. In altre parole i risultati potevano riflettere una ulteriore congruenza tra tipo di compito (Grande versus Piccolo) e mano (destra) utilizzata per rispondere, provocando forse un'associazione congruente tra compito Grande e mano destra.

La performance spaziale mostrava un generale bias verso destra per la dimensione orizzontale, in contrasto al normale bias verso sinistra (pseudoneglect, Jewell & McCourt, 2000) nella bisezione della linea. Dato che le condizioni congruenti inducevano un più forte bias verso destra rispetto alle condizioni incongruenti, appariva evidente che il processamento del numero interferisse maggiormente con il monitoraggio dell'esecuzione del movimento. Questi risultati potevano essere spiegati come una prova di un *spill-over* automatico di codici spaziali associati ai numeri nel controllo dell'azione (Fias et al., 1996). Questa ipotesi si basava su più forti errori spaziali nei compiti Grande e Piccolo, quando venivano confrontati al compito Bisezione. Era possibile pensare che le istruzioni nei compiti Grande e Piccolo dirigevano l'attenzione dei partecipanti ai numeri così consentendo un rovesciamento della performance. Alternativamente era

possibile pensare che l'andamento degli EC lungo l'asse  $x$  per i compiti Grande e Piccolo rifletteva una compressione od estensione della linea numerica mentale in accordo con quanto scoperto da de Hevia e colleghi (2008).

La dimensione verticale esibiva un generale bias verso il basso molto simile al *cross-over effect* più che allo pseudoneglect (Jewell & McCourt, 2000). In primo luogo c'era un bias verso il basso nel compito Grande e un bias verso l'alto nel compito Piccolo, indicando un effetto di contrasto semantico. In secondo luogo nel compito Grande c'era un errore verso il numero più grande mentre nel compito Piccolo c'era un errore verso il numero più piccolo, riflettendo un effetto di assimilazione semantica. La performance spaziale nel complesso poteva mostrare un controllo top-down dell'effetto della linea numerica (Ristic, Wright, & Kingstone, 2006). Le rappresentazioni spaziali e l'orientamento dell'attenzione in associazione con la percezione di numeri erano sia fragili che flessibili e dipendevano in maniera critica dalle costruzioni mentali spaziali top-down adottate dagli individui (Ristic et al., 2006).

Infine la rappresentazione bi-dimensionale della rappresentazione dei numeri poteva essere ipotizzata visto che il fattore della congruenza numerica influenzava gli errori spaziali sulle coordinate  $x/y$  in modo diretto o interagendo con altri fattori. Un aspetto importante era che i nostri soggetti processavano i numeri a seconda del tipo di compito richiesto. L'effetto della congruenza e dell'incongruenza della rappresentazione dei numeri era ulteriormente confermata dalla performance spaziale nelle condizioni di baseline che differivano notevolmente dalla performance spaziale nel compito sperimentale di Bisezione. Inoltre la triplice interazione tra i fattori era significativa sia per gli errori in orizzontali che per quelli in verticale indicando che per ogni compito in ciascun orientamento la presentazione dei numeri 1 e 7 in una condizione congruente ed incongruente determinava spostamenti spaziali dell'attenzione. In generale rimaneva più forte la rappresentazione orizzontale dei numeri visto che gli errori più grandi in valore assoluto erano presenti lungo l'asse orizzontale piuttosto che lungo l'asse verticale. Tale risultato confermava il nostro modo preferito di ordinare e rappresentare i numeri da sinistra verso destra, riflettendo fattori culturali di rappresentazione delle grandezze. In altre parole la congruenza numerica orizzontalmente era più forte rispetto a quella verticale molto probabilmente perché abbiamo molta più esperienza con i numeri rappresentati orizzontalmente rispetto ad una loro rappresentazione verticale. Uno studio recente di Müller e Schwarz (2007) trovava infatti che la rappresentazione dei numeri associata all'effettore e allo spazio poteva influenzare e modificare l'effetto SNARC. In verticale la performance era dipendente dalle istruzioni del compito indicando una flessibilità della rappresentazione mentre in orizzontale la rappresentazione da sinistra verso destra sembrava essere molto più rigida (Müller & Schwarz, 2007). In aggiunta Fischer, Dewulf e Hill (2005) osservavano

che i tempi per decidere quale grafico a barre rappresentava meglio la frase “ $A > B$ ” erano più bassi per i grafici a barre in verticale rispetto a quelli orientati orizzontalmente. In conclusione i lavori precedenti oltre ai nostri dati suggerivano l’idea che i numeri non fossero in modo esclusivo rappresentati lungo una linea numerica da sinistra verso destra. Allo stesso tempo i risultati suggerivano che ordinare i numeri da sinistra verso destra fosse più naturale rispetto ad ordinare i numeri dall’alto verso il basso.

Basandosi su questo doppio aspetto della rappresentazione spaziale dei numeri, era possibile ipotizzare che i numeri disposti orizzontalmente e verticalmente potessero influenzare la performance di calcolo degli uomini. Nel prossimo esperimento l’obiettivo era di studiare se le componenti visuo-spaziali dei problemi aritmetici potessero influenzare la performance dei soggetti. Le richieste e la manipolazione spaziale dei compiti doveva facilitare od inibire l’accesso al magazzino dei fatti aritmetici.

## **4.7. Esperimento 4**

### *4.7.1. Introduzione*

La conoscenza di semplici fatti aritmetici, come ad esempio  $7 \times 3 = 21$  costituisce una componente fondamentale della competenza matematica. Il coinvolgimento dei fatti aritmetici infatti consente di giungere alla soluzione di compiti aritmetici di più alto livello, come ad esempio problemi con numeri a cifra multipla. Numerose ricerche hanno indicato che gli adulti risolvevano i problemi di aritmetica più o meno in modo esclusivo recuperando direttamente la soluzione da una rete di associazioni immagazzinate nella memoria a lungo termine (Ashcraft, 1992, 1995; Ashcraft & Battaglia, 1978; Campbell, 1995; McCloskey, 1992; McCloskey, Harley, & Sokol, 1991). È infatti ampiamente accettato che la performance dei bambini nei problemi aritmetici è basata sulle strategie di calcolo oppure su altre strategie procedurali che sono poi gradualmente sostituite dal recupero mnestico diretto (Ashcraft, 1992; Barrouillet & Fayol, 1998; Campbell & Oliphant, 1992; Delazer, Domahs, Lochy, Bartha, Brenneis, & Trieb, 2004; Geary, 1994; LeFevre, Bisanz, Daley, Buffone, Greenham, & Sadesky, 1996a; Lemaire, Barrett, Fayol, & Abdi, 1994; Siegler, 1996; Widaman & Little, 1992; Widaman, Little, Geary, & Cormier, 1992). Questo aspetto veniva evidenziato da Groen e Parkman (1972) mostrando i dati della latenza nei bambini e negli adulti. Gli autori mostravano che per i bambini i RT per i problemi di addizione (es.  $4+3$ ) aumentavano in modo lineare all’aumentare della grandezza dell’addendo più piccolo. Questo era il primo risultato che dimostrava l’uso della strategia del minimo (*min strategy*; Groen & Parkman, 1972) nei

bambini. Questa strategia consisteva nel contare in avanti dall'addendo più grande per il numero indicato dall'addendo più piccolo (Carr & Jessup, 1995; Siegler, 1987; Siegler & Crowley, 1994). Per esempio di fronte all'addizione  $5+2$ , i bambini partivano da 5 e procedevano in avanti a contare per 2 unità (es. 5, 6 e 7). Gli adulti mostravano un aumento significativo dei RT in funzione della grandezza degli addendi, sebbene questo aumento fosse inferiore a quello dei bambini (Groen & Parkman, 1972). Inoltre i RT negli adulti formavano una funzione curvilinea che era spiegata dal quadrato della somma o del prodotto degli addendi (Groen & Parkman, 1972).

Nei modelli a rete per l'immagazzinamento dei fatti aritmetici nella memoria, i fatti additivi e moltiplicativi venivano recuperati attraverso un processo di diffusione di una certa quantità di attivazione all'interno della rete (Ashcraft, 1992; Campbell, 1987, 1995; Dehaene & Cohen, 1995; Miller, Perlmutter, & Keating, 1984; Siegler, 1988; Widaman, Geary, Cormier, & Little, 1989). In questi modelli i numeri corrispondevano ai nodi della rete che erano associati gli uni agli altri attraverso connessioni pesate. Quando un problema (es.  $4+3$ ) veniva presentato, i nodi (es. 4 e 3) corrispondenti ai numeri del problema venivano attivati e questa attivazione diffondeva all'interno della rete fino ad attivare il nodo corrispondente alla soluzione del problema (es. 7). Questo concetto veniva supportato da numerose scoperte. Una classica scoperta dimostrava che quando le persone commettevano errori, questi errori erano la soluzione ad altri problemi contenenti gli stessi operandi (es. rispondere 56 al problema  $7 \times 9$ ) (Campbell, 1994; Zbrodoff & Logan, 1986). Le evidenze empiriche più forti a favore dei modelli a rete dei fatti aritmetici derivavano comunque dai lavori dell'attivazione obbligatoria dei fatti aritmetici. In un compito di *matching* numerico ai partecipanti veniva chiesto di verificare la presenza di un numero target (es. 5) in una precedente coppia presentata visivamente (es.  $5+1$ ) (LeFevre, Bisanz & Mrkonjic, 1988). Quando veniva presentata la somma (es. 6) della precedente coppia numerica (es.  $5+1$ ) i tempi di risposta per indicare (rispondere "no") che il numero target non era presente nella coppia, erano più alti rispetto a quelli in cui il numero target (es. 3) non aveva alcun legame associativo con i numeri della coppia (es.  $5+1$ ) (LeFevre et al., 1988). Il significato di questi risultati era che l'attivazione automatica dei numeri della coppia diffondeva all'interno della rete attivando il nodo relativo alla loro somma, interferendo con la performance richiesta anche se le operazioni aritmetiche erano irrilevanti per il compito. Questi dati venivano successivamente replicati sia con il segno + a separare i numeri della coppia sia con la mancanza del segno additivo, anche se il tempo di esposizione degli stimoli era breve (es. 120 ms) (LeFevre et al., 1988; LeFevre & Kulak, 1994). Inoltre questo fenomeno di interferenza era presente solamente quando la somma dei numeri della coppia era inferiore a 10 (LeFevre, Sadesky, & Bisanz, 1996b). Per somme superiori a 10 infatti intervenivano strategie di calcolo esplicite piuttosto che strategie di recupero mnestico diretto, dimostrando una riduzione

dell'interferenza all'interno della rete (LeFevre et al., 1996b). Una spiegazione di questo effetto della dimensione del problema si riconduceva al fatto che i problemi con somma inferiore a 10 venivano incontrati più frequentemente rispetto ai problemi con somma superiore a 10. Tale differenza nella frequenza di esposizione ai problemi determinava differenze nelle forze associative delle connessioni tra i nodi all'interno della rete (Ashcraft, 1995; Campbell, 1994; LeFevre et al., 1996a,b; Siegler, 1988; Zbrodoff & Logan, 2005). L'effetto dell'interferenza nel compito di *matching* numerico per l'addizione era esteso alla moltiplicazione (Thibodeau, LeFevre, & Bisanz, 1996), sottolineando che le tabelline matematiche meglio rappresentano l'automatismo dei fatti aritmetici. Come precedentemente per l'addizione, l'interferenza nella moltiplicazione avveniva per tempi di esposizione degli stimoli brevi (tra i 100 e 120 ms) e rimaneva costante in presenza o in assenza del segno (x) di moltiplicazione (Thibodeau et al., 1996). L'alta attivazione automatica dei fatti aritmetici della moltiplicazione si estendeva anche ai nodi adiacenti al nodo del prodotto (Galfano, Rusconi, & Umiltà, 2003). In altre parole l'effetto interferenza per la moltiplicazione veniva trovato anche quando veniva presentato il numero precedente (es. 10) o successivo (es. 20) del nodo-prodotto (es. 15) di una coppia di numeri (es. 5 x 3). Questa scoperta suggeriva che i fatti moltiplicativi erano immagazzinati in una rete altamente associativa nella quale l'attivazione diffondeva dal nodo del prodotto verso i nodi adiacenti (Galfano et al., 2003). Infine veniva trovato un forte legame tra la moltiplicazione e la divisione (Campbell, 1999; Mauro, LeFevre, & Morris, 2003) che permetteva di ipotizzare una relazione bi-direzionale tra gli operandi e il loro prodotto per i problemi moltiplicativi (Rusconi, Galfano, Rebonato, & Umiltà, 2006). Presentando per esempio un operando e il prodotto (es. 3 e 24) e successivamente l'altro operando della moltiplicazione (es. 8), aumentava il tempo di risposta nel riconoscere il numero target, generando un effetto interferenza. Gli autori proponevano che la soluzione delle divisioni veniva mediata dai fatti della moltiplicazione complementari (LeFevre & Morris, 1999; Rusconi et al., 2006).

Il termine di attivazione obbligatoria è una componente centrale delle teorie circa i processi automatici (Raaijmakers & Shiffrin, 1981). L'attivazione obbligatoria comunque non è il solo criterio di automaticità. In particolare Jonides (1981) proponeva tre criteri di automaticità. Il primo criterio era la capacità (insensibilità al carico). Se un processo come ad esempio l'accesso ai fatti aritmetici era automatico non doveva richiedere risorse per il processamento. Il secondo criterio era la resistenza alla soppressione. Un processo automatico doveva essere difficile da sopprimere un processo più che a controllarlo. Il terzo criterio era l'aspettativa. Un processo automatico doveva essere attivato dalla presentazione dell'informazione rilevante indipendentemente dalle aspettative del partecipante circa il compito da eseguire. Il criterio della capacità veniva testato nel contesto del recupero esplicito (compito di produzione) o di riconoscimento (compito di verifica) dei fatti

aritmetici adottando i paradigmi di doppio compito (De Rammelaere et al., 1999, 2001; Lee & Kang, 2002; Lemaire et al., 1996). Nelle teorie di automatizzazione e di acquisizione delle abilità era centrale il fatto che la performance automatica dovesse dipendere dal recupero di soluzioni acquisite dalla memoria (Logan, 1998). C'erano abbondanti evidenze del fatto che l'attenzione spaziale e il focalizzarsi su uno stimolo fossero vincoli necessari per il processamento consapevole degli stimoli visivi (Turatto, Angrilli, Mazza, Umiltà, & Driver, 2002) e che i partecipanti codificassero la posizione anche sotto condizioni di apprendimento incidentali (Naveh-Benjamin, 1987, 1988). C'erano inoltre evidenze per una codifica obbligatoria dell'informazione della posizione spaziale in compiti di ricerca visiva (Treisman, Viaria, & Hayes, 1992). Se durante un periodo di apprendimento gli stimoli cruciali apparivano in una particolare posizione oppure in un rapporto spaziale costante, allora l'abilità automatica doveva essere interrotta quando la dislocazione spaziale dello stimolo era differente in una situazione sperimentale. Logan (1998) adottava un compito di ricerca di categoria, nel quale ai partecipanti veniva richiesto di cercare i membri di una determinata categoria. I target, i non target e i distrattori apparivano nella stessa posizione durante il training mentre la loro posizione veniva cambiata nella condizione sperimentale. I risultati rivelavano che i partecipanti codificavano la posizione spaziale degli stimoli durante la fase di automatizzazione. Tuttavia Rusconi e colleghi (2004) notavano che le culture occidentali frequentemente incontravano gli operandi dei fatti aritmetici presentati in orizzontale, suggerendo che questa presentazione visiva veniva codificata durante l'automatizzazione dei fatti aritmetici (Rusconi, Galfano, Speriani, & Umiltà, 2004). Gli autori applicavano il paradigma sperimentale di LeFevre e colleghi (1988) presentando i numeri della coppia in verticale. I risultati mostravano la scomparsa dell'effetto interferenza modificando l'orientamento spaziale degli stimoli, suggerendo che l'automatismo del recupero veniva modulato dalle variabili implicite del contesto (Esperimento 3, Rusconi et al., 2004).

La maggior parte degli studi sulla relazione tra *working memory* e aritmetica mentale si era focalizzata sui ruoli specializzati, che le differenti componenti distinte da Baddeley e Hitch (1974), dovevano agire nell'aritmetica nei bambini così come negli adulti (De Stefano & LeFevre, 2004). Per esempio c'era una chiara evidenza che il loop fonologico fosse coinvolto nella codifica degli operandi (Fürst & Hitch, 2000; Logie, Gilhooly, & Wynn, 1994; Noël, Désert, Aubrun, & Seron, 2001), sebbene il suo ruolo nel calcolo rimanesse non chiaro (De Rammelaere, Stuyven, & Vandierendonck, 1999, 2001; Hetch, 2002; Lemaire, Abdi, & Fayol, 1996). Il taccuino visuo-spaziale doveva avere un ruolo nel codificare i problemi presentati visivamente (Logie et al., 1994) e nella soluzione delle operazioni a cifra multipla (Heathcote, 1994). L'esecutivo centrale sembrava avere un effetto anche nella soluzione delle addizioni a singola cifra, come dimostrato dalla



riduzione della capacità di calcolo quando l'esecutivo centrale veniva caricato (De Rammelaere et al., 1999, 2001; Hetch, 2002; Lemaire et al., 1996). Nonostante ciò, Ashcraft (1995) faceva notare che il ruolo del taccuino visuo-spaziale sull'aritmetica mentale rimaneva abbastanza speculativo. L'autore prevedeva che il contributo visuo-spaziale veniva atteso per ciascun problema che richiedesse l'organizzazione in colonna oltre all'informazione della posizione nei problemi che richiedevano operazioni di riporto. L'importanza degli aspetti visuo-spaziali nell'aritmetica mentale è rilevante tenendo in considerazione i disturbi di calcolo nei bambini. Per esempio i pazienti con discalculia di sviluppo commettono errori nell'organizzazione spaziale delle quantità e nell'attenzione visiva (Ardila & Rosselli, 2002; Strang & Rourke, 1985).

I risultati degli esperimenti precedenti sottolineavano l'esistenza di una duplice linea mentale a seconda delle richieste del compito. Lo scopo del presente esperimento era quello di studiare se il recupero dei fatti aritmetici fosse modulato dalla manipolazione spaziale (orizzontale *versus* verticale) degli stimoli in un compito esplicito (verifica di addizioni) e in uno implicito (*matching* numerico).

#### 4.7.2. Metodo

##### *Partecipanti*

44 studenti dell'Università di Bologna partecipavano all'esperimento come volontari. L'età media era di 23.95 anni (SD = 2.77 anni). Il campione era costituito da 23 femmine e da 21 maschi. Ai partecipanti veniva chiesto dallo sperimentatore se scrivevano con la mano destra o con la mano sinistra: 40 soggetti erano destrimani e 4 soggetti erano mancini. Nessun soggetto aveva partecipato agli esperimenti precedenti. Il campione non era consapevole degli obiettivi dell'esperimento.

##### *Materiale*

L'esperimento veniva presentato al computer e veniva preparato grazie al programma E-Prime 1.1. Il materiale per il compito di *matching* numerico era simile a quello descritto da LeFevre et al. (1988). I partecipanti dovevano giudicare nel modo più veloce e accurato possibile se un target numerico fosse presente in una precedente coppia di numeri, premendo due tasti differenti della tastiera numerica. Venivano create due liste di 60 stimoli ciascuna. Le liste contenevano gli stessi stimoli ma presentati in modo opposto (es. 3 5 per la lista1 e 5 3 per la lista2). Ciascun trial includeva una coppia di numeri iniziale e un target numerico successivo. Tutti gli stimoli erano in formato arabo. Le coppie composte dai numeri identici (es. 2 2) venivano escluse dal momento che i fatti aritmetici dei numeri uguali erano altamente associati all'interno della rete (*tie-effect*,

Blankenberger, 2001). I trial che determinavano un'attivazione dei nodi attraverso la moltiplicazione (es.  $2 \cdot 4 = 8$ ) non venivano presentati. Tenendo in considerazione il materiale usato da Galfano et al. (2003), quattro tipi di problemi venivano definiti per validità (se il target era uguale a uno dei due numeri della coppia) e per le relazioni tra coppia e target. In tutti i problemi, i numeri che componevano la coppia erano numeri a singola cifra in formato arabo. In primo luogo gli stimoli venivano raggruppati in due grandi insiemi di problemi: risposta positiva ("sì": il target era uno dei due numeri della coppia) e risposta negativa ("no": il target non era uno dei due numeri della coppia). In secondo luogo in base alla relazione tra coppia e target venivano presentati: i problemi di controllo della coppia, problemi di controllo del target, i problemi somma e i problemi neutrali. Ciascun problema era costituito da 10 coppie. In entrambi i problemi somma e neutrali il target non era alcun numero della coppia, generando una risposta negativa. Per i problemi somma, il target era identico alla somma dei numeri della coppia (es.  $3 + 5 = 8$ ) mentre per i problemi neutrali il target era uguale alla somma  $\pm 3$  (es.  $3 + 5 = 11$  oppure  $7 - 2 = 6$ ). Per entrambi i problemi di controllo il target era un numero della coppia iniziale, determinando una risposta positiva. Per i problemi di controllo della coppia (es.  $3 - 5 = 3$ ), la coppia numerica era identica a quella usata nei problemi somma e neutrali, mentre per i problemi di controllo del target (es.  $3 = 11 - 11$ ), i target erano identici a quelli usati nei problemi somma ma i target erano anche uno dei due numeri della coppia. Per le condizioni di risposta affermativa e negativa, venivano aggiunte due categorie di problemi per bilanciare i trials. Problemi di riempimento positivo e negativo erano composti da un numero a cifra singola e un numero a cifra doppia. Nei problemi di riempimento positivo il target era identico sempre al numero a cifra singola della coppia mentre nei problemi di riempimento negativo il target era sempre un numero a doppia cifra che però non era presente nella coppia numerica. Tali problemi di riempimento erano composti da 10 coppie. Il totale dei trial per ciascuna lista era di 60 coppie. La metà delle 60 coppie sperimentali generava una risposta affermativa ("sì") mentre l'altra metà determinava una risposta negativa ("no"). In orizzontale per ciascuna categoria di problema cinque coppie avevano il numero più grande a sinistra dal centro di fissazione mentre cinque coppie avevano il numero più grande a destra dal centro di fissazione. In verticale per ciascuna categoria di problema cinque coppie avevano il numero più grande in basso rispetto al punto di fissazione mentre cinque coppie avevano il numero più grande in alto rispetto al punto di fissazione. Per entrambe le condizioni spaziali all'interno dei problemi con risposta positiva, metà dei trial aveva il target che era identico al numero presentato a sinistra o in basso mentre l'altra metà dei trial aveva il target che era identico al numero presentato a destra o in alto. L'ordine di presentazione degli stimoli era pseudo-random all'interno di ciascuna lista con la regola che lo stesso tipo di problema non poteva essere presentato per più di tre volte consecutive. I numeri delle coppie iniziali potevano

essere disposti orizzontalmente o verticalmente a seconda della condizione spaziale. In entrambe le condizioni spaziali i numeri nelle coppie non venivano divisi dal segno dell'addizione (+) (LeFevre et al., 1988). Tenendo in considerazione la presenza dell'effetto interferenza per l'addizione con gli intervalli brevi tra la coppia e il target (LeFevre et al., 1988), gli stimoli avevano un SOA (*stimulus onset asynchrony*) costante di 120 ms.

Il materiale per il compito di verifica dell'addizione era simile a quello descritto sopra per il compito di *matching*. Ai soggetti veniva chiesto di verificare la correttezza o meno di una serie di addizioni presentate al computer nel modo più veloce e accurato possibile, premendo due tasti di risposta. Venivano create due liste di 80 trials. Gli stimoli in entrambe le liste era identico con la differenza che gli stimoli erano presentati in modo opposto (es. 2+7 per la lista1 e 7+2 per la lista2). Ciascun trial includeva un problema additivo e un target numerico successivo. Tutti gli stimoli erano in formato arabo. Le coppie composte dai numeri identici (es. 2+2) venivano escluse dal momento che i fatti aritmetici dei numeri uguali erano altamente associati all'interno della rete (*tie-effect*, Blankenberger, 2001). Non venivano presentati i trials che determinavano un'attivazione dei nodi attraverso la moltiplicazione (es.  $2 \times 4 = 8$ ). Quattro tipi di problemi venivano definiti per validità (se il target era o meno la somma corretta) e per le relazioni tra problema e target. In tutti i trial i problemi erano formati da numeri a singola cifra. In primo luogo gli stimoli venivano raggruppati in due grandi insiemi di problemi: risposta positiva ("sì": il target era la somma corretta) e risposta negativa ("no": il target non era la somma corretta). In secondo luogo in base alla relazione tra problema e target venivano presentati: i problemi somma, i problemi di riempimento positivo, i problemi lontani dalla somma e i problemi vicini alla somma. Ciascun problema era costituito da 20 problemi di addizione. I problemi somma, lontani dalla somma e vicini alla somma erano identici l'uno all'altro. L'unica differenza era il target composto rispettivamente dalla somma corretta del problema ( $2+7 = 9$ ), da un numero uguale alla somma  $\pm 12$  ( $2+7 = 21$ ; lontano) o da un numero uguale alla somma  $\pm 2$  ( $2+7 = 11$ ; vicino). In metà dei trials il target era uguale a un numero superiore alla somma (+12 o +2) mentre nell'altra metà il target era uguale a un numero inferiore alla somma (-12 o -2). I problemi di riempimento positivo erano composti da un numero compreso tra 1 e 9 sommato al numero 0. In metà dei problemi 0 era il primo addendo (es.  $0+1$ ) mentre nell'altra metà 0 era il secondo addendo ( $1+0$ ). La metà dei problemi ( $N = 40$ ) sperimentali generava una risposta affermativa ("sì") mentre l'altra metà determinava una risposta negativa ("no"). In orizzontale per ciascuna categoria di problema dieci coppie avevano il numero più grande a sinistra dal centro di fissazione mentre dieci coppie avevano il numero più grande a destra dal centro di fissazione. In verticale per ciascuna categoria di problema dieci coppie avevano il numero più grande in basso rispetto al punto di fissazione mentre dieci coppie avevano il numero più grande

in alto rispetto al punto di fissazione. L'ordine di presentazione degli stimoli era pseudo-random all'interno di ciascuna lista con la regola che lo stesso tipo di problema non poteva essere presentato per più di tre volte consecutive. I problemi additivi potevano essere disposti orizzontalmente o verticalmente a seconda della condizione spaziale. In entrambe le condizioni spaziali i numeri nei problemi venivano sempre divisi dal segno dell'addizione (+). Per bilanciare la difficoltà del compito di verifica di addizioni con il compito di *matching*, gli stimoli avevano un SOA costante di 120 ms.

### *Procedura*

Il disegno sperimentale richiedeva che i partecipanti fossero divisi in modo random in due gruppi a seconda del tipo di lista. Il gruppo 1 eseguiva la lista 1 sia in orizzontale sia in verticale mentre il gruppo 2 eseguiva la lista 2 sia in orizzontale che in verticale. L'ordine delle condizioni spaziali era bilanciato tra i soggetti all'interno di ciascuna lista, così come l'ordine di esecuzione dei compiti. Il gruppo 1 in orizzontale rispondeva in modo affermativo premendo il tasto 6 (disco rosso) della tastiera numerica e in modo negativo premendo il tasto 4 (disco giallo) della tastiera numerica ad entrambi i compiti. Inoltre in verticale il gruppo 1 rispondeva in modo affermativo premendo il tasto 8 (disco verde) sulla tastiera numerica e in modo negativo premendo il tasto 2 (disco blu) sulla tastiera numerica. Nel gruppo 2 l'istruzione dei tasti di risposta era opposto a quello del gruppo 1 sia in orizzontale che in verticale. Nella tastiera numerica i tasti di risposta erano equidistanti sia in orizzontale sia in verticale.

Per entrambi i compiti ed entrambi gli orientamenti, i soggetti venivano fatti sedere a una distanza di 30 cm dallo schermo del computer (800 x 600). I partecipanti venivano istruiti a rispondere accuratamente ma nel modo più veloce possibile. Al centro di uno schermo nero appariva il simbolo bianco del cancelletto (#) in formato Courier New 40 in grassetto per 500 ms. Successivamente una coppia di numeri o un problema di addizione appariva al centro dello schermo per 60 ms. I numeri apparivano orizzontalmente o verticalmente in bianco su sfondo nero in formato Courier New 40 in grassetto. Nel compito di *matching* i numeri distanziavano l'uno dall'altro di 3 cm sia in orizzontale che in verticale. Nel compito di verifica dell'addizione i numeri distanziavano dal segno di addizione di 1 cm sia orizzontalmente che verticalmente. Dopo 60 ms compariva una serie di # in formato Courier New 40 per 40 ms in grassetto. Comparivano 7 # in orizzontale e 10 # in verticale. Successivamente compariva uno schermo nero per 20 ms, ed infine compariva un numero target in bianco al centro dello schermo nero per 2,500 ms o fino alla risposta del soggetto. A risposta data o all'esaurimento del tempo di presentazione, uno schermo nero della durata di 500 ms anticipava la comparsa del punto di fissazione indicando l'inizio di un nuovo trial.

I soggetti erano addestrati da 30 trials per il compito di matching numerico e da 40 trials per il compito di verifica di addizione.

#### *Analisi Statistiche*

Le analisi descrittive sui RT e il livello di accuratezza venivano eseguite per entrambi i compiti. Per il compito di *matching* l'effetto interferenza prevedeva che i RT dei problemi somma fossero superiori ai RT dei problemi neutrali. Il pattern opposto era previsto per l'accuratezza. Per individuare l'effetto interferenza veniva condotta una serie di t-test confrontando i tempi di risposta e il numero di errori dei problemi somma rispetto ai problemi neutrali separatamente per la condizione orizzontale e per quella verticale.

Per il compito di verifica di addizione veniva condotta un'ANOVA con il fattore Problema (3 livelli: somma, lontano e vicino) sui RT e sul numero di errori. Per valutare l'accesso ai fatti aritmetici veniva atteso una significativa differenza tra i problemi lontani rispetto ai vicini riflettendo un diverso livello di attivazione dei fatti aritmetici.

Come misura della dimensione dell'effetto veniva riportato il valore dell'eta quadrato parziale ( $\eta^2_p$ ) (Huberty, 2002). Il livello di significatività era posto a .05.

#### *4.7.3. Risultati*

Un soggetto veniva escluso dalle analisi statistiche causa problemi in fase di registrazione della performance sperimentale. I dati dunque venivano analizzati su 43 soggetti.

#### *Compito di Matching Numerico*

Dei 5,160 trials, 3,961 trials erano corretti (76.760%). I RT superiori od inferiori a 2.5 SD per ciascun soggetto in ogni condizione sperimentale venivano eliminati dalle analisi successive. Il numero di trials utilizzabili per le analisi erano 3,825, indicando che veniva escluso il 2.63% dei trials corretti. Dei 43 soggetti tuttavia 12 partecipanti venivano eliminati per le analisi statistiche a causa dell'alta percentuale media degli errori (36.81%; SD = 11.19%). I 31 soggetti rimasti si distribuivano in 16 partecipanti del gruppo 1 (lista 1) e 15 partecipanti del gruppo 2 (lista 2).

I RT medi dei partecipanti erano di 687 ms (SD = 123 ms) mentre il livello di accuratezza media era di 78.36% (SD = 11.73%). In orizzontale i RT medi erano di 685 ms (SD = 129 ms) mentre il livello di accuratezza media era di 81.12% (SD = 12.81%). In verticale i RT medi erano di 688 ms (SD = 146 ms) mentre il livello di accuratezza media era di 75.59% (SD = 12.40%). Sebbene in verticale la performance fosse più lenta e meno accurata rispetto alla condizione orizzontale, i confronti tra le condizioni non differivano significativamente. Inoltre le correlazioni

tra i RT medi e la percentuale media degli errori in generale, in orizzontale e in verticale non erano significative dimostrando la mancanza di un *speed-accuracy trade-off* (rispettivamente  $r = .30$ ,  $p = .11$ ,  $r = .24$ ,  $p = .15$  e  $r = .11$ ,  $p = .28$ ).

✓ Orizzontale: Sebbene i soggetti fossero più lenti a rispondere di NO (692 ms; SD = 135 ms) rispetto a rispondere di SÍ (686 ms; SD = 128 ms), il confronto non era significativo. In modo sorprendente inoltre i soggetti commettevano meno errori a rispondere di NO (0.83; SD = 1.21) in confronto a rispondere di SÍ (2.93; SD = 2.06) ( $t_{30} = 5.26$ ,  $p < .00001$ ). In Tabella 4.2 venivano riportati i tempi medi di risposta e il numero medio degli errori per tutte le tipologie di problemi presentati nel compito di *matching*. Al fine di testare la nostra ipotesi, veniva preso in considerazione il confronto tra i problemi somma e quelli neutrali. In orizzontale i RT medi dei problemi somma (702 ms; SD = 141 ms) tendevano ad essere più alti rispetto a quelli dei problemi neutrali (677 ms; SD = 135 ms) ( $t_{30} = -1.98$ ,  $p = .056$ ), come mostrato in Figura 4.36. Inoltre il numero di errori dei problemi somma (0.93; SD = 1.23) era maggiore rispetto a quello dei problemi neutrali (0.83; SD = 1.36), sebbene il confronto non raggiungesse i livelli della significatività statistica.

Tabella 4.2. Gli RT medi (e SD) e il numero medio di errori (e SD) di ogni tipologia di problema utilizzato nel compito di *matching* numerico indipendentemente dal tipo di lista per la condizione orizzontale.

<b>PROBLEMA</b>	<b>RT</b>	<b>SD</b>	<b>ERRORE</b>	<b>SD</b>
Somma	702	141	0.93	1.23
Neutro	677	135	0.83	1.36
Riempimento Negativo	697	157	0.74	1.43
Controllo Coppia	654	128	2.12	1.80
Controllo Target	670	131	2.74	2.59
Riempimento Positivo	734	150	3.93	2.67

✓ Verticale: Sebbene i soggetti fossero più lenti a rispondere di NO (707 ms; SD = 162 ms) rispetto a rispondere di SÍ (678 ms; SD = 135 ms), il confronto non era significativo. In modo sorprendente inoltre i soggetti commettevano meno errori a rispondere di NO (1.37; SD = 1.27) in confronto a rispondere di SÍ (3.31; SD = 1.74) ( $t_{30} = 5.39$ ,  $p < .00001$ ). In Tabella 4.3 venivano riportati i tempi medi di risposta e il numero medio degli errori per tutte le tipologie di problemi

presentati nel compito di *matching*. Al fine di testare la nostra ipotesi, veniva preso in considerazione il confronto tra i problemi somma e quelli neutrali. In verticale i RT medi dei problemi somma (718 ms; SD = 157 ms) erano più lenti rispetto a quelli dei problemi neutrali (696 ms; SD = 166 ms) anche se questo confronto non era significativo ( $p = .13$ ), come mostrato in Figura 4.36. Inoltre il numero di errori dei problemi somma (1.96; SD = 1.68) era maggiore rispetto a quello dei problemi neutrali (1.45; SD = 1.50) ( $t(30) = -2.79, p < .05$ ).

Tabella 4.3. Gli RT medi (e SD) e il numero medio di errori (e SD) di ogni tipologia di problema utilizzato nel compito di *matching* numerico indipendentemente dal tipo di lista per la condizione verticale.

<b>PROBLEMA</b>	<b>RT</b>	<b>SD</b>	<b>ERRORE</b>	<b>SD</b>
Somma	718	157	1.96	1.68
Neutro	696	166	1.45	1.50
Riempimento Negativo	709	187	0.70	1.21
Controllo Coppia	624	134	1.87	2.17
Controllo Target	684	163	3.19	2.19
Riempimento Positivo	728	151	4.87	2.55

Per confrontare l'effetto interferenza in orizzontale e in verticale era calcolata la differenza degli RT (dRT) sottraendo i problemi neutrali dai problemi somma ( $dRT = \text{somma} - \text{neutrale}$ ). Un valore negativo indicava un effetto facilitazione dei problemi somma mentre un valore positivo indicava un effetto interferenza dei problemi somma. La dRT orizzontale era di 24.73 ms (SD = 69.35 ms) che non differiva significativamente dalla dRT verticale (21.86 ms; SD = 78.28 ms). La dRT generale era di 23.29 ms (SD = 55.22) che differiva significativamente da 0 ( $t(30) = 2.34, p < .05$ ).

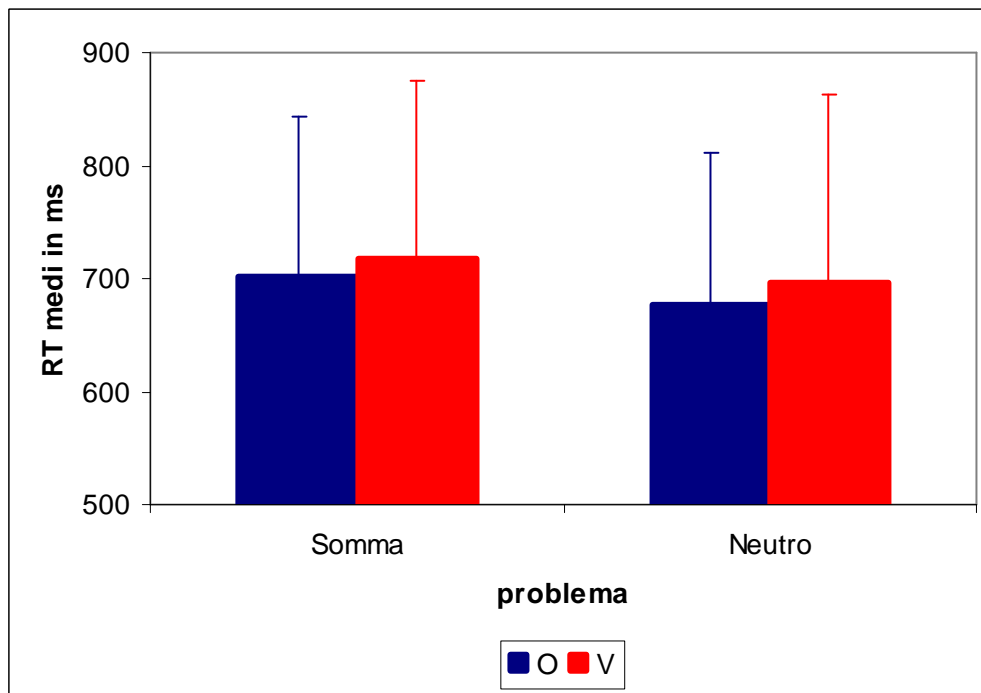


Figura 4.36. Andamento dei RT (e SD) dei problemi somma e dei problemi neutri in entrambe le condizioni spaziali. Da notare che O: orizzontale e che V: verticale.

#### Compito di Verifica di Addizioni

Dei 6,880 trials, 6,049 trials erano corretti (87.92%). I RT superiori od inferiori a 2.5 SD per ciascun soggetto in ogni condizione sperimentale venivano eliminati dalle analisi successive. Il numero di trials utilizzabili per le analisi erano 5,859, indicando che veniva escluso il 2.76% dei trials corretti. Dei 43 soggetti tuttavia 2 partecipanti venivano eliminati per le analisi statistiche a causa dell'alta percentuale media degli errori (rispettivamente 31.88% e 37.50%). I 41 soggetti rimasti si distribuivano in 21 partecipanti del gruppo 1 (lista 1) e 20 partecipanti del gruppo 2 (lista 2).

I RT medi dei 41 partecipanti erano di 664 ms (SD = 108 ms) mentre il livello di accuratezza media era di 86.13% (SD = 6.80%). In orizzontale i RT medi erano di 654 ms (SD = 108 ms) mentre il livello di accuratezza media era di 88.29% (SD = 6.59%). In verticale i RT medi erano di 675 ms (SD = 122 ms) mentre il livello di accuratezza media era di 83.96% (SD = 7.95%). Sebbene in verticale la performance fosse più lenta rispetto alla condizione orizzontale, il confronto tra le condizioni non differiva significativamente. La condizione verticale era meno accurata rispetto alla condizione orizzontale ( $t_{40} = -5.22, p < .0001$ ). Inoltre le correlazioni tra i RT medi e la percentuale media degli errori in generale, in orizzontale e in verticale dimostravano la mancanza di un *speed-accuracy trade-off* (rispettivamente  $r = .28, p = .07, r = .20, p = .19$  e  $r = .36, p < .05$ ).



✓ Orizzontale: I partecipanti erano più veloci a rispondere SÍ (599 ms; SD = 99 ms) rispetto a rispondere NO (709 ms; SD = 119 ms) ( $t_{40} = 14.07$ ,  $p < .0001$ ). I partecipanti erano più accurati a rispondere SÍ (4.24; SD = 3.36) in confronto a rispondere NO (5.12; SD = 3.31) ma tale confronto non era significativo ( $p = .17$ ). L'ANOVA a misure ripetute con il fattore Problema (3 livelli: somma, lontano e vicino) sui RT orizzontali mostrava un significativo effetto problema ( $F_{2,80} = 45.57$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .53$ ), come mostrato in Figura 4.37. Il post-hoc di Bonferroni i problemi lontani dalla somma (652 ms; SD = 102 ms) erano più veloci dei problemi somma (701 ms; SD = 144 ms) ( $p < .005$ ) e dei problemi vicini alla somma (778 ms; SD = 152 ms) ( $p < .0001$ ). Inoltre i problemi somma erano più veloci dei problemi vicini alla somma ( $p < .0001$ ). All'interno dei problemi somma, le addizioni con somma minore di 10 (653 ms; SD = 115 ms) erano più veloci rispetto alle addizioni con somma maggiore di 10 (770 ms; SD = 147 ms) ( $t_{40} = 9.02$ ,  $p < .0001$ ), confermando l'effetto della dimensione del problema (Zbrodoff & Logan, 2005). L'ANOVA a misure ripetute con il fattore Problema (3 livelli: somma, lontano e vicino) sul numero di errori in orizzontale mostrava un significativo effetto del problema ( $F_{2,80} = 30.42$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .43$ ), come mostrato in Figura 4.38. Il post-hoc di Bonferroni i problemi lontani dalla somma (0.95; SD = 1.20) generavano un numero inferiore di errori rispetto ai problemi somma (3.43; SD = 2.44) e ai problemi vicini alla somma (4.17; SD = 2.67) ( $p < .0001$  per entrambi i confronti). All'interno dei problemi somma, le addizioni con somma minore di 10 (1.97; SD = 1.94) determinavano un numero inferiore di errori rispetto alle addizioni con somma maggiore di 10 (6.58; SD = 2.96) ( $t_{40} = 14.08$ ,  $p < .0001$ ), confermando l'effetto della dimensione del problema (Zbrodoff & Logan, 2005).

✓ Verticale: I partecipanti erano più veloci a rispondere SÍ (627 ms; SD = 116 ms) rispetto a rispondere NO (725 ms; SD = 137 ms) ( $t_{40} = 8.53$ ,  $p < .0001$ ). I partecipanti erano più accurati a rispondere SÍ (6.39; SD = 4.14) in confronto a rispondere NO (6.43; SD = 3.63) ma tale confronto non era significativo ( $p = .94$ ). L'ANOVA a misure ripetute con il fattore Problema (3 livelli: somma, lontano e vicino) sui RT orizzontali mostrava un significativo effetto del problema ( $F_{2,80} = 47.97$ ,  $p < .0001$ ,  $\eta^2_p = .54$ ), come mostrato in Figura 4.37. Il post-hoc di Bonferroni i problemi lontani dalla somma (662 ms; SD = 111 ms) erano più veloci dei problemi somma (712 ms; SD = 136 ms) ( $p < .005$ ) e dei problemi vicini alla somma (808 ms; SD = 184 ms) ( $p < .0001$ ). Inoltre i problemi somma erano più veloci dei problemi vicini alla somma ( $p < .0001$ ). All'interno dei problemi somma, le addizioni con somma minore di 10 (682 ms; SD = 139 ms) erano più veloci rispetto alle addizioni con somma maggiore di 10 (765 ms; SD = 133 ms) ( $t_{40} = 7.39$ ,  $p < .0001$ ), confermando l'effetto della dimensione del problema (Zbrodoff & Logan, 2005). L'ANOVA a misure ripetute con il fattore Problema (3 livelli: somma, lontano e vicino) sul numero di errori in

orizzontale mostrava che un significativo effetto del problema ( $F_{2,80} = 50.07, p < .0001, \eta_p^2 = .55$ ), come mostrato in Figura 4.38. Il post-hoc di Bonferroni i problemi lontani dalla somma (1.07; SD = 1.42) generavano un numero inferiore di errori rispetto ai problemi somma (4.02; SD = 2.56) e ai problemi vicini alla somma (5.36; SD = 2.68) ( $p < .0001$  per entrambi i confronti). Inoltre i problemi somma determinavano un numero inferiore di errori rispetto ai problemi vicini alla somma ( $p < .05$ ). All'interno dei problemi somma, le addizioni con somma minore di 10 (2.85; SD = 2.44) determinavano un numero inferiore di errori rispetto alle addizioni con somma maggiore di 10 (7.60; SD = 3.03) ( $t_{40} = 11.77, p < .0001$ ), confermando l'effetto della dimensione del problema (Zbrodoff & Logan, 2005).

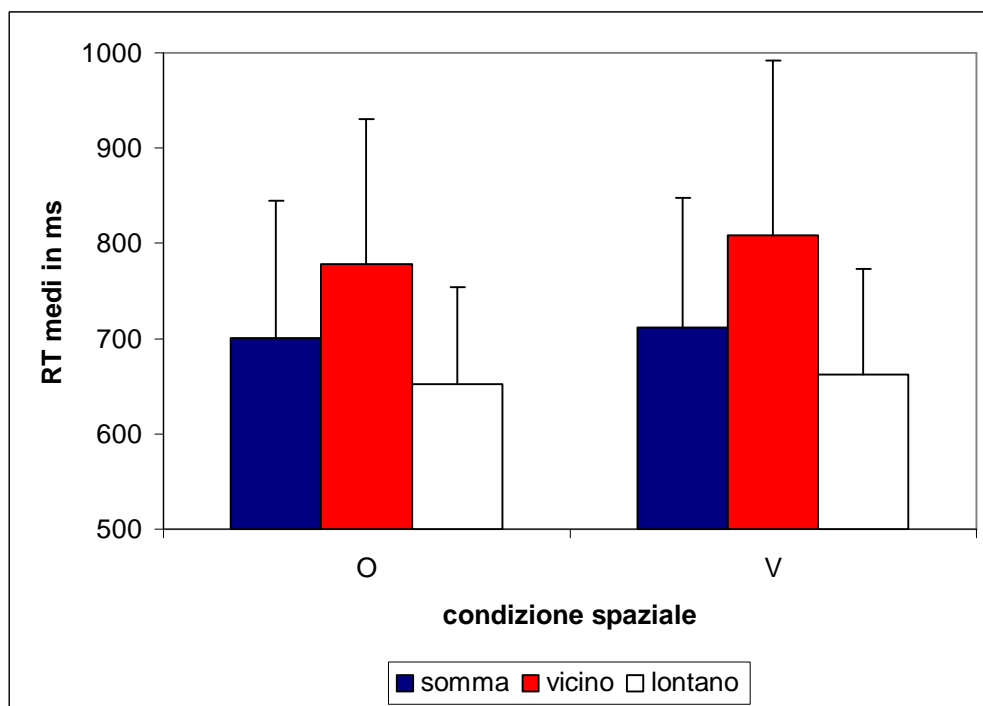


Figura 4.37. Andamento degli RT (e SD) per ciascuna delle tipologie dei problemi di addizione in entrambi gli orientamenti spaziali. Da notare che O: orizzontale e che V: verticale.

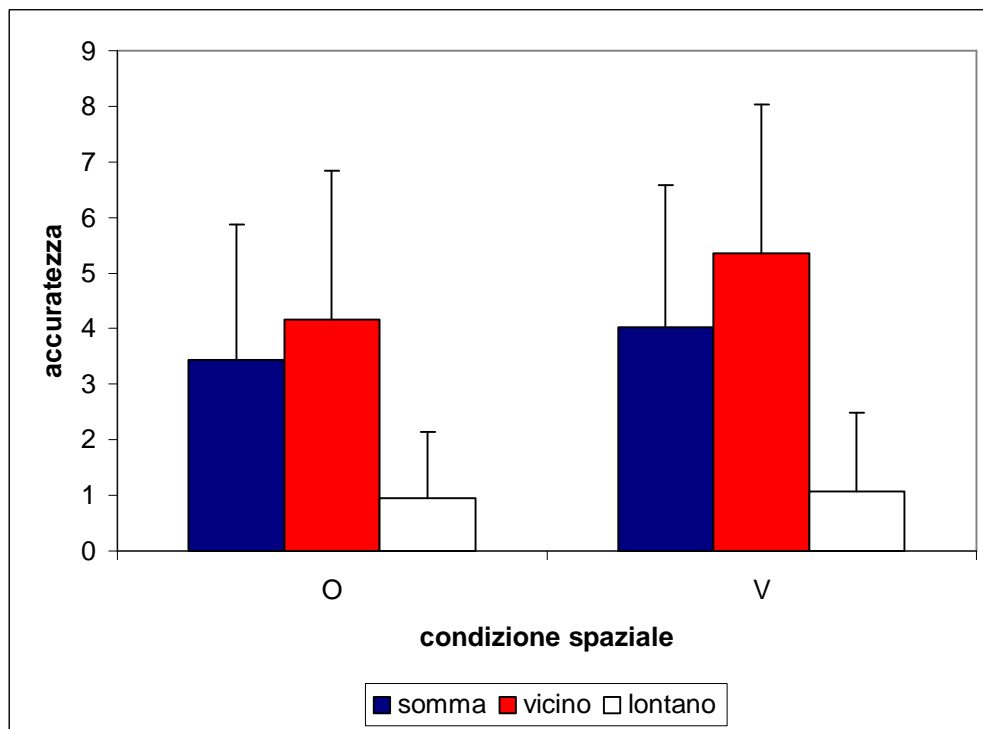


Figura 4.38. Andamento del numero medio di errori (e SD) per ciascuna delle tipologie dei problemi di addizione in entrambi gli orientamenti spaziali. Da notare che O: orizzontale e che V: verticale.

#### 4.7.4. Discussione

L'obiettivo della presente ricerca era quello di studiare se le manipolazioni visuo-spaziali dei problemi aritmetici avessero un'influenza nel recupero e nell'accesso dei fatti aritmetici. Nel compito di *matching* numerico, l'effetto interferenza tendeva verso la significatività per i tempi di risposta nella condizione orizzontale. In verticale l'effetto interferenza veniva individuato analizzando il numero medio di errori. In altre parole quando i soggetti vedevano la somma di due numeri a cifra singola i RT e il numero di errori aumentavano in virtù del legame associativo esistente tra i numeri (Galfano et al., 2003; LeFevre et al., 1988, 1996a, 1996b; Thibodeau et al., 1996). Nel compito di verifica dei problemi di addizione in entrambe le condizioni visuo-spaziali i partecipanti erano più veloci per i problemi lontani dalla somma corretta rispetto ai problemi vicini alla somma corretta. Lo stesso pattern di risultati veniva trovato per l'accuratezza. Questi risultati dimostravano che l'attivazione dei numeri del problema si diffondeva all'interno della rete rendendo attivi anche i nodi vicini al nodo relativo alla somma corretta del problema. In questo modo non solo il nodo della somma ma anche i nodi vicini alla somma potevano essere recuperati

interferendo così sulla performance, indipendente dalla manipolazione spaziale dei problemi di numeri a cifra singola.

I nostri dati nel compito di *matching* confermavano parzialmente i risultati dell'esperimento 3 di Rusconi et al. (2004). Da una parte infatti l'effetto interferenza non risultava significativo analizzando i RT quando i numeri della coppia venivano presentati verticalmente. Dall'altra però i partecipanti eseguivano più errori per i problemi somma rispetto a quelli neutrali, dimostrando che il recupero del nodo somma avvenisse anche se non veniva richiesta l'esecuzione di calcoli aritmetici. In altre parole i nostri dati confermavano l'idea che la posizione spaziale degli stimoli fosse codificata durante la fase di automatizzazione, favorendo maggiormente un effetto interferenza in orizzontale rispetto al verticale. Questa evidenza era basata sul fatto che nelle culture occidentali frequentemente gli addendi dei fatti aritmetici venivano presentati in orizzontale, suggerendo che questa presentazione visiva veniva codificata durante l'automatizzazione dei fatti aritmetici (Rusconi et al, 2004). L'attivazione della rete associativa dei fatti aritmetici era evidente nel compito esplicito di verifica della veridicità di una serie di addizioni a singola cifra. In entrambe le condizioni spaziali infatti per i problemi vicini alla somma l'attivazione era molto simile a quella relativa alla somma interferendo notevolmente con l'esecuzione del problema. La mancanza di una differenza tra la condizione orizzontale e quella verticale indicava che per l'addizione l'elaborazione degli aspetti visuo-spaziali del problema consentiva l'accesso e il recupero dei fatti aritmetici. Nel compito esplicito l'effetto della dimensione del problema (Zbrodoff & Logan, 2005) veniva trovato in orizzontale e in verticale confermando che l'accesso e il recupero dei fatti aritmetici non era dipendente dalla manipolazione visuo-spaziale dei problemi. I nostri dati inoltre confermavano che la presentazione verticale dei problemi non era la modalità più frequente di eseguire calcoli aritmetici con i numeri a cifra singola, generando un numero superiore di errori oltre ad un aumento della velocità di risposta.

All'interno della letteratura della cognizione matematica possono essere distinte tre posizioni teoretiche principali: il modello astratto di McCloskey (1992), la visione della complessità della codifica (Campbell & Clark, 1988) e il modello del triplo codice di Dehaene (1992). Rispetto al modello di McCloskey (1992), il processamento aritmetico operava su un formato singolo e astratto che costituiva il solo supporto per le rappresentazioni interne delle quantità numeriche. In questa architettura, la presentazione del problema aritmetico  $3 \times 7$  richiedeva le seguenti operazioni: 1) trasformazione dei numeri arabi all'interno della rappresentazione astratta; 2) interpretazione del segno aritmetico da parte del sotto componente del sistema di calcolo; 3) il recupero del risultato dell'operazione nella rete astratta; 4) trasformazione del risultato nell'adeguata forma verbale di output. In altre parole, il recupero del fatto aritmetico operava su una rappresentazione astratta ed

era totalmente indipendente dal formato usato per la presentazione del problema o per la produzione della risposta. Il modello della complessità della codifica di Campbell e Clark (Campbell & Clark, 1988; Clark & Campbell, 1991) enfatizzava l'importanza del formato della presentazione e della produzione per il recupero del fatto aritmetico. Gli autori in modo specifico assumevano che il recupero del fatto aritmetico fosse mediato dalle rappresentazioni specifiche al formato, che poteva essere verbale e non verbale. Infine il modello di Dehaene (1992) ipotizzava che il codice verbale fosse utilizzato per il conteggio verbale e il recupero dei fatti aritmetici. Il modello prediceva che ogni tipo di input era prima tradotto all'interno del codice verbale prima che avvenisse il recupero del fatto aritmetico. Inoltre il modello prevedeva che la soluzione dei problemi di moltiplicazione era raggiunta dal recupero dalla memoria di una proposizione codificata verbalmente mentre l'addizione era risolvibile o dal recupero dei fatti aritmetici o dalla manipolazione della quantità. I nostri dati potevano essere inseriti all'interno del modello astratto di McCloskey (1992) e nel triplo codice di Dehaene (1992) dal momento che non era stata trovata alcuna differenza della dislocazione spaziale dei problemi di addizione. In questo modo il recupero del fatto aritmetico si basava su una rappresentazione astratta indipendente così dal formato e dalla componente visuo-spaziale del problema. McCloskey (1992) però criticava l'idea di una rete associativa per l'immagazzinamento dei fatti aritmetici mentre Dehaene (1992) postulava un recupero dei fatti aritmetici da un magazzino semantico. In conclusione i risultati di questo esperimento erano maggiormente a favore al modello della triplice codifica di Dehaene (1992) rispetto agli altri due modelli.

## **Bibliografia: Capitolo IV**

Albert, M.L. (1973). A simple test of visual neglect. *Neurology*, 23, 658-664.

Andres, M., Davare, M., Pesenti, M., Olivier, E., & Seron, X. (2004). Number magnitude and grip aperture interaction. *NeuroReport*, 15: 2773-2777.

Ardila, A., & Rosselli, M. (2002). Acalculia and dyscalculia. *Neuropsychology Review*, 12: 179-231.

Ashcraft, M.H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44: 75-106.

Ashcraft, M.H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, 1: 3-34.

Ashcraft, M.H., & Battaglia, J. (1978). Cognitive arithmetic: Evidence for retrieval and decision processes in mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Human Learning & Memory*, 4: 527-538.

Bächtold, D., Baumüller, M., & Brugger, P. (1998). Stimulus-response compatibility in representational space. *Neuropsychologia*, 36: 731-735.

Baddeley, A.D., & Hitch, G. (1974). Working memory. In G.A. Bower (Ed.), *Psychology of learning and motivation* (Vol. 8, pp. 647-667). New York: Academic Press.

Banks, W.P., Fujii, M.S., & Kayra-Stuart, F. (1976). Semantic congruity effects in comparative judgments of magnitudes of digits. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 2: 435-447.

Barrouillet, P., Fayol, M. (1998). From algorithmic computing to direct retrieval. Evidence for number and alphabetic arithmetic in children and adults. *Memory & Cognition*, 26: 355-368.

Berch, D.B., Foley, E.J., Hill, R.J., & McDonough Ryan, P. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: Developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74: 286-308.

Bisiach, E., Ricci, R., Lualdi, M., & Colombo, M.R. (1998). Perceptual and response bias in unilateral neglect: Two modified versions of the Milner Landmark task. *Brain and Cognition*, 37, 369-386.

Blankenberger, S. (2001). The arithmetic tie effect is mainly encoding-based. *Cognition*, 82: B15-B24.

Brysbart, M. (1995). Arabic number reading: On the nature of the numerical scale and the origin of phonological recoding. *Journal of Experimental Psychology: General*, 124: 434-452.

- Calabria, M., & Rossetti, Y. (2005). Interference between number processing and line bisection: a methodology. *Neuropsychologia*, 43: 779-783.
- Campbell, J.I.D. (1987). Production, verification, and priming of multiplication facts. *Memory & Cognition*, 15: 349-364.
- Campbell, J.I.D. (1994). Architectures for numerical cognition. *Cognition*, 53: 1-44.
- Campbell, J.I.D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1: 121-164.
- Campbell, J.I.D. (1999). Division by multiplication. *Memory & Cognition*, 27: 791-802.
- Campbell, J.I.D., & Oliphant, M. (1992). Representation and retrieval of arithmetic facts: A network-interference model and simulation. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origin of mathematical skills* (pp. 331-364). Amsterdam: Elsevier.
- Campbell, J.I.D., & Clark, J.M. (1988). An encoding-complex view of cognitive number processing: Comment on McCloskey, Sokol and Goodman (1986). *Journal of Experimental Psychology: General*, 117: 204-214.
- Cappelletti, M., Freeman, E.D., & Cipolotti, L. (2007). The middle house or the middle floor: Bisecting horizontal and vertical mental number lines in neglect. *Neuropsychologia*, 45, 2989-3000.
- Carr, M., & Jessup, D. (1995). Cognitive and metacognitive predictors of mathematics strategy use. *Learning & Individual Differences*, 7: 235-247.
- Carroll, L. (1876). *The hunting of the snark*. London: MacMillan & Co.
- Cavézian, C., Rossetti, Y., Danckert, J., d'Amato, T., Dalery, J., & Saoud, M. (2007). Exaggerated leftward bias in the mental number line of patients with schizophrenia. *Brain and Cognition*, 63, 85-90.
- Cho, Y.S., & Proctor, R.W. (2003). Stimulus and response representations underlying orthogonal stimulus-response compatibility effects. *Psychonomic Bulletin & Review*, 10: 45-73.
- Clark, J.M., & Campbell, J.I.D. (1991). Integrated versus modular theories of number skills and acalculia. *Brain & Cognition*, 17: 204-239.
- Dehaene, S. (1989). The psychophysics of numerical comparison: A re-examination of apparently incompatible data. *Perception & Psychophysics*, 45: 557-566.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44: 1-42.
- Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and number magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122: 371-396.
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1: 83-120.

Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 16: 626-641.

de Hevia, M.D., Girelli, L., Bricolo, E., & Vallar, G. (2008). The representational space of numerical magnitude: Illusion of length. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, in press

de Hevia, M.D., Girelli L., & Vallar, G. (2006). Numbers and space: a cognitive illusion? *Experimental Brain Research*, 168: 254-264.

Delazer, M., Domahs, F., Lochy, A., Bartha, L., Brenneis, C., & Trieb, T. (2004). The acquisition of arithmetic knowledge – A fMRI study. *Cortex*, 40: 166-167.

De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (1999). The contribution of working memory resources in the verification of simple arithmetic sums. *Psychological Research*, 62: 72-77.

De Rammelaere, S., Stuyven, E., & Vandierendonck, A. (2001). Verifying simple arithmetic sums and products: Are the phonological loop and the central executive involved? *Memory & Cognition*, 29: 267-273.

De Stefano, D., & LeFevre, J.-A. (2004). The role of working memory in mental arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 16: 353-386.

Driver, J., & Vuilleumier, P. (2001). Perceptual awareness and its loss in unilateral neglect and extinction. *Cognition*, 79, 39-88.

Fias, W. (2001). Two routes for the processing of verbal numbers: Evidence from the SNARC effect. *Psychological Research*, 65: 250-259.

Fias, W., Brysbaert, M., Geypens, F., & d'Ydewalle, G. (1996). The importance of magnitude information in numerical processing: Evidence from the SNARC effect. *Mathematical Cognition*, 2: 95-110.

Fias, W., Lauwereyns, J., & Lammertyn, J. (2001). Irrelevant digits affect feature-based attention depending on the overlap of neural circuits. *Cognitive Brain Research*, 12: 415-423.

Fischer, M.H. (2001). Number processing induces spatial performance biases. *Neurology*, 57: 822-826.

Fischer, M.H. (2003a). Spatial representations in number processing: Evidence from a pointing task. *Visual Cognition*, 10: 493-508.

Fischer, M.H. (2003b). Cognitive representation of negative numbers. *Psychological Science*, 14: 278-282.

Fischer, M.H. (2006). The future for SNARC could be STARK... *Cortex*, 42: 1066-1068.



- Fischer, M.H., Castel, A.D., Dodd, M.D., & Pratt, J. (2003). Perceiving numbers causes spatial shifts of attention. *Nature Neuroscience*, 6: 555-556.
- Fischer, M.H., Dewulf, N., & Hill, R.L. (2005). Designing bar graphs: Orientation matters. *Applied Cognitive Psychology*, 19: 953-962.
- Fischer, M.H., & Hill, R.A. (2004). *SNARC in the Dark: Input Modality Affects Number Representation*. 22<sup>nd</sup> European Workshop of Cognitive Neuropsychology, Bressanone, Italy, 26-31 Gennaio 2004.
- Fischer, M.H., & Rottmann, J. (2005). Do negative numbers have a place on the mental number line? *Psychology Science*, 47: 22-32.
- Fischer, M.H., Warlop, N., Hill, R.L., & Fias, W. (2004). Oculomotor bias induced by number perception. *Experimental Psychology*, 51: 91-97.
- Fürst, A.J., & Hitch, G.J. (2000). Different roles for executive and phonological components of working memory in mental arithmetic. *Memory & Cognition*, 28: 774-782.
- Galfano, G., Rusconi, E., & Umiltà, C. (2003). Automatic activation of multiplication facts: Evidence from the nodes adjacent to the product. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 56A: 31-61.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: From reals to integers. *Trends in Cognitive Science*, 44:59-64.
- Galton, F. (1880a). Visualised numerals. *Nature*, 21: 252-256.
- Galton, F. (1880b). Visualised numerals. *Nature*, 21: 494-495.
- Geary, D.C. (1994). *Children's mathematical development*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Gevers, W., & Lammertyn, J. (2005). The hunt for SNARC. *Psychology Science*, 47: 10-21.
- Gevers, W., Lammertyn, J., Notebaert, W., Verguts, T., & Fias, W. (2006). Automatic response activation of implicit spatial information: Evidence from the SNARC effect. *Acta Psychologica*, 122: 221-233.
- Groen, G.J., & Parkman, J.M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological Review*, 79: 329-343.
- Heathcote, D. (1994). The role of visuo-spatial working memory in the mental addition of multi-digit addends. *Current Psychology of Cognition*, 21: 115-124.
- Hecht, S.A. (2002). Counting on working memory in simple arithmetic when counting is used for problem solving. *Memory & Cognition*, 30: 447-455.
- Hines, T.M. (1990). An odd effect: Lengthened reaction times for judgments about odd digits. *Memory & Cognition*, 18: 40-46

Hubbard, E.M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nature Review: Neuroscience*, 6: 435-448.

Huberty, C.J. (2002). A history of effect size indices. *Educational & Psychological Measurement*, 62: 227-240.

Ishihara, M., Jacquin-Curtois, S., Flory, V., Salemme, R., Imanaka, K., & Rossetti, Y. (2006). Interaction between space and number representations during motor preparation in manual aiming. *Neuropsychologia*, 44: 1009-1016.

Ito, Y., & Hatta, T. (2004). Spatial structure of quantitative representation of numbers: Evidence from the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 32: 662-673.

Jewell, G., & McCourt, M.E. (2000). Pseudoneglect: a review and meta-analysis of performance factors in line bisection tasks. *Neuropsychologia*, 38: 93-110.

Keus, I.M., Jenks, K.M., & Schwarz, W. (2005). Psychophysiological evidence that the SNARC effect has its functional locus in a response selection stage. *Cognitive Brain Research*, 24: 48-56.

Keus, I.M., & Schwarz, W. (2005). Searching for the functional locus of the SNARC effect. Evidence for a response related origin. *Memory & Cognition*, 33: 681-695.

Lakoff, G. (1987). *Women, fire, and dangerous things: What categories reveal about the mind*. Chicago: The University of Chicago Press.

Lammertyn, J., Fias, W., & Lauwereyns, J. (2002). Semantic influences on feature-based attention due to overlap of neural circuits. *Cortex*, 38: 878-882

Lee, K.-M., & Kang, S.-Y. (2002). Arithmetic operation and working memory: Differential suppression in dual tasks. *Cognition*, 83: B63-B68.

LeFevre, J.-A., Bisanz, J., Daley, K.E., Buffone, L., Greenham, S.L., & Sadesky, G.S. (1996a). Multiple routes to solution of single-digit multiplication problems. *Journal of Experimental Psychology: General*, 125: 284-306.

LeFevre, J.-A., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory & Cognition*, 16: 45-53.

LeFevre, J.-A., & Kulak, A.G. (1994). Individual differences in the obligatory activation of addition facts. *Memory & Cognition*, 22: 188-200.

LeFevre, J.-A., & Morris, J. (1999). More on the relation between division and multiplication in simple arithmetic: Evidence for mediation of division solutions via multiplication. *Memory & Cognition*, 27: 803-812.

- LeFevre, J.-A., Sadesky, G.S., & Bisanz, J. (1996b). Selection of procedures in mental addition: Reassessing the problem size effect in adults. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 22: 216-230.
- Lemaire, P., Abdi, H., & Fayol, M. (1996). The role of working memory resources in simple cognitive arithmetic. *European Journal of Cognitive Psychology*, 8: 73-103.
- Lemaire, P., Barrett, S.E., Fayol, M., & Abdi, H. (1994). Automatic activation of addition and multiplication facts in elementary school children. *Journal of Experimental Child Psychology*, 57: 224-258.
- Logan, G.D. (1998). What is learned during automatization? II. Obligatory encoding of spatial location. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 24: 1720-1736.
- Logie, R.H., Gilhooly, K.J., & Wynn, V. (1994). Counting on working memory in mental arithmetic. *Memory & Cognition*, 22: 395-410.
- Longo, M.R., & Lourenco, S.F. (2007). Spatial attention and the mental number line: Evidence for characteristic biases and compression. *Neuropsychologia*, 45: 1400-1407.
- Lorch, R.F. Jr, & Myers, J.L. (1990). Regression analyses of repeated measures data in cognition research. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 16: 149-157.
- Mauro, D.G., LeFevre, J.-A., & Morris, J. (2003). Effects of problem format on division and multiplication performance: Division facts are mediated via multiplication-based representations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 29: 163-170.
- McCloskey, M. (1992). Cognitive mechanisms in numerical processing: Evidence from acquired dyscalculia. *Cognition*, 44: 107-157.
- McCloskey, M., Harley, W., & Sokol, S.M. (1991). Models of arithmetic facts retrieval: An evaluation in light of findings from normal and brain-damaged subjects. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 17: 377-397.
- Miller, K.F., Perlmutter, M., & Keating, D. (1984). Cognitive arithmetic: Comparison of operations. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 10: 46-60.
- Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215: 1519-1520.
- Müller, D., & Schwarz, W. (2007). Is there an internal association of numbers to hands? The task set influences the nature of the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 35: 1151-1161.
- Naveh-Benjamin, M. (1987). Coding of spatial location information: An automatic process? *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 13: 595-605.

Naveh-Benjamin, M. (1988). Recognition memory of spatial location information: Another failure to support automaticity. *Memory & Cognition*, 16: 437-445.

Noël, M., Désert, M., Aubrun, A., & Seron, X. (2001). Involvement of short-term memory in complex mental calculation. *Memory & Cognition*, 29: 34-42.

Nuerk, H.-C., Iversen, W., & Willmes, K. (2004). Notational modulation of the SNARC and the MARC (linguistic markedness of response codes) effect. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A: 835-863.

Nuerk, C., Wood, G., & Willmes, K. (2005). The universal SNARC effect: The association between number magnitude and space is amodal. *Experimental Psychology*, 52, 187-194.

Raaijmakers, J.G., & Shiffrin, R.M. (1981). Search of associative memory. *Psychological Review*, 88: 93-134.

Ratinckx, E., & Brysbaert, M. (2002). Interhemispheric Stroop-like interference in number comparison: Evidence for strong interhemispheric integration of semantic number information. *Neuropsychology*, 16: 217-229.

Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, 83: 274-278.

Reynvoet, B., & Brysbaert, M. (1999). Single-digit and two-digit Arabic numerals address the same semantic number line. *Cognition*, 72: 191-201.

Ristic, J., Wright, A., & Kingstone, A. (2006). The number line effect reflects top-down control. *Psychonomic Bulletin & Review*, 13: 862-868.

Rossetti, Y., Jacquin-Courtois, S., Rode, G., Ota, H., Michel, C., & Boisson, D. (2004). Does action make the link between number and space representation? Visuo-manual adaptation improves number bisection in unilateral neglect. *Psychological Science*, 15: 426-430.

Rusconi, E., Galfano, G., Speriani, V., & Umiltà, C. (2004). Capacity and contextual constraints on product activation: Evidence from task-irrelevant fact retrieval. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A: 1485-1511

Schwarz, W., & Keus, I.M. (2004). Moving the eyes along the mental number line: Comparing SNARC effects with saccadic and manual responses. *Perception & Psychophysics*, 66: 651-664.

Seron, X., Pesenti, Noël, M.-P., Del oche, G., & Cornet, J.A. (1992). Images of numbers, or “When 98 is upper left and 6 sky blue”. *Cognition*, 44: 159-196.

Shaki, S., & Petrusic, W.M. (2005). On the mental representation of negative numbers: Context-dependent SNARC effects with comparative judgments. *Psychonomic Bulletin & Review*, 12: 931-937.

- Siegler, R.S. (1987). The perils of averaging data over strategies: An example from children's addition. *Journal of Experimental Psychology: General*, 116: 250-264.
- Siegler, R.S. (1988). Strategy choice procedures and the development of multiplication skill. *Journal of Experimental Psychology: General*, 117: 258-275.
- Siegler, R.S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. Oxford: Oxford University Press.
- Siegler, R.S., & Crowley, K. (1994). Constraints on learning in non-privileged domains. *Cognitive Psychology*, 27: 194-226.
- Schmidt, R.A., & Lee T.D. (2005). *Motor control and learning: A behavioural emphasis*. 5<sup>th</sup> edition. Champaign, V: Human Kinetics.
- Strang, J.D., & Rourke, B.P. (1985). Arithmetic disabilities sub-types: The neuropsychological significance of specific arithmetic impairment in childhood. In B.P. Rourke (Ed.), *Neuropsychology of Learning Disabilities* (pp. 87-101), New York: Guilford Press.
- Thibodeau, M.H., LeFevre, J.-A., & Bisanz, J. (1996). The extension of the interference effect to multiplication. *Canadian Journal of Experimental Psychology*, 50: 393-396.
- Treisman, A., Viera, A., & Hayes, A. (1992). Automaticity and preattentive processing. *American Journal of Psychology*, 105: 341-362.
- Turatto, M., Angrilli, A., Mazza, V., Umiltà, C., & Driver, J. (2002). Looking without seeing the background change: Electrophysiological correlates of change detection versus change blindness. *Cognition*, 84: B1-B10.
- Vuilleumier, P., Ortigue, S., & Brugger, P. (2004). The number space and neglect. *Cortex*, 40, 399-410.
- Widaman, K.F., Geary, D.C., Cormier, P., & Little, T.D. (1989). A componential model for mental addition. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 15: 898-919.
- Widaman, K.F., & Little, T.D. (1992). The development of skills in mental arithmetic: An individual differences perspective. In J.I.D. Campbell (Ed.), *The nature and origin of mathematical skills* (pp. 189-253). Amsterdam: Elsevier.
- Widaman, K.F., Little, T.D., Geary, D.C., & Cormier, P. (1992). Individual differences in the development of skill in mental addition: Internal and external validation of chronometric models. *Learning & Individual Differences*, 4: 167-213.
- Willmes, K., & Iversen, W. (1995 April). *On the Internal Representation of Number Parity*. Paper presented at the Spring Annual Meeting of the British Neuropsychological Society, London.
- Wood, G., Nuerk, H.-C., & Willmes, K. (2006). Crossed hands and the SNARC effect: A failure to replicate Dehaene, Bossini and Giraux (1993). *Cortex*, 42: 1069-1079.

Zbrodoff, N.J., & Logan, G.D. (1986). On the autonomy of mental processes: A case study of arithmetic. *Journal of Experimental Psychology: General*, 115: 118-131.

Zbrodoff, N.J., & Logan, G.D. (2005). What everyone finds: The problem-size effect. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 331-346). New York: Psychology Press.

Zebian, S. (2005). Linkages between number concepts, spatial thinking, and directionality of writing: The SNARC effect and the reverse SNARC effect in English and Arabic monoliterates, biliterates and illiterate Arabic speakers. *Journal of Cognition & Culture*, 5: 165-191.

Zimmer, K. (1964). Affixed negation in English and other languages: An investigation of restricted productivity. *Word*, 20: 2 (Monograph No. 5).

Zorzi, M., Priftis, K., Meneghello, F., Marenzi, R., Umiltà, C. (2006). The spatial representation of numerical and non-numerical sequences: Evidence from neglect. *Neuropsychologia*, 44: 1061-1067.

Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, 417: 138-139.

# CAPITOLO V

## CONCLUSIONI

L'obiettivo generale del presente progetto di ricerca era di studiare le componenti spaziali della rappresentazione cognitiva delle grandezze numeriche. Per rispondere al quesito di ricerca venivano condotti 4 esperimenti su un campione totale di 257 studenti universitari. Nell'esperimento 1A si replicavano gli studi sull'effetto SNARC in orizzontale e in verticale attraverso un compito esplicito (confronto di grandezza) ed uno implicito (giudizio di parità). Nell'esperimento 1B si indagava la rappresentazione dei numeri negativi in orizzontale e per la prima volta in verticale attraverso un compito di confronto di grandezza ed uno di giudizio di parità, rendendo così possibile un confronto tra i risultati dell'esperimento 1A e 1B. Nell'esperimento 1C invece si utilizzava una procedura sperimentale simile a quella dell'esperimento 1A con l'introduzione per la prima volta di un disegno *between-subjects*. Normalmente infatti per studiare la relazione tra numero e spazio veniva usato un disegno *within-subjects*. L'introduzione del disegno *between-subjects* permetteva di verificare se la relazione tra numero e spazio fosse relativa alla mano di risposta oppure astratta. Nell'esperimento 2A un compito di bisezione di linee fisiche e di stringhe numeriche composte da una sequenza di numeri 2 o 9 permetteva di indagare la relazione tra numero e spazio in orizzontale e in verticale. Partendo dai risultati dell'esperimento 2A, l'esperimento 2B verificava l'esistenza di una mappa numerica attraverso un compito di bisezione di linee fisiche in quattro orientamenti spaziali (orizzontale, verticale, diagonale destra e diagonale sinistra) delimitate da quattro coppie numeriche (1-1, 7-7, 1-7 e 7-1). Gli stessi stimoli utilizzati nell'esperimento 2B venivano impiegati nell'esperimento 3, svolto al computer, nel quale si chiedeva ai partecipanti di eseguire un compito di *pointing* (verso il numero più grande, il punto medio della linea e il numero più piccolo); in questo modo risultava possibile analizzare se le rappresentazioni spaziali del numero avessero un effetto sulle componenti temporali (tempi di reazione e di esecuzione del movimento) oltre che su quelle spaziali. Infine, l'esperimento 4 cercava di capire l'effetto della rappresentazione numerica nei suoi orientamenti spaziali sulla capacità di accedere e recuperare i fatti aritmetici attraverso un compito esplicito (verifica di addizioni) ed uno implicito (*matching* numerico).

Le conclusioni si focalizzavano su due risultati importanti: il primo riguardava la rappresentazione orizzontale e verticale dei numeri; il secondo riguardava un effetto del contesto sulle rappresentazioni dei numeri.

### **5.1. Rappresentazione Orizzontale e Verticale dei Numeri**

Dagli studi di Galton (1880a 1880b) ad oggi, i dati sembravano confermare l'esistenza di una linea numerica mentale (Dehaene, 1992; Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993; Moyer & Landauer, 1967; Restle, 1970). L'effetto distanza (Banks, Fujii, & Kayra-Stuart, 1976; Buckley & Gilman, 1974; Crossman, 1955; Dehaene, Dupoux, & Mehler, 1990; Moyer & Landauer, 1967; Parkman, 1971; Pinel, Piazza, Le Bihan, & Dehaene, 2004; Restle, 1970; Sekuler & Mierkiewicz, 1977) e l'effetto grandezza (Cohen Kadosh & Henik, 2006; Cohen Kadosh, Henik, Rubinsten, Mohr, Dori, Van de Ven, et al., 2005; Fulbright, Manson, Skudlarski, Lacadie, & Gore, 2003; Holyoak, 1977; Kaufmann, Koppelstaetter, Delazer, Siedentopf, Rhomberg, Golaszewski, et al., 2005; Kosslyn, Murphy, Bemesderfer, & Feinstein, 1977; Moyer, 1973; Tang, Critchley, Glaser, Dolan, & Butterworth, 2006) indicavano l'esistenza e l'utilizzo di una rappresentazione dei numeri lungo una linea mentale. La natura spaziale della linea numerica emergeva dalla scoperta dell'effetto SNARC (Dehaene et al., 1993). L'effetto SNARC rifletteva un'associazione tra numeri piccoli (es. 1 o 2) e lo spazio di sinistra e un'associazione tra numeri grandi (es. 8 o 9) e lo spazio di destra. Questo effetto permetteva di indicare che i numeri fossero rappresentati da sinistra verso destra orizzontalmente. L'effetto SNARC veniva replicato con materiale e procedure sperimentali diversi (Andres, Davare, Pesenti, Olivier, & Seron, 2004; Bächtold, Baumüller, & Brugger, 1998; Fias, Brysbaert, Geypens, & d'Ydewalle, 1996; Fias & Fischer, 2005; Fischer, 2003a; Fischer & Rottmann, 2005; Fischer, Warlop, Hill, & Fias, 2004; Gevers, Lammertyn, Notebaert, Verguts, & Fias, 2006; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004; Shaki & Petrusic, 2005; Zebian, 2005). Recentemente l'effetto SNARC veniva trovato anche lungo un orientamento verticale con i numeri disposti dal basso verso l'alto (Gevers et al., 2006; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004).

L'esperimento 1 cercava di replicare le principali caratteristiche dell'effetto SNARC in tre studi diversi in cui venivano somministrati i compiti di confronto di grandezza e di giudizio di parità. I risultati dell'esperimento 1A individuavano un effetto SNARC in orizzontale e in verticale presentando numeri arabi a cifra singola compresi nell'intervallo 1-9 ad esclusione del numero 5. In particolare in un compito di giudizio di parità veniva trovata significativa l'interazione Mano x Grandezza numerica in entrambi gli orientamenti spaziali. Questi risultati dimostravano da una parte due rappresentazioni dei numeri da sinistra verso destra e dal basso verso l'alto e dall'altra



parte l'attivazione automatica della linea numerica in orizzontale e in verticale in un compito (giudicare un numero come pari o dispari) in cui l'informazione di grandezza numerica era irrilevante per il compito (Dehaene et al., 1993; Fias et al., 1996; Gevers et al., 2006; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004). Allo stesso modo nell'esperimento 1A, veniva trovata una interazione significativa tra Mano e Grandezza numerica anche nel compito di confronto di grandezza in orizzontale e in verticale, confermando un effetto SNARC in entrambi gli orientamenti. Questo risultato poteva essere atteso dal momento che ai soggetti veniva chiesto di processare l'informazione di grandezza e quindi di accedere alla loro rappresentazione interna dei numeri (Dehaene et al., 1990). In parallelo all'effetto SNARC veniva mostrato un effetto distanza in orizzontale e in verticale dimostrando che i soggetti accedevano alla loro rappresentazione semantica dei numeri, giudicando così un numero come maggiore o minore di 5. Questi dati insieme dimostravano l'attivazione di una linea numerica orizzontale e verticale in un compito esplicito ed in un compito implicito.

I nostri dati tuttavia parzialmente confermano quelli riportati in letteratura. Infatti Ito e Hatta (2004) individuavano un effetto SNARC in orizzontale e in verticale solamente nel compito implicito di giudizio di parità mentre tale effetto era nullo nel compito esplicito di giudizio di grandezza. Attraverso l'analisi della regressione per misure ripetute (Lorch & Myers, 1990) invece non dimostravamo differenze nei coefficienti di regressione per le due rette dei compiti. In altre parole i nostri dati sembravano indicare che l'attivazione automatica della linea numerica in orizzontale e in verticale avesse la stessa forza sia in un compito implicito che in uno esplicito. Come suggerivano Dehaene e Akhavein (1995), la rappresentazione della grandezza del numero giocava un ruolo centrale nel processamento del numero e veniva attivata indipendentemente dal fatto che il compito richiedesse o meno un accesso semantico.

Inoltre nell'esperimento 1A veniva trovato anche l'effetto MARC: le risposte erano facilitate se i codici degli stimoli e delle risposte avevano la stessa (congruente) marcatura linguistica (pari-destra *versus* dispari-sinistra) mentre le condizioni incongruenti (pari-sinistra *versus* dispari-pari) determinavano interferenza. In altre parole quando i soggetti dovevano rispondere "stesso" (parità) ad un numero pari, essi dovevano rispondere con una risposta non marcata (stesso) ad un attributo non marcato dello stimolo (pari). Stimoli e risposte quindi erano congruenti rispetto alla marcatura linguistica. Se i soggetti invece dovevano rispondere con la risposta non marcata (stesso) a un attributo marcato dello stimolo (dispari), allora stimolo e risposta erano in una condizione incongruente rispetto alla marcatura linguistica. I nostri dati sembravano confermare questa ipotesi con un'associazione tra gli attributi marcati degli stimoli e il lato della risposta. Nello specifico però l'effetto MARC con i numeri arabi compariva chiaramente nella condizione orizzontale del compito

di parità sia per gli RT che per il numero di errori. Tale risultato differiva dai recenti risultati che sottolineavano la maggiore presenza dell'effetto MARC presentando i numeri in formato verbale-scritto rispetto ai numeri arabi (Nuerk, Iversen, & Willmes, 2004). In verticale l'effetto MARC invece compariva solamente per il livello di accuratezza. Tale dissociazione tra effetto MARC in orizzontale e in verticale potrebbe essere spiegato facendo riferimento al fatto che la nostra cultura occidentale tende ad ordinare gli elementi di una sequenza da sinistra verso destra (Gevers, Reynvoet, & Fias, 2003) in orizzontale. In modo più semplice noi abbiamo maggior esperienza ad ordinare gli elementi in orizzontale rispetto all'orientamento verticale. L'effetto MARC potrebbe dunque indicare una più forte rappresentazione dei numeri in orizzontale rispetto a quella in verticale.

L'attivazione automatica della linea numerica mentale in orizzontale veniva ulteriormente confermata nell'esperimento 1B, nel quale venivano presentati i numeri negativi. I partecipanti nel compito di parità e di giudizio di grandezza dimostravano un effetto SNARC rovesciato. In altre parole la rappresentazione dei numeri negativi in orizzontale era simile alla rappresentazione dei numeri positivi, sottolineando il processamento dell'informazione della grandezza numerica in valore assoluto (Fischer & Rottmann, 2005; Nuerk et al., 2004; Shaki & Petrusic, 2005). La scoperta di un effetto SNARC rovesciato in orizzontale in un compito di parità si distanziava dai dati presenti in letteratura nei quali la rappresentazione delle grandezze negative veniva attivata in un compito esplicito. I nostri dati confermavano comunque le evidenze di un effetto SNARC rovesciato dei numeri negativi in orizzontale in una condizione in cui venivano presentati solamente numeri negativi (da -1 a -9). Tutti insieme questi dati riflettevano l'ipotesi filogenetica della rappresentazione dei numeri, in particolare di quelli negativi (Fischer, 2003b). Era interessante notare la presenza dell'effetto SNARC rovesciato con i numeri negativi in verticale solamente in un compito di giudizio di grandezza. Per la prima volta veniva indagata la rappresentazione dei numeri negativi in verticale ipotizzando un orientamento dall'alto verso il basso delle grandezze tenendo in considerazione il loro valore relativo (es.  $-1 > -9$ ). Questa ipotesi veniva avanzata in base ad una maggiore esperienza dei numeri negativi in verticale rispetto all'orientamento orizzontale. In altre parole oltre alla rappresentazione dei numeri negativi lungo gli assi cartesiani, infatti esistono altri esempi in natura di una rappresentazione negativi in verticale (es. il piano terra di un edificio è generalmente indicato come -1 oppure il valore della temperatura esterna). I risultati dell'esperimento 1B in verticale mostravano un effetto SNARC rovesciato solamente nel compito di confronto di grandezza. Da una parte i dati dimostravano la necessità di un compito esplicito di accesso semantico per attivare una rappresentazione dei numeri negativi che non sono quotidianamente esperiti rispetto ai numeri positivi mentre dall'altra parte questi dati indicavano

una differenza della forza dell'attivazione tra le rappresentazioni orizzontali e verticali dei numeri. Dal momento che i numeri negativi venivano rappresentati allo stesso modo dei numeri positivi, la rappresentazione orizzontale dei numeri poteva essere indicata come una modalità più forte di raffigurare i numeri rispetto a quella verticale.

Dehaene e colleghi (1993, Esperimento 6) dimostravano che l'effetto SNARC operava ad un livello astratto della rappresentazione dei lati di risposta sinistra e destra, così che le localizzazioni di risposta lateralizzate dovevano essere una condizione necessaria per l'effetto SNARC. Wood, Nuerk e Willmes (2006) mostravano un effetto SNARC nullo in una condizione in cui ai soggetti veniva chiesto di rispondere con le mani incrociate. Gli autori suggerivano che il contesto spaziale avesse un'influenza sull'effetto SNARC e che le associazioni legate alla mano di risposta fossero rilevanti per l'effetto SNARC. In un lavoro recente veniva trovato che entrambe le rappresentazioni dei numeri associate all'effettore (mano) e allo spazio potevano influenzare e modificare l'effetto SNARC (Müller & Schwarz, 2007). Nell'esperimento 1C i risultati mettevano in luce un effetto del contesto sulla rappresentazione dei numeri in entrambi gli orientamenti. In un disegno *between-subjects* indipendentemente dall'associazione tra istruzione e mano di risposta venivano trovati i classici effetti della linea numerica mentale: gli effetti di grandezza, distanza e congruenza. Dall'altra parte non venivano trovate differenze significative tra le associazioni congruenti e quelle incongruenti, indicando un simile processamento dal punto di vista cronometrico. Le due associazioni generavano differenze a livello dell'accuratezza, indicando che la situazione congruente determinava un numero inferiore di errori rispetto a quella incongruente. Il dato rilevante rifletteva una differente flessibilità delle condizioni congruenti ed incongruenti nei due diversi orientamenti spaziali (Bächtold et al., 1998). In altre parole la flessibilità dell'assegnazione congruente tra mano di risposta e numeri era maggiormente visibile in verticale con una performance simile sia rappresentando i numeri dal basso verso l'alto sia dall'alto verso il basso (Müller & Schwarz, 2007). Poteva dunque essere ipotizzata una duplice rappresentazione dei numeri in verticale: dal basso verso l'alto (es. i piani di un edificio o l'asse y nel sistema cartesiano) e dall'alto verso il basso (es. una classifica o i numeri del cellulare). Entrambe le rappresentazioni sembravano dipendere dalle richieste del compito consentendo di accedere in modo simile al significato dei numeri in verticale.

La doppia rappresentazione dei numeri in verticale veniva messo in luce dai risultati dell'esperimento 2A. In un compito di bisezione di stringhe numeriche (Calabria & Rossetti, 2005; Fischer, 2001) composte da numeri piccoli (2) e da numeri grandi (9) in verticale i soggetti commettevano errori spaziali verso l'alto con le stringhe del 2 e verso il basso con le stringhe del 9, riflettendo un orientamento dei numeri dall'alto verso il basso. Nell'esperimento 2B in un compito

di bisezione di linee delimitate da numeri (de Hevia, Girelli, Bricolo, & Vallar, 2008; de Hevia, Girelli, & Vallar, 2006; Fischer, 2001) in verticale la situazione (incongruente) 1-7 generava un maggior bias verso il basso mentre la situazione (congruente) 7-1 generava un maggior bias verso l'alto. All'opposto in orizzontale la condizione congruente 1-7 determinava più grandi errori spaziali verso destra rispetto alla condizione incongruente 7-1. Lo steso pattern degli errori spaziali venivano confermati nell'esperimento 3. In generale il processamento dei numeri irrilevanti per il compito influenzava la performance spaziale, sottolineando la natura spaziale della rappresentazione delle grandezze numeriche (Calabria & Rossetti, 2005; Cappelletti, Freeman, & Cipolotti, 2007; de Hevia et al., 2006, 2008; Fischer, 2001; Longo & Laurenci, 2007; Zorzi, Priftis, & Umiltà, 2002). Inoltre poteva essere ipotizzata l'idea di due meccanismi indipendenti di rappresentazioni di grandezza in orizzontale e in verticale che venivano attivate in base alle richieste dei compiti. Questa rappresentazione bi-dimensionale sembrava essere una forma migliore di raffigurare i numeri rispetto ad una unica linea numerica. Con un'immagine la rappresentazione bi-dimensionale poteva richiamare la raffigurazione dei numeri lungo gli assi  $x$  e  $y$  del sistema cartesiano. Tuttavia la rappresentazione orizzontale e quella verticale dei numeri avevano una diversa forza di attivazione: automatica in orizzontale probabilmente riflettendo l'influenza di organizzare gli elementi (es. lettere dell'alfabeto) da sinistra verso destra (Gevers et al., 2003); dipendente dalle richieste del compito (esplicito) in verticale probabilmente riflettendo una maggiore flessibilità della rappresentazione.

Nell'esperimento 4 infine veniva studiato il ruolo delle componenti visuo-spaziali della rappresentazione dei numeri sull'accesso e il recupero dei fatti aritmetici (LeFevre, Bisanz, & Mrkonjic, 1988) in un compito implicito (*matching*) e in uno esplicito (verifica di addizioni). Nel complesso la performance dei partecipanti rispecchiava i risultati dell'esperimento 1. Infatti nel compito implicito l'effetto interferenza del nodo-somma nella rete associativa dei fatti aritmetici (Ashcraft, 1992, 1995) emergeva solamente per la condizione orizzontale. Nel compito esplicito invece l'accesso e il recupero dei fatti aritmetici per le addizioni a cifra singola erano gli stessi per entrambi gli orientamenti spaziali, sebbene in verticale i partecipanti fossero tendenzialmente più lenti e meno accurati rispetto alla condizione orizzontale. La manipolazione visuo-spaziale dei numeri sembrava influenzare la performance per i fatti aritmetici. I risultati indicavano che le semplici addizioni sembrassero immagazzinate in memoria in maniera preferenziale lungo l'orientamento orizzontale (Butterworth, Zorzi, Girelli, & Jonckheere, 2001; Rusconi, Galfano, Speriani, & Umiltà, 2004) rispetto a quello verticale. L'automatizzazione di questa traccia mnestica potrebbe spiegare la mancanza di un effetto interferenza in verticale in confronto alla presenza dell'effetto in orizzontale. Nonostante ciò l'esecuzione dei problemi in colonna delle addizioni

sembrerebbe essere una procedura più comune per le addizioni a cifra multipla, spiegando la somiglianza della performance nel compito di verifica delle addizioni in entrambi gli orientamenti.

Nell'esperimento 3 comunque le linee orizzontali generavano un costo della congruenza nei RT e nei MT nel compito di bisezione e in quello in cui il soggetto dovevano indicare il numero più piccolo. Fischer (2003a) misurava il tempo necessario ai partecipanti per muovere il dito dal centro di un *touch-screen* a sinistra o a destra per giudicare la parità di numeri piccoli (es. 1 o 2) o grandi (es. 8 o 9). L'autore mostrava che i tempi del movimento (MT: tempo tra il rilascio del dito indice dei partecipanti dalla posizione di partenza e il tocco dell'indice sulla posizione del target) erano più bassi per i movimenti diretti a sinistra in risposta ai numeri piccoli ed erano più bassi per i movimenti diretti a destra in risposta ai numeri grandi. In un simile compito di *pointing*, Ishihara e colleghi (2006) trovavano recentemente che il tempo di pianificazione del movimento (RT) era contaminato dalla congruenza tra la posizione spaziale del numero target e la sua grandezza (Ishihara, Jacquin-Courtois, Flory, Salemme, Imanaka, & Rossetti, 2006). I movimenti di indicazione mostravano anche bias sistematici associati al numero (Calabria & Rossetti, 2005; de Hevia et al., 2006, 2008; Fischer, 2001), in compiti di bisezione presentando sia stringhe numeriche sia linee delimitate dai numeri. Risultati simili venivano trovati anche con i pazienti affetti da neglect (Zorzi et al., 2002). L'effetto SNARC poteva emergere ad uno stadio di processamento iniziale per la congruenza tra il lato di presentazione del numero e la sua rappresentazione sulla linea numerica mentale indipendentemente dagli effettori di risposta. In modo alternativo, l'effetto SNARC poteva emergere ad uno stadio successivo legato alla risposta per la congruenza tra la rappresentazione del numero sulla linea numerica mentale e il lato di risposta indipendentemente dal lato di presentazione. I dati dimostravano chiaramente che l'effetto SNARC emergeva ad uno stadio legato alla risposta senza contributi sostanziali dagli stadi di processamento iniziali (Keus & Schwarz, 2005). I dati dell'esperimento 3 mostravano nei MT un beneficio della congruenza emergente in fasi successive durante l'esecuzione del movimento nel compito in cui i partecipanti indicavano il numero più grande. I costi della congruenza nel compito per il numero più piccolo persistevano attraverso l'esecuzione del movimento mentre erano ridotti in modo temporaneo nel compito di bisezione. Questi effetti rovesciati della congruenza suggeriva che il compito per il piccolo era in qualche modo in conflitto con il comportamento spaziale normale. Questa ultima evidenza mostrava che il comportamento spaziale era diretto in modo preferenziale verso le grandezze più grandi e che le azioni dirette verso le grandezze più piccole avevano uno svantaggio. Questo risultato sorprendente poteva essere spiegato da meccanismi evolutivi, come una preferenza ad apprendere le più grandi quantità di cibo rispetto alle piccole quantità. Infatti gli animali al pari dei bambini piccoli dimostravano di possedere abilità numeriche (Berch, Foley, Hill, & Ryan, 1999;

Brannon, 2006; Brannon & Terrace, 1998; Cantlon & Brannon, 2006; Dehaene, 1997; Dehaene, Dehaene-Lambertz, & Cohen, 1998; Gallistel & Gelman, 1992, 2000). Gli studi sugli animali dimostravano la presenza di un sistema approssimativo e pre-verbale di stima delle grandezze numeriche. I risultati nel loro insieme potevano confermare la presenza di un senso del numero ereditato dal punto di vista evolutivo (Dehaene, 1997). Inoltre i nostri risultati confermavano il modello del triplo codice di Dehaene (1992; Dehaene & Cohen, 1995). Il modello del triplo codice proponeva che tre sistemi distinti di rappresentazione dovevano essere attivati in base al compito: un sistema della quantità (rappresentazione semantica non verbale delle relazioni di grandezza e distanza tra numeri), un sistema verbale (i numeri erano rappresentati in maniera lessicale, fonologica e sintattica) e un sistema visivo (numeri potevano essere codificati come stringhe di numeri arabi). I risultati dell'esperimento 1 dimostravano l'esistenza della linea numerica mentale come rappresentazione semantica delle grandezze. I risultati dell'esperimento 2 e 3 dimostravano l'influenza del processamento numerico sulla performance spaziale e motoria. Infine i risultati dell'esperimento 4 in maniera indiretta dimostravano l'influenza delle manipolazioni visuo-spaziali sul recupero dei fatti aritmetici. I risultati del progetto di ricerca sembravano nel loro complesso contribuire al modello del triplo codice di Dehaene (1992; Dehaene & Cohen, 1995). Infine gli studi di neuro-immagine dimostravano un'attivazione del lobo parietale durante compiti numerici (Dehaene, Piazza, Pinel, & Cohen, 2005). Walsh (2003) aveva introdotto il modello ATOM (*A Theory Of Magnitude*), che proponeva un sistema di rappresentazioni di grandezza generalizzate. Il punto di forza del modello ATOM considerava il lobo parietale la sede per il processamento del numero, dello spazio e del tempo.

## **5.2. Effetto del Contesto**

Dehaene et al. (1993) avanzavano l'ipotesi che l'effetto SNARC potesse riflettere l'influenza della direzione da sinistra verso destra di lettura e di scrittura tipici della cultura occidentale. Nel loro esperimento 7 infatti gli autori trovavano un effetto SNARC rovesciato nei soggetti iraniani con una direzione di lettura e di scrittura da destra verso sinistra rispetto ai soggetti francesi. Zebian (2005) trovava che soggetti arabi processavano più facilmente due numeri quando il numero più grande era posizionato a sinistra dei numeri più piccoli, rispetto a quando il numero più grande era posizionato a destra del numero più piccolo. Questo effetto diminuiva per un gruppo di individui bilingue arabo-inglese (Zebian, 2005). Infine, non emergeva alcun tipo di effetto SNARC in soggetti analfabeti (Zebian, 2005). Questa ipotesi degli effetti culturali di lettura e scrittura non veniva applicata per spiegare l'effetto SNARC in verticale. Infatti Ito e Hatta (2004) in soggetti

giapponesi non trovano un orientamento dei numeri dall'alto verso il basso (scrittura giapponese), bensì dal basso verso l'alto. Per spiegare i risultati gli autori recuperavano un'esperienza comune: quando si aggiungeva l'acqua in un bicchiere il livello dell'acqua saliva; quando si toglieva l'acqua da un bicchiere il livello dell'acqua diminuiva (Lakoff, 1987).

Da una parte i nostri dati confermavano l'ipotesi della direzione da sinistra verso destra di lettura e scrittura. Tutti i nostri soggetti (italiani e scozzesi) scrivevano e leggevano da sinistra verso destra e l'effetto SNARC in orizzontale nell'esperimento 1 rifletteva una linea numerica mentale da sinistra verso destra. Il dato più importante era che negli esperimenti 2 e 3 la linea numerica mentale in orizzontale determinava sistematici errori di bisezione e di *pointing* verso il numero più grande (a destra) nelle condizioni congruenti. Questo dato mostrava una certa rigidità a rappresentare in orizzontale i numeri. Dall'altra parte negli esperimenti 1, 2 e 3 in verticale i nostri dati mostravano una duplice rappresentazione dei numeri: dal basso verso l'alto (Gevers et al., 2006; Ito & Hatta, 2004; Schwarz & Keus, 2004) e dall'alto verso il basso. La maggior flessibilità della linea numerica in verticale poteva essere spiegata alla presenza nell'ambiente di esempi di ordinare i numeri in entrambe le direzioni (es. i piani di un edificio o i numeri della tastiera di un cellulare). La duplice rappresentazione comunque poneva una superiorità della rappresentazione dei numeri dal basso verso l'alto rispetto a quella dall'alto verso il basso. Nell'esperimento 1C il primo tipo di rappresentazione determinava una performance in generale migliore rispetto al secondo tipo, sebbene il confronto non risultasse significativo. Nell'esperimento 2B e 3 la canonica (dal basso verso l'alto) rappresentazione verticale generava in valore assoluto un bias maggiore rispetto ad una rappresentazione meno canonica (dall'alto verso il basso). La rappresentazione dei numeri in verticale poteva però riflettere anche la nostra capacità a leggere e a scrivere una pagina dall'alto verso il basso. Tenendo in considerazione questa possibile interpretazione dei risultati, nelle diagonali sinistre la condizione incongruente determinava errori verso la parte inferiore destra dello spazio (esperimento 2B). La presentazione del numero 7 nella parte superiore sinistra e il numero 1 nella parte inferiore destra dello spazio induceva un errore spaziale rilevante. Inoltre la condizione congruente lungo la diagonale sinistra determinava un bias verso la parte sinistra-bassa dello spazio confermando la mancanza dell'effetto SNARC lungo la diagonale negativa (Gevers et al., 2006). Questi risultati sembravano escludere un ruolo della nostra abilità a leggere una pagina dalla parte superiore sinistra fino alla parte inferiore destra. Inoltre Gevers et al. (2006) trovavano un significativo effetto SNARC lungo la diagonale destra con i numeri piccoli rappresentati nello spazio inferiore sinistro e con i numeri grandi nello spazio superiore destro. Negli esperimenti 2B e 3 invece il processamento dei numeri in una condizione congruente ed incongruente non influenzava in modo significativo la performance dei soggetti. I risultati ad entrambe le diagonali

dunque mettevano in crisi l'idea che l'abilità di lettura da sinistra a destra e dall'alto verso il basso avesse un'influenza sull'effetto SNARC.

Il contesto spaziale della rappresentazione dei numeri comunque influenzava la performance dei soggetti in tutti gli esperimenti, rafforzando la relazione tra rappresentazioni dei numeri e dello spazio. L'effetto SNARC (Dehaene et al., 1993) dimostrava un effetto della congruenza spaziale dei numeri allo stesso modo dell'effetto Simon (Simon, 1969). C'era però un'importante differenza tra l'effetto SNARC e l'effetto Simon: mentre l'effetto Simon orizzontale diminuiva all'aumentare dei RT, l'effetto SNARC aumentava all'aumentare dei RT (Gevers, Caessens, & Fias, 2005; Mapelli, Rusconi, & Umiltà, 2003). Queste conclusioni indicavano rappresentazioni distintive tra gli effetti. Nonostante ciò, Notebaert e colleghi (2006) trovavano una condivisione della rappresentazione spaziale per l'informazione spaziale esplicita (posizione) e per quella implicita (numeri) (Notebaert, Gevers, Verguts, & Fias, 2006). Inoltre veniva trovato che orizzontalmente l'effetto Simon decadeva nel tempo mentre in verticale l'effetto non decadeva nel tempo (Vallesi, Mapelli, Schiff, Amodio, & Umiltà, 2005). Gli autori concludevano che l'effetto Simon in orizzontale veniva spiegato dall'attivazione automatica della risposta nello stesso lato spaziale del target. L'effetto Simon verticale non era associato allo stimolo ma alla risposta (Vallesi et al., 2005). Queste interpretazioni potevano essere considerate valide anche per la differenza tra effetto SNARC orizzontale e quello verticale, messa in mostra dai nostri dati. I risultati comportamentali potevano suggerire meccanismi differenti sottostanti all'effetto SNARC orizzontale e verticale, attivati in maniera diversa a seconda delle richieste dei compiti.

In conclusione i dati del presente progetto sembravano indicare un ruolo fondamentale dell'abitudine di ordinare gli elementi da sinistra verso destra lungo la dimensione orizzontale (Gevers et al., 2003). La rappresentazione dei numeri in verticale si dimostrava più flessibile, riflettendo molto probabilmente l'esistenza di esempi opposti di ordinare i numeri. Gli studi futuri dovrebbero comunque andare a studiare la modulazione del processamento dei numeri in orizzontale e in verticale presentando le parole numero. In questo modo sarebbe possibile approfondire nel dettaglio il ruolo della nostra abilità di lettura nella rappresentazione dei numeri in diversi orientamenti spaziali.



## **Bibliografia: Capitolo V**

- Andres, M., Davare, M., Pesenti, M., Olivier, E., & Seron, X. (2004). Number magnitude and grip aperture interaction. *NeuroReport*, 15: 2773-2777.
- Ashcraft, M.H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44: 75-106.
- Ashcraft, M.H. (1995). Cognitive psychology and simple arithmetic: A review and summary of new directions. *Mathematical Cognition*, 1: 3-34.
- Bächtold, D., Baumüller, M., & Brugger, P. (1998). Stimulus-response compatibility in representational space. *Neuropsychologia*, 36: 731-735.
- Banks, W.P., Fujii, M., & Kayra-Stuart, F. (1976). Semantic congruity effects in comparative judgments of magnitudes of digits. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 2: 435-447.
- Berch, D.B., Foley, E.J., Hill, R.J., & Ryan, P.M. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. *Journal of Experimental Child Psychology*, 74: 286-308.
- Brannon, E.M. (2006). The representation of numerical magnitude. *Current Opinion in Neurobiology*, 16: 222-229.
- Brannon, E.M., & Terrace, H.S. (1998). Ordering of the numerosities 1 to 9 by monkeys. *Science*, 282: 746-749.
- Buckley, P.B., & Gilman, C.B. (1974). Comparison of digits and dot patterns. *Journal of Experimental Psychology*, 103: 1131-1136.
- Butterworth, B., Zorzi, M., Girelli, L., & Jonckheere, A.R. (2001). Storage and retrieval of addition facts: The role of number comparison. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 54A: 1005-1029.
- Calabria, M., & Rossetti, Y. (2005). Interference between number processing and line bisection: a methodology. *Neuropsychologia*, 43: 779-783.
- Cantlon, J.F., & Brannon, E.M. (2006). Shared system for ordering small and large numbers in monkeys and humans. *Psychological Science*, 17: 401-406.
- Cappelletti, M., Freeman, E.D., & Cipolotti, L. (2007). The middle house or the middle floor: Bisecting horizontal and vertical mental number lines in neglect. *Neuropsychologia*, 45: 2989-3000.
- Cohen Kadosh, R., & Henik, A. (2006). A common representation for semantic and physical properties: a cognitive-anatomical approach. *Experimental Psychology*, 53: 87-94.

Cohen Kadosh, R., Henik, A., Rubinsten, O., Mohr, H., Dori, H., Van de Ven, V., Zorzi, M., Hendler, T., Goebel, R., & Linden, D.E.J. (2005). Are numbers special? The comparison systems of the human brain investigated by fMRI. *Neuropsychologia*, 43: 1238-1248.

Crossman, E.R.F.W. (1955). The measurement of discriminability. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 7: 176-195.

Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, 44: 1-42.

Dehaene, S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.

Dehaene, S., & Akhavein, R. (1995). Attention, automaticity and levels of representation in number processing. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 21: 314-326.

Dehaene, S., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The mental representation of parity and numerical magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, 122: 371-396.

Dehaene, S., & Cohen, L. (1995). Towards an anatomical and functional model of number processing. *Mathematical Cognition*, 1: 83-120.

Dehaene, S., Dehaene-Lambertz, G., & Cohen, L. (1998). Abstract representations of numbers in the animal and human brain. *Trends in Neuroscience*, 21: 355-361.

Dehaene, S., Dupoux, E., & Mehler, J. (1990). Is numerical comparison digital? Analogical and symbolic effects in two-digit number comparison. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 16: 626-641.

Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2005). Three parietal circuits for number processing. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 433-455), New York: Psychology Press.

de Hevia, M.D., Girelli, L., Bricolo, E., & Vallar, G. (2008). The representational space of numerical magnitude: Illusion of length. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, in press.

de Hevia, M.D., Girelli L., & Vallar, G. (2006). Numbers and space: a cognitive illusion? *Experimental Brain Research*, 168: 254-264.

Fias, W., Brysbaert, M., Geypens, F., & d'Ydewalle, G. (1996). The importance of magnitude information in numerical processing: Evidence from the SNARC effect. *Mathematical Cognition*, 2: 95-110.

Fias, W., & Fischer, M.H. (2005). Spatial representation of numbers. In J.I.D. Campbell (Ed.), *Handbook of mathematical cognition* (pp. 43-54). New York: Psychology Press.

- Fischer, M.H. (2001). Number processing induces spatial performance biases. *Neurology*, 57: 822-826.
- Fischer, M.H. (2003a). Cognitive representation of negative numbers. *Psychological Science*, 14: 278-282.
- Fischer, M.H. (2003b). Spatial representations in number processing: Evidence from a pointing task. *Visual Cognition*, 10: 493-508.
- Fischer, M.H., & Rottmann, J. (2005). Do negative numbers have a place on the mental number line? *Psychology Science*, 47: 22-32.
- Fischer, M.H., Warlop, N., Hill, R.L., & Fias, W. (2004). Oculomotor bias induced by number perception. *Experimental Psychology*, 51: 91-97.
- Fulbright, R.K., Manson, S.C., Skudlarski, P., Lacadie, C.M., & Gore, J.C. (2003). Quantity determination and the distance effect with letters, numbers, and shape: a functional MR imaging study of number processing. *American Journal of Neuroradiology*, 23: 193-200.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (1992). Preverbal and verbal counting and computation. *Cognition*, 44: 43-74.
- Gallistel, C.R., & Gelman, R. (2000). Non-verbal numerical cognition: from reals to integers. *Trends in Cognitive Sciences*, 4: 59-65.
- Galton, F. (1880a). Visualised numerals. *Nature*, 21: 252-256.
- Galton, F. (1880b). Visualised numerals. *Nature*, 21: 494-495.
- Gevers, W., Caessens, B., & Fias, W. (2005). Towards a common processing architecture underlying Simon and SNARC effects. *European Journal of Cognitive Psychology*, 17: 659-673.
- Gevers, W., Lammertyn, J., Notebaert, W., Verguts, T., & Fias, W. (2006). Automatic response activation of implicit spatial information: Evidence from the SNARC effect. *Acta Psychologica*, 122: 221-233.
- Gevers, W., Reynvoet, B., & Fias, W. (2003). The mental representation of ordinal sequences is spatially organized. *Cognition*, 87: B87-B95.
- Holyoak, K.J. (1977). The form of analog size information in memory. *Cognitive Psychology*, 9: 31-51.
- Ishihara, M., Jacquin-Curtois, S., Flory, V., Salemme, R., Imanaka, K., & Rossetti, Y. (2006). Interaction between space and number representations during motor preparation in manual aiming. *Neuropsychologia*, 44: 1009-1016.
- Ito, Y., & Hatta, T. (2004). Spatial structure of quantitative representation of numbers: Evidence from the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 32: 662-673.

- Kaufmann, L., Koppelstaetter, F., Delazer, M., Siedentopf, C., Rhomberg, P., Golaszewski, S., Felber, S., & Ischebeck, A. (2005). Neural correlates of distance and congruity effects in a numerical Stroop task: an event-related fMRI study. *NeuroImage*, 25: 888-898.
- Keus, I.M., & Schwarz, W. (2005). Searching for the functional locus of the SNARC effect. Evidence for a response related origin. *Memory & Cognition*, 33: 681-695.
- Kosslyn, S.M., Murphy, G.L., Bemesderfer, M.E., & Feinstein, K.J. (1977). Category and continuum in mental comparisons. *Journal of Experimental Psychology: General*, 106: 341-375.
- Lakoff, G. (1987). *Women, fire, and dangerous things: What categories reveal about the mind*. Chicago: The University of Chicago Press.
- LeFevre, J.-A., Bisanz, J., & Mrkonjic, L. (1988). Cognitive arithmetic: Evidence for obligatory activation of arithmetic facts. *Memory & Cognition*, 16: 45-53.
- Lorch, R.F. Jr, & Myers, J.L. (1990). Regression analyses of repeated measures data in cognition research. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory, & Cognition*, 16: 149-157.
- Mapelli, D., Rusconi, E., & Umiltà, C. (2003). The SNARC effect: An instance of the Simon effect? *Cognition*, 88: B1-B10.
- Moyer, R.S. (1973). Comparing objects in memory: Evidence suggesting an internal psychophysics. *Perception & Psychophysics*, 13: 180-184.
- Moyer, R.S., & Landauer, T.K. (1967). Time required for judgments of numerical inequality. *Nature*, 215: 1519-1520.
- Müller, D., & Schwarz, W. (2007). Is there an internal association of numbers to hands? The task set influences the nature of the SNARC effect. *Memory & Cognition*, 35: 1151-1161.
- Notebaert, W., Gevers, W., Verguts, T., & Fias, W. (2006). Shared spatial representations for the numbers and space: The reversal of the SNARC and the Simon effects. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception & Performance*, 32: 1197-1207.
- Nuerk, H.-C., Iversen, W., & Willmes, K. (2004). Notational modulation of the SNARC and the MARC (linguistic markedness of response codes) effect. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A: 835-863.
- Parkman, J.M. (1971). Temporal aspects of digit and letter inequality judgments. *Journal of Experimental Psychology*, 91: 191-205.
- Pinel, P., Piazza, M., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments. *Neuron*, 41: 983-993.

- Restle, F. (1970). Speed of adding and comparing numbers. *Journal of Experimental Psychology*, 83: 274-278.
- Rusconi, E., Galfano, G., Speriani, V., & Umiltà, C. (2004). Capacity and contextual constraints on product activation: Evidence from task-irrelevant fact retrieval. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, 57A: 1485-1511
- Schwarz, W., & Keus, I. (2004). Moving the eyes along the mental number line: Comparing SNARC effects with manual and saccadic responses. *Perception & Psychophysics*, 66: 651-664.
- Sekuler, R., & Mierkiewicz, D. (1977). Children's judgments of numerical inequality. *Child Development*, 48: 630-633.
- Shaki, S., & Petrusic, W.M. (2005). On the mental representation of negative numbers: Context-dependent SNARC effects with comparative judgments. *Psychonomic Bulletin & Review*, 12: 931-937.
- Simon, J.R. (1969). Reaction toward the source of stimulation. *Journal of Experimental Psychology*, 81: 1974-1976.
- Tang, J., Critchley, H.D., Glaser, D., Dolan, R.J., & Butterworth, B. (2006). Imaging informational conflict: a functional magnetic resonance imaging study of numerical Stroop. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 18: 2049-2062.
- Vallesi, A., Mapelli, D., Schiff, S., Amodio, P., & Umiltà, C. (2005). Horizontal and vertical Simon effect: different underlying mechanisms? *Cognition*, 96: B33-B43.
- Walsh, V. (2003). A theory of magnitude: common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends in Cognitive Science*, 7: 483-488.
- Wood, G., Nuerk, H.-C., & Willmes, K. (2006). Crossed hands and the SNARC effect: A failure to replicate Dehaene, Bossini and Giraux (1993). *Cortex*, 42: 1069-1079.
- Zebian, S. (2005). Linkages between number concepts, spatial thinking, and directionality of writing: The SNARC effect and the REVERSE SNARC effect in English and Arabic monoliterates, biliterates and illiterate Arabic speakers. *Journal of Cognition & Culture*, 5: 165-190.
- Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Neglect disrupts the mental number line. *Nature*, 417: 138-139.