

## **DOTTORATO DI RICERCA**

*in:*

**Meccanica dei materiali e processi tecnologici**

*ING/IND16*

**Ciclo XX**

## **METODI NUMERICI PER LO STUDIO DI CENTRI DI LAVORO AD ALTA VELOCITA'**

**Dottorando:**  
**Claudio Mantega**

**Coordinatore Dottorato**  
**Professor: Tullio Trombetti**

**Relatore:**  
**Professor: Giovanni Tani**

*Alla mia famiglia*

# Indice

## Introduzione

### **Capitolo 1**, *Dinamica della macchina: Modellazione Analitica*

1.1 Introduzione	2
1.2 Studio degli azionamenti e del CNC	8
1.2.1 Modello a parametri concentrati della meccanica dell'asse	8
1.2.2 Controllo in anello chiuso di velocità e posizione	14
1.3 Piattaforma di progettazione, creazione del modello a parametri concentrati	21

### **Capitolo 2**, *Dinamica della macchina: Modellazione Numerica*

2.1 Introduzione	29
2.2 Modellazione numerica della struttura della macchina	30
2.2.1 Modellazione ad elementi finiti dei componenti strutturali e dei motori del centro di lavoro Xceeder 1200	30
2.2.2 Modellazione dei meccanismi di movimento	33
2.3 Validazione sperimentale della modellazione	49
2.3.1 Introduzione	49
2.3.2 Fasi preliminari della prova: modellazione del provino e definizione della configurazione di test	49
2.3.3 Descrizione della catena di misura	55
2.3.4 Esecuzione della prova e risultati	60

### **Capitolo 3**, *Dinamica della macchina: Modellazione ibrida*

3.1 Integrazione in ambiente Simulink dei modelli agli elementi finiti	64
3.1.3 Presentazione delle opzioni disponibili per il processo di riduzione dei gradi di libertà e motivazione della scelta compiuta	64
3.1.2 Considerazioni sullo smorzamento modale	70
3.1.3 Presentazione delle opzioni disponibili per l'espressione delle equazioni della dinamica e motivazione della scelta compiuta	74
3.2 Comparazione del modello dinamico derivato dal FEM con quello a parametri concentrati: indicazione dei tratti comuni e analisi degli elementi innovativi introdotti.	79
3.3 Attrito: sua generazione e modellazione	90
3.4 Simulazioni con controllo simultaneo dei tre assi lineari	106

### **Capitolo 4**, *Processo di taglio: Modellazione delle forze di taglio*

4.1 Introduzione	127
4.2 Il Modello di Altintas	129
4.3 Implementazione del modello in MATLAB Simulink	143
4.4 Validazione	148
4.4.1 Validazione con dati reperiti in letteratura	148
4.4.2 Validazione tramite campagna sperimentale: analisi modale	157
4.5 Simulazioni e confronti, risultati progetto dell'esperimento	

### **Capitolo 5**, *Processo di taglio: Sviluppo del modello del taglio, caratterizzazione di effetti aggiuntivi*

5.1 Introduzione	213
5.2 Modellazione ed implementazione della flessione dell'utensile	215
5.2.1 Modello a trave a mensola incastrata di sezione costante	215
5.2.2 Modello a trave a mensola a sezione variabile	240
5.2.3 Modellazioni con vincolo elasticamente cedevole	246
5.3 Modello analitico delle forze di taglio per variazioni nel posizionamento della fresa dovuti ad errori di montaggio dell'utensile.	253
5.4 Variazione degli angoli di lavorazione e loro influenza sulle forze di taglio in fresatura.	258
5.4.1 Variazione degli angoli di ingresso ed uscita lavorazione in funzione dei parametri di processo	258

5.4.2	Variazione degli angoli di lavorazione in funzione degli scostamenti rispetto alla posizione nominale della fresa e della tipologia di lavorazione effettuata	271
5.4.3	Implementazione del modello nel programma di calcolo delle forze di taglio	281
5.5	Prove condotte e modello utilizzato	290

**Capitolo 6**, *Processo di taglio: Sviluppo del modello del processo di taglio: previsione della superficie lavorata e calcolo della qualità della superficie.*

6.1	Introduzione	299
6.2	Modello e algoritmo di discretizzazione dell'utensile	302
6.3	Applicazione e calcolo del moto cinematica di rototraslazione	305
6.4	Generazione del File Stl che riproduce la superficie lavorata	307
6.5	Minimizzare la superficie e plot CAD 3D, ed estrapolazione dei parametri che caratterizzano la qualità della superficie lavorata	310

**Conclusioni** 312

**Appendice** 315

# Introduzione

Le caratteristiche prestazionali e di qualità degli attuali centro di lavoro, richieste dal mercato odierno, sono in continua crescita al punto tale che gli strumenti tradizionali di progettazione e di sviluppo del prodotto non sono più sufficienti per intervenire significativamente al miglioramento delle macchine utensili, in fase di progettazione ed in fase di loro messa a punto.

Il sistema macchina utensile è un complesso di elementi che vengono studiati e progettati con metodologie diverse e multidisciplinari, questa non omogeneità di approccio di studio e di azione coinvolge competenze diversificate che spesso non sono correlate reciprocamente , e/o non condividono obiettivi comuni.

L'elevata flessibilità e riconfigurabilità che le macchine attuali presentano ha apportato modifiche nelle procedure di progettazione rispetto ai problemi strutturali tipici delle macchine convenzionali aggiungendo un grado di complessità superiore alle fasi di design.

L'introduzione delle macchine cosiddette ad alta velocità ha generato a sua volta delle criticità legate alle mutue interazioni tra elementi meccanici, elettronici, ed elettromeccanici montati a bordo macchina.

Lo sviluppo dei sistemi di controllo è avvenuto parallelamente allo sviluppo delle geometrie macchina ed all'incremento prestazioni di lavorazione.

Gli anelli di controllo in retroazione dei sistemi CNC presentano controlli che assicurano il controllo fino al jerk, e dispongono di funzioni particolarmente

assodate nella strategia di controllo come lookahead e feedforward function, che permettono al controllo prontezza di intervento, facendo considerare più blocchi di funzioni contemporaneamente.

La stretta correlazione del CNC con elementi di programmazione del CNC stesso, come sistemi CAD-CAM permette una facile e veloce fase di programmazione delle lavorazioni su geometrie e traiettorie complesse, nonché la possibilità di una programmazione strategica, cioè mirata delle traiettorie degli utensili.

Al fine mantenere competitività nel settore delle macchine utensili tramite miglioramenti/interventi sostanziali occorre affrontare la multidisciplinarietà del problema delle macchine utensili innovative con tecniche di studio adatte alle esigenze di caratterizzazione accurata ed integrata, che siano di facile e veloce applicabilità nei processi progettuali, costruttivi di ottimizzazione attualmente/tradizionalmente utilizzati in ambito aziendale.

Una metodologia efficace deve essere costituita di un modello matematico che opportunamente implementato in ambiente virtuale, permetta una definizione accurata e sufficientemente sensibile del comportamento della macchina, in risposta alla variazione dei parametri di processo.

Nel campo delle lavorazioni ad alta velocità, le macchine asportano generalmente elevati volumi di truciolo in intervalli di tempo relativamente brevi, tale capacità di asportazione si realizza fornendo elevate velocità di avanzamento agli assi mobili della macchina, ed elevate velocità di taglio.

In tali condizioni, la struttura, è maggiormente sollecitata da forze di tipo inerziale. Tali forze di inerzia divengono forzanti del sistema, e sono causa della eccitazione dei modi propri di vibrare della struttura, con conseguente sviluppo di vibrazione.

Al fine di una progettazione mirata ad un aumento delle velocità di lavorazione, l'analisi della risposta della struttura alle sollecitazioni di inerzia determinate dalle elevate accelerazioni imposte, diventa una fase necessaria ed imprescindibile.

Attualmente le metodologie largamente utilizzate per analisi di questo tipo sono riassumibili in tecniche di modellazione a parametri concentrati e di simulazione FEM.

Con uno studio a parametri concentrati è possibile fornire una caratterizzazione dinamica di massima, per quel che riguarda le grandezze dei parametri di progettazione, come la massa di un elemento o il nocciolo di inerzia, ecc, tale

modellazione si ritiene di aiuto alla fase di progettazione concettuale, ma risulta sostanzialmente poco accurata e nei confronti della reale geometria degli elementi.

Per la fase di sviluppo delle geometrie particolari degli organi di macchina le simulazioni FEM (FEM strutturali dinamici) sono largamente utilizzate. Con una modellazione FEM è infatti possibile fornire indicazioni maggiori, più accurate e tridimensionali degli elementi modellati, di contro la limitazione di questi sistemi risiede nei lunghi tempi di modellazione e tempi di calcolo.

Una strada più efficace delle precedenti è l'integrazione delle due metodologie in un sistema ibrido a parametri concentrati e modelli FEM mediante l'approccio di studio cosiddetto multibody.

Questa metodologia sfrutta una modellazione razionalizzata verso la gestione modulare di elementi di macchina, permettendo uno studio delle parti mobili ed degli organi di trasmissione, con possibilità di estensione alla caratterizzazione dinamica, e quindi del fenomeno vibratorio che coinvolge la macchina stessa.

Tale tecnica permette lo studio modulare di elementi di macchina che vengono considerati come rigidi o flessibili, l'approccio modulare permette di studiare a diversi livelli di dettaglio e di informazione, elementi singoli inseriti in un sistema complessivo più ampio, considerando le interazioni tra gli elementi anche se non direttamente interessati dalla computazione.

Le metodologie multibody permettono l'intervento sulla geometria degli elementi di macchina atti a migliorare o controllare i fenomeni di disturbo alla lavorazione che si instaurano nel sistema MU in lavorazione e che ne limitano le prestazioni cinematiche e dinamiche della macchina, che si ripercuotono sulla e di qualità della lavorazione.

Tali tecniche sfruttano le tecnologie dei sistemi CAD unite con quelle dei sistemi FEM, in modo da poter gestire controlli e simulazioni in un unico ambiente, ed in grado di fornire, direttamente, come output i disegni tecnici ottimizzati degli elementi studiati.

Nel panorama della ricerca internazionale si è assistito in questa ultima decade allo sviluppo di sistemi integrati di questo tipo, capaci quindi di sommare i vantaggi dei due metodi di analisi sopra citati.

Sistemi integrati così congeniati offrono inoltre la fondamentale possibilità di introdurre moduli rappresentativi di altri elementi di macchina, non necessariamente meccanici, come il Controllo Numerico Computerizzato (CNC), i

dispositivi di azionamento, elementi pneumatici e/o elettromeccanici vari, come valvole, trasduttori e motori organi ausiliari montati sulla macchina oggetto di studio.

L'obiettivo della metodologia cui concorre il presente lavoro di ricerca, è quello di realizzare un sistema integrato, "sistema macchina", rappresentativo della macchina nel suo complesso, che si è strutturato in modo modulare. Tale sistema sarà quindi il risultato della integrazione dei singoli moduli rappresentativi di elementi di macchina (della struttura, del CNC, degli azionamenti, della sensoristica, di guide e organi di trasmissione, e di dispositivi ausiliari) studiati con metodologie adeguate alle diverse problematiche.

Ulteriore aspetto del lavoro è stato lo studio del processo di taglio e lo sviluppo di un modulo Software dedicato, da integrare all'interno del "sistema macchina", si è inteso così realizzare un modulo software in grado di effettuare una simulazione globale ed accurata dell'intero processo di asportazione arrivando a realizzare una "virtual machining" completa.

Un sistema siffatto si ritiene che possieda la capacità di studio, dei singoli elementi e dei singoli effetti, unita alla determinazione delle mutue interazioni tra gli elementi di macchina stessi.

La padronanza di un sistema di analisi di questo tipo permette ampi margini di intervento migliorativo sul prodotto macchina e sulla lavorazione meccanica, che si traducono in tempi minori di ciclo e qualità della superficie lavorata.

Una metodologia di questo tipo, sviluppata compatibilmente con le esigenze di produzione tipiche della sfera industriale, potrebbe portare alla realizzazione di un prototipo virtuale valido, da un lato, come strumento di progettazione, dall'altro, come strumento per la modifica o la messa a punto di macchine già costruite.

Al capitolo 1 della presente dissertazione, viene proposto il sistema sviluppato, costituito da un sistema di calcolo e simulazione implementato al calcolatore, che vuole costituire una piattaforma di progettazione, integrabile all'interno di un ufficio tecnico industriale.

In particolare nel capitolo 1 viene presentata la prima di tipologia di modellazione utilizzata (a parametri concentrati); vengono relazionati i principali modelli di assi di moto studiati ed implementati in ambiente Matlab Simulink.

Tali modelli hanno preso spunto dallo studio di un centro di lavoro di fresatura, ad alta velocità di taglio, a 5 assi controllati CNC: Xceeder 1200 prodotto dalla società Breton S.p.A.

Al capitolo 2, viene relazionata la modellazione numerica con tecnica ad Elementi Finiti della struttura meccanica del centro di lavoro Xceeder 1200 e la validazione della modellazione attraverso prove sperimentali di analisi modale.

Al capitolo 3 viene esposta la modellazione ibrida della macchina, quindi a tecnica mista parametri concentrati e ad elementi finiti.

Viene dettagliato lo studio del processo di integrazione della metodologia ad elementi finiti in ambiente di risoluzione nel dominio del tempo. E presentate alcune comparazioni di validazione dei risultati del sistema di simulazione sviluppato, con i risultati derivati da sperimentazione diretta sulla macchina. Da questa prima attività sono state prodotte alcune pubblicazioni scientifiche [1][2][3][4][5][6][7][8][11].

Lo studio delle forze di taglio, che si generano all'interfaccia utensile-pezzo in condizioni di asportazione, è di basilare importanza al fine di ottimizzare le lavorazioni, in termini di parametri di processo, in funzione dei materiali lavorati.

Uno studio atto a determinare la distribuzione temporale delle forze di taglio è necessario per ottimizzare lavorazioni specifiche, sul particolare materiale in lavorazione ed in relazione ai particolari processi di asportazione, ai particolari utensili utilizzati e alle particolari condizioni operative di taglio del caso.

Il panorama internazionale è ricco di modelli teorico/matematici e tecniche di rilievo sperimentale atte a determinare le forze di taglio per asportazione di materiali metallici, con conseguente aumento del know-how e del grado di innovazione delle lavorazioni meccaniche industriali.

Le metodologie di studio afferiscono a due filoni della scienza delle lavorazioni meccaniche che prevedono la determinazione delle forze di taglio secondo metodologie diverse. Alcune metodologie studiano il processo di taglio in modo "microscopico" e necessitano di prove di tipo sperimentale per definire alcuni parametri necessari per il calcolo. Altre tecniche prevedono la formulazione "macroscopica" delle forze secondo altri parametri o coefficienti che si ottengono da prove di lavorazione vera e propria.

Nel primo caso si ha uno studio generico del processo che poi può essere riportato nelle condizioni particolari della lavorazione oggetto di ottimizzazione, le prove

sperimentali richieste per caratterizzare i parametri necessari a questo tipo di modellazione sono sostanzialmente dedicate al parametro cercato e svincolate dalle condizioni reali di lavorazione.

La seconda tipologia di modellazione permette con minori numerosità di prove di lavorazione di determinare una serie di coefficienti necessari per il computo delle forze, per la particolare situazione di taglio.

Considerando che le forze di taglio, oltre al benefico effetto di separazione del materiale, costituiscono uno dei disturbi che interessano la precisione dimensionale del manufatto e la qualità superficiale, in quanto eccitatrici di una struttura flessibile (macchina utensile) che reagisce vibrando, appare chiaro come il monitoraggio di esse sia necessario per identificare, a priori, i parametri di processo, di macchina e degli utensili, che ottimizzano la qualità della superficie lavorata.

Al fine di poter superare i limiti delle applicazioni delle macchine in termini di produttività e di qualità del manufatto, occorre utilizzare metodologie che consentano di verificare la stabilità del processo di asportazione di truciolo. Per applicazioni di fresature in alcune condizioni di asportazione massiva o di elevata velocità di avanzamento e/o di taglio, si possono presentare situazioni di instabilità della lavorazione. In condizioni di innesco di instabilità la prefissata qualità superficiale di lavorazione non può essere più raggiunta, assistendo alla nascita di solcature o ondulazioni superficiali, che costituiscono un forte vincolo produttivo.

Dalla analisi e definizione della “carta di stabilità” è possibile definire le condizioni di taglio, per la particolare combinazione di macchina, materiale, utensile e modalità di passata, per cui si innesca il fenomeno dannoso di instabilità della lavorazione.

Dallo studio della stabilità è quindi possibile ottimizzare i parametri tecnologici, al fine di rendere la lavorazione stabile, aumentando contemporaneamente la produttività e la qualità superficiale.

Tale metodologia, unita ai moduli del calcolo delle forze e della struttura della macchina permette di predeterminare la qualità della superficie lavorata, controllando e minimizzando il fenomeno vibratorio.

Nel capitolo 4 vengono esposti i principali modelli delle forze di taglio studiati, alcuni dei quali sono stati implementati in ambiente software, in modo da fornire al sistema di simulazione della macchina, un modulo per il calcolo delle forze di taglio.

Sempre nel capitolo 4, viene riportata una attività di personalizzazione del modello su un caso industriale, affrontato con il centro studi e ricerche CSR del gruppo SCM S.p.A..

Tale attività ha quindi avuto lo scopo di validare la metodologia e fornire un modulo di calcolo e previsione delle forze.

È stata eseguita una campagna di prove sperimentali, atte a misurare le forze di taglio che si sviluppano durante la lavorazione, e quindi fornire i parametri che personalizzano il modello al caso in questione. Da tali attività sono state realizzate alcune pubblicazioni scientifiche [9][10].

Nel capitolo 5 sono descritte una serie di sviluppi teorici, ma comunque compilati e risolti in ambiente di programmazione, atti a valutare effetti di mutua influenza dei parametri di processo, in seguito a ipotesi di flessione dell'utensile, di irregolarità geometriche del sistema utensile-portautensili.

Infine nel capitolo 6 è brevemente descritto il modulo di calcolo e previsione della qualità della superficie lavorata. Tale modulo, ancora in fase di validazione, e di affidabile integrazione al modello del taglio, mette in relazione gli errori di montaggio degli utensili e gli errori dell'utensile, a indici che caratterizzano la qualità della superficie lavorata.

# Capitolo 1

**Dinamica della macchina:**  
**Modellazione Analitica**

## **1.1 Introduzione**

In questo lavoro di ricerca si è lavorato nell'intento di fornire al progettista di macchine, così come all'utilizzatore delle stesse, una metodologia, che poi si concretizza in uno strumento SW di simulazione della macchina, in grado di aiutarlo nelle scelte progettuali, così come nella regolazione ed ottimizzazione dei parametri di progetto e tecnologici di processo.

La metodologia proposta prevede uno studio del complesso mecatronico: macchina utensile, condotta a diversi livelli di modellazione e di indagine, in grado di fornire informazioni, ed effettuare calcoli inerenti alle caratteristiche della macchina, quali banda passante del sistema di controllo, risposta della macchina al comando in ingresso all'asse di moto, valutazione degli errori sulla traiettoria nominale, sia nel caso di corsa di un singolo asse, sia in caso di interpolazione di due o più assi.

In tale metodologia convergono tecniche di modellazione analitica, analitico sperimentale, modellazione numerica FEM (Finite Elements Method) e modellazione mista o ibrida. Vista la eterogeneità della tipologia di modellazione, si è deciso di sviluppare una piattaforma di progettazione, schematizzata in figura 1.1, allo scopo di prevedere una struttura che può essere realizzata ed implementata all'interno di un sistema di calcolo di un ufficio tecnico industriale. Tale piattaforma riassume e rende operativa la metodologia proposta.

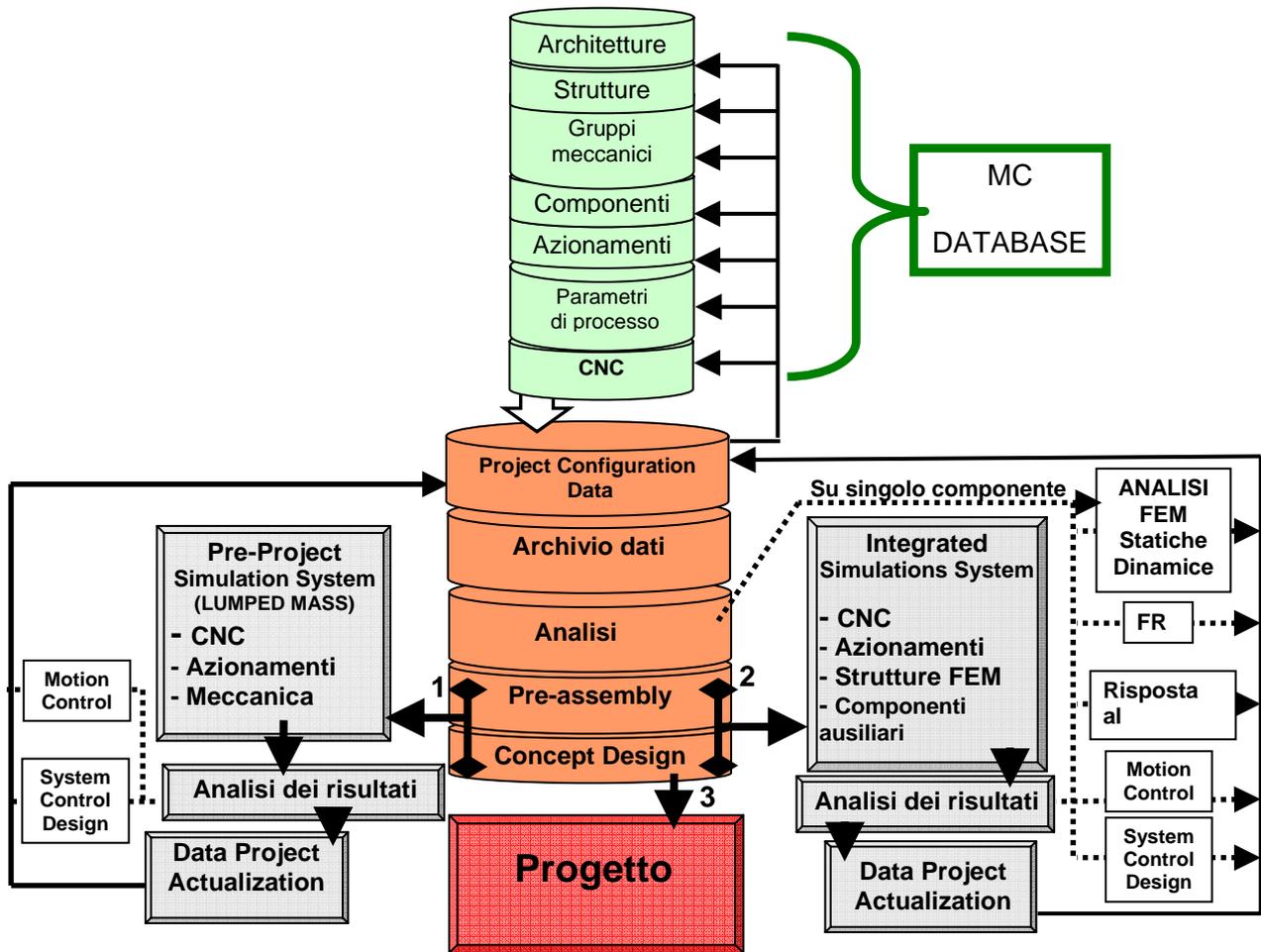


Fig. 1.1 : piattaforma progettuale

La “piattaforma di progettazione” ha come obiettivo quello di guidare l’utente, nelle fasi di progettazione preliminare e progettazione di particolare, fino ad arrivare alla ottimizzazione dei parametri di progetto.

Il sistema si basa sulla costruzione di modelli analitici, FEM e ibridi che vengono sviluppati congiuntamente con la particolare macchina, e vengono poi archiviati in librerie, in modo che possano essere riutilizzati, duplicati, modificati o sostituiti con altri che rappresentano una nuova modifica o riprogettazione dei singoli sistemi rappresentati. In questo modo lo strumento sviluppato può effettuare confronti per diverse soluzioni possibili, in modo da valutare la bontà di una scelta o riprogettazione di un componente, o ridefinizione di parametri.

In riferimento alla figura 1.1 è possibile osservare la parte centrale in arancione, nella quale l’operatore può assemblare, a differente livello di dettaglio una macchina virtuale. Attingendo dalle librerie di modelli (Machining Centre database in fig 1.1,

rappresentate con il colore verde) realizzati è possibile quindi costituire un modello del complesso di un'asse di moto, di un gruppo di assi oppure della macchina completa, dalla composizione dei singoli moduli è quindi possibile arrivare a costruire un prototipo virtuale, questo opportunamente risolto permette l'analisi delle caratteristiche, statiche e dinamiche della macchina stessa.

Si è detto che le analisi possibili, indagano le caratteristiche a diversi livelli, in funzione delle capacità di analisi delle diverse tecniche di modellazione implementate/scelte.

Il sistema contempla al suo interno tre tipi di modellazione:

- una modellazione, e relativa analisi, a parametri concentrati, detti in seguito PC (in figura 1.1, a sinistra, chiamata pre-project simulation system), dalla quale è possibile valutare le caratteristiche del Controllo Numerico Computerizzato (CNC), in termini di parametri controllistici, come la determinazione/ottimizzazione dei guadagni di anello, calcolo della banda passante, tempi di ciclo di regolazione ecc, così come la definizione delle caratteristiche dei motori dell'azionamento, delle logiche di controllo (schema in figura seguente).

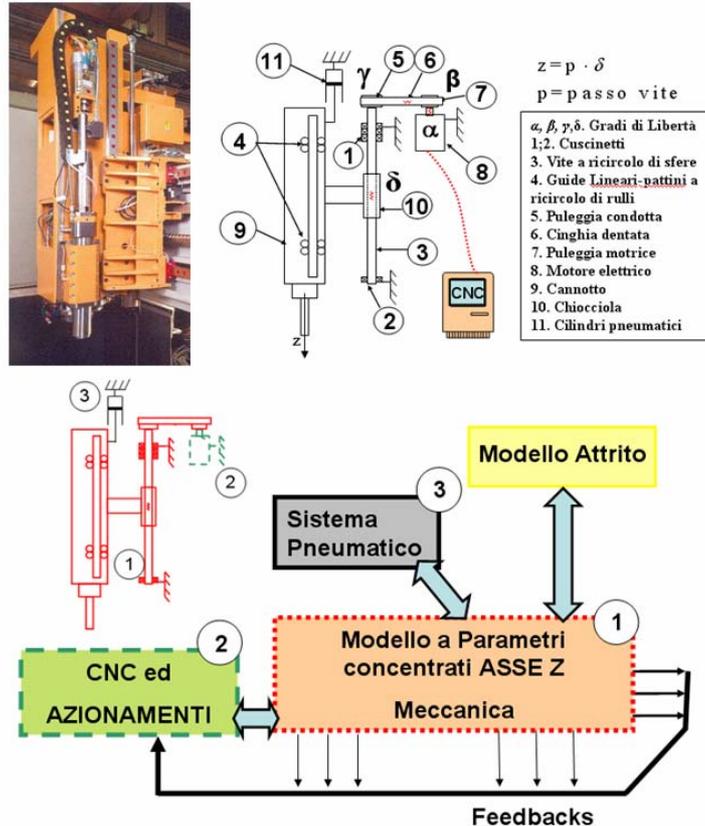


Fig. 1.2

Tramite questo tipo di analisi è possibile valutare l'influenza di una modifica ai parametri/caratteristiche suddette, tramite simulazioni di moto degli organi, simultaneamente controllati dal CNC.

- una modellazione FEM, dei singoli componenti, degli organi di trasmissione meccanica del moto, dei gruppi meccanici, nonché della struttura completamente assemblata della macchina. Da analisi FEM è possibile indagare sulle deformate statiche, sui modi di vibrare e sulle frequenze naturali, così come è possibile indagare sulle caratteristiche termomeccaniche come le derivate termiche, dei componenti degli elementi meccanici progettati, dei gruppi e della struttura della macchina completa.
- Una modellazione ibrida: mista a Parametri Concentrati (PC) e FEM, (rappresentata nella parte a destra in figura 1.1) caratterizzante il complesso mecatronico, rappresentato matematicamente fino alle sue particolarità geometriche di disegno. Questo sistema a sua volta può essere realizzato secondo tecniche di modellazione e di risoluzione differente, quali le tecniche di modellazione *multybody* e tecniche di risoluzione lineare e non lineare, nel dominio del tempo e delle frequenze. Un sistema siffatto, proprio per la capacità di rappresentazione di dettaglio, può costituire un vero e proprio prototipo virtuale (in figura seguente uno schema della architettura del sistema).

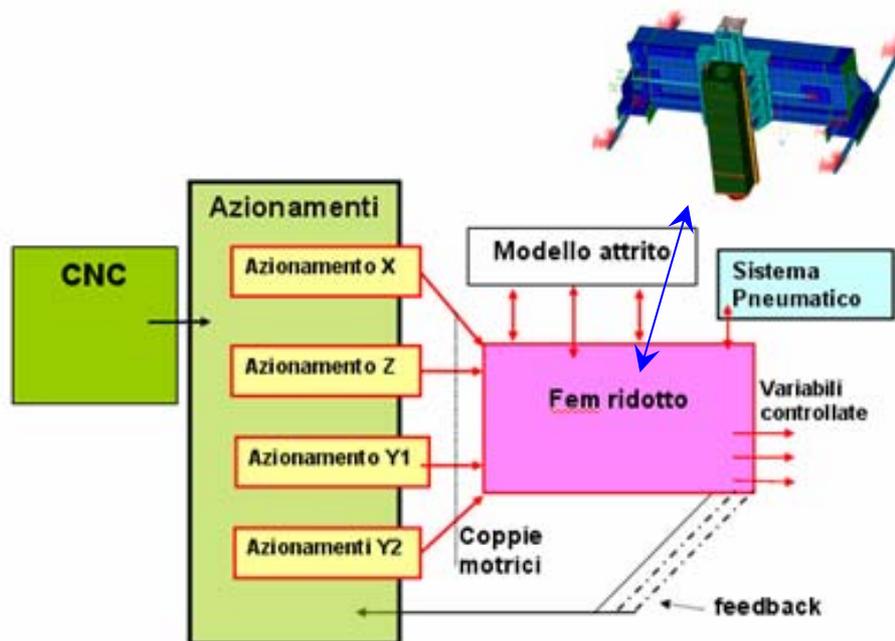


Fig. 1.3

Tramite tale sistema, come verrà poi visto in dettaglio al capitolo 3, è possibile pervenire a simulazioni, nel dominio del tempo, o della frequenza, valutare la risposta della macchina al comando imposto dal CNC, valutare la Funzione di risposta in frequenza FRF della struttura, valutare la banda passante, operare analisi di sensitività ai parametri o vincoli di progetto.

La piattaforma progettuale è quindi una metodologia implementata ed implementabile all'interno di un ufficio tecnico di progettazione di macchine utensili, e scaturisce dallo studio e dallo sviluppo modulare di singoli modelli, separatamente studiati, che verranno poi assiemati in un unico ambiente di simulazione, in modo da poter valutare le scelte progettuali ed i benefici di queste sulle caratteristiche dei singoli moduli e sui moduli assiemati a realizzare un modello completo di uno, due, o più assi macchina, che lavorano simultaneamente.

Come si vedrà nei capitoli successivi la differenza fondamentale tra le due metodologie primarie di modellazione ( a PC e ibrida PC + FEM), oltre al livello di dettaglio della meccanica, è la capacità intrinseca, della modellazione ibrida, di valutare la mutua influenza nel comportamento di un asse di moto sugli altri. È infatti possibile modificare un parametro di progetto, oppure una modifica strutturale (come l'aggiunta di una nervatura di irrigidimento, oppure l'alleggerimento di un componente, o l'aggiunta di un altro asse alla macchina) ed osservare la influenza di questa modifica sulle caratteristiche di un singolo componente così come sul comportamento globale della macchina.

La piattaforma ben si presta anche alla progettazione in famiglie di assi di moto, disposti secondo i vincoli di progetto. Grazie alla sua natura parametrica, è possibile sfruttare modellazioni precedenti per assemblare diverse tipologie di architetture di macchina (figura 1.2), che utilizzano in comune le strutture dei modelli realizzati, quindi assi lineari o assi rotativi opportunamente riposizionati tra loro.

In questo capitolo, viene esposta la tecnica di modellazione, a parametri concentrati, degli assi di moto, di gruppi meccanici e della macchina completa di 3 assi controllati. In particolare, oltre alla architettura generale del sistema vengono presentati, sommariamente i modelli del CNC, nelle sue funzioni principali.

Come detto nella introduzione della presente tesi, la modellazione del CNC esula dal lavoro di ricerca di dottorato effettuata, e tale modellazione è stata sviluppata

congiuntamente con il gruppo di ricerca del dipartimento DMTI della Università di Firenze.

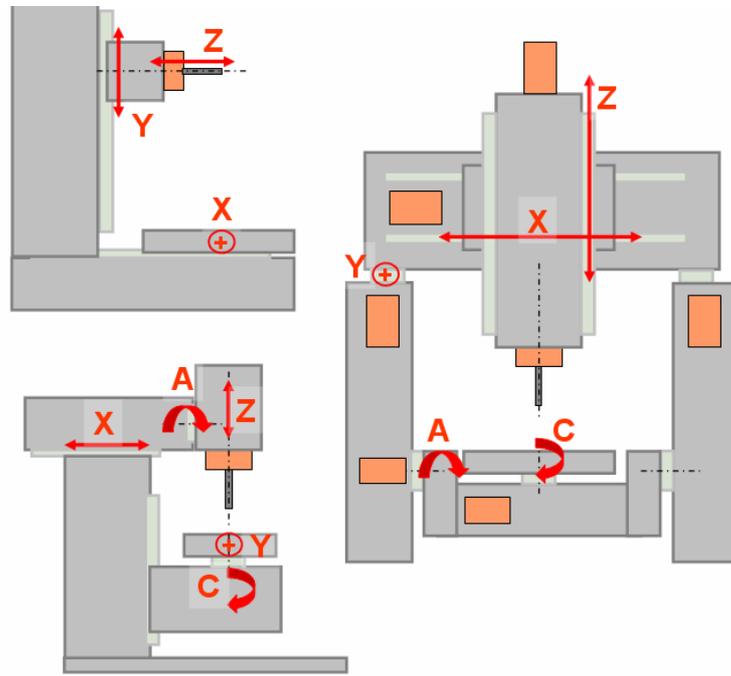


Fig.1.4: architetture di macchine utensili

## 1.2 Studio degli azionamenti e del CNC

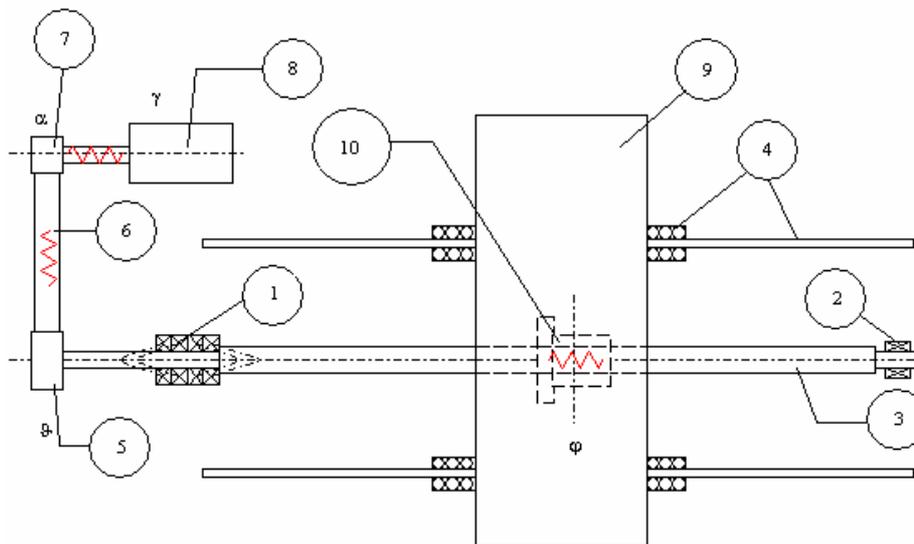
### 1.2.1 Modello a parametri concentrati della meccanica dell'asse.

In generale per macchine utensili per asportazione di truciolo, in caso di macchine non speciali, è possibile scomporre e razionalizzare un macchina utensile come composta da una numerosità di assi lineari e assi rotativi. Che opportunamente disposti sulla struttura della macchina realizzano la particolare architettura della stessa.

Da questa classificazione è possibile quindi pensare di realizzare dei modelli generali per queste due tipologie di asse, che opportunamente modificate, o duplicate possono dare luogo ad una modellazione globale di un insieme di assi di moto.

In questa fase del progetto di ricerca sono state analizzate alcune forme costruttive di assi di macchina, lineari e rotativi, che potranno poi portare alla rappresentazione analitica del complesso macchina globale. Vengono di seguito esposti le due strutture dei principali modelli realizzati, di assi lineari e rotativi, con trasmissione a cinghia.

#### *Modello generalizzato di un asse lineare*



1. Quaterna di cuscinetti obliqui a sfere, 2 Cuscinetto a rullini, 3 Vite a ricircolazione di sfere, 4 Guide a ricircolazione di rulli, 5 Puleggia condotta di raggio R2, 6 Cinghia dentata, 7 Puleggia motrice di raggio R1, 8 Motore sincrono, 9 Carro con canotto di massa complessiva  $m_c = 655.9$  Kg, 10 Madre vite a doppia chiocciola precaricata collegata al carrello a mezzo flangie

*I quattro gradi di libertà sono : la rotazione  $\gamma$  al motore, la rotazione  $\alpha$  alla puleggia motrice, la rotazione  $\theta$  alla puleggia condotta, la rotazione  $\phi$  alla vite in corrispondenza della chiocciola*

Fig.: 1.5

Analizziamo gli assi di moto, a bordo delle macchine utensili e di centri di lavoro, generalmente, per azionamenti con trasmissione a cinghia, possiamo considerare la catena cinematica rappresentativa nello schema di figura 1.53.

Ogni asse lineare della macchina viene schematizzato come sistema a quattro gradi di libertà, completamente indipendente nella propria evoluzione dinamica dal comportamento degli altri assi.

Imponendo agli elementi del sistema la condizione di equilibrio dei carichi, è possibile rappresentare il comportamento della meccanica, dell'asse modellato con parametri concentrati utilizzando una rappresentazione matematica.

Il sistema dinamico è quindi razionalizzato tramite la definizione dalle seguenti equazioni di equilibrio. In fig.1.6 è riportata la trasposizione in SIMULINK di questo sistema a 4 gdl (gradi di libertà).

*Equilibrio gruppo vite carro*

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{K_V}{J_{\text{totale}}}(\vartheta - \varphi)$$

*Equilibrio gruppo puleggia condotta*

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{1}{J_{pv}} \cdot \begin{bmatrix} Kc(\alpha \cdot R_1 - \vartheta \cdot R_2) \cdot R_2 + C_c \cdot \left( \frac{d\alpha}{dt} \cdot R_1 - \frac{d\vartheta}{dt} \cdot R_2 \right) \cdot R_2 - \\ - \frac{(1-\eta_c)}{\left( \frac{1}{R_2} + \frac{\eta_c}{R_1} \right)} \cdot \left| Kc(\alpha \cdot R_1 - \vartheta \cdot R_2) + C_c \cdot \left( \frac{d\alpha}{dt} \cdot R_1 - \frac{d\vartheta}{dt} \cdot R_2 \right) \right| \cdot \text{sign}\left( \frac{d\vartheta}{dt} \right) \\ - K_v(\vartheta - \varphi) \end{bmatrix}$$

*Equilibrio gruppo puleggia motrice*

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{1}{J_{pm}} \cdot \begin{bmatrix} K_{am}(\gamma - \alpha) - Kc(\alpha \cdot R_1 - \vartheta \cdot R_2) \cdot R_1 - C_c \cdot \left( \frac{d\alpha}{dt} \cdot R_1 - \frac{d\vartheta}{dt} \cdot R_2 \right) \cdot R_1 - \\ - \frac{(1-\eta_c)}{\left( \frac{1}{R_2} + \frac{\eta_c}{R_1} \right)} \cdot \left| Kc(\alpha \cdot R_1 - \vartheta \cdot R_2) + C_c \cdot \left( \frac{d\alpha}{dt} \cdot R_1 - \frac{d\vartheta}{dt} \cdot R_2 \right) \right| \cdot \text{sign}\left( \frac{d\vartheta}{dt} \right) \end{bmatrix}$$

*Equilibrio parte rotante del motore*

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} = \frac{1}{J_m} \left[ K_t \cdot i_a - K_{am} (\gamma - \alpha) - F \frac{d\gamma}{dt} \right]$$

dove i simboli presenti e non ancora illustrati rappresentano:

$$J_{totale} = J_{VITE\ DXTR} + J_{CARRO\ RIDOTTO\ ALL'ASSE\ DELLA\ VITE} = J_{VITE\ DXTR} + m_C(\text{passo}/2\pi)^2,$$

con  $J_{VITE\ DXTR}$  significante il momento d'inerzia rispetto al suo asse del tratto di vite a destra dell'accoppiamento con la madre vite

$K_V$  = rigidezza torsionale del tratto di vite fra puleggia condotta e mezzeria della madre vite,  $J_{PV}$  = momento d'inerzia della puleggia condotta, del suo calettatore, degli anelli interni dei cuscinetti obliqui, della ghiera di precarico, del distanziale e del tratto di vite a sinistra della chiocciola,  $K_C$  = rigidezza della cinghia,  $C_C$  = coefficiente di smorzamento viscoso della cinghia

$$\frac{(1 - \eta_c)}{\left(\frac{1}{R_2} + \frac{\eta_c}{R_1}\right)} \cdot \left| K_c(\alpha \cdot R_1 - \vartheta \cdot R_2) + C_C \cdot \left( \frac{d\alpha}{dt} \cdot R_1 - \frac{d\vartheta}{dt} \cdot R_2 \right) \right| \cdot \text{sign}\left(\frac{d\vartheta}{dt}\right) = \text{termine}$$

dissipativo dovuto alla non ideale flessibilità della cinghia (il cui calcolo è rimandato in Appendice 1).

$J_m$  = momento d'inerzia del rotore,  $K_t$  = costante di coppia del motore,  $K_{am}$  = rigidezza torsionale dell'albero motore,  $i_a$  = corrente circolante nel circuito d'armatura del motore  
 $F$  = coefficiente di attrito viscoso

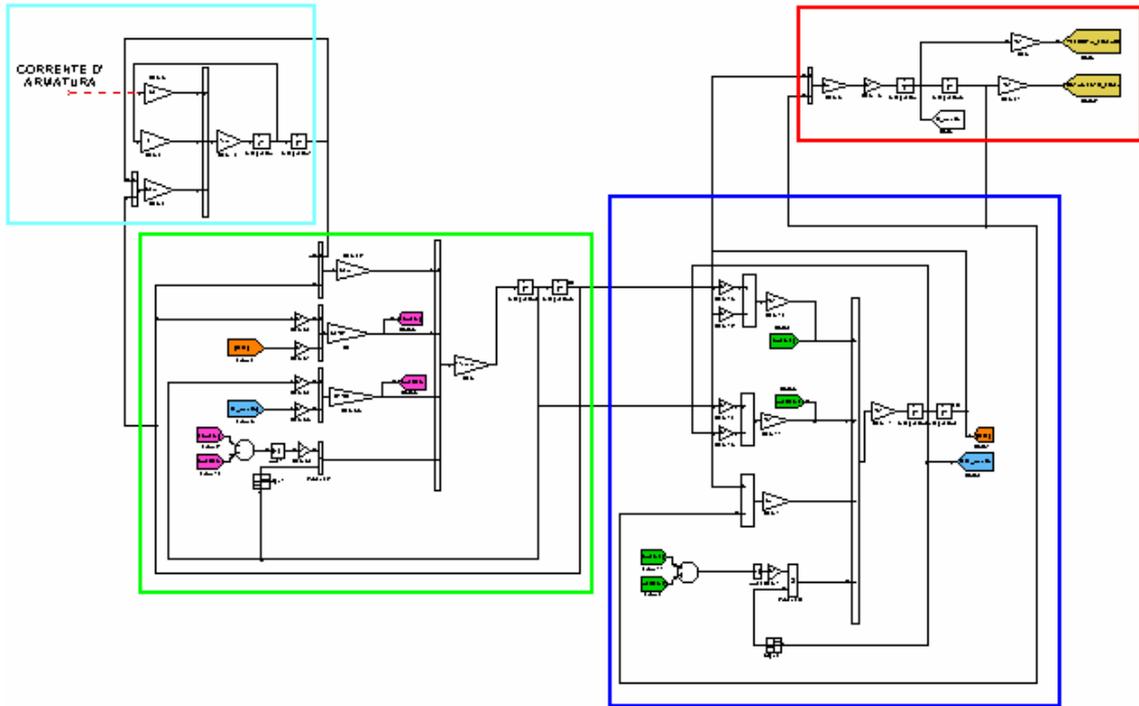


fig.1.6

Questa prima modellazione generalizzata ed operata tramite funzioni matematiche, è stata quindi inserita all'interno di un foglio di calcolo Simulink, così come esposto in Figura 1.6, dove vediamo presenti quattro raggruppamenti principali che sintetizzano, secondo le regole di modellazione di Simulink le equazioni su esposte.

Tale modello è quindi razionalizzato, analizzato ed implementato nel SW di calcolo per quanto riguarda la parte della meccanica ed elettromeccanica dell'asse di moto.

Una volta implementato nel SW è possibile raggruppare in un unico blocco di analisi che rappresenterà la struttura di calcolo parametrica della meccanica di un asse di moto, in questo caso asse lineare. È importante notare come, grazie alla natura parametrica del modello ed alla architettura generalizzata dello stesso, sia possibile personalizzare il blocco sulla realtà di una macchina specifica, attribuendo i valori ai parametriche figurano nelle equazioni.

In questo modo, considerando la generalità del modulo di analisi costituito, è possibile realizzare una modellazione di più assi di moto, personalizzando i parametri per la particolare macchina in fase di studio.

La personalizzazione di un siffatto modello è operata tramite reperimento dei parametri delle caratteristiche meccaniche dell'asse reale, talvolta questa fase di "taratura" prevede la stima o la misura delle grandezze ad opera di prove sperimentali ad hoc, eseguite sul componente meccanico reale.

Modello generalizzato di un asse rotativo

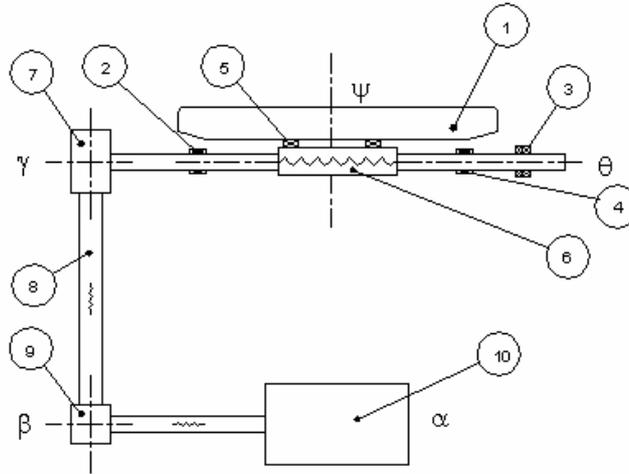


Fig. 1.7: modello generalizzato di un asse rotativo

1 parte rotante dell'asse rotativo ; 2 Supporti; 3 cuscinetti a rullini ; 4 cuscinetto obliquo; 5 cuscinetto reggispinta assiale; 6 trasmissione a ruota dentata a vite senza fine ; 7 puleggia motrice; 8 puleggia; 9 cinghia (dentata); 10 servomotore

Anche in questo caso vengono presentate a seguire le equazioni che impongono l'equilibrio dei carichi agenti sulle strutture modellate in fig. 1.7, simili in parte a quelle per l'asse lineare, ma diversificate per considerare la particolare trasmissione del moto differente dal caso precedente.

$$V_a = L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + K_e \frac{d\alpha}{dt}$$

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{1}{J_m} \left[ -K_{am}(\alpha - \beta) - F \left| \frac{d\alpha}{dt} \right| + K_t \times i_a \right]$$

$$\frac{d^2\beta}{dt^2} = \frac{1}{J_{pc}} \left\{ K_{am}(\alpha - \beta) - K_c(\beta R_1 - \gamma R_2) R_2 - C_c \left| \frac{d\gamma}{dt} R_2 - \frac{d\beta}{dt} R_1 \right| R_2 \right\}$$

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} = \frac{1}{J_{pc}} \left\{ K_c(\beta R_1 - \gamma R_2) R_2 - K_v(\gamma - \theta) - C_c \left| \frac{d\gamma}{dt} R_2 - \frac{d\beta}{dt} R_1 \right| R_2 \right\}$$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{1}{J_{tot}} \left[ K_v(\gamma - \theta) - C_{m2} \times f_v \times \left| J_{rt} \frac{d^2\theta}{dt^2} \times \tau_{vc} \right| \times \text{sign} \frac{d\theta}{dt} \right]$$

*Altri modelli generalizzati, di un assi rotativi realizzati: modello di asse rotativo basculante*

Anche nel caso di un asse rotativo con elemento basculante, a seguito di analisi è possibile definire il seguente modello matematico, che viene presentato in fig. 1.8

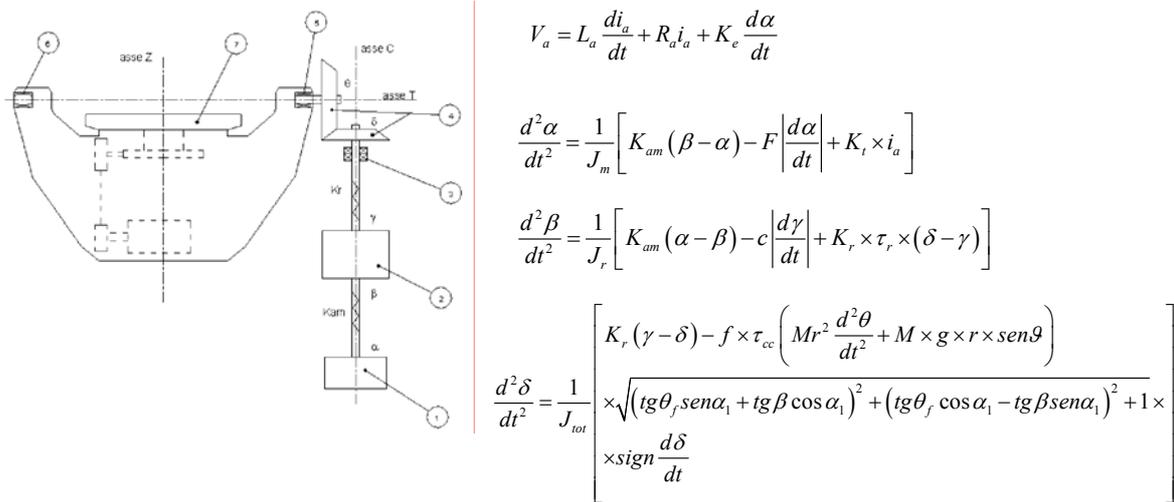


Fig: 1.8: modello generalizzato di un asse rotativo basculante

In questo caso la diversificazione dai casi precedenti, oltre nella limitazione della rotazione ammissibile dell'asse, consiste nella possibile presenza di una diversa trasmissione meccanica. In questo caso, infatti, sono contemplate sia una trasmissione a ruote dentate coniche, sia la possibilità di non montare una cinghia di trasmissione del moto, ma considerare i motori in presa diretta, sull'albero di trasmissione, in questo caso nelle equazioni non figurano, ovviamente, i parametri di modellazione della cinghia, come visto nei precedenti modelli presentati.

*Altri modelli generalizzati, di un assi rotativi realizzati: modello di asse rotativo basculante, con motorizzazione direct drive*

Nel panorama delle macchine utensili una soluzione oramai in via di diffusione è quella di considerare l'integrazione della struttura rotante dell'asse di moto con quella del rotore del servomotore, in pratica si dispongono gli avvolgimenti elettrici rotorici del motore direttamente su una struttura della macchina da mettere in rotazione. Viene esposto in figura 1.9 lo schema del modello, mentre le equazioni caratteristiche vengono depurate dai parametri rappresentanti le rigidità delle cinghie e delle puleghe.

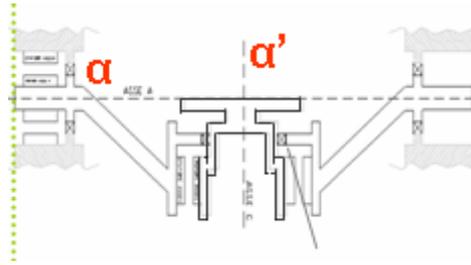


Fig. 1.9: modello generalizzato di un asse rotativo con direct drive

## 1.2.2 Controllo in anello chiuso di velocità e posizione

Quanto fin ora esposto descrive la realizzazione di un modello di macchina in anello aperto che rende conto della meccanica svincolata dall'elettronica di controllo, la cui modellazione tratteremo in questo paragrafo.

Durante le lavorazioni le macchine utensili devono mantenere le velocità d'avanzamento programmate con variazioni il più contenute possibile al manifestarsi di disturbi esterni, quali quelli sulle forze di taglio a seguito di un improvviso aumento o riduzione del sovrametallo da asportare. Quest'obiettivo è raggiunto per mezzo di un asservimento di velocità in anello chiuso che provvede a regolare la tensione in ingresso al circuito di armatura del motore. In Fig. 1.10, è riportato uno schema della architettura generale di un controllo in retroazione per la regolazione di un asse di moto di MU CNC.

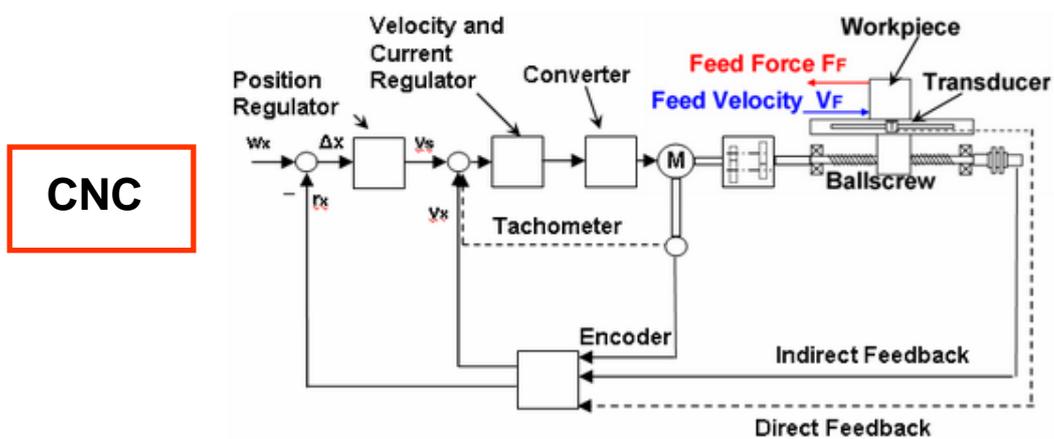


Fig. 1.10 schema della architettura generale di un controllo in retroazione per la regolazione di un asse di moto di MU CNC.

Il modello del sistema del controllo numerico è stato sviluppato in collaborazione col gruppo di ricerca del dipartimento DMTI della Università di Firenze, e quindi non sarà descritto in questa tesi, si rimanda a pubblicazioni scientifiche prodotte sull'argomento. Il modello del controllo è in grado di valutare il controllo del jerk e la caratterizzazioni ed implementazione nel sistema sviluppato delle principali funzioni dei CNC per applicazioni di alta velocità, come la funzione di precomando o *feedforward*. Di seguito verranno esposte a titolo illustrativo gli schemi Simulink sviluppati ed associati ai modelli meccanici della macchina sviluppato in questa ricerca.

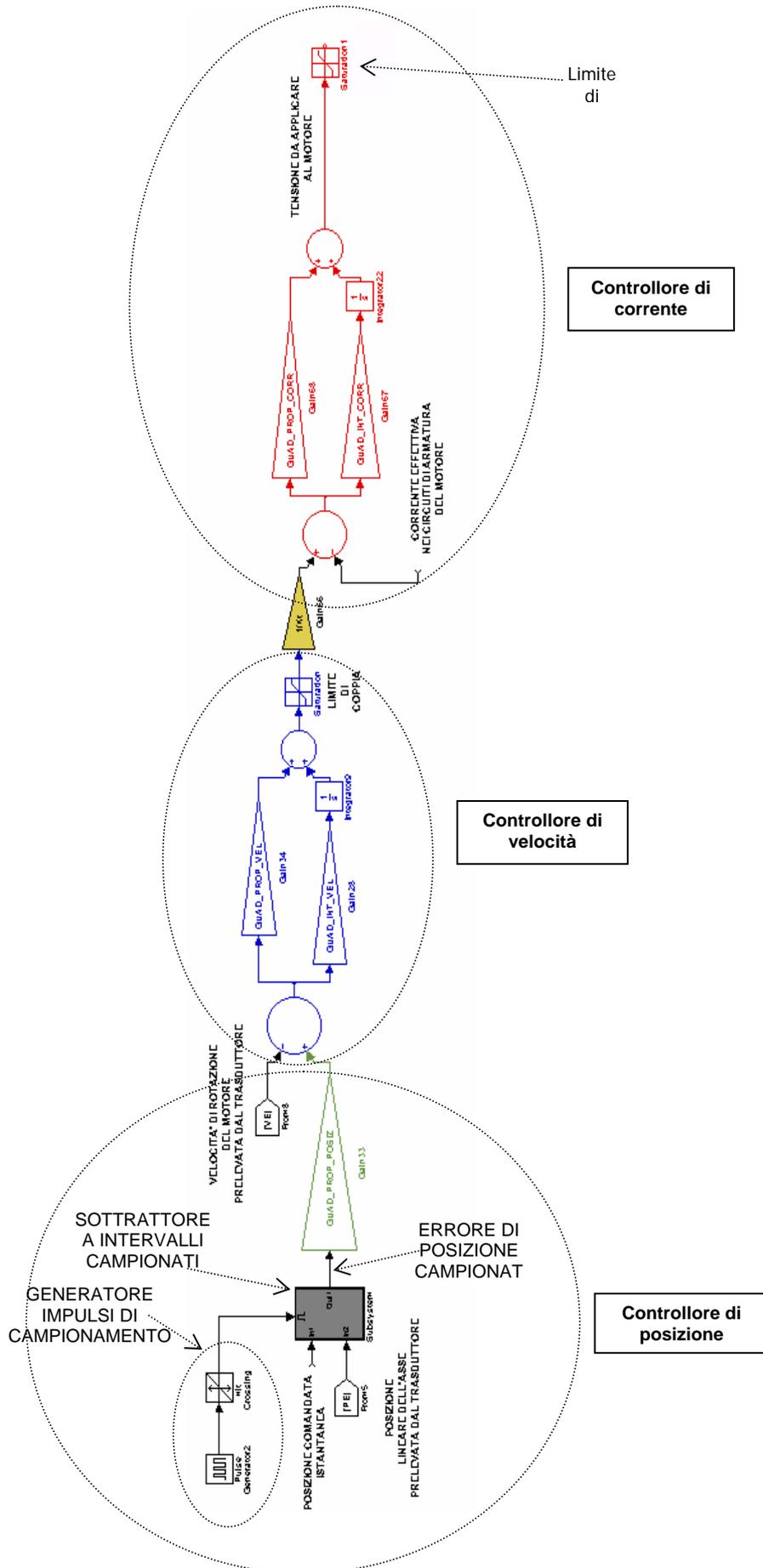


fig. 1.11: modello del CNC implementato in ambiente Simulink

Il controllo, di cui si riporta lo schema Simulink, in figura 1.11, si compone essenzialmente di tre anelli: il primo di posizione il secondo di velocità il terzo di corrente.

I primi due anelli sono da settare con valore dei parametri specifici dell'asse, il terzo utilizza valori predeterminati dal costruttore del motore.

All'ingresso del primo anello entra la posizione comandata dal CNC e quella effettiva nella quale si trova l'asse, prelevata dai trasduttori di posizione, a intervalli di tempo esse sono confrontate e la differenza costituisce l'errore di posizione o d'inseguimento istantaneo. Tale errore moltiplicato per una costante rappresenta il comando di velocità angolare istantaneo cui deve adeguarsi il motore.

Il primo anello è costituito da un sottosistema contenente un blocco differenza che paragona la posizione comandata dalla rampa di posizionamento a quella effettivamente raggiunta dall'asse. Tale operazione è effettuata negli intervalli di tempo in cui il sottosistema è attivato dal generatore di impulsi, il risultato è un campionamento dell'errore di posizione; questo entra nel successivo blocco verde che lo amplifica moltiplicandolo per il guadagno di posizione. Pertanto il comando di velocità nasce dall'errore d'inseguimento ed è ad esso proporzionale, secondo la relazione

$$v = K_p \varepsilon_p$$

dove:  $v$  velocità di riferimento all'anello,  $K_p$  guadagno proporzionale di posizione e  $\varepsilon_p$  errore d'inseguimento.

L'informazioni sulla posizione da raggiungere lungo l'asse, e sulla velocità con cui effettuare tale spostamento escono dal CNC, in base ai dati tecnologici contenuti nel part-program, sotto forma di rampe a gradini campionate ad intervalli fissi  $t_c$ . L'informazione di posizione determina il valore finale della rampa, quella di velocità l'altezza di ciascun gradino: nel caso di un'interpolazione lineare G01 ciò equivale a stabilire la pendenza media della rampa.

Esso perviene al secondo anello insieme all'effettiva velocità di rotazione del motore e la loro differenza (errore di velocità) viene manipolata secondo la relazione

$$C_a = K_{pv} \cdot \varepsilon_v + K_{Iv} \int_0^t \varepsilon_v \cdot dt$$

dove:

$C_a$  è la coppia che occorre per accelerare il motore fino alla velocità comandata,  $\varepsilon_v$  l'errore di velocità,  $K_{pv}$  il guadagno proporzionale di velocità e  $K_{Iv}$  il guadagno integrale di velocità.

Il primo termine di tale espressione si annulla quando la velocità angolare del motore uguaglia quella comandata in uscita dal controllore di posizione, il secondo termine di natura integrale tiene memoria del periodo occorso a raggiungerla e a regime fornisce il valore di coppia necessario per far muovere il carro a velocità costante. In sostanza all'uscita del secondo controllore si ha il valore di coppia necessario a portare il motore alla velocità comandata. L'ultimo blocco di tale anello è una saturazione di coppia che tiene conto delle caratteristiche del motore. Il valore alla sua uscita viene diviso per la costante di coppia, si ottiene così la corrente che deve circolare negli avvolgimenti di armatura del motore affinché esso sviluppi la coppia desiderata. Tale valore di corrente è quello di comando in ingresso al successivo anello. Prima di essere inviato tale segnale può essere filtrato con un passabanda, per attenuare le frequenze del suo spettro vicine a quelle proprie della meccanica asse.

All'ingresso del terzo anello arriva la corrente comandata e quella effettivamente circolante nei circuiti di armatura del motore, la loro differenza entra in blocco proporzionale integrale e ne esce la tensione da applicare al circuito d'armatura del motore affinché vi circoli la corrente desiderata a sviluppare la coppia comandata.

L'equazione che regola il blocco è analoga alla precedente:

$$V_a = K_{pc} \cdot \varepsilon_i + K_{Ic} \int_0^t \varepsilon_i \cdot dt$$

dove:  $V_a$  è la tensione che occorre fornire all'armatura affinché vi circoli il valore di corrente desiderato,  $\varepsilon_i$  l'errore di corrente fra quella di comando e quella effettiva,  $K_{pc}$  il guadagno proporzionale di corrente e  $K_{Ic}$  il guadagno integrale di corrente.

L'uscita di tensione è poi saturata per tenere conto del valore massimo applicabile al motore.

Man mano che i gradini di posizione si succedono l'errore d'inseguimento tenderebbe a crescere, ma essendo questo proporzionale alla velocità comandata, che da esso dipende, in uscita dall'anello di velocità si ha un incremento della coppia di comando del motore, e quindi un incremento della velocità effettiva d'avanzamento. Il risultato è che l'errore di posizione si stabilizza su un valore che è proporzionale alla velocità programmata nella rampa. Aumentando il guadagno dell'anello di posizione, a parità di velocità, si ha una riduzione dell'errore fra posizione comandata e posizione effettiva (errore d'inseguimento); quindi il guadagno proporzionale di posizione deve essere

scelto in modo da minimizzare tale errore, mantenendo il sistema stabile e sufficientemente smorzato.

Mostriamo adesso l'implementazione nel dominio tempo-discreto dei precedenti tre anelli:

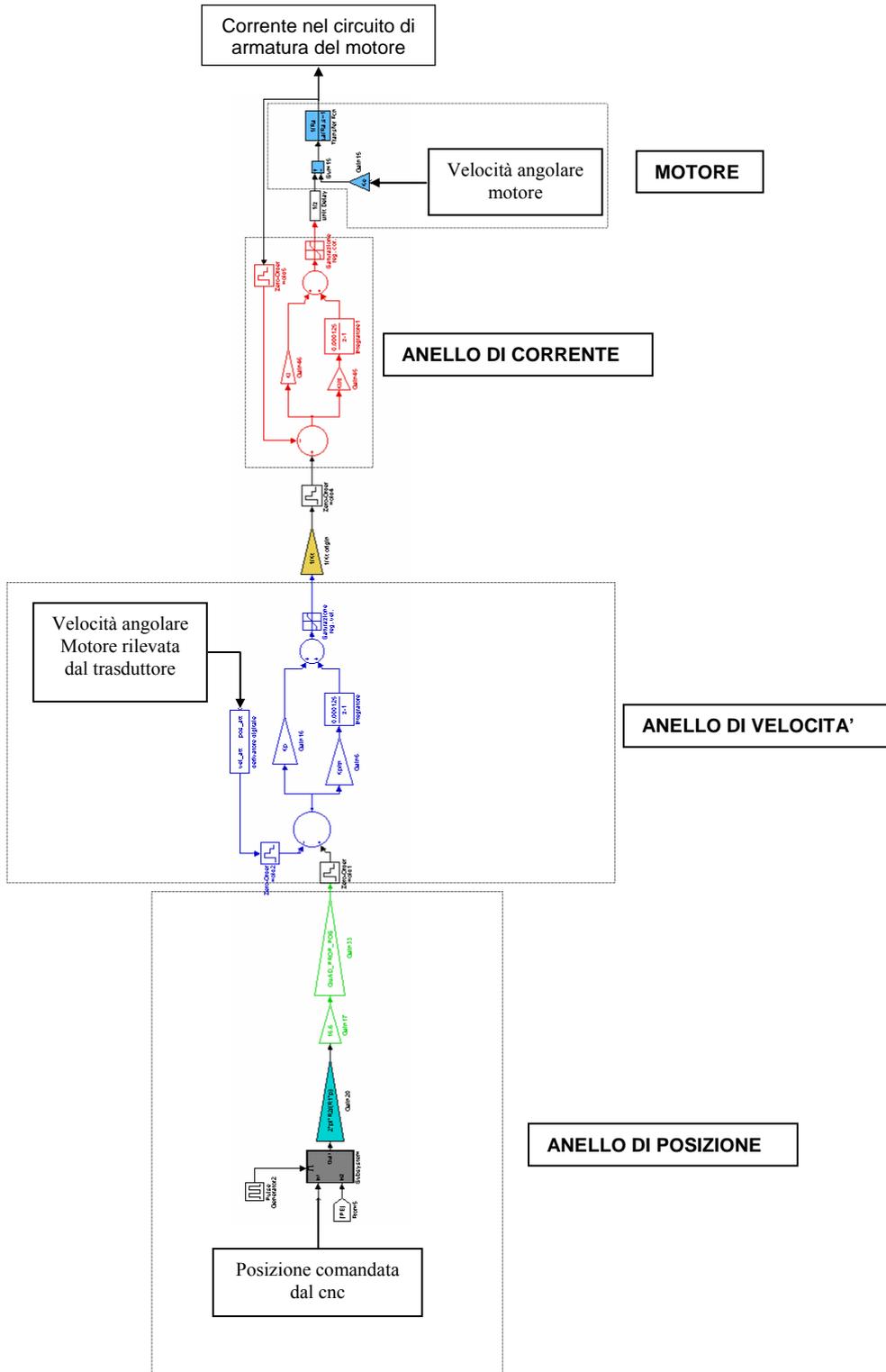


Fig. 1.12

L'anello di posizione è identico al caso precedente: il triangolo in verde opera la conversione fra posizione lineare del carro e quella angolare del motore, questo perchè i parametri di controllo sono riferiti alla rotazione di quest'ultimo. I due blocchi verdi in successione equivalgono al guadagno proporzionale di posizione il primo esprime il valore dell'unità di guadagno il secondo il numero di tali unità.

L'unica differenza formale ma non funzionale rispetto ai blocchi di figura 1.13 sta nell'uso di integratori tempo discreti nella realizzazione dei controllori proporzionali integrali.

Anello di velocità

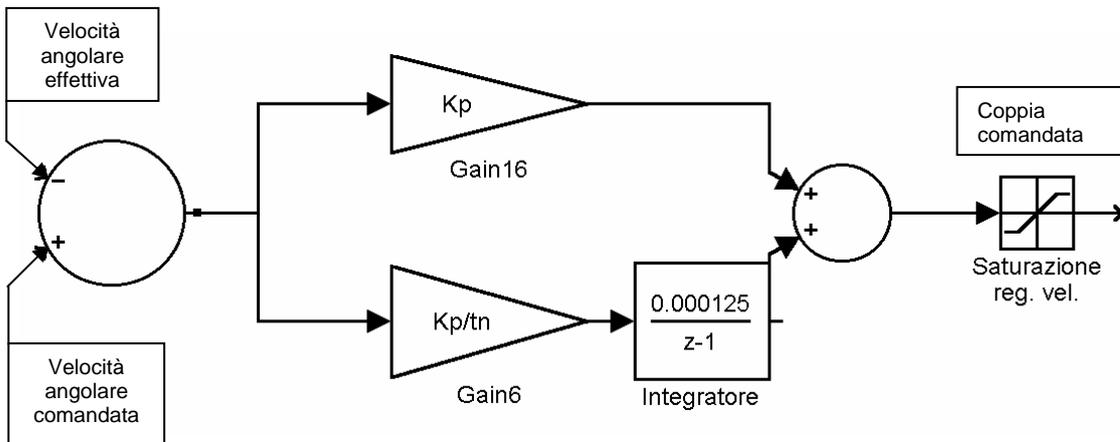


Fig 1.13

$K_p$  è il guadagno proporzionale di posizione in Nms poiché in ingresso c'è una velocità angolare ed in uscita un valore di coppia, nel ramo integrale  $K_p$  è diviso per una costante " $t_n$ " (tempo integrale di velocità) e seguito da un integratore tempo-discreto con costante caratteristica 0.000125 s, l'uscita è ancora una coppia che va a sommarsi con segno a quella generata dal ramo proporzionale.

Anello di corrente

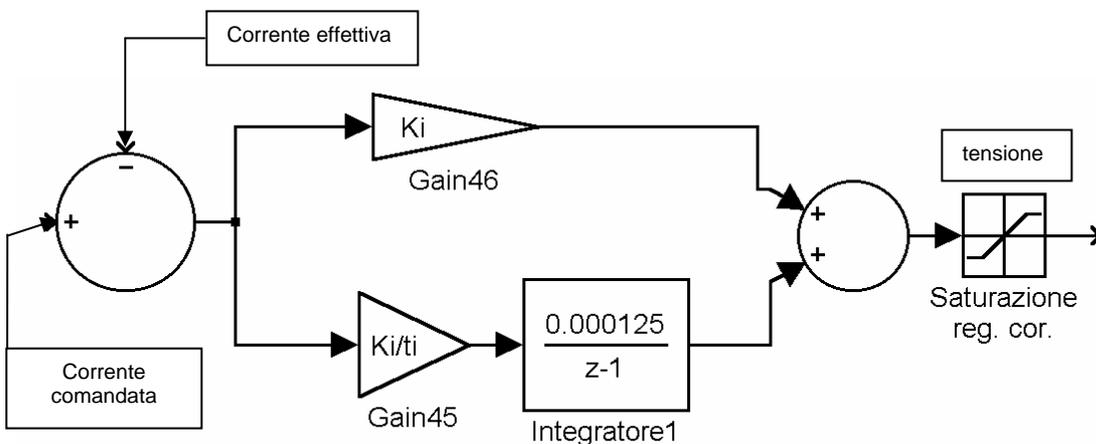


Fig. 1.14: anello di corrente

$K_i$  è il guadagno proporzionale del regolatore di corrente il cui valore è legato all'impedenza del motore, esso ha le dimensioni di  $V/A$ , poiché in ingresso c'è una corrente ed in uscita una tensione.

Nel ramo integrale  $K_i$  è diviso per una costante "ti" (tempo integrale regolatore di corrente) e seguito da un integratore tempo-discreto con costante caratteristica 0.000125 s, l'uscita è tensione che va a sommarsi con segno a quella generata dal ramo proporzionale.

### 1.3 Piattaforma di progettazione, creazione del modello a parametri concentrati

Riassumiamo in figura 1.14 i modelli generalizzati di assi di moto, studiati ed analizzati, tali modelli costituiscono moduli assemblabili richiamabili all'interno di una libreria di archiviazione costruita in ambiente SW.

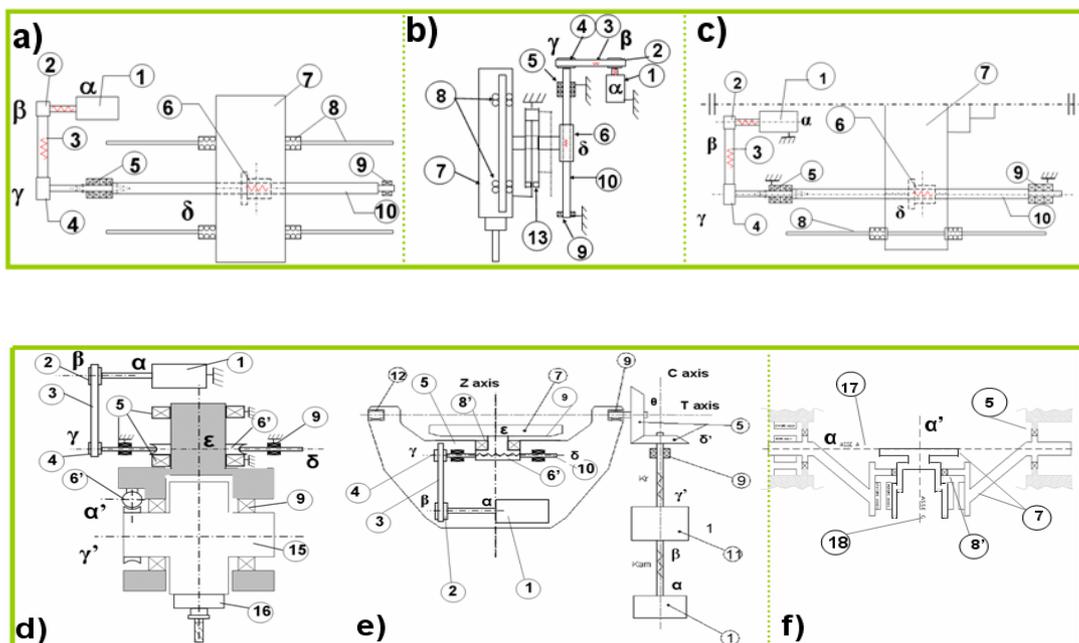


Fig.: 1.14: schemi dei modelli analitici studiati

Come detto, essendo tali modelli parametrici e generalizzati possono essere utilizzati per analizzare assi di moto di specifici assi reali, previo inserimento dei parametri che personalizzano il modello sulla realtà oggetto di studio.

Rinviando ai successivi paragrafi le fasi di ricerca e calcolo di tali parametri, per i casi industriali affrontati, viene descritta di seguito la implementazione del software di assistenza alla creazione del modello, anch'essa implementata in codice Matlab, che permette l'automazione del processo di introduzione dei parametri,. Questo sistema permette l'interfacciamento facilitato col codice di programmazione utilizzato.

Come riportato in figura 1.15 un sistema automatizzato chiede all'utente, per mezzo di maschere specifiche, l'inserimento dei parametri necessari alla personalizzazione del modello, tali parametri vengono così inizializzati all'interno degli algoritmi di calcolo realizzati nei fogli simulink, dove i modelli sono stati implementati.

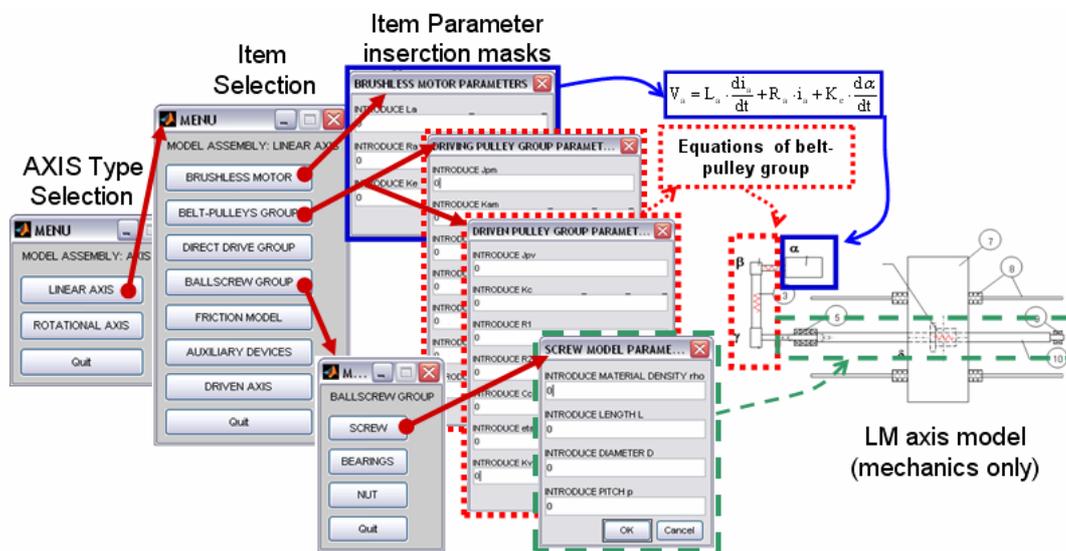


Fig.: 1.15

Come rappresentato in figura 1.15, il sistema chiede se vogliamo generare un modello di asse rotativo o lineare. La costruzione razionalizzata e modulare della catena cinematica oggetto di analisi, permette di assemblare l'asse considerando gli elementi meccanici che lo compongono, selezionando tali componenti il sistema li attiva e li assembla in un unico modello dell'asse; infine si accede alle maschere che richiedono l'inserimento dei valori numerici dei singoli parametri necessari.

A questo punto, il sistema ha costruito il modello della meccanica dell'asse, concretizzato in blocchi di calcolo in ambiente Simulink. Una seconda fase di introduzione di informazioni (rappresentata in figura 1.16), sempre gestita e proposta in modo automatizzato, chiede la definizione del modulo del controllo e dei relativi parametri, da associare al modello meccanico, ed infine l'inserimento dei parametri relativi al modello dell'attrito che sarà spiegato in dettaglio nei paragrafi seguenti, di

cui sono stati formulati un modello semplificato ed un modello più esaustivo che considera effetti tribologici secondari, ma che influenzano comunque il moto dell'asse, in maniera sensibile, specie in situazioni di inversione del moto.

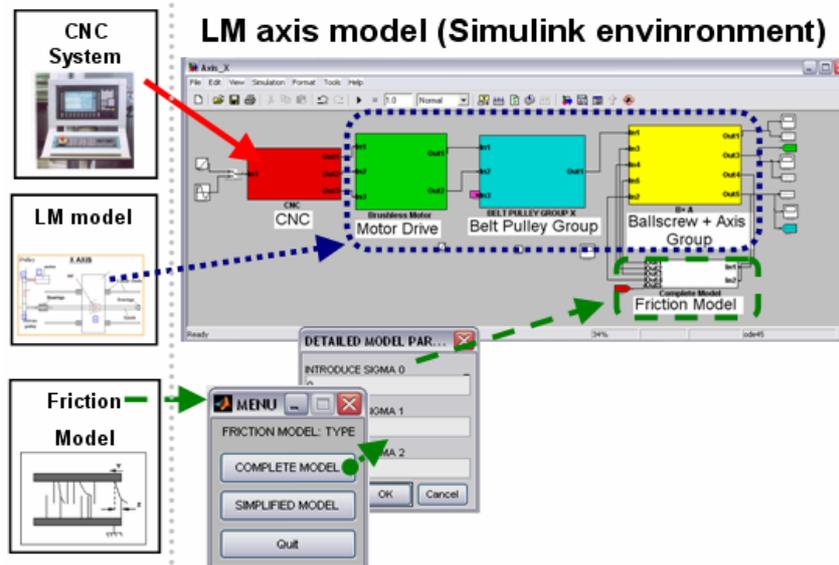


Fig. : 1.16

A questo punto si dispone del programma per la simulazione della risposta al comando, dell'asse di moto controllato.

Dalla libreria realizzata è quindi possibile realizzare, o assemblare un secondo asse di moto, lineare o rotativo che sia, per comporre più assi e creare un modello della macchina, come mostrato in figura 1.17 per una macchina con tre assi cartesiani X, Y, Z, lineari.

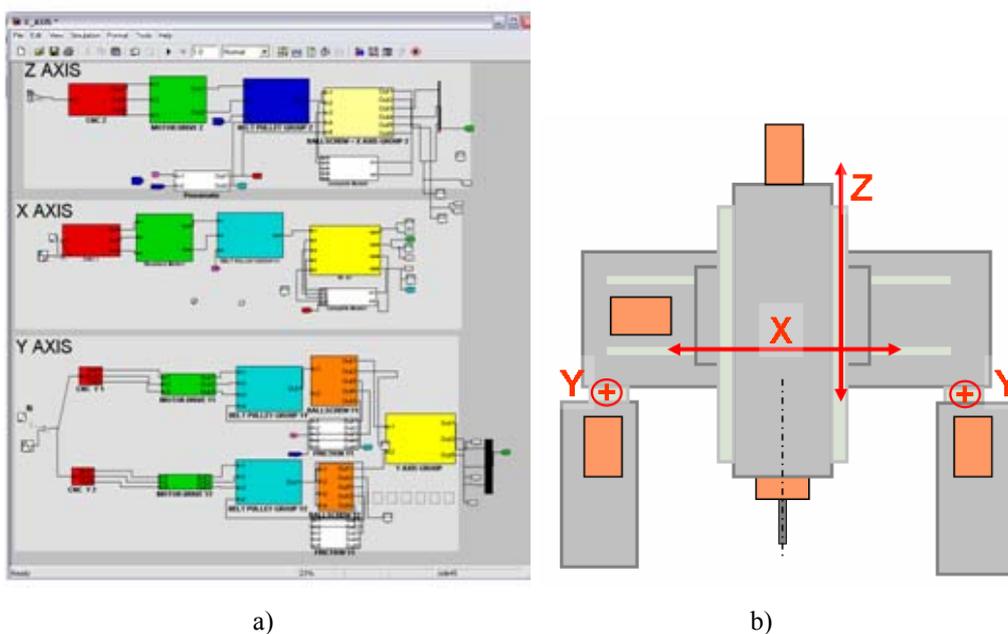


Fig.1.17:a) modello dei tre assi in Simulink, b) schema della struttura modellata

Da notare come in figura 1.17 l'asse di moto Y abbia un duplicazione delle catene cinematiche determinate dalla struttura di tipo Gantry (con doppio azionamento) dell'asse di moto.

## 1.4 Simulazioni sul caso industriale studiato

La metodologia presentata ai paragrafi precedenti è stata sviluppata in totale generalità, e come detto, per macchine con azionamenti appartenenti alle tipologie di trasmissione considerate e modellate.

In questo paragrafo viene riportata la modellazione, secondo la tecnica a parametri concentrati del centro di lavoro Xceeder 1200 prodotto da Breton S.p.A, ed in particolare lo studio dei tre assi cartesiani che la versione base della macchina presenta. Di seguito vengono espone la varietà di analisi effettuabili e le caratteristiche o simulazioni che si possono ottenere.

Considerando che i tre assi della Xceeder 1200, X,Y,Z, cartesiani, hanno strutture che rientrano nelle modellazioni studiate, vengono di seguito esposti, alcuni dei parametri che personalizzano i modelli generalizzati sulla realtà Xceeder:

Nelle figure 1.18 a) e b) sono riportati i risultati di simulazioni di risposta al comando, in particolare, in figura a) è simulata la risposta ad uno step unitario, mentre in figura b) la risposta ad un seno di ampiezza 1mm.

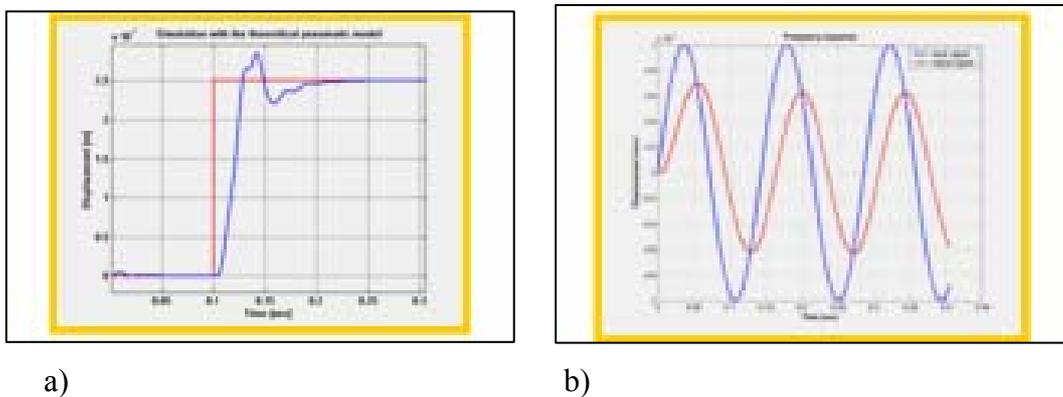


Fig 1.18

Per la valutazione della banda passante del sistema di controllo, sono stati applicati dei comandi in seno, via via ad ampiezze sempre maggiori, e registrate le risposte in output. I risultati della simulazione sono sintetizzati nelle figure 1.19.

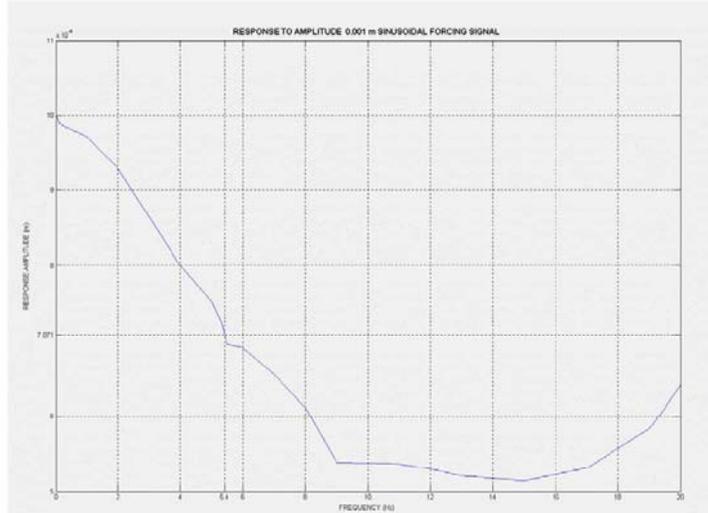


Fig. 1.19: risposta al comando seno di 0.001 m

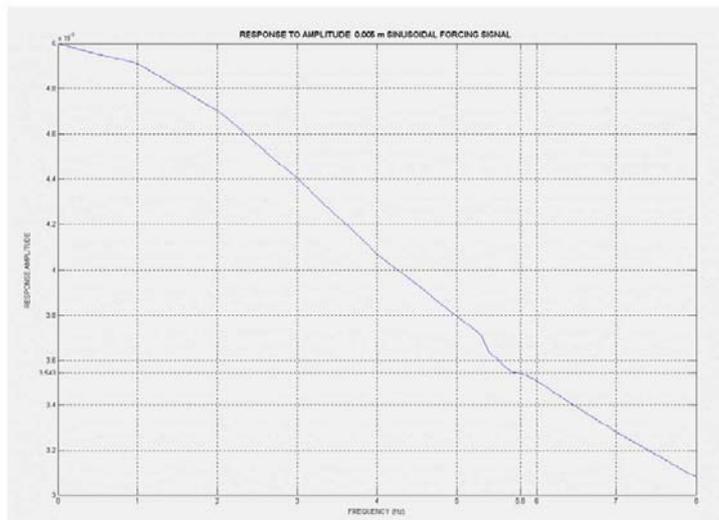


Fig. 1.20: risposta al comando seno di 0.005 m

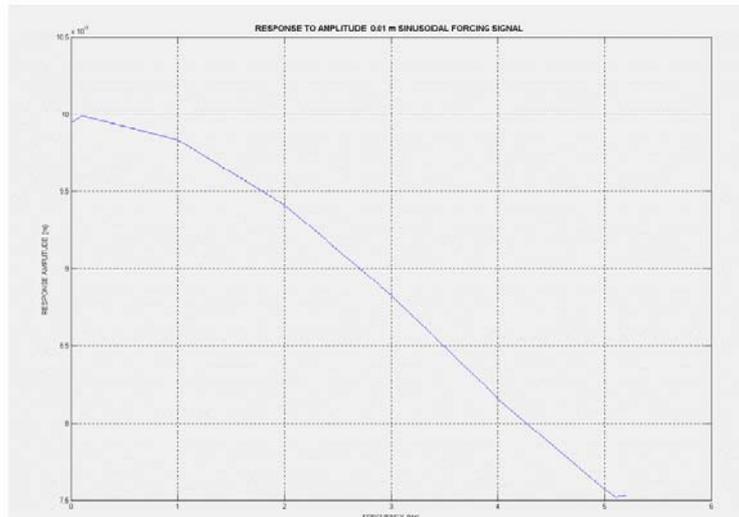
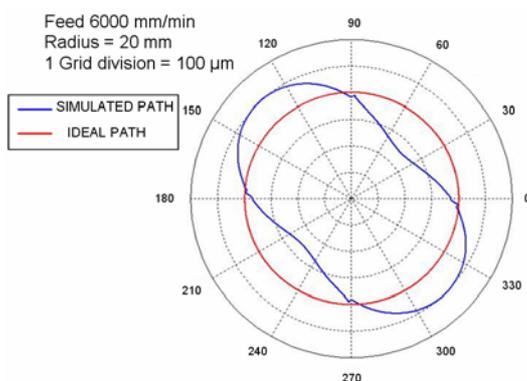
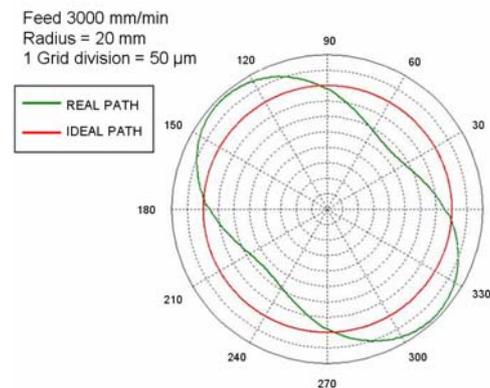


Fig. 1.21: risposta al comando seno di 0.01 m

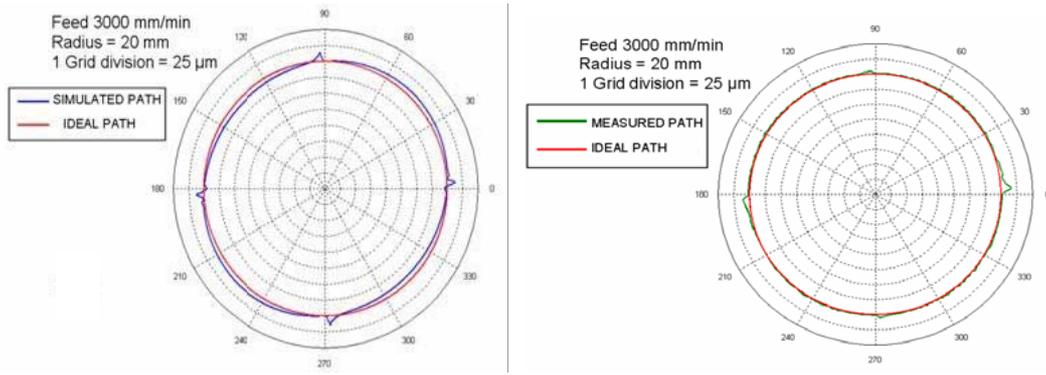
Le capacità di analisi del sistema sviluppato permettono di realizzare simulazioni di esecuzione di traiettorie nel piano e nello spazio, una operazione di interpolazione circolare sono presentate nelle figure 1.22 a), b), c), d), dove oltre alla interpolazione nel piano, che si ottiene interpolando due assi di moto, si può osservare, l'influenza della funzione del feedforward, anch'essa modellata ed implementata nel modello del CNC. In particolare nella figura 1.22 a) e b) abbiamo l'andamento, rispettivamente simulato e reale (ricavato dalla esecuzione di prove sulla macchina in pari condizioni) nel caso in cui la funzione feedforward sia disattivata, mentre nelle figure 1.22 c) e d) tale funzione è attiva sia nel modello implementato nel SW sia per quanto riguarda gli andamenti ricavati dalle prove in macchina.



a)



b)

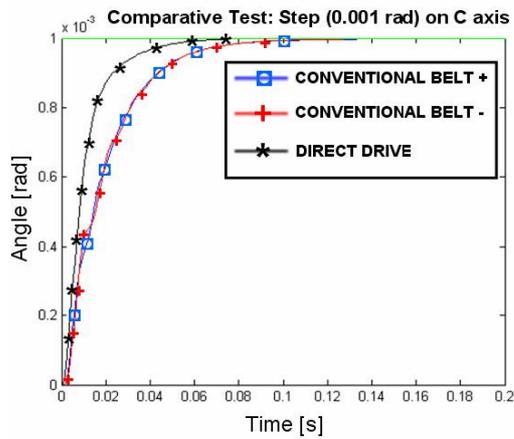


c)

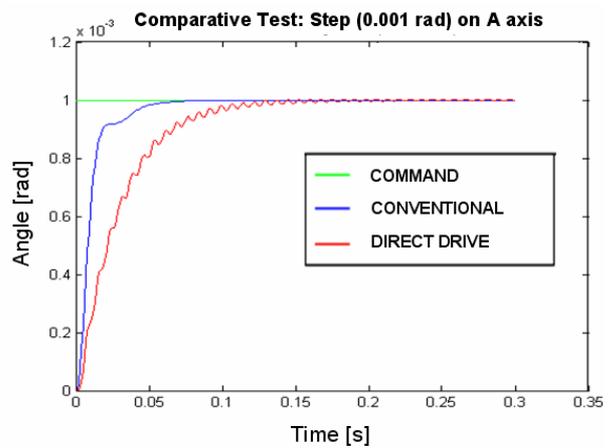
d)

fig. 1.22

Infine vengono riportate le simulazioni di risposte a posizionamenti angolari effettuate sui modelli della tavola rotante e basculante, grazie alla modularità dei modelli realizzati è possibile valutare diverse tipologie di azionamento ed in maniera comparativa, testare diverse soluzioni progettuali, come nel esempio riportato nelle figure 1.23 a e 1.23 b, dove azionamenti *direct drive* vengono confrontati con azionamenti a cinghia convenzionali.



a)



b)

fig. 1.23

# Capitolo 2

**Dinamica della macchina:**

**Modellazione Numerica**

## 2.1 Introduzione

In questo capitolo verrà trattata la problematica della modellazione ed analisi ad elementi finiti, condotta sui singoli componenti strutturali della macchina, sui gruppi meccanici degli assi di moto, fino alla costruzione di un modello completo della macchina composta da tre assi di moto lineari controllati, cartesiani.

In generale è possibile realizzare modelli FEM dei componenti della macchina, per effettuare delle analisi di tipo statico dinamico e termico.

Nel presente capitolo gli elementi FEM realizzati sono rappresentativi della Xceeder 1200, la modellazione della struttura ha due scopi fondamentali:

- fornire all'ufficio tecnico della azienda dei modelli ad elementi finiti, per valutare la adeguatezza delle caratteristiche statiche, dinamiche e termiche dei componenti di macchina realizzati da Breton S.p.A,
- produrre un modello numerico, completo e sufficientemente dettagliato della meccanica della macchina, che possa essere integrato all'interno del sistema sviluppato in Simulink al fine di permettere la modellazione ibrida del complesso mecatronico, scopo della ricerca.

Non vengono di seguito proposte le tecniche di risoluzione per l'analisi ad elementi finiti (si rimanda a testi specifici), bensì è descritta in dettaglio la fase di riduzione o condensazione dei gradi di libertà operata sui modelli FEM al fine di essere integrati all'interno del modello ibrido (al capitolo 3).

Da considerare che la fase di modellazione dei singoli componenti ha seguito diverse modifiche al fine da ottimizzare la capacità di analisi (in termini di validità della simulazione FEM, rispetto ai tempi di calcolo del SW).

Sono altresì riportate le problematiche e le scelte effettuate in ambito di modellazione della struttura meccanica di una M.U. per soddisfare alla necessità di realizzare un modello dinamico ridotto.

Infine in questo capitolo è riportata la procedura eseguita per la validazione dei modelli realizzati, una prima validazione, del tutto teorica, valuta la capacità di convergenza del modello in funzione delle tecniche di modellazione utilizzate, in secondo luogo viene

esposta la procedura di analisi sperimentale, di analisi modale condotta su un elemento reale della macchina.

## **2.2 Modellazione numerica della struttura della macchina**

### **2.2.1 Modellazione ad elementi finiti dei componenti strutturali e dei motori del centro di lavoro Xceeder 1200**

La metodologia seguita per la costruzione di modelli adatti ad una simulazione virtuale è, per il metodo degli elementi finiti, quella di attuare una discretizzazione della struttura in un reticolato di elementi e nodi ai quali attribuire le proprietà fisiche proprie degli organi da simulare.

Tale discretizzazione rende il sistema di risoluzione del software capace di apprezzare le caratteristiche geometriche, fisiche, e i materiali degli oggetti simulati.

Si parla, come visto, di costruire un modello FEM (Finite Element Model) adatto alla simulazione, cioè composto da elementi supportati dal tipo di analisi FEA (Finite Element Analysis) da effettuare, e contenente tutte le informazioni necessarie per restituire, alla fine del processo risolutivo, le variabili cercate.

Regole per effettuare una mesh efficiente, in ambito di studio dinamico delle macchine:

- Se si effettua una discretizzazione da una geometria importata, occorre eliminare tutti i particolari che non contribuiscono alla rigidezza totale della struttura, mentre è necessario considerare raccordi ampi e accorgimenti strutturali, come alette e setti, che irrigidiscono la struttura stessa.
- Le masse sospese, se lontano da zone critiche o di particolare interesse, possono essere modellate, come masse concentrate equivalenti (puntiformi); in questo modo, la matrice massa, è ben simulata, e quella di rigidezza globale della struttura non si discosta molto dal modello tridimensionale.

- Ottimizzare la dimensione degli elementi, in modo che la geometria del FEM sia il più possibile coincidente, con quella reale della struttura, senza appesantire eccessivamente il modello.

Gli elementi della macchina utensile da modellare sono sostanzialmente gli organi strutturali dei vari assi di moto della macchina stessa. Essi sono:

- *il Carro (elemento principale asse X)*

E' dal punto di vista funzionale, una struttura rigida che trasla grazie a pattini, lungo le guide lineari fissate alla traversa, e sostiene tutto l'asse Z, nonché alloggiamento degli azionamenti motore e guide di tale asse.

E' un particolare fuso con facilità, data la sua geometria aperta che viene irrigidita con piastre disposte sia longitudinalmente che trasversalmente.

Il modello:

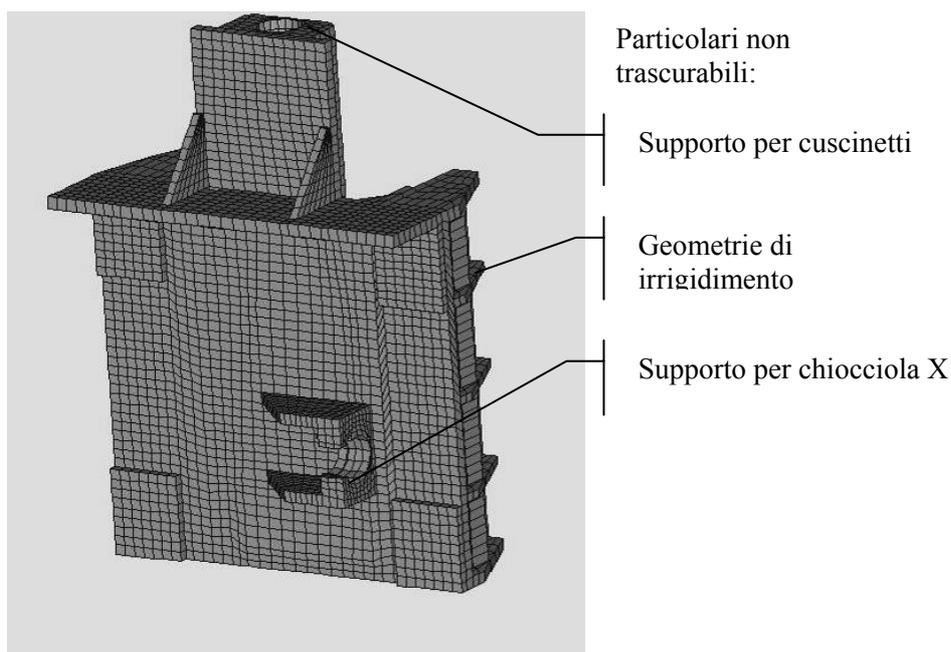


Fig 2.1

La modellazione è avvenuta da una geometria CAD realizzata nel MASTER MODEL TASK<sup>®</sup> di I-DEAS. Vi è stata una soppressione dei particolari trascurabili, al fine di non appesantire inutilmente il modello. Il FEM è stato realizzato utilizzando 4710 elementi *brick* e 8750 nodi.

• *Il Canotto (elemento principale asse Z)*

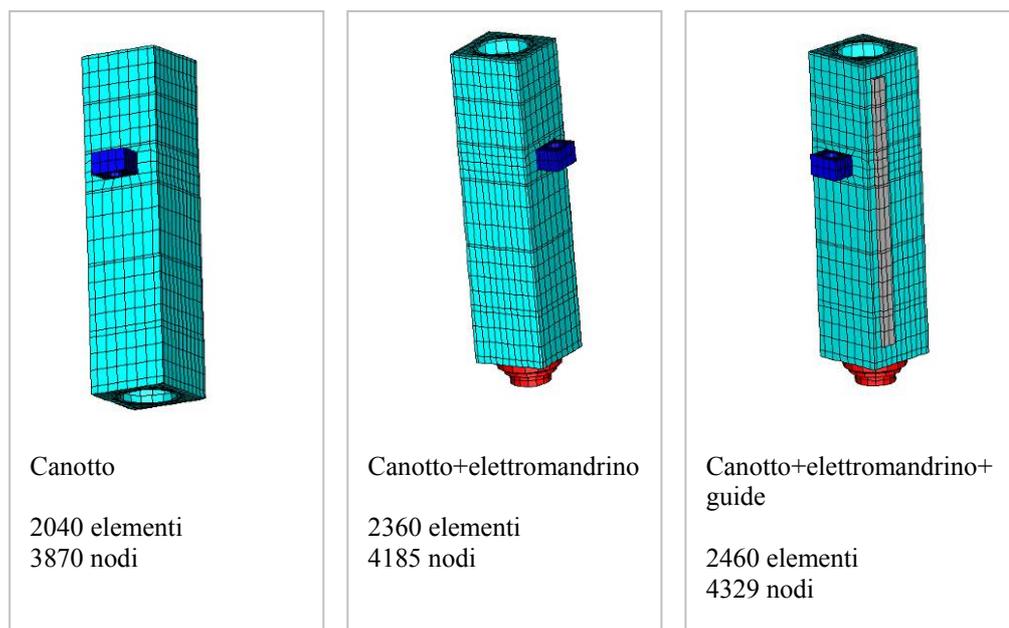


Fig 2.2

Tale elemento supporta l'elettromandrino e scorre lungo l'asse verticale, grazie a guide lineari ad esso collegate tramite un collegamento a vite.

E' di forma complessa: uno scatolato con all'interno una serie di setti a diverso spessore e un irrigidimento interno, longitudinale, tramite due lamiere rettangolari ed una ricurva a 180°.

Tale geometria utilizzata per costruire il modello è stata semplificata dei particolari non interessanti a livello strutturale; inoltre per una più semplice e veloce creazione della *mesh* dell'elemento è stata applicata una modifica dell'irrigidimento longitudinale suddetto, grazie ad un tubo avente una rigidità strutturale equivalente alla rigidità dell'insieme delle tre lamiere saldate.

Successivamente, considerando che l'elettromandrino è collegato rigidamente al canotto si realizza il FEM dell'insieme dei due elementi, che secondo le loro proprietà fisiche, costituiscono un unico organo, quindi un unico FEM, composto da unione dei due FEM originari.

Vengono infine modellate, mappando nodi ed elementi, le guide lineari, in quanto concorrenti all'irrigidimento a flessione dell'intero assemblato.

• *La Traversa (elemento principale asse Y)*

Elemento ricavato da saldatura di piastre di acciaio, in una forma di parallelepipedo, con setti e rinforzi longitudinali e trasversali.

Il FEM è composto da 6002 elementi *brick* e 9312 nodi.

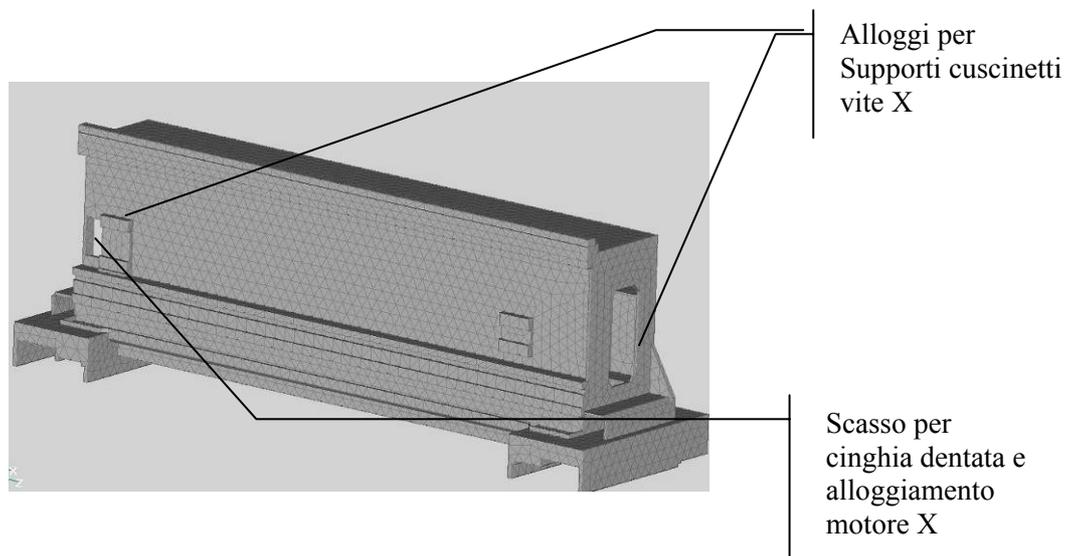


Fig 2.3

- *Motori elettrici*

E' previsto l'uso di un motore per la movimentazione di ogni asse (per asse Y, la struttura *gantry* di XCEEDER prevede due guide e due motori).

Sono motori sincroni a magneti permanenti, con velocità nominale di 3000 rpm, accoppiati alla guida a ricircolo di sfere corrispondente tramite cinghie dentate precaricate.

Da catalogo SIEMENS® si ricavano le masse e le geometrie dei motori, ma la modellazione è semplicemente effettuata con masse concentrate nella zona di collegamento ai rispettivi supporti, proprio perché pesi così ridotti non influenzano i primi modi di vibrare delle zone critiche.

## 2.2.2 Modellazione dei meccanismi di movimento

La metodologia seguita per modellare i vincoli che i meccanismi di movimento impongono alla macchina reale, si basa sulle opportunità di simulazione e sugli elementi finiti disponibili dal software.

Una risposta operativa in sede di modellazione virtuale è stata quella di disporre strategicamente di elementi finiti particolari, (supportati da analisi modale) che restituiscano in fase di calcolo i cedimenti che i vincoli reali, sotto azione di carichi, presentano deformando elasticamente la struttura.

Per fare ciò occorre quindi:

- a) disporre elementi finiti adeguati, in posizioni adeguate (localizzarli dove sono posizionati i meccanismi reali).
- b) definire le direzioni di azione del vincolo (definire le direzioni delle rigidità).
- c) assegnare le rigidità equivalenti.

Occorre fissare il concetto fondamentale di rigidità macroscopiche dei meccanismi, in quanto, solitamente, gli organi di movimento sono provvisti di più di un elemento meccanico e molto spesso sono mediati da sfere e rullini per ridurre l'attrito. Non meno importante è la presenza o meno di precarico, in quanto in questo tipo di macchine ogni meccanismo di guida è precaricato al fine di annullare tutti i giochi, tale precarico altera la rigidità dei meccanismi rispetto ai montaggi non precaricati.

Si passa quindi alla sostituzione del meccanismo con tre molle ortogonali con valori di rigidità appropriate, che vincolano le traslazioni relative ai tre assi cartesiani.

In questo modo è possibile modellare, con buona precisione, i meccanismi di vincolo a traslazione con elementi molla.

Per quanto riguarda gli spostamenti reciproci dei vari elementi macchina, che i vincoli reali lasciano liberi non viene prevista nessuna molla, o viene attribuita una rigidità nulla alla molla interposta tra gli elementi e diretta lungo la direzione non vincolata.

### *Meccanismi da simulare*

Considerando che per la movimentazione di ogni asse, la macchina prevede l'utilizzo di una coppia di guide lineari per garantire il sostegno e il movimento rettilineo di traslazione, e di una vite a ricircolo di sfere per l'azionamento.

Consideriamo i seguenti meccanismi da simulare

Guide lineari pattini e rullini che garantiscono il movimento reciproco di traslazione degli assi, e vincolano con determinate rigidità le traslazioni non concesse.

Vite a ricircolo di sfere

Cuscinetti obliqui e a rullini che sostengono la vite a ricircolo di sfere.

### Guide lineari

Sono costituite per ogni organo in movimento, da una coppia di guide rettilinee dotate di fori per fissaggio a vite, e da una coppia di pattini per guida.

Il contatto tra pattino e vite non è diretto, ma mediato attraverso una serie di rullini al fine di diminuirne l'attrito. L'accoppiamento viene precaricato, per garantire giuoco nullo. L'azienda produttrice fornisce i diagrammi sperimentali forza-spostamento relativi a carichi di compressione e laterale dell'accoppiamento guida-rullini-pattino, di conseguenza le rigidità trovate non sono altro che le rigidità macroscopiche dell'accoppiamento.

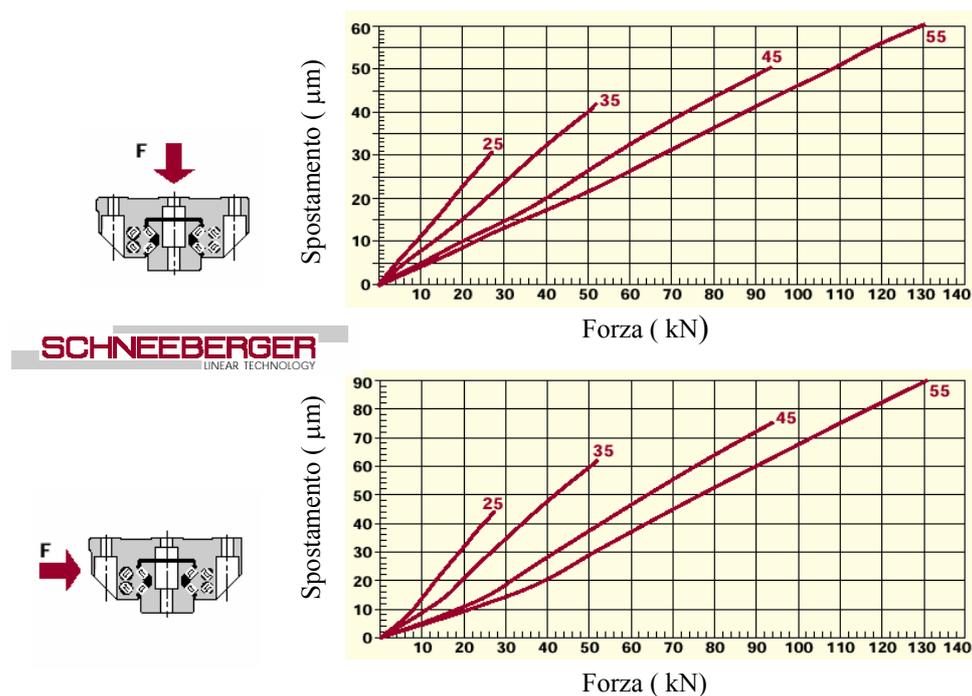


Fig:2.4

Calcolo:

Da tabelle tecniche vengono ricavate le seguenti rigidità:

$$K_c = \frac{F}{\delta} = 1.60 \cdot 10^9 \frac{N}{m} \quad K_c \text{ rigidezza a sforzo normale}$$

$$K_l = \frac{F}{\delta} = 1.35 \cdot 10^9 \frac{N}{m} \quad K_l \text{ rigidezza a sforzo laterale}$$

### Vite a ricircolo di sfere

Viti a ricircolo di sfere presenti in tutti gli assi sono organi atti a trasformare un moto rotatorio in un moto traslatorio. Sono costituite da una vite con piste scanalate, sede di una serie di sfere, che alloggiato e trovano il dispositivo di ricircolo nella chiocciola.

Ad una rotazione della vite corrisponde una traslazione della chiocciola. Per evitare i giuochi sono disposte due chiocciole contrapposte e precaricate.

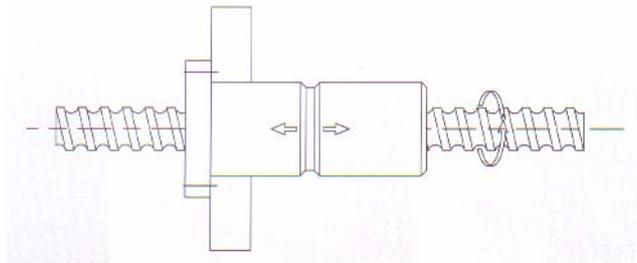


Fig 2.5

Calcolo:

Utilizzando il manuale tecnico di un produttore di viti a ricircolo, è possibile ricavare la rigidezza a sforzo assiale dell'intero pacco sfere interposto tra vite e chiocciola.

Viene fornita  $K_s$  come rigidezza nella zona di contatto delle sfere per il caso di due chiocciole contrapposte e precaricate con precarico  $P_c = 0.1 C_a$  e forza esterna applicata

$$F_a = 3 \cdot P_c$$

Con  $C_a$  carico dinamico

Dalle tabelle si ricava, noti:

$$d_{0\_asse\_X \text{ e } Z} = 40 \text{ mm (diametro primitivo vite);}$$

$$d_{0\_asse\_Y} = 50 \text{ mm (diametro primitivo vite);}$$

$$P_h = 16 \text{ mm (passo);}$$

$$D_w = 6 \text{ mm (diametro sfere)}$$

$$L_{\text{manicotto } X \text{ e } Z} = 210 \text{ mm (lunghezza chiocciola doppia);}$$

$$L_{\text{manicotto } Y} = 200 \text{ mm (lunghezza chiocciola doppia);}$$

tipo di flangia della chiocciola,

si ricava  $K_s' = 1,04 \cdot 10^9 \text{ N/m}$  per assi X e Z

si ricava  $K_s' = 0,96 \cdot 10^9 \text{ N/m}$  per asse Y.

Considerando che ad un carico agente in una direzione, solo una chiocciola reagisce a tale carico, consideriamo come valore di rigidezza del pacco di sfere:

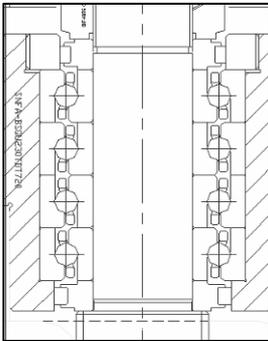
$K_s = 0,502 \cdot 10^9 \text{ N/m m}$  per assi X e Z

$K_s = 0,480 \cdot 10^9 \text{ N/m m}$  per asse Y

### Cuscinetti

Per asse X

La quaterna



reagisce a sforzi radiali con rigidezza  $K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

reagisce a sforzi assiali con rigidezza  $K_a = 6,25 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

Fig 2.6

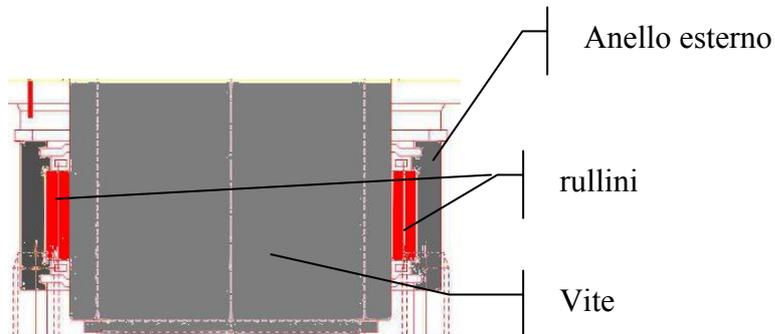


Fig 2.7

Il cuscinetto a rullini senza anello interno reagisce a sforzi radiali con rigidezza  $K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

Per asse Z

## Capitolo 2

La quaterna reagisce a sforzi radiali con rigidezza  $K_r = 2,2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

a sforzi assiali con rigidezza  $K_a = 5,3 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

Il cuscinetto a rullini a sforzi radiali con rigidezza  $K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

Per asse Y

La quaterna reagisce a sforzi radiali con rigidezza  $K_r = 2,2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

a sforzi assiali con rigidezza  $K_a = 6,25 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

La terna reagisce a sforzi radiali con rigidezza  $K_r = 6 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

*Metodo di calcolo delle rigidezze utilizzato per il calcolo cuscinetti.*

Il tipo di costruzione, la dimensione del cuscinetto ed il gioco d'esercizio determinano la rigidezza di un cuscinetto volvente,

I cuscinetti volventi hanno un'elasticità progressiva. Si possono calcolare i valori di cedimento con le equazioni approssimative:

$$\delta_r = \frac{1}{c_s} \cdot F_r^{0,84} + \frac{s}{2}$$

$$\delta_a = \frac{1}{c_s} \cdot [(F_{av} + F_a)^{0,84} - F_{av}^{0,84}]$$

$$c_r = K_c \cdot d^{2,65}$$

Con:

$c_s$  parametro di rigidezza

$d$  diametro del foro del cuscinetto

$\delta_r$  accostamento radiale tra asse dell'albero e centro del foro

$\delta_a$  accostamento assiale tra albero e alloggiamento

$s$  gioco d'esercizio radiale del cuscinetto montato e non caricato

$F_r$  carico radiale sul cuscinetto

$F_a$  carico assiale sul cuscinetto

$F_{av}$  precarico assiale

Tale metodo di calcolo può essere utilizzato sia per cuscinetti a sfere, che a rulli, che a rullini in funzione del coefficiente  $K_c$ , fornito per le differenti serie costruttive dei cuscinetti.

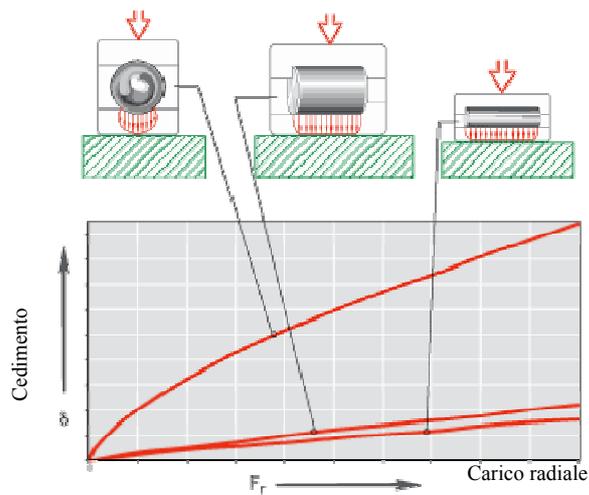


Fig 2.8

*Cuscinetti a sfere:*

per un cuscinetto della quaterna asse Z

Valori utilizzati:  $d = 35 \text{ mm}$ ;

$S = 0$ ;  $K_c = 22.5$ ;

$F_r = 250 \text{ N}$  tale forza è pari ad un quarto della forza totale applicata radialmente alla quaterna, e derivata dal precarico della cinghia puleggia motore asse Z del valore di  $1000 \text{ N}$ ;

$F_a = 855 \text{ N}$  pari alla somma del peso complessivo della guida a vite a ricircolo di sfere e del 20% del peso della parte a sbalzo dell'asse Z;

$F_{av} = 7200 \text{ N}$  precarico della vite a ricircolo Z.

Per la quaterna asse Z si compongono le rigidità radiali (in parallelo) di tutti e quattro i cuscinetti, mentre per quelle assiali (in serie) si considerano solo due cuscinetti, in quanto nel montaggio a doppio "O" solo due cuscinetti su quattro sostengono un carico assiale in un dato verso.

Una volta composte si ha: rigidità a sforzi radiali  $K_r = 2,2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$ , a sforzi assiali

$$K_a = 5,3 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

per un cuscinetto della quaterna asse X

## Capitolo 2

Valori utilizzati:  $d = 35 \text{ mm}$ ;

$$S = 0; K_c = 22.5;$$

$$F_r = 1000 - 5/8 \cdot 588 \text{ N} = 158 \text{ N};$$

$$F_a = 1000 \text{ N};$$

$F_{av} = 9500 \text{ N}$  precarico della vite a ricircolo X.

Per la quaterna asse X

$$\text{rigidezza a sforzi radiali } K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

$$\text{sforzi assiali } K_a = 6,25 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

Per un cuscinetto asse Y

Valori utilizzati:  $d = 35 \text{ mm}$

$$S = 0;$$

$$F_r = 1000 \text{ N};$$

$K_c = 23,5$  noto da tabelle INA

$$\text{rigidezza a sforzi radiali } K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

Per la quaterna asse Y

$$\text{rigidezza a sforzi radiali } K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

$$\text{sforzi assiali } K_a = 6,25 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

Per la terna asse Y

$$\text{rigidezza a sforzi radiali } K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

$$\text{sforzi assiali } K_a = 3 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

Cuscinetti a rullini, senza anello interno

Valori utilizzati:  $d = 35 \text{ mm}$

$$S = 0$$

$$F_r = 1000 \text{ N}$$

$K_c = 23,5$  noto da tabelle INA

$$\text{rigidezza a sforzi radiali } K_r = 2 \cdot 10^9 \text{ N/m}$$

### Modellazione dei vincoli

Una volta calcolati i parametri necessari per la modellazione, e definito il sistema di riferimento necessario per la costruzione del FEM (CS e SRCS), si passa a simulare i vincoli.

Tramite le rigidità assegnate alle molle, si pilotano i cedimenti lungo gli assi del SRCS; mentre con la lunghezza dei lati del triangolo rettangolo vengono assegnati dei momenti resistenti, che rendono una più reale rappresentazione del meccanismo.

Si definisce il vettore di rigidità KTRA delle molle nel seguente modo:

- i. guide asse Z  $KTRA = (0; 6,6 \cdot 10^8; 4,5 \cdot 10^8)$
- ii. guide asse X  $KTRA = (4,5 \cdot 10^8; 0; 6,6 \cdot 10^8)$
- iii. guide asse Y  $KTRA = (6,6 \cdot 10^8; 4,5 \cdot 10^8; 0)$

Illustrazione di vincoli utilizzati in figura 2.9 e 2.10.

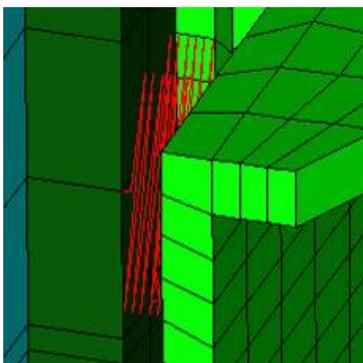


Figura 2.9 tre molle utilizzate per simulare accoppiamento guida pattino tra canotto e carro, in questo caso sono state ricreate anche le guide, per rendere la rigidità complessiva dell'asse Z più precisa.

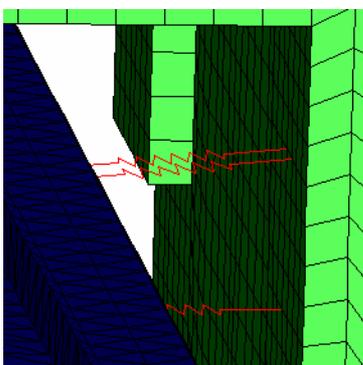


Figura 2.10 tre molle utilizzate per simulare accoppiamento guida pattino tra carro e traversa, con quattro strumenti di questo tipo si può simulare il corretto fissaggio, nonché garantire il grado di libertà di movimento dell'asse X, rispetto alla traversa. Cosa che in realtà è realizzata dai quattro pattini.

Le Viti a ricircolo di sfere possiedono caratteristiche strutturali e geometriche particolari, infatti non sono localizzabili in piccole porzioni di spazio, e supportano

l'intero carico dinamico dell'asse collegato alla chiocciola (fatta eccezione per guida a vite a ricircolo su asse z).

Il modello di tali organi di trasmissione è stato realizzato con elementi finiti di tipo *beam*, tali elementi possiedono due nodi non coincidenti e tra questi viene costruita una sezione trasversale alla retta congiungente i due nodi stessi.

La relazione cinematica vite-madrevite è simulata nel software grazie alle relazioni cinematiche definibili tra nodi considerando come nodo indipendente un nodo della vite e come dipendente un nodo della chiocciola.

Si realizza così una modellazione che rende possibile controllare gli andamenti delle posizioni degli assi corrispondenti a leggi di rotazioni della vite.

Il rapporto di trasmissione definito prevede che ad una rotazione di  $360^\circ$  della vite, corrisponde una traslazione della chiocciola pari ad un passo  $p$ , quindi tra angolo della vite e spostamento lineare della chiocciola sussiste il rapporto  $\frac{2\pi}{p}$

#### *Cuscinetti di sostegno viti a ricircolo di sfere*

Per un gruppo (es. quaterna) di cuscinetti si utilizza un elemento molla posto tra due nodi, uno dei quali sull'asse della vite, l'altro al supporto dove è fissata la vite.

Tramite le rigidezze assegnate alle molle, si pilotano i cedimenti lungo gli assi del SRCS.

Si definisce il vettore di rigidezze KTRA delle molle nel seguente modo:

Quaterna asse Z  $KTRA = ( 5,3 \cdot 10^9; 2,2 \cdot 10^9; 2,2 \cdot 10^9 )$

Quaterna asse X  $KTRA = ( 2 \cdot 10^9; 6,25 \cdot 10^9; 2 \cdot 10^9 )$

Quaterna asse Y  $KTRA = ( 2 \cdot 10^9; 2 \cdot 10^9; 6,25 \cdot 10^9 )$

Terna asse Y  $KTRA = ( 2 \cdot 10^9; 2 \cdot 10^9; 3 \cdot 10^9 )$

Rullini asse Z  $KTRA = ( 0; 2 \cdot 10^9; 2 \cdot 10^9 )$

Rullini asse X  $KTRA = ( 2 \cdot 10^9; 0; 2 \cdot 10^9 )$

Tramite le rigidezze introdotte si pilota il cedimento dei cuscinetti.

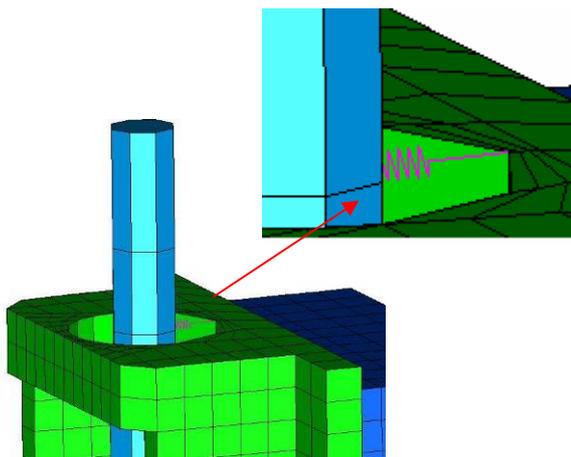


Figura 2.11: modellazione Quaterna Z tramite una molla.

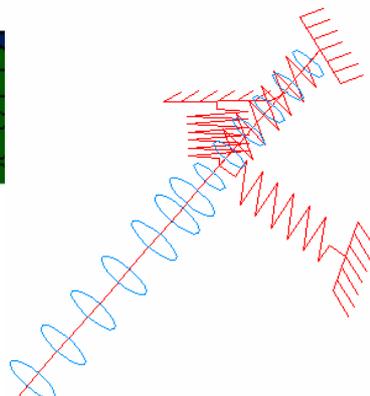


Figura 2.12: modellazione Quaterna Y tramite tre molle unaxial, node to ground.

### *Modelli ad Elementi Finiti realizzati*

Passiamo velocemente in rassegna i gruppi FEM modellati che verranno poi assemblati per la realizzazione del modello ad elementi finiti completo della macchina, distinguiamo:

#### *ASSE Y*

E' composto dalla Traversa, dal motore asse X, da una coppia di viti a ricircolo di sfere e da quattro accoppiamenti guida lineare-pattino.

Le condizioni al contorno impongono il fissaggio dei cuscinetti e delle guide lineari ad elementi infinitamente rigidi, qui simulati con *molle node to ground*, che cedono attraverso un vettore rigidezza KTRA come per le molle viste nel precedente paragrafo, ma con la differenza di interessare un solo nodo del modello ed un puntofisso nello spazio (chiamato *ground*).

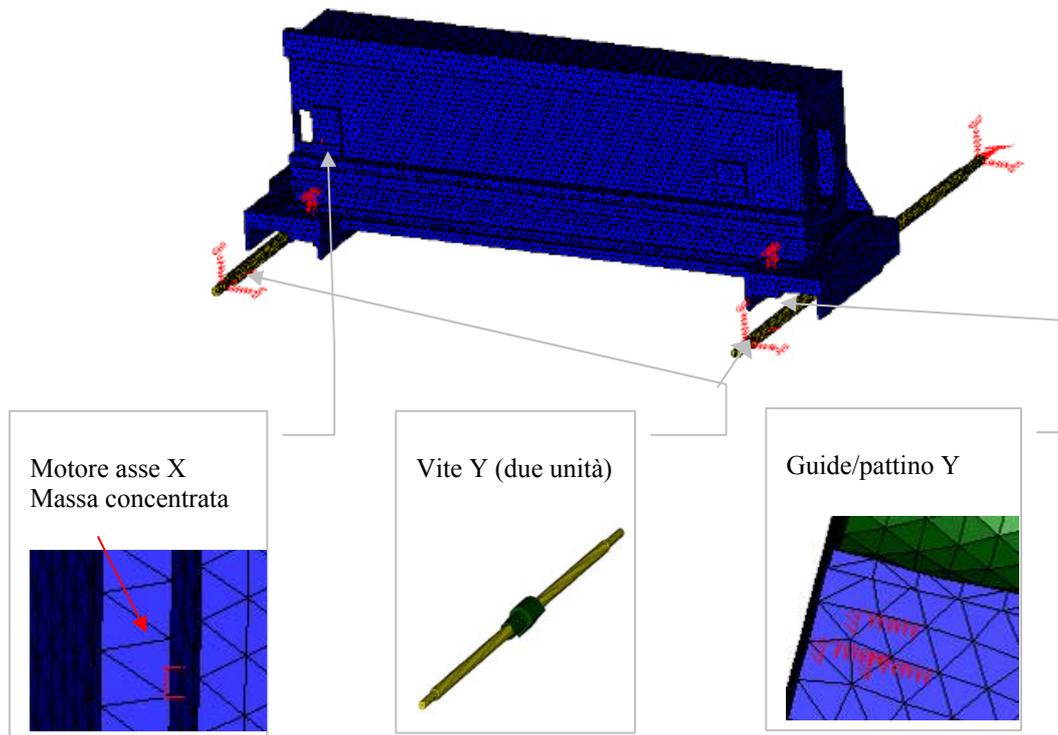


Figura 2.13

### ASSE X

E' composto dal carro, vite a ricircolo X, supporto motore e motore asse Z.

Da notare che il motore di movimentazione dell'asse Z, montato sul supporto in testa al carro, è stato modellato a mezzo di una massa concentrata applicata nel punto più estremo del supporto, per essere sicuri di non sottostimare il raggio di inerzia dell'accoppiamento a sbalzo.

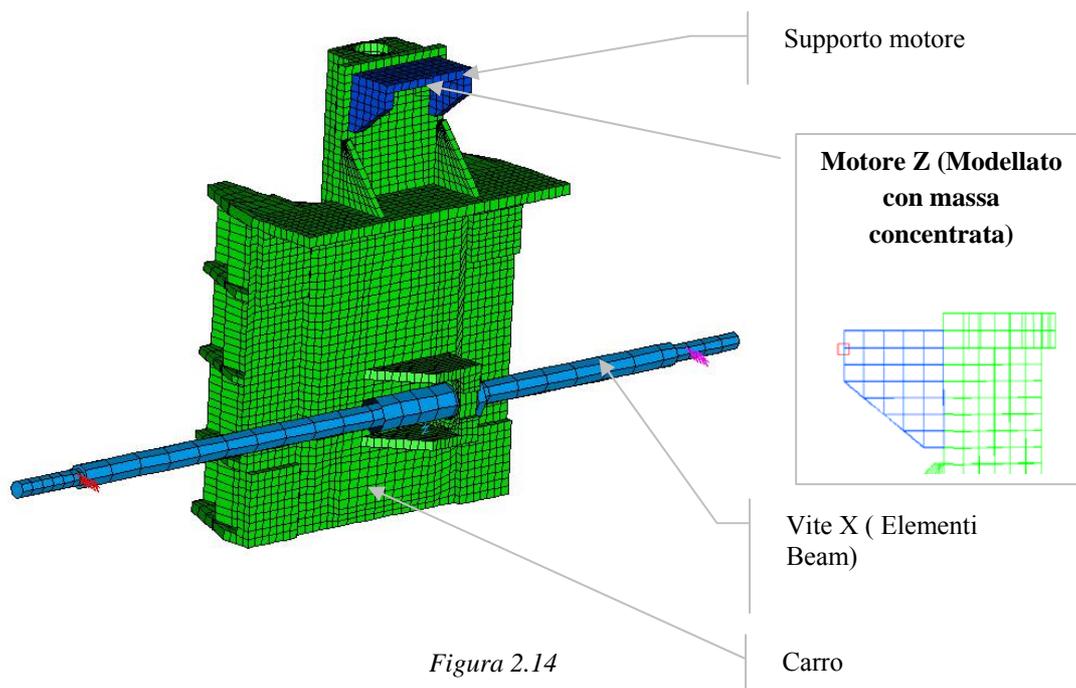


Figura 2.14

## ASSE Z

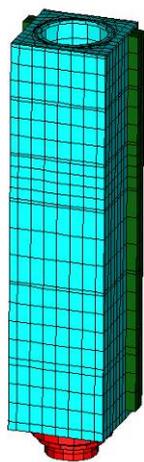


Figura 2.15

Questo asse, composto da Canotto, Elettromandrino e Vite Z, viene modellato in due versioni: una con la presenza della vite a ricircolo di sfere Z completa (chiocciola, manica, vite elicoidale), l'altra con soltanto la chiocciola fissata al canotto

(rappresentata in figura 2.15) in entrambe sono state estruse le guide lineari, già valutate nell'applicazione dei vincoli guida-pattino.

Applicando tali guide si realizza un modello più rigido che approssima meglio la rigidità flessionale dell'asse Z (che come si vedrà in seguito è diretto interessato nei primi modi naturali di vibrare).

Si è convenuta anche una modellazione solida all'elettromandrino, in quanto l'uso di una massa concentrata produce una matrice massa bene approssimata, ma non apporta rigidità in fase di aggregazione della matrice di rigidità globale.

Tali particolari attenzioni sono giustificate dal fatto che nella più generale analisi "la zona utensile-pezzo" è considerata come "critica", infatti, una diagnostica accurata di

tale zona è necessaria per l'ottenimento di alte prestazioni in termini di precisione di lavorazione.

### MACCHINA COMPLETA

In questa relazione con "macchina completa" si considera l'insieme dei tre assi superiori di movimentazione mandrino portautensili che caratterizzano la struttura *gantry* di Xceeder

I modelli ad elementi finiti delle parti strutturali e degli organi di movimento realizzati, sono assemblati per comporre gli assi della macchina e la macchina stessa. Ogni gruppo racchiude in sé gli elementi che caratterizzano la struttura portante e di movimentazione, elementi non strutturali come sistemi di raffreddamento, fili, parti elettriche ecc. non sono state modellate in quanto danno contributi irrilevanti al comportamento dinamico della macchina.

La configurazione del posizionamento assi interessante, al fine di diagnosticare vibrazioni dannose, è quella che trova l'asse Z completamente abbassato (con chiocciola asse Z a fondo corsa inferiore) e l'asse X e Y a metà corsa.

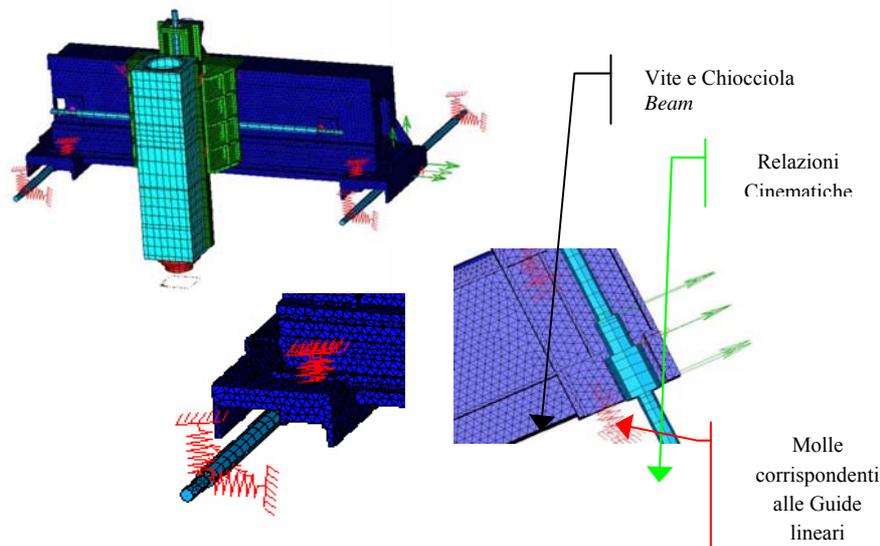


Fig 2.16

*Validazione numerica dell'analisi dinamica condotta sul modello agli elementi finiti*

## Capitolo 2

La seguente tabella riporta, in corrispondenza di ciascun componente, il tipo di elemento finito adottato e il numero degli stessi.

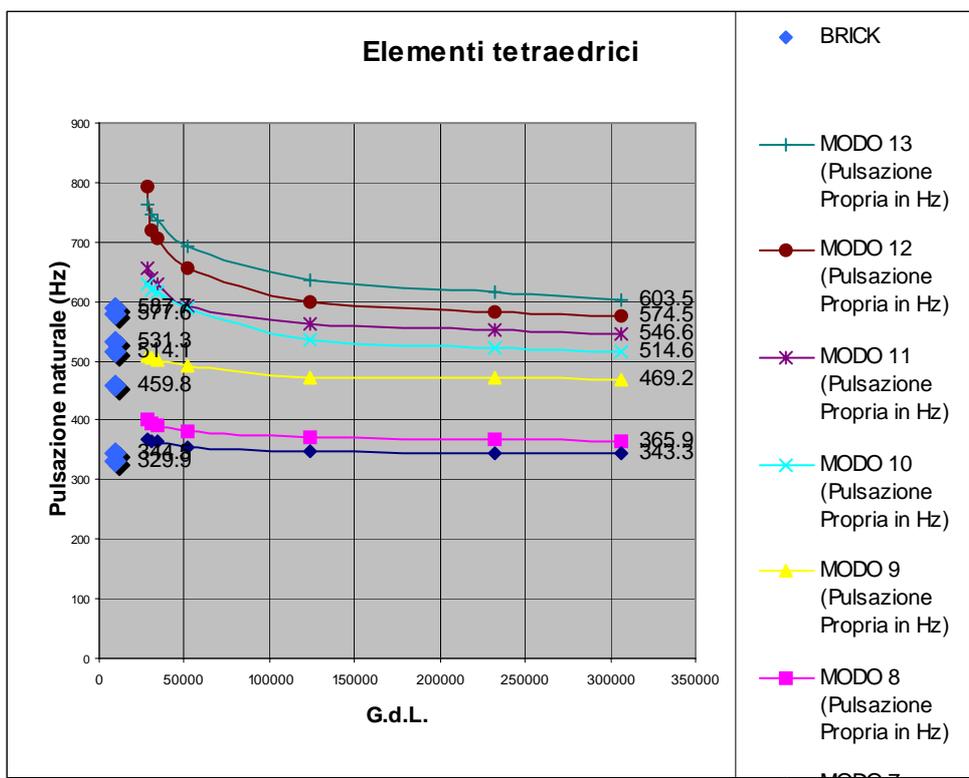
COMPONENTE	TIPO DI ELEMENTO	NUMERO DI ELEMENTI
Cannotto	Brick lineare	1431
Carro	Brick lineare	1635
Traversa	Brick lineare	6265
Viti asse gantry Y	Beam lineare	8
Vite asse X	Beam lineare	8
Vite asse Z	Beam lineare	8

Al fine di validare la discretizzazione, sono state effettuate delle prove di convergenza al variare del numero di elementi impiegato. Poiché il nostro interesse è focalizzato sull'analisi dinamica, si è osservata la convergenza delle prime sette frequenze proprie (diverse da zero, quindi dalla settima alla tredicesima, in quanto in un'analisi *free-free* permangono i sei modi rigidi) per ogni componente. Per le viti, modellate *beam*, pochi elementi sono sufficienti per descrivere correttamente il comportamento dinamico. Per carro, traversa e cannotto non risulta pratico eseguire le prove di convergenza utilizzando gli elementi *brick*, poiché l'unico elemento solido per cui il software dispone di un algoritmo discretizzatore automatico è quello tetraedrico. Volendo accelerare la verifica, ci si è quindi serviti di elementi tetraedrici lineari e i valori di convergenza per le dette frequenze sono stati poi confrontati con i valori derivati dalle analisi sui componenti modellati con elementi *brick*.

Le seguenti tabelle sintetizzano gli esiti della verifica operata sulla traversa.

Capitolo 2

ELEMENTO	TRAVERSA							
TIPO DI DISCRETIZZAZIONE	TETRAEDRICA							BRICK
Num. Di Elementi	30027	32645	36169	54465	139965	273008	366717	6265
Num. Di Nodi	9312	10162	11239	17190	41142	77504	102162	11009
Num. Di Gradi Di Libertà	27936	30486	33717	51570	123426	232512	306486	33027
	FREQUENZA PROPRIA (Hz)							
MODO 7	368.7	365.9	364.7	356.3	347.6	344.2	343.3	329.9
MODO 8	400	395.1	392.5	382.4	371.9	367.6	365.9	344.5
MODO 9	509	505.6	503.4	491.9	470.1	472.4	469.2	459.8
MODO 10	628.2	617.5	614.5	587.7	536.4	521.3	514.6	514.1
MODO 11	657.4	640.4	630.5	590.7	563.2	551.5	546.6	531.3
MODO 12	793.3	720.4	706.3	655.2	599.3	581.1	574.5	577.6
MODO 13	761.9	746.4	737.2	691.1	635	615.5	603.5	587.7



## 2.3 Validazione sperimentale della modellazione

### 2.3.1 Introduzione

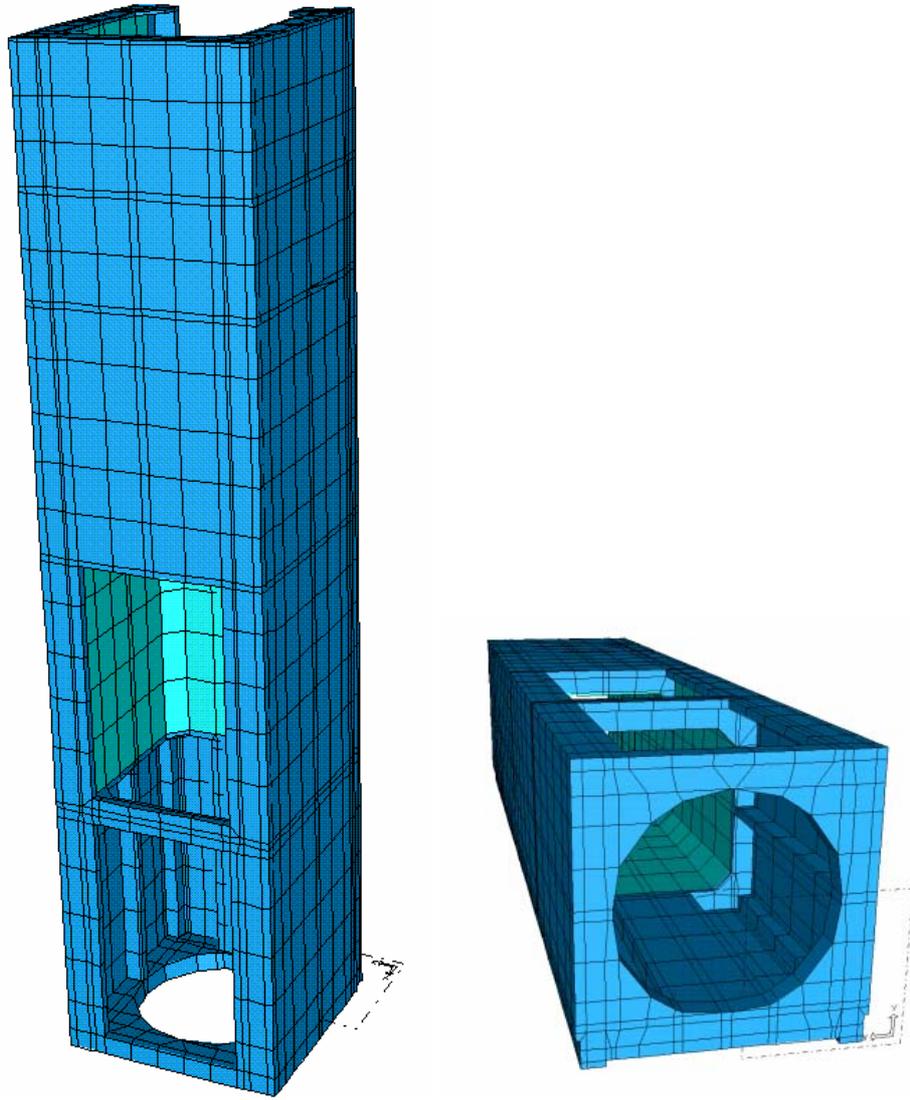
L'ultima fase è consistita nella esecuzione di una prova sperimentale e nell'interpretazione dei risultati da essa forniti. La prova ha avuto come oggetto un canotto della serie WM-800 di Breton, molto simile a quello montato sulla Xceeder 1200, e si è prefissata quale obiettivo la determinazione delle sue frequenze proprie. La funzione principale di questo test era la ricerca di una validazione sperimentale per la tecnica di modellazione FEM applicata fino a quel momento ai componenti della Xceeder; si trattava sostanzialmente di riapplicare tale tecnica al canotto WM-800, effettuare un'analisi dinamica in I-DEAS del modello così ottenuto, quindi eseguire la prova sperimentale e confrontare i due set di risultati.

### 2.3.2 Fasi preliminari della prova: modellazione del provino e definizione della configurazione di test

Il primo passo della modellazione è stato il disegno tridimensionale dell'oggetto con il CAD di I-DEAS. Le quote sono state ricavate in parte dai disegni costruttivi, in parte da misure dirette, in quanto i disegni mostravano il pezzo finito, mentre il canotto era stato fornito da Breton all'Università nella condizione di semilavorato.

La discretizzazione agli elementi finiti ha utilizzato 2343 elementi di tipo brick lineare (figura 2.17), per un totale di 12654 gradi di libertà.

Così come era stato fatto per i componenti della Xceeder, si è eseguita una prima validazione numerica della *mesh* per mezzo di prove di convergenza, utilizzando elementi tetraedrici lineari. Nella tab.2.1 sono riportati i valori delle prime quattro frequenze proprie non nulle (dopo i sei moti rigidi) calcolati per cinque *mesh* con numero di elementi tetraedrici crescente. La figura 2.18 esprime graficamente l'andamento di questi valori in funzione del numero di elementi ed evidenzia come per un numero di elementi superiore a 194019 le curve tendano sostanzialmente ad asintoti orizzontali. Il numero di elementi brick con cui è stato discretizzato il canotto è tale da fornire valori prossimi a quelli asintotici per le quattro frequenze proprie in esame.



*Fig.2.17. Cannotto modellato con elementi finiti di tipo brick*

Capitolo 2

ELEMENTO	CANNOTTO WM-800					
TIPO DI DISCRETIZZAZIONE	TETRAEDRICA					BRICK
Num. di elementi	22420	43697	91596	117558	194019	2343
Num. di nodi	7000	13944	29186	37590	61793	4218
Num. di gradi di libertà	21000	41832	87558	112770	185379	12654
MODO 7	400	352.6	329.6	323.9	317.2	301.8
MODO 8	673	625.4	568.1	548.1	525.6	513.6
MODO 9	723	661.1	635.4	629.3	615.1	597.9
MODO 10	785	686.6	652	650.1	642.1	623.3

Tab. 2.1

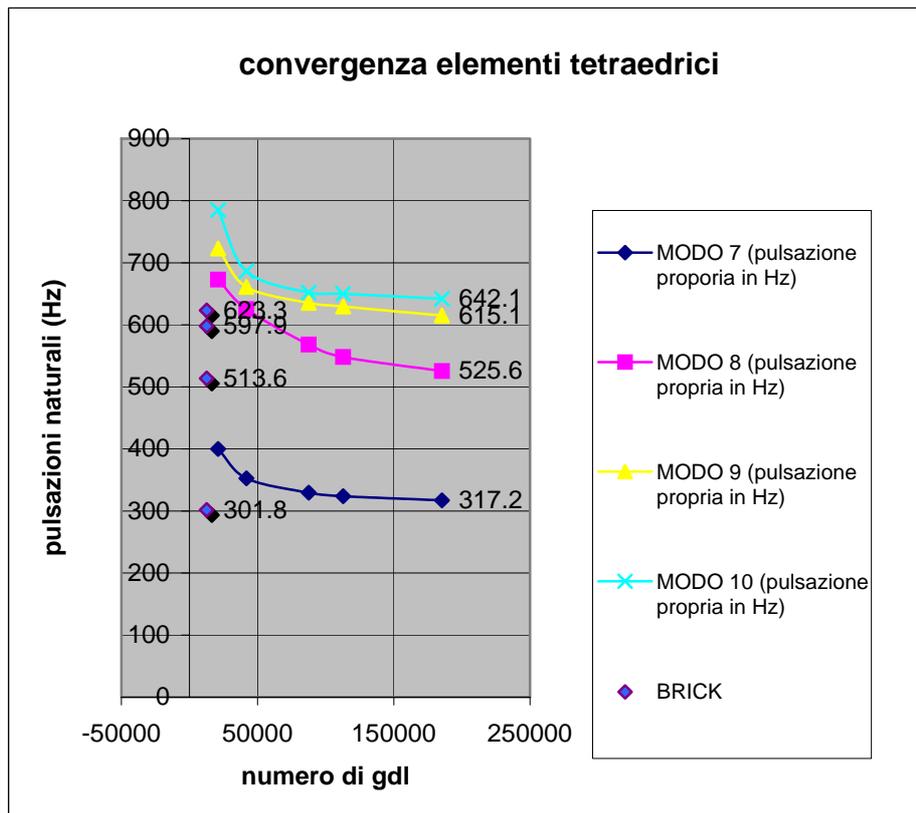


Fig. 2.18 prove di convergenza

L'analisi dinamica del modello ha portato alla determinazione di frequenze e delle deformate proprie in assenza di vincoli (condizione *free free*).

Queste indagini hanno indotto a ritenere che i primi modi di vibrare non producessero deformazioni rilevanti lungo la direzione longitudinale dell'oggetto, da cui la decisione di vincolare lo stesso, in sede di prova sperimentale, come mostrato in figura 2.19. Si è infatti cercato di limitare al massimo i vincoli, in modo che l'analisi sperimentale potesse essere condotta in condizioni quanto più possibile vicine a quelle dell'analisi numerica condotta con I-DEAS.

Il canotto è stato mantenuto sospeso tramite un carro ponte, al cui gancio era stato collegato per mezzo di fasce sintetiche ad alta resistenza passanti per quattro golfari. M12 avvitati all'estremità superiore, come mostrato in figura 2.19 e 2.20.



Fig. 2.19 Modalità di sospensione



Fig. 2.20 Estremità con golfari

Si è cercato di giustificare a livello di modellazione FEM questa scelta, verificando l'assunzione che un siffatto vincolo comportasse effettivamente costrizioni minime alle vibrazioni proprie del canotto *free free*. Si è quindi modellato col FEM anche il vincolo, e sono stati confrontati i risultati dell'analisi dinamica sul modello *free free* con quelli dell'analisi sul modello del sistema vincolato. In quest'ultimo il cavo del carro ponte e le fasce sintetiche ad alta resistenza sono state modellate con elementi di tipo beam lineare. Il gancio del carro ponte e i golfari sono stati considerati cerniere

ideali, che lasciano libere le tre rotazioni nello spazio, impedendo le tre traslazioni. L'estremità superiore del cavo è stata collegata "a terra" con un'altra cerniera. Si è osservato che le frequenze per cui il canotto vibrava risultavano praticamente le stesse per i due modelli, e che le corrispondenti deformate erano le medesime. Alcune di esse sono riportate a titolo di esempio nelle seguenti figure.

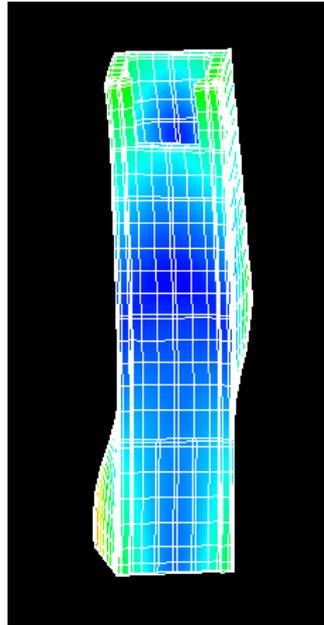


Fig:2.21 modello free free: 305 Hz

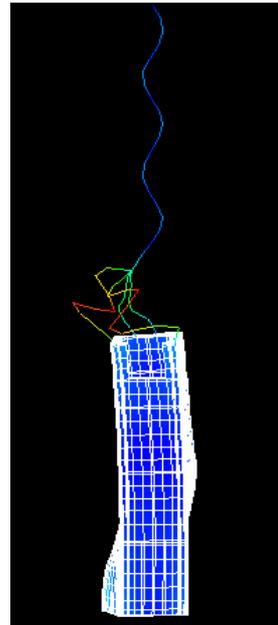


fig:2.22 modello vincolato: 305 Hz

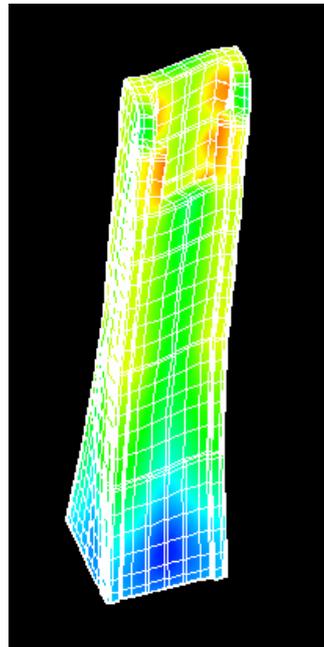


Fig 2.23 modello free free: 522 Hz

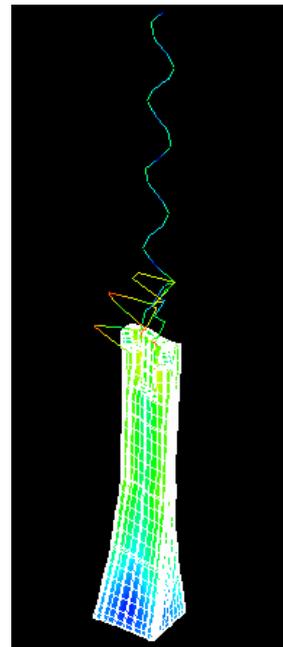


fig 2.24 modello vincolato: 522 Hz

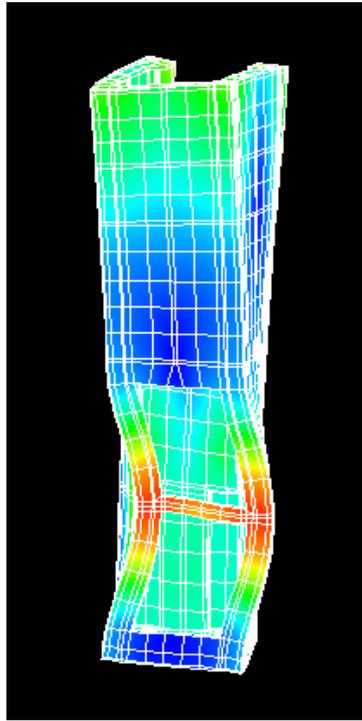


Fig 2.25 modello free free: 620 Hz

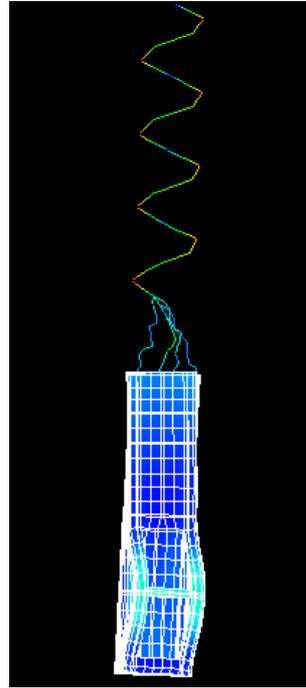


fig. 2.26 modello vincolato: 622 Hz

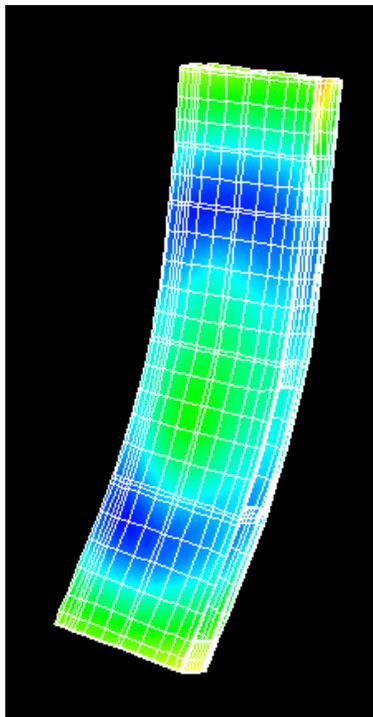


Fig. 2.27 modello free free: 634 Hz

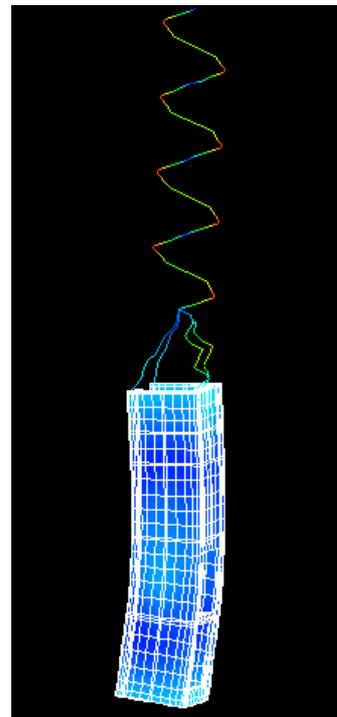


fig. 2.28 modello vincolato: 635 Hz

### 2.3.3 Descrizione della catena di misura

La catena di misura si è composta di:

- accelerometro triassiale
- martello strumentato
- alimentatore con amplificatore di segnale incorporato
- centralina di acquisizione HP
- calcolatore portatile su cui era installato il software I-DEAS. Si è utilizzato uno specifico modulo di I-DEAS denominato *Test* per la memorizzazione ed il trattamento matematico dei segnali acquisiti

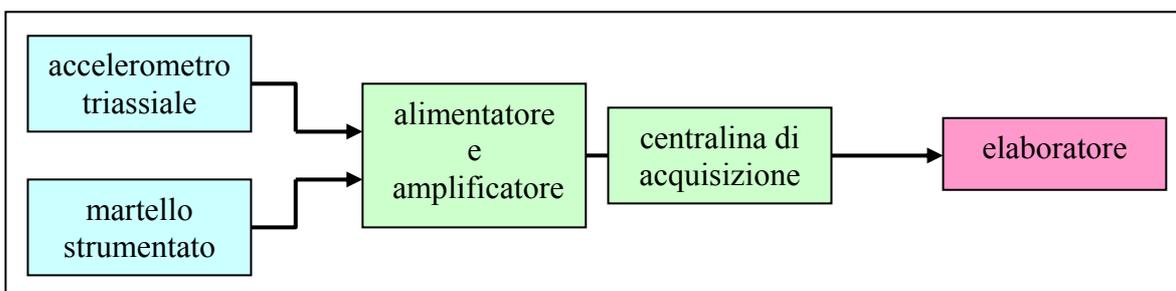


Fig. 2.29 Schema della catena di misura



Fig. 2.30 alimentatore e acquisite



Fig. 2.31 accelerometro



Fig. 2.33 esecuzione della prova



Fig. 2.32 martello strumentato

L'accelerometro triassiale è stato applicato al canotto in una zona dove le analisi preliminari sul modello agli elementi finiti avevano previsto deformazioni proprie rilevanti, al fine di acquisire un segnale il più possibile nitido. Una buona ampiezza del segnale è indispensabile per distinguerlo chiaramente dai disturbi, sempre presenti, in quanto una successiva amplificazione agisce tanto sul segnale quanto sul rumore, mantenendo inalterato il rapporto dei loro ordini di grandezza.

Le sollecitazioni sono state applicate in una molteplicità di punti con lo scopo di evitare che qualche modo proprio dell'oggetto non fosse eccitato o fosse eccitato in misura minima.

Le crocette rosse in figura 2.34 indicano i punti di applicazione delle sollecitazioni e le loro denominazioni, assegnate in relazione alla direzione e al verso delle sollecitazioni stesse. Il sistema di riferimento è quello proprio dell'accelerometro, la cui collocazione è indicata dalla crocetta verde.

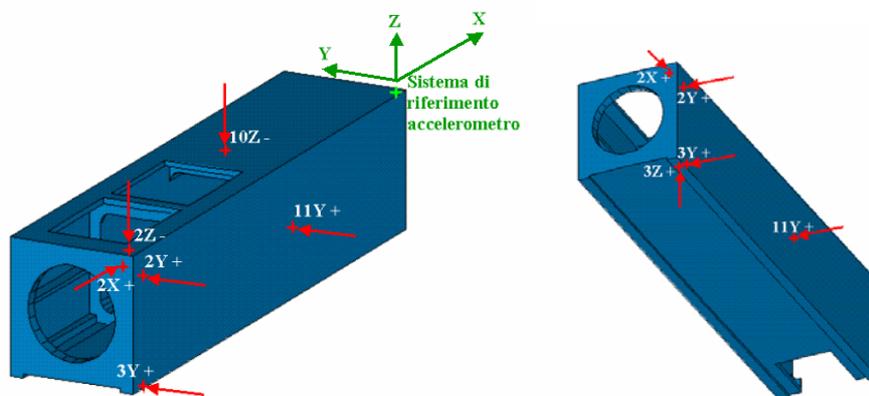


figura 2.34

L'ambiente *Test* di I-DEAS richiede all'operatore l'inserimento di dati relativi ai componenti della catena di misura, affinché il software interpreti correttamente i segnali raccolti dalla centralina di acquisizione e convogliati al calcolatore. E' necessario specificare

- l'identità di tutti i componenti della catena di misura
- il numero di canali attivi nel caso di trasduttori multipli (esempio: accelerometro triassiale, qualora interessino le accelerazioni lungo una o due direzioni soltanto)
- il tipo di segnale trattato da ciascun componente, le relative unità di misura e la sensibilità (ad esempio, per un accelerometro, i mV corrispondenti ad un'accelerazione di  $1 \text{ m/s}^2$ )

Una volta effettuate queste operazioni, si è proseguito con il setup dei parametri di acquisizione, nel modo di seguito riassunto.

### *LIVELLO*

I segnali trasdotti, sia quello proveniente dall'accelerometro che quello proveniente dal martello, vengono amplificati in modo che la memoria digitale della centralina sia completamente sfruttata quando il segnale assume il valore massimo, ottimizzando così la risoluzione sullo stesso.

Prima di effettuare le serie di sollecitazioni a seguito delle quali il segnale veniva acquisito per l'elaborazione, il cannotto è stato sottoposto a poche sollecitazioni di prova con il solo scopo di tarare, tramite amplificazione, il livello massimo del segnale. Questa operazione è stata ripetuta ogni volta che si è cambiato punto di impatto, dal momento che la risposta rilevata dall'accelerometro poteva variare sensibilmente, anche se l'operatore col martello strumentato percuoteva l'oggetto con forza all'incirca costante durante tutti i set di prove. Se durante un'acquisizione il valore massimo trasdotto eccede il limite impostato, il software rigetta automaticamente la misura; se invece, a seguito di una martellata più debole della media, viene acquisito un segnale di ampiezza ridotta, l'operatore può scegliere se accettarlo o meno nel numero delle acquisizioni destinate all'elaborazione.

### *TRIGGER*

L'acquisizione del segnale da parte del calcolatore ha inizio quando la sua ampiezza supera una soglia (trigger) definita dall'operatore in percentuale sul livello massimo impostato.

### *FREQUENZA DI CAMPIONAMENTO*

La frequenza di campionamento va scelta sulla base della massima frequenza a cui si vuole spingere l'indagine sulle proprietà dinamiche dell'oggetto. Il limite deriva dalla necessità di ricostruire mediante interpolazione un segnale continuo di cui si rilevano e memorizzano soltanto valori puntuali. E' necessario che la frequenza con cui si rileva il segnale sia almeno doppia della frequenza del segnale stesso, pena una ricostruzione fallace (aliasing). Se, come sempre avviene, il segnale è composto da molteplici componenti a frequenze diverse, soltanto quelle con frequenza minore della metà della frequenza di campionamento potranno essere correttamente acquisite, mentre le altre andranno cancellate in fase di ingresso.

Le vibrazioni proprie di un corpo sono combinazioni lineari di tutti i modi propri, con frequenze da zero (modi rigidi, se consentiti) all'infinito. Scegliere la frequenza di campionamento significa limitare il numero di frequenze naturali che si vanno a rilevare.

Nella nostra prova si è scelto di adottare come frequenza massima di interesse il valore di 1000 Hz, e di impostare come frequenza di campionamento il valore di 5000 Hz. Il filtraggio anti-aliasing operato di default da I-DEAS ha limitato la visualizzazione dei risultati ai 2000 Hz, considerando la frequenza di taglio pari a 0.4 volte quella di campionamento; è comunque possibile impostare manualmente un filtraggio più severo.

### *NUMERO DI CAMPIONI*

Ogni acquisizione, che inizia quando il segnale supera il valore di trigger, costituisce un evento temporale la cui durata dipende congiuntamente dalla frequenza di campionamento e dal numero di campioni che si sceglie di registrare. A parità di frequenza di campionamento, all'aumentare del numero di campioni aumenta la risoluzione del segnale analizzato nel dominio delle frequenze, cioè diminuisce la

distanza fra due righe spettrali consecutive. L'elaborazione di un segnale temporale continuo mediante Trasformata Discreta di Fourier restituisce, infatti, un segnale discreto nel dominio delle frequenze.

Per la nostra prova si è scelta una risoluzione di 0.3 Hz, a cui è corrisposta, per una frequenza di campionamento di 5000 Hz, una durata di circa 3.3 secondi per ogni acquisizione.

### *FINESTRE*

Gli input (sollecitazioni) e gli output (risposte in accelerazione) del sistema meccanico costituito dall'oggetto della prova possono essere analizzati così come rilevati, oppure previa moltiplicazione per adeguate "funzioni finestra". Lo scopo precipuo di queste finestre è la riduzione del fenomeno del leakage (dispersione), il quale consiste sostanzialmente nell'apparizione, attorno a quelle realmente presenti, di componenti in frequenza inesistenti nel segnale temporale analizzato tramite Trasformata Finita di Fourier. Il fenomeno deriva dal fatto che tale trasformata si applica a rigore a eventi periodici, quali quasi mai sono i dati acquisiti sperimentalmente.

Nell'analisi condotta sul canotto non è stata applicata alcuna finestra all'output, ma soltanto una finestra rettangolare all'input; essa azzerava il segnale acquisito al di fuori dell'intervallo temporale in cui si verifica il picco di sollecitazione, con lo scopo di estromettere dalla misura l'eventuale rumore.

Una finestra di tipo esponenziale si applica all'output di accelerazione quando il segnale è ancora oscillante al termine dell'acquisizione, con lo scopo di mandarlo a zero entro la durata della stessa. In questo modo si consegue l'eliminazione del leakage, poiché si eliminano dal segnale analizzato in frequenza quei picchi che non corrispondono ad alcuna componente del segnale reale, ma che derivano solo dall'introduzione di una periodicità fittizia nel dominio del tempo. Nel nostro caso il segnale è stato considerato sufficientemente smorzato al termine dell'intervallo di acquisizione e quindi l'uso della finestra esponenziale è stato ritenuto superfluo.

### 2.3.4 Esecuzione della prova e risultati

Si faccia riferimento alle figura 2.34, dove le crocette rosse indicano i punti di applicazione delle sollecitazioni, le cui denominazioni sono assegnate in relazione alla direzione e al verso delle sollecitazioni stesse, relativamente al sistema di riferimento dell'accelerometro.

Per ognuno di questi punti si è ripetuta l'applicazione della sollecitazione per 20 volte, al fine di disporre di un set di dati differenziati solamente da effetti di disturbo (fra questi si può annoverare l'impossibilità di applicare, utilizzando uno strumento manuale come il martello, sollecitazioni perfettamente corrispondenti alle direzioni scelte). L'introduzione di operazioni di media nell'elaborazione dei dati, consentita appunto dalla molteplicità di questi, permette di depurare il segnale da errori di questo tipo.

La risposta dell'accelerometro è stata registrata per le sole direzioni Y e Z in corrispondenza delle sollecitazioni in: 2Z- , 2Y+ , 3Y+ , 3Z+

E' stata registrata la risposta dell'accelerometro per tutte le direzioni (X, Y, Z) in corrispondenza delle sollecitazioni in: 10Z- , 11Y+ , 2X+

Il modulo *Test* di I-DEAS ha permesso il trattamento dei segnali nel dominio delle frequenze (calcolo delle FFT, delle funzioni Autospettro e Cross-spettro) e la stima delle Funzioni Risposta in Frequenza.

Ogni FRF è stata abbinata ad una funzione Coerenza, il cui calcolo è stato reso possibile dalla disponibilità di 20 segnali per ciascun punto di sollecitazione. Dalla sua osservazione è possibile stimare il grado di dipendenza lineare dell'output d'accelerazione dall'input di forza. In pratica, solo nei campi di frequenze in cui la coerenza assume valori molto prossimi all'unità la FRF può considerarsi significativa; picchi della FRF che cadono al di fuori di tali zone ad alta coerenza non possono essere associati a frequenze proprie del sistema.

La figura 2.35 riassume con uno schema i processi matematici applicati dal software al segnale acquisito dalla centralina

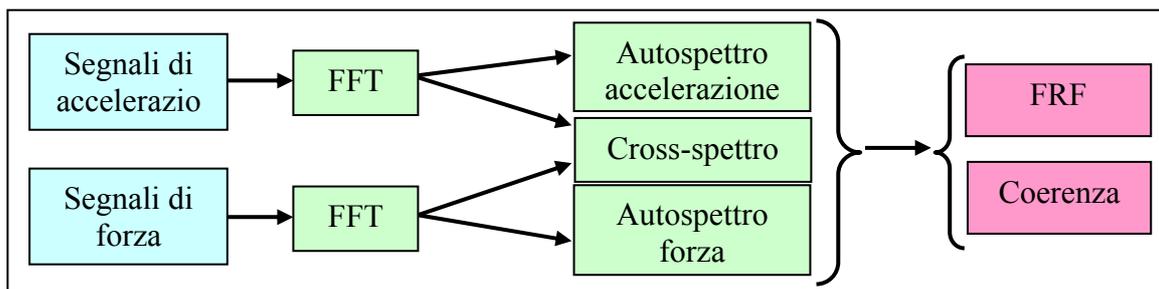


Fig. 2.35 Schema delle operazioni matematiche sul segnale

I diagrammi riportati in APPENDICE A, riportano, nella forma di Parte Reale e Parte Immaginaria, e per un intervallo di frequenze da 0 a 1000 Hz, gli andamenti delle FRF (traccia violetta) e delle rispettive coerenze (traccia azzurra). Ovviamente la coerenza presenta sempre Parte Immaginaria nulla, essendo una funzione reale.

Le diverse FRF sono state denominate nel modo indicato dalla seguente legenda:

#### LEGENDA FRF

FRF (2Z- , 1Y+) indica l'inertanza (accelerazione/forza) relativa ad un'accelerazione misurata al punto 1 (accelerometro) in direzione Y e verso concorde (+) a quello del versore della terna di riferimento, in corrispondenza di una sollecitazione applicata al punto 2 in direzione Z e con verso discorde (-) a quello della terna di riferimento.

Una stima dei valori delle frequenze proprie del sistema ottenibile dall'analisi dei precedenti dati è stata fondata sui seguenti criteri:

- 1) ricerca dei valori di  $f$  per cui  $\text{Im}(\text{FRF})$  presenta un picco
- 2) ricerca dei valori di  $f$  per cui  $\text{Re}(\text{FRF})$  presenta un passaggio per lo zero con inversione di segno
- 3) ricerca di zone in cui la coerenza è prossima all'unità

Laddove si sono ritrovate contemporaneamente le condizioni elencate, si è assunto di aver individuato una frequenza propria del sistema.

I punti (2) e (3) derivano dalla teoria per l'analisi delle FRF di tipo inertanza (accelerazione su forza).

La stima è stata ripetuta avvalendosi delle funzioni MIF (Mode Indicator Factor) e MCF (Modal Confidence Factor) disponibili nel modulo Test di I-DEAS, ottenendo risultati concordi.

## Capitolo 2

La seguente tabella elenca le prime frequenze proprie calcolate per il modello FEM del canotto a fianco di quelle stimate sperimentalmente. Accanto ad ogni frequenza sperimentalmente sono dati anche i rispettivi smorzamenti modali, espressi in percentuale, stimati analizzando i dati della prova all'interno del modulo Test di I-DEAS.

Frequenze proprie (Hz) secondo l'analisi dinamica del modello	Frequenze proprie (Hz) secondo la stima sperimentale	Smorzamenti modali (%) secondo la stima sperimentale
305	296	0.036
522	410	0.042
622	556	0.036
635	592	0.102
643	602	0.073
691	605	0.073
786	692	0.193
790	735	0.092
850	771	0.148
917	802	0.487
1015	814	0.627
1085	864	0.282
1114	939	0.571
1184	981	0.286
1196	985	0.263

Tab. 2.2

# **Capitolo 3**

**Dinamica della macchina:**

**Modellazione ibrida**

## 3.1 Integrazione in ambiente Simulink dei modelli agli elementi finiti

### 3.1.1 Presentazione delle opzioni disponibili per il processo di riduzione dei gradi di libertà e motivazione della scelta compiuta

La transizione fra il software di modellazione FEM (I-Deas) e Simulink richiede una drastica riduzione del numero di gradi di libertà del modello meccanico. Essa è infatti necessaria al fine di poter contenere l'onere computazionale, e dunque la durata, della simulazione del complesso mecatronico macchina-sistema di controllo.

Di seguito si vogliono dare le linee guida del procedimento di riduzione adottato.

Il punto di partenza è costituito dalle equazioni della dinamica di un sistema discreto a  $n$  gradi di libertà:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [S]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{F\} \quad (3.1)$$

dove si distinguono le matrici di massa  $[M]$ , smorzamento  $[S]$  e rigidità  $[K]$ , i vettori dei gradi di libertà con i relativi ordini di derivazione e il vettore delle sollecitazioni  $\{F\}$ . La dimensione dei vettori è  $n \times 1$  ( $n$  righe per 1 colonna), mentre quella delle matrici è  $n \times n$ .

La discretizzazione operata dal FEM restituisce un modello discreto con  $n$  nell'ordine delle decine di migliaia di gradi di libertà. L'obiettivo, pertanto, è quello di passare a  $m \ll n$  gdl attraverso il passaggio

$$\{x\} = [\Psi]\{q\} \quad (3.2)$$

dove  $\{q\}$  è il vettore dei nuovi gradi di libertà, di dimensione  $m \times 1$ , con  $m \ll n$ , e  $[\Psi]$ , di dimensioni  $n \times m$ , è la matrice di trasformazione.

Sostituendo la (3.2) nella (3.1) e premoltiplicando per la trasposta di  $[\Psi]$ , si ottiene

$$[\Psi]^T [M] [\Psi] \{\ddot{q}\} + [\Psi]^T [S] [\Psi] \{\dot{q}\} + [\Psi]^T [K] [\Psi] \{q\} = [\Psi]^T \{F\} \quad (3.3)$$

Evidenziando le matrici ridotte di massa, rigidezza e smorzamento e il vettore ridotto delle sollecitazioni, si può riscrivere

$$[m]\left\{\ddot{q}\right\} + [s]\left\{\dot{q}\right\} + [k]\left\{q\right\} = \left\{f\right\} \quad (3.4)$$

Si intuisce come il tratto caratterizzante della riduzione risieda nella matrice  $[\Psi]$ . Essa assume forme diverse a seconda della tecnica di riduzione che si sceglie di adottare.

Il software da noi utilizzato, ovvero I-Deas versione 7, dispone di tre alternative:

- il metodo di Guyan [28],[29]
- il metodo modale
- il metodo di Craig-Bampton [24],[25],[26],[27] [30],[31], implementato sotto il termine di Constraint Dynamics Solution.

In questo lavoro si è deciso di utilizzare il metodo di Craig-Bampton, in quanto giudicato sufficientemente rigoroso (introduce un errore di approssimazione minore di quello comportato da altre tecniche quali, ad esempio, il metodo di Guyan) e preferibile ad altri poiché il relativo algoritmo presenta peculiarità vantaggiose in vista della successiva integrazione con Simulink. Inoltre, il metodo in parola è il medesimo adottato in alcuni articoli scientifici che sono stati presi a riferimento per il presente lavoro ([14],[18],[19],[22]).

La scelta dei gradi di libertà del modello così ridotto aveva però bisogno di una validazione, che confermasse che il comportamento dinamico della struttura venisse ben simulato. Si è confrontata allora la risposta del modello ottenuto con il metodo di Craig-Bampton con quella di un modello ridotto secondo la tecnica modale, la quale era meglio conosciuta dal punto di vista teorico.

Nel suddetto metodo modale la matrice  $[\Psi]$  è derivata della matrice dei modi propri del sistema,  $[\Phi]$ , mediante l'opportuna eliminazione di una parte delle colonne. Queste colonne sono gli autovettori del problema dinamico (3.1), cioè definiscono, a meno di una costante moltiplicativa determinata dalle condizioni iniziali, le ampiezze degli spostamenti ad ogni grado di libertà per ciascuno degli  $n$  modi propri del sistema discreto. Tali vettori hanno l'importante proprietà dell'ortogonalità rispetto alle matrici di massa e di rigidezza del sistema (perlomeno i vettori che rappresentano modi di vibrare a frequenze diverse da zero: il discorso cambia leggermente in presenza di moti rigidi), da cui discende, in caso di smorzamento trascurabile o proporzionale, il

disaccoppiamento delle equazioni del sistema ridotto (3.4). La generica equazione del detto sistema ha la seguente forma:

$$m_i \cdot \ddot{q}_i + s_i \cdot \dot{q}_i + k_i \cdot q_i = \Phi_{1i} \cdot F_1(t) + \Phi_{2i} \cdot F_2(t) + \dots + \Phi_{ni} \cdot F_n(t) \quad (3.5)$$

Supponiamo, senza perdere in generalità (grazie alla possibilità di ricondurci ad un caso simile a questo per mezzo della matematica degli integrali di Fourier), che le sollecitazioni siano tutte sinusoidali con pulsazione  $\Omega$ , e con diverse ampiezze. In tal caso il generico spostamento  $x_i$  ha, dopo un periodo di transitorio, il seguente andamento nel tempo:

$$x_i(t) = (\Phi_{1i} \cdot Q_1 + \Phi_{2i} \cdot Q_2 + \dots + \Phi_{ni} \cdot Q_n) \cdot \cos(\Omega t - \varphi) \quad (3.6)$$

dove il generico valore  $Q_i$  dipende, oltre che dall'ampiezza della forzante  $F_i$ , dal rapporto fra la pulsazione della forzante  $\Omega$  e la pulsazione propria  $\omega_i$ . Per  $\omega_i \gg \Omega$ , il valore di  $Q_i$  diventa molto piccolo; pertanto, se si adotta come matrice di riduzione  $[\Psi]$  una matrice di dimensioni  $n \times m$  che sia il troncamento alla  $m$ -esima colonna della matrice modale  $[\Phi]$ , dove  $\omega_m$  sia considerevolmente maggiore della massima pulsazione forzante agente sul sistema, ma nel contempo  $m \ll n$ , si attua un'importante riduzione del numero di gdl commettendo un errore trascurabile.

Il metodo modale presenta due aspetti che hanno portato a preferire l'algoritmo di Craig-Bampton al fine del passaggio in Simulink.

Il primo consiste nel fatto che le componenti del vettore dei gdl ridotto perdono tutti il loro significato fisico. Ciò implica che, qualora si volesse disporre di un certo numero  $r$  dei gdl originari, occorrerebbe calcolare il prodotto matriciale fra una sottomatrice  $r \times m$  della  $[\Psi]$  e il vettore  $\{q\}$ . E' questo il caso del nostro ambito meccatronico, in cui taluni gradi di libertà sono richiesti esplicitamente sia per monitorare il comportamento dinamico della macchina, sia per fornire le retroazioni necessarie al sistema di controllo. La conoscenza di un'altra sottomatrice di  $[\Psi]$  sarebbe necessaria per il calcolo delle sollecitazioni ridotte (vedere il secondo membro della (3.3)) a partire da quelle reali, note.

L'estrazione di queste sottomatrici dai dati normalmente esportati da I-Deas versione 7 avrebbe richiesto la compilazione di un programma ad hoc. Inoltre, un siffatto modello

ridotto avrebbe comportato l'appesantimento della processione da parte di Simulink, immettendo due prodotti matriciali in più all'interno di ogni step di calcolo.

Fatto salvo, dunque, l'utilizzo della riduzione modale come termine di paragone nella verifica delle risposte del solo sistema meccanico (non controllato), si offre ora una presentazione della riduzione secondo Craig-Bampton, mettendo fin da subito in evidenza come essa permetta la conservazione del significato fisico per parte dei gradi di libertà ridotti (vettore  $\{q\}$ ). Questa particolarità ha inoltre consentito, previa un'opportuna scelta dei suddetti gradi di libertà, la scrittura diretta del vettore delle sollecitazioni ridotto ( $\{f\}$ ), senza bisogno di ricavarla dal prodotto  $[\Psi]^T \{F\}$ . Il perché di questa possibilità sarà esplicitamente motivato in seguito.

Principiamo dalla struttura del vettore  $\{q\}$ . Esso si suddivide in due sottovettori  $\{q_1\}$  e  $\{\eta\}$ :

$$\{q\} = \begin{Bmatrix} \{q_1\} \\ \{\eta\} \end{Bmatrix} \quad (3.7)$$

di cui il primo mantiene significato fisico, essendo i suoi componenti gradi di libertà di traslazione o rotazione di alcuni dei nodi del modello FEM di partenza, mentre il secondo no.

Il passaggio fondamentale del metodo è la seguente espressione del vettore  $\{x\}$  presente nel sistema (3.1). Esso è suddiviso in un sottovettore di gdl *master*  $\{x_1\}$  di dimensione  $p \times 1$  ed in uno di gdl *slave*  $\{x_2\}$  di dimensione  $(n-p) \times 1$ .

$$\{x\} = \begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.8)$$

da cui la seguente partizione di (3.1) (prescindendo dalla matrice di smorzamento):

$$\begin{bmatrix} [M_{11}] & [M_{12}] \\ [M_{21}] & [M_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\{x_1\}} \\ \ddot{\{x_2\}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{F_2\} \end{Bmatrix} \quad (3.9)$$

$\{x_2\}$  è a sua volta espresso come  $\{x_2'\} + \{x_2''\}$ . Il primo termine esprime le deformate dovute agli spostamenti/rotazioni  $\{x_1\}$  in assenza di forze agenti sulla struttura, effetti delle inerzie compresi; si parla pertanto di *MODI STATICI*. Il secondo esprime le vibrazione libere ottenute imponendo valore nullo ai gdl  $\{x_1\}$ , tenendo così in

considerazione gli effetti inerziali prima trascurati; si parla di *MODI DINAMICI* o, con voce inglese, di “fixed boundary modes” (appunto perché si tratta dei modi propri della struttura vincolata a mantenere nulli gli spostamenti/rotazioni ai gradi master).

Le espressioni matematiche di  $\{x_2'\}$  e  $\{x_2''\}$  si ricavano dalla (3.9) in base alle definizioni ora fornite. Da

$$\{0\} + \begin{bmatrix} [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2'\} \end{Bmatrix} = \{0\} \quad (3.10)$$

segue

$$\{x_2'\} = -[K_{22}]^{-1}[K_{21}]\{x_1\} \quad (3.11)$$

mentre da

$$[M_{22}]\{x_2''\} + [K_{22}]\{x_2'\} = \{0\} \quad (3.12)$$

si ottiene, risolvendo l'autoproblema

$$\left(-\lambda^2[M_{22}] + [K_{22}]\right)\{x_2''\} = \{0\} \quad (3.13)$$

come nel metodo modale,

$$\{x_2''\} = [\Phi]\{\eta\} \quad (3.14)$$

dove la matrice  $[\Phi]$  è derivata, mediante l'opportuna eliminazione di una parte delle colonne, dalla matrice  $[X]$  dei modi propri del sistema a  $n-p$  gradi di libertà costituito dalla struttura vincolata a mantenere nulli gli spostamenti/rotazioni ai gdl master.

Fatta la posizione

$$\{q_1\} = \{x_1\} \quad (3.15)$$

si può quindi finalmente esplicitare il passaggio fra il vettore completo dei gdl (3.8) e quello ridotto (3.7), mettendo in evidenza la struttura della matrice di trasformazione  $[\Psi]$ :

$$\begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{x_1\} \\ \{x_2' + x_2''\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ -[K_{22}]^{-1}[K_{21}] & [\Phi] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{q_1\} \\ \{\eta\} \end{Bmatrix} = [\Psi] \begin{Bmatrix} \{q_1\} \\ \{\eta\} \end{Bmatrix} \quad (3.16)$$

Si può notare che la soluzione del sistema con i gradi di libertà trasformati secondo la (3.16) si manterrebbe esatta qualora la dimensione complessiva  $p + (m-p)$  del vettore  $\{q\}$  fosse mantenuta pari a  $n$  (cioè se si operasse solo un cambio di base senza introdurre alcuna riduzione), indipendentemente da ogni scelta circa la sua partizione fra modi statici e modi dinamici. Ciò ha suggerito di ritenere all'interno di  $\{q_1\}$  tutti quei gdl interessati dall'ingresso di sollecitazioni o dalla retroazione a scopo di controllo. E' ora possibile capire perché questo metodo di riduzione consenta la scrittura diretta del vettore ridotto delle sollecitazioni  $\{f\}$ , senza bisogno di passare attraverso alcuna moltiplicazione matriciale. Se, infatti, si effettua la partizione (3.8) in modo che tutti i gdl in cui è prevista l'applicazione di una forza/coppia ricadano nel sottovettore master, si avrà:

$$\{f\} = [\Psi]^T \{F\} = [\Psi]^T \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & -[K_{22}]^{-1}[K_{21}] \\ [0] & [\Phi] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F_1\} \\ \{0\} \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

Stabiliti col suddetto criterio i  $p$  gradi di libertà  $\{q_1\}$ , si è presa in considerazione l'idea di ottimizzare la scelta dei rimanenti  $m-p$  gdl dinamici facendo riferimento a tecniche presentate in bibliografia [27]. Problemi di processione incontrati con il software I-Deas versione 7 hanno tuttavia limitato il numero dei modi dinamici calcolabili, inducendo di conseguenza a considerare nella matrice di trasformazione  $[\Psi]$  quelli associati alle prime frequenze che si ottengono dalla soluzione dell'autoproblema (3.13).

### 3.1.2 Considerazioni sullo smorzamento modale

La scrittura della (3.4) risulta critica nella sua parte relativa alla matrice ridotta di smorzamento  $[s]$ . Essa deriva dalla matrice di dimensione piena  $[S]$  attraverso il passaggio  $[\Psi]^T[S][\Psi]$ , ma  $[S]$  è sostanzialmente sconosciuta, in quanto la matematica degli elementi finiti con cui si è operata la discretizzazione del nostro continuo si fonda sulla teoria dell'elasticità, in cui non sono considerati gli effetti viscosi.

Una via più comunemente percorsa è allora la scrittura diretta della matrice ridotta di smorzamento  $[s]$ , ma in questo caso occorre prestare bene attenzione al significato fisico dei termini che si vanno ad introdurre. Distinguiamo il caso in cui si operi con la riduzione modale da quello relativo alla riduzione secondo Craig-Bampton.

Nel caso di riduzione modale (e nell'ipotesi di assenza di moti rigidi e di smorzamento proporzionale, cioè con  $[S] = \alpha [M] + \beta [K]$ ) ricordiamo che si perveniva a matrici ridotte di massa, rigidezza e smorzamento tutte diagonali, e quindi ad un sistema di equazioni disaccoppiate, ciascuna delle quali aveva la forma evidenziata nella (3.5). Si tratta della classica espressione dell'oscillatore smorzato,, per cui il fattore di smorzamento della risposta vale:

$$\xi_i = \frac{s_i}{2\sqrt{k_i \cdot m_i}} \quad (3.18)$$

Noti dunque i termini  $k_i$  e  $m_i$ , volendo assegnare al modo  $i$ -esimo un fattore di smorzamento modale  $\xi_i$  noto, segue univocamente il termine che si da scrivere sulla diagonale della matrice  $[s]$ .

Più delicata è la situazione a cui si perviene a seguito di riduzione secondo il metodo di Craig-Bampton. In questo caso le equazioni del sistema della dinamica ridotto non sono disaccoppiate, come ci apprestiamo a mostrare.

Cominciamo dall'osservare che la matrice di trasformazione dei gradi di libertà

$$[\Psi]_{C-B} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ -[K_{22}]^{-1}[K_{21}] & [\Phi] \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

è una matrice bipartita nel senso delle colonne, le colonne della parte di sinistra rappresentano i modi statici mentre quelle della parte di destra rappresentano i modi dinamici, con il significato dei primi e dei secondi già visto sopra. La presenza di un

blocco matriciale identità in alto a sinistra deriva dal fatto che i modi statici sono definiti applicando spostamenti unitari ad un grado master per volta, mantenendo bloccati gli altri. La presenza del blocco matriciale con tutti zeri in alto a destra segue invece dal fatto che i modi dinamici sono calcolati in una configurazione che presenta tutti i gradi master bloccati.

La  $[\Psi]$  C-B non si differenzia dunque di molto dalla matrice di trasformazione modale; la differenza è solo nel tipo di deformazioni ritenute sulle colonne. Considerando una riduzione da  $n$  a  $m$  gdl, che contempli un numero  $p$  di gdl statici e  $(m-p)$  di gdl dinamici, indicando  $\{\Psi\}_i$  il generico modo con gli  $n$  termini disposti in colonna,

$$[\Psi]_{C-B} = [\{\Psi\}_1, \dots, \{\Psi\}_p, \{\Psi\}_{p+1}, \dots, \{\Psi\}_m] = [\{\Psi_S\}_1, \dots, \{\Psi_S\}_p, \{\Psi_D\}_1, \dots, \{\Psi_D\}_{m-p}] \quad (3.20)$$

da cui

$$[m] = \begin{bmatrix} \{\Psi_S\}_1^T [M] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_1^T [M] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_S\}_1^T [M] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_1^T [M] \{\Psi_D\}_{m-p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{\Psi_S\}_p^T [M] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_p^T [M] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_S\}_p^T [M] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_p^T [M] \{\Psi_D\}_{m-p} \\ \{\Psi_D\}_1^T [M] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_1^T [M] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_D\}_1^T [M] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_1^T [M] \{\Psi_D\}_{m-p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{\Psi_D\}_{m-p}^T [M] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_{m-p}^T [M] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_D\}_{m-p}^T [M] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_{m-p}^T [M] \{\Psi_D\}_{m-p} \end{bmatrix}$$

e

$$[k] = \begin{bmatrix} \{\Psi_S\}_1^T [K] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_1^T [K] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_S\}_1^T [K] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_1^T [K] \{\Psi_D\}_{m-p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{\Psi_S\}_p^T [K] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_p^T [K] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_S\}_p^T [K] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_S\}_p^T [K] \{\Psi_D\}_{m-p} \\ \{\Psi_D\}_1^T [K] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_1^T [K] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_D\}_1^T [K] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_1^T [K] \{\Psi_D\}_{m-p} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{\Psi_D\}_{m-p}^T [K] \{\Psi_S\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_{m-p}^T [K] \{\Psi_S\}_p & \{\Psi_D\}_{m-p}^T [K] \{\Psi_D\}_1 & \dots & \{\Psi_D\}_{m-p}^T [K] \{\Psi_D\}_{m-p} \end{bmatrix}$$

Vediamo dunque perché le equazioni del moto che si ottengono non sono disaccoppiate.

Cominciamo con l'osservare che la simmetria delle matrici  $[M]$  e  $[K]$  rende simmetriche  $[m]$  e  $[k]$ , essendo

$$m_{ij} = \{\Psi\}_i^T [M] \{\Psi\}_j = \{\Psi\}_j^T [M] \{\Psi\}_i = m_{ji}$$

e

$$k_{ij} = \{\Psi\}_i^T [K] \{\Psi\}_j = \{\Psi\}_j^T [K] \{\Psi\}_i = k_{ji}$$

Vediamo ora quali termini di  $[m]$  e  $[k]$  sono nulli e perché.

Premettiamo la riscrittura in forma partita delle equazioni della dinamica nella forma originaria e in quella ridotta:

$$\begin{bmatrix} [M_{11}] & [M_{12}] \\ [M_{21}] & [M_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [S_{11}] & [S_{12}] \\ [S_{21}] & [S_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} \quad (3.21)$$

$$\begin{bmatrix} [m_{11}] & [m_{12}] \\ [m_{21}] & [m_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{\eta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [s_{11}] & [s_{12}] \\ [s_{21}] & [s_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{\eta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_{11}] & [k_{12}] \\ [k_{21}] & [k_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.22)$$

Per definizione di modo statico, deve essere

$$[K] \{\Psi_s\}_i = \{R\}_i \quad \text{per } i=1, \dots, p$$

e più precisamente, in forma partita

$$\begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} R_1 \\ 0 \end{Bmatrix}_i \quad \text{per } i=1, \dots, p \quad (3.23)$$

che indica come i gdl slave siano liberi da sollecitazioni, mentre su quelli master agiscono forze di vincolo, essendo imposti uno spostamento unitario all'i-esimo componente di  $\{x_1\}$  e spostamenti nulli a tutti gli altri.

Per definizione, il modo dinamico deve essere

$$\{\Psi_D\}_i = \begin{Bmatrix} 0 \\ x_2 \end{Bmatrix}_i \quad \text{con} \quad [M_{22}] \begin{Bmatrix} \ddot{x}_2 \end{Bmatrix}_i + [K_{22}] \begin{Bmatrix} x_2 \end{Bmatrix}_i = \{0\} \quad \text{per } i=1, \dots, m-p \quad (3.24)$$

da cui

$$[K]\{\Psi_D\}_i = \begin{bmatrix} [K_{11}] & [K_{12}] \\ [K_{21}] & [K_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{x_2''\} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} [K_{12}]\{x_2''\} \\ -[M_{22}]\{\ddot{x}_2''\} \end{Bmatrix}_i = \begin{Bmatrix} [K_{12}]\{x_2''\} \\ [M_{22}]\omega_i^2\{x_2''\} \end{Bmatrix}_i \quad (3.25)$$

Dalla (3.23) e dalla prima delle (3.24) segue l'uguaglianza a zero di tutti i termini di  $[k_{21}]$  e, per simmetria, di  $[k_{12}]$ . Infatti il generico elemento della sottomatrice  $[k_{21}]$  presenta la forma

$$[k_{21}]_{ij} = \{\Psi_D\}_i^T [K]\{\Psi_S\}_j = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{x_2''\} \end{Bmatrix}_i^T [K]\{\Psi_S\}_j = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{x_2''\}^T \end{Bmatrix}_i \begin{Bmatrix} \{R_1\} \\ \{0\} \end{Bmatrix}_j = 0$$

Dalla prima delle (3.24) e da (3.25) segue

$$\begin{aligned} \{\Psi_D\}_j^T [K]\{\Psi_D\}_k &= \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{x_2''\}_j \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} [K_{12}]\{x_2''\}_k \\ [M_{22}]\omega_k^2\{x_2''\}_k \end{Bmatrix}_i = \omega_k^2 \begin{Bmatrix} \{x_2''\}_j \\ \{0\} \end{Bmatrix} [M_{22}]\{x_2''\}_k = \\ &= \omega_k^2 \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{x_2''\}_j \end{Bmatrix} \begin{bmatrix} [M_{11}] & [M_{12}] \\ [M_{21}] & [M_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{x_2''\}_k \end{Bmatrix} = \omega_k^2 \{\Psi_D\}_j^T [M]\{\Psi_D\}_k \end{aligned} \quad (3.26)$$

Considerando il j-esimo e il k-esimo modo dinamico, possiamo dunque scrivere

$$\{\Psi_D\}_j^T [K]\{\Psi_D\}_k = \omega_k^2 \{\Psi_D\}_j^T [M]\{\Psi_D\}_k \quad (3.27)$$

e, invertendo i due modi,

$$\{\Psi_D\}_k^T [K]\{\Psi_D\}_j = \omega_j^2 \{\Psi_D\}_k^T [M]\{\Psi_D\}_j \quad (3.28)$$

Tenuto conto della simmetria di  $[M]$  e  $[K]$ , sottraendo la (3.28) dalla (3.29) si ottiene

$$0 = (\omega_j^2 - \omega_k^2) \{\Psi_D\}_k^T [M]\{\Psi_D\}_j$$

da cui, essendo  $\omega_j \neq \omega_k$  per  $j$  e  $k$  distinti, segue la struttura diagonale della sottomatrice  $[m_{22}]$ . Con analogo ragionamento si può pervenire alle stesse conclusioni per  $[k_{22}]$ .

La (3.26) ha pertanto una struttura di questo genere

$$\begin{bmatrix} [m_{11}] & [m_{12}] \\ [m_{21}] & [DIAG] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{\eta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [s_{11}] & [s_{12}] \\ [s_{21}] & [s_{22}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{\eta} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [k_{11}] & [0] \\ [0] & [DIAG] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ \eta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (3.29)$$

che non presenta disaccoppiamento delle equazioni, qualunque sia la struttura di  $[s]$ .

Ora in [22], dove si procedeva con un metodo di riduzione come quello adottato nel presente lavoro, si diceva che l'analisi dinamica adottava un fattore di "smorzamento modale uniforme del 2%", ma, alla luce di quanto appena visto, l'identificazione di questo "smorzamento modale" risulta tutt'altro che chiara. Volendo riferire questo smorzamento ai soli gdl  $\{\eta\}$ , si potrebbe intendere una matrice  $[s]$  con le sue parti  $[s_{11}]$ ,  $[s_{12}]$ ,  $[s_{21}]$  nulle e con la  $[s_{22}]$  diagonale, con i termini non nulli calcolati sulla base della (3.29) per un fattore  $\zeta = 0.02$ .

### 3.1.3 Presentazione delle opzioni disponibili per l'espressione delle equazioni della dinamica e motivazione della scelta compiuta

Una volta effettuata, come visto, la riduzione dei gradi di libertà, si doveva scegliere una procedura per implementare il sistema dinamico ridotto all'interno di Simulink. In letteratura [23] [24] è sovente adottata la tecnica detta "espansione di Duncan", che consiste nella trasformazione di un sistema di  $m$  equazioni del secondo ordine in uno di  $2xm$  equazioni del primo, effettuando il passaggio al cosiddetto spazio degli stati. In breve, attraverso la posizione seguente, che definisce il "vettore degli stati"  $\{z\}$

$$\{z\} = \begin{Bmatrix} \dot{q} \\ q \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

si passa dal sistema

$$[m] \begin{Bmatrix} \ddot{q} \end{Bmatrix} + [s] \begin{Bmatrix} \dot{q} \end{Bmatrix} + [k] \begin{Bmatrix} q \end{Bmatrix} = \{f\}$$

a

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} \dot{z} \\ z \end{Bmatrix} &= [A] \begin{Bmatrix} z \end{Bmatrix} + [B] \begin{Bmatrix} u \end{Bmatrix} \\ \begin{Bmatrix} y \end{Bmatrix} &= [C] \begin{Bmatrix} z \end{Bmatrix} + [D] \begin{Bmatrix} u \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (3.31)$$

dove  $[A]$  racchiude in sé le proprietà dinamiche del sistema, essendo l'unione di quattro sottomatrici quadrate di cui due riprendono i parametri di massa, smorzamento e rigidità:

$$[A] = \begin{bmatrix} -[m]^{-1}[s] & -[m]^{-1}[k] \\ [I] & [0] \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

$\{u\}$ , generalmente un vettore, ma talvolta anche solo scalare, è l'input del sistema; nel nostro caso è un vettore di sollecitazioni, in quanto la dinamica della macchina dipende appunto da forze e coppie, oltre che dall'evoluzione degli stati (in cui rientrano gli spostamenti e le accelerazioni). Dunque, a seconda della dimensione di  $\{u\}$ ,  $[B]$  sarà la matrice (o il vettore) che fa tornare le equazioni del moto.

Per quanto riguarda  $\{y\}$ , cioè l'output del sistema, esso è sostanzialmente a nostra discrezione. Nel caso del nostro modello mecatronico, è essenziale avere la disponibilità dei seguenti gradi di libertà:

- Gli spostamenti in corrispondenza dei trasduttori inseriti nella catena di retroazione del sistema di controllo.
- Gli spostamenti in prossimità dell'utensile, che mi permettono di monitorare il comportamento della macchina a seguito dell'imposizione di opportune leggi di moto
- Le posizioni e le velocità angolari alle pulegge calettate sulle viti che comandano l'avanzamento degli assi; sono necessarie al calcolo delle coppie motrici trasmesse dalle cinghie.

Taluni gdl utilizzati nella quantificazione dell'effetto dell'attrito.

All'interno dell'ambiente Simulink è presente un blocco funzionale che implementa le equazioni matriciali (3.31),(3.32)), come mostrato in figura 3.1:

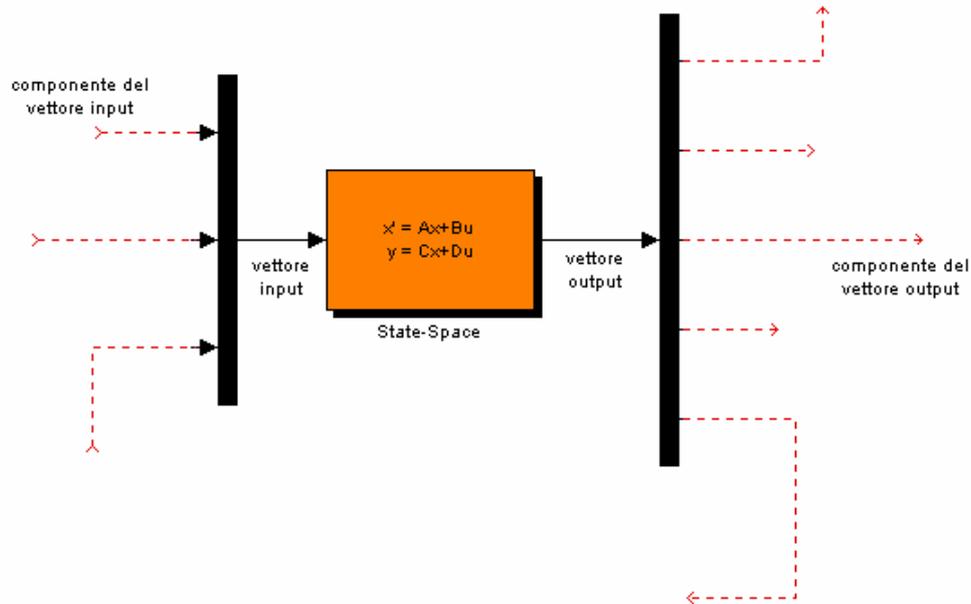


fig. 3.1

Una possibile applicazione al nostro caso è raffigurata nello schema a blocchi di figura 3.2, dove si notano gli ingressi in coppia (verdi) per i vari assi. Sono predisposti anche tre ingressi per le forze di taglio agenti sull'utensili (fucsia), anche se la loro presenza assume qui carattere puramente dimostrativo delle potenzialità generali dell'approccio adottato. Infatti, una reale capacità di analizzare con verosimiglianza l'effetto delle forze di taglio sulla dinamica dell'utensile, e di conseguenza sulla qualità della lavorazione ottenuta, esula dalle potenzialità del modello FEM su cui si basa il presente lavoro, in quanto in esso l'elettromandrino è stato discretizzato in maniera sommaria, col solo fine di tenere nella dovuta considerazione le sue proprietà inerziali. Un modello concepito per simulare le deformazioni statiche e dinamiche indotte nella zona dell'utensile dalla resistenza del pezzo in lavorazione, e di conseguenza capace di condurre ad una previsione della tolleranza geometrica ottenibile col processo di asportazione di truciolo, dovrebbe invece essere molto più particolareggiato e considerare oltre all'elettromandrino anche lo stelo portautensile, l'utensile e soprattutto i collegamenti fra ciascuno dei detti elementi, nonché assegnare grande importanza all'effetto della forza centrifuga, tanto più se si esaminano regimi di velocità di rotazione molto elevati, come è il caso della *High Speed Machining*.

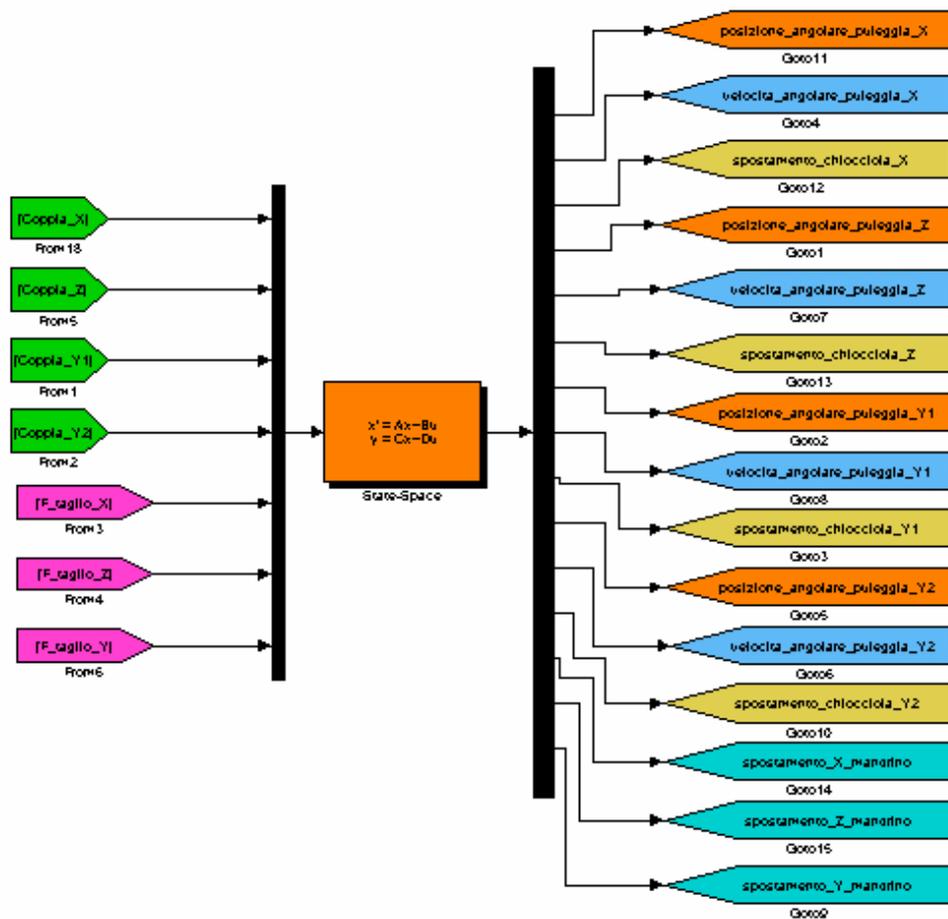


fig. 3.2

Come detto, la scrittura delle equazioni della dinamica nello spazio degli stati ha numerosi precedenti in letteratura. Va sottolineato, però, che tale scrittura non costituisce vantaggio alcuno, se non nel caso in cui si voglia operare la sintesi del sistema di controllo. In questo caso, infatti, esistono procedure collaudate che richiedono espressamente che il modello della dinamica del sistema da controllare consista in un sistema di equazioni lineari del primo ordine. In questa sede, tuttavia, il sistema di controllo è stato considerato come un dato, in quanto il nostro scopo principale non era l'ottimizzazione del controllo, bensì la realizzazione di una “macchina virtuale” che consentisse di simulare il comportamento dinamico reale. In quest’ottica, pertanto, l’espressione della dinamica nello spazio degli stati non costituiva più un obbligo, ma una possibilità fra le altre. In un primo momento, la propensione a seguire gli esempi della letteratura aveva portato ad implementare il blocco funzionale *state-space* nel nostro modello integrato. In seguito, tuttavia, ci si è accorti che tale blocco presentava un inconveniente, ovvero non rendeva direttamente disponibile fra gli output i gdl del tipo accelerazione, come risulta evidente dalla seconda delle (3.31) e dalla (3.32.). Del resto non era logico ottenerli tramite blocchi

derivatori, essendo questi sgraditi alla logica di calcolo implementata dal software. La mancanza di detti gdl di accelerazione si traduceva nell'indisponibilità di uno dei parametri che si volevano considerare nel calcolo dell'attrito, pertanto l'espansione di Duncan è stata abbandonata a favore della rappresentazione diretta della (3.4). Questa assume all'interno di Simulink la struttura a blocchi illustrata in figura 3.3.

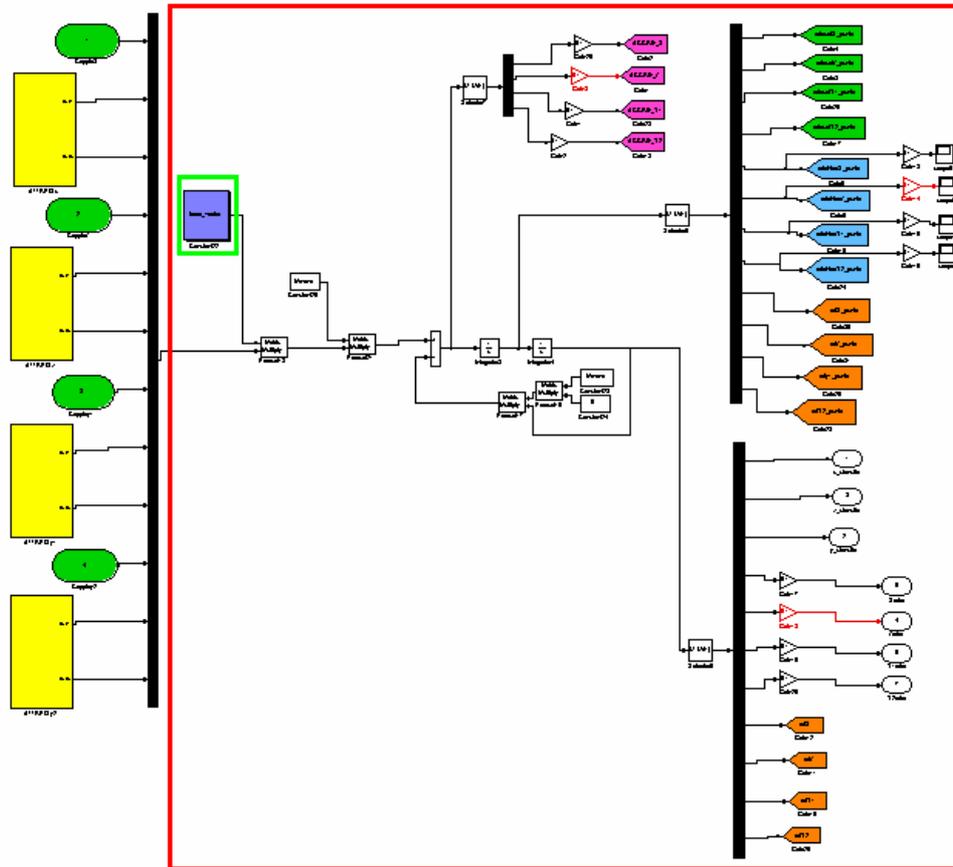


fig. 3.3

Gli elementi esterni al riquadro rosso concorrono alla formazione di un vettore delle sollecitazioni, il quale viene trasformato nel vettore ridotto  $\{f\}$  premoltiplicandolo per una matrice (riquadrate in verde) opportuna. I blocchi successivi implementano l'equazione

$$\left\{ \ddot{q} \right\} = -[m]^{-1}[k]\left\{ q \right\} + [m]^{-1}\{f\} \quad (3.33)$$

dalla cui soluzione si ricavano, ad ogni step di calcolo, i valori di spostamento, velocità ed accelerazione (lineare o angolare) necessari.

### **3.2 Comparazione del modello dinamico derivato dal FEM con quello a parametri concentrati: indicazione dei tratti comuni e analisi degli elementi innovativi introdotti.**

Veniamo ora a descrivere nel dettaglio la struttura rappresentativa della meccanica caratterizzante il modello Simulink. In particolare, mettiamo in evidenza i “punti di aggancio” al modello a parametri concentrati di riferimento [1],[2], i cui sottosistemi vengono ripresentati brevemente di seguito.

Un siffatto modello esprime bene il comportamento dinamico dal motore fino alla chiocciola (perlomeno il comportamento torsionale; quello flessionale non è contemplato, ma risultava di minore interesse in quanto meno incisivo sul moto dell’utensile), ma introduce pesanti approssimazioni da quel punto in poi. Infatti, il carro ed il canotto ad esso collegato sono considerati come un unico corpo rigido, con due importanti conseguenze:

- la loro inerzia è espressa con un semplice momento d’inerzia ridotto all’asse della vite nell’equazione di equilibrio da cui si ricava la rotazione  $\varphi$ ;
- lo spostamento dell’utensile lungo la direzione X è stimato come la rotazione  $\varphi$  moltiplicata per il passo della vite e divisa per  $2\pi$ , trascurando così ogni deformazione elastica dalla chiocciola all’estremità del canotto.

Ricordiamo ancora che questi difetti vanno ad aggiungersi al già citato problema della trattazione indipendente che il vecchio metodo di modellazione riservava a ciascun asse, rendendo così impossibile una vera simulazione del moto contemporaneo di più assi.

L’aggancio fra il modello a PC e il nuovo avviene sostanzialmente attraverso la sostituzione del “gruppo vite-carro” e del “gruppo puleggia condotta” con un unico blocco, il quale descrive, tramite il più volte citato sistema di equazioni ridotto ricavato dall’analisi FEM, il comportamento dinamico simultaneo di traversa, carro, canotto con elettromandrino, più tutte le viti fino alle pulegge condotte comprese. I gruppi “parte rotante del motore” e “puleggia motrice” di tutti gli assi rimangono inalterati.

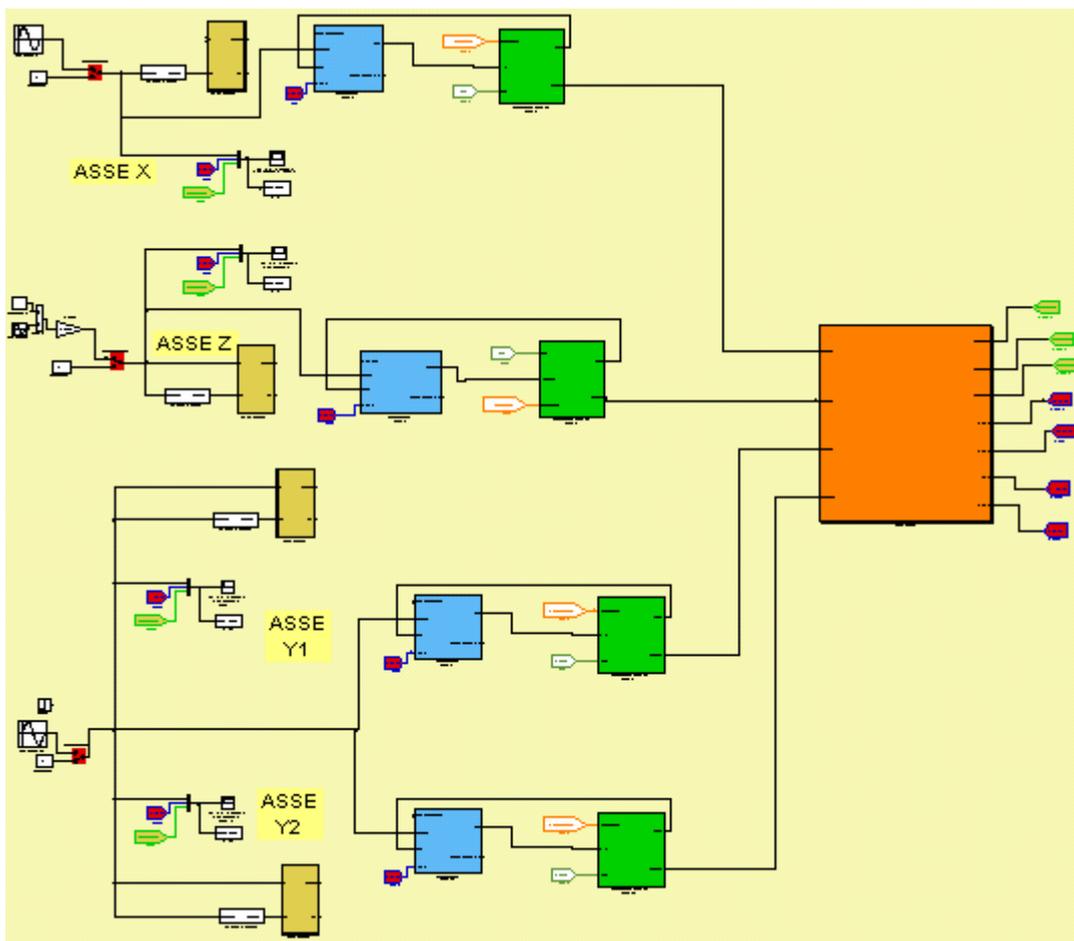


fig. 3.4

La figura 3.4 dà un'idea visiva di quanto appena esposto: i gruppi “parte rotante del motore” sono contenuti, assieme ad altri blocchi partecipanti all'azionamento elettrico, nei sottosistemi blu; quelli verdi contengono invece i gruppi “puleggia motrice”, dai quali escono le coppie alle pulegge condotte, ingressi del sottosistema rosso derivato dal FEM.

All'interno di quest'ultimo sottosistema, come già accennato nel paragrafo precedente, le equazioni della dinamica sono espresse tramite uno schema a blocchi equivalente al sistema (3.33), riscritto qui di seguito per comodità, come mostrato in figura 3.5

$$\left\{ \ddot{q} \right\} = -[m]^{-1}[s] \left\{ \dot{q} \right\} - [m]^{-1}[k] \left\{ q \right\} + [m]^{-1} \{ f \} \quad (3.33)$$

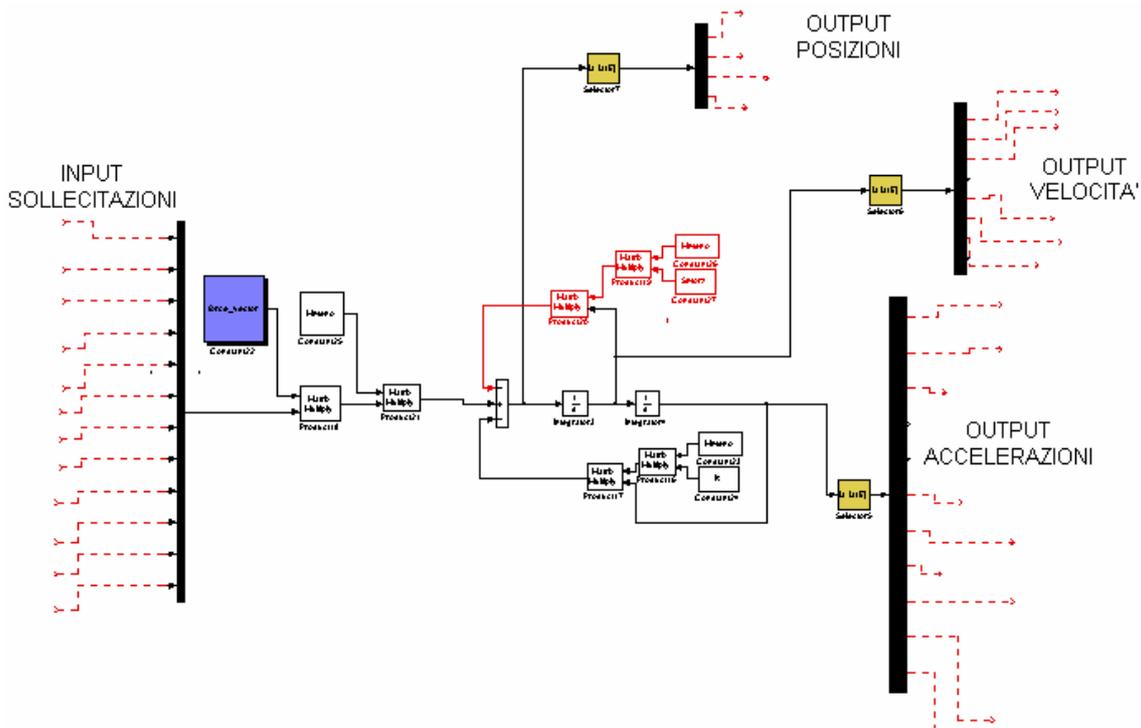


fig. 3.5

Gli input di sollecitazione, in genere coppie motrici alle pulegge, forze o coppie d'attrito variamente localizzate, forze di taglio, sono raccolti in un vettore e moltiplicati per una matrice (blu) al fine di costituire il vettore  $\{f\}$ , della dimensione richiesta dal numero di equazioni a cui si spinge il procedimento di riduzione.  $\{f\}$ , premoltiplicato per l'inversa della matrice massa ridotta si somma poi agli altri termini espressi nel secondo membro della (3.33) per determinare il vettore delle derivate seconde rispetto al tempo dei gdl ridotti. Da questo e dai due vettori che si ottengono per successiva integrazione si ricavano, mediante blocchi selettori (gialli) che estraggono solo i componenti interessanti, i desiderati output di accelerazione, velocità e posizione.

Per quanto riguarda l'apporto dinamico della matrice ridotta di smorzamento  $[s]$  (evidenziato in rosso in fig 3.5), si è preferito non considerarlo, in virtù di quanto detto sopra a riguardo dello smorzamento.

Veniamo ora al confronto fra le prestazioni del nuovo modello e quelle del modello a parametri concentrati presentato al Capitolo 1 Per poter effettuare il paragone è necessario che i due modelli siano rappresentativi della stessa struttura reale, pertanto occorre “depurare” il secondo dagli elementi non contemplati nel FEM, ovvero dalla trasmissione (cinghia, puleggia motrice e albero motore) e dalle espressioni degli attriti. Risultano le seguenti equazioni semplificate:

EQUILIBRIO GRUPPO VITE-CARRO

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{K_v}{J_{tot}} \cdot (\vartheta - \varphi) \quad (3.34)$$

EQUILIBRIO GRUPPO PULEGGIA CONDOTTA

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{1}{J_{PV}} \cdot [\text{Coppia motrice} - K_v(\vartheta - \varphi)] \quad (3.35)$$

che sono state implementate nel modelfile Simulink di figura 3.6

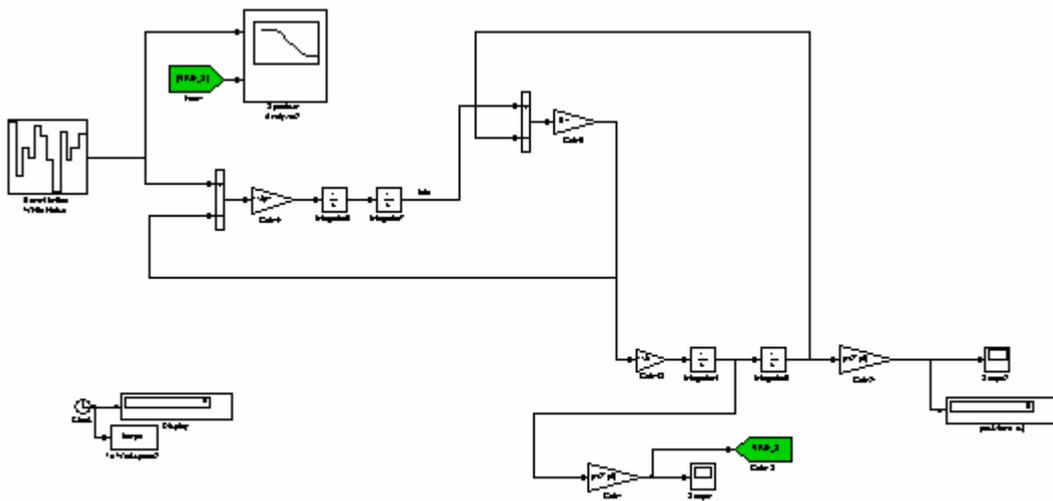


fig. 3.6

Il modelfile Simulink con meccanica derivata dal FEM è invece illustrato in figura 3.7.

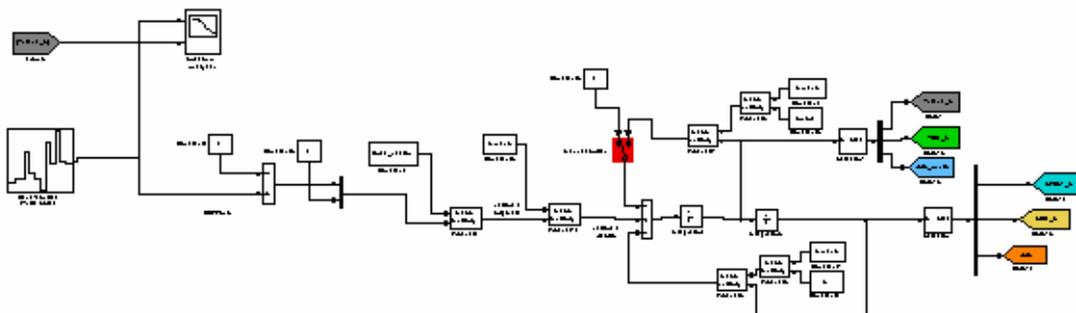


fig. 3.7

Come ingresso in coppia è stato utilizzato un *rumore bianco*, sotto la forma del blocco *Band-Limited White Noise* presente nella libreria del software.

Di seguito sono riportati i risultati delle due analisi, espressi dai grafici della Funzione Risposta in Frequenza relativa alla velocità dell'utensile nella direzione propria dell'asse sollecitato rispetto alla coppia alla puleggia condotta. Il loro esame mostra come il modello derivato dal FEM offra una risposta del sistema molto più realistica, in particolare in grado di tenere conto delle prime risonanze della struttura. La figura 3.8b è relativa alla FRF del modello a parametri concentrati a due gradi di libertà, mentre le figure 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 mostrano le FRF ottenute sul modello a trenta gradi di libertà, analizzato sulla base di due diversi set di dati: entrambi implementavano i risultati di un'applicazione del metodo di Craig-Bampton con 15 modi statici e 15 modi dinamici, ma per due diverse configurazioni macchina, che si differenziano fra loro relativamente alla posizione dell'asse Z.

E' noto come, in presenza di una struttura non monolitica, qual è l'insieme dei tre assi lineari della macchina in esame, le matrici di massa e di rigidezza cambiano al variare della configurazione, ovvero della posizione relativa dei componenti che costituiscono l'insieme della struttura. Conseguentemente, configurazioni diverse forniscono andamenti diversi per una medesima FRF.

La figura 3.8a mostra quattro configurazioni d'interesse per cui si sono ottenuti i sistemi dinamici ridotti (per tutte l'asse Y è posizionato in mezzeria). La FRF di figura 3.9 è propria della configurazione 1, quella di figura 3.11 è invece relativa alla configurazione 2.

I valori di frequenza per cui si registrano i picchi di risonanza sono stati verificati tramite il confronto con la medesima FRF ottenuta direttamente in ambito I-Deas da un modello ridotto secondo il metodo modale, sempre con 30 gradi di libertà. Si nota una discreta concordanza (NOTA: le scale sui grafici sono diverse per i due programmi, in quanto essi utilizzano per default unità di misura diverse per grandezze analoghe)

### Capitolo 3

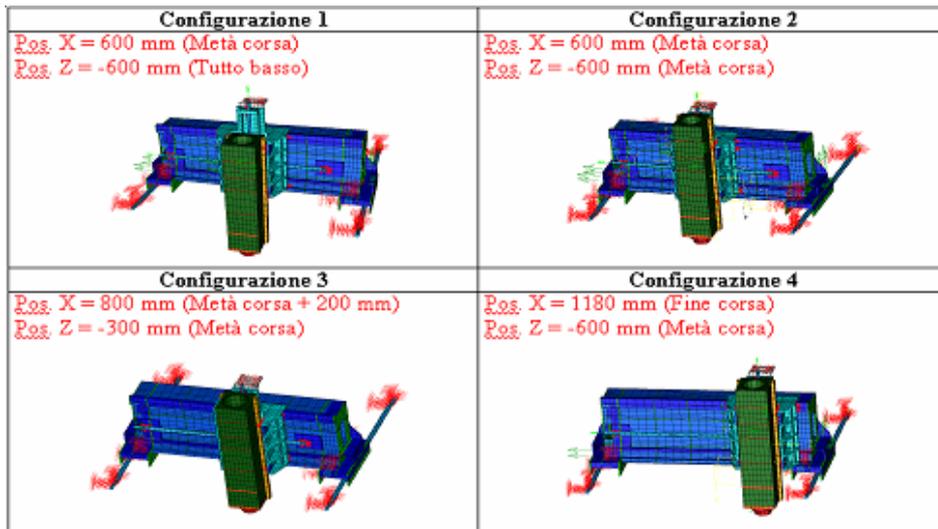


fig. 3.8 a) : configurazioni studiate

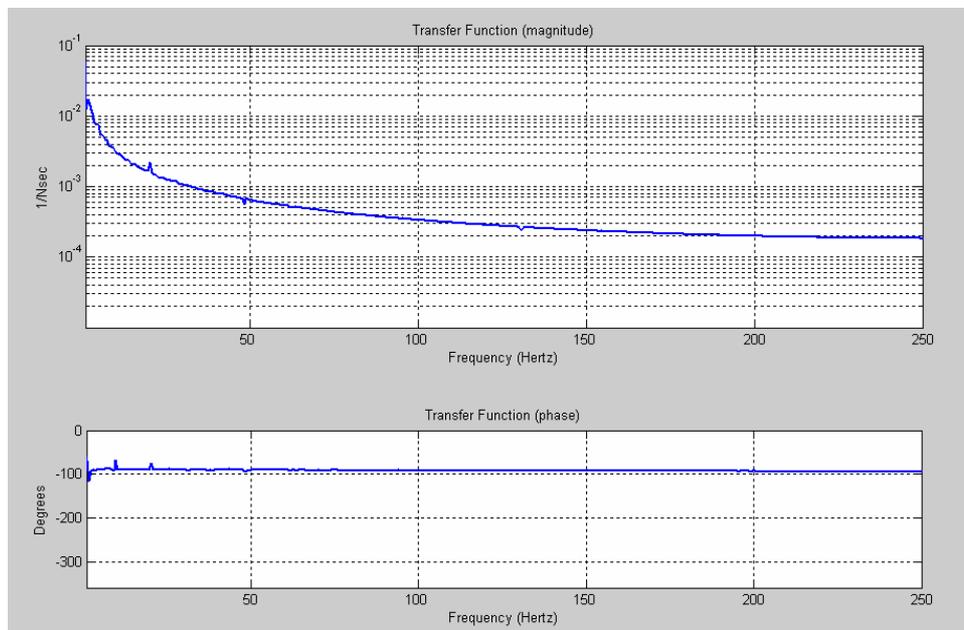


fig. 3.8b): FRF modello a PC, condotte in Simulink

### Capitolo 3

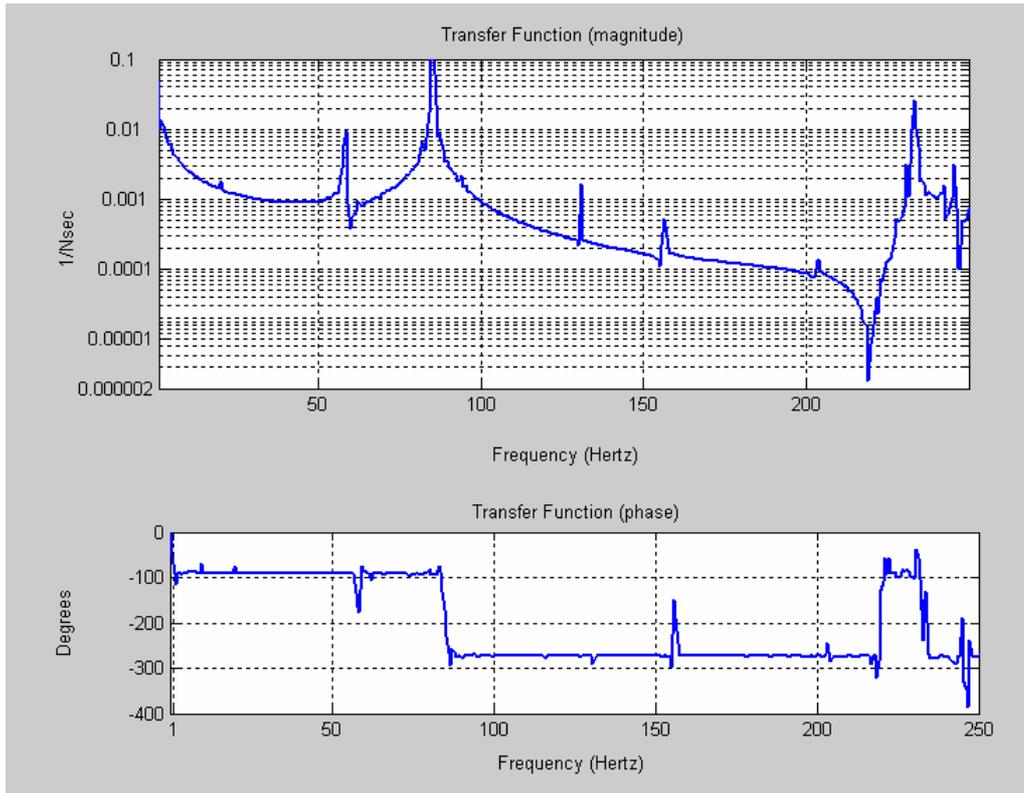


fig. 3.9: FRF modello FEM, condotte in Simulink (configurazione 1) dopo l'integrazione del FEM

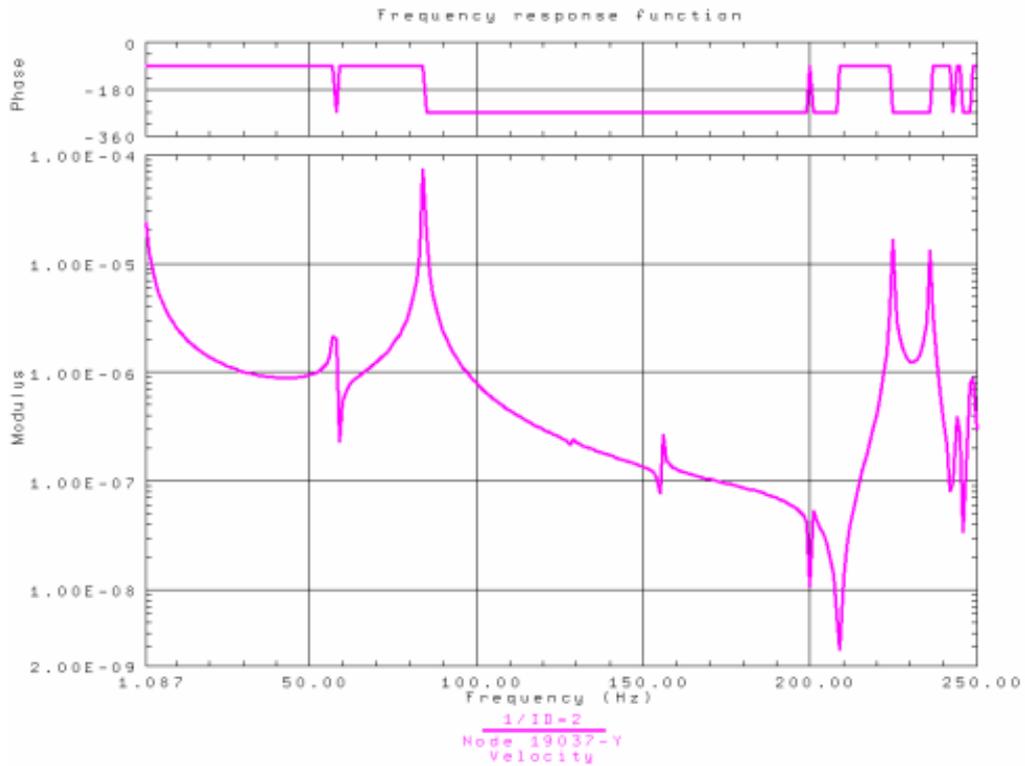


fig. 3.10 FRF modello FEM, condotte in Ideas, (configurazione 1), prima della integrazione

### Capitolo 3

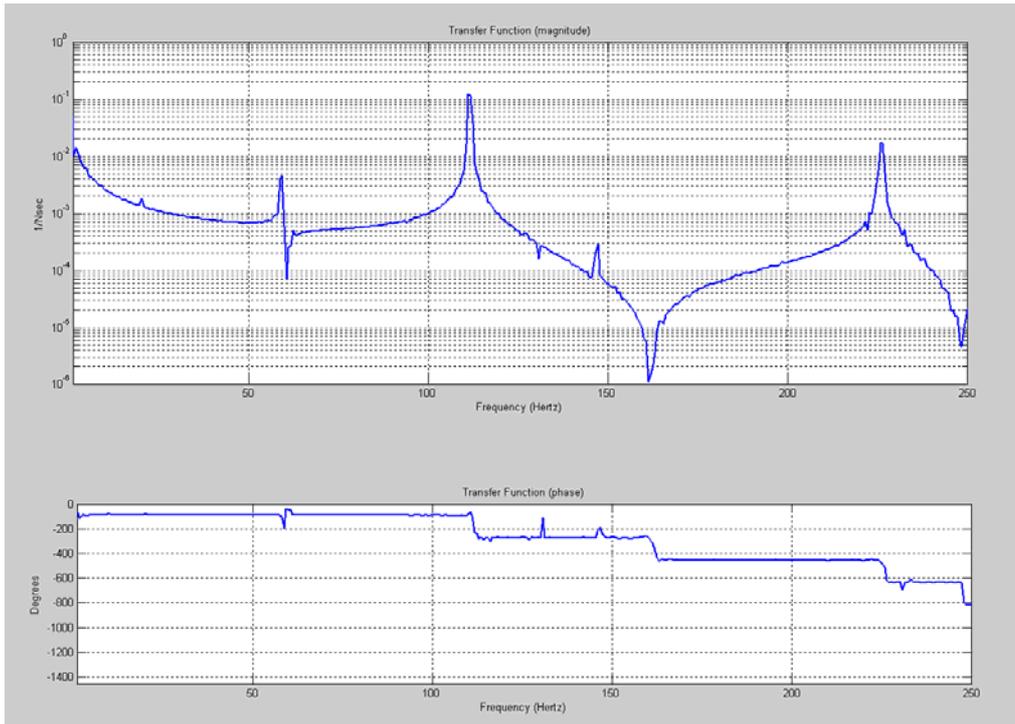


fig. 3.11 :FRF modello FEM, condotte in Simulink,( configurazione 2) , dopo la integrazione

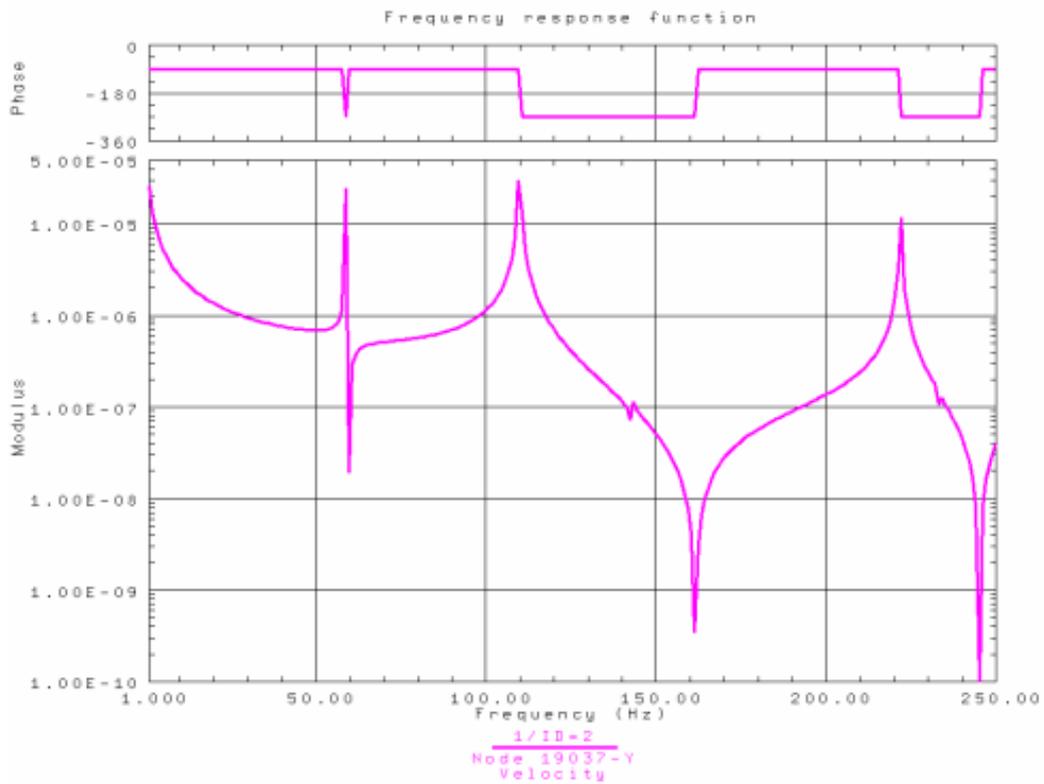


fig. 3.12 FRF modello FEM, condotte in Ideas, (configurazione 2) , prima della integrazione

*Considerazioni sulla teoria del trattamento dei segnali nel dominio delle frequenze*

L'utilizzo dei blocchi Simulink *Spectrum Analyzer* e *Band-Limited White Noise* presuppone la scelta di alcuni parametri da parte dell'operatore, come appare dalle seguenti maschere

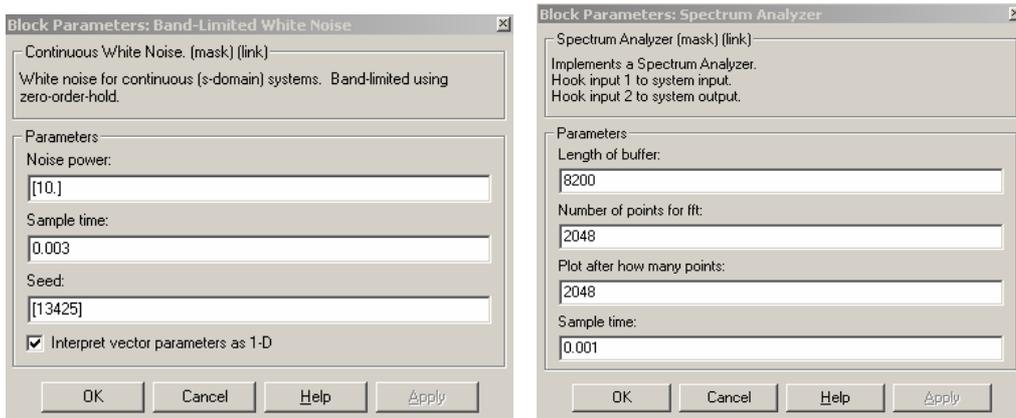


fig. 3.13

Tale scelta ha richiesto uno studio dei rudimenti di analisi del segnale unitamente alla consultazione della guida del software. Da qui è trovata una formula con cui tarare il parametro *sample time* per il rumor bianco: si consiglia di assumere per detto parametro, che chiameremo  $t_c$ , il seguente valore:

$$t_c = \frac{1}{100 \cdot f_{BANDWIDTH}} \tag{3.36}$$

dove  $f_{BANDWIDTH}$  indica la banda passante, espressa in Hertz, del sistema da sollecitare. L'esperienza accumulata eseguendo alcune prove sembra però suggerire che questo valore consigliato vada considerato come limite superiore; valori più piccoli sembrano dare risultati migliori.

Per quanto riguarda la Funzione Risposta in Frequenza (FRF), essa esprime sostanzialmente il rapporto in ampiezza fra l'output e l'input di un sistema al variare della frequenza dell'input. Essa è stimata con la seguente espressione matematica:

$$FRF(f) = \frac{S_{xy}(f)}{S_{xx}(f)} \tag{3.37}$$

dove  $S_{xy}$  è lo spettro incrociato dell'input e dell'output e  $S_{xx}$  è l'autospettro dell'input. L'autospettro e lo spettro incrociato sono definiti a rigore come le trasformate di

Fourier delle funzioni (nel dominio del tempo) autocorrelazione e correlazione, ma possono essere calcolate direttamente dalla trasformata di Fourier dei segnali

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot e^{-2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (3.38)$$

$$Y(f) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \cdot e^{-2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (3.39)$$

come

$$S_{xx}(f) = |X(f)|^2 \quad (3.40)$$

e

$$S_{xy}(f) = X(f)^* \cdot Y(f) \quad (3.41)$$

In pratica non sussistono mai le condizioni matematiche per eseguire la trasformata di Fourier; si utilizzano allora delle trasformate finite di Fourier (FFT) dell'input e dell'output:

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) \cdot e^{-2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (3.42)$$

$$Y(f, T) = \int_0^T y(t) \cdot e^{-2\pi \cdot f \cdot t} dt \quad (3.43)$$

in cui T rappresenta il periodo di acquisizione del segnale che sarà elaborato in ogni FFT. In genere si eseguono più FFT dello stesso segnale secondo la seguente procedura:

- si acquisisce il segnale per un tempo pari a  $n \cdot T$
- se eseguono n FFT
- si stimano le funzioni autospettro e spettro incrociato tramite le seguenti espressioni

$$S_{xx}(f) = Av(|X(f, T)|^2) \quad (3.44)$$

$$S_{xy}(f) = Av(X(f)^* \cdot Y(f)) \quad (3.45)$$

dove Av indica il valor medio.

Dall'utilizzo della FFT al posto della trasformata di Fourier “rigorosa” deriva una FRF su un dominio delle frequenze discreto e non più continuo, la cui “risoluzione”, cioè l'intervallo  $\Delta f$  intercorrente fra una frequenza e quella immediatamente successiva dipende dal numero di campioni raccolti per l'analisi (rispondente alla voce *number of points for fft* nella maschera del blocco *Spectrum Analyzer*). Quest'ultimo, che indicheremo con N, è dato dal prodotto fra il periodo di acquisizione T e la frequenza di

campionamento  $f_{CAMP}$  (l'inverso del valore impostato nella maschera nel campo *sample time*).

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{f_{CAMP}}{N} \quad (3.46)$$

Il massimo valore di frequenza per cui la FRF conserva validità dipende dalla frequenza di campionamento, secondo la cosiddetta regola di Nyquist:

$$f_{CAMP} \geq 2.5 \cdot f_{MAX} \quad (3.47)$$

Tale regola serve a contrastare il fenomeno noto come *aliasing*, ovvero l'errata ricostruzione dell'andamento di un segnale quando si dispone di pochi punti per l'interpolazione.

Vediamo infine un esempio della procedura impiegata per scegliere i parametri delle maschere in figura 3.13.

Inizialmente si decide il *sample time* del blocco *Band-Limited White Noise*. Per farlo si è utilizzata la formula indicata nella guida di Matlab. Tale formula richiede in anticipo che si abbia un'idea della banda passante del sistema da esaminare.

Interpretando l'inverso del tempo appena settato (il *sample time* del blocco *Band-Limited White Noise*) come la massima frequenza del segnale d'interesse, si può fissare la frequenza di campionamento tramite la regola di Nyquist e digitare il suo inverso nel campo *sample time* del blocco *Spectrum Analyzer*.

Si procede poi con lo stabilire il numero N di valori impiegati per la FFT, imponendo una risoluzione del dominio delle frequenze espressa da un  $\Delta f \cong 1$  nella formula

$$\Delta f = \frac{1}{T} = \frac{f_{CAMP}}{N} \quad (3.48)$$

Determinato N, lo si moltiplica per il numero di acquisizioni su cui eseguire le medie delle FFT (per esempio quattro) e si ottiene così il valore minimo da digitare nella casella *Length of buffer* del blocco *Spectrum Analyzer*. Tale valore, moltiplicato per il *sample time* dello stesso blocco, fornisce poi la durata della simulazione da eseguire.

### 3.3 Attrito: sua generazione e modellazione

L'attrito presente nella macchina è stato considerato localizzato:

- nelle guide a rulli, per via del peso degli organi in movimento e a causa del precarico sui rulli stessi;
- nella chiocciola, essendo il cinematismo necessariamente non ideale. In particolare vanno considerati sia il contributo della spinta assiale generata dalla rotazione della vite, sia quello del precarico applicato al manicotto di sfere per aumentare la rigidità del cinematismo;
- nella quaterna di cuscinetti obliqui, sollecitati assialmente e radialmente (dalla spinta sull'asse movimentato e dal suo peso, dai precarichi, dal tiro della cinghia);
- nei cuscinetti a rullini.

Per le espressioni che descrivono numericamente questi attriti si è fatto riferimento dapprima a [15], quindi si è curata l'implementazione di nuove formule tratte dalla letteratura, come si mostrerà nel seguito. Qualunque sia l'espressione adottata, la legge d'attrito non può prescindere dalla dipendenza dal segno della velocità relativa delle parti in contatto, il che costituisce un'importante non linearità nella dinamica della struttura. Nella modellazione agli elementi finiti non si è potuto tener in conto il fenomeno dell'attrito, giacché questo dipendeva dal tempo con una legge che non poteva prescindere dall'influenza del sistema di controllo, e l'ambiente I-Deas non aveva in sé strumenti che consentissero la modellazione anche di questa parte del centro di lavoro. Si è creduto pertanto di dover implementare l'importante ruolo dell'attrito in Simulink, dove si ritiene che l'algoritmo numerico adottato possa risolvere senza eccessivi problemi un sistema non lineare, posto che il passo di integrazione sia scelto sufficientemente piccolo.

Le equazioni della dinamica con attrito hanno la seguente struttura:

$$[M]\{\ddot{x}\} + [S]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \left\{ F_{MOTRICI} \right\} - \left\{ f_{ATTRITO} \left( x, \dot{x}, \ddot{x}, \text{sign}(\dot{x}) \right) \right\} \quad (3.49)$$

Il processo di riduzione dei gdl richiede, come già visto, che il nuovo sistema di equazioni abbia un vettore delle sollecitazioni legato a quello del sistema originario

dalla trasposta della matrice di trasformazione. Si è altresì visto che la conoscenza e la manipolazione di detta matrice non si rendevano necessarie se si adottava il metodo di Craig-Bampton, con l'accortezza di prevedere gradi di libertà *statici* laddove si prevedeva l'ingresso di forze/coppie. Questo aspetto, se da una lato facilita la scrittura diretta delle equazioni della dinamica, dall'altro costituisce una limitazione, in quanto con l'aumentare del numero di punti in cui siano localizzate delle sollecitazioni deve crescere il numero di gradi di libertà da ritenere nel sistema ridotto. Tale problematica diventa particolarmente palese in due circostanze. La prima è proprio l'implementazione dell'attrito, in quanto esso è localizzato in una molteplicità di punti. L'altra è intrinseca del fatto che la nuova rappresentazione della meccanica deriva da un modello FEM che comprende contemporaneamente tutti gli elementi afferenti ai tre assi lineari della macchina: un approccio rigoroso vorrebbe che si considerassero, unitamente alle azioni, motrici o frenanti che siano, sulle parti in movimento, anche le rispettive reazioni. Alla coppia d'attrito agente sulla vite dell'asse X in corrispondenza, ad esempio, della quaterna di cuscinetti obliqui deve accompagnarsi una coppia uguale e contraria agente sulla traversa in corrispondenza del supporto della stessa quaterna (vedi (\*) in tabella 3.1); analogamente, alla coppia erogata dal motore sul suo albero rotore deve corrispondere la reazione storica uguale e contraria (vedi (\*\*)) in tabella 3.1).

NOTA: poiché la vite è modellata *beam*, un gdl statico di rotazione permette l'ingresso con una coppia; al contrario, la modellazione *brick* della traversa assume solo gdl di traslazione ai nodi, con conseguente necessità di considerare due gdl statici e di misurare il braccio che li separa.

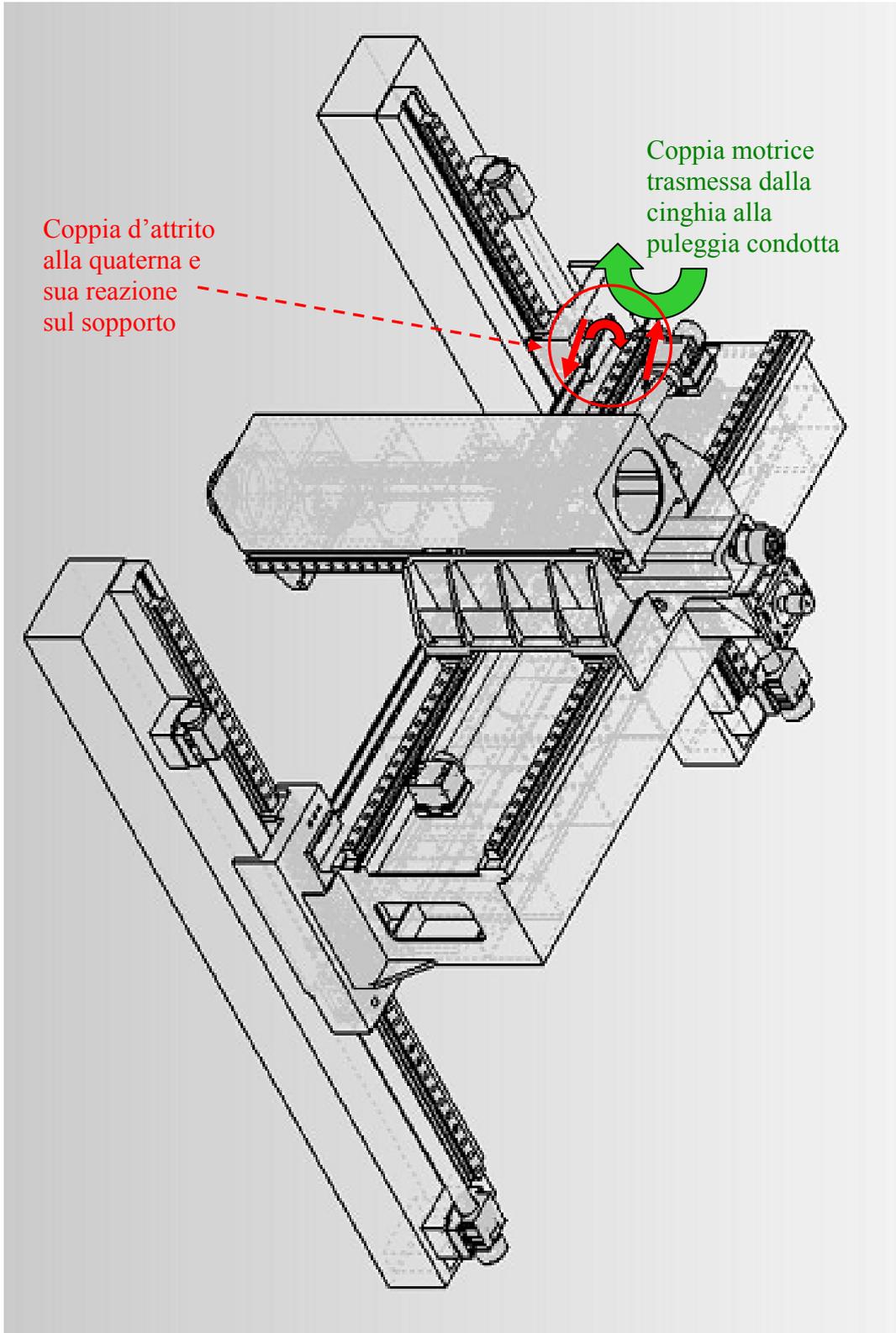


fig. 3.14

*Scelta del modello matematico dell'attrito.*

Il lavori [15] e [16], a cui il presente modello si è ispirato come riferimento, implementavano un modello dell'attrito perfettamente *coloumbiano*, in cui il modulo della forza tangenziale fra le superfici a contatto era uguale alla forza normale moltiplicata per un coefficiente, mantenuto uguale in tutto il campo di condizioni dinamiche dei corpi in moto relativo, e il verso della forza era l'opposto di quello della velocità relativa.

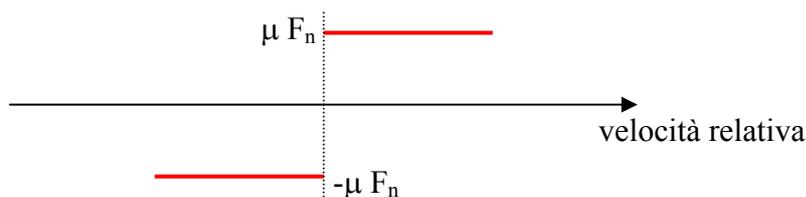


Fig 3.15

Una tale espressione ha il difetto di non tenere in considerazione parecchi aspetti del fenomeno tribologico quali la differenza fra attrito statico e dinamico, l'inerzia all'inversione della velocità (*friction lag*), l'*effetto Stribeck* dovuto alla presenza di lubrificante.

Si è dunque cercata un'espressione dell'attrito più realistica, o quantomeno sufficientemente duttile da poter rappresentare, previa un'opportuna scelta dei coefficienti che compaiono nelle formule, tutti o alcuni degli aspetti sopra citati. La scelta è caduta su un modello abbastanza recente (1995) [16], oltre che per la sua apparente completezza, anche per un certo favore da esso raccolto presso altri autori; in particolare sono stati reperiti in letteratura e citati in bibliografia ([15],[16]) due articoli che applicano il modello in questione al caso di una trasmissione cinematica vite/chiocciola a ricircolo di sfere come quella presente sull'Xceeder. E' proprio da [14] che sono stati ricavati alcuni dei coefficienti inseriti nella formula dell'attrito al momento dell'implementazione in questo lavoro; va comunque detto che una taratura accurata di questi parametri può derivare soltanto da prove sperimentali condotte sulla particolare macchina oggetto di studio, in quanto la letteratura insegna che la tribologia è una scienza che si piega malvolentieri ad accogliere leggi di carattere generale, essendo straordinariamente numerose le variabili che entrano in gioco nello stabilire il comportamento ad attrito di un accoppiamento.

Fatte queste premesse, è utile fornire una breve presentazione del nuovo modello di attrito. Esso si fonda su una rappresentazione delle superfici a contatto come in figura 3.16

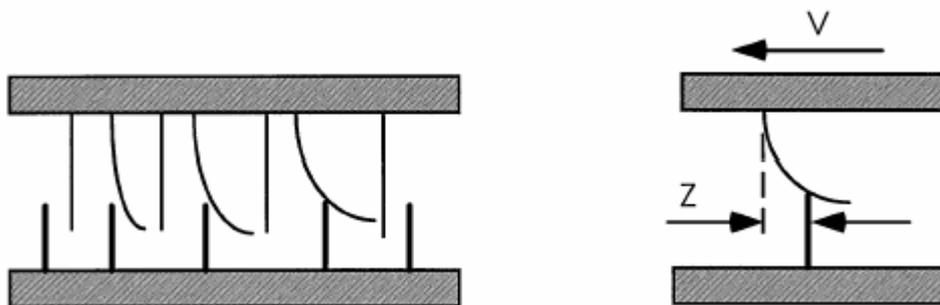


fig. 3.16

L'interfaccia è modellata per mezzo di setole elastiche, la cui flessione, causata dal moto relativo delle due superfici, fa nascere la forza d'attrito. Quando il moto relativo assume sufficiente consistenza, alcune setole si flettono al punto che cominciano a slittare. Il comportamento dinamico medio delle setole è espresso tramite la seguente equazione:

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{|v|}{g(v)} z \quad (3.50)$$

dove  $g(v)$  è una funzione positiva della velocità:

La forza d'attrito generata dalla flessione delle setole è descritta dalla seguente equazione:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} \quad (3.51)$$

dove  $\sigma_0$  è la rigidezza e  $\sigma_1$  un coefficiente di smorzamento.

Alla (3.51) può essere aggiunto un termine che tenga conto dell'attrito viscoso, cosicché la forza d'attrito risulta:

$$F = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \quad (3.52)$$

dove  $\sigma_2$  è un coefficiente di attrito viscoso.

La funzione  $g(v)$  può essere determinata misurando l'attrito in condizioni stazionarie quando la velocità è costante:

$$F_{STAZ} = \sigma_0 z_{STAZ} + \sigma_2 v = \sigma_0 g(v) \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v \quad (3.53)$$

Per la funzione  $g(v)$  è stata proposta la seguente forma

$$g(v) = \frac{1}{\sigma_0} \cdot \left( F_C + (F_S - F_C) e^{-(v/v_S)^2} \right) \quad (3.54)$$

da cui

$$F_{STAZ} = F_C \operatorname{sgn}(v) + (F_S - F_C) e^{-(v/v_S)^2} \operatorname{sgn}(v) + \sigma_2 v \quad (3.55)$$

in cui si osserva una combinazione di attrito *coloumbiano* ( $F_C$ ), di tipo *Stribeck* ( $F_S =$  forza di attrito statico,  $v_S =$  *velocità di Stribeck*) e di tipo viscoso.

Come già accennato, la scelta dei valori da attribuire ai coefficienti presenti in (3.52) e (3.53) è stata guidata, in mancanza di dati sperimentali, dai precedenti in letteratura; da [16] in particolare si è assunto:

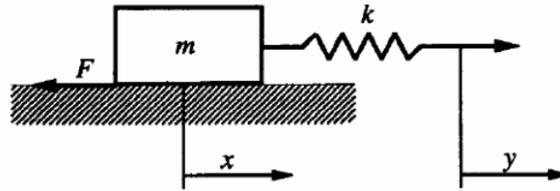
- $\sigma_0 = 105 \text{ Nm}$
- $\sigma_1 = 316 \text{ N s/m}$
- $\sigma_2 = 350 \text{ N s/m}$
- $v_S = 0.001 \text{ m/s}$

Per quanto riguarda invece  $F_C$  e  $F_S$ , si è cercato di comprendere appieno il loro significato fisico. Per  $v = 0$ , si ottiene  $F = F_S$ . Dalla più classica formula dell'attrito per cui  $F_{TANGENZIALE} = \mu F_{NORMALE}$  deduciamo che la dipendenza dalla forza normale scambiata fra le superfici a contatto deve essere compresa nei termini  $F_C$  e  $F_S$ , che quindi assumiamo pari a

- $F_C = \mu_{DIN} F_{normale}$
- $F_S = \mu_{STAT} F_{normale}$

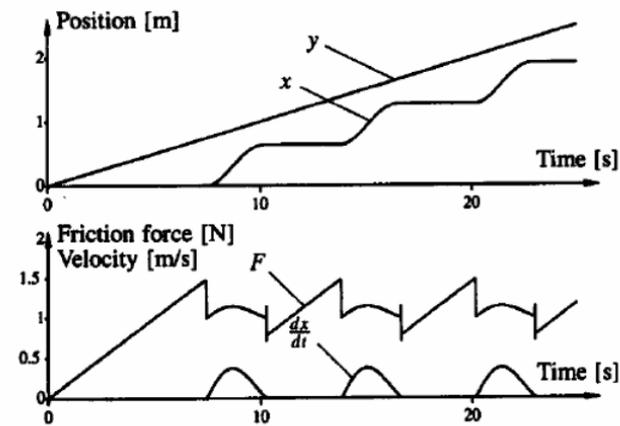
Nell'articolo di riferimento per l'attrito [16] si forniscono i dati relativi ad un piccolo esperimento condotto per verificare che il modello potesse tenere in considerazione tutte le particolarità del fenomeno tribologico reale: una massa unitaria è attaccata ad una molla con rigidezza  $k = 2 \text{ N/m}$ , la cui estremità libera viene tirata con velocità costante pari a  $0.1 \text{ m/s}$ . Le seguenti figure 3.17 e 3.18 mostrano lo schema

dell'esperimento e i risultati di una simulazione in cui la forza d'attrito  $F$  è calcolata con le formule del modello in oggetto.



Experimental setup for stick-slip motion.

Fig 3.17



Simulation of stick-slip motion.

fig. 3.18

La massa è inizialmente a riposo e la forza esercitata dalla molla cresce linearmente. La forza d'attrito controbilancia la forza della molla e c'è solo un piccolo spostamento (anche in regime "statico" si osservano sperimentalmente microspostamenti relativi all'interfaccia, dovuti presumibilmente alla flessione delle microgiunzioni che si stabiliscono fra i due corpi a contatto). Quando la forza applicata raggiunge un valore di soglia (*break-away*), in questo caso approssimativamente  $\sigma_0 g(0)$ , la massa comincia a scivolare e l'attrito cala rapidamente per via dell'*effetto Stribeck*. La molla si contrae e la forza della molla decresce. La massa rallenta, l'attrito torna a crescere per via dell'*effetto Stribeck* e il moto si ferma. Quindi il fenomeno si ripete.

Si osserva che al limite del *break-away* la forza d'attrito raggiunge il valore di 1.5 quindi cala repentinamente a 1, prima di innalzarsi in modo proporzionale alla velocità per effetto viscoso. I valori di 1 e 1.5 sono rispettivamente i valori adottati nella simulazione per  $F_C$  e  $F_S$ . Viene detto che il valore 1 adottato per  $F_C$  corrisponde all'incirca ad un coefficiente d'attrito  $\mu_{DIN} = 0.1$  per una massa unitaria, e cioè,

considerato il peso della massa unitaria come forza normale, è in linea con l'espressione  $F_C = \mu_{DIN} F_{NORMALE}$ , il che ci ha portato a mantenere quest'ultima come riferimento al momento di introdurre i valori di  $F_C$  e  $F_S$  nella simulazione dell'Xceeder. Per quanto riguarda  $\mu_{STAT}$ , esso è stato assunto superiore a  $\mu_{DIN}$  del 50%, secondo una ormai datata abitudine documentata nella letteratura che si occupa di tribologia, da cui il valore di  $F_S$  pari a 1.5.

Prima di procedere con l'implementazione dell'attrito nell'Xceeder virtuale ricreato in Simulink, si è ritenuto opportuno riprodurre all'interno dello stesso ambiente software la prova descritta in figura 3.18, al fine di verificare che il metodo di soluzione numerico implementato in Simulink fosse in grado di risolvere l'equazione non lineare del moto dando gli stessi risultati graficati nell'articolo. La figura 3.19 riproduce lo schema a blocchi relativo alla dinamica del sistema di figura 3.17

La simulazione è stata condotta utilizzando come solutore numerico l'algoritmo denominato "ODE 45" (Runge-Kutta del 5° ordine), dapprima impostando la determinazione automatica del passo d'integrazione, quindi un valore limite superiore per lo stesso, pari a quello adottato nelle simulazioni sull'Xceeder virtuale (valore limite dettato fino ad ora dall'esigenza di essere minore dei tempi di campionamento del controllo che regola il posizionamento della macchina). Si sono ottenuti rispettivamente i grafici della posizione della massa e della forza d'attrito riportati in figura 3.20.

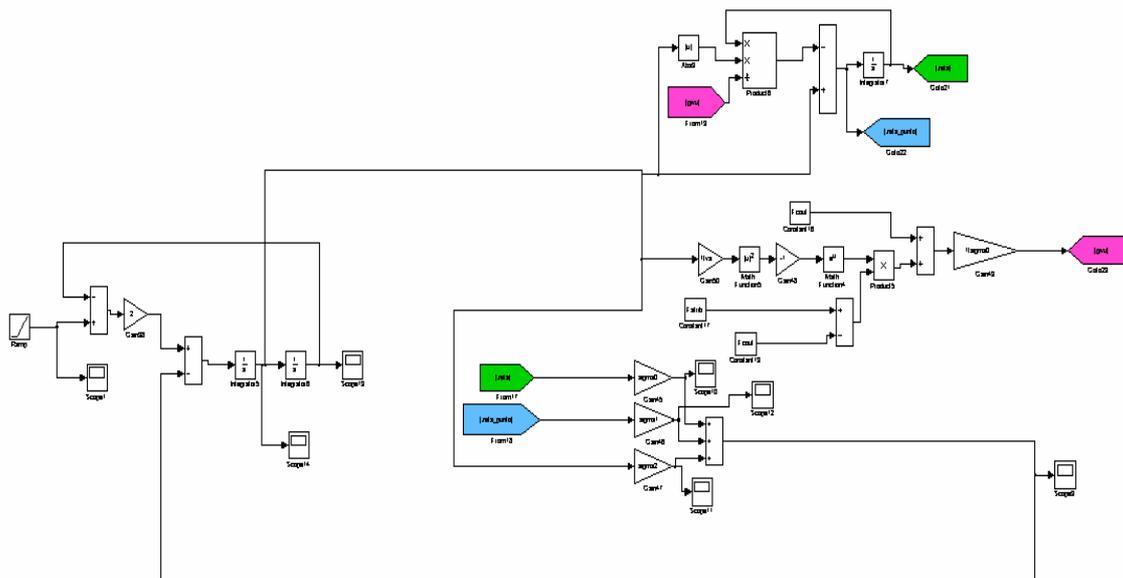


Fig 3.19

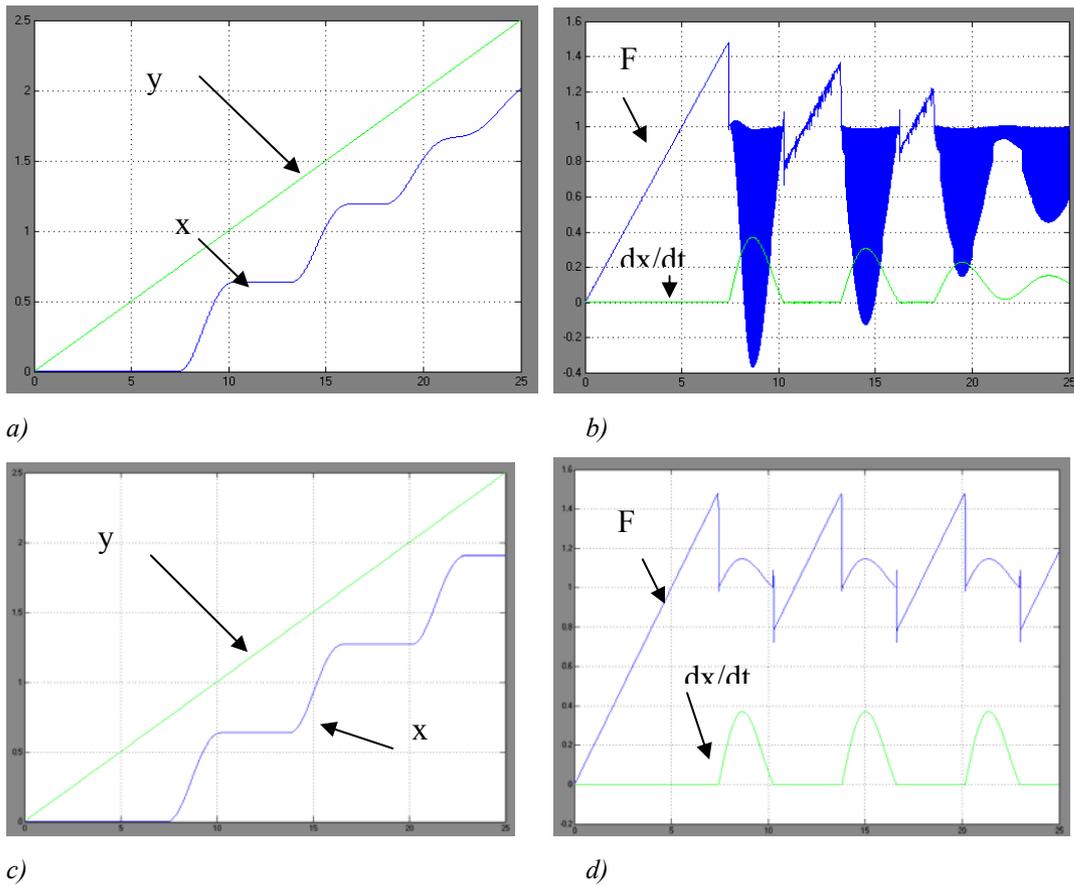


Fig 3.20

Si vede chiaramente come l'impostazione automatica del passo di integrazione porta a risultati scadenti, seppur con un tempo di simulazione ridotto.

In genere, e la letteratura ([20], [15]) fornisce conferme in questo senso, si può dire che il problema della non linearità delle equazioni da risolvere può essere affrontato con successo ricorrendo a metodi numerici quali quelli implementati da Simulink, purché si abbia l'accortezza di adottare un passo d'integrazione sufficientemente piccolo. Il passo di integrazione non deve del resto essere eccessivamente ridotto pena tempi di calcolo troppo lunghi.

### *Implementazione dell'attrito relativo all'asse X: modello della dinamica*

Dalle analisi condotte sul modello di riferimento dell'asse X risultava che i termini di attrito quantitativamente più significativi erano quelli relativi all'accoppiamento cinematico vite/madrevite e alla quaterna di cuscinetti obliqui; un contributo fondamentale all'importanza di questi due termini era dato dalla presenza delle ingenti forze di precarico che interessano la chiocciola a ricircolo di sfere e la cinghia. Si è quindi ritenuto lecito, in prima approssimazione, trascurare i termini relativi al

### Capitolo 3

cuscinetto a rullini e alle guide. In particolare per queste una collocazione rigorosa delle forze d'attrito avrebbe comportato la necessità di prevedere per il modello ridotto otto modi statici dedicati, quattro per i pattini solidali al carro e quattro per le relative guide sulla traversa.

Le simulazioni comprensive dell'attrito sono state dunque condotte su un modello in cui la meccanica è rappresentata da un sistema ridotto a 30 gdl (15 statici e 15 dinamici). La scelta dei suddetti 15 gradi statici comporta comunque una FRF “velocità lungo X al mandrino/coppia alla puleggia condotta X” praticamente identica (fino a 250 Hz) a quella che si ricava dall'analisi di un modello ridotto con una scelta differente dei gradi statici.

Nella tabella 3.2 si elencano i gdl statici e in corrispondenza di ciascuno di essi si precisa la presenza o meno di un ingresso (forza o coppia).

N.º nodo al gdl	Descrizione gdl	Presenza ingresso in sollecitazione
3059	“controcoppia chiocciola1” (*)	sì
3062	“controcoppia chiocciola2” (*)	sì
3065	Spostamento lineare lungo X alla chiocciola X	-
3613	“controcoppia motoreZ1” (**)	opzionale (#)
3614	“controcoppia motoreZ2” (**)	opzionale (#)
3663	Rotazione alla puleggia condotta Z	opzionale (#)
11038	“controcoppia motoreX1” (**)	sì
11040	“controcoppia motoreX2” (**)	sì
13594	“controcoppia quaterna2” (*)	sì
13595	“controcoppia quaterna1” (*)	sì
14762	Rotazione alla puleggia condotta X	sì (coppia motrice controllata)
14779	Rotazione alla vite X in corrispondenza della chiocciola	sì (coppia d'attrito)
14793	Rotazione alla vite X in corrispondenza della quaterna	sì (coppia d'attrito)
18817	Spostamento lineare lungo Z alla chiocciola Z	-
19037	Spostamento lineare lungo X al mandrino	opzionale (##)

Tabella 3.2

### Capitolo 3

(\*) e (\*\*): sono le “porte d’ingresso” per le reazioni uguali e contrarie alle azioni sulle masse in movimento.

(#): sono state condotte due classi di simulazioni: nella prima si implementava nel modello il controllo dell’asse Z, ponendovi in ingresso un riferimento di posizione nullo; in questo modo questi gdl diventano attivi. Nella seconda si considerava l’asse Z libero da controllo, sollecitato soltanto dalle vibrazioni indotte dal moto dell’asse X (il peso del cannotto poteva essere trascurato in quanto controbilanciato dalla forza della valvola pneumatica. Le due simulazioni hanno riportato un risultato per il moto dell’asse X praticamente identico.

(##): questo gdl è una possibile rudimentale porta d’ingresso per le forze di taglio che agiscono sulla macchina in esercizio. La strada verso simulazioni più realistiche che possano portare a fare delle previsioni attendibili della qualità della lavorazione (tolleranze raggiungibili, ecc.) passa anche per una modellazione dell’utensile e del suo attacco al mandrino.

La valutazione dei valori di  $F_C$  e  $F_S$  da inserire nelle formule di calcolo dell’attrito è stata eseguita nel modo seguente:  $F_C$  viene istantaneamente calcolato come prodotto di un coefficiente  $\mu_{DIN}$  e della forza normale, quest’ultima derivata in parte da precarichi, in parte dall’accelerazione dei corpi movimentati.  $\mu_{DIN}$  è stato assunto pari a 0.006 in corrispondenza della chiocciola e a 0.002 in corrispondenza della quaterna, valori verosimili per una condizione di attrito a rotolamento, già implementati nel modello di riferimento [14].  $F_S$  è stimato costante e pari al prodotto fra un coefficiente  $\mu_{STAT}$  maggiorato del 50% rispetto a  $\mu_{DIN}$  e la forza normale di solo precarico.

#### *Implementazione dell’attrito relativo all’asse X: risultati della simulazione del moto*

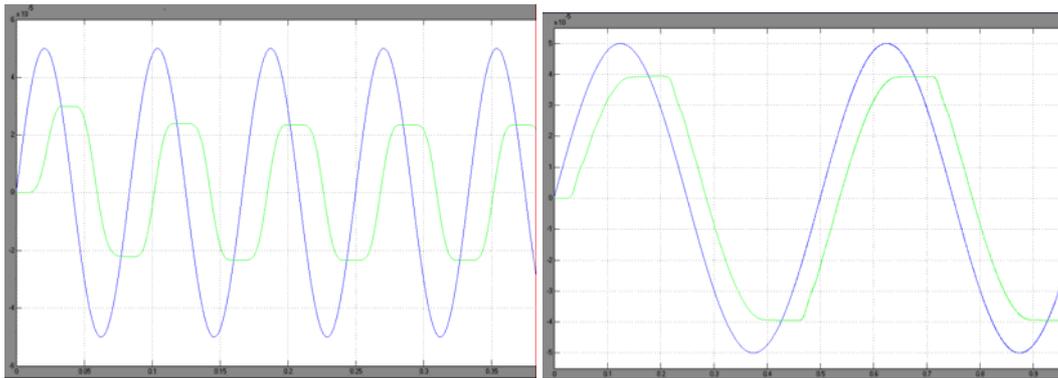
Si riportano in una tabella 3.3 le ampiezze raggiunte dallo spostamento della chiocciola in corrispondenza di due riferimenti di posizione sinusoidali, entrambi con ampiezza pari a 0.1 mm e rispettivamente con frequenza di 2 e 12 Hz. Si osserva che il vecchio modello sovrastimava visibilmente il fenomeno di hunting (appiattimento della traiettoria effettiva all’inversione), mentre il nuovo, pur avendo il difetto opposto, come si vede dai grafici comparati relativi al seno di più bassa frequenza, consente di ottenere un andamento simulato più vicino a quello reale.

NOTA: le simulazioni sono state condotte col metodo “ODE 45” con un passo massimo di integrazione di 0.00001 s

### Capitolo 3

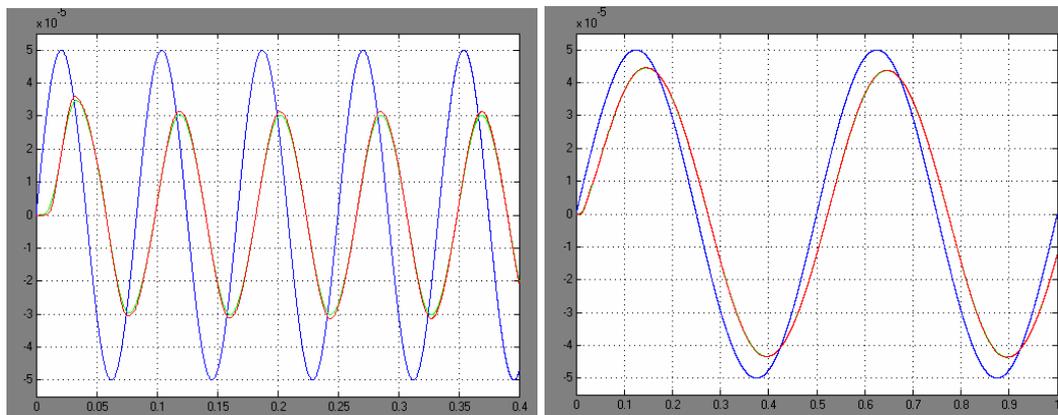
comando	Modello a PC senza attrito	Modello a PC con attrito	Modello ibrido senza attrito	Modello ibrido con attrito	Dato ricavato in macchina
0.1 mm 12 Hz	0.065 mm	0.047 mm (vedi fig. 3.21a)	0.067 mm	0.060 mm (vedi fig.3.21b)	0.063 mm (vedi fig.3.21c)
0.1 mm 2 Hz	0.098 mm	0.079 mm (vedi fig.3.21d)	0.098 mm	0.087 mm (vedi fig.3.21e)	0.098 mm (vedi fig.3.21f)

Tabella 3.3



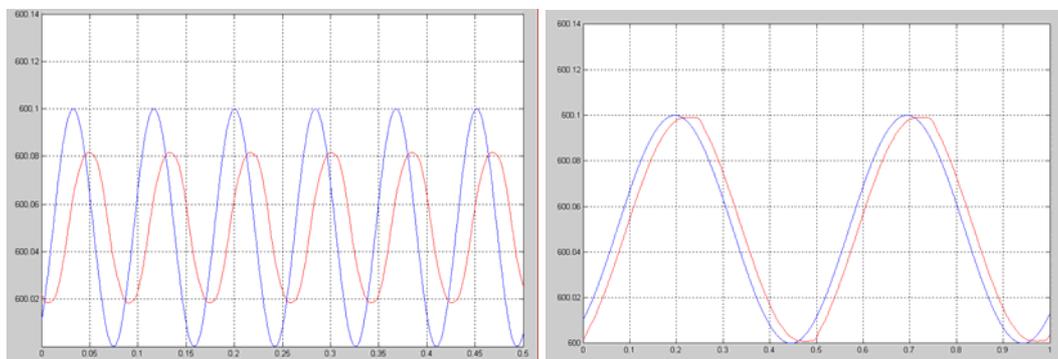
a)

b)



c)

d)



e)

f)

fig 3.21

### Capitolo 3

NOTA: i grafici degli andamenti simulati col modello nuovo presentano tre tracce: al riferimento e allo spostamento alla chiocciola si aggiunge lo spostamento in zona mandrino.

Si è osservato come il fenomeno noto come *hunting*, presente in alcuni degli andamenti misurati in macchina, fosse invece assente in quelli simulati. Si quindi voluto provare a “giocare” con i diversi coefficienti presenti nelle formule di calcolo dell’attrito per vedere a quali di questi fosse maggiormente legato l’ *hunting*.

Sono state compiute simulazioni sul modello descritto, in cui si sollecitava la puleggia dell’asse X con una coppia sinusoidale e per ciascuna si sono registrati gli andamenti della coppia motrice stessa, della velocità e dello spostamento indotti al carro, e della coppia d’attrito agente alla quaterna di cuscinetti obliqui che supportano la vite. Si sono osservati fenomeni molto interessanti in particolare al variare dei parametri  $\sigma_0$ ,  $F_S$  e  $F_C$ , ovvero, rispettivamente, della rigidezza flessionale delle “setole” elastiche del modello e delle forze d’attrito statico e dinamico.

Sono stati ottenuti i seguenti grafici, in cui il tempo è presente in ascissa, mentre i valori dell’ordinata sono privi di significato, in quanto sono state rappresentate contemporaneamente quattro grandezze dimensionalmente non omogenee. Di seguito si elenca la corrispondenza fra grandezza e colore:

coppia motrice → azzurro

coppia d’attrito → rosso

spostamento carro → blu

velocità carro → verde

Le note di figura indicano le variazioni di volta in volta effettuate sui valori di riferimento scelti per i parametri  $\sigma_0$ ,  $F_S$  e  $F_C$ .

### Capitolo 3

Prove sulla macchina non controllata sollecitata con un seno di coppia alla puleggia X di ampiezza 2 Nm e frequenza 1 Hz.

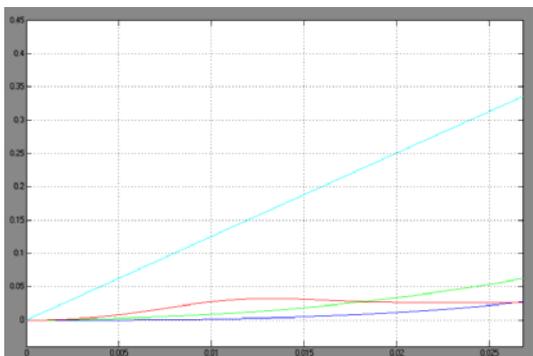


Fig.3.22: variazione:  $\sigma_0 * 10$

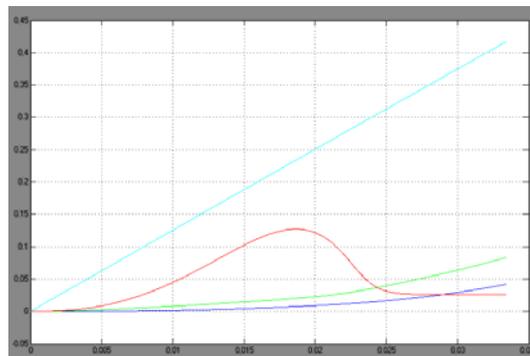


Fig.3.23: variazione:  $\sigma_0 * 10$  e  $F_S * 10$

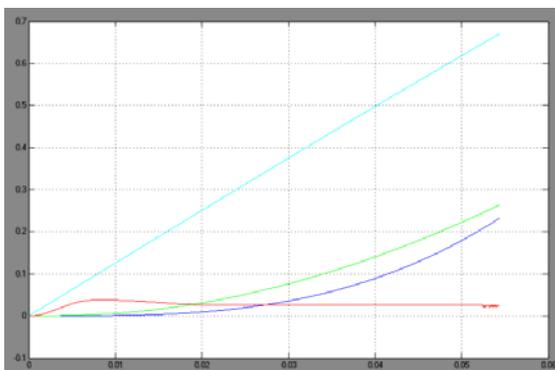


Fig.3.24.: variazione:  $\sigma_0 * 100$

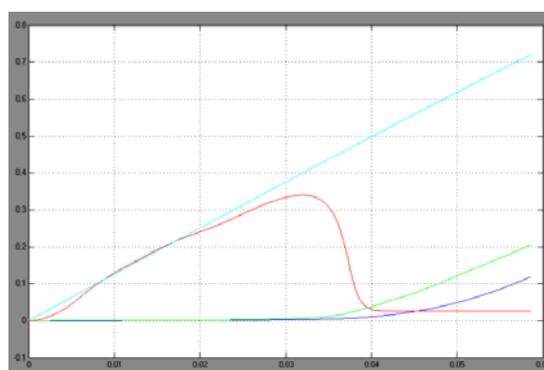


Fig.3.25 variazione:  $\sigma_0 * 100$  e  $F_S * 10$

Prove sulla macchina non controllata sollecitata con un seno di coppia alla puleggia X di ampiezza 2 Nm e frequenza 10 Hz.

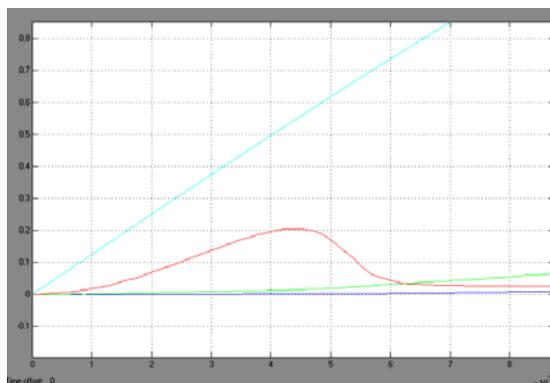


Fig. 3.26: variazione:  $\sigma_0 * 100$  e  $F_S * 10$

Dal confronto fra le figure 3.22 e 3.24 si osserva come la coppia d'attrito si mantenga allo spunto tanto più aderente alla coppia motrice (a meno del segno, ovviamente)

quanto più grande è il valore  $\sigma_0$ . In figura 3.23 e in figura 3.25 si vede come, a parità di  $F_S$ , l'attrito massimo che si raggiunge nelle fasi di primo distacco sia maggiore con valori di  $\sigma_0$  più elevati. Infine, dal raffronto delle figure 3.25 e 3.26 si deduce il ruolo che la derivata rispetto al tempo della coppia motrice, fatta variare con la frequenza della sinusoide applicata, ha sull'andamento della coppia d'attrito: tanto più rapidamente varia la coppia motrice, tanto minore è la differenza che si osserva tra l'attrito semi-statico, caratterizzante il primo distacco e l'inversione del moto, e quello dinamico. Quest'ultimo fenomeno, già riscontrato in esperienze di tribologia sperimentale e documentato in letteratura, si ritrova anche nei risultati ottenuti dalle prove condotte sull'Xceeder.

Alla luce di quanto appena visto, si è cercato di avvicinare i risultati delle simulazioni sul modello ai dati delle prove in macchina attraverso l'aumento del coefficiente  $\sigma_0$ . Poiché questa sola variazione comportava un aumento esagerato delle coppie d'attrito, riducendo sensibilmente l'aderenza della traiettoria attuale a quella di riferimento, si sono contestualmente diminuiti i valori di  $F_C$  e  $F_S$ , attraverso la diminuzione di  $\mu_{DIN}$  e  $\mu_{STAT}$ .

Con la moltiplicazione per un fattore 25 di  $\sigma_0$  e la divisione per un fattore 15 di  $\mu_{DIN}$  e  $\mu_{STAT}$  si ottengono i risultati di figura 3.27 e figura 3.28. Si nota per la simulazione a 2 Hz la comparsa di un certo appiattimento della traiettoria all'inversione, come desiderato. Resterebbe ancora una certa discrepanza nei valori delle ampiezze.

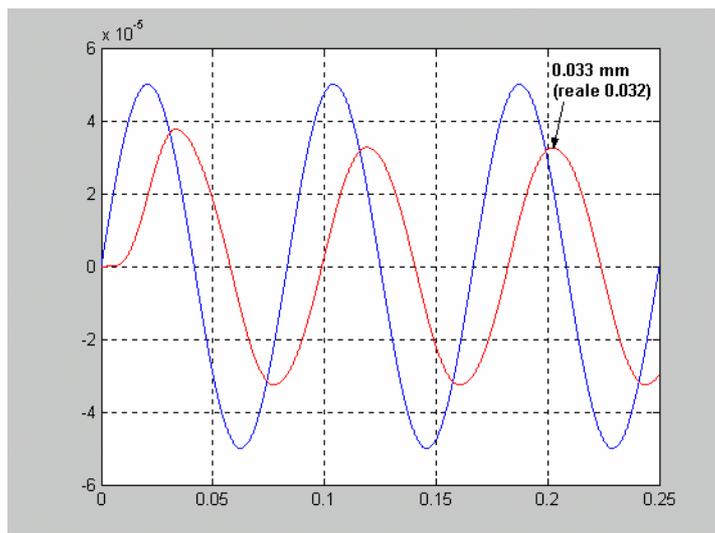


Fig. 3.27

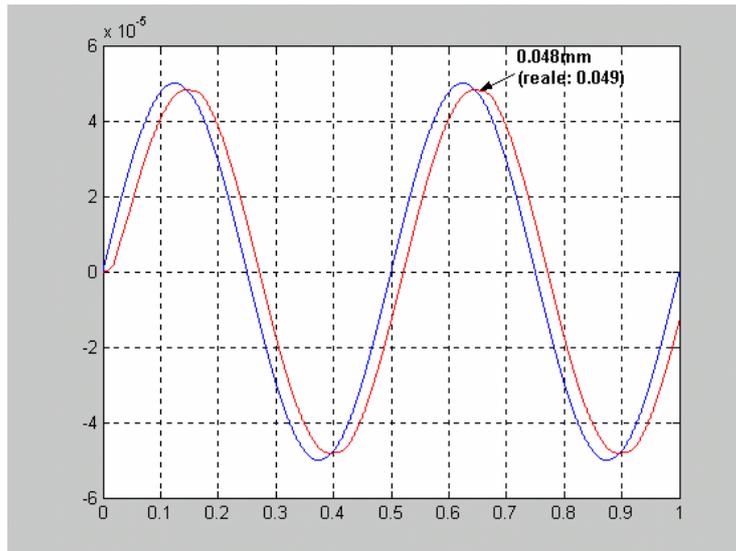


Fig. 3.28

### 3.4 Simulazioni con controllo simultaneo dei tre assi lineari

*Costituzione di un primo modello adatto alla simulazione del moto simultaneo dei tre assi lineari*

Il paragrafo precedente, dedicato all'implementazione dell'attrito nella "macchina virtuale", si concludeva con la presentazione di un modello appositamente pensato per simulazioni del moto lungo il solo asse X, benché derivato da uno studio agli elementi finiti di tutti e tre gli assi lineari dell'Xceeder.

Il passo successivo che si vuole discutere in questo paragrafo è la costituzione di un modello adatto alla simulazione del moto simultaneo dei tre assi. Si tratta di un modello forzosamente meno sofisticato di quanto si potrebbe desiderare, a causa della già detta limitazione che I-Deas pone al numero di equazioni del sistema dinamico ridotto ricavabile dalla modalità di risoluzione *Constraint Mode Dynamics*. In particolare, rispetto al modello descritto nel paragrafo precedente, si è deciso di eliminare i modi statici relativi a quei gradi di libertà che fungevano da ingresso alle reazioni corrispondenti alle azioni motrici dei motori e alle azioni frenanti dell'attrito sulla rotazione delle viti. Il passaggio è stato ritenuto accettabile previo esame dei risultati di alcune prove, che qui brevemente riassumiamo.

Su di un modello che non contemplava la possibilità di considerare l'effetto dell'attrito, ma che consentiva di valutare l'effetto delle reazioni indotte dai motori, sono state eseguite due simulazioni di una medesima legge di moto, una prima volta inserendo queste reazioni fra le sollecitazioni, la seconda trascurandole. La variazione nel comportamento simulato della macchina è stata impercettibile, da cui la decisione di risparmiare i modi statici associati a queste reazioni.

La scelta di operare il medesimo taglio a spese dei modi statici associati alle coppie d'attrito nelle quaterne di cuscinetti e nella trasmissione vite/madrevite scarica sulle parti non rotanti della macchina è venuta come naturale conseguenza della precedente, dal momento che l'entità delle coppie in considerazione è minore di quella delle coppie scaricate dai motori sulle strutture a cui sono fissati.

Infine, i pesi delle varie parti della struttura non sono stati considerati nelle nostre analisi di caratterizzazione dinamica, in quanto costituenti un effetto statico. Per quanto riguarda, in particolare, il contributo portato al moto dell'asse Z dal peso del canotto, esso è controbilanciato in maniera quasi statica dalla forza esercitata da un doppio attuatore pneumatico, per cui si è deciso, in prima approssimazione, di considerare i



$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{1}{[J_{vite} + (\frac{p}{2\pi})^2 m_c]} \left\{ \begin{aligned} & K_t(\gamma - \vartheta) - \frac{p}{2\pi} [(2F_g f_{gr} + F_{way}) \text{sign}(\frac{d\vartheta}{dt}) + (G - m_c g) + \\ & + f_v \left[ \frac{p}{2\pi} m_c \frac{d^2\vartheta}{dt^2} + G - m_c \cdot g + (2F_g f_{gr} + F_{way}) \text{sign}(\frac{d\vartheta}{dt}) \right] + \\ & + P_v] \cdot R_{mv} \text{sign}(\frac{d\vartheta}{dt}) - \mu_r F_r \frac{d_r}{2} \text{sign}(\frac{d\vartheta}{dt}) \end{aligned} \right\}$$

Tolti i termini rappresentativi di fenomeni d'attrito, si riscrive in forma più semplice:

$$\frac{d^2\vartheta}{dt^2} = \frac{1}{[J_{vite} + (\frac{p}{2\pi})^2 m_c]} \left\{ K_t(\gamma - \vartheta) - \frac{p}{2\pi} (G - m_c g) \right\}$$

con il seguente significato dei simboli:

- $J_{vite}$  : momento d'inerzia rispetto al suo asse del tratto di vite al di sotto della chiocciola
- $p$  : passo della vite
- $m_c$  : massa del canotto
- $K_t$  : rigidità torsionale del tratto di vite fra la puleggia condotta e la mezzeria della chiocciola
- $G$  : forza esercitata dal dispositivo pneumatico
- $g$  : accelerazione di gravità

Si trattava quindi di un'equazione di equilibrio alla rotazione, in cui tutte le sollecitazioni dovevano essere delle coppie. In essa, pertanto, il peso e la forza esercitata dalla valvola pneumatica erano convertiti in momenti tramite il principio di equivalenza dei lavori e applicati in modo concentrato al grado di libertà rotatorio della vite in corrispondenza della chiocciola. Così concepito, l'inserimento degli effetti di peso e valvola nel modello derivato dal FEM non comporta alcuna difficoltà, essendo la rotazione della vite alla chiocciola compresa nel numero di gdl relativi ai modi statici; tuttavia, tale modalità di implementazione appariva poco fedele alla realtà delle cose ed eccessivamente semplificata in un contesto che si prefiggeva di affinare i modelli precedenti. Pertanto, sono state seguite due strade: una, volta ad un affinamento dell'implementazione degli effetti di peso e valvola rispetto a quanto fatto in precedenza, sarà presentata nel capitolo successivo; l'altra, tesa alla massima semplificazione possibile, ha portato, come detto, alla mutua eliminazione dei due fattori in esame. Semplicemente, sono state condotte alcune prove sul modello dell'asse

### Capitolo 3

Z, ripetendo di volta in volta la simulazione di una stessa legge di moto con e senza l'influsso dei blocchi Simulink rappresentativi di peso e forza pneumatica (entrambi, come detto, sotto forma di coppie concentrate). La sostanziale mutua aderenza degli andamenti ottenuti, comparati a due a due, ha giustificato la possibilità di trascurare *in toto*, in prima approssimazione, le due sollecitazioni.

Il modello dinamico ridotto a cui si è pervenuti alla fine della serie di approssimazioni appena esposte presenta dunque i 30 gdl elencati in tabella 3.4. Si nota l'assenza degli spostamenti lineari alle chiocciolate che erano invece presenti in tabella 3.2. La cancellazione di tali gdl è in realtà fittizia, in quanto essi sono legati da una semplice relazione cinematica alle rotazioni delle viti in corrispondenza delle stesse chiocciolate, per cui, considerando solo queste, si ottiene un risparmio nel numero di modi statici calcolati, pur mantenendo tutte le "porte" necessarie al collegamento della meccanica con il controllo.

<b>Tipo di gdl</b>	<b>Tipo di modo associato</b>	<b>Frequenza del modo (Hz)</b>
Rotazione alla puleggia condotta X	statico	0
Rotazione alla vite X in corrispondenza della chiocciola	statico	0
Rotazione alla vite X in corrispondenza della quaterna	statico	0
Rotazione alla puleggia condotta Z	statico	0
Rotazione alla vite Z in corrispondenza della chiocciola	statico	0
Rotazione alla vite Z in corrispondenza della quaterna	statico	0
Rotazione alla puleggia condotta Y di destra	statico	0
Rotazione alla vite Y di destra in corrispondenza della chiocciola	statico	0
Rotazione alla vite Y di destra in corrispondenza della quaterna	statico	0
Rotazione alla puleggia condotta Y di sinistra	statico	0
Rotazione alla vite Y di sinistra in corrispondenza della chiocciola	statico	0
Rotazione alla vite Y di sinistra in corrispondenza della quaterna	statico	0
Spostamento lineare lungo X al mandrino	statico	0
Spostamento lineare lungo Z al mandrino	statico	0
Spostamento lineare lungo Y al mandrino	statico	0
1° gdl non fisico	dinamico	
2° gdl non fisico	dinamico	
3° gdl non fisico	dinamico	

### Capitolo 3

4° gdl non fisico	dinamico	
5° gdl non fisico	dinamico	
6° gdl non fisico	dinamico	
7° gdl non fisico	dinamico	
8° gdl non fisico	dinamico	
9° gdl non fisico	dinamico	
10° gdl non fisico	dinamico	
11° gdl non fisico	dinamico	
12° gdl non fisico	dinamico	
13° gdl non fisico	dinamico	
14° gdl non fisico	dinamico	
15° gdl non fisico	dinamico	

Tabella 3.4

#### *Risultati e osservazioni sugli aspetti più significativi delle simulazioni*

In questo paragrafo si confrontano i risultati di un certo numero di simulazioni effettuate sul modello appena presentato, comparate con i dati reali ricavati direttamente in macchina a parità di posizione iniziale degli assi, traiettorie comandate e parametri della catena di controllo (cortesia di Breton S.P.A.).

Si esaminano i seguenti spostamenti comandati:

1. seno di ampiezza 0.5 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X
2. seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 2 Hz per l'asse X
3. seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X

Queste simulazioni rientrano tutte chiaramente nel campo dei “piccoli spostamenti”, per cui appare perfettamente lecito assumere l’invarianza delle matrici di massa e rigidità durante le stesse. Al fine di osservare eventuali differenze del comportamento della macchina al variare della sua configurazione, tutte le prove sono state condotte nell’intorno di quattro layout diversi, precisamente quelli mostrati in figura 3.30.

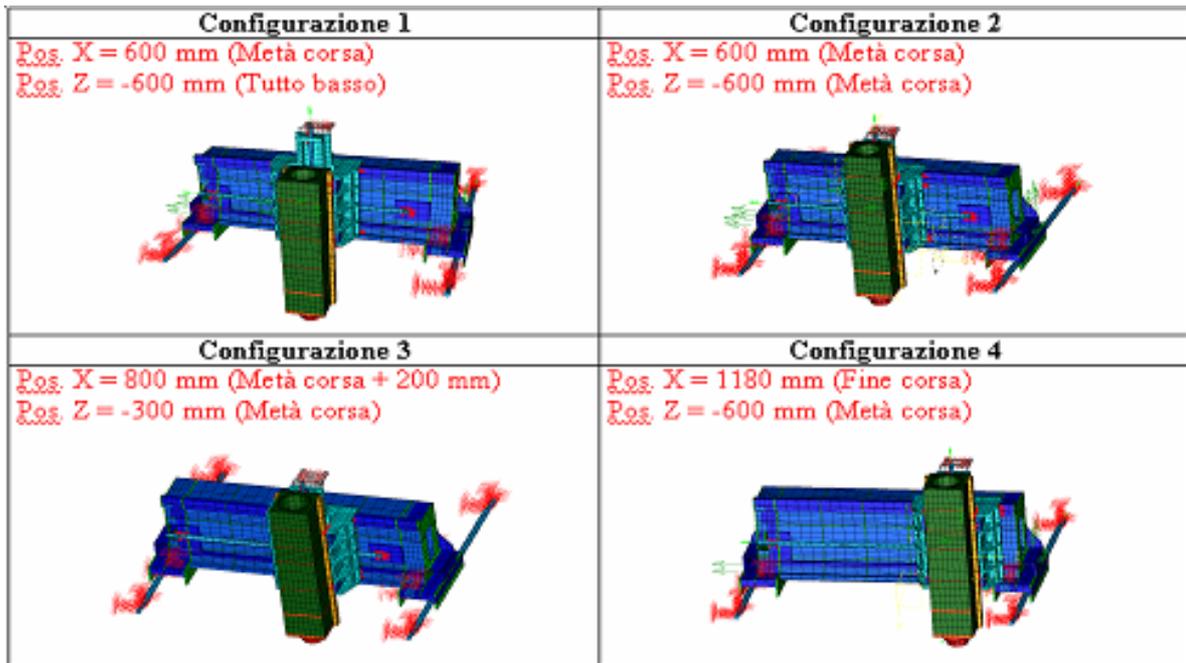
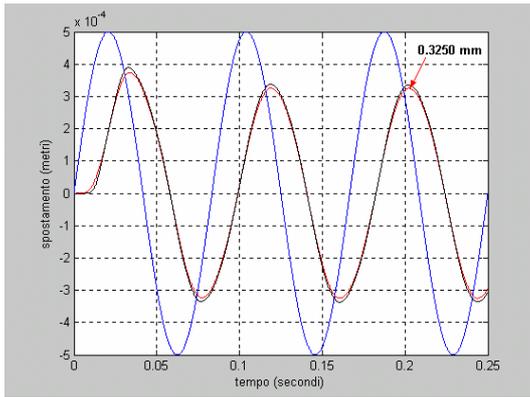


fig. 3.30

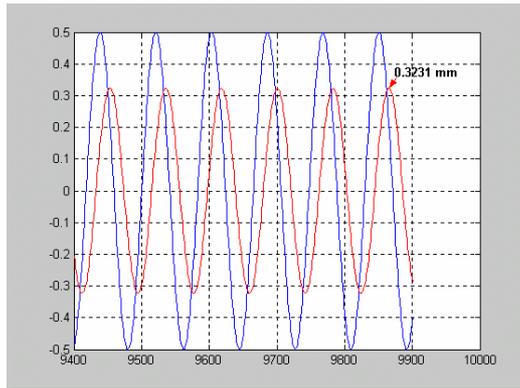
NOTA: le simulazioni sono state condotte col metodo “ODE 45” con un passo massimo di integrazione di 0.00005 s.

Di seguito sono dati i grafici degli andamenti sinusoidali. La traccia blu è il riferimento, mentre quella rossa rappresenta lo spostamento in corrispondenza della chiocciola; la traccia nera indica lo spostamento che la simulazione attribuisce all’estremità del canotto dove è collocato l’elettromandrino. Le cifre indicano le massime ampiezze raggiunte dallo spostamento alla chiocciola per il modello e per la macchina reale, a regime (per gli andamenti simulati si è assunto che al terzo massimo della sinusoide a partire dallo spunto il transitorio potesse ritenersi concluso).

### Capitolo 3

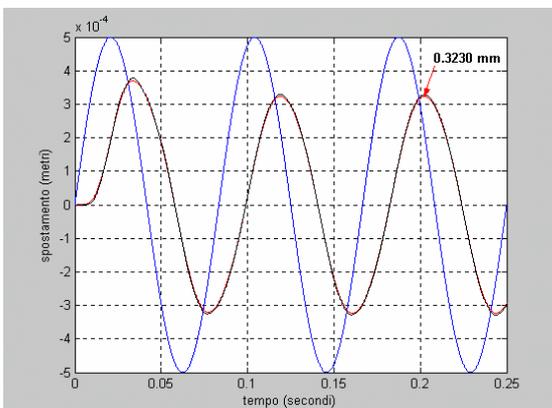


andamento simulato

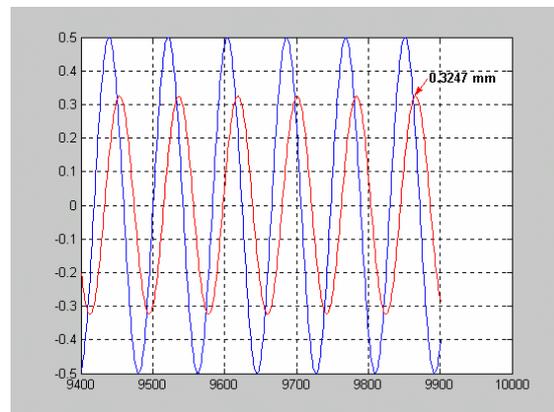


andamento reale

Fig.3.31 seno di ampiezza 0.5 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 1

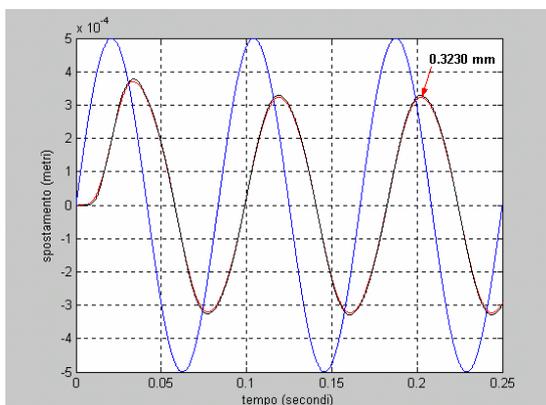


andamento simulato

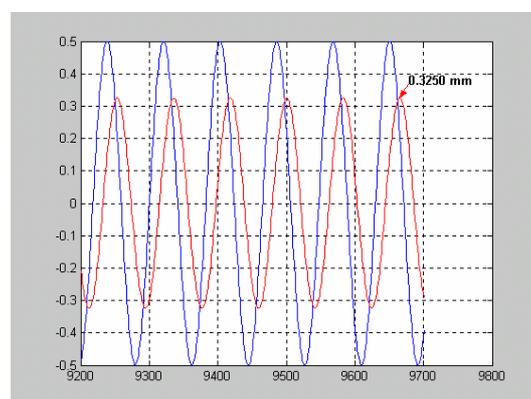


andamento reale

Fig 3.32: seno di ampiezza 0.5 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 2



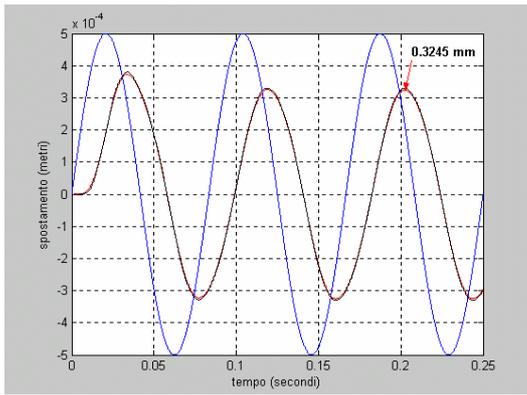
andamento simulato



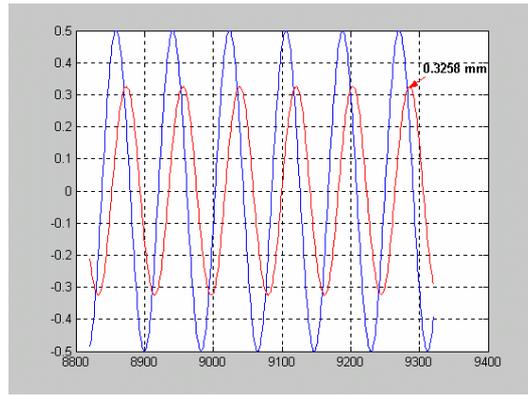
andamento reale

Fig.3.33: seno di ampiezza 0.5 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 3

### Capitolo 3

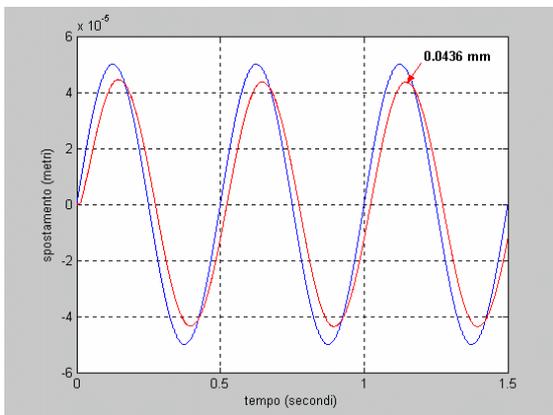


andamento simulato

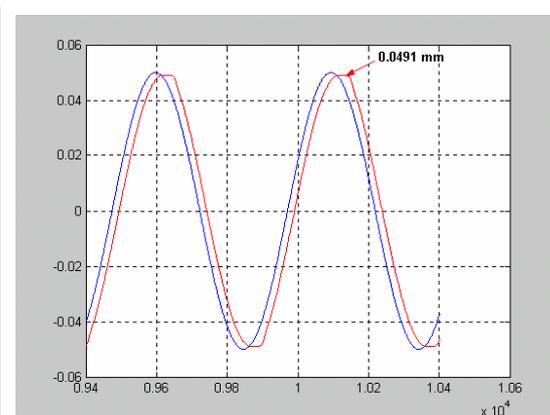


andamento reale

Fig. 3.34: seno di ampiezza 0.5 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 4

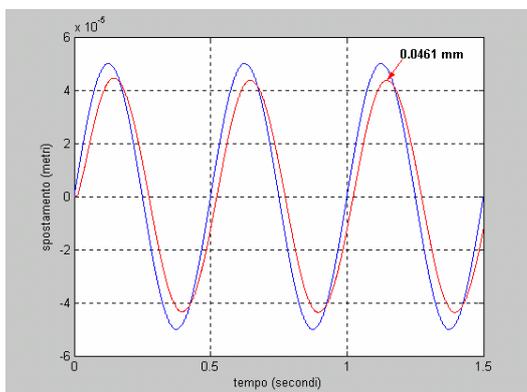


andamento simulato

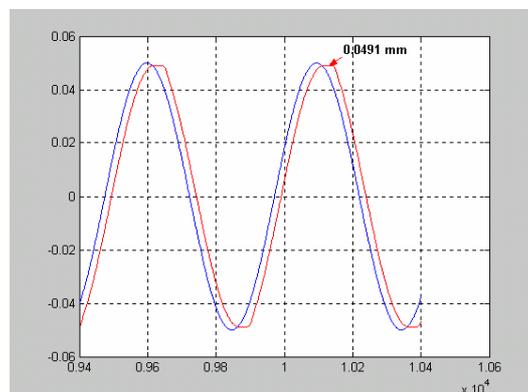


andamento reale

Fig. 3.35: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 2 Hz per l'asse X, configurazione 1



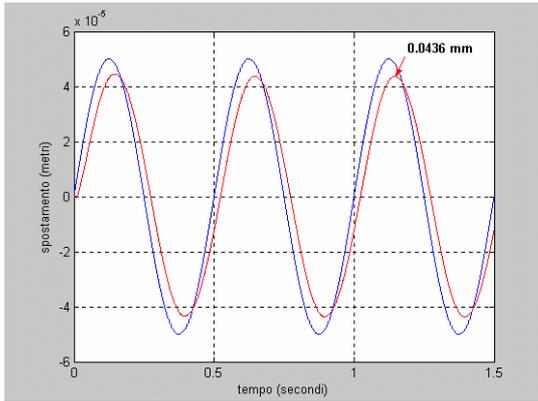
andamento simulato



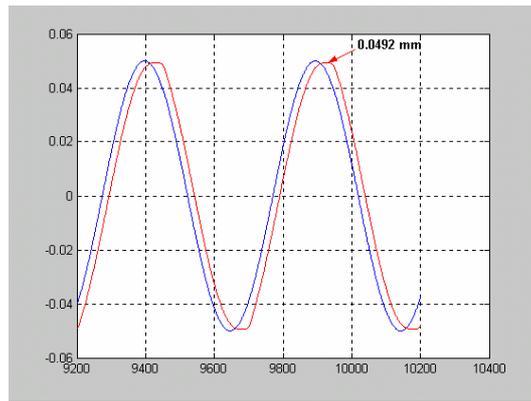
andamento reale

Fig. 3.36: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 2 Hz per l'asse X, configurazione 2

### Capitolo 3

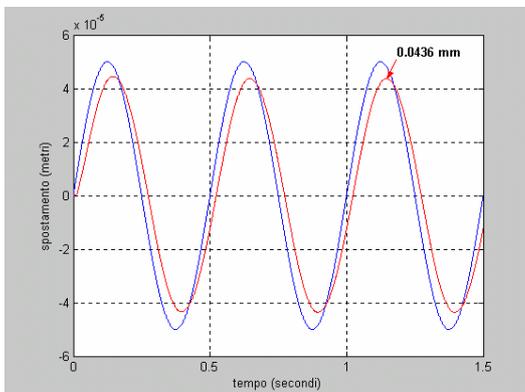


andamento simulato

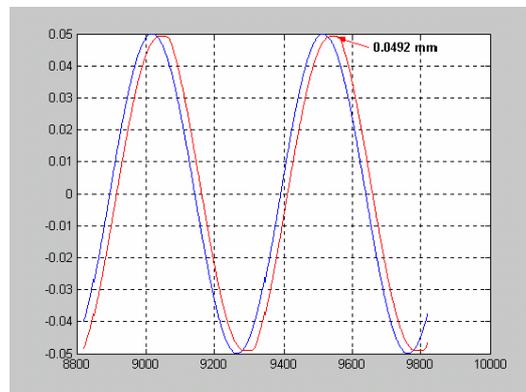


andamento reale

Fig. 3.37: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 2 Hz per l'asse X, configurazione 3

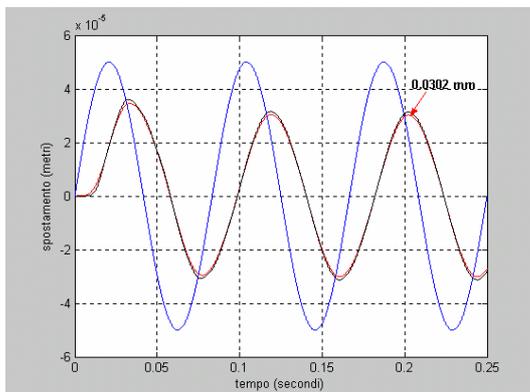


andamento simulato

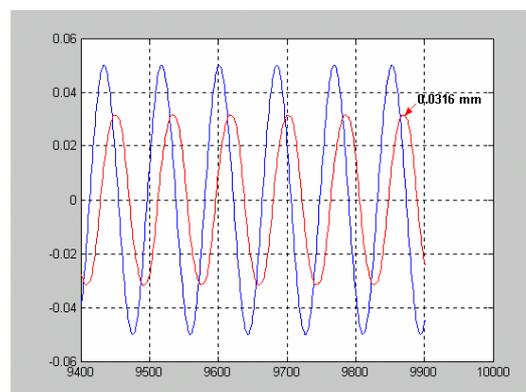


andamento reale

Fig. 3.38 seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 2 Hz per l'asse X, configurazione 4

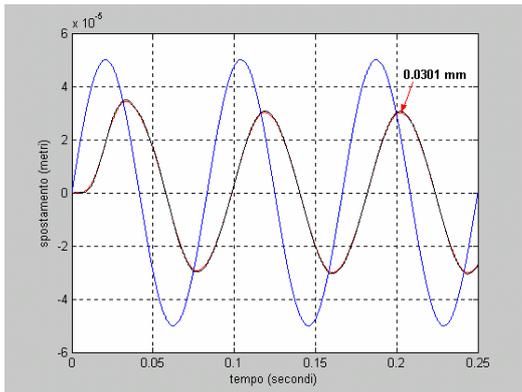


andamento simulato

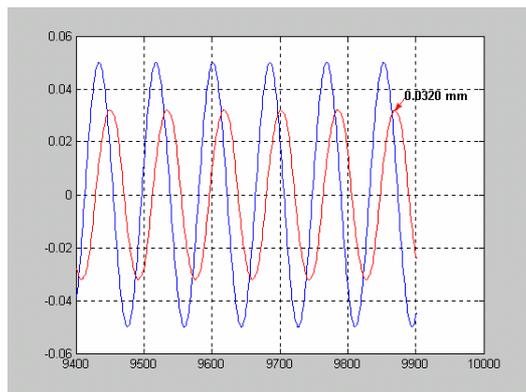


andamento reale

Fig. 3.39: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 1

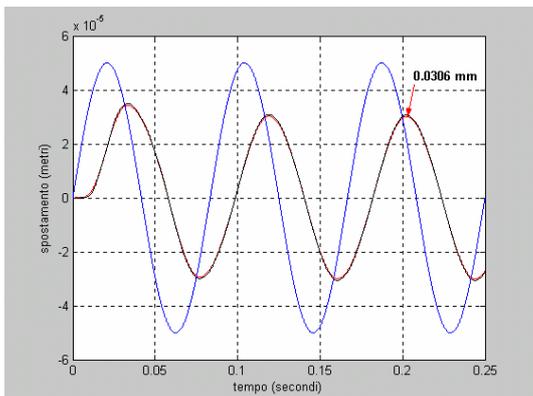


andamento simulato

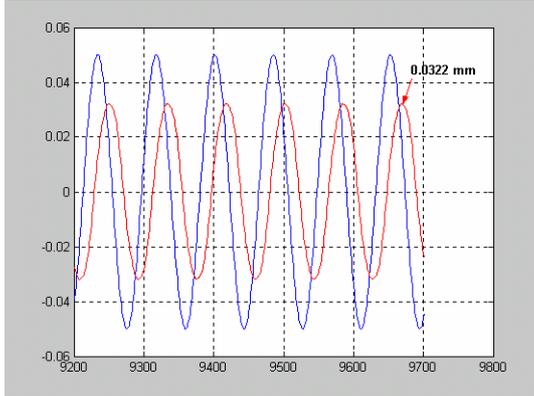


andamento reale

Fig : 3.40: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 2

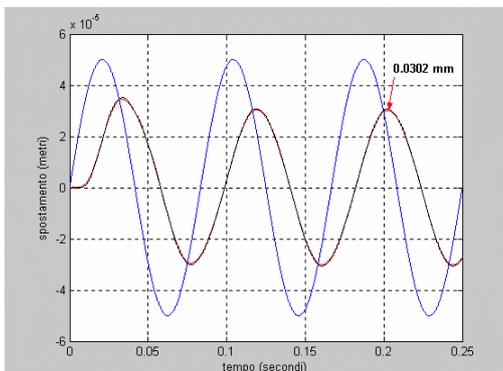


andamento simulato

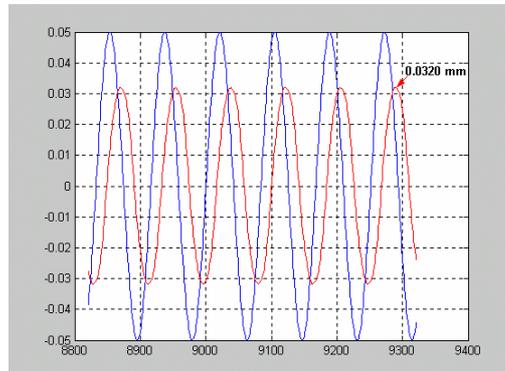


andamento reale

Fig: 3.41: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 3



andamento simulato



andamento reale

Fig: 3.42: seno di ampiezza 0.05 mm e frequenza 12 Hz per l'asse X, configurazione 4

Nelle figure 3.31 e 3.32,comparate in figura 3.43, relative rispettivamente alle configurazioni che abbiamo indicato come 1 e 2, si può osservare una certa differenza di comportamento nella fase di transitorio, specialmente nella traccia relativa allo spostamento dell'elettromandrino.

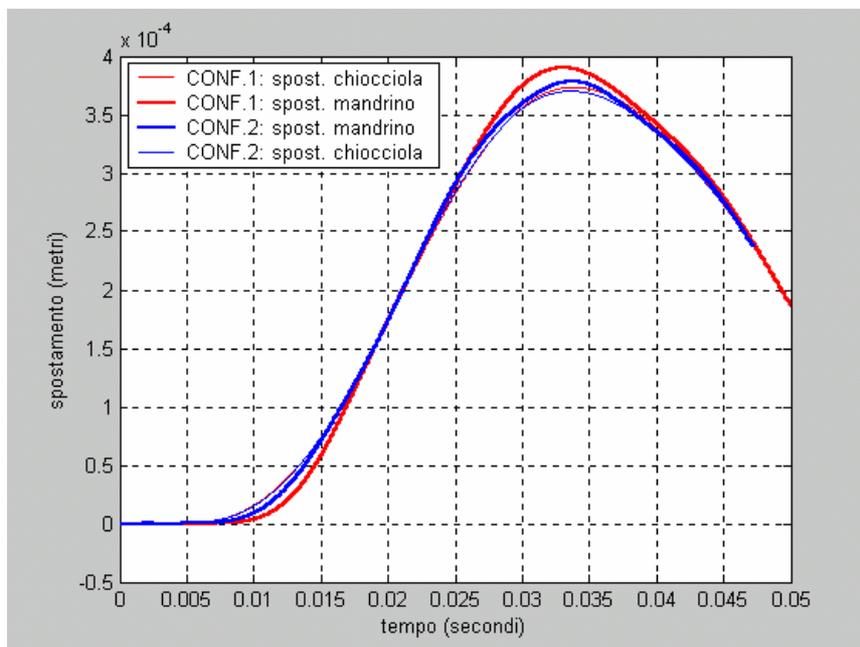


Fig. 3.43

Si nota come la configurazione 2, più rigida in quanto presenta l'asse Z in mezzzeria, anziché a fine corsa com'è il caso della configurazione 1, veda, come logico, uno scostamento minore fra gli andamenti alla chiocciola e al mandrino.

Le prove illustrate finora si limitavano a considerare il moto di un unico asse. Le potenzialità del modello della meccanica presentato in questo capitolo si possono apprezzare maggiormente prendendo in esame un movimento simultaneo di due assi. Infatti, il modello a soli PC schematizzava ogni asse lineare della macchina come un sistema completamente indipendente nella propria evoluzione dinamica dal comportamento degli altri assi; ciò significa che una simulazione del movimento simultaneo di due assi consisteva in realtà in due simulazioni parallele. Il presente modello, invece, contempla l'interazione degli assi in movimento, essendo il risultato di una discretizzazione FEM del complesso dei tre assi.

Si è condotta, nell'intorno della configurazione 1 di figura 3.30, una prova del cerchio nel piano X-Z, impostando come riferimento al controllo un cerchio di diametro 10 mm

(considerabile ancora come “piccolo spostamento”, in virtù delle dimensioni globali dell’area di lavoro) con velocità periferica di 6000 mm/min. Per i motivi già anticipati, la simulazione non ha previsto l’implementazione del precomando di velocità.

Si riportano gli andamenti (la traccia blu è il riferimento, mentre quella rossa rappresenta lo spostamento in corrispondenza della chiocciola; la traccia nera indica lo spostamento che la simulazione attribuisce all’estremità del canotto dove è collocato l’elettromandrino) degli spostamenti degli assi X e Z e anche quelli dell’asse gantry Y. A quest’ultimo era comandato uno spostamento nullo, tuttavia si osserva, come logico, che il moto degli altri due assi induce su di esso piccole vibrazioni. Non si pretende che queste siano rese con verosimiglianza, tuttavia la loro stessa presenza indica una potenzialità insita in questa approccio alla simulazione, cioè quella di arrivare, in presenza di modelli più sofisticati, a prevedere gli effettivi spostamenti nella zona di taglio e quindi la precisione di lavorazione raggiungibile.

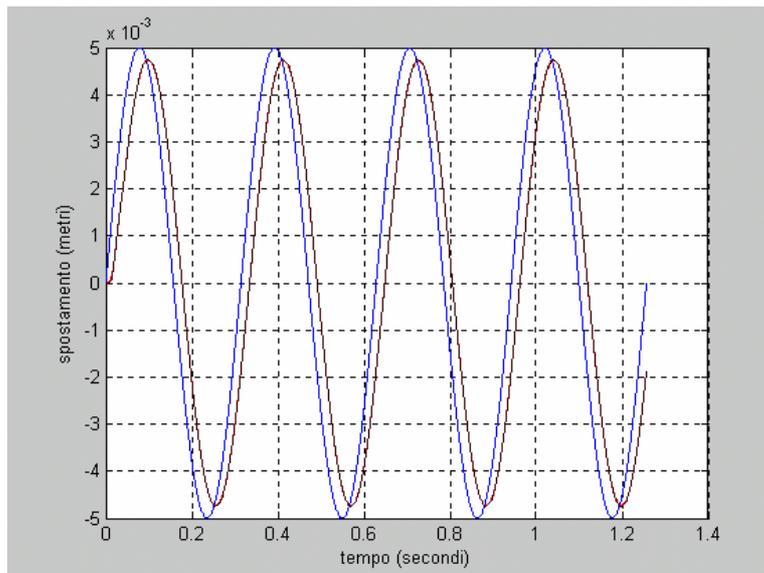


Fig. 3.44 : spostamento asse X

### Capitolo 3

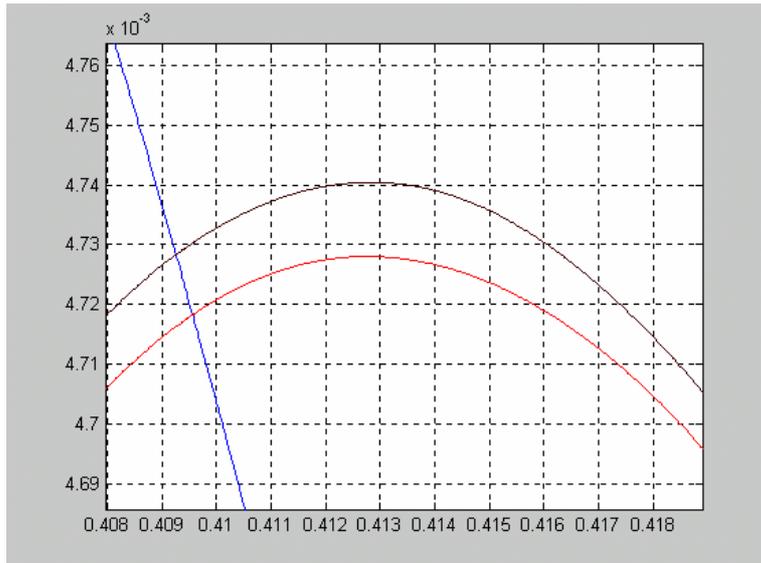


Fig. 3.45 : spostamento asse X (ingrandimento)

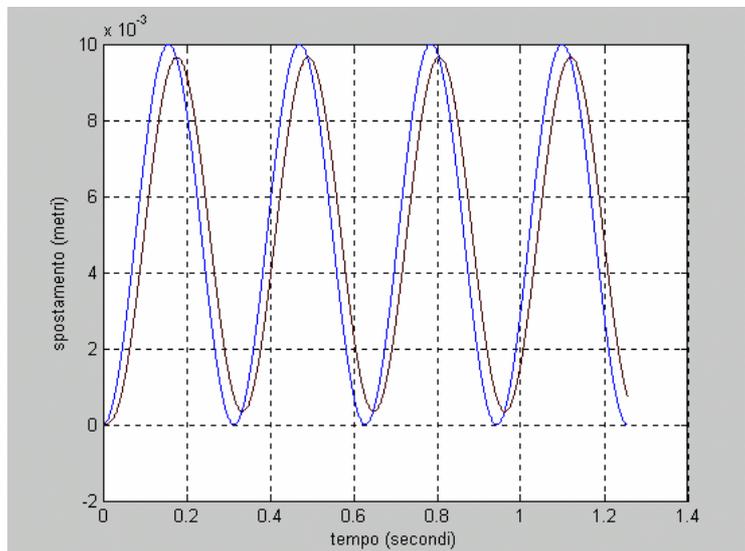


Fig. 3.46 : spostamento asse Z

### Capitolo 3

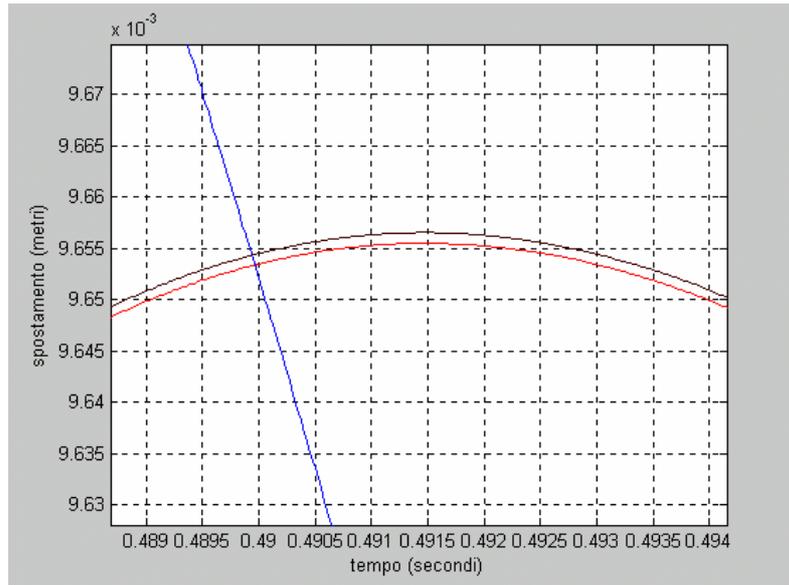


Fig. 3.47 : spostamento asse Z (ingrandimento)

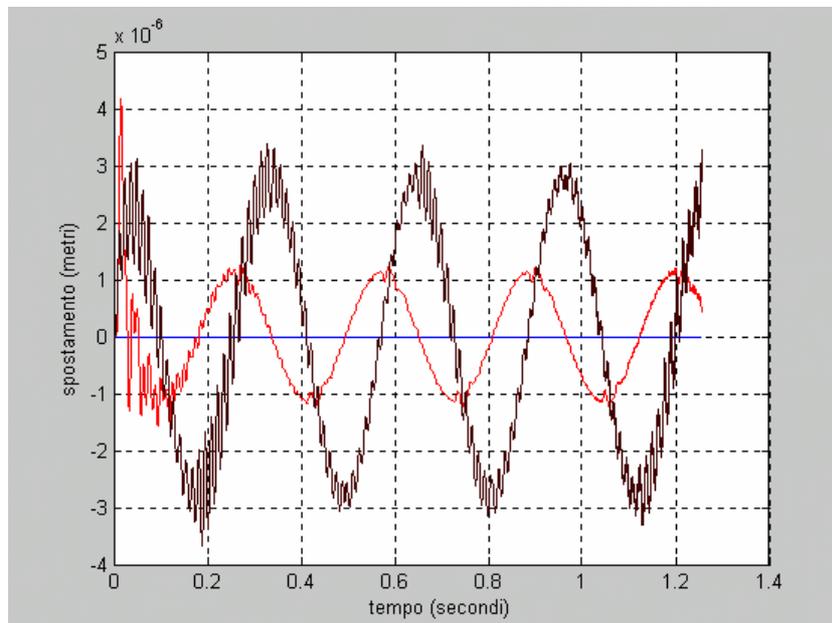


Fig. 3.48 : spostamento asse Y destro

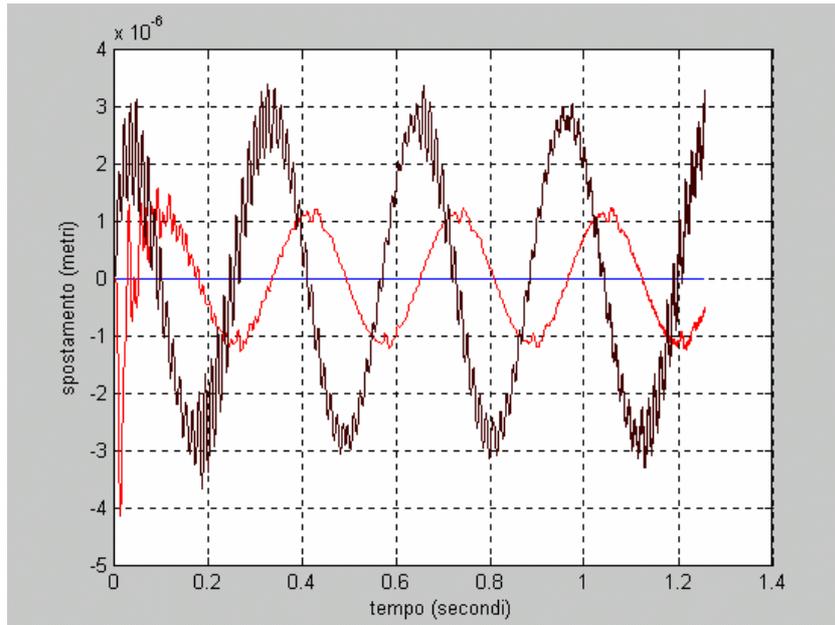


Fig. 3.49 : spostamento asse Y sinistro

Unendo nel piano X-Z le tracce di figura 3.44 e 3.46 si ottengono le figure 3.50 e 3.51, che visualizzano rispettivamente l'andamento complessivo di transitorio e quello a regime. Il riferimento fornito alla macchina è in blu, e il "cerchio" effettivo compiuto in rosso. La traccia rossa punteggiata indica il raggio effettivo medio (calcolato a regime), per il quale la simulazione fornisce il valore di 4.6991 mm.

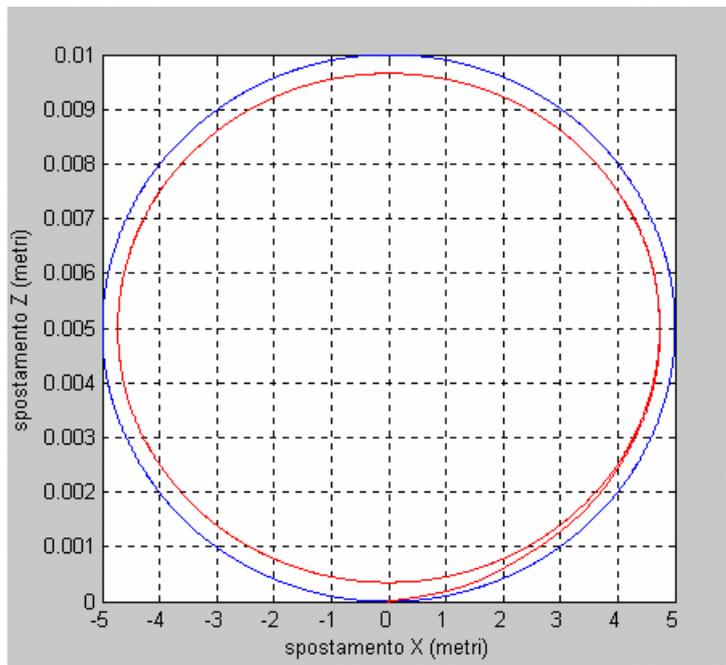


Fig. 3.50

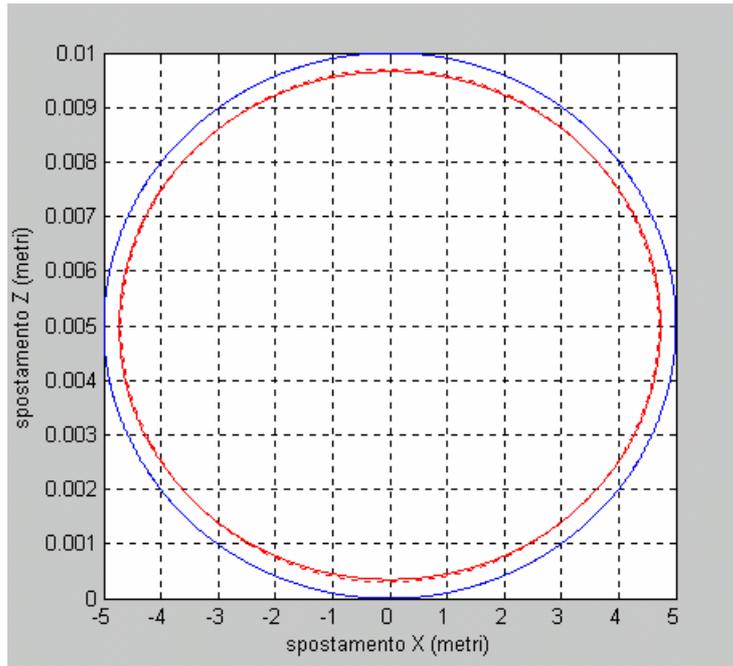


Fig. 3.51

La forma dell'andamento simulato si può evidenziare tracciando grafici in cui si amplifica lo scostamento fra raggio puntuale e raggio medio. In figura 3.52 tale scostamento è amplificato per un fattore 50, in figura 3.53 per un fattore 100.

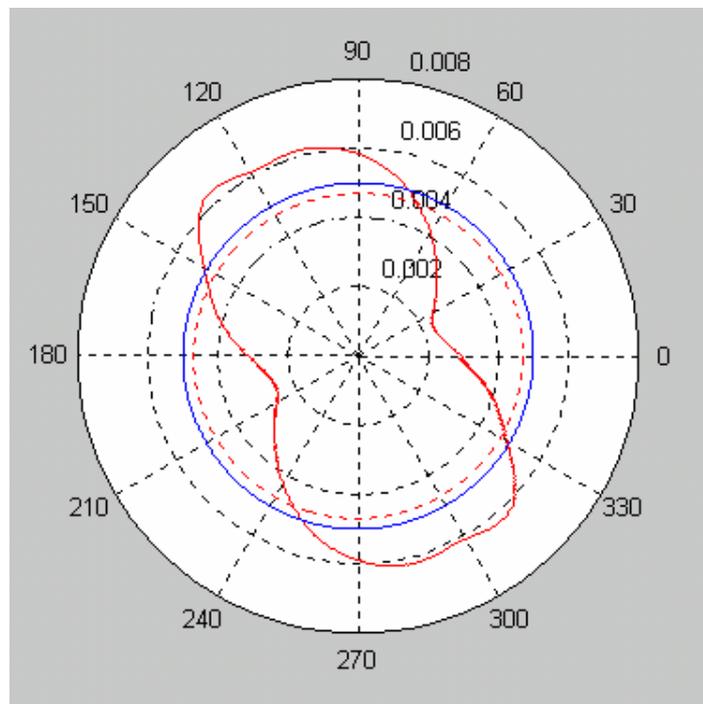


Fig. 3.52

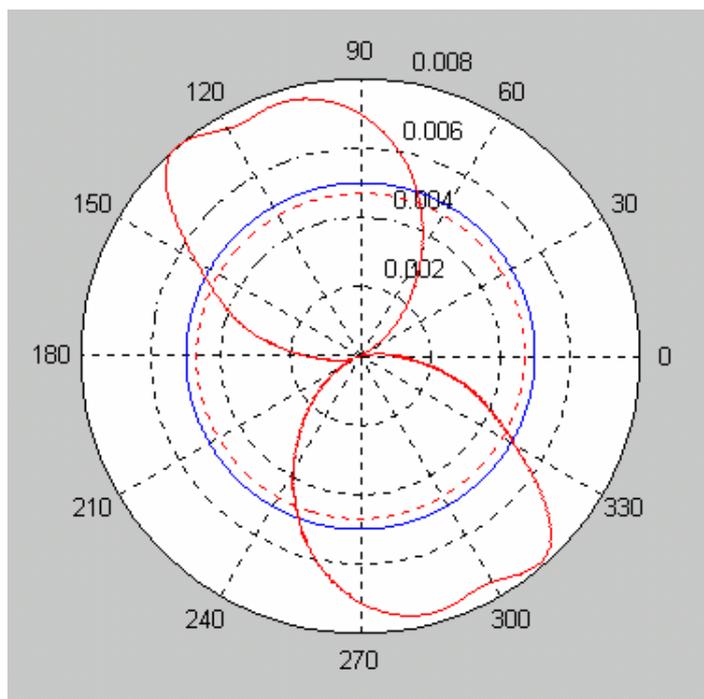


Fig. 3.53

La deformazione del cerchio deriva dalla diversa risposta dei due assi movimentati ai riferimenti sinusoidali che occorre fornire per costruire una traiettoria obiettivo circolare nel piano. A regime lo spostamento attuale insegue il riferimento con una sinusoide di ampiezza minore di quella obiettivo, e l'entità di questa ampiezza effettiva può essere lievemente diversa da asse a asse nonostante l'ampiezza di riferimento sia la medesima. Nel nostro caso si è registrata una differenza fra l'ampiezza raggiunte dall'asse X (maggiore) e quella raggiunta dall'asse Z.

Possiamo confrontare il cerchio simulato con quello che si ottiene nella realtà: in figura 3.54a (cortesia di Breton S.P.A.) si riporta l'andamento misurato in macchina della risposta ad un riferimento uguale a quello trattato nella precedente simulazione, sempre con precomando di velocità disinserito. La deformazione del cerchio è talmente ridotta da non essere visibile ad occhio nudo con la scala naturale; per evidenziarne la presenza si può amplificare di un fattore 100 lo scostamento del raggio puntuale da quello medio (figura 3.54 b).

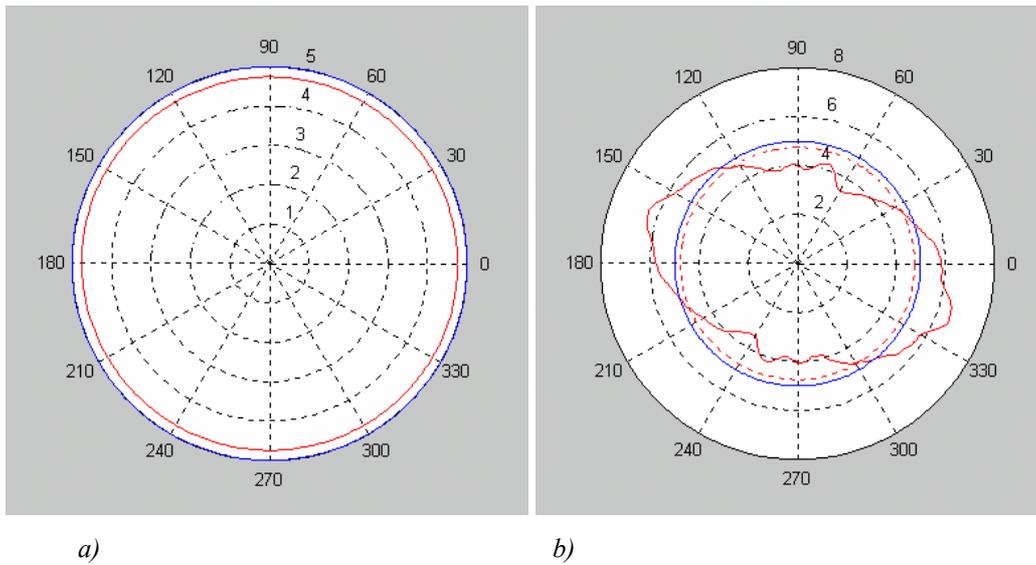


Fig. 3.54

Confrontando i dati ricavati in macchina con quelli ottenuti da simulazione, si nota, oltre alla miglior circolarità della traiettoria reale rispetto a quella simulata, un andamento più “frastagliato” della prima. Ciò potrebbe essere causato da fenomeni d’attrito all’inversione, ma anche dalle oscillazioni della forza pneumatica di cui si è accennato e che in questo modello si è scelto di trascurare.

A fronte di ottimizzazioni dei parametri e ulteriori misurazioni condotte sul contro di lavoro Xceeder 1200, sono state condotte una serie di simulazioni, riportate di seguito. In figura 3.55 è possibile vedere la risposta del complesso meccatronico al comando a gradino di ampiezza 0.5 mm, valutato nel dominio del tempo, e confrontato con quello misurato dai dispositivi di misura della macchina.

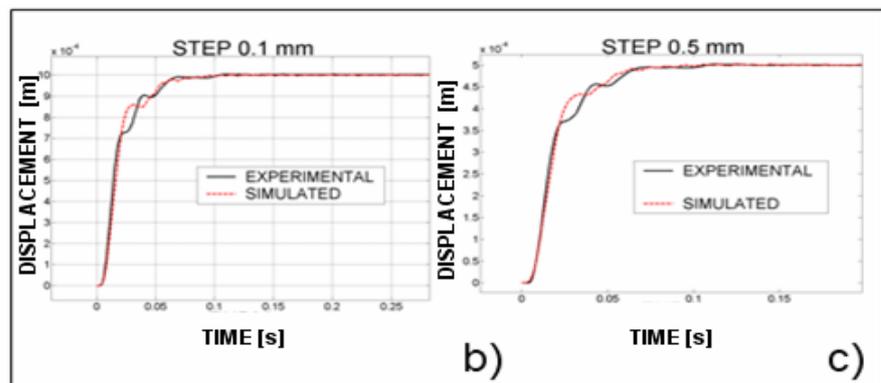


Fig. 3.55:

Fig 3.56

Tramite il modello proposto, razionalizzato e parametrizzato fino ad apprezzare variazioni nei parametri del CNC, è possibile effettuare studi e analisi di sensitività. In figura 3.57 è possibile osservare la simulazione della risposta di un asse della macchina ad una rampa di 30 mm, nello zoom di figura è possibile apprezzare come la curva si modifica al variare della costante di guadagno di anello di velocità, in questo modo è possibile trovare il *best fit* dei parametri del controllo per quella particolare realtà meccanica od elettromeccanica, nelle esecuzione di comandi di base.

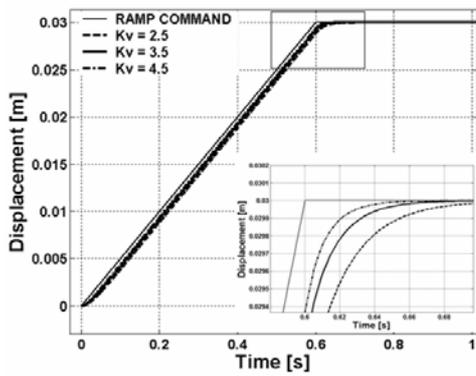


Fig 3.57

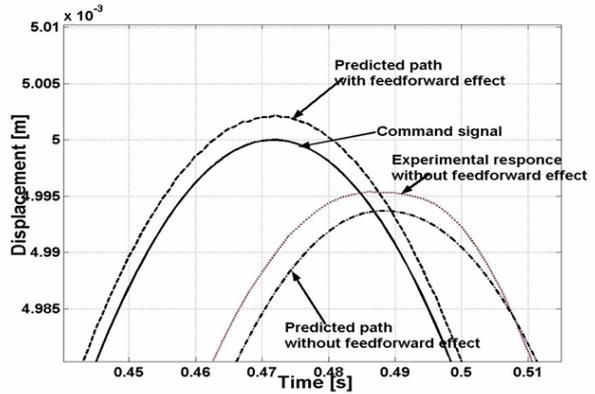


fig 3.58

In figura 3.58 viene confrontata la risposta della macchina reale e della macchina virtuale, a seguito di un comando in seno di ampiezza 5 mm e frequenza 5 Hz, sono state lanciate 2 serie di prove, una con la funzione di feedforward attivata ed una senza, è possibile osservare come tale funzionalità del controllo è stata modellata e i risultati della simulazione siano molto adiacenti a quelli del comportamento reale.

Infine nelle figure 3.59, 3.60, 3.61, sono riportati confronti tra esecuzione simulata e reale di una prova del cerchio, al fine di valutare la precisione di interpolazione della macchina.

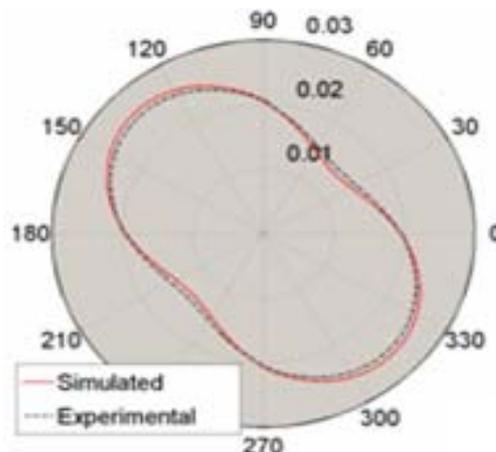


Fig.3.59: prova cerchi assi ZX, feed forward non attivo (errore dalla media moltiplicato per 10)

### Capitolo 3

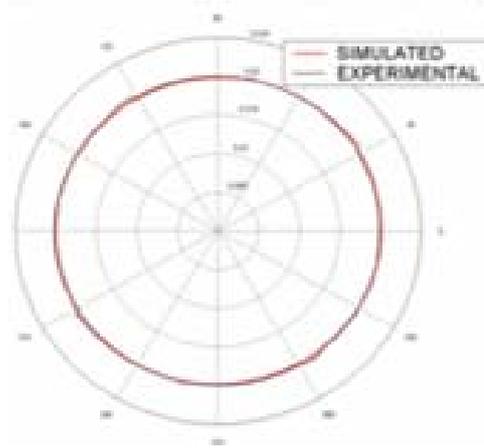


Fig:3.60: prova cerchi assi ZX, feed forward attivo (errore dalla media moltiplicato per 100)

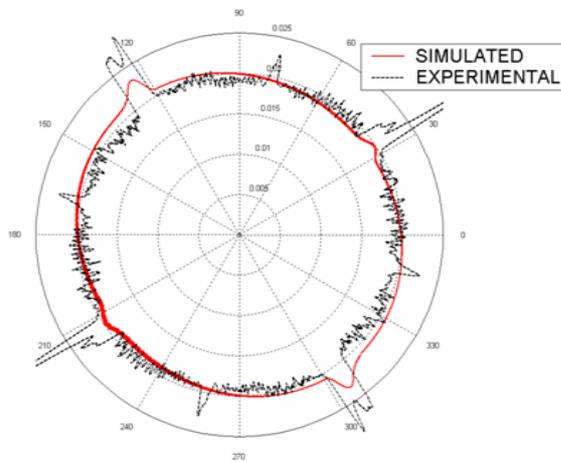


Fig:3.61: prova cerchi assi ZX, feed forward attivo (errore dalla media moltiplicato per 1000)

# Capitolo 4

**Processo di taglio:**

**Modellazione delle forze di taglio**

## 4.1 Introduzione

Tradizionalmente la stima delle forze di taglio, per operazioni di taglio dei metalli, è stabilita da approcci di tipo sperimentale, per cui gli effetti di parametri come velocità di taglio, di avanzamento, e di profondità di passata sono determinati (ed in relazione) con la misurazione delle componenti medie della forza di taglio grazie a equazioni empiriche (o tecniche di *curve fitting*).

Esempi di tali relazioni, per applicazioni di processi di foratura, tornitura, e fresatura, sono presenti in letteratura, in specifici handbook e testi specializzati.

Nel caso di fresatura, dove lo spessore radiale di taglio (*chip thickness*) e le forze associate possono variare durante la rotazione della fresa, approcci semi-empirici e meccanicistici sono stati largamente utilizzati per la previsione delle forze di taglio in condizioni di lavorazioni specifiche.

In questi approcci i coefficienti delle componenti della forza di taglio, sono determinati grazie a test di taglio di tipo sperimentale per delle date condizioni di geometria utensile, materiali pezzo-utensile, utilizzando tecniche di estrapolazione empiriche.

Approcci che utilizzano tali coefficienti di taglio per il calcolo delle forze sono stati utilizzati in letteratura per la determinazione della variazione delle forze di taglio, per sistemi di tipo rigido, per sistemi di tipo flessibile (tool-workpiece) ed estesi a studi riguardanti errori geometrici di lavorazione. [32], [33].

Inizialmente in questi lavori si considerava la sola componente tangenziale della forza di taglio, al fine di determinare la potenza di taglio, successivamente si estende il problema a due componenti appartenenti al piano di lavoro normale all'asse del tagliente. (taglio ortogonale).

Dall'aumento del grado di sofisticazione e dell'utilità dei modelli sviluppati negli ultimi anni si è arrivati ad un panorama di formulazioni di coefficienti di taglio che coprono vaste tipologie di geometrie utensili, materiali e condizioni di lavoro.

Sono presenti metodi meccanicistici, e vi è l'asproccio detto "*fundamental*" o "*unified mechanics of cutting*" attraverso i quali è possibile determinare tutte le componenti delle forze di taglio, coppie e potenze di taglio per varietà di operazioni meccaniche di tornitura, fresatura, foratura e rettifica.

Quest'ultimo approccio di calcolo è il risultato della modifica dei metodi di analisi meccanica del taglio (sviluppata a partire dai contributi di Pjspanen, Merchant, Oxley, Stabler e altri), e incorpora gli effetti detti "di bordo" (edge forces) che si incontrano

## *Capitolo 4*

quando decade l'ipotesi di libertà del taglio ortogonale e/o obliquo (cioè, sostanzialmente quando non si ha più un solo tagliente in lavorazione), inoltre relaziona matematicamente le analisi di alcuni e basilari processi di taglio obliquo con i parametri basilari sviluppati dallo studio del taglio ortogonale.

I parametri basilari del taglio sono raccolti in banche dati in funzione dei materiali utensile-pezzo, ed utilizzate per le diverse applicazioni.

Un confronto tra l'asproccio meccanicistico e l'approccio unificato della meccanica del taglio, applicato nel caso di lavorazioni di fresatura, mostra che la differenza sostanziale risiede nella modalità di calcolo delle forze che si sviluppano sui denti attivi (dente impegnato con il materiale da asportare).

## 4.2 Il Modello di Altintas

In questo paragrafo è presentato sommariamente il modello studiato da *Altintas* per la previsione delle forze di taglio durante operazioni di fresatura [37],[38],[39].

Risulta interessante notare i legami che sussistono fra la meccanica classica del taglio obliquo e un processo di fresatura realizzato con frese a codolo. Le forze che agiscono nel taglio obliquo (fig. 4.1) sono la forza taglio (tangenziale) ( $F_t$ ) che agisce lungo la direzione della velocità di taglio ( $V$ ) e fornisce l'energia richiesta dalla operazione, la forza di spinta ( $F_f$ ) che agisce in direzione normale alla velocità di taglio e una forza ( $F_r$ ) che agisce nella direzione radiale, dal momento che il tagliente è orientato con un'inclinazione ( $i$ ).

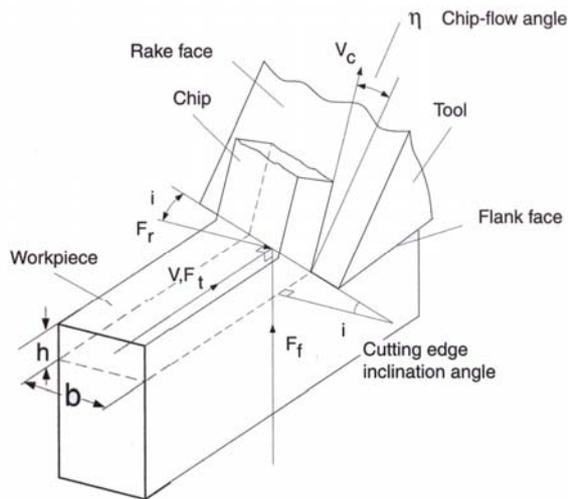


Fig. 4.1 - Le forze nel processo di taglio obliquo[37]

Queste forze sono espresse in funzione dei sei coefficienti di taglio  $K_{tc}, K_{fc}, K_{rc}, K_{te}, K_{fe}, K_{re}$ , dello spessore del truciolo  $h$  e della larghezza di taglio  $b$ :

$$\begin{cases} F_t = K_{te} \cdot b + K_{tc} \cdot b \cdot h \\ F_r = K_{re} \cdot b + K_{rc} \cdot b \cdot h \\ F_f = K_{fe} \cdot b + K_{fc} \cdot b \cdot h \end{cases}$$

Nel processo di fresatura compiuto con una fresa ad elica di geometria generica, dobbiamo considerare le forze elementari, che vengono a generarsi sul segmento

infinitesimo del tagliente, nel punto P soggetto al taglio nell'istante considerato (fig. 4.2). Le tre forze elementari in questione risultano essere la forza differenziale  $dF_a$  in direzione della spinta (al posto del pedice  $f$  utilizzato nel taglio obliquo per contraddistinguere la forza in direzione della spinta in questo caso viene usato il pedice  $a$ , e di conseguenza i relativi coefficienti di taglio verranno indicati  $K_{ac}, K_{ae}$ ),  $dF_r$  in direzione radiale,  $dF_t$  in direzione tangenziale.

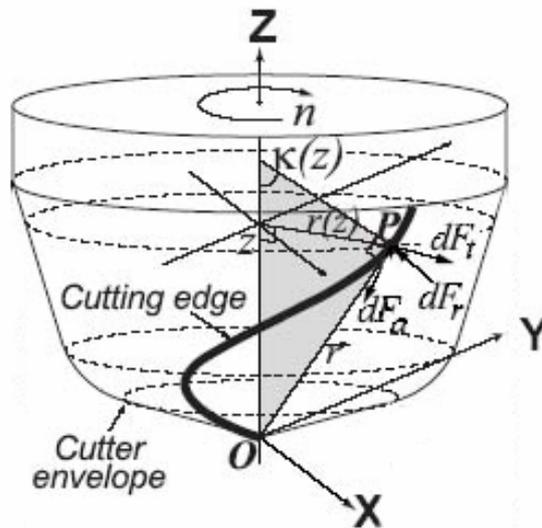


Fig. 4.2 - Le forze locali di taglio nel P sul tagliente[37]

Le tre forze differenziali possono essere espresse anche in questo caso in funzione dei sei coefficienti di taglio, dello spessore del truciolo  $h$ , della larghezza infinitesima del truciolo  $db$  e della lunghezza infinitesima di un segmento di elica del tagliente  $dS$  (tutti questi parametri verranno discussi nei paragrafi successivi):

$$\begin{cases} dF_t = K_{te} dS + K_{tc} h(\phi, k) db \\ dF_r = K_{re} dS + K_{rc} h(\phi, k) db \\ dF_a = K_{ae} dS + K_{ac} h(\phi, k) db \end{cases}$$

La complicazione che deriva passando dalla meccanica del taglio obliquo alla meccanica su cui si basa una fresatura che utilizza una fresa con taglienti che si sviluppano ad elica sul corpo centrale, è proprio causata dalla geometria del tagliente, in quanto porta ad una variazione dello spessore del truciolo  $h$ , in funzione dell'angolo di rotazione della fresa  $\phi$  e della quota assiale  $z$ , e ad una variazione della larghezza del

truciolo  $db$  e del segmento di elica del tagliente  $dS$  infinitesime in funzione della quota assiale  $z$  come mostrato in figura 4.3.

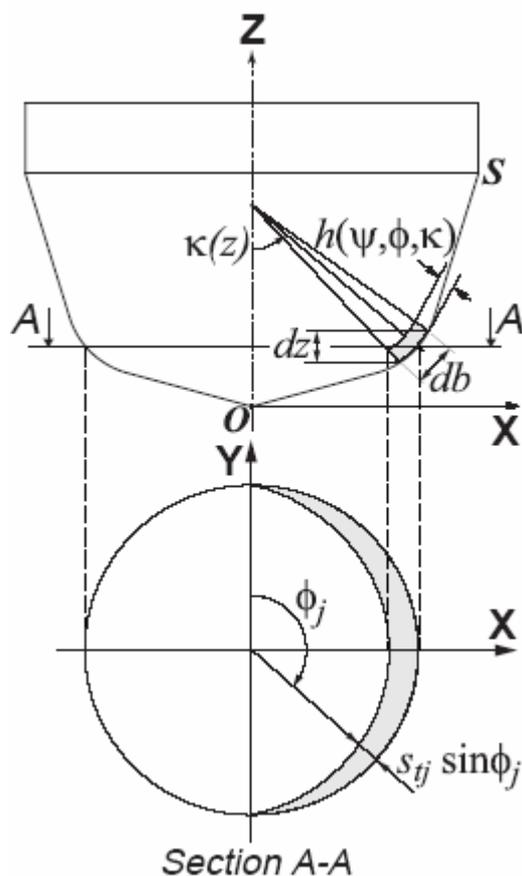


Fig. 4.3 - Geometria dello spessore e della larghezza del truciolo [37]

Quindi non siamo più in presenza di uno spessore del truciolo che rimane costante nel tempo come nel caso del taglio obliquo, bensì esso varierà in funzione della posizione angolare che viene assunta nel tempo nella zona soggetta al taglio.

Proiettando le forze locali  $dF_t, dF_r, dF_a$  nel sistema di riferimento globale XYZ, si ricavano le tre forze elementari  $dF_x, dF_y, dF_z$  (dove  $z$  risulta essere coincidente con l'asse della fresa). Quest'ultime saranno in funzione della quota assiale  $z$  e della rotazione angolare  $\phi$  della fresa; integrando le forze rispetto la quota  $z$  otterremo le forze  $F_x(\phi), F_y(\phi), F_z(\phi)$  del tagliente considerato ad ogni istante di rotazione come sarà spiegato nei paragrafi successivi.

Le forze di taglio risultano essere proporzionali all'area della sezione del truciolo indeformato, e dipendono fortemente dalla geometria della fresa, dalle condizioni di taglio, dai tre coefficienti di taglio  $K_{tc}, K_{rc}, K_{ac}$ , e dai tre coefficienti delle forze di

bordo  $K_{te}, K_{re}, K_{ae}$ . Per questo motivo lo sviluppo del modello delle forze richiede l'analisi dei tre punti fondamentali:

- Scelta di un modello geometrico della fresa
- Determinazione di un'espressione dello spessore del truciolo in funzione della geometria
- Determinazione di sei coefficienti di taglio

Un approccio classico nella letteratura è stato quello di sviluppare modelli, per analizzare la meccanica della fresatura, per ogni forma di fresa: cilindrica, testa sferica, conica, ecc...

La geometria della fresa ha bisogno di due componenti geometriche:

- 1) lo sviluppo del modello del corpo fresa che è realizzato in modo parametrico.
- 2) lo sviluppo del modello geometrico dell'elica del tagliente che si sviluppa sul corpo fresa.

Facendo riferimento alle figure 4.2, 4.3, 4.4 di seguito è riportata, per maggior chiarezza, la nomenclatura utilizzata nell'analisi del modello delle forze di taglio relativo alla fresatura a codolo:

- $P$  : punto di taglio sul tagliente
- $x, y, z$  : sistema di riferimento globale
- $a$  : profondità assiale di taglio
- $S_t$  : avanzamento al dente [mm/dente]
- $N$  : numero di taglienti
- $h$  : altezza del tagliente
- $\phi$  : rotazione angolare del mandrino
- $\psi$  : posizione angolare del tagliente alla quota  $z$  sul piano  $x,y$
- $h(\psi, \phi, z)$  : spessore del truciolo al punto di taglio  $P$ , la cui posizione è definita dai parametri  $\psi, \phi, z$
- $i(z)$  : inclinazione dell'elica
- lead : valore del passo dell'elica (nel caso di fresa conica realizzata con elica a passo costante)
- $r(z)$  : coordinata radiale del punto di taglio
- $\alpha, \beta$  : angoli parametrici del corpo fresa
- $D, R, R_r, R_z$  : dimensioni radiali parametriche del corpo fresa

## Capitolo 4

- $M_r, N_r$ : offset radiale per i punti M e N del profilo generico della fresa
- $M_z, N_z$ : offset assiale per i punti M e N del profilo generico della fresa
- $x_j, y_j, z_j$ : coordinate del punto P di taglio sul tagliente j-esimo
- $\phi_j(z)$ : rotazione angolare del tagliente j a quota z sul piano x,y (immersione radiale)
- $k(z)$ : angolo fra l'asse della fresa e la normale al punto P sul tagliente (immersione assiale)
- $\phi_p$ : passo angolare dei taglienti
- $dF_t, dF_r, dF_a$ : forza differenziale tangenziale, radiale e assiale
- $K_{te}, K_{re}, K_{ae}$ : i coefficienti delle forze di taglio in direzione tangenziale, radiale, assiale
- $K_{te}, K_{re}, K_{ae}$ : i coefficienti delle forze di attrito in direzione tangenziale, radiale, assiale
- $F_x, F_y, F_z$ : componenti delle forze in direzione x, y, z

### *Modello geometrico generalizzato del corpo fresa*

La geometria generica del corpo fresa è definita attraverso sette parametri geometrici (fig. 4.4):

$$D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, \text{ e } h$$

dove  $D$  è il diametro della fresa,  $R, R_r, R_z, \alpha, \beta$  sono le dimensioni radiali e gli angoli parametrici del corpo fresa, ed  $h$  è l'altezza del tagliente.

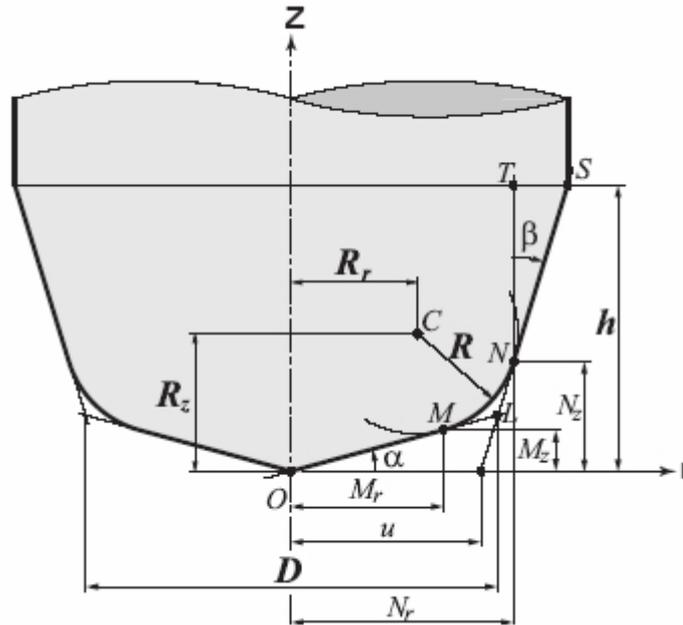


Fig. 4.4 – Geometria generica della fresa[37]

Questi sette parametri sono indipendenti l'uno dall'altro e assicurano la realizzazione della forma di fresa desiderata imponendo vincoli geometrici.

Per esempio, per ottenere una fresa cilindrica (Cylindrical end mill), che è il caso da noi preso in considerazione, basterà porre:

$$(D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, h) = (D, 0, D/2, 0, 0, 0, h)$$

In Fig. 4.5 è possibile vedere i valori da assegnare ai sette parametri in funzione della geometria di fresa che si vuole realizzare.

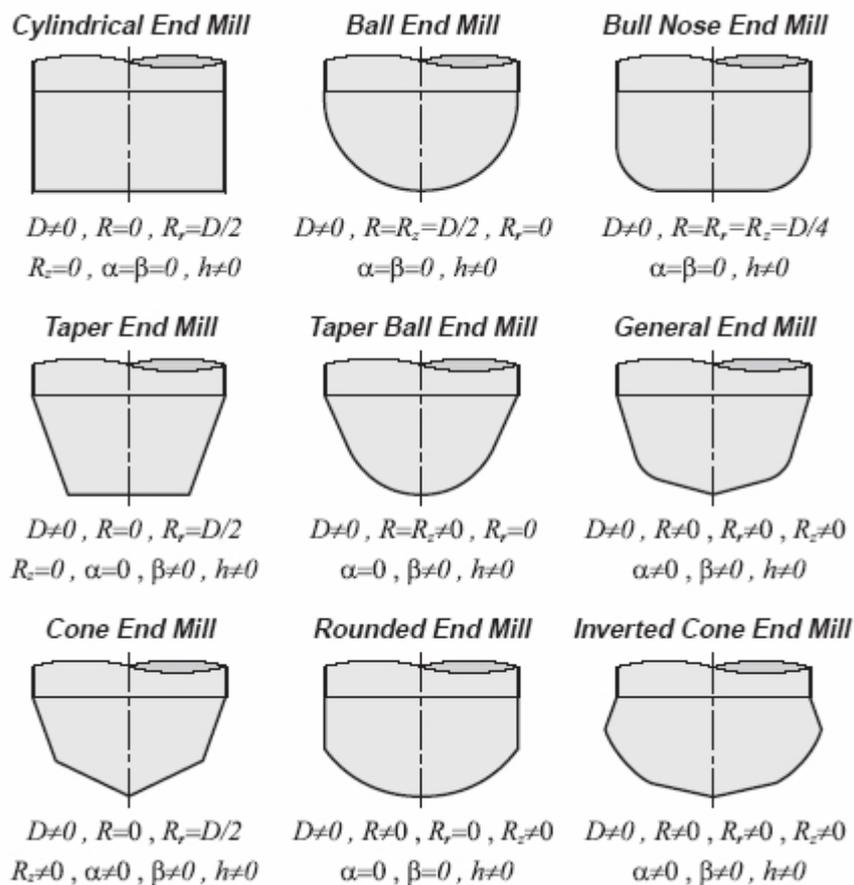


Fig. 4.5 – Forme di fresa ottenibili dal modello geometrico generalizzato[37]

La geometria generica del corpo fresa è divisa in tre zone come (fig. 4.6):

- **Cone zone**: zona rettilinea inferiore delimitata dai punti O ed M
- **Arc zone**: zona curvilinea intermedia delimitata dai punti M ed N
- **Taper zone**: zona rettilinea superiore delimitata dai punti N ed S

A seconda della geometria di fresa desiderata possono essere presenti una, due o tutte e tre le zone menzionate; per esempio la fresa a codolo cilindrica possiede solo la *Taper zone*, mentre la fresa a testa sferica possiede sia l'*Arc zone* che la *Taper Zone*.

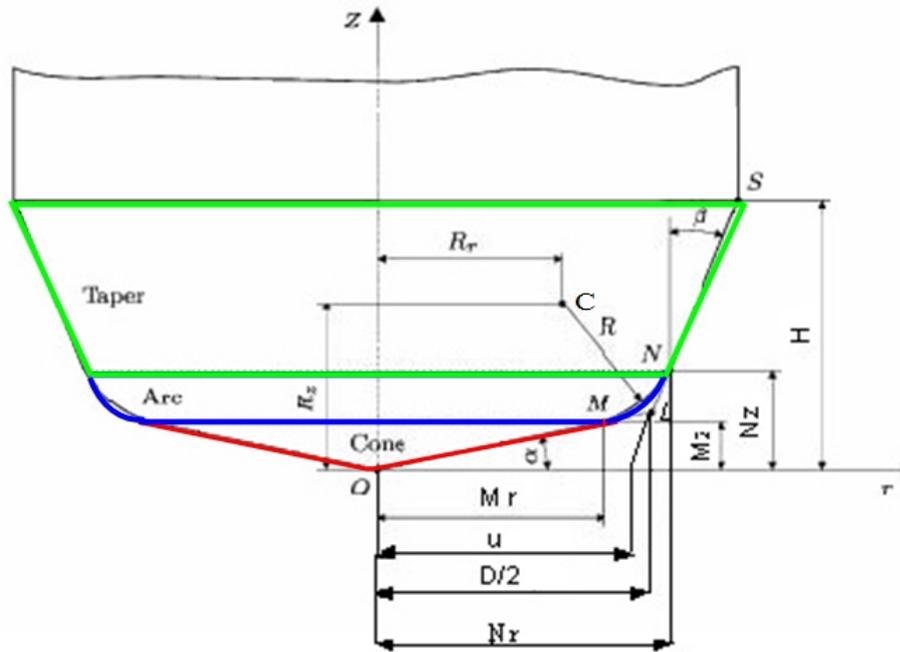


Fig. 4.6– Divisione della fresa a codolo generica nelle tre differenti zone[37]

Facendo riferimento alla fresa di forma generica di figura 4.6:

$$u = \frac{D}{2}(1 - \tan \alpha \cdot \tan \beta)$$

$$M_r = \frac{R_z \cdot \tan \alpha + R_r + \sqrt{(R^2 - R_r^2) \tan^2 \alpha + 2R_z R_r \tan \alpha - R_z^2 + R^2}}{\tan^2 \alpha + 1}$$

$$M_z = M_r \cdot \tan \alpha \quad \text{per } 0 \leq \alpha \leq 90$$

$$N_z = \frac{(R_r - u) \tan \beta + R_z - \sqrt{(R^2 - R_z^2) \tan^2 \beta + 2R_z (R_r - u) \tan \beta - (R_r - u)^2 + R^2}}{\tan^2 \beta + 1}$$

$$N_r = u + N_z \tan \beta \quad \text{per } \beta < 90$$

Ricordando che è possibile ottenere la geometria di fresa desiderata assegnando ai sette parametri indipendenti  $(D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, h)$  il corrispondente valore dimensionale, si ricavano i valori numerici di  $M_r, M_z, N_r, N_z$  dalle precedenti equazioni.

Le due quote assiali  $z$  per le quali  $z = M_z$  e  $z = N_z$  delimitano i confini delle tre zone:

- La **Cone zone** esiste se  $\alpha \neq 0$  ed ha campo di esistenza per  $z \leq M_z$
- L'**Arc zone** esiste se  $R \neq 0$  ed ha campo di esistenza per  $M_z < z < N_z$
- La **Taper zone** ha campo di esistenza per  $z > N_z$

Le coordinate di un punto P sulla periferia della fresa sono definite dal vettore  $r(z)$  in coordinate cilindriche (fig. 4.2). L'angolo fra l'asse della fresa e la normale al punto P sul tagliente è chiamato immersione assiale e verrà indicato con  $k(z)$ . Ad ogni quota  $z$ , per  $0 < z < H$ , la distanza radiale  $r(z)$  e l'immersione assiale  $k(z)$  del punto P, che si trova a quota  $z$  sulla periferia della fresa, assumeranno un determinato valore, e l'espressione di  $r(z)$  e  $k(z)$  sarà chiaramente diversa nelle tre zone:

**Cone zone** (per  $z \leq M_z$ ):  $r(z) = \frac{z}{\tan \alpha}$   $k(z) = \alpha$

**Arc zone** (per  $M_z < z < N_z$ ):  $r(z) = \sqrt{R^2 - (R_z - z)^2} + R_r$ ;  $k(z) = \sin^{-1}\left(\frac{r(z) - R_r}{R}\right)$

**Taper zone** (per  $z > N_z$ ):  $r(z) = u + z \tan \beta$   $k(z) = \frac{\pi}{2} - \beta$

*Modello geometrico generalizzato dell'elica del tagliente*

I taglienti elicoidali avvolgono il corpo fresa come mostrato in figura 4.7.

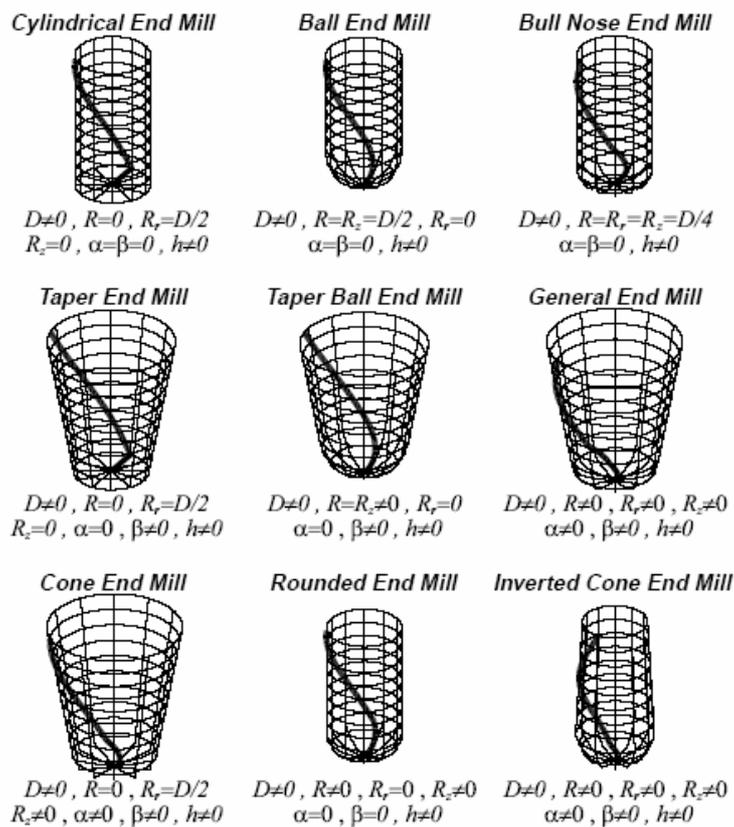


Fig. 4.7 – I taglienti elicoidali sul corpo fresa[37]

Il punto P di taglio (fig. 4.8) si trova a quota z con distanza radiale  $r(z)$ , immersione assiale  $k(z)$  e angolo di ritardo radiale (*radial lag angle*)  $\psi(z)$ . La distanza radiale e l'immersione assiale sono stati definiti nel precedente paragrafo così come le loro espressioni nelle rispettive tre zone. Con angolo di ritardo  $\psi(z)$  si intende l'angolo tra la linea che collega il punto con la cima della fresa (punto O) nel piano xy e la tangente al tagliente nel punto O, esso nasce dal fatto che il tagliente ha forma elicoidale (fig. 4.8).

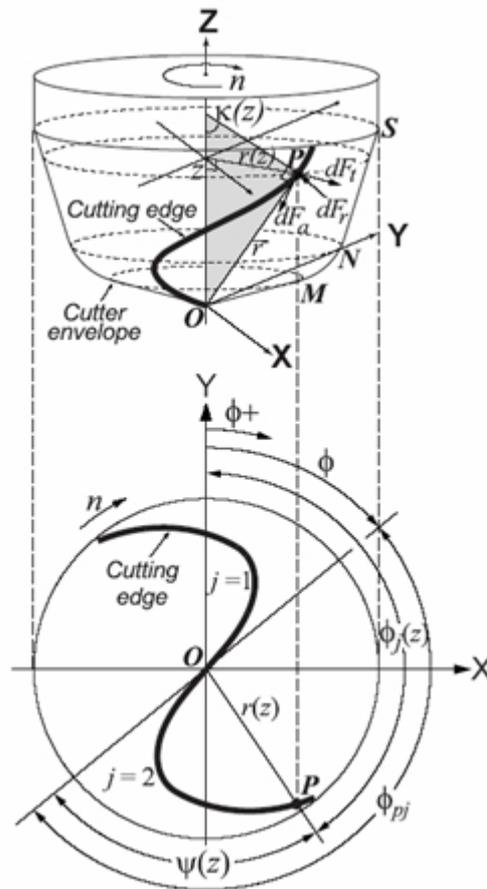


Fig. 4.8 – Modello generalizzato del tagliente[37]

Il vettore  $\vec{r}$  che dalla cima O della fresa segue il punto P lungo il tagliente j-esimo (fig. 4.8), può essere espresso come:

$$\vec{r}_j = x_j \vec{i} + y_j \vec{j} + z_j \vec{k} = r(z) (\sin \phi_j \vec{i} + \cos \phi_j \vec{j}) + z \vec{k}$$

dove  $\phi_j$  è l'angolo di immersione radiale del punto P sul tagliente j.

L'angolo di immersione radiale varia in funzione della rotazione angolare  $\phi$  del mandrino, della posizione del tagliente e della posizione angolare del punto P che si trova sul tagliente ad una certa quota  $z$ .

Il primo tagliente ( $j=1$ ) è preso come riferimento per gli altri taglienti, e la sua rotazione a quota  $z = 0$  coincide con la rotazione  $\phi$ .

L'angolo di immersione radiale per il tagliente  $j$ -esimo a quota assiale  $z$  risulta:

$$\phi_j(z) = \phi + (j-1) \cdot \phi_p - \psi(z) \quad \text{per } j = 1, \dots, N$$

dove  $\psi(z)$  è l'angolo di ritardo radiale,  $N$  è il numero dei taglienti e  $\phi_p$  è il passo angolare tra i taglienti:

$$\phi_p = \frac{2 \cdot \pi}{N}$$

Come si è visto nel precedente paragrafo il diametro della fresa può essere differente lungo l'asse e ha espressioni diverse in ognuna delle tre zone in cui si è divisa la fresa. Allo stesso modo l'angolo di ritardo  $\psi(z)$  varia lungo il tagliente, che si sviluppa sul corpo fresa di geometria generica, in funzione della quota  $z$  ed ha differenti espressioni nelle tre zone.

Per determinare le tre forze differenziali  $dF_t$ ,  $dF_r$  e  $dF_a$ , che agiscono su un segmento infinitesimo del tagliente, è necessario determinare l'espressione dello spessore del truciolo  $h(\phi_j)$ , della larghezza del truciolo  $db$  e della lunghezza infinitesima del tagliente  $dS$ .

Lo spessore del truciolo varia in funzione sia dell'immersione radiale  $\phi_j$ , sia dell'immersione assiale secondo la seguente espressione (fig. 4.9):

$$h(\phi_j) = s_t \sin \phi_j \sin k$$

dove  $s_t$  [mm/dente] è l'avanzamento per dente.

In figura 2.14 viene visualizzata anche la larghezza infinitesima dello spessore del truciolo, definita come:

$$db = \frac{dz}{\sin k}$$

Nel caso ad esempio di fresa cilindrica, l'immersione assiale  $k(z)$  è costantemente uguale a  $\pi/2$  essendo  $\sin(\pi/2) = 1$ , lo spessore del truciolo diventa  $h(\phi_j) = s_r \sin \phi_j$ , e la larghezza infinitesima diventa  $db = dz$ .

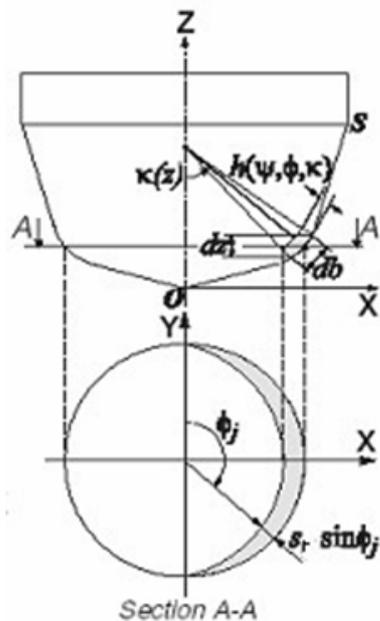


Fig. 4.9– Geometria dello spessore e della larghezza del truciolo [37]

•

La lunghezza di un segmento infinitesimo dell'elica del tagliente può essere espresso dalla seguente funzione:

$$dS = |dr| = \sqrt{r^2(\phi) + (r'(\phi))^2 + (z'(\phi))^2} d\phi$$

Vista la dipendenza di  $r$ ,  $\phi$  e  $\psi$  da  $z$  possiamo esprimere la lunghezza differenziale del tagliente in funzione di  $z$  come:

$$dS(z) = dz \cdot \sqrt{(r(z) \cdot \psi'(z))^2 + (r'(z))^2 + 1}$$

Dal momento che lo spessore del truciolo dipende da  $\phi_j$ , che a sua volta è in funzione dell'angolo di ritardo  $\psi(z)$  è necessario determinarne le espressioni nelle tre zone come è stato fatto per la distanza radiale  $r(z)$  nel paragrafo precedente. Anche per la lunghezza differenziale del tagliente  $dS(z)$  è possibile determinare tre espressioni per ogni zona.

*Modello analitico delle forze di taglio*

Le forze di taglio differenziali tangenziale  $dF_t$ , radiale  $dF_r$ , assiale  $dF_a$ , che agiscono sul segmento infinitesimo del tagliente al punto P (fig. 4.2) sono espresse come:

$$\left. \begin{aligned} dF_t &= K_{te} dS + K_{tc} h(\phi, k) db \\ dF_r &= K_{re} dS + K_{rc} h(\phi, k) db \\ dF_a &= K_{ae} dS + K_{ac} h(\phi, k) db \end{aligned} \right\}$$

Queste forze sono espresse in funzione dei sei coefficienti costanti di taglio  $K_{tc}, K_{rc}, K_{ac} [N/mm^2]$ ,  $K_{te}, K_{re}, K_{ae} [N/mm]$ .

Le forze di taglio possono essere valutate nel sistema di coordinate cartesiane x,y,z, dove z coincide con l'asse della fresa:

$$\begin{bmatrix} dF_x \\ dF_y \\ dF_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \phi_j \cdot \sin k & -\cos \phi_j & -\sin \phi_j \cdot \cos k \\ -\cos \phi_j \cdot \sin k & \sin \phi_j & -\cos \phi_j \cdot \cos k \\ -\cos k & 0 & -\sin k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dF_r \\ dF_t \\ dF_a \end{bmatrix}$$

dove  $\phi_j(z)$  e  $k(z)$  sono sempre l'immersione radiale e assiale definite precedentemente.

Le forze di taglio totali ad una data rotazione  $\phi$  dell'asse della fresa sono:

$$\left. \begin{aligned} F_x &= \sum_{j=1}^N \int_{z_1}^{z_2} [-dF_{rj} \cdot \sin \phi_j \cdot \sin k_j - dF_{tj} \cdot \cos \phi_j - dF_{aj} \cdot \sin \phi_j \cdot \cos k_j] \cdot dz \\ F_y &= \sum_{j=1}^N \int_{z_1}^{z_2} [-dF_{rj} \cdot \cos \phi_j \cdot \sin k_j + dF_{tj} \cdot \sin \phi_j - dF_{aj} \cdot \cos \phi_j \cdot \cos k_j] \cdot dz \\ F_z &= \sum_{j=1}^N \int_{z_1}^{z_2} [-dF_{rj} \cdot \cos k_j - dF_{aj} \cdot \sin k_j] \cdot dz \end{aligned} \right\}$$

dove  $N$  è il numero di taglienti sulla fresa.

I limiti di integrazione  $z_{j1}$  e  $z_{j2}$  di ogni tagliente devono essere valutati all'istante di rotazione  $\phi$  che si sta considerando.

Deve essere evidenziato il fatto che le forze di taglio sono prodotte soltanto, quando il tagliente si trova nella zona di taglio, cioè

$$F_x(\phi), F_y(\phi), F_z(\phi) > 0$$

quando

$$\phi_{st} < \phi_j < \phi_{ex}$$

dove  $\phi_{st}, \phi_{ex}$  sono rispettivamente l'angolo di entrata e di uscita del taglio (fig. 4.10).

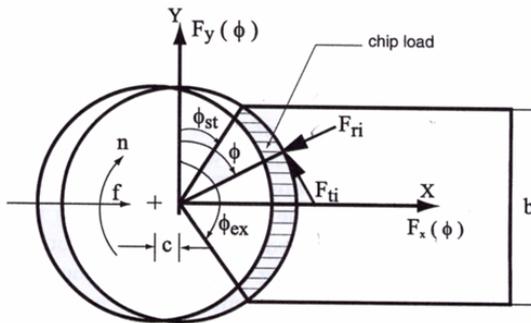


Fig.4.10 – Angolo di entrata e di uscita al taglio

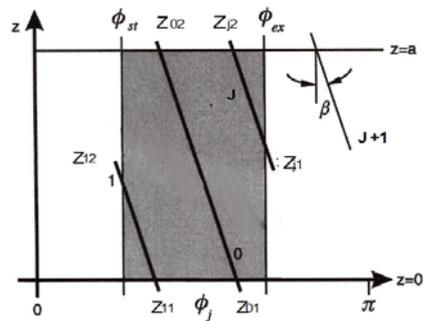


Fig. 4.11 – Posizione dei taglienti nella zona di taglio ad una data rotazione

Per determinare i limiti di integrazione  $z_{j1}$  e  $z_{j2}$  bisogna considerare la posizione dei taglienti nella zona soggetta al taglio all'istante di rotazione considerato (figura 4.11), tendo sempre in considerazione che:

$$\phi_j(z) = \phi + (j-1) \cdot \phi_p - \psi(z)$$

### 4.3 Implementazione del modello in MATLAB Simulink

Il modello presentato al paragrafo precedente è stato implementato, nella sua generalità, all'interno di ambiente Matlab, in questo modo è possibile pervenire al calcolo della forze, in maniera automatizzata.

Al fine di coprire tutte le casistiche considerabili del modello numerico, sono state realizzate diverse routine di calcolo che vengono operate nel momento in cui sono necessarie.

La struttura del programma è rappresentata nel diagramma a flusso di figura 4.12 , dove ogni blocco riquadrato è rappresentativo di una routine archiviata nel SW, mentre le linee di connessione sono *links*, selezionabili dall'utente che attivano le routine necessarie che, operate in sequenza , permettono di processare tutto l'iter di calcolo necessario alla simulazione completa.

Oltre alla scelta dei moduli da attivare all'utente spetta anche il compito di inserire in alcune maschere, appositamente generate, i valori dei parametri che personalizzano il calcolo sulla particolare tipologia di utensile, e sulla particolare tipologia di condizioni operative e sui parametri di processo, a cui viene condotta la lavorazione.

Programma implementato permette, quindi, di calcolare l'andamento delle forze in funzione dell'angolo di rotazione dell'utensile, per varie geometrie di frese.

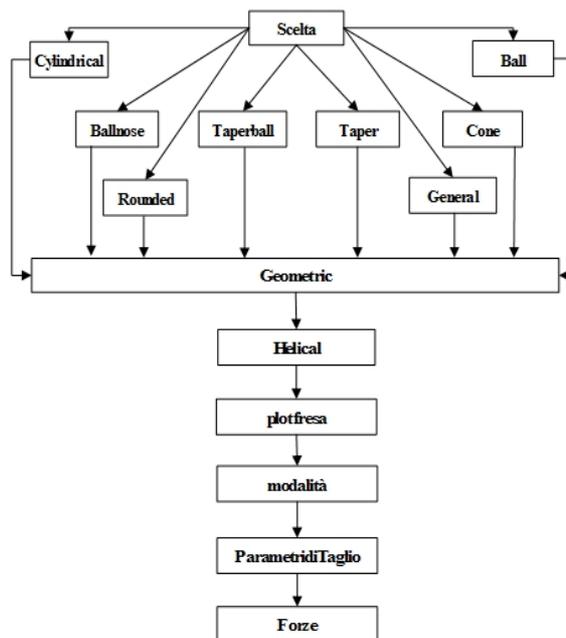


Fig. 4.12 – Diagramma a flusso del programma

Il sistema, così come il modello matematico di riferimento, per una lavorazione in concordanza (Down-milling) è in grado di considerare che, l'angolo di ingresso al taglio  $\phi_{st}$ , risulta dipendente dall'immersione radiale della fresa, come da figura 4.13. L'angolo di uscita al taglio in questo tipo di fresatura, nel sistema di riferimento usato risulterà  $\phi_{ex} = \pi$ .

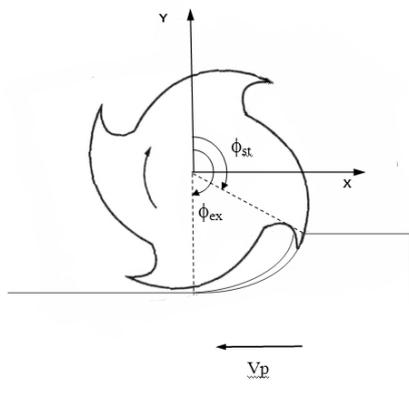


Fig. 4.13 – Fresatura in concordanza

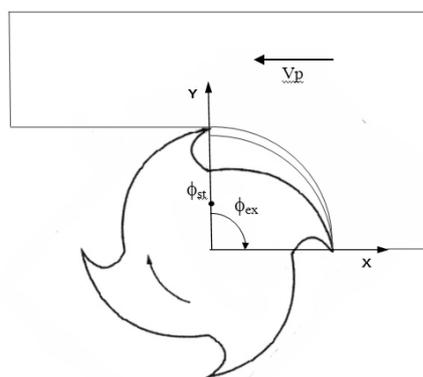


Fig.4.14 – Fresatura in discordanza

Nel caso di fresatura in discordanza la componente orizzontale della velocità di taglio ha verso opposto alla velocità di avanzamento, come si può vedere in figura 4.14.

In questo caso viene mantenuto il verso di rotazione della fresa e il verso di avanzamento del pezzo, quello che cambia sono l'angolo di entrata ed uscita al taglio, i valori di quest'ultimi fanno sì che le forze che vengono calcolate dal programma in caso di discordanza e concordanza, con due routine differenti.

Il programma permette di calcolare le tre componenti di forze istantanee di taglio  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$  e di plottarne a video o a stampa, l'andamento nel tempo o in funzione dell'angolo di rotazione. In figura 4.15 è possibile vedere l'andamento delle forze ottenuto tramite l'ausilio del programma, per una fresa cilindrica a denti dritti.

## Capitolo 4

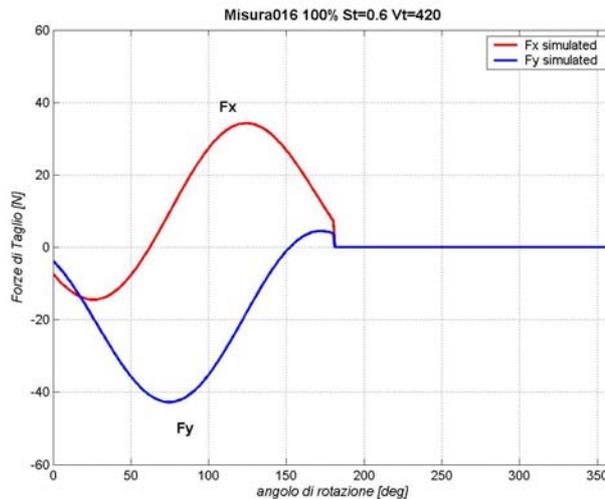


Fig. 4.15

Andamento simulato per una fresa cilindrica a denti dritti.

Nell'ottica di fornire un modulo di calcolo delle forze di taglio, che possa essere inserito all'interno di un sistema più ampio che caratterizzi il processo di taglio nel suo complesso, i modelli, sono stati importati nell'ambiente di calcolo Simulink.

Come si vede in figura 4.16 la generazione del modello parametrico del corpo fresa, delle eliche dei taglienti, e delle modalità di inserimento dei parametri di processo è sostanzialmente lo stesso realizzato in precedenza (fig. 4.12), ciò che cambia è l'ultimo modulo di calcolo che permette il computo delle forze.

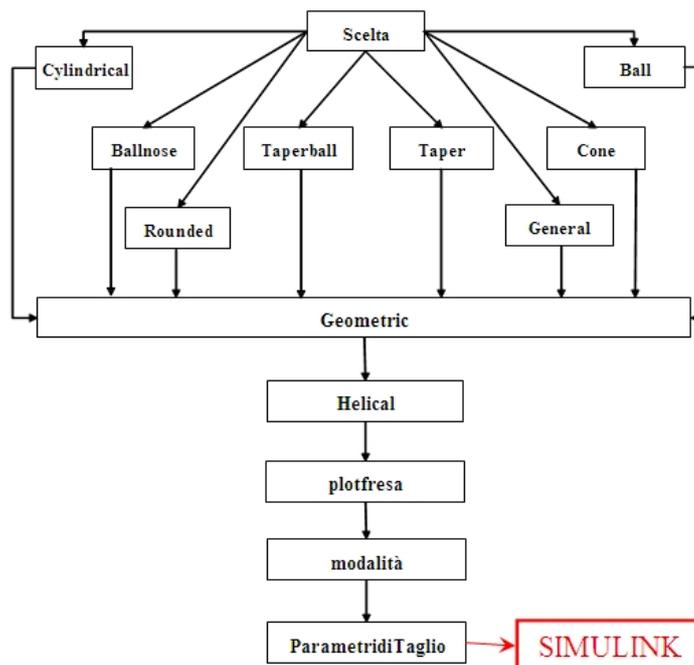


Fig. 4.16 – Schema a blocchi del processo di calcolo in real-time

Il foglio di lavoro sviluppato in Simulink è presentato in figura 4.17.

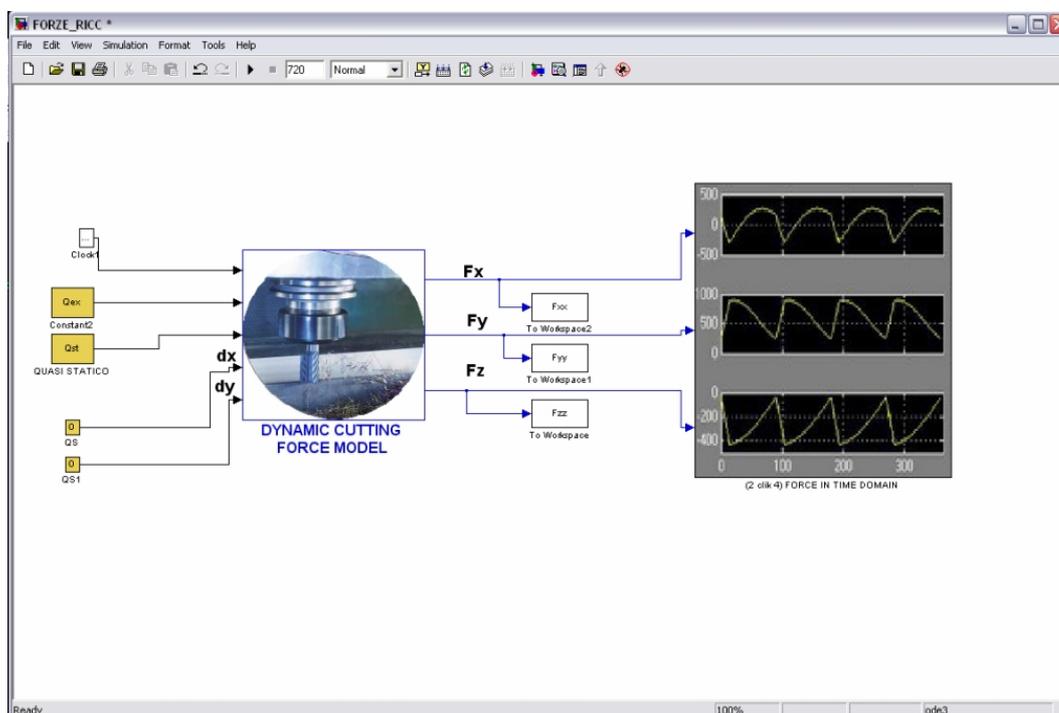


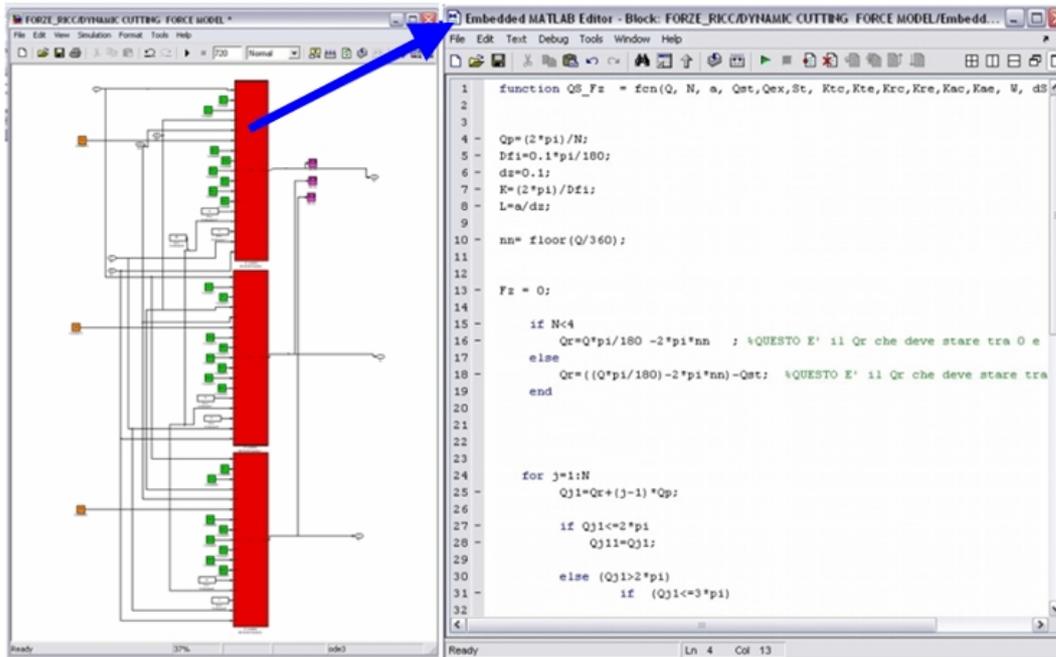
Fig. 4.17 – Foglio di lavoro sviluppato in Simulink

Si è scelto di risolvere le equazioni che definiscono il computo delle forze con un passo temporale (*time step* nel SW) che permettesse di realizzare un'iterazione di calcolo per ogni rotazione di un grado dell'utensile in lavorazione, quindi si tratta di simulazioni a *time-step* fisso.

In figura 4.17a sono riportati i blocchi *embedded* realizzati al fine di calcolare le componenti delle forze di taglio rispetto ad un sistema di riferimento assoluto Oxyz; ognuno dei tre blocchi presenti calcola una componente della forza di taglio che si sviluppa durante l'operazione.

In figura 4.17b viene esploso un blocco *embedded*, il quale riporta il costrutto che permette il calcolo della componente delle forze di taglio che agiscono lungo la verticale Z.

## Capitolo 4



a)

b)

Fig. 4.17

a) Blocchi embedded realizzati per il calcolo delle componenti

b) Particolare di un blocco embedded

## 4.4 Validazione

### 4.4.1 Validazione con dati reperiti in letteratura

Le simulazioni eseguite con il programma implementato in simulink, come detto, sono realizzabili noti i valori o degli andamenti dei coefficienti di taglio  $K_{tc}$ ,  $K_{rc}$ ,  $K_{ac}$ ,  $K_{te}$ ,  $K_{re}$ ,  $K_{ae}$ , che si trovano nelle espressioni analitiche delle forze:

I coefficienti di taglio possono essere predetti utilizzando il database di taglio ortogonale del materiale. Essi dipendono dall'istante spessore del truciolo indeformato  $h$ , il quale a sua volta dipende dall'angolo di immersione radiale e assiale:  $h(\phi_j) = s_t \cdot \sin \phi_j$  sink. Di conseguenza anche i coefficienti di taglio dipendono dall'angolo di immersione radiale e assiale. Tuttavia i coefficienti di taglio stimati con il metodo meccanicistico, risultano costanti e rappresentano i coefficienti medi che generano le forze di taglio medie.

Attraverso la ricerca bibliografica in materia [37], si sono reperiti i coefficienti di taglio per una lega di titanio: Ti<sub>6</sub>Al<sub>4</sub>V; e per una lega di alluminio: AlMgSi0.5.

Per la lega di titanio abbiamo a disposizione i coefficienti per una fresa cilindrica e per diversi angoli di spoglia ricavati con il metodo della meccanica unificata, di seguito riportiamo in tabella 4.1, per comodità, di nuovo i valori:

$\alpha_r$	Coef. Di taglio		
	<b>K<sub>tc</sub></b>	<b>K<sub>rc</sub></b>	<b>K<sub>ac</sub></b>
0°	1963	646	778
5°	1805	461	699
10°	1660	280	620
12°	1619	253	604

Tabella 4.1

$K_{te}=24$  [N/mm],  $K_{re}=43$  [N/mm],  $K_{ae}=-3$  [N/mm] possono essere mantenuti costanti.

Nella seguente trattazione utilizzeremo, a seconda della simulazione, sia i coefficienti sopra riportati, sia valori determinati tramite sperimentazione diretta .

Per tutte le simulazioni che si riferiscono alla lega di titanio il materiale dell'utensile che viene preso in considerazione è metallo duro integrale

*Fresa a codolo cilindrica*

Per la fresa cilindrica l'angolo di immersione assiale è costante  $k(z)=\pi/2$ . Di conseguenza i coefficienti di taglio dipendono solo dall'angolo di immersione radiale.

I coefficienti di taglio inoltre variano a seconda dell'immersione radiale della fresa che assume durante il processo di fresatura.

In tabella 4.2 vengono presentati i 6 coefficienti stimati con il metodo [37], per differenti immersioni radiali:

Immersion	$K_{tc}$	$K_{rc}$	$K_{ac}$	$K_{te}$	$K_{re}$	$K_{ae}$
100%	1844.1	513.0	1118.7	24.0	43.0	-3.0
50%-down	1843.9	512.8	1118.5	24.0	43.0	-3.0
50%-up	1844.4	512.9	1118.9	24.0	43.0	-3.0
25%-down	1844.5	513.3	1119.0	24.0	43.0	-3.0
25%-up	1844.0	513.0	1118.6	24.0	43.0	-3.0
10%-down	1844.4	513.2	1118.9	24.0	43.0	-3.0
10%-up	1843.9	513.0	1118.6	24.0	43.0	-3.0

Tabella 4.2: coefficienti di taglio stimati a differenti immersioni radiali usando i coefficienti teorici medi

Come si vede dalla tabella le discrepanze fra i vari coefficienti è trascurabile.

Se gli stessi coefficienti vengono ottenuti tenendo in considerazione la variazione che si ha in funzione dello spessore del truciolo; essi variano leggermente con l'immersione radiale, come si vede dalla tabella 4.3.

Immersion	$K_{tc}$	$K_{rc}$	$K_{ac}$	$K_{te}$	$K_{re}$	$K_{ae}$
100%	1799.9	500.7	1087.3	26.6	43.7	-1.1
50%-down	1789.3	509.8	1087.1	27.4	43.2	-1.1
50%-up	1796.1	487.2	1087.5	27.0	44.6	-1.1
25%-down	1763.0	493.8	1070.4	28.3	44.1	-0.5
25%-up	1764.2	487.6	1070.1	28.2	44.3	-0.5
10%-down	1745.5	481.3	1058.6	28.6	44.5	-0.2
10%-up	1742.8	489.2	1058.3	28.7	44.1	-0.2

Tabella 4.3: coefficienti di taglio stimati a differenti immersioni radiali usando i coefficienti teorici variabili

L'effetto che queste variazioni hanno sull'andamento delle forze di taglio è trascurabile, in quanto il confronto tra le forze calcolate utilizzando i coefficienti stimati a diverse immersioni non causano variazioni significative agli andamenti delle forze come mostra figura 4.18.

La geometria della fresa utilizzata nella simulazione è data dalla tabella 4.4

End mill	$D$ (mm)	$R$ (mm)	$R_r$ (mm)	$R_z$ (mm)	$\alpha$ (°)	$\beta$ (°)	$H$ (mm)	$N$ (-)	$t_0$ (°)
Cylindrical	8	0	4	0	0	0	20	2	45

## Capitolo 4

Tabella 4.4: geometria della fresa

La simulazione è stata condotta considerando un processo di fresatura periferica in concordanza, al 50% di immersione radiale, con un avanzamento al dente pari a  $s_t=0.1$  mm/dente, e una profondità di taglio assiale  $a=4$  mm.

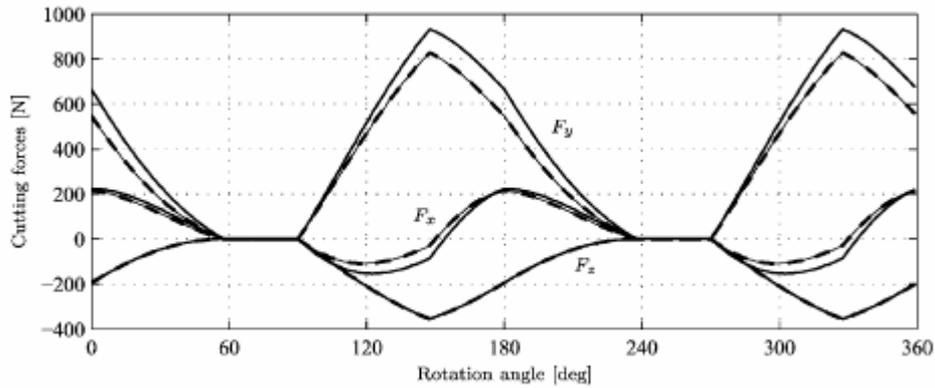


Fig.4.18: Confronto fra le forze di taglio predette utilizzando: i coefficienti teorici (linea continua); i coefficienti stimati al 10% di immersione radiale in test di taglio in discordanza di tabella 3.2 (spessa tratteggiata).[37]

Utilizzando la stessa geometria di fresa e ponendoci nelle stesse condizioni di lavorazione, è stata lanciata la simulazione, ottenendo gli andamenti delle tre componenti delle forze di taglio in funzione della rotazione.

Le forze vengono calcolate ad ogni rotazione della fresa e l'andamento è rappresentato nel grafico di figura 4.19

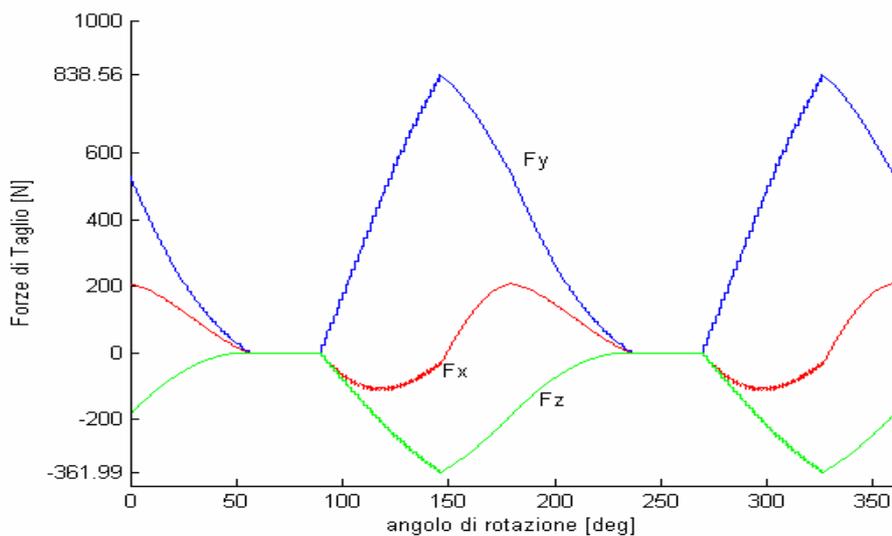


Fig. 4.19: Andamento delle tre forze di taglio

## Capitolo 4

L'andamento delle forze ottenuto dalla simulazione rispecchia fedelmente quello presentato in figura 4.18 ottenuto nelle sperimentazioni proposte dall'articolo del riferimento [37].

Sempre considerando come materiale da lavorare la lega di titanio  $Ti_6Al_4V$ , e per una geometria cilindrica di fresa, è stata lanciata una seconda simulazione, nella quale è stato messo a confronto l'andamento delle forze nel caso di modalità di fresatura in concordanza e discordanza.

I parametri inseriti nella seconda simulazione sono rappresentati in tabella 4.5:

<i>Parametri geometrici</i>
Diametro $D=19.05$
altezza del tagliente $h=40$ mm
numero taglienti $N=4$
inclinazione dell'elica $i_o=30^\circ$
Angolo di spoglia $\alpha_r=0$

Tabella 4.5

Una simulazione è stata effettuata considerando una fresatura in concordanza al 50% di immersione radiale (angoli di entrata e uscita al taglio rispettivamente  $\phi_{st}=\pi/2$ ,  $\phi_{ex}=\pi$ , a profondità di taglio assiale  $a=5.08$  mm, l'avanzamento al dente  $s_t=0.0127$  mm/dente. I coefficienti sono stati mantenuti coincidenti a quelli della simulazione precedente.

L'andamento è riportato in figura 4.20

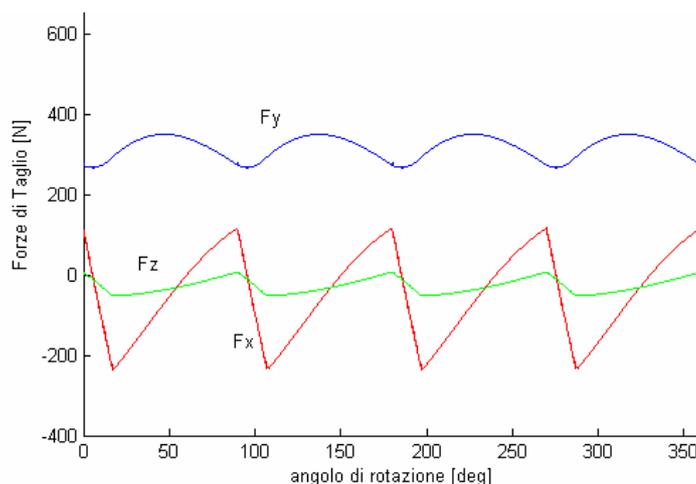


Fig. 4.20: Andamento delle tre forze di taglio durante un processo di fresatura in concordanza al 50% di immersione radiale

Analogamente la stessa simulazione è stata lanciata in modalità di discordanza. Gli unici parametri variati sono l'avanzamento al dente  $s_r=0.05$  mm/dente e l'angolo di spoglia  $\alpha_r=12^\circ$ . Una variazione dell'angolo di spoglia porta ad una modifica dei coefficienti di taglio, quindi sono stati inseriti i coefficienti di tabella 4.1 relativi ad un angolo di spoglia  $\alpha_r=12$ :  $K_{tc}=1619$  [N/mm<sup>2</sup>],  $K_{rc}=253$  [N/mm<sup>2</sup>],  $K_{ac}=604$  [N/mm<sup>2</sup>],  $K_{te}=24$  [N/mm],  $K_{re}=43$  [N/mm],  $K_{ae}=-3$  [N/mm]. L'andamento delle forze è riportato in figura 4.21:

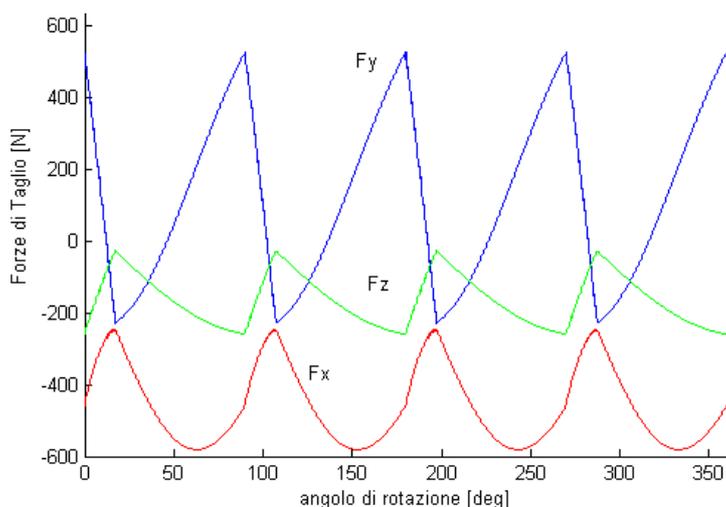


Fig. 4.21: Andamento delle tre forze di taglio durante un processo di fresatura in discordanza al 50% di immersione radiale

I grafici di figura 4.20 e 4.21 possono essere confrontati rispettivamente con quelli di figura 4.23 e 4.24 che si riferiscono a sperimentazioni, presentate in letteratura [37], nelle stesse condizioni geometriche e di lavorazione.

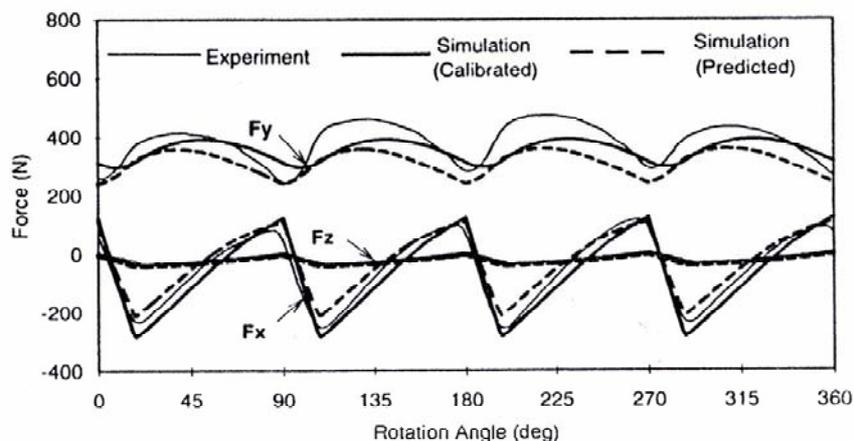


Fig.4.23: forze di taglio misurate e predette attraverso test di fresatura in concordanza

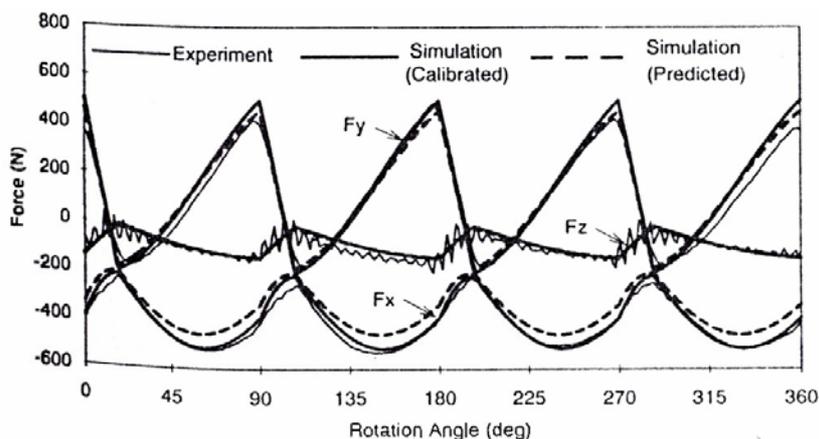


Fig.4.24: forze di taglio misurate e predette attraverso test di fresatura in discordanza

Sono stati reperiti anche i valori dei sei coefficienti per una lega di alluminio AlMgSi0.5, che sono riportati nella tabella 3.5 [37]. Essi sono stati stimati attraverso test di fresatura in discordanza al 100%, al 50%, al 25% di immersione radiale, ad una profondità di taglio di  $a=2$  mm in un range di avanzamenti:  $s_t=(0.08, 0.10, 0.12, 0.14, 0.16)$ .

Immersion	$K_{tc}$	$K_{rc}$	$K_{ac}$	$K_{te}$	$K_{re}$	$K_{ae}$
100%	561.2	204.3	194.4	16.2	6.7	2.2
50%-up	617.2	235.8	188.3	9.3	1.8	2.4
25%-up	644.5	209.7	196.3	4.2	0.7	2.0

Tabella 4.6: coefficienti di taglio stimati a differenti immersioni radiali

*Fresa a codolo a testa sferica*

In tabella 4.7 vengono date le caratteristiche geometriche della fresa cilindrica utilizzata nella simulazione.

<p><b>Parametri geometrici</b></p> <p>Diametro <math>D=8</math></p> <p>altezza del tagliente <math>h=40</math> mm</p> <p>numero taglienti <math>N=2</math></p> <p>inclinazione dell'elica <math>i_o=45^\circ</math></p>
---

Tabella 4.7

Le condizioni di taglio sono: fresatura in discordanza al 50% di immersione radiale (angoli di entrata e uscita al taglio rispettivamente  $\phi_{st}=0$ ,  $\phi_{ex}=\pi/2$ ), la profondità di taglio assiale  $a=2$  mm, l'avanzamento al dente  $s_t=0.14$  mm/dente.

L'andamento delle forze che ne risulta è presentato in figura 4.25.

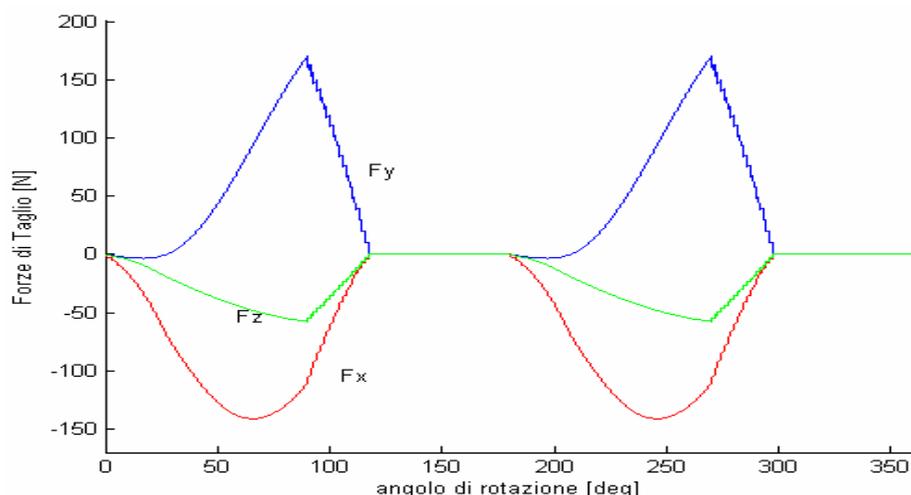


Fig. 4.25: Andamento delle tre forze di taglio durante un processo di fresatura in discordanza al 50% di immersione radiale

#### Fresa a codolo a testa sferica

Lo sviluppo geometrico di una fresa a codolo a testa sferica richiede la presenza della *Taper Zone* e dell'*Arc Zone*. In generale l'angolo di immersione assiale  $k(z)$  nella *Taper Zone* e nella *Cone Zone* non varia, rimane costante e rispettivamente uguale a  $k(z)=\alpha$  e  $k(z)=\pi/2-\beta$ .

Nell'*Arc Zone* invece l'angolo di immersione radiale varia secondo l'espressione:

$$k(z) = \sin^{-1}\left(\frac{r(z) - R_r}{R}\right)$$

Quindi per quelle frese che hanno la presenza dell'*Arc Zone* nello sviluppo della loro geometria, lo spessore del truciolo  $h(\phi_j)=s_t \sin \phi_j \sin k$  è funzione dell'angolo di immersione radiale e assiale. Di conseguenza anche i coefficienti di taglio presentano una dipendenza rispetto sia dell'immersione radiale (come si è visto per la fresa cilindrica), sia della profondità assiale.

In figura 4.26 sono rappresentate le variazioni dei coefficienti in funzione della profondità assiale di taglio, stimate attraverso test di fresatura in concordanza a diverse immersioni radiali, sempre per la lega di titanio : Ti<sub>6</sub>Al<sub>4</sub>V.

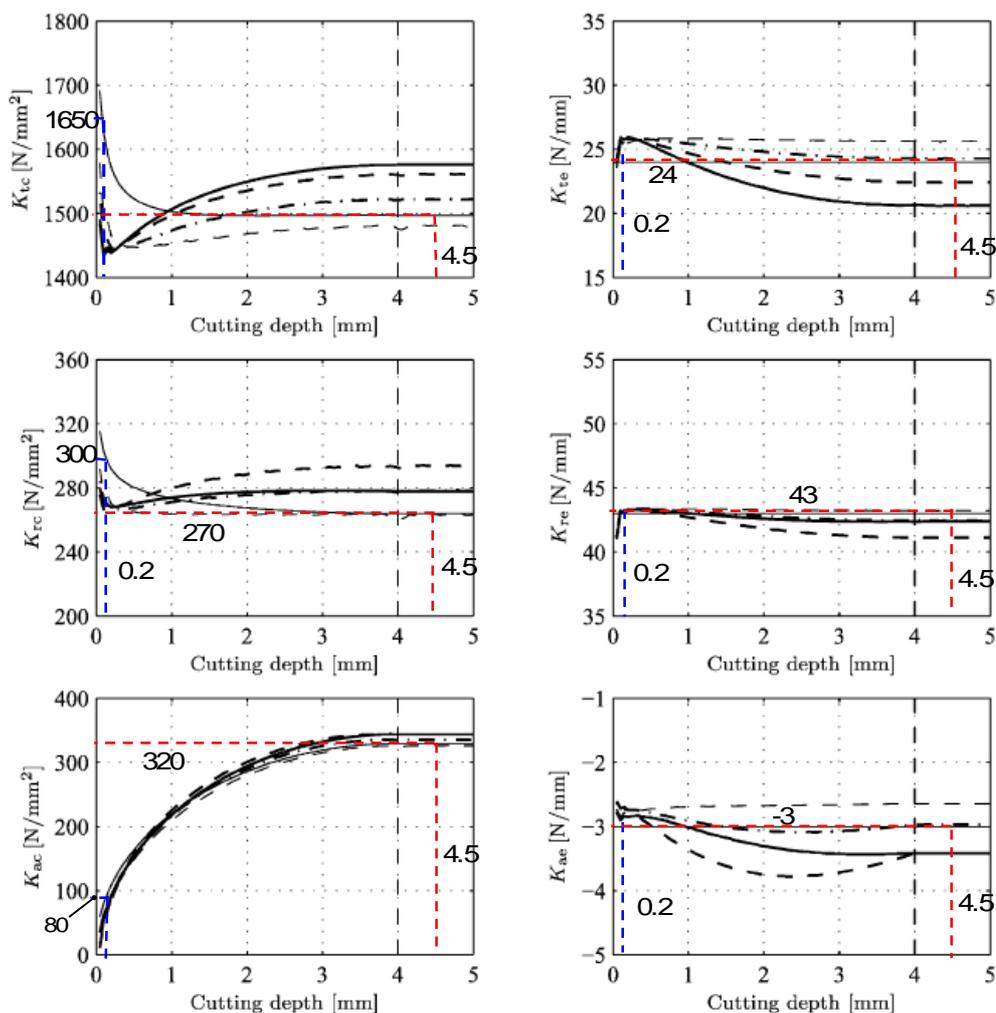


Fig. 4.26: coefficienti di taglio in funzione della profondità di taglio per una fresa a testa sferica in concordanza. Linee: 100% immersione radiale (fresatura di cave) (spessa continua), 50% (spessa tratteggiata), 25% (spessa tratto-punto), 10% (sottile tratteggiata), coefficienti medi teorici (sottile continua)

Per la geometria di fresa a testa sferica, viene presentato ancora un confronto tra andamenti simulati e risultati tratti da letteratura, considerando come lavorazione una fresatura di cave (*slot milling*). Le caratteristiche geometriche visualizzate in tabella 4.8.

<b>Parametri geometrici</b>
Diametro $D=19.05$
altezza del tagliente $h=40$ mm
numero taglienti $N=1$
inclinazione dell'elica $i_0=30^\circ$
Angolo di spoglia $\alpha_r=0^\circ$

Tabella 4.8

L'andamento delle forze simulate è rappresentato nel grafico di figura 4.27.

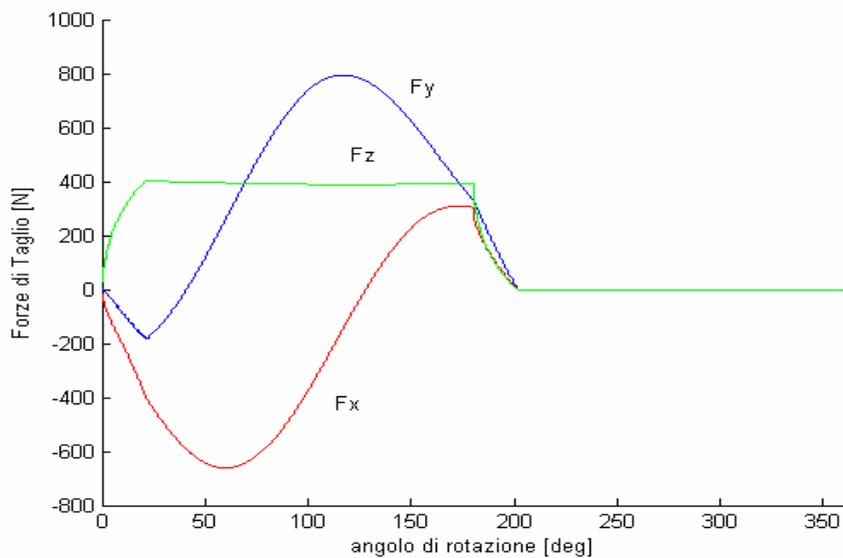


Fig. 4.27: Andamento delle tre forze di taglio durante un processo di fresatura di cave, ad una profondità assiale di 6.35mm

Il corrispettivo grafico di confronto (Fig.4.28) è stato ricavato sperimentalmente, attraverso test di fresatura nelle stesse condizioni geometriche e di lavorazione precedentemente dichiarate..

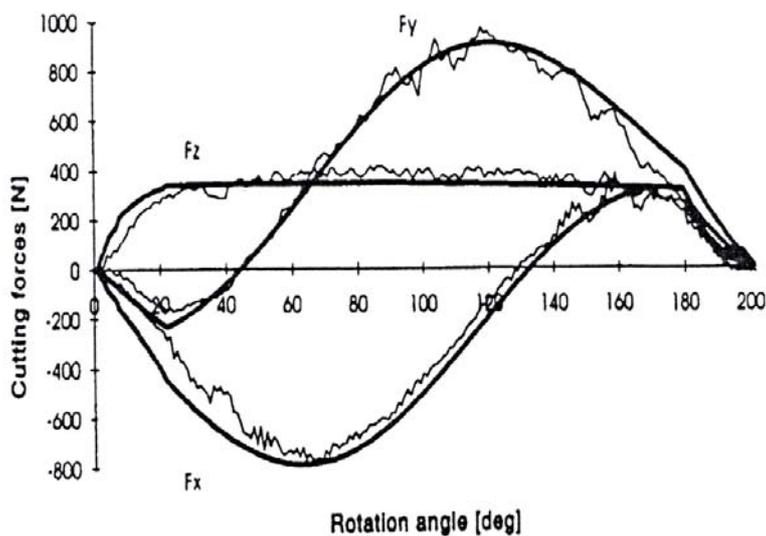


Fig. 4.28: forze di taglio misurate e predette durante un processo di fresatura di cave:  $D=19.05$ ,  $i_o=30^\circ$ ,  $N=1$ ,  $s_i=0.0508$ ,  $a=6.35\text{mm}$  [4].

#### 4.4.2 Validazione tramite campagna sperimentale: analisi modale

La fase di validazione del modello matematico fin qui esposto, viene di seguito operata per mezzo di una campagna di prove sperimentali, allo scopo di ricavare i coefficienti di taglio e ed operare quindi un confronto tra gli andamenti delle forze simulate e quelli misurati durante la sperimentazione di lavorazione.

La necessità di disporre di macchina e attrezzature ha portato ad una collaborazione con una azienda produttrice di macchine a CNC per il taglio del legno, nel particolare taglio di pannelli di MDF. La caratteristica di omogeneità e semi-isotropia del materiale hanno permesso di poter adeguare (personalizzare) il modello generalizzato (sviluppato per il taglio del metallo) sulla particolare problematica di taglio di pannelli in composito a fibra corta legnosa.

Al contrario delle lavorazioni del metallo, per quanto riguarda lo studio delle forze per il taglio di pannelli MDF, si ha una scarsa disponibilità di coefficienti di taglio in letteratura, in più, a causa della diversa specie e provenienza del legno, e delle diverse proprietà dei legnati (resine) presenti in tali pannelli, questi parametri differiscono molto da produttore a produttore di pannelli MDF.

Oltre allo scopo di validazione e di attuazione della procedura di acquisizione e analisi dei dati, si ritiene tale attività come contributo scientificamente originale, la definizione dei parametri di taglio di questo materiale.

La campagna di prove sperimentali ha i seguenti obiettivi:

- Acquisire l'andamento nel tempo delle forze di taglio che si sviluppano durante la lavorazione (per verificare l'attendibilità delle acquisizioni effettuate con la tavola dinamometrica, sono state registrate anche le potenze assorbite dall'inverter dell'elettromandrino al fine di effettuare un confronto).
- Effettuare un Design of Experiment (DOE) definendo un piano fattoriale, al fine di regredire un'equazione caratteristica tra i fattori.
- Effettuare la stima dei coefficienti K relativi al modello di Altintas e quindi permettere di fornire simulazioni di asportazione di truciolo con il sistema sviluppato in Matlab-Simulink.

Per poter realizzare tutte queste richieste in seno ad un'unica campagna sperimentale è stato realizzato un DOE in modo che, oltre al piano fattoriale, fosse possibile applicare la procedura di calcolo dei coefficienti K secondo [38].

*Definizione dei parametri di prova*

L'ostacolo maggiore da superare è dovuto alla tavola dinamometrica, questo perché nelle lavorazioni per asportazione di truciolo di materiali lignei il numero di giri del mandrino è molto elevato, a confronto delle lavorazioni di materiali metallici, e di conseguenza si hanno frequenze di eccitazione del sistema estremamente elevate; queste ultime, infatti, sono direttamente proporzionali al numero di giri:

$$f_e = \frac{n \cdot N}{60}$$

dove

$f_e$  = frequenza di eccitazione del sistema [Hz]

$n$  = numero di giri del mandrino [rpm]

$N$  = numero di taglienti della fresa cilindrica

Per definire i parametri di esecuzione si è preso spunto da altre prove sperimentali effettuate sull'MDF e presentate in [45], dove le condizioni di prova erano le seguenti:

- Fresa cilindrica a denti dritti  $\phi = 12.7mm$  a 2 taglienti
- $n = 10000rpm$
- 8 differenti velocità di avanzamento per dente  $St$ , ovvero  $St = [0.1;0.15;0.2;0.25;0.30;0.40;0.50;0.60]$
- Frequenza di campionamento di  $12KHz$

Il primo ostacolo da superare è dovuto alla frequenza di eccitazione del sistema e al fatto che, una volta acquisito il segnale, dovrà essere filtrato ad una frequenza doppia rispetto ad  $f_e$ .

Poiché la tavola dinamometrica utilizzata presenta fenomeni di risonanza a circa  $550Hz$ , per avere un segnale libero dalle frequenze di risonanza della tavola stessa, la condizione da porre sulla frequenza di eccitazione è:

$$f_e \leq \frac{1}{2} \cdot f_{cut} \quad \text{con} \quad f_{cut} \leq \frac{1}{2} \cdot f_{ris}$$

dove

$f_{cut}$  = frequenza di taglio per il filtro

$f_{ris}$  = frequenza di risonanza della tavola dinamometrica

Si avrà quindi:

$$f_{cut} \leq \frac{1}{2} \cdot 550 = 275 Hz \cong 300 Hz$$

$$f_e \leq \frac{1}{2} \cdot f_{cut} = \frac{1}{2} \cdot 275 = 137.5 \cong 150 Hz$$

Sulla base delle condizioni poste si è deciso di effettuare le prove ad una velocità di taglio pari a  $V_t = 400 m/min$ . Questo valore è, però distante dalle velocità caratteristiche utilizzate nelle lavorazioni di pannelli MDF. Purtroppo per le attrezzature a disposizione non era possibile aumentare questo valore senza incorrere in fenomeni di disturbo del segnale che avrebbero condizionato fortemente il segnale acquisito.

Sappiamo però, da letteratura [34], e da prove sperimentali effettuate in precedenza dall'azienda, che le forze di taglio risultano influenzate dalla velocità di taglio in modo non significativo, e questa dipendenza è piccola rispetto ad esempio a quella esistente rispetto all'avanzamento per dente  $S_f$ .

Ora, essendo la  $V_t$  direttamente proporzionale al numero di giri e al diametro dell'utensile

$$V_t = \pi \cdot n \cdot \phi$$

per rispettare i vincoli posti sulla  $f_e$ , utilizzeremo una fresa cilindrica a denti dritti, diametro  $\phi = 20 mm$ , con un solo tagliente (la frequenza di eccitazione del sistema è infatti direttamente proporzionale al numero di taglienti della fresa).

In figura 4.29 è possibile vedere l'utensile fresa, accompagnato dalla tabella contenente i parametri relativi.

Sulla base dei parametri scelti si ha:

$$n = \frac{V_t}{\pi \cdot \phi} = \frac{400 [m/min]}{\pi \cdot 0.02 [m]} \cong 6370 rpm$$

e di conseguenza

$$f_e = \frac{n \cdot N}{60} = \frac{6370 \cdot 1}{60} \cong 106.1 \text{ Hz}$$

Si nota che in questo modo si è al di sotto della soglia massima fissata a 150Hz per la frequenza di eccitazione e a 300Hz per la frequenza di taglio del filtro.

Per quanto riguarda l'avanzamento per dente sceglieremo una serie di valori compresi all'interno dell'intervallo [0.1÷0.6 mm/dente], tali da consentire il calcolo di una retta di regressione delle forze medie in funzione di  $S_t$ , che sarà necessaria per il successivo calcolo dei coefficienti K.

Per quel che riguarda il numero di giri  $n$  e la velocità di avanzamento dell'utensile  $V_{av}$ , saranno calcolati per ogni prova sulla base dei valori fissati per  $V_t$  ed  $S_t$ .



Fig. 4.29 - Fresa cilindrica a denti dritti ad un tagliente utilizzata nelle prova

Diametro [mm]	20
Numero di taglienti	1
Altezza del tagliente [mm]	40
Angolo di spoglia superiore [deg]	0
Angolo d'elica [deg]	0
Materiale coltello	metallo duro sinterizzato

Tab. 4.9 – Parametri caratteristici dell'utensile

Un ulteriore parametro da definire prima di iniziare le prove, è la Frequenza di Campionamento da utilizzare nella fase di acquisizione dei segnali.

Chiamiamo:

- $f_c$  [Hz] Frequenza di campionamento

- $\Delta t = \frac{1}{f_c}$  [sec] Intervallo di campionamento
- $f_{ny} = \frac{f_c}{2}$  [Hz] Frequenza di Nyquist

Dal teorema di Shannon si ha:

“Se il segnale è limitato in banda ad  $f_m$  e il segnale viene campionato con frequenza di campionamento pari a  $f_c > 2f_m$ , allora l’operazione di campionamento non porta ad alcuna perdita di informazioni.

Cioè, è possibile ricostruire correttamente l’intero segnale originario tra i punti su cui è stato campionato con un’opportuna funzione interpolatrice”.

Se però il segnale non rispetta la condizione di questo teorema si ha il problema dell’Aliasing, ovvero i segnali a frequenza maggiore di quella di Nyquist vengono interpretati come segnali a frequenza più bassa, precisamente a frequenza pari a  $f_{ny} - (f - f_{ny})$ , il che vuol dire che frequenze maggiori di  $f_{ny}$  vengono specchiate rispetto a  $f_{ny}$ .

Nel caso in cui non si riesca a soddisfare la condizione del teorema di Shannon, o per limiti del sistema, o perché costringerebbe ad acquisire troppi dati e non interessano le componenti ad alta frequenza, o perché non si sa quale sia la banda del segnale, la soluzione è l’utilizzo di un filtro antialiasing. In questo modo si limita “artificialmente” la banda del segnale con un filtro “passa-basso”.

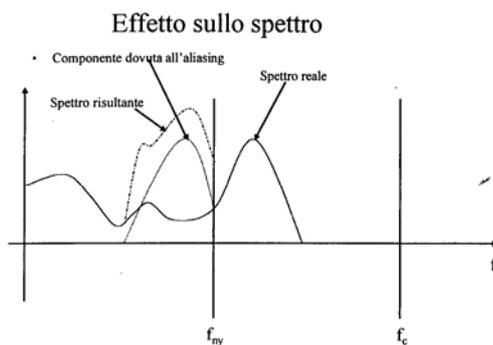


Fig. 4.30 - Effetto del fenomeno dell’aliasing

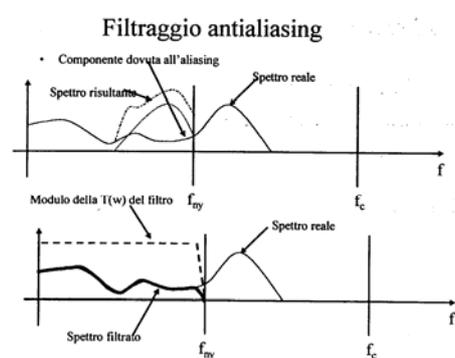


Fig. 4.31 - Spettro del segnale acquisito senza (sopra) e con (sotto) filtro antialiasing

## Capitolo 4

La frequenza di campionamento è fissata in  $f_c = 12000\text{Hz}$ , questo vuole dire che,

l'intervallo di campionamento è pari a:  $\Delta t = \frac{1}{f_c} = \frac{1}{12000} = 8,333 \cdot 10^{-5} [\text{sec}]$

La durata dell'acquisizione, dipenderà da prova a prova, e anche questa sarà funzione dei parametri definiti. Infatti, poiché la prova consiste nell'esecuzione di un'asola per l'intera larghezza del pannello (si veda paragrafi seguenti), il tempo necessario alla sua esecuzione (che sarà poi il tempo di durata di acquisizione) dipenderà dal numero di giri e dalla velocità di avanzamento del mandrino.

Un ulteriore parametro da tenere sotto controllo durante l'esecuzione delle prove è l'umidità, è noto, infatti, come le caratteristiche meccaniche e fisiche del legno e dei suoi derivati siano fortemente influenzate dall'umidità ambientale, e dall'umidità intrinseca nel materiale.

Riassumendo, i parametri di prova sono i seguenti:

- $V_t = 400\text{m} / \text{min}$
- $S_t = [0.2 \div 0.6\text{mm} / \text{dente}]$
- $n = f(V_t)$ ,  $V_{av} = f(S_t, n)$
- $f_c = 12000\text{Hz}$
- Umidità intrinseca dei pannelli 12%

### *Pianificazione dell'esperimento (DOE) e piano fattoriale scelto*

I fattori da analizzare sono la velocità di taglio  $V_t$ , e l'avanzamento per dente  $S_t$ . Per quanto riguarda  $V_t$  si vogliono analizzare quattro differenti velocità di taglio, mentre su  $S_t$  cinque differenti avanzamenti per dente.

Partendo dai valori di riferimento definiti nel paragrafo precedente, sono stati fissati i seguenti valori:

$$V_t = 420 \div 400 \div 380 \div 360\text{m} / \text{min}; \quad S_t = 0.2 \div 0.3 \div 0.4 \div 0.5 \div 0.6\text{mm} / \text{dente}$$

Il piano fattoriale sarà quindi a due fattori,  $V_t$  ed  $S_t$ , con 4 livelli su  $V_t$  e 5 livelli su  $S_t$ , per un totale di 20 prove.

## Capitolo 4

Queste 20 prove saranno ripetute a 3 differenti affondamenti radiali dell'utensile sul pannello, cioè 100%, 50% e 25%, per un totale complessivo di 60 prove.

A questo punto si devono calcolare, per ogni singola prova, i valori del numero di giri  $n$  e della velocità di avanzamento dell'utensile  $V_{av}$  da impostare in macchina poiché variano in funzione di  $V_t$  ed  $S_t$ , e sono calcolati sulla base delle seguenti formule:

$$n = \frac{V_t}{\pi \cdot \phi} [rpm] \quad V_{av} = \frac{S_t \cdot n \cdot z}{1000} [m/min]$$

Std Order	Run Order	Vt	St	Std Order	Run Order	Vt	St
36	1	400	0.2	18	24	420	0.4
20	2	420	0.6	42	25	380	0.3
35	3	420	0.6	34	26	420	0.5
4	4	420	0.5	21	27	400	0.2
26	5	380	0.2	1	28	420	0.2
40	6	400	0.6	2	29	420	0.3
30	7	380	0.6	15	30	380	0.6
27	8	380	0.3	12	31	380	0.3
17	9	420	0.3	11	32	380	0.2
31	10	420	0.2	33	33	420	0.4
3	11	420	0.4	32	34	420	0.3
29	12	380	0.5	10	35	400	0.6
45	13	380	0.6	19	36	420	0.5
43	14	380	0.4	6	37	400	0.2
9	15	400	0.5	14	38	380	0.5
24	16	400	0.5	23	39	400	0.4
28	17	380	0.4	7	40	400	0.3
22	18	400	0.3	8	41	400	0.4
5	19	420	0.6	25	42	400	0.6
41	20	380	0.2	39	43	400	0.5
37	21	400	0.3	38	44	400	0.4
16	22	420	0.2	44	45	380	0.5
13	23	380	0.4				

*Tab. 4.10 Piano fattoriale scelto con MINITAB*

Essendo tre piani fattoriali uguali, uno al 100%, uno al 50% e uno al 25% di affondamento radiale dell'utensile, si sono eseguite in successione le prove relative agli stessi valori di  $V_t$  ed  $S_t$  per i tre differenti affondamenti pervenendo alla formulazione dell'ordine di esecuzione riportato in tabella 4.11.

	St [mm/dente]	Vt [m/min]	n [giri/min]	Vav [m/min]
<b>misura001</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.3</b>	<b>400</b>	<b>6366</b>	<b>1.91</b>
<b>misura002</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.5</b>	<b>380</b>	<b>6048</b>	<b>3.02</b>
<b>misura003</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.4</b>	<b>380</b>	<b>6048</b>	<b>2.42</b>

Capitolo 4

<b>misura004</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.2</b>	<b>360</b>	<b>5730</b>	<b>1.15</b>
<b>misura005</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.5</b>	<b>400</b>	<b>6366</b>	<b>3.18</b>
<b>misura006</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.5</b>	<b>420</b>	<b>6685</b>	<b>3.34</b>
<b>misura007</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.4</b>	<b>420</b>	<b>6685</b>	<b>2.67</b>
<b>misura008</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.6</b>	<b>380</b>	<b>6048</b>	<b>3.63</b>
<b>misura009</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.2</b>	<b>420</b>	<b>6685</b>	<b>1.34</b>
<b>misura010</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.6</b>	<b>400</b>	<b>6366</b>	<b>3.82</b>
<b>misura011</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.4</b>	<b>400</b>	<b>6366</b>	<b>2.55</b>
<b>misura012</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.3</b>	<b>360</b>	<b>5730</b>	<b>1.72</b>
<b>misura013</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.5</b>	<b>360</b>	<b>5730</b>	<b>2.86</b>
<b>misura014</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.2</b>	<b>380</b>	<b>6048</b>	<b>1.21</b>
<b>misura015</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.3</b>	<b>380</b>	<b>6048</b>	<b>1.81</b>
<b>misura016</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.6</b>	<b>420</b>	<b>6685</b>	<b>4.01</b>
<b>misura017</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.2</b>	<b>400</b>	<b>6366</b>	<b>1.27</b>
<b>misura018</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.4</b>	<b>360</b>	<b>5730</b>	<b>2.29</b>
<b>misura019</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.3</b>	<b>420</b>	<b>6685</b>	<b>2.01</b>
<b>misura020</b> 100%, 50%, 25%	<b>0.6</b>	<b>360</b>	<b>5730</b>	<b>3.44</b>

Tab. 411 – Successione delle prove con i relativi valori di  $V_t$ ,  $S_t$ ,  $n$  e  $V_{av}$

*Catena di misura*

La catena di misura che ha permesso di acquisire le forze nel tempo nei tre assi X, Y e Z è formata dalla successione di diversi elementi.

Lo schema è il seguente:

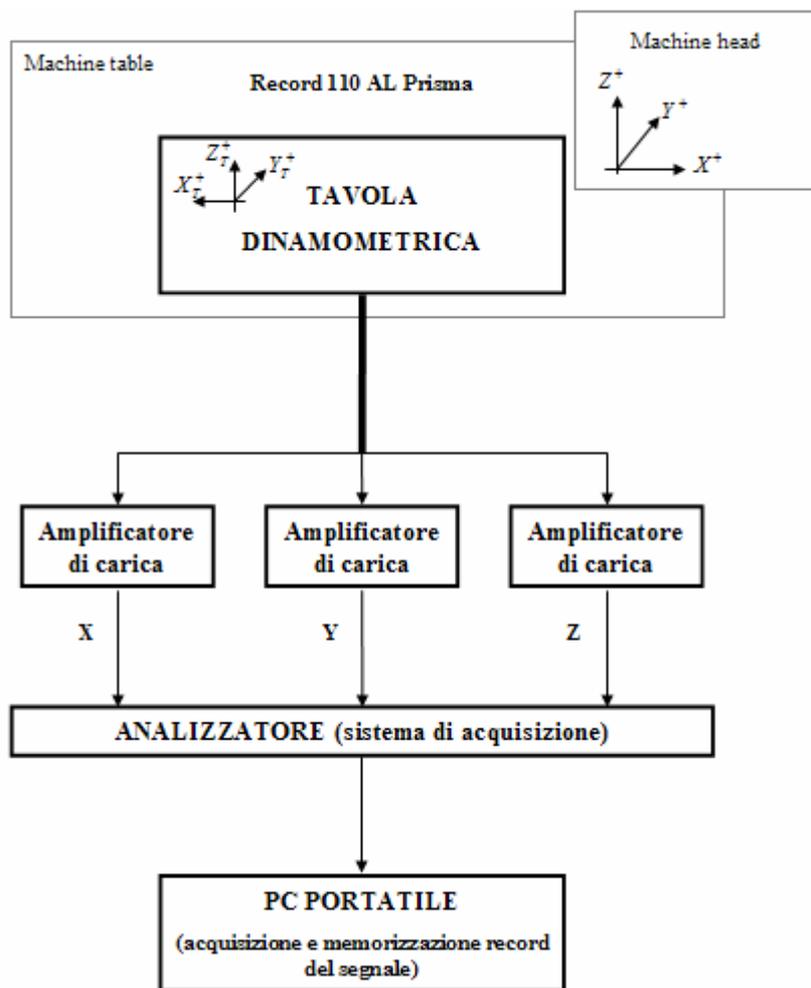


Fig. 4.32 – Schema della catena di misura

### La macchina

La macchina sulla quale sono state effettuate le prove è un “Centro di lavoro a CNC a 5 assi interpolanti – Record 110 AL Prisma”.



Fig. 4.33 - Record 110 AL Prisma

Questa macchina esegue fresature, forature e tagli con lama ad asse verticale, orizzontale o inclinato e tutte le tipiche lavorazioni sui 5 assi.

Il CNC è gestito da PC con interfaccia Windows, che permette grande potenza di calcolo e facilità di utilizzo, possibilità di collegarsi alla rete aziendale e inserimento dati tramite cd rom e/o periferiche usb.

*La tavola dinamometrica*

La tavola è una “Multicomponent Kit Type 9366AB” della Kistler.

Questa permette misure dinamiche e quasi-statiche delle tre componenti ortogonali di forza  $F_x$   $F_y$   $F_z$  che si sviluppano sul piano superiore.

Presenta alta rigidità ed è formata di quattro elementi di misurazione della forza. Ogni elemento contiene al suo interno un sensore piezoelettrico della forza che è costituito da 3 anelli in quarzo montati fra due piastre d'acciaio all'interno della carcassa del sensore.

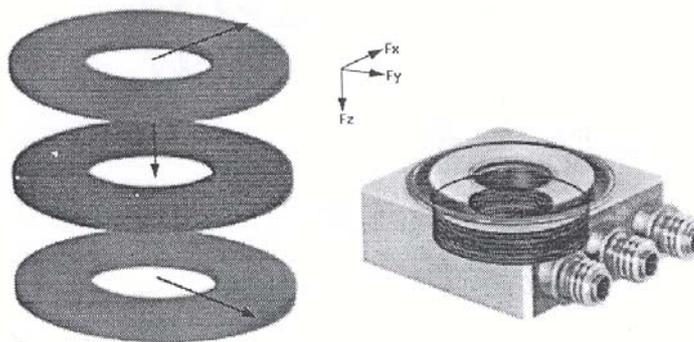


Fig. 4.34 - Elemento di misurazione della forza

Due anelli sono sensibili a sollecitazioni di taglio e misurano le componenti  $F_x$  e  $F_y$  della forza, mentre l'altro anello è sensibile alla pressione e misura la componente  $F_z$ .

Le cariche elettriche generate proporzionalmente all'entità degli spostamenti, sono condotte ai corrispondenti contatti del connettore, e da qui collegate alla scatola centrale che effettua la somma delle componenti dando le forze ortogonali  $F_x$   $F_y$   $F_z$  in uscita.

## Capitolo 4

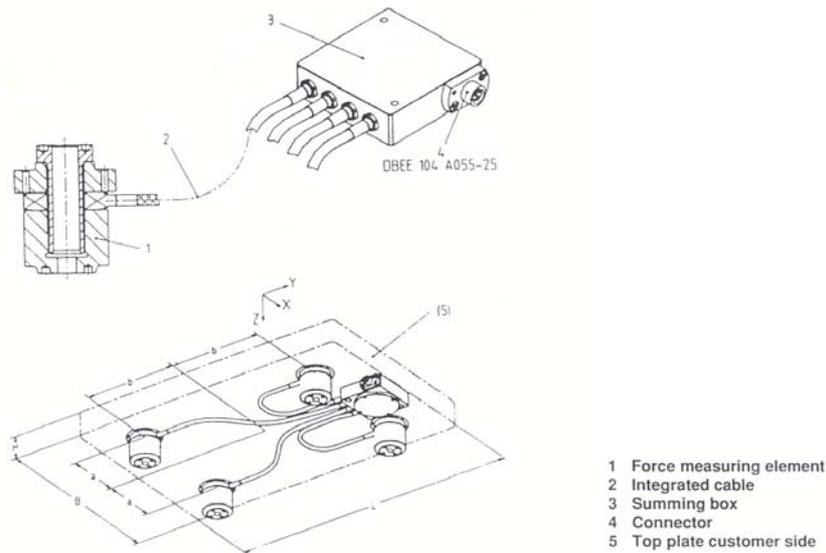


Fig. 4.35 - Collegamenti tra Force measuring element e Summing box

Nella tabella di figura 4.36 è possibile vedere le principali caratteristiche.

**Material of top plate: steel**

Top plate size	Sensor distance	Measuring range		Natural frequency plate	Top plate weight
L x B x H [mm]	2b x 2a [mm]	$F_x, F_y$ [kN]	$F_z$ [kN]	[Hz]	[kg]
300 x 300 x 40	200 x 200	-20 ... 20	-20 ... 40	≈ 1000	28
600 x 400 x 50	400 x 200	-20 ... 20	-20 ... 35	≈ 550	94
900 x 600 x 55	700 x 420	-15 ... 15	-15 ... 25	≈ 250	232
850 x 850 x 55	650 x 650	-15 ... 15	-15 ... 25	≈ 250	312
1000 x 700 x 55	800 x 480	-15 ... 15	-15 ... 25	≈ 200	300

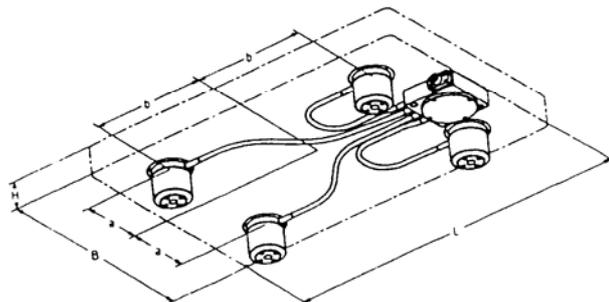


Fig. 4.36 - Caratteristiche della tavola dinamometrica

L'esemplare utilizzato per la campagna di prove sperimentali è quello con dimensioni 600x400x50, che presenta frequenze di risonanza ai 550 Hz.

### Amplificatori di carica

La funzione dell'amplificatore di carica è quella di dare in uscita il segnale amplificato.



Fig. 4.27 - Amplificatori di carica

Su ogni amplificatore vanno impostati due differenti parametri:

- Sensibilità del trasduttore (transducer sensitivity)
- Fattore di scala della tensione in uscita

La sensibilità dei trasduttori la si ottiene dai manuali in dotazione insieme alle attrezzature, e nel nostro caso è:

Amplificatore ASSE X	Amplificatore ASSE Y	Amplificatore ASSE Z
370 pC / N	370 pC / M.U.	380 pC / M.U.

Questa regolazione è possibile effettuarla attraverso la rotella presente nella parte bassa dell'amplificatore, come si vede in fig. 4.38.



Fig. 4.38 - Amplificatore di carica

La sensibilità in uscita dall'amplificatore è fissata a 20 N / V per ogni canale.

L'analizzatore utilizzato nell'acquisizione dei segnali è un "Ono Sokki DS2000".

Permette l'acquisizione e l'analisi dei dati su 4 canali con una conversione a 24 bit, e date le sue caratteristiche è utilizzato soprattutto nei campi di applicazione del suono e della vibrazione.

Per il suo funzionamento è necessario l'abbinamento con un Pc, sul quale viene installato il software in dotazione, che svolge il doppio ruolo della registrazione e dell'analisi dei dati (filtraggio, amplificazione, FFT).

Oltre che essere leggero e piccolo, questo tipo di stazione offre prestazioni e funzionalità eccellenti, e di conseguenza può essere usato facilmente per effettuare analisi altamente precise.

Condizioni di funzionamento	OS: Windows 98, ME, 2000, NT4.0 (SP5) o XP Collegamento con il pc: BUS del PCI, PCMCIA (bus della scheda)
Numero di scanalature	2 - 32
Terminale dell'input	BNC (con o senza rifornimento corrente costante)
Rifornimento corrente per i sensori	2 o 4 mA
Gamma di tensione in ingresso	dBv <sub>r</sub> -40 - 20 (ai punti 10-dB)
Gamma di frequenza	CC a 40kHz
Conversione ANALOGICO-DIGITALE	24 bit
Gamma dinamica	dB 100
Tensione del gruppo di alimentazione	100 - 240 VCA (usati con un adattatore di CA o un'unità del rifornimento di corrente alternata)
Assorbimento di corrente di energia	VA 15 - 80
Metodo di raffreddamento	Raffreddamento ad aria senza ventilatore (fino a 8 scanalature)
Temperatura di funzionamento	0 a +40°C
Dimensioni esterne	257mm (w) x 74 a 344mm (H) x 182mm (D)
Peso	2.5kg (2 - o una configurazione di 4 ch)

Fig. 4.39 specifiche tecniche

L'analizzatore permette di registrare in record di memoria i segnali acquisiti, tra i quali anche un formato gestibile dal linguaggio di programmazione MATLAB<sup>®</sup>.

### *Esecuzione delle prove e acquisizione*

Il fissaggio della tavola al basamento è avvenuto tramite il sistema di vuoto della macchina, per l'efficienza del quale è stato necessario posizionare sul contorno della tavola l'apposita guida isolante, fig. 4.40.

Per cercare di smorzare le vibrazioni che si trasmetterebbero dal basamento alla tavola durante la lavorazione, e che disturberebbero l'acquisizione del segnale, è stata posizionata tra le due un pezzo di pellicola di gomma dello spessore di qualche millimetro.



Fig. 4.40 Basamento, sistema pompa a vuoto, fissaggio pannello

Si è poi proceduto con il posizionamento dei prigionieri e delle staffe necessari per il fissaggio dei pannelli di MDF sulla tavola dinamometria.

I pannelli preparati per le prove hanno dimensioni 24x55x19.

Dato che il piano fattoriale va ripetuto tre volte, a differenti affondamenti radiali (100%, 50%, 25%), per comodità di esecuzione si è studiata la seguente sequenza: si esegue la prima passata in slot-mill, in maniera da creare la spalla sulla quale eseguire le altre due passate in up-mill, in maniera da creare la spalla sulla quale eseguire le altre due passate in up-mill con affondamento radiale del 50 e del 25% (fig. 4.41).

Questa particolare sequenza di esecuzione ha dato la possibilità di effettuare 4 differenti prove su ogni pannello, come si vede in fig. 4.42. Si è così riusciti a limitare il numero di pannelli in MDF necessari per l'esecuzione della campagna di prove sperimentali a cinque.

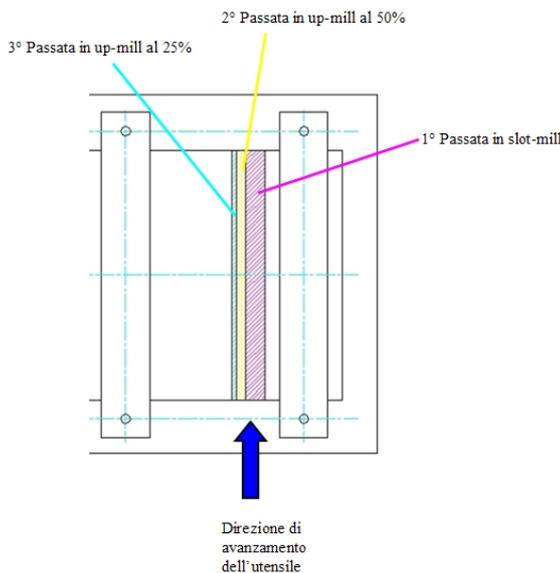


Fig. 4.41

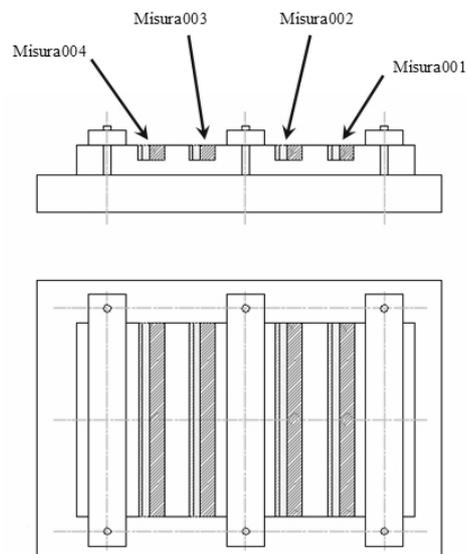


Fig. 4.42- Successione delle prove per il primo pannello

La sequenza delle tre passate eseguite in successione, che ha prodotto sul pannello l'asola visibile in fig. 4.43, è stata acquisita e registrata come un'unica, per poi essere divisa nel momento di salvare i file in formato leggibile dal linguaggio di

programmazione MATLAB<sup>®</sup>, ottenendo tre distinte prove: *misura001\_100*, *misura001\_50* e *misura001\_25*.



Fig.4.43 – Asola lasciata sul pannello dopo l'esecuzione della misura001

Oltre all'acquisizione degli sforzi di taglio con la tavola dinamometrica, si è predisposta anche l'acquisizione delle potenze assorbite dall'Inverter dell'elettromandrino, al fine di valutare la forza media sviluppata durante l'operazione di taglio.

Per fare questo è stato necessario collegare un PC portatile al software della macchina, che ha permesso l'acquisizione delle potenze assorbite ed il salvataggio dei file in formato leggibile da EXCEL<sup>®</sup>. In fig. 4.44 si può vedere l'oscilloscopio dell'Inverter al termine di un'acquisizione.

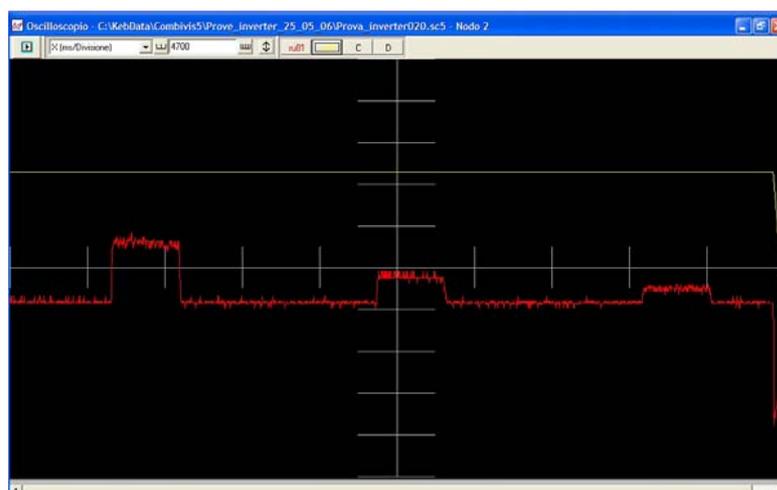


Fig. 4.44 – Oscilloscopio applicato all'Inverter dell'elettromandrino

La linea a gradini rossa identifica la potenza assorbita dall'elettromandrino, mentre la linea continua gialla ne identifica la frequenza in uscita che permette di verificare il numero di giri effettivo del mandrino.

Seguendo l'andamento della potenza assorbita, i tre gradini identificano gli istanti di lavorazione della macchina. Il primo si riferisce alla passata eseguita in slot-mill, il secondo a quella eseguita in up-mill con affondamento radiale del 50%, mentre l'ultima fa riferimento alla passata eseguita sempre in slot-mill ma con affondamento del 25%. Anche per i dati in arrivo dall'elettromandrino, la sequenza delle tre passate è stata acquisita come unico file per poi essere suddiviso nei tre corrispondenti del momento di cominciarne l'elaborazione.

### *Analisi dei dati*

Una volta terminate le prove sperimentali che hanno permesso l'acquisizione dei segnali dalla tavola dinamometrica, i dati sono stati esportati in ambiente di programmazione MATLAB® ed è cominciata l'analisi degli stessi.

Il primo passo è stato caricare i segnali acquisiti, e plottarli per vederne a video l'andamento nel tempo.

Il processo di importazione genera per ogni prova tre vettori di dati che identificano rispettivamente gli assi X, Y e Z, come è possibile vedere in fig. 4.45.

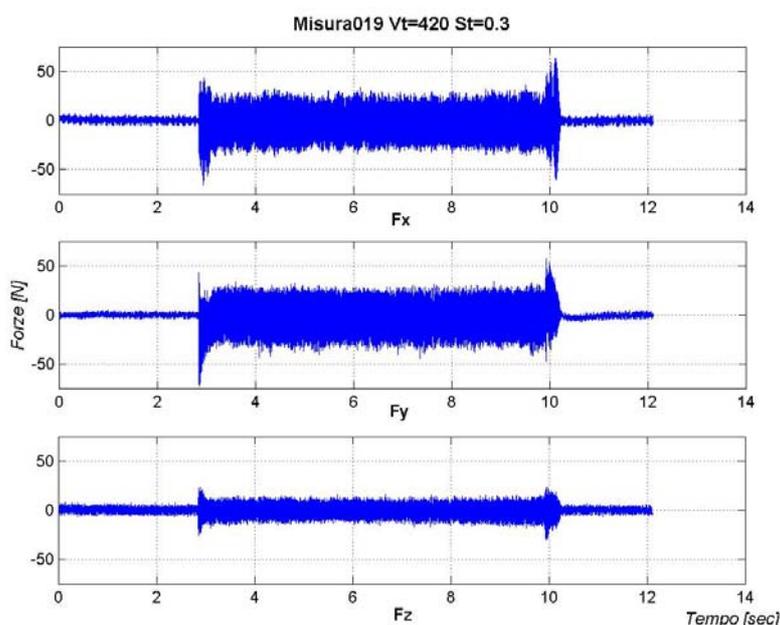


Fig. 4.45 - Andamento nel tempo degli sforzi di taglio relativi alla misura019

### *Il filtraggio del segnale*

Durante il processo di lavorazione le discontinuità presenti negli andamenti nel tempo delle forze di taglio eccitano il sistema misura/macchina a vibrare secondo le proprie

frequenze naturali. E' chiaro quindi che in fase di misurazione delle forze di taglio, ciò che viene acquisito in fase di campionamento dei segnali provenienti dai trasduttori contiene, oltre all'informazione cercata, anche una componente di rumore che si sovrappone nel segnale.

Al fine della analisi dei dati campionati, in direzione della determinazione delle forze di taglio, occorre eliminare la o le componenti di disturbo dal segnale acquisito.

Per effettuare ciò occorre operare una serie di opportuni filtraggi.

In figura 4.46 è possibile vedere la differenza tra un segnale non filtrato e uno filtrato relativa ad una delle acquisizioni effettuate.

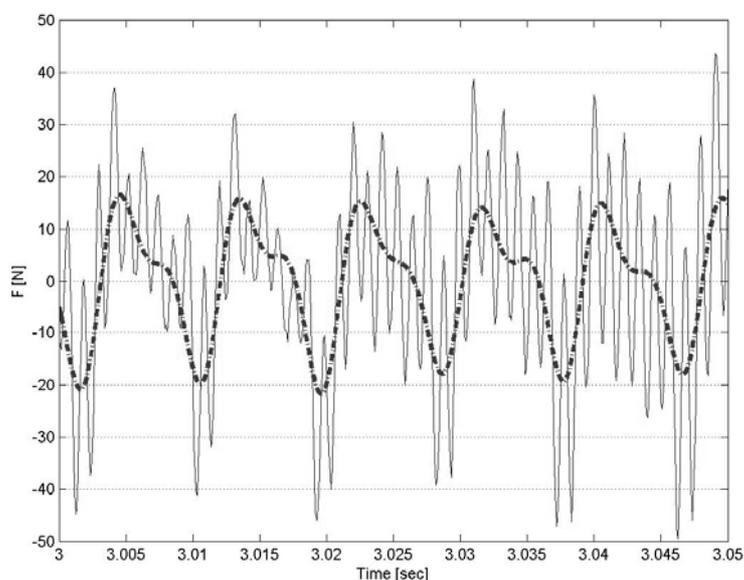


Fig. 4.46

*Confronto tra segnale non filtrato (linea sottile continua) e  
segnale filtrato (linea tratteggiata)*

Per ogni prova sono state importate le componenti dei segnali relative agli assi X e Y.

Dopo aver importato le componenti dei singoli segnali, si sono definiti vari tipi di filtri attraverso l'editor presente in MATLAB: *SPTool* (Fig. 4.47).

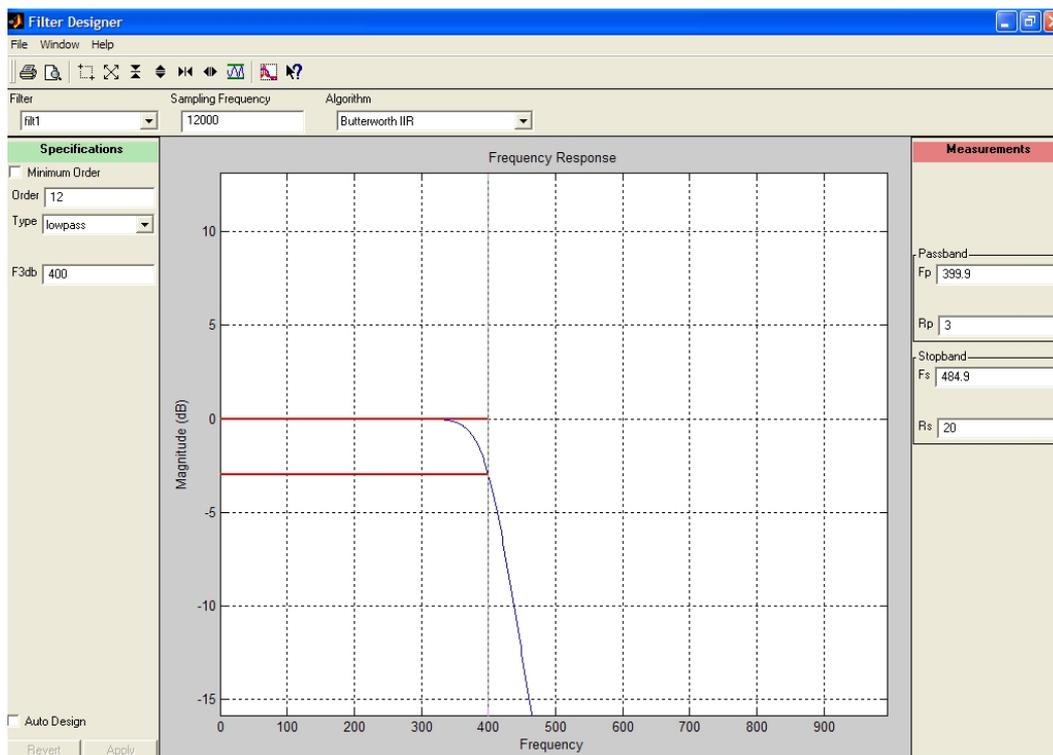


Fig. 4.47

*Finestra di dialogo di SPTool nella quale è possibile definire le caratteristiche dei filtri da applicare; nel caso contemplato dall'immagine si vede un filtro Butterworth tipo LOWPASS del 12° ordine a 400Hz*

Si è poi proceduto a filtrare i segnali, effettuando varie prove con differenti filtri e differenti frequenze di filtraggio, in maniera da escludere tutte le componenti dello spettro in frequenza presenti nella banda di segnale filtrato. Va detto che le prove di filtraggio sono state eseguite tutte con filtri tipo Butterworth regolati a differenti frequenze realizzando così una serie di filtri passa-basso e/o passa-alto

Dopo tutte le prove effettuate con i diversi tipi di filtri e di frequenze di filtraggio, i segnali acquisiti sono stati filtrati secondo lo schema di tabella 4.12.

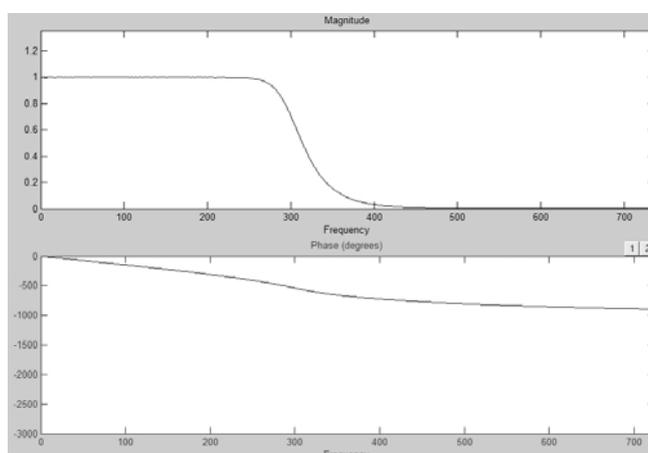
Poiché è noto che filtrando un segnale, il filtro induce uno sfasamento sullo stesso rispetto al segnale originario (nelle fig. 4.48, 4.49, 4.50 è possibile vedere per i filtri usati lo sfasamento e la magnitudo), durante l'applicazione dei filtri è stata usata la funzione "filtfilt" presente in MATLAB<sup>®</sup>, che permette tramite un passaggio doppio del segnale attraverso il filtro (prima in un senso, poi nel senso opposto) di azzerare lo sfasamento indotto.

Misure a $Vt = 420m / min$	Filtro Butterworth tipo LOWPASS del 12° ordine a	Filtro Butterworth tipo HIGHPASS del 6° ordine a
----------------------------	--	--

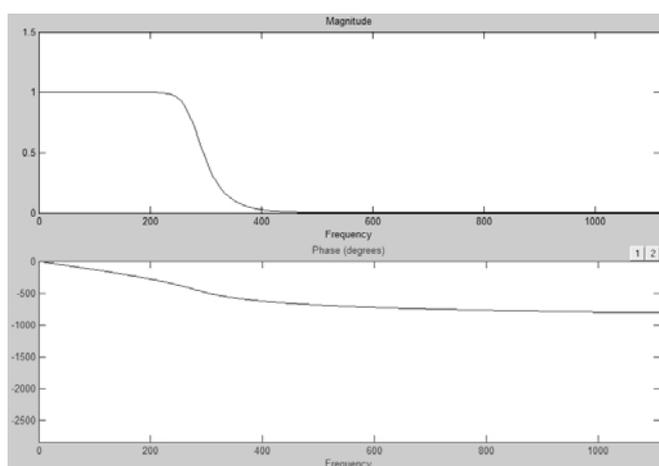
## Capitolo 4

	300Hz	60Hz
Misure a $V_t = 400m/min$	Filtro Butterworth tipo LOWPASS del 12° ordine a 300Hz	Filtro Butterworth tipo HIGHPASS del 6° ordine a 60Hz
Misure a $V_t = 380m/min$	Filtro Butterworth tipo LOWPASS del 10° ordine a 280Hz	Filtro Butterworth tipo HIGHPASS del 6° ordine a 60Hz
Misure a $V_t = 360m/min$	Filtro Butterworth tipo LOWPASS del 10° ordine a 280Hz	Filtro Butterworth tipo HIGHPASS del 6° ordine a 60Hz

*Tab. 4.12 – Filtri e frequenze di filtraggio utilizzate per l'analisi dei segnali*



*Fig. 4.48 - Filtro lowpass a 300Hz*



*Fig. 4.49 - Filtro lowpass a 280Hz*

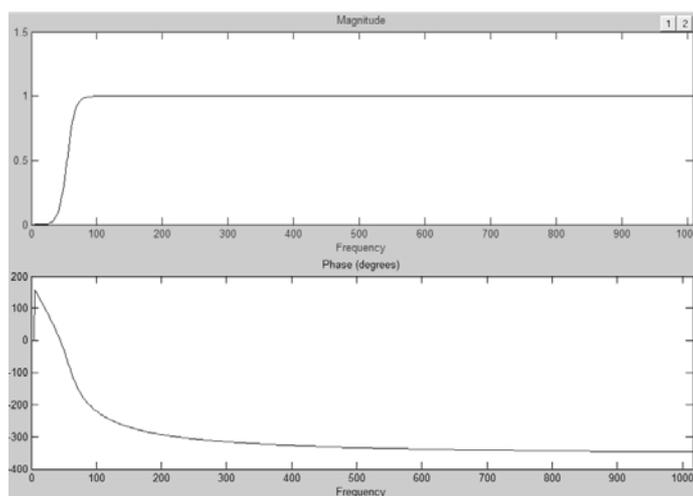


Fig. 4.50 - Filter Highpass a 60Hz

Da qui in poi per proseguire l'analisi dei dati verrà impiegato il codice del linguaggio di programmazione MATLAB<sup>®</sup>.

#### La FFT

Per ogni segnale si andrà a ricavare lo spettro nel dominio delle frequenze, mediante l'algoritmo matematico *FFT* (*Fast Fourier Transform*) presente in MATLAB<sup>®</sup>, per analizzare quali sono le componenti in frequenza del segnale.

Sarà logico avere dei picchi in corrispondenza alla frequenza di eccitazione del sistema e dei suoi multipli, più altri picchi dati ad esempio dalle componenti di disturbo e di risonanza. Se così non fosse sarebbe subito chiaro che nell'acquisizione dei segnali sono stati commessi degli errori.

#### Applicazione della FFT e scelta del finestraggio:

la funzione FFT presente in MATLAB<sup>®</sup> ed utilizzata per il calcolo dello spettro, è un algoritmo matematico sviluppato negli anni '60 per il calcolo veloce della Trasformata Discreta di Fourier. Si basa sul teorema di Fourier, che è lo strumento matematico che nello studio dei segnali ci consente di passare dall'analisi nel dominio del tempo a quella nel dominio delle frequenze, tramite l'omonima trasformata, dove ad essere studiato è lo spettro del segnale in funzione della frequenza.

La FFT lavora su un numero di punti pari ad una potenza di 2, ovvero  $2^k$ .

Quindi, operando su sequenze di lunghezza N finita, bisognerà selezionare una porzione di N campioni alla volta. Questa operazione è chiamata finestatura. Nella forma più semplice, la finestatura consiste nel moltiplicare la sequenza per una finestra

rettangolare di lunghezza  $N$ . Questo tipo di finestra può essere utilizzata nel caso di segnali transitori con durata finita (rientrano completamente nella finestra di osservazione), e nel caso di segnali periodici, prendendo con la finestra un numero esatto di periodi. La finestra di tipo rettangolare può essere applicata soltanto a queste due classi di segnali. Ciò dipende da come va a lavorare la FFT. Infatti, la FFT lavora su porzioni del segnale in ingresso ed è basata sull'assunto che tale segnale sia ripetuto nel tempo. Pertanto essa non opera sul segnale originario, bensì su di un segnale periodico "fittizio" ricavato a partire dal segnale originario.

Per eliminare questo tipo di problemi si ricorre all'uso di finestre diverse da quella di tipo rettangolare. In particolare si usano finestre che pesano i campioni del segnale in maniera particolare. Poiché i problemi sono localizzati agli estremi della finestra di osservazione, laddove il segnale subisce delle brusche discontinuità, è necessario intervenire ad attenuare i campioni che ricadono in queste zone. Bisogna prendere una maschera che permetta alla FFT di ignorare ciò che accade agli estremi della finestra.

Per questo motivo la finestra che si usa più comunemente nell'analisi dei segnali periodici è quella di Hanning (Fig. 4.51).

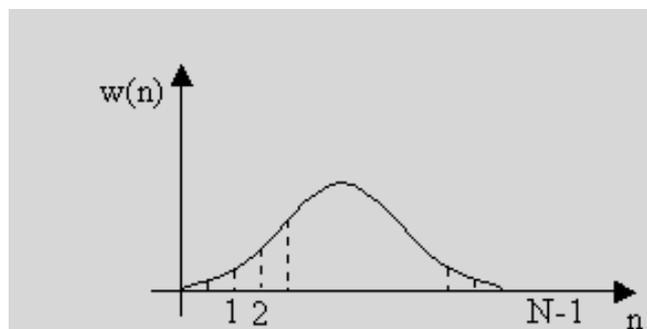


Fig. 4.51 - Finestra Hanning

I singoli campioni che vengono moltiplicati con le finestre Hanning, rimarranno quindi invariati al centro mentre agli estremi saranno portati a zero; in questa maniera lo spettro del segnale finestrato tende ad assomigliare di più a quello teorico. C'è però un problema: si nota che i campioni in prossimità delle estremità, non vengono pesati tanto quanto quelli al centro, infatti ad ogni inizio e fine blocco di  $N$  campioni, i campioni stessi vengono portati a zero quindi mi ritrovo con un segnale a cui non riesco a dare il giusto peso in ogni sua parte; in questo modo mi ritrovo con un segnale che non è del tutto equivalente a quello in ingresso. Per non falsare l'analisi è necessario allora traslare tutte le finestre successive alla prima in modo tale da produrre una

sovrapposizione tra le finestre stesse. Così facendo posso dare il giusto peso anche a quei campioni che in precedenza senza sovrapposizione erano stati sottostimati. Per la finestra Hanning la sovrapposizione ideale è del 50%, cioè devo ripetere una finestra ogni  $N/2$  campioni (fig. 4.52). Questo valore dello shift è l'unico infatti che garantisce l'equivalenza energetica tra segnale originario e pesato.

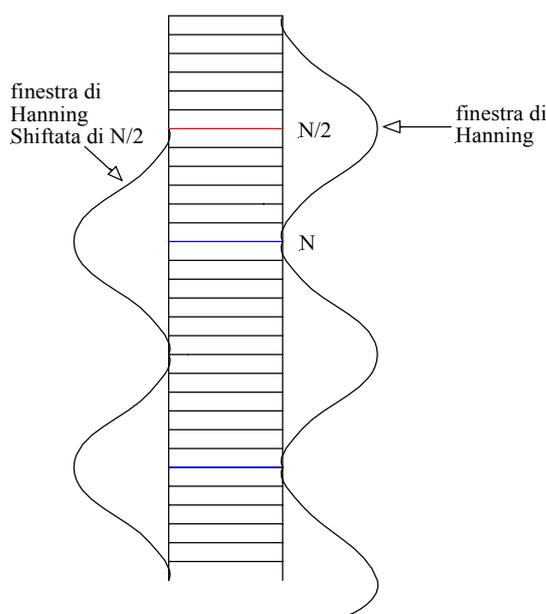


Fig. 4.52

*Sovrapposizione delle finestre; si vede come le finestre successive shiftate di  $N/2$  fanno sì che si vada a prendere lo stesso peso del segnale anche dove, con la finestra precedente, avevamo considerato un valore nullo (bordi della finestra hanning).*

Scelto l'intervallo di campionamento all'interno della durata totale di acquisizione della prova, la FFT viene fatta su un numero di punti pari a  $2^{10}$ , cioè 1024 campioni, mentre il finestraggio è effettuato con finestre Hanning shiftate di  $\frac{N}{2}$ , cioè 512 punti.

Per la *misura016* lo spettro nel dominio delle frequenze è visibile in fig. 4.53 .

Dalla figura si notano dei picchi in corrispondenza dei 110 e 220Hz; essendo per questa prova la frequenza di eccitazione del sistema pari a 111,41Hz, possiamo affermare che siamo in grado di individuare nel segnale le componenti caratteristiche del taglio.

## Capitolo 4

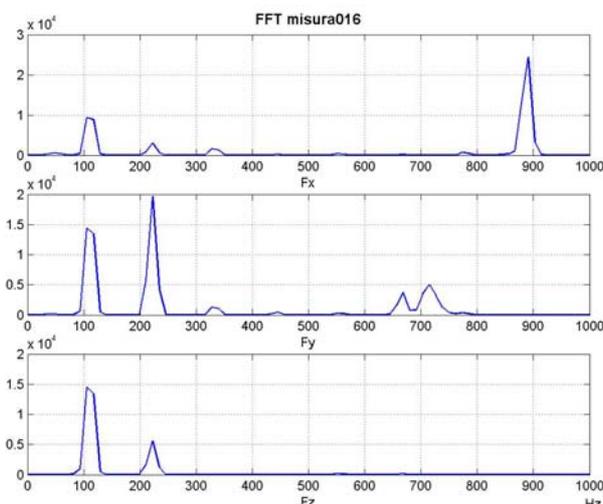


Fig. 4.53 - Spettro delle frequenze del segnale "misura016"

I picchi presenti per la componente X in corrispondenza dei 900Hz e per la componente Y in corrispondenza dei 700Hz sono da ricondurre alla frequenza di risonanza della tavola dinamometrica. Infatti, anche se dalle tabelle in dotazione con la tavola vengono individuate ai 550Hz, prove fatte con un accelerometro hanno permesso di constatare che per l'asse X si ha risonanza intorno agli 800-900Hz, mentre per l'asse Y intorno agli 700-800Hz.

Andando poi a calcolare la FFT del segnale una volta filtrato, è possibile vedere come sia stato possibile con il filtraggio eliminare tutte le componenti di disturbo, riuscendo ad isolare nel segnale solo le prime due componenti proprie della frequenza di eccitazione del sistema (fig. 4.54).

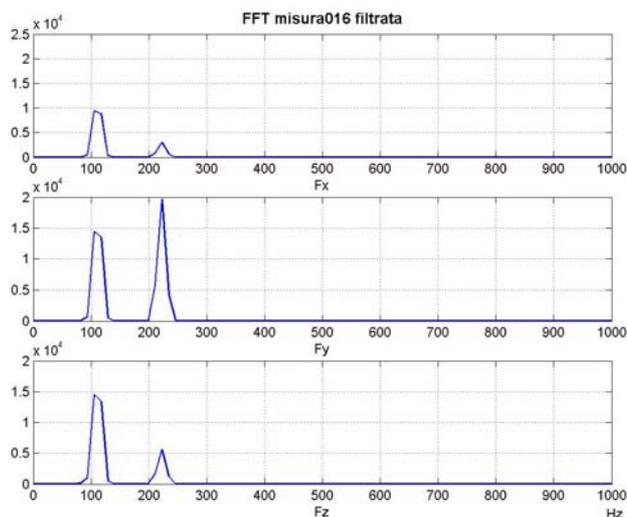


Fig. 4.54 - Spettro delle frequenze del segnale filtrato "misura016"

*Calcolo delle forze medie*

Il passo successivo nell'analisi dei segnali è quello di calcolare le forze medie sul giro sviluppate, per ogni singola prova, durante la lavorazione. Per migliorarne l'affidabilità le forze medie vengono calcolate su tre ripetizioni prese in tre differenti momenti all'interno della durata complessiva dell'acquisizione. Un valore viene preso all'inizio, uno al centro e uno alla fine, e mediando questi tre si otterrà il valore di riferimento della forza media.

In fig. 4.55 è possibile vedere una finestra comprendente una rivoluzione completa dell'utensile per la componente  $F_x$  della *misura016*.

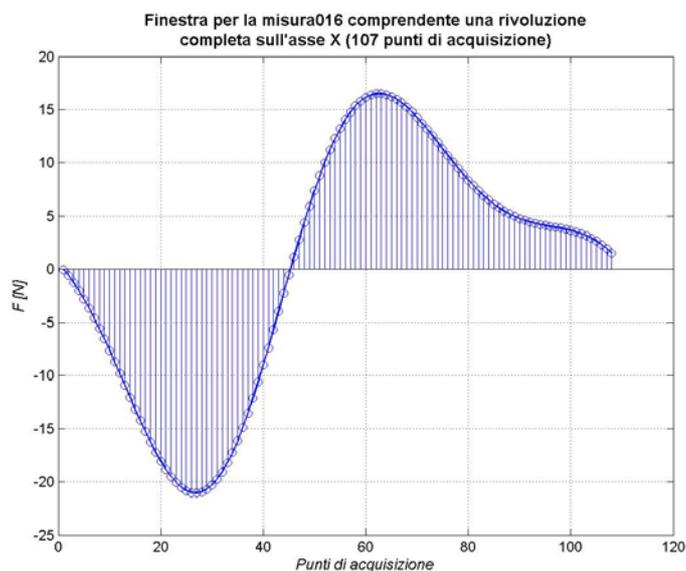


Fig. 4.55 – Finestra di una rivoluzione completa sull'asse X della misura016

Nel caso in esame ogni rivoluzione completa è individuata da 107 campioni, dato che è ottenuto dividendo il tempo necessario ad effettuare una rivoluzione completa, con l'intervallo di campionamento (tempo intercorrente tra due misurazioni successive).

In funzione della prova analizzata questo valore varierà essendo funzione del numero di giri .

Naturalmente il calcolo delle forze medie andrà effettuato sia per la componente  $F_x$  che per la  $F_y$  .

Per automatizzare e velocizzare la procedura di analisi, le sequenze di calcolo sono state implementate in routine sviluppate in MATLAB® .

*Calcolo delle retta di regressione delle forze medie*

Eseguito il calcolo delle forze medie per tutte le prove, è necessario scindere questi valori in due componenti, definite forze medie di taglio e di bordo, che serviranno in seguito per calcolare i coefficienti  $K$ .

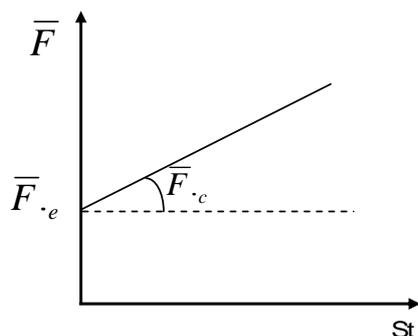


Fig. 4.56 – Andamento lineare delle forze medie in funzione dell'avanzamento per dente  $S_t$

Il calcolo delle due componenti è eseguito tramite una retta di regressione ai minimi quadrati in funzione dell'avanzamento per dente, prendendo i valori delle forze medie relative alla medesima velocità di taglio  $V_t$ .

Si deve minimizzare la funzione:

$$\rho : \mathfrak{R}^2 \longrightarrow \mathfrak{R}$$

$$\rho(a, b) = \sum_{i=1}^m r_i^2 = \sum_{i=1}^m (y_i - (bx_i + a))^2 = \sum_{i=1}^m y_i^2 + (bx_i + a)^2 - 2(bx_i + a)y_i$$

$\rho$  è minima nei punti a e b tali che:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial a} = 0 \end{cases}$$

Sviluppando le derivate si ha:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial b} = \sum_{i=1}^m 2bx_i^2 - 2x_i y_i + 2x_i a = 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial a} = \sum_{i=1}^m 2a + 2bx_i - 2y_i = 0 \end{cases}$$

da cui

$$\begin{cases} b \sum_{i=1}^m x_i^2 + a \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m x_i y_i \\ a \sum_{i=1}^m 1 + b \sum_{i=1}^m x_i = \sum_{i=1}^m y_i \end{cases}$$

Ponendo

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^m x_i^2 \quad S_x = \sum_{i=1}^m x_i \quad S_{xy} = \sum_{i=1}^m x_i y_i \quad S_y = \sum_{i=1}^m y_i$$

si ha

$$\begin{cases} S_{xx} b + S_x a = S_{xy} \\ S_x b + m a = S_y \end{cases}$$

e risolvendo le equazioni si ottiene:

$$\begin{cases} b = \frac{1}{d} (S_x S_y - m S_{xy}) \\ a = \frac{1}{d} (S_x S_{xy} - S_{xx} S_y) \end{cases}$$

dove

$$d = S_x^2 - m S_{xx}$$

Nel caso in cui in corrispondenza della stessa ascissa  $x_i$ , si ripeta la misura  $k$  volte per migliorarne l'affidabilità, nelle formule precedenti per calcolare i coefficienti della funzione approssimante, in corrispondenza dell'ascissa  $x_i$ , al posto del valore  $y_i$  si usa

la media  $\bar{y}_i$  delle  $k$  misure effettuate:  $\bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^k y_i}{k}$

Anche per il calcolo della retta di regressione la procedura è stata implementata in MATLAB<sup>®</sup> per rendere automatica la fase di calcolo.

### Calcolo dei coefficienti K

La procedura per la stima dei coefficienti K necessari al calcolo dell'andamento delle forze per il modello di Taglio considerato, è secondo [38] la seguente.

## Capitolo 4

Sono necessarie una serie di prove sperimentali di lavorazione, da eseguire in fresatura con fresa a codolo, con affondamento radiale del 100% (slot-mill), utilizzando sempre la stessa geometria di utensile e lo stesso materiale da lavorare. Tali prove vengono effettuate per diversi livelli della velocità di avanzamento per dente  $St$  (feed per tooth) e della velocità di taglio  $Vt$  (cutting speed). I coefficienti così determinati risulteranno validi solo per le particolari geometrie dell'utensile e di materiali per i quali sono state effettuate le prove.

Basandoci sulla modellazione presentata all'inizio del capitolo 4, dovremo integrare le equazioni che descrivono le forze differenziali che si sviluppano in un punto del tagliente.

$$\begin{cases} dF_t = K_{te} dS + K_{tc} h(\phi, k) db \\ dF_r = K_{re} dS + K_{rc} h(\phi, k) db \\ dF_a = K_{ae} dS + K_{ac} h(\phi, k) db \end{cases}$$

lungo l'asse dell'utensile e lungo le porzioni di taglienti in presa, ottenendo:

$$\begin{cases} F_{x_j}(\vartheta) = \frac{R}{\tan i} \left[ K_{te} \sin \vartheta(z) - K_{re} \cos \vartheta(z) + \frac{S_t}{4} (K_{rc} (2\vartheta(z) - \sin 2\vartheta(z)) - K_{tc} \cos 2\vartheta(z)) \right]_{z_{j,1}(\vartheta)}^{z_{j,2}(\vartheta)} \\ F_{y_j}(\vartheta) = \frac{R}{\tan i} \left[ K_{re} \sin \vartheta(z) - K_{te} \cos \vartheta(z) + \frac{S_t}{4} (K_{tc} (2\vartheta(z) - \sin 2\vartheta(z)) - K_{rc} \cos 2\vartheta(z)) \right]_{z_{j,1}(\vartheta)}^{z_{j,2}(\vartheta)} \\ F_{z_j}(\vartheta) = \frac{R}{\tan i} [K_{ae} \vartheta(z) - S_t K_{ac} \cos \vartheta(z)]_{z_{j,1}(\vartheta)}^{z_{j,2}(\vartheta)} \end{cases}$$

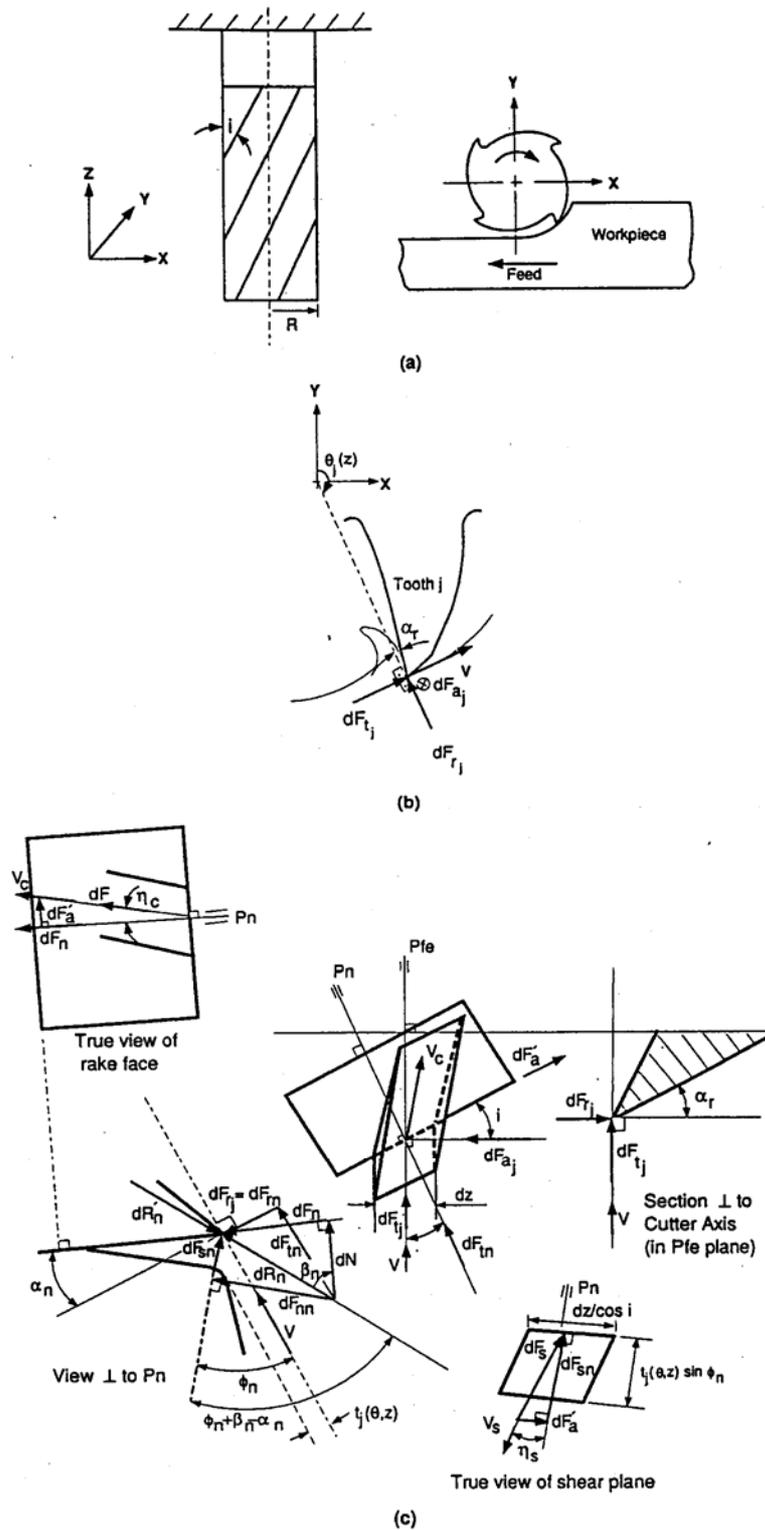


Fig. 4.57

dove:

$F_{x_j}, F_{y_j}, F_{z_j}$  = forze di fresatura lungo  $x$   $y$  e  $z$  per il tagliente  $j$ -esimo

$i$  = angolo d'elica o di inclinazione del tagliente

$R$  = raggio dell'utensile

## Capitolo 4

$K_{tc}, K_{rc}, K_{ac} = \text{coeff. di taglio}$

$K_{te}, K_{re}, K_{ae} = \text{coeff. di bordo}$

$\vartheta = \text{angolo di immersione radiale del tagliente (è la rotazione angolare del tagliente a quota } z)$

$z_{j,1}(\vartheta) = \text{limite inferiore per l'immersione assiale}$

$z_{j,2}(\vartheta) = \text{limite superiore per l'immersione assiale}$

Sommando i contributi di tutti i taglienti si ottengono poi le componenti delle forze totali istantanee

$$\begin{cases} F_x(\vartheta) = \sum_{j=0}^{N-1} F_{x_j}(\vartheta) \\ F_y(\vartheta) = \sum_{j=0}^{N-1} F_{y_j}(\vartheta) \\ F_z(\vartheta) = \sum_{j=0}^{N-1} F_{z_j}(\vartheta) \end{cases}$$

Le forze medie per periodo  $\overline{F_x}$ ,  $\overline{F_y}$  e  $\overline{F_z}$  sono infine determinate integrando, per una rotazione completa dell'utensile, le equazioni su riportate ottenendo:

$$\begin{cases} \overline{F_x} = -K_{te}S + K_{re}T - \frac{S_t}{4}(-K_{tc}P + K_{rc}Q) \\ \overline{F_y} = -K_{te}T - K_{re}S + \frac{S_t}{4}(K_{tc}Q + K_{rc}P) \\ \overline{F_z} = -\frac{aN}{2\pi}K_{ae}(\vartheta_{ex} - \vartheta_{st}) + S_tK_{ac}T \end{cases}$$

con le costanti  $P$ ,  $Q$ ,  $S$ ,  $T$  date dalle equazioni seguenti. Questi valori rimangono costanti per tutta la durata dell'esperimento.

$$\begin{aligned} P &= \frac{aN}{2\pi} [\cos 2\vartheta]_{\vartheta_{st}}^{\vartheta_{ex}} & Q &= \frac{aN}{2\pi} [2\vartheta - \sin 2\vartheta]_{\vartheta_{st}}^{\vartheta_{ex}} \\ S &= \frac{aN}{2\pi} [\sin \vartheta]_{\vartheta_{st}}^{\vartheta_{ex}} & T &= \frac{aN}{2\pi} [\cos \vartheta]_{\vartheta_{st}}^{\vartheta_{ex}} \end{aligned}$$

dove:

$\vartheta_{st} = \text{angolo di ingresso all'ingaggio}$

$\vartheta_{ex} = \text{angolo di uscita dall'ingaggio}$

$a =$  immersione assiale

Le prove di fresatura devono essere condotte a diversi avanzamenti, mantenendo costante l'immersione radiale e l'immersione assiale, con modalità slot-mill.

I parametri P, Q, S, T sono costanti durante la lavorazione, quindi le forze di taglio medie possono esprimersi come relazioni lineari dell'avanzamento per dente  $S_t$ , più una componente di offset dovuta alla componente di bordo.

Possiamo quindi scrivere:

$$\begin{cases} \overline{F_x} = \overline{F_{xe}} + s_t \overline{F_{xc}} \\ \overline{F_y} = \overline{F_{ye}} + s_t \overline{F_{yc}} \\ \overline{F_z} = \overline{F_{ze}} + s_t \overline{F_{zc}} \end{cases}$$

Le forze medie saranno misurate per diversi valori dell'avanzamento per dente, e le componenti di bordo  $\overline{F_{xe}}, \overline{F_{ye}}, \overline{F_{ze}}$ , saranno stimate tramite regressione lineare dei dati.

A questo punto i coefficienti K vengono trovati dall'uguaglianza delle equazioni su esposte, ottenendo:

$$K_{tc} = 4 \frac{\overline{F_{xc}} P + \overline{F_{yc}} Q}{P^2 + Q^2}$$

$$K_{rc} = \frac{K_{tc} P - 4 \overline{F_{xc}}}{Q}$$

$$K_{ac} = \frac{\overline{F_{zc}}}{T}$$

$$K_{te} = - \frac{\overline{F_{xe}} S + \overline{F_{ye}} T}{S^2 + T^2}$$

$$K_{re} = \frac{K_{te} S + \overline{F_{xe}}}{T}$$

$$K_{ae} = - \frac{2\pi}{aN} \frac{\overline{F_{ze}}}{(\phi_{ex} - \phi_{st})}$$

La procedura di calcolo sarà ripetuta per ogni geometria dell'utensile, in quanto i coefficienti K non possono essere predetti a priori per ogni nuova geometria utilizzata.

Va ricordato ancora che, poiché questo metodo di calcolo non necessita della definizione dei parametri che caratterizzano i materiali e di alcuni parametri geometrici dell'utensile, i coefficienti determinati valgono solo per le strette condizioni di esecuzione delle prove.

## 4.5 Simulazioni e confronti, risultati progetto dell'esperimento

Una volta ricavati i valori sperimentali dei K è possibile plottare l'andamento simulato degli sforzi di taglio per le prove prese in considerazione (in Fig. 4.58 è possibile vedere l'andamento simulato per la *misura016*).

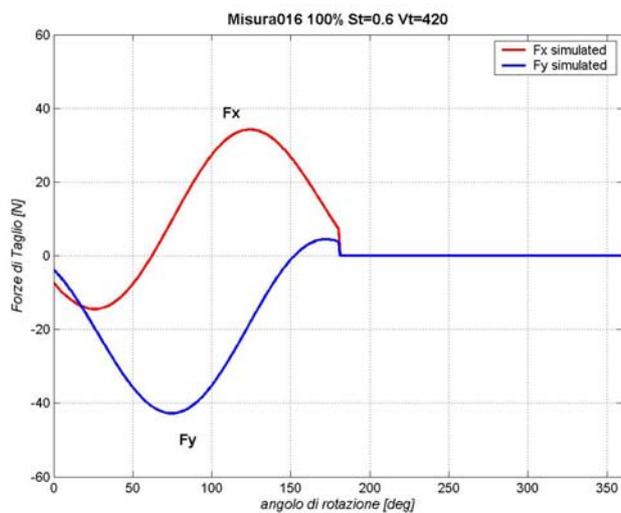


Fig. 4.58 - Andamento simulato degli sforzi di taglio per la *misura016*

Sarà poi possibile avere un confronto diretto tra l'andamento simulato e quello sperimentale plottando, per ogni prova, i due andamenti sovrapposti. In fig. 4.59 è visibile il confronto per la *misura016*.

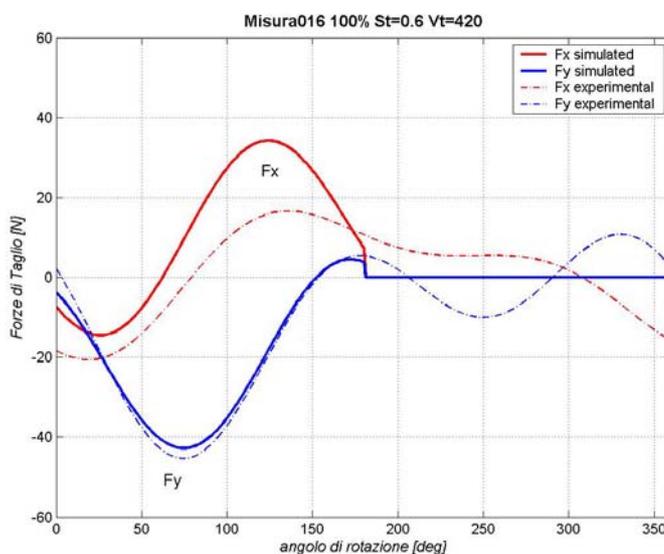


Fig. 4.59 - Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la misura016

Il risultato conclusivo dell'analisi dei dati è l'aver ottenuto i coefficienti K.

Per le diverse prove si hanno i seguenti valori:

Coefficienti del Modello di Altintas	Vt = 420 [m/min]	Vt = 400 [m/min]	Vt = 380 [m/min]
	Ktc = 5,7002	Ktc = 6.0442	Ktc = 3.9425
	Krc = -3,0374	Krc = -2.2866	Krc = -1.8781
	Kac = 0	Kac = 0	Kac = 0
	Kte = 0,7807	Kte = 0.4609	Kte = 0.4367
	Kre = -0,3995	Kre = -0.5463	Kre = -0.5574
	Kae = 0	Kae = 0	Kae = 0

Tab. 4.13 – Valori sperimentali dei K per le prove effettuate

*Simulazioni con il modello di Altintas e validazione del modello*

L'ultimo passo da compiere è la validazione del modello di Altintas.

Innanzitutto bisogna verificare di non aver commesso errori nell'implementazione del modello nel linguaggio di programmazione MATLAB®. Per fare questo, si confronta l'andamento degli sforzi ottenuto con i programmi da noi implementati per le prove presentate in [45] da Altintas (fig. 4.60 ÷ 4.63), con gli andamenti simulati ottenuti dallo stesso (fig. 4.61 ÷ 4.64).

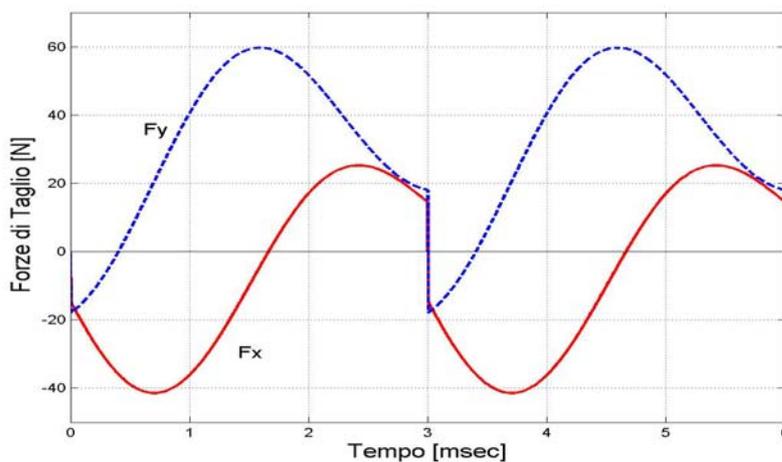


Fig. 4.61

Andamento simulato ottenuto con i programmi implementati in MATLAB

(i K utilizzati sono ottenuti da test di taglio ortogonale)

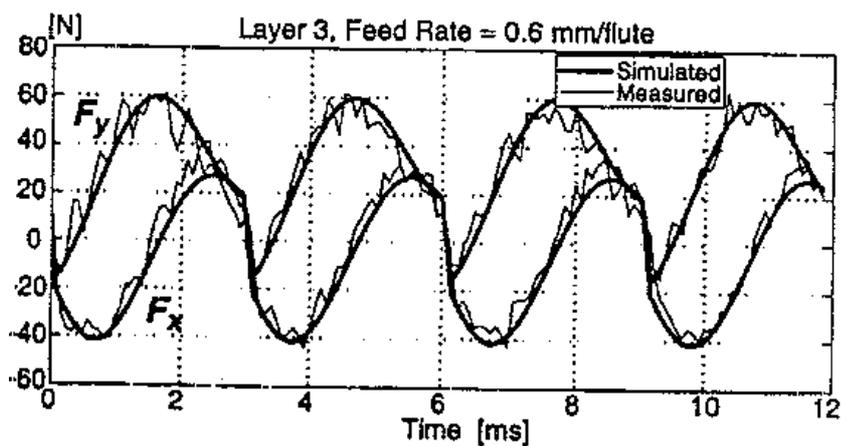


Fig. 4.62

Andamento delle componenti  $F_x$  ed  $F_y$  delle forze di taglio presentate in [45]

ed eseguite utilizzando  $K$  ottenuti da test di taglio ortogonale

(fresa cilindrica, affondamento assiale di 3mm, affondamento radiale del 100% (Slot-mill),

avanzamento per dente  $S_f = 0.3\text{mm/dente}$

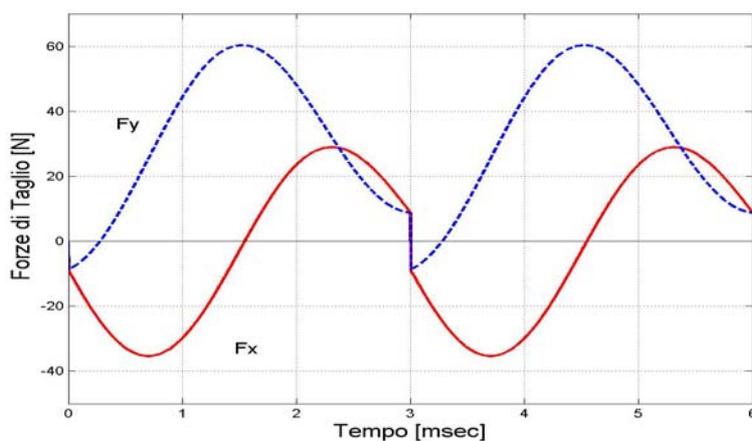


Fig. 4.63

Andamento simulato ottenuto con i programmi implementati in MATLAB

(i  $K$  utilizzati sono ricavati da test di fresatura periferica)

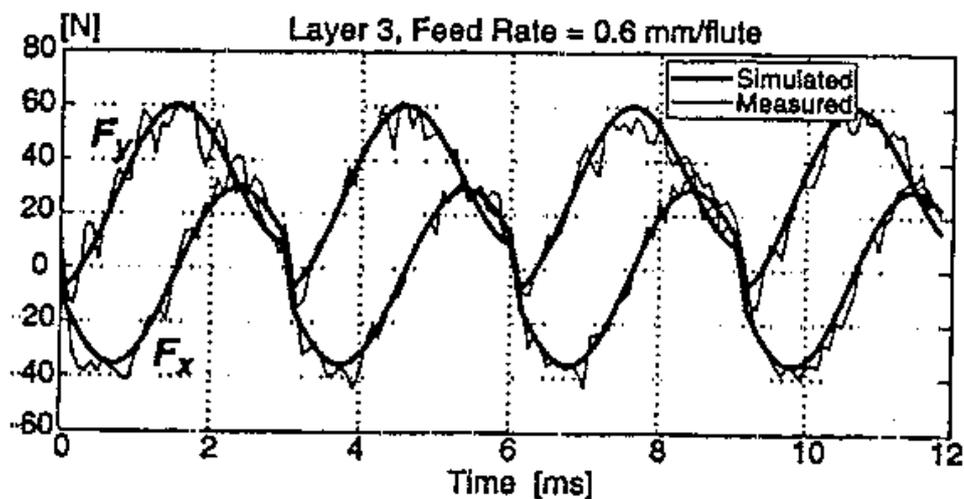


Fig. 4.64

*Andamento delle componenti  $F_x$  ed  $F_y$  delle forze di taglio presentate in [10]  
 ed eseguite utilizzando  $K$  ottenuti da test di fresatura periferica  
 (fresa cilindrica, affondamento assiale di 3mm, affondamento radiale del 100% (Slot-mill),  
 avanzamento per dente  $S_f = 0.3\text{mm/dente}$*

Confrontando le due immagini si riscontra una ottima corrispondenza tra il segnale simulato ottenuto con i programmi da noi implementati in MATLAB® e l'andamento simulato ottenuto da Altintas. Questa prova dimostra che non sono stati commessi errori nell'implementazione e le simulazioni che andremo a compiere risulteranno attendibili.

A questo punto non risulta che fare un confronto tra l'andamento degli sforzi di taglio acquisiti durante le prove sperimentali e l'andamento simulato ottenuto per le stesse prove sulla base dei coefficienti  $K$  calcolati sperimentalmente (tab. 4.13).

Nelle seguenti figure è possibile vedere diversi esempi che si riferiscono a prove effettuate in condizioni di taglio differenti.

## Capitolo 4

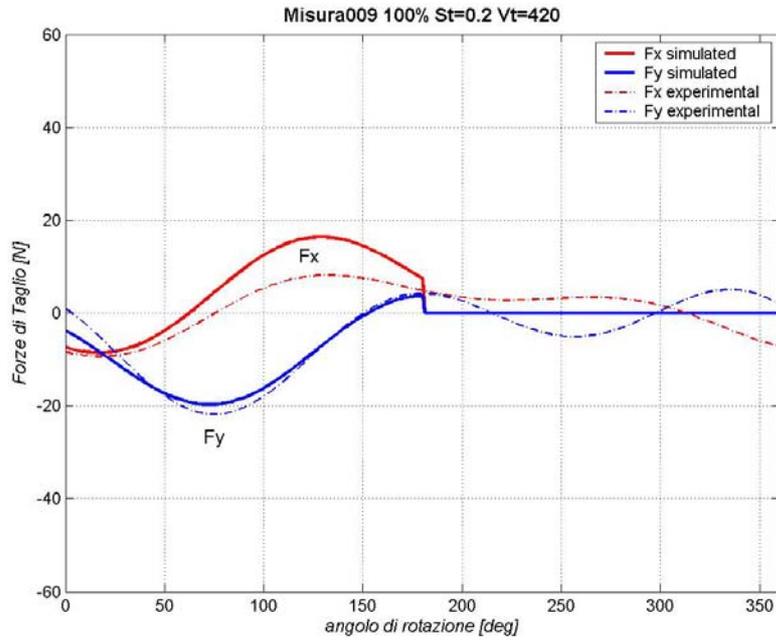


Fig. 4.65

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura009”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.3\text{mm/dente}$  e  $V_t = 420\text{m/min}$

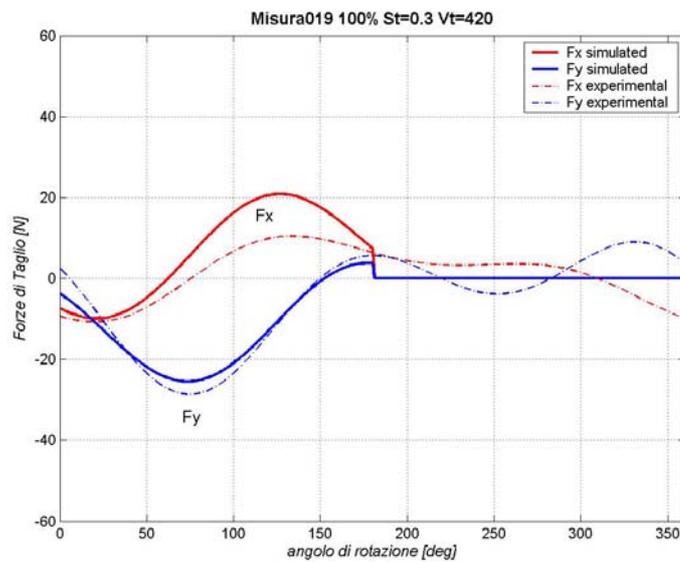


Fig. 4.66

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura019”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.3\text{mm/dente}$  e  $V_t = 420\text{m/min}$

## Capitolo 4

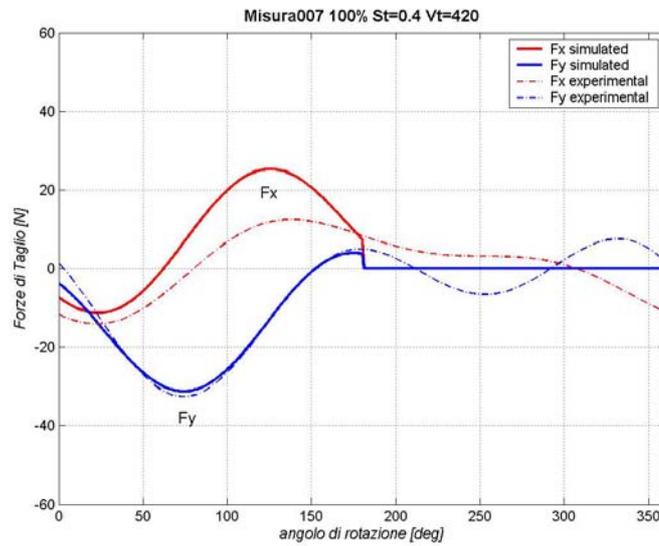


Fig. 4.67

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura007”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.4\text{mm/dente}$  e  $V_t = 420\text{m/min}$

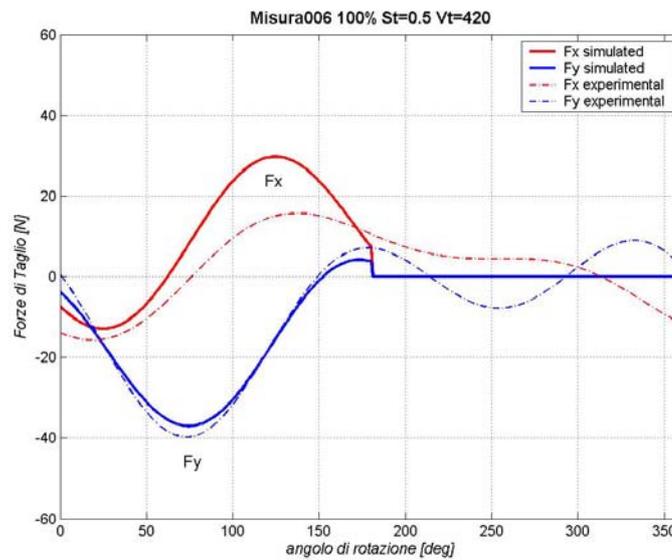


Fig. 4.68

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura006”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.5\text{mm/dente}$  e  $V_t = 420\text{m/min}$

## Capitolo 4

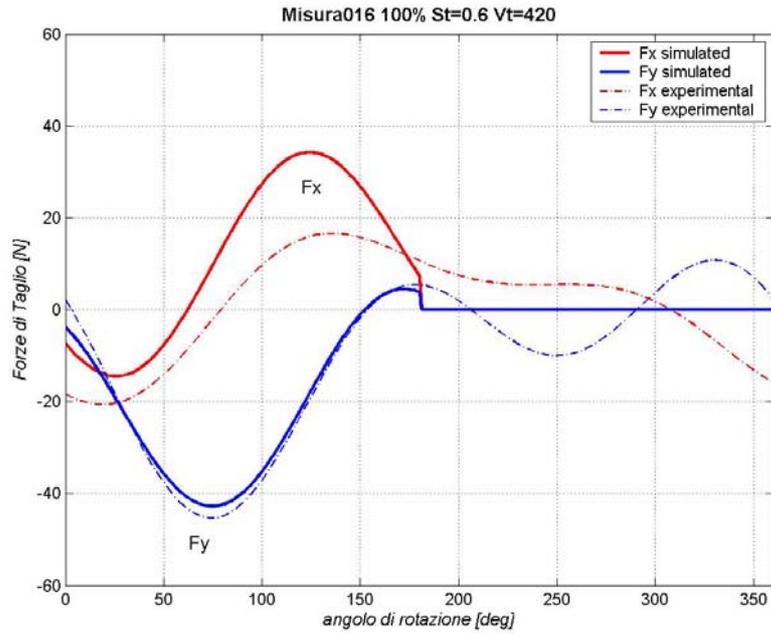


Fig. 4.69

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura016”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.6\text{mm/dente}$  e  $V_t = 420\text{m/min}$

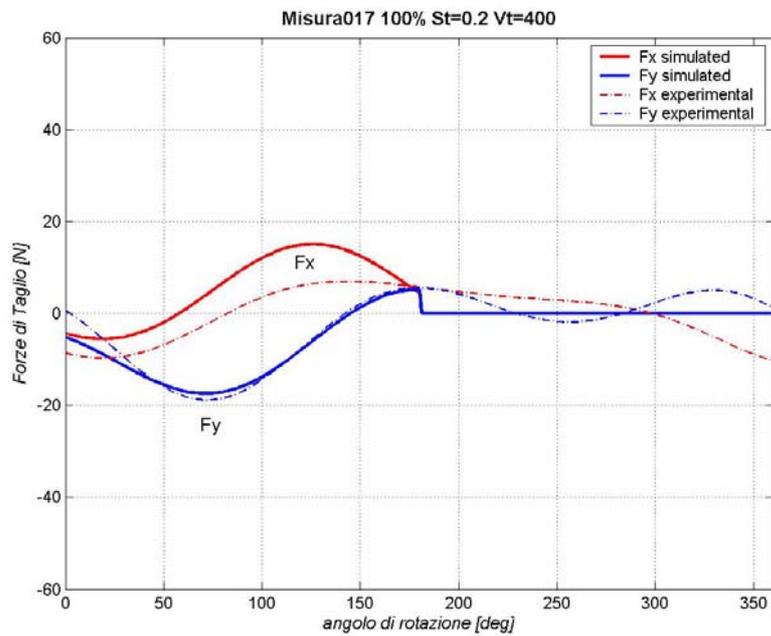


Fig. 4.70

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura017”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.2\text{mm/dente}$  e  $V_t = 400\text{m/min}$

## Capitolo 4

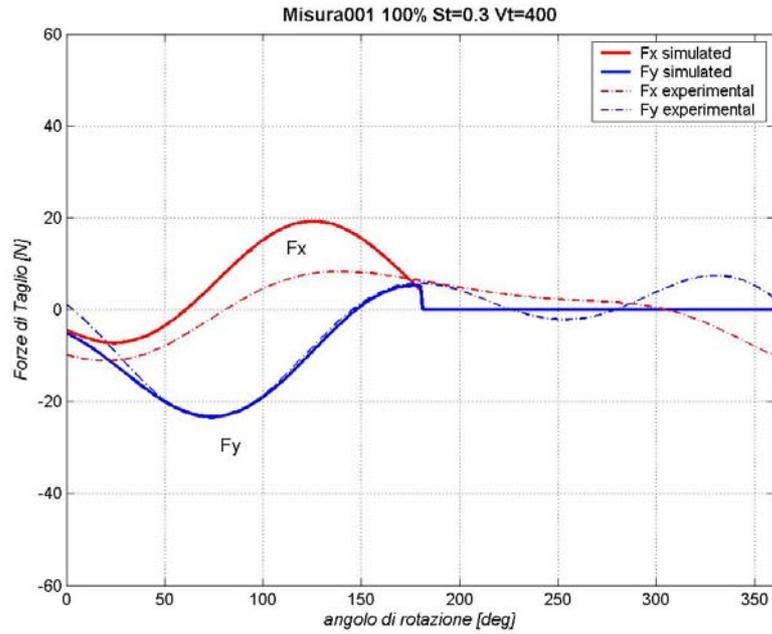


Fig. 4.71

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura001”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.3$  mm / dente e  $V_t = 400$  m / min

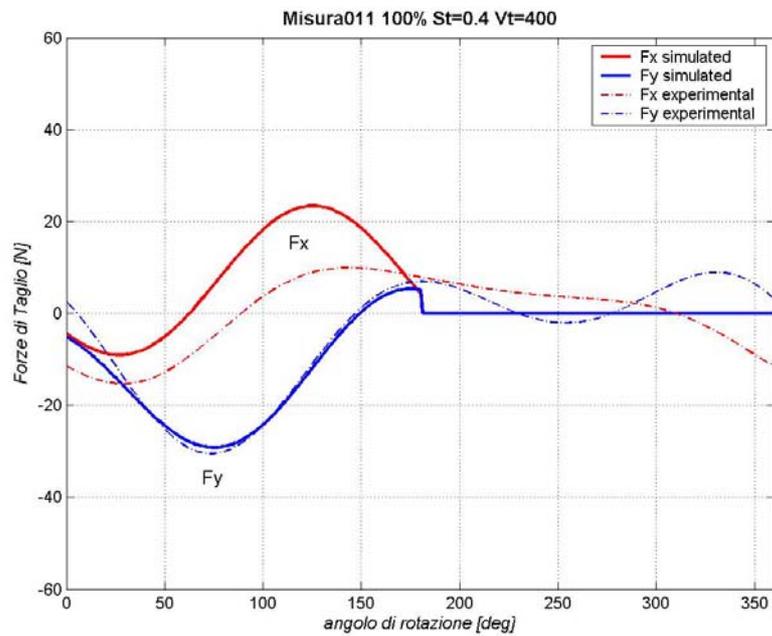


Fig. 4.72

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura011”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.4$  mm / dente e  $V_t = 400$  m / min

## Capitolo 4

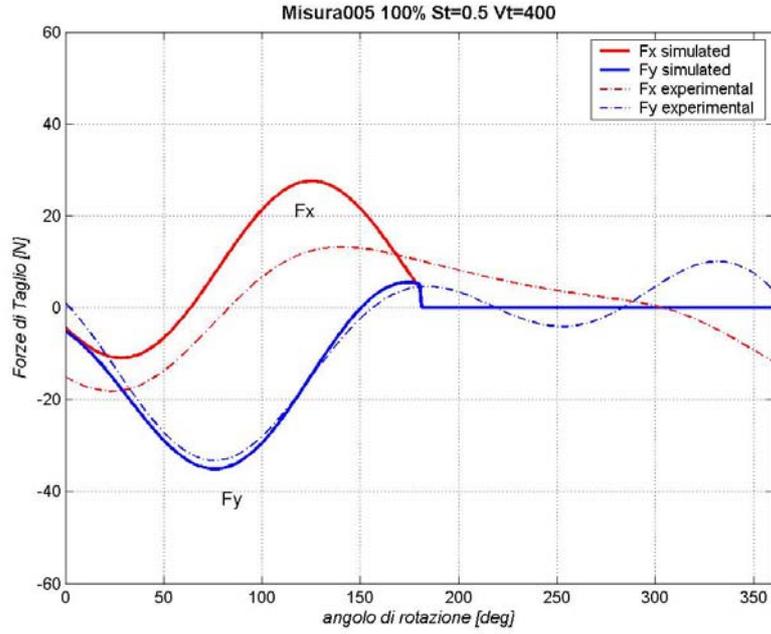


Fig. 4.63

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura005”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.5\text{mm/dente}$  e  $V_t = 400\text{m/min}$

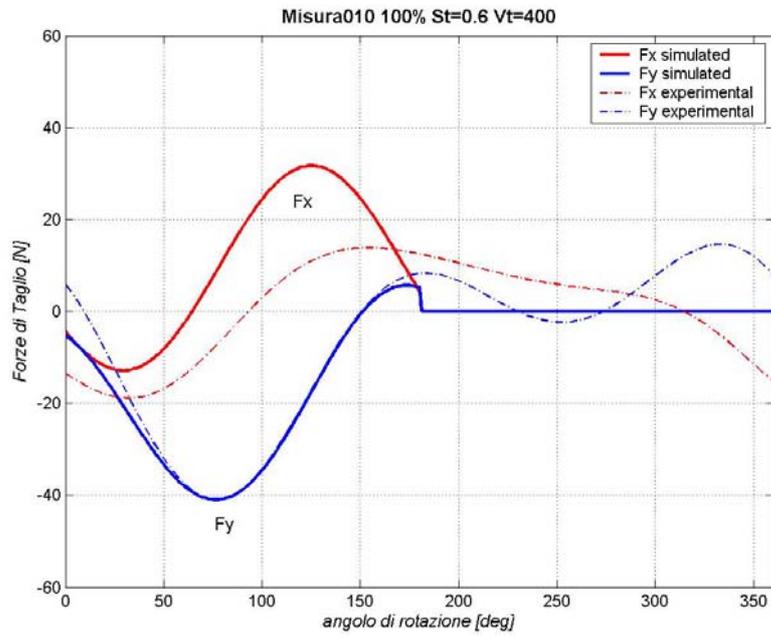


Fig. 4.74

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura010”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.6\text{mm/dente}$  e  $V_t = 400\text{m/min}$

## Capitolo 4

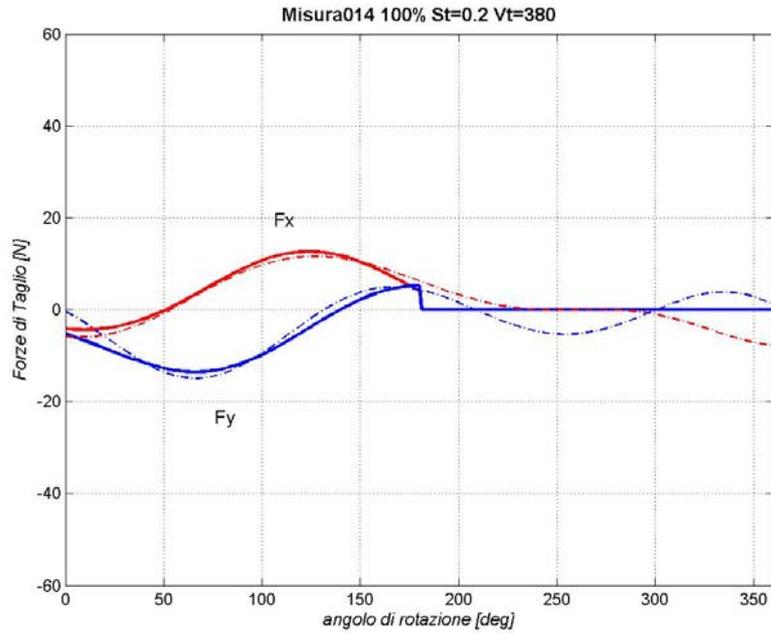


Fig. 4.75

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura014”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.2 \text{ mm/dente}$  e  $V_t = 380 \text{ m/min}$

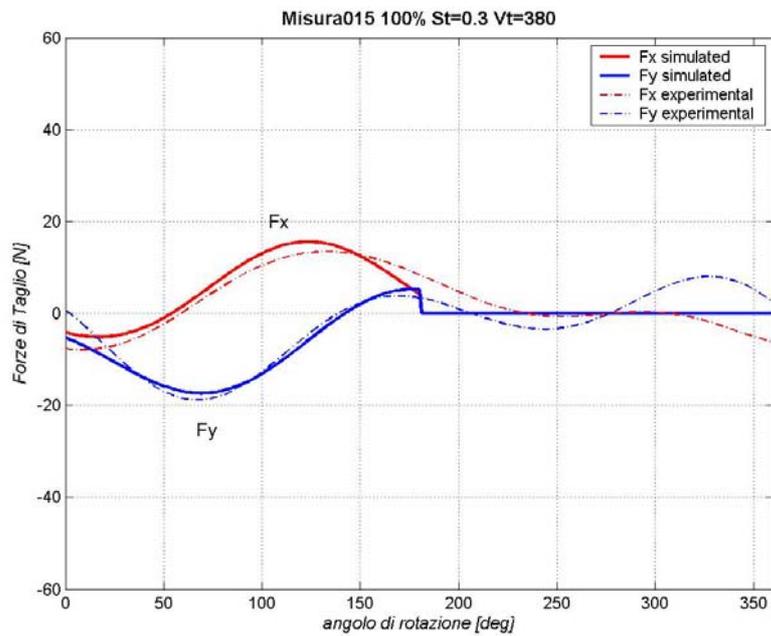


Fig. 4.76

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura015”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.3 \text{ mm/dente}$  e  $V_t = 380 \text{ m/min}$

## Capitolo 4

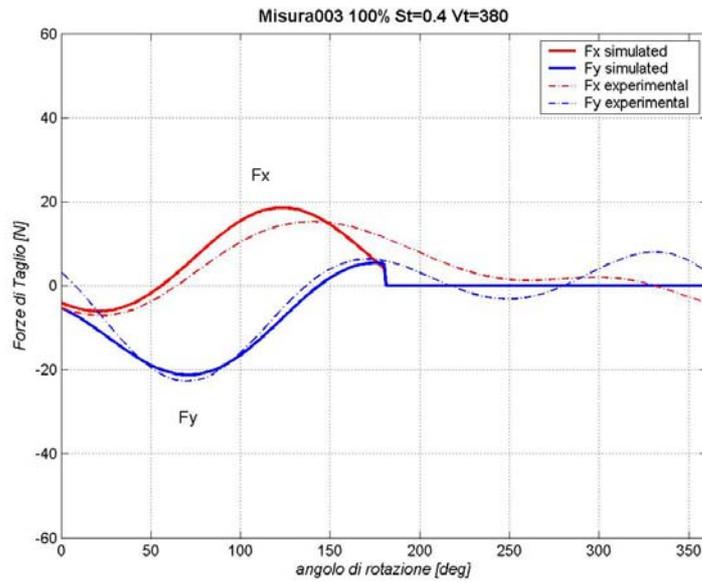


Fig. 4.77

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura003”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.4$  mm / dente e  $V_t = 380$  m / min

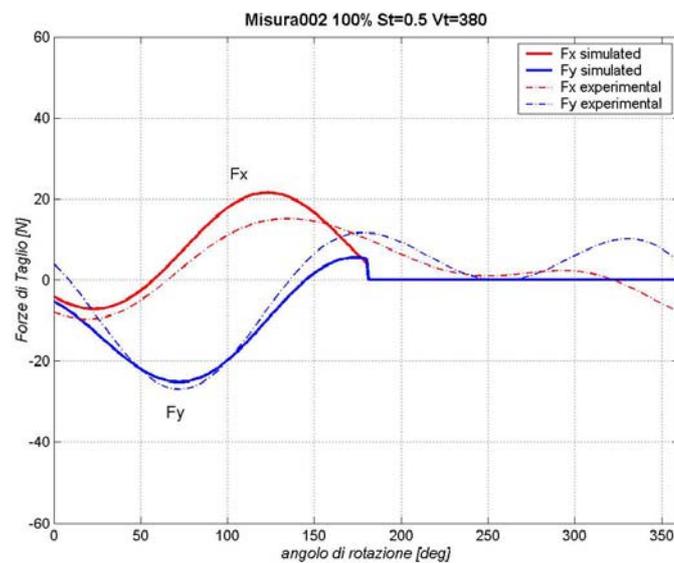


Fig. 4.78

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura018”, eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.5$  mm / dente e  $V_t = 380$  m / min

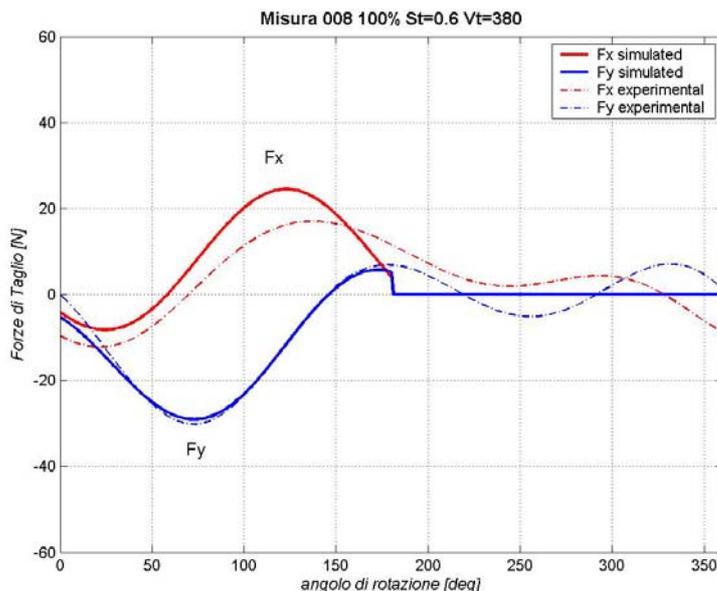


Fig. 4.79

Confronto tra andamento simulato e sperimentale per la “misura008”,  
 eseguita in slot-mill con  $S_t = 0.6\text{mm/dente}$  e  $V_t = 380\text{m/min}$

Dalle immagini appena viste si può vedere come tra gli andamenti simulati degli sforzi di taglio ottenuti sulla base dei K calcolati, e gli andamenti sperimentali ci sia una buona corrispondenza. Questa corrispondenza è più accentuata per le prove eseguite a  $V_t = 380\text{m/min}$ , sia per la componente  $F_x$  che per la  $F_y$ , mentre per le prove effettuate a  $V_t = 420\text{m/min}$  e  $V_t = 400\text{m/min}$  se per la componente  $F_y$  abbiamo dei risultati ottimi, per la componente  $F_x$  si hanno dei valori un po' differenti.

Va inoltre sottolineato come, in seno alla stessa  $V_t$ , sia possibile notare un andamento crescente degli sforzi di taglio proporzionalmente al crescere di  $S_t$ .

#### Validazione con i dati provenienti dall'Inverter

Un ulteriore fattore di paragone e di verifica per il modello di Altintas lo si ha dai dati acquisiti dall'inverter dell'elettromandrino. Infatti, poiché sono stati registrati i valori della potenza attiva assorbita durante l'esecuzione delle prove sperimentali, siamo in grado di ottenere indirettamente i valori delle forze medie, e verificare se questi corrispondono a quelli ottenuti dalle acquisizioni effettuate con la tavola dinamometrica.

Indicando con  $\omega$  la velocità di rotazione dell'utensile in [rad/s], la corrispondente potenza meccanica media spesa per il taglio può essere espressa come:

$$P_t [W] = \overline{M}_t [Nm] \cdot \omega [rad / sec]$$

ovvero

$$P_t = \overline{M}_t \cdot n [rpm] \cdot \frac{2\pi}{60}$$

dove con  $\overline{M}_t$  si è indicata la forza media di taglio per un giro, e per la quale possiamo scrivere

$$\overline{M}_t \cdot 2\pi = M_t \cdot z \cdot \varphi$$

dove con  $M_t$  viene indicato il valor medio della coppia di taglio sull'intervallo di tempo durante il quale esiste contatto fra tagliente e legno (angolo  $\varphi$ ).

Poiché in condizioni di taglio periferico la direzione parallela al senso di avanzamento del tagliente è quella circonferenziale rispetto al moto dell'utensile, la coppia da applicare all'asse di rotazione può essere scritta come:

$$M_t [Nm] = F_T [N] \cdot \frac{R [mm]}{1000}$$

Sulla base delle equazioni appena viste siamo in grado di ricavare la relazione esistente tra forze medie di taglio e potenza media assorbita ottenendo:

$$F_T = \frac{M_t \cdot 1000}{R}$$

$$M_t = \frac{\overline{M}_t \cdot 2\pi}{z \cdot \varphi}$$

$$\overline{M}_t = \frac{P_t \cdot 60}{2\pi \cdot n}$$

cioè

$$F_T = P_t \cdot \frac{60}{n} \cdot \frac{1}{z \cdot \varphi} \cdot \frac{1000}{R}$$

Partendo da questa relazione, siamo in grado di calcolare le forze medie di taglio note le potenze assorbite.

Per elaborare i dati acquisiti dall'inverter dell'elettromandrino importiamo i file in un foglio di lavoro EXCEL, plottando l'andamento della potenza assorbita in funzione del tempo (fig. 4.80).

Ora, per calcolare la potenza media assorbita durante la prova, bisognerà sottrarre al valore della potenza media in lavorazione quello della potenza media a vuoto, cioè

$$P_t = P_{t-lavorazione} - P_{t-vuoto}$$

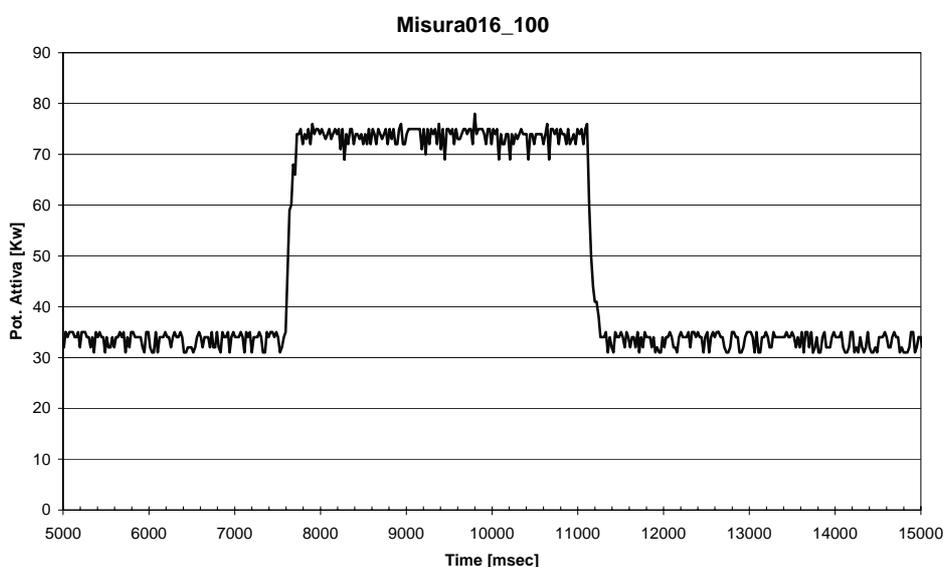


Fig. 4.80

Andamento nel tempo della potenza assorbita dall'inverter dell'elettromandrino per la prova "misura016\_100"

Per ogni singola prova si otterrà il valore relativo della potenza assorbita, e da questa, tramite il foglio di calcolo illustrato in tab. 4.14, sarà possibile risalire alla forza media di taglio. I fogli di calcolo saranno in tutto tre, uno per ogni velocità di taglio analizzata. Nell'ultima colonna si trova la voce " $F_t$  tavola dinamometrica", qui andremo a immettere i valori delle forze medie totali calcolate sulla base dei dati acquisiti dalla tavola dinamometrica durante le prove sperimentali. Poiché conosciamo i valori delle forze medie relative alle componenti  $F_x$  e  $F_y$ , il valore delle forze medie totali sarà

dato da: 
$$F_t = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

## Capitolo 4

Sforzi di tagli delle prove in slot-mill con $V_t=420\text{m/min}$						
Z	1	Numero di taglienti				
d	20	Diametro della fresa [mm]				
a	9.5	Immersione assiale [mm]				
St [mm/tooth]		Avanzamento per dente				
$V_t$ [m/min]	420	Velocità di taglio				
Imm rad	20	Immersione radiale [slot mill=100%]				
$\beta$		Angolo di immersione radiale				
n [giri/min]	6685	Numero di giri del mandrino				
$V_{av}$ [m/min]		Velocità di avanzamento				
Materiale	mdf					
$F_t$		Forza di taglio [N]				
$M_{tmed}$		Coppia media sul giro da applicare all'albero [N/mm]				
Prova	St [mm/tooth]	$\beta$	Ptmis [Kw]	Mtmis [N*m]	Ftmis [N]	Ft tavola dinamometrica [N]
MISURA009	0.2	3.14	18.06	0.026	5.16	5.66
MISURA019	0.3	3.14	25.98	0.037	7.42	7.45
MISURA007	0.4	3.14	29.75	0.042	8.50	8.75
MISURA006	0.5	3.14	34.63	0.049	9.89	10.06
MISURA016	0.6	3.14	39.93	0.057	11.41	12.02

Tab. 4.14– Foglio di calcolo della forza media per le prove a  $V_t = 420\text{m/min}$

Sforzi di tagli delle prove in slot-mill con $V_t=400\text{m/min}$						
Z	1	Numero di taglienti				
d	20	Diametro della fresa [mm]				
a	9.5	Immersione assiale [mm]				
St [mm/tooth]		Avanzamento per dente				
$V_t$ [m/min]	400	Velocità di taglio				
Imm rad	20	Immersione radiale [slot mill=100%]				
$\beta$		Angolo di immersione radiale				
n [giri/min]	6366	Numero di giri del mandrino				
$V_{av}$ [m/min]		Velocità di avanzamento				
Materiale	mdf					
$F_t$		Forza di taglio [N]				
$M_{tmed}$		Coppia media sul giro da applicare all'albero [N/mm]				
Prova	St [mm/tooth]	$\beta$	Ptmis [Kw]	Mtmis [N*m]	Ftmis [N]	Ft tavola dinamometrica [N]
MISURA017	0.2	3.14	18.14	0.027	5.44	5.23
MISURA001	0.3	3.14	23.12	0.035	6.94	6.23
MISURA011	0.4	3.14	29.46	0.044	8.84	8.18
MISURA005	0.5	3.14	32.93	0.049	9.88	9.84
MISURA010	0.6	3.14	38.44	0.058	11.53	11.02

Tab. 4.15 – Foglio di calcolo della forza media per le prove a  $V_t = 400\text{m/min}$

## Capitolo 4

Sforzi di tagli delle prove in slot-mill con $V_t=380\text{m/min}$						
Z	1	Numero di taglienti				
d	20	Diametro della fresa [mm]				
a	9.5	Immersione assiale [mm]				
St [mm/tooth]		Avanzamento per dente				
$V_t$ [m/min]	380	Velocità di taglio				
Imm rad	20	Immersione radiale [slot mill=100%]				
$\beta$		Angolo di immersione radiale				
n [giri/min]	6048	Numero di giri del mandrino				
$V_{av}$ [m/min]		Velocità di avanzamento				
Materiale	mdf					
$F_t$		Forza di taglio [N]				
Mtmed		Coppia media sul giro da applicare all'albero [N*mm]				
Prova	St [mm/tooth]	$\beta$	Ptmis [Kw]	Mtmis [N*m]	Ftmis [N]	Ft tavola dinamometrica [N]
MISURA014	0.2	3.14	16.82	0.027	5.31	3.80
MISURA015	0.3	3.14	22.00	0.035	6.95	5.42
MISURA003	0.4	3.14	26.37	0.042	8.33	6.25
MISURA002	0.5	3.14	31.82	0.050	10.05	7.26
MISURA008	0.6	3.14	35.91	0.057	11.34	8.00

Tab. 4.16 – Foglio di calcolo della forza media per le prove a  $V_t = 380\text{m/min}$

Dal confronto tra le ultime due colonne nei fogli di calcolo ( $F_{tmis}$  e  $F_t$  tavola dinamometrica) è possibile riscontrare una buona corrispondenza tra i valori.

Questa è un'ulteriore verifica che sta a validare l'attendibilità del modello di Altintas.

### Risultati del piano fattoriale

Analizzando i valori delle forze medie sulla base del piano fattoriale impostato con il Software "Minitab", si ottengono i seguenti risultati.

Facendo riferimento alla componente  $F_x$  avremo:

Analysis of Variance for $F_x$ (metodo con interazione)					
Source	DF	S S	MS	F	P
St	4	29.2837	7.3209	82.28	0.000
$V_t$	2	2.9438	1.4719	16.54	0.000
St* $V_t$	8	2.1316	0.2664	2.99	0.014
Error	30	2.6693	0.0890		
Total	44	37.0285			

S = 0.298291                      R-Sq = 92.79%                      R-Sq(adj) = 89.43%

Tab. 4.17– Analysis of variance for  $F_x$

## Capitolo 4

Come si evince dalla tabella di riepilogo della ANOVA a due fattori i valori del parametro  $F$  di *Fischer* è decisamente alto per i fattori  $S_t$  e  $V_t$ , ed il  $P$ -value relativo si mantiene al di sotto dello 0.01, al 95% di intervallo di confidenza, quindi ciò significa che tali parametri sono altamente significativi, inoltre il valore  $F$  di *Fischer* è maggiore per il parametro  $S_t$  e ciò conferma l'ipotesi che la forza media sia maggiormente influenzata dal valore di quest'ultimo fattore.

Per quanto riguarda la possibilità di interazione dei fattori, si nota che il valore di  $F$ -di *Fischer* relativo alla interazione è decisamente minore degli altri due, mentre il  $P$ -value si mantiene a cavallo del valore di 0.01 al 95% di intervallo di confidenza (esattamente  $P$ -value = 0.014).

Di conseguenza è possibile affermare che esiste interazione tra i parametri ma non comporta una significatività netta rispetto ai fattori  $S_t$  e  $V_t$ .

Quindi è possibile considerare senza enormi errori, e giustificati dai risultati di ANOVA, sia un modello a parametri additivi sia un modello con interazione.

A supporto della linearità prospettata per tale relazione, si può osservare il valore di  $R$ - $Sq$ , che pari a 92,79% giustifica l'ipotesi di linearità del modello.

Quindi per semplicità di modellazione, e considerato lo scarso contributo che la componente di iterazione da al computo della Forza media nella direzione  $X$ , è possibile formulare un modello di regressione a parametri additivi senza perdere in generalità e approssimazione.

General Linear Model: Fx versus St; Vt				
Factor	Type	Levels	Value	
$S_t$	fixed	5	0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6	
$V_t$	fixed	3	380; 400; 420	
Regression Analysis: Fx versus St; Vt				
The regression equation is:				
$F_x = -4.73 + 5.70S_t + 0.0156V_t$				
Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-4.730	1.253	-3.77	0.000
$S_t$	5.6986	0.3591	15.87	0.000
$V_t$	0.015616	0.003110	5.02	0.000
S = 0.340703		R-Sq = 86.8%		R-Sq(adj) = 86.2%

## Capitolo 4

Analysis of Variance for $F_x$ (metodo additivo):					
Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	2	32.153	16.077	138.50	0.000
Residual Error	42	4.875	0.116		
Lack of Fit	12	2.206	0.184	2.07	0.053
Pure Error	30	2.669	0.089		
Total	44	37.028			

Tab. 4.18

*General linear model – Regression analysis - Analysis of variance for  $F_x$*

Il valore evidenziato in giallo (*p-value* associato all'intero modello di regressione), essendo  $< 0.1$ , verifica la significatività della posizione del modello stesso.

Il valore di *R-square*, chiamato in statistica: “*coefficiente di determinazione lineare*” verifica, in una data misura, quanta quota parte della variabilità della  $F_x$  è spiegata dai fattori considerati.

Nel nostro caso si ha  $R - square = 86.8\%$ , quindi è possibile affermare che il modello e le ipotesi adottate nella scelta dei fattori sono ben poste, è da notare altresì che tale valore è diminuito rispetto al modello che considerava l'interazione ed analizzato in precedenza, in quando la variabilità che nella ANOVA in tabella 4.9 viene ora rimescolata all'interno del errore totale.

I fattori utilizzati ( $S_t$  e  $V_t$ ) spiegano una percentuale molto elevata della variabilità della funzione  $F_x$ . Affermare questo equivale a dire che al variare di  $S_t$  e  $V_t$  varia anche la forza media, ovvero esiste una relazione di causalità consistente tra queste tre variabili.

Sempre a verifica del modello di regressione i *p-value* associati ai coefficienti del modello sono anch'essi  $< 0.1$  ciò permette di affermare che le due variabili considerate sono significative.

Cioè testano l'ipotesi che  $B_0 = B_1 = B_2 = 0$  dove  $B_0, B_1, B_2$  sono i coefficienti del modello di regressione.

Concettualmente quindi i *p-value* testano formalmente che i coefficienti siano diversi da zero, ovvero che abbiano un effetto sulla forza media di taglio.

Osservando i valori ed i segni dei coefficienti di regressione si può affermare che:

- per entrambi il segno è positivo, quindi all'aumentare dell'avanzamento per dente  $S_t$  e della velocità di taglio  $V_t$  la forza media aumenta

- i valori indicano qualitativamente di quanto aumenta la forza media al variare dei fattori

Riportiamo di seguito la formulazione della regressione praticata:

$$F_x = -4.73 + 5.70S_t + 0.0156V_t$$

Va detto che i modelli di regressione considerati hanno validità statistica all'interno ed in prossimità (con decadimento del livello di confidenza) dei ranges di variazione dei fattori cioè per  $S_t$  [0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6] e per  $V_t$  [380, 400, 420].

Una verifica all'applicabilità del metodo della regressione come metodo di analisi ci viene data dai grafici di fig. 4.81.

Sappiamo infatti che il metodo della regressione è efficace solo in certe condizioni, ovvero quando:

- la variabile dipendente si distribuisce normalmente (ovvero come una funzione di densità normale, la famosa curva di Gauss).
- i residui del modello hanno media zero, stessa varianza e andamento normale

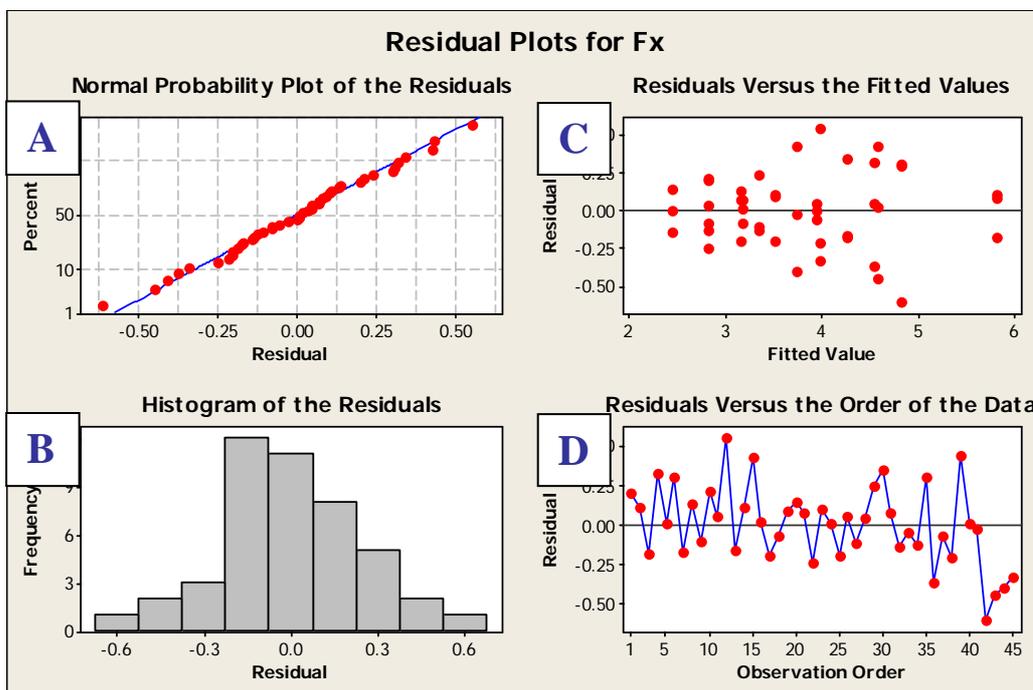


Fig. 4.81– Residual plots for  $F_x$

Osservando i grafici dei residui di figura 4.81 possiamo dire che:

- I residui si distribuiscono normalmente, lo si può vedere dai due grafici indicati con le lettere A e B. Poiché i punti di A si allineano lungo una retta significa che i

residui hanno andamento normale, così come si evince dalla distribuzione dei residui stessi plottati nell'istogramma in B.

- Nel grafico C la linea tratteggiata indica il valore atteso (media) dei residui. Osservandolo è possibile affermare che i residui non si discostano molto dalla condizione a media zero, inoltre l'andamento è erratico ovvero non mostra un pattern definito.
- Infine il grafico D permette di verificare che non si hanno andamenti particolari al variare delle osservazioni. Anche in questo caso l'andamento deve essere erratico e non mostrare alcuna struttura specifica.

Vediamo ora di ricavare altre informazioni attraverso i seguenti grafici:

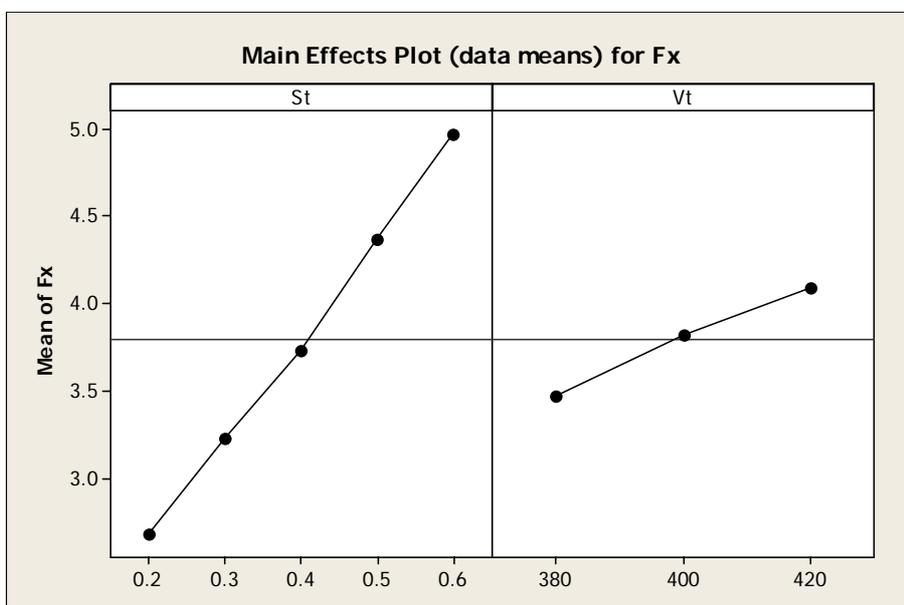


Fig. 4.82 – Main effects plot for  $F_x$

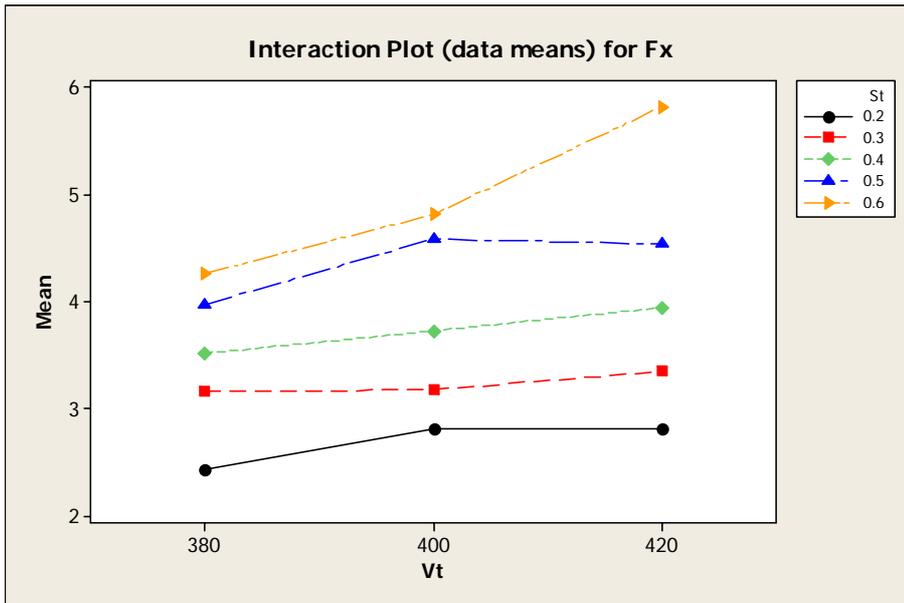


Fig. 4.83 – Interaction plot for Fx

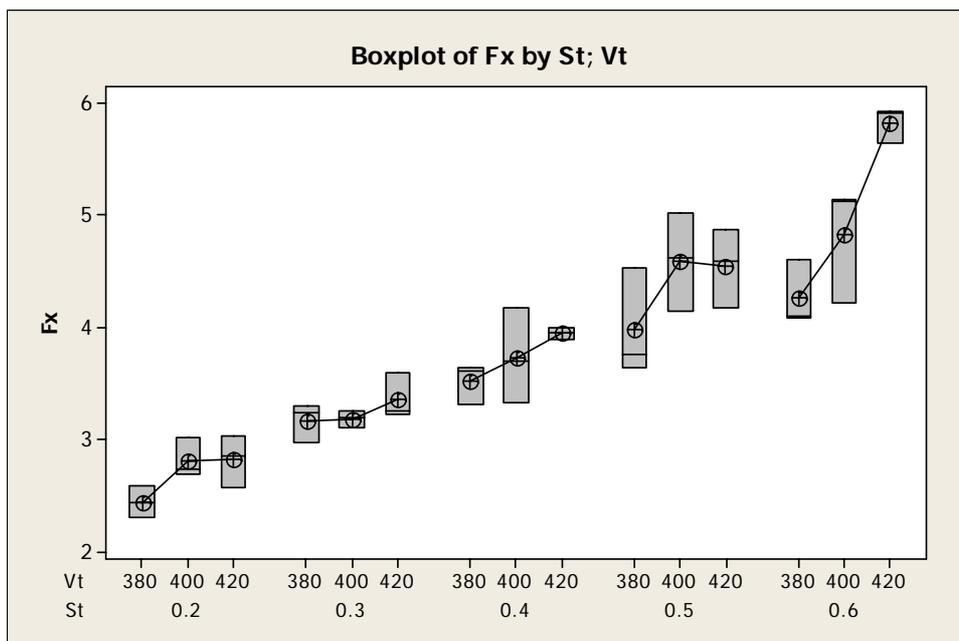


Fig. 4.84 – Box plot for Fx

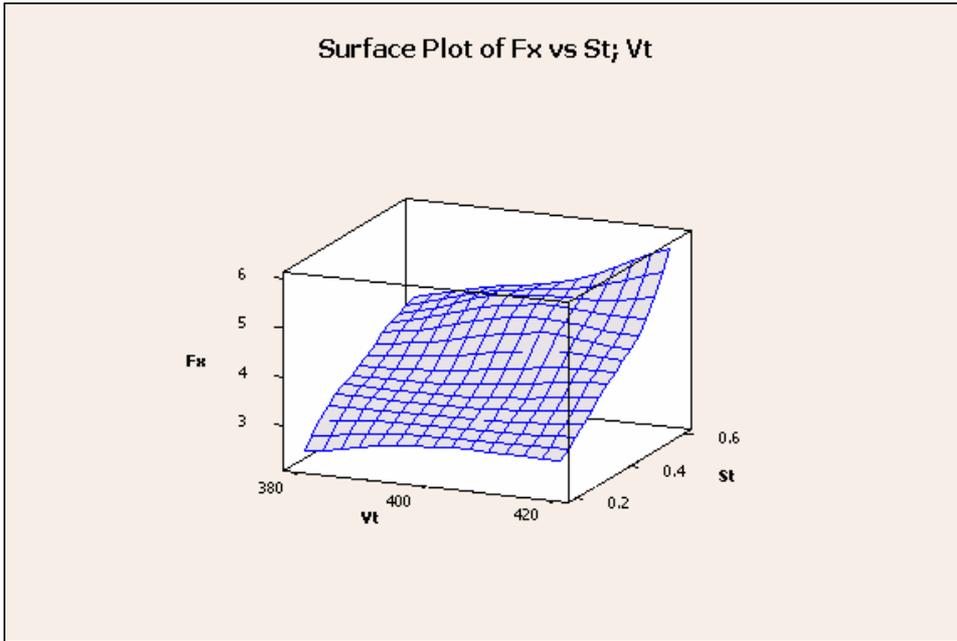


Fig. 4.85 – Surface plot for  $F_x$

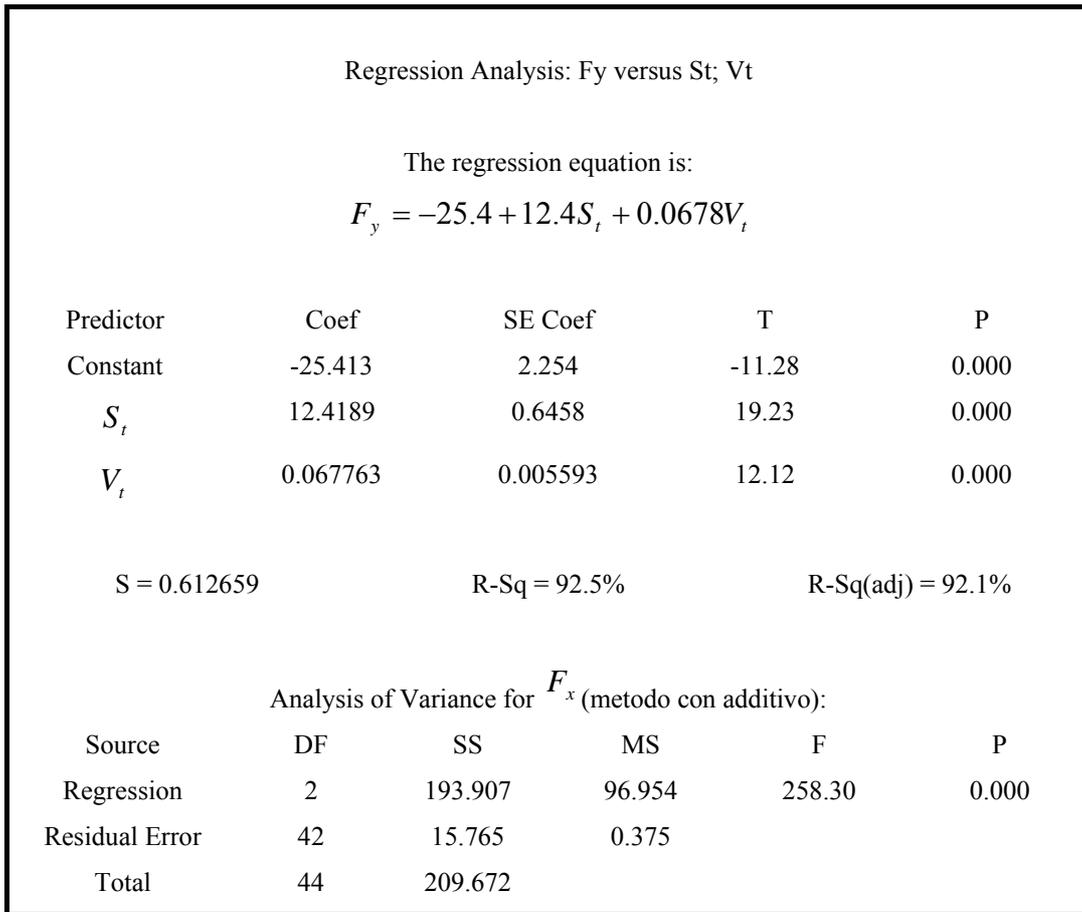
La fig. 4.82 permette di affermare che la  $S_t$  ha più influenza rispetto alla  $V_t$  sulla forza media, presenta infatti un'inclinazione maggiore, e quindi la variabilità della forza media è maggiore nei confronti di variazioni del fattore  $S_t$ .

La fig. 4.83 permette invece di dire che l'effetto di interazione tra i due fattori è presente ma trascurabile, in quanto i tratti rettilinei delle spezzate si mantengono a pendenze pressoché costanti, come verificato dai valori commentati della tabella 4.19.

L'analisi e il commento appena esposto riguarda il piano fattoriale implementato per la valutazione della componente delle forze medie di taglio lungo la direzione X. Le stesse cose possiamo affermarle anche per la componente  $F_y$  per la quale nel seguito è possibile vederne i risultati dell'analisi, che vengono riportati senza ulteriori commenti.

Analysis of Variance for $F_x$ (metodo con interazione)					
Source	DF	SS	MS	F	P
St	4	139.054	34.764	213.70	0.000
Vt	2	60.207	30.104	185.06	0.000
St*Vt	8	5.530	0.691	4.25	0.002
Error	30	4.880	0.163		
Total	44	209.672			
0.403325		R-Sq = 97.67%		R-Sq(adj) = 96.59%	

Tab. 4.19 – Analysis of variance for  $F_y$



Tab. 4.20

General linear model – Regression analysis - Analysis of variance for F<sub>y</sub>

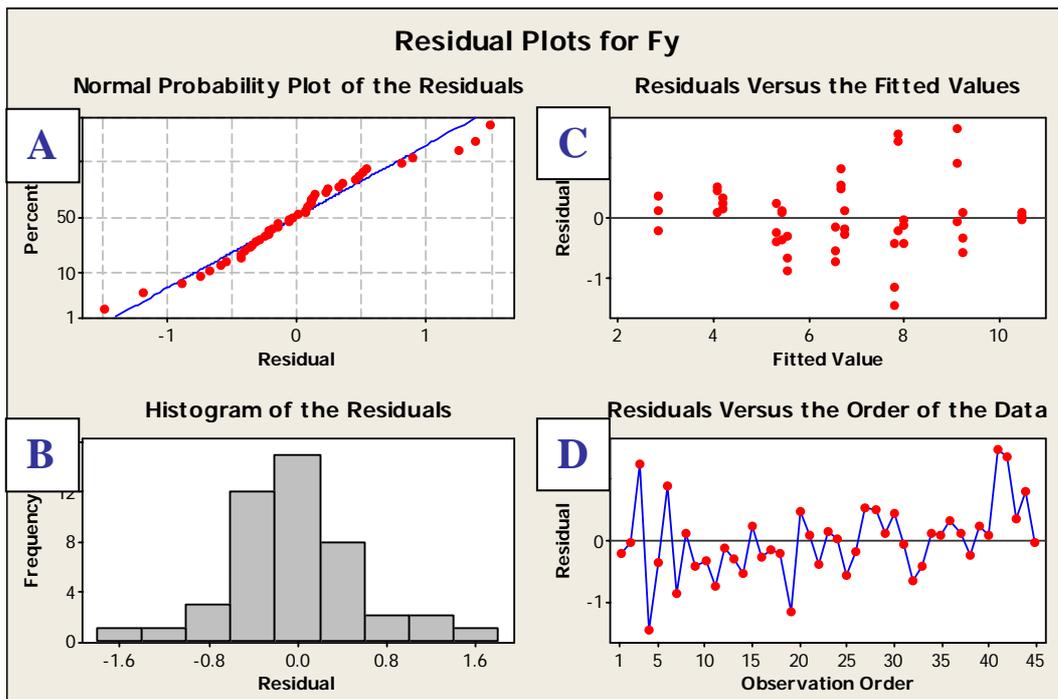


Fig. 4.86 – Residual plots for F<sub>y</sub>

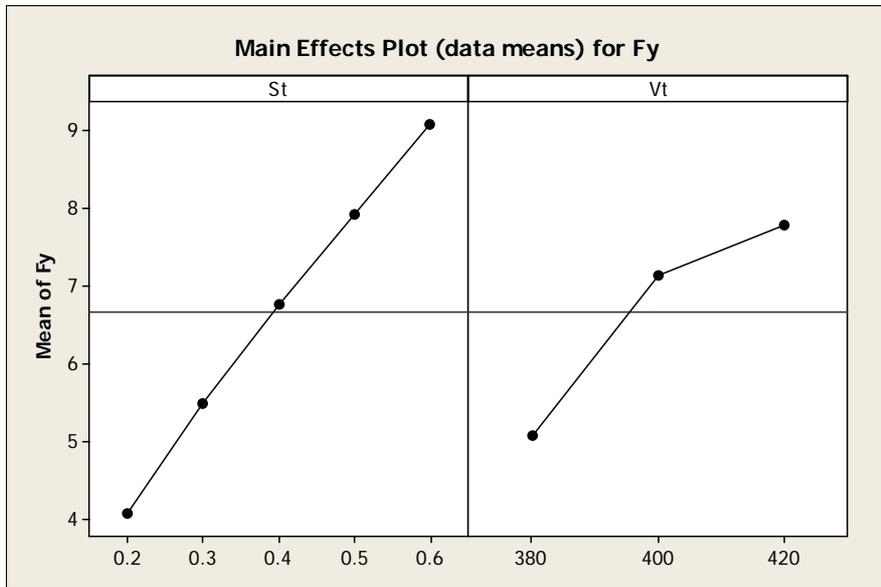


Fig. 4.87 – Main effects plot for  $F_y$

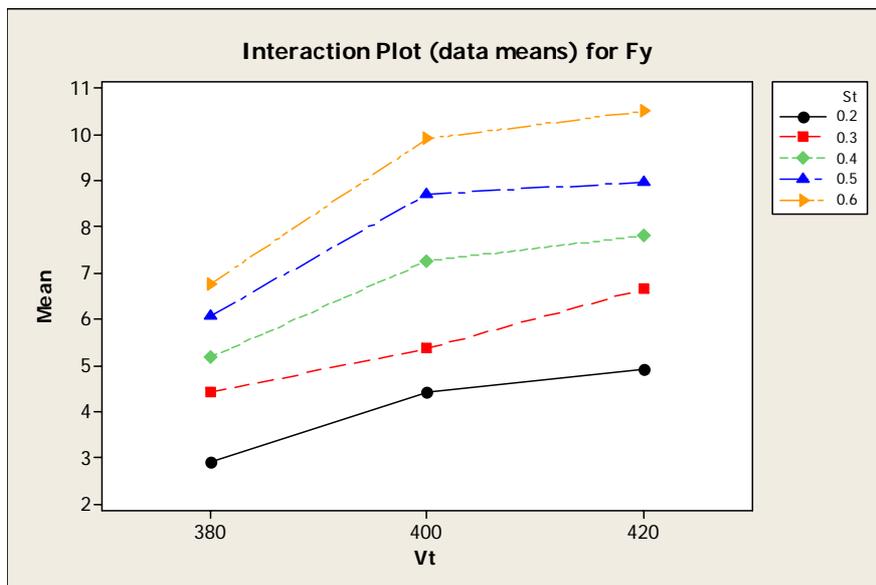


Fig. 4.88 – Interaction plot for  $F_y$

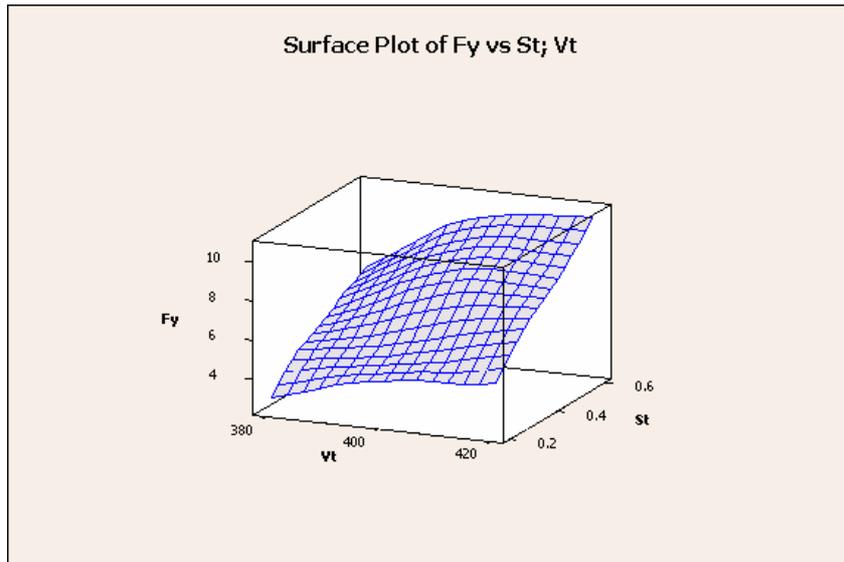


Fig. 4.89 – Surface plot for  $F_y$

# **Capitolo 5**

**Processo di taglio:**

**Sviluppo del modello del taglio,**

**Caratterizzazione di effetti aggiuntivi**

## 5.1 Introduzione

Verranno introdotte ed analizzate le modifiche apportate al programma di calcolo delle forze precedentemente descritto al capitolo 4, che consentono la determinazione delle forze di taglio nel processo di fresatura in presenza di scostamenti rispetto alla posizione nominale della fresa. In condizioni operative saranno infatti sempre presenti degli scostamenti nel posizionamento della fresa che modificano continuamente lo spessore di truciolo tagliato e conseguentemente le forze di taglio.

Verranno analizzati tre possibili cause di tali scostamenti:

- Scostamenti dovuti a flessione del corpo fresa ad opera delle forze di taglio
- Scostamenti dovuti ad errati montaggi della fresa sul mandrino (errori di run-out e tilt-angle).
- Scostamenti indotti dall'errore di esecuzione della traiettoria utensile nominale, rispetto alla traiettoria reale simulata dal modello del complesso mecatronico: M.U. CNC.

In figura 5.1 vengono presentati gli schemi del programma che via via aggiunge moduli di calcolo in grado di implementare nel sistema software, caratterizzazioni ad un livello più profondo sul modello di taglio sviluppato al precedente capitolo.

È possibile notare il modello descritto al capitolo 4 rappresentato nello schema in alto nella figura 5.1.

Nello schema centrale al sistema viene aggiunta la capacità di valutare lo scostamento dovuto alla flessione istantanea che l'utensile presenta sotto l'azione delle forze di taglio.

Nello schema in basso sempre di figura 5.1 è rappresentata l'ultima modifica ed implementazione fatta, al fine di valutare l'influenza della flessione dell'utensile, sul posizionamento pezzo tagliente e valutata analiticamente la variazione dello spessore di truciolo a seguito di queste deviazioni. Di seguito nel capitolo saranno presentati i modelli sviluppati, l'implementazione dei modelli entro il sistema di calcolo in

Simulink e alcune simulazioni effettuate, la sensibilità delle forze di taglio a questi parametri.

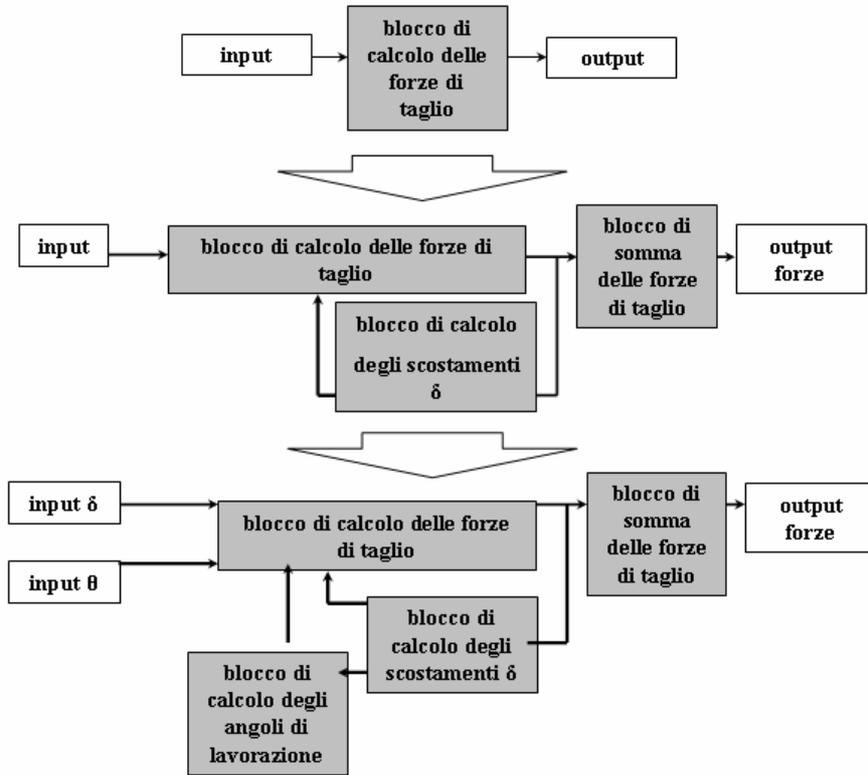


Fig 5.1

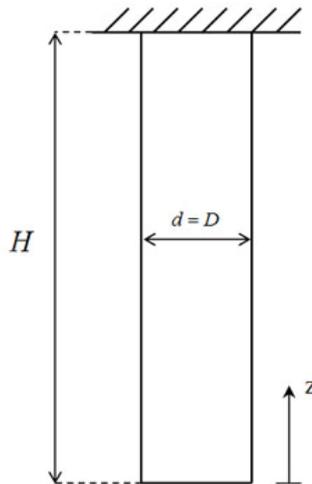
## 5.2 Modellazione ed implementazione della flessione dell'utensile

Il calcolo della flessione della fresa ad opera delle forze di taglio, costituisce la prima essenziale modifica al modello del capitolo 4. Dette forze di taglio infatti, per la geometria particolare del problema considerato, insisteranno ad ogni istante sul corpo fresa ad una differente quota  $z$  lungo la profondità assiale di taglio corrispondente al punto di contatto istantaneo tra il tagliente (o i taglienti) in presa ed il pezzo in lavorazione.

### 5.2.1 Modello a trave a mensola incastrata di sezione costante

#### *Il Modello analitico*

Lo schema in questo caso adottato per la modellazione della fresa è quello di una trave incastrata di sezione circolare e costante.



*fig. (5.2): Modellazione a trave semplice incastrata*

La trave, sottoposta ad un carico  $F$  applicato, al momento, alla sua estremità, si deformerà come mostrato in figura 5.3 con linea rossa tratteggiata:

In questo caso avremo:

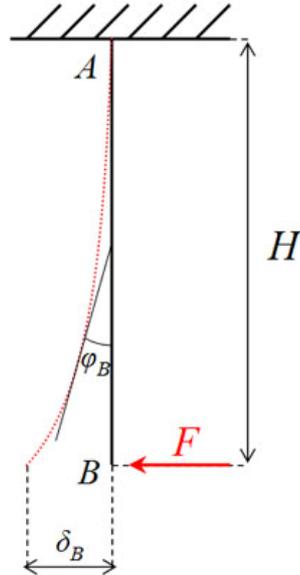


fig. (5.3): Deformata elastica per il modello di trave semplice incastrata

$$\varphi_B = \frac{F \cdot H^2}{2 \cdot E \cdot I} \quad , \quad \delta_B = \frac{F \cdot H^3}{3 \cdot E \cdot I}$$

con  $E$  modulo di Young relativo al materiale della fresa; mentre  $I = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$  il momento d'inerzia della sezione della fresa.

Nella realtà il carico  $F$  dovuto alle forze di taglio insisterà sulla trave ad ogni istante nel punto di contatto tra il tagliente ed il pezzo in lavorazione, con un punto di applicazione che andrà quindi dall'estremità libera della trave fino ad una quota  $a$  pari alla profondità di taglio. Tale situazione è illustrata nella figura 5.4, nella quale le due frecce in rosso indicano gli estremi della regione di applicazione del carico.

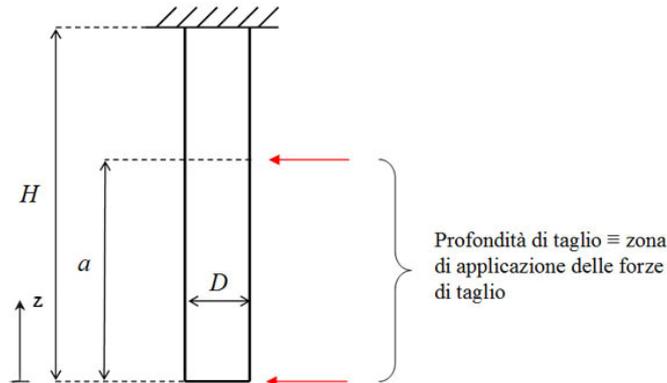


fig. (5.5): Estremi di applicazione delle forze di taglio

Suddividendo la profondità di taglio in elementi di altezza infinitesima  $dz$  avremo:

$$L = a/dz$$

elementi di integrazione e per ognuno di questi avremo:

$$F = F(j) \quad \text{con } j \in [1, L]$$

$$\delta = \delta(i) \quad \text{con } i \in [1, L]$$

Per poter ora determinare lo spostamento  $\delta$  dell' $i$ -esimo elemento della fresa in funzione del carico  $F$  agente sul  $j$ -esimo elemento corrispondente al tagliente in quell'istante in presa, sarà necessario distinguere tra gli elementi che stanno al di sopra e quelli che stanno al di sotto del punto di applicazione della forza.

Si avrà:

$$\text{per } i \geq j : \quad \delta_i = \frac{F(j) \cdot (H - i \cdot dz)^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{M(i) \cdot (H - i \cdot dz)^2}{2 \cdot E \cdot I}$$

per  $i < j$  :

$$\varphi(j) = \frac{F(j) \cdot (H - j \cdot dz)^2}{2 \cdot E \cdot I}$$

$$\delta(i) = \frac{F(j) \cdot (H - j \cdot dz)^3}{3 \cdot E \cdot I} + \varphi(j) \cdot (j - i) \cdot dz$$

con, oltre alla simbologia già vista in precedenza:

$M(i) = F(j) \cdot (i - j) \cdot dz$  = momento flettente agente sull' $i$ -esimo elemento a seguito del carico  $F$  agente sul  $j$ -esimo elemento.

$\varphi(j)$  = rotazione della sezione  $j$ -esima della trave sul piano di flessione.

Nella trattazione appena presentata è stato ipotizzato che il momento di inerzia della sezione fosse pari a:

$$I = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

In realtà il momento di inerzia della sezione viene modificato dalla presenza dei taglienti ricavati all'interno del corpo fresa. Ciò introduce quindi un'approssimazione nel modello precedentemente esposto.

La determinazione esatta del reale momento di inerzia della sezione è particolarmente difficoltosa vista la complessa geometria dei taglienti. La generalità che si vuole mantenere nel lavoro proposto unitamente alla difficoltà nel reperire le grandezze geometriche necessarie alla determinazione esatta del momento d'inerzia della sezione ed all'aggravio dal punto di vista computazionale che il calcolo degli stessi comporterebbe, hanno portato a considerare accettabile l'ipotesi semplificativa di adottare un diametro equivalente in funzione del solo numero di taglienti della fresa. Ipotizzeremo pertanto che una fresa di diametro  $D$  presenti un momento di inerzia pari

a: 
$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

con:  $d = \alpha \cdot D$

con  $\alpha = [0.7 \div 0.85]$  [43]

Più precisamente il coefficiente  $\alpha$  sarà tanto più prossimo all'unità quanto più alto sarà il numero di taglienti della fresa. Avremo:

<i>n° taglienti</i>	2	3	4	6
<b><math>\alpha</math></b>	0,7	0.75	0.80	0.85

tab. (5.1): coefficienti di riduzione delle sezioni

Nel programma di calcolo delle forze il coefficiente  $\alpha$  viene chiamato “*alphasez*” per la già accennata limitazione nel vocabolario simbolico di MATLAB®.

- a : profondità assiale di taglio
- $S_t = s_t$  : avanzamento al dente in [mm/dente]
- N : numero di taglienti

- $h$  : altezza del tagliente
- $Q = \theta$  : rotazione angolare del mandrino
- $Q_{st} = \theta_{st}$  : angolo di ingresso al taglio
- $Q_{ex} = \theta_{ex}$  : angolo di uscita al taglio
- $W = \psi$  : posizione angolare del tagliente alla quota  $z$  sul piano  $x,y$
- $h = h(\psi, \theta, z)$  : spessore del truciolo al punto di taglio P, la cui posizione è definita dai parametri  $\psi, \theta, z$
- $i_o = i_o$  : inclinazione dell'elica
- $erre = r(z)$  : coordinata radiale del punto di taglio
- $\alpha, \beta$  : angoli parametrici del corpo fresa
- $D, R, R_r, R_z = D, R, R_r, R_z$  : dimensioni radiali parametriche del corpo fresa
- $M_r, N_r = M_r, N_r$  : offsets radiale per i punti M ed N del profilo generico della fresa
- $M_z, N_z = M_z, N_z$  : offsets assiale per i punti M e N del profilo generico della fresa
- $Q_j = \theta(z)$  : rotazione angolare del tagliente j a quota  $z$  sul piano  $x,y$  (immersione radiale)
- $k = k(z)$  : angolo fra l'asse della fresa e la normale al punto P sul tagliente (immersione assiale)
- $Q_p = \theta_p$  : passo angolare dei taglienti
- $dS = dS(z)$  : lunghezza infinitesima del tagliente
- $dF_t, dF_r, dF_a = dF_t, dF_r, dF_a$  : forza differenziale tangenziale, radiale e assiale
- $K_{tc}, K_{rc}, K_{ac} = K_{tc}, K_{rc}, K_{ac}$  : i coefficienti delle forze di taglio in direzione tangenziale, radiale, assiale
- $K_{te}, K_{re}, K_{ae} = K_{te}, K_{re}, K_{ae}$  : i coefficienti delle forze di attrito in direzione tangenziale, radiale, assiale
- $F_x, F_y, F_z = F_x, F_y, F_z$  : componenti delle forze in direzione  $x, y, z$

*Implementazione nel programma di calcolo delle forze di taglio della flessibile dell'utensile*

*Modifiche apportate all'architettura generale del programma di calcolo*

Per considerare l'effetto della flessione dell'utensile occorre considerare che lo spostamento, dovuto all'utensile, rispetto alla posizione nominale, influisce nel processo, modificando lo spessore di truciolo istantaneo, creando quindi fluttuazioni rispetto alla situazione in cui l'utensile era modellato come rigido.

Per tali scostamenti, il programma di calcolo presentato al capitolo 4 è stato modificato trasformandolo in un ciclo a loop chiuso la cui architettura è presentata in figura 5.6.

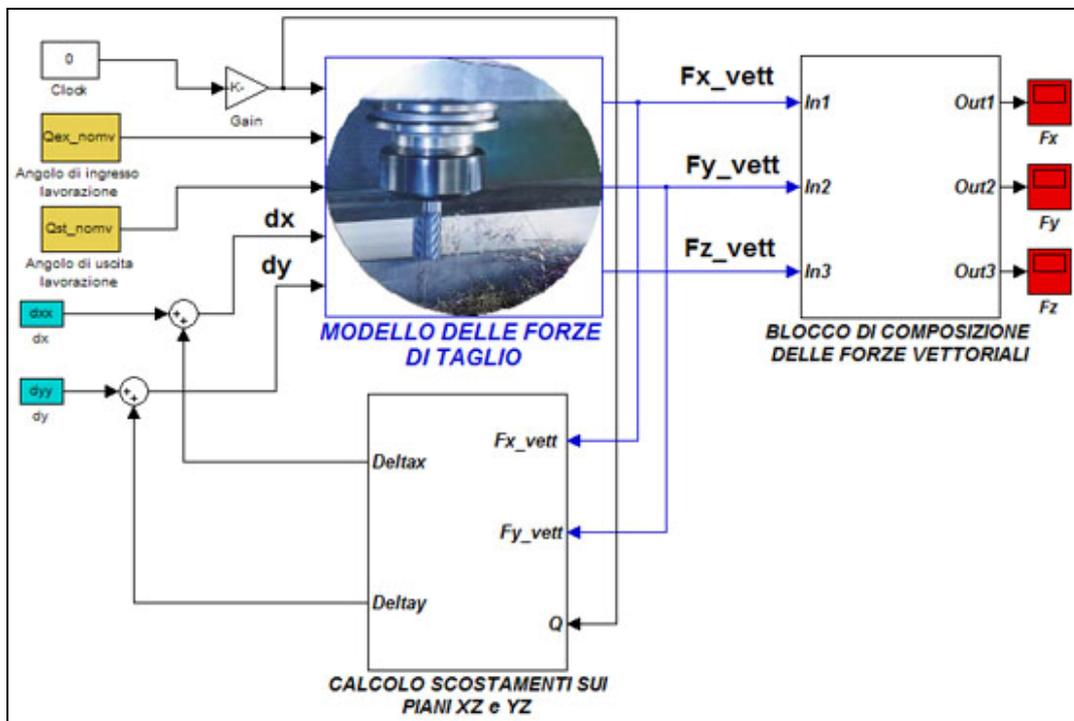


fig. (5.6): Architettura generale del programma di calcolo

Si osserva come sia stato aggiunto un terzo blocco di calcolo rispetto a quanto già presentato nel capitolo precedente. Questo consente il calcolo degli scostamenti del corpo fresa sulle direzioni x e y, a seguito della flessione, sotto l'azione delle forze di taglio.

L'utensile viene discretizzato lungo l'asse in elementi circolari, la discretizzazione della porzione di tagliente in presa è mostrata nelle figure 5.7a e 5.7b.

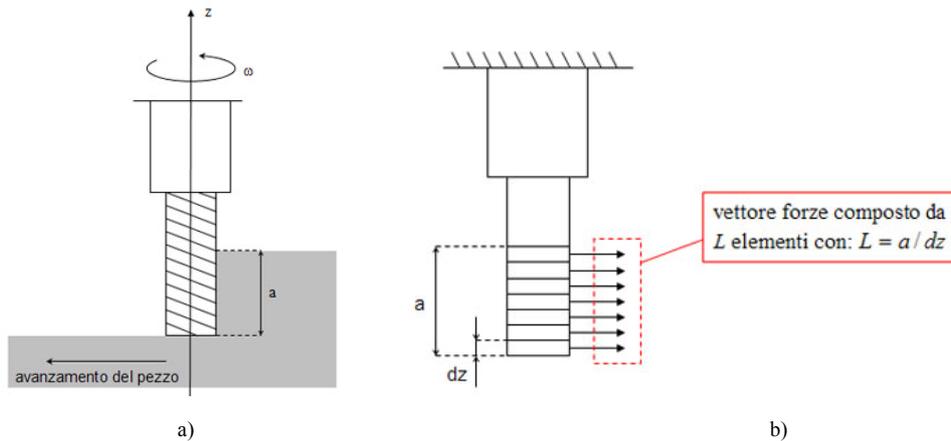


fig. (5.7): Discretizzazione della porzione di tagliente in presa e forze di taglio agenti su ogni elemento di integrazione

All'interno del blocco di calcolo degli spostamenti vengono calcolati gli spostamenti  $\delta_i$ , analizzati al paragrafo precedente, secondo il modello della trave a mensola incastrata a sezione costante.

In input a tale blocco vi sono innanzitutto le forze di taglio agenti su ogni elemento di integrazione del tagliente in presa sulle direzioni  $x$  e  $y$  ( $F_{x\_vett}$ ,  $F_{y\_vett}$ ). Tali forze sono necessarie per la determinazione della flessione dell'utensile sui piani  $xz$  e  $yz$ .

Tra gli input si ha anche l'angolo di rotazione  $\theta$  della fresa (in figura indicato con  $Q$ ). Tale parametro si rende necessario per il calcolo degli spostamenti dovuti ad errori di montaggio della fresa, come verrà illustrato in seguito nel paragrafo di analisi degli errori di run-out e tilt-angle dell'utensile.

All'interno del blocco ora presentato sono presenti ulteriori sotto-blocchi di calcolo:

- due blocchi per il calcolo della flessione dell'utensile (sui piani  $xz$  ed  $yz$ )
- due blocchi per il calcolo degli spostamenti dovuti ad errori nel montaggio dell'utensile (ancora sui piani  $xz$  ed  $yz$ ).
- una coppia di blocchi che sommano gli spostamenti calcolati sui piani  $xz$  e  $yz$  restituendo in output due vettori  $Deltax$  e  $Deltay$ .

L'architettura del blocco di calcolo è presentata nella figura 5.8.

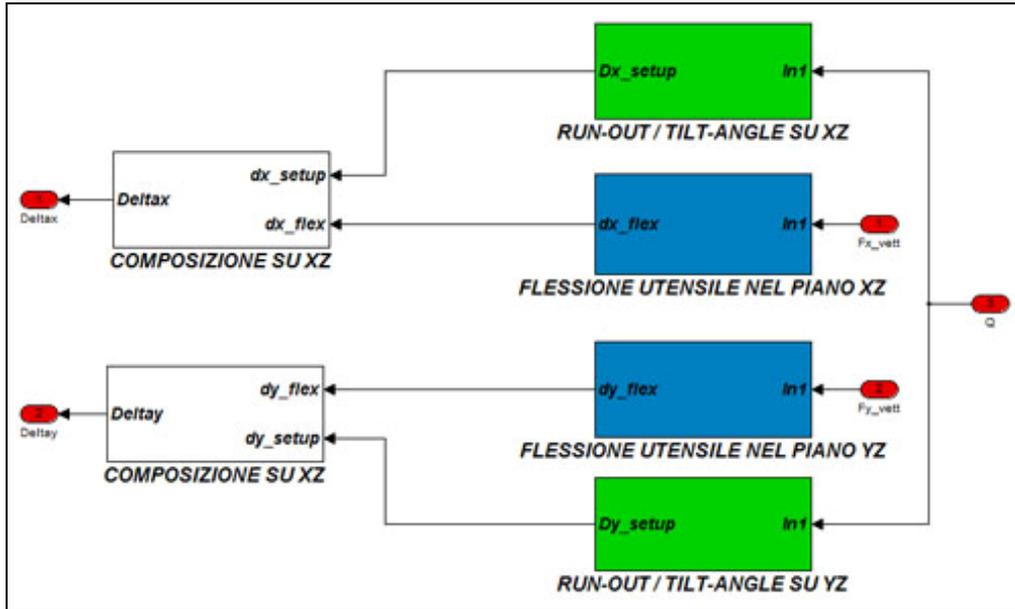


fig. (5.8): Architettura interna del blocco di calcolo degli scostamenti

Gli output del blocco rappresentano in definitiva gli scostamenti rispetto alla posizione nominale in direzione  $x$  e  $y$  riferiti ad ogni elemento del tagliente in presa (sono infatti vettori costituiti da  $L$  elementi). Vanno poi a sommarsi agli scostamenti  $dx_x$  e  $dy_y$ , inizializzati nel file *parametri.m* come vettori di  $L$  elementi nulli, modificando tali valori in entrata al blocco delle forze ad ogni ciclo di calcolo, così come mostrato in figura 5.9.

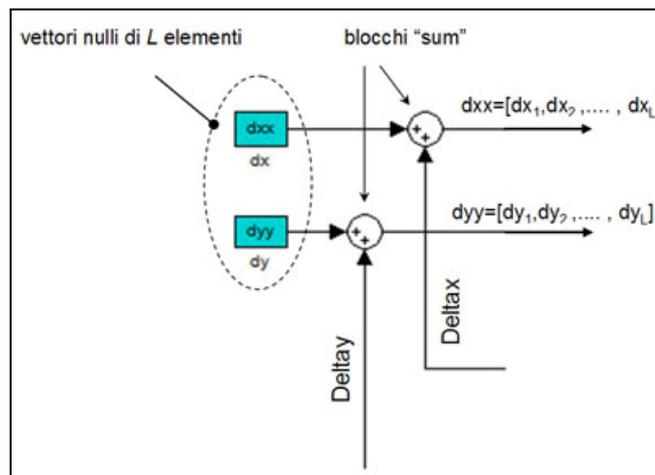


fig. (5.9): Blocco sum

*Analisi della variazione dello spessore di truciolo a seguito di scostamenti rispetto alla posizione nominale della fresa*

Gli scostamenti rispetto alla posizione nominale della fresa sono determinanti ai fini del calcolo dello spessore di truciolo, e conseguentemente delle forze di taglio che si generano durante la lavorazione.

Lo spessore di truciolo all'istante di lavorazione considerato è definito come la distanza nella direzione del raggio della fresa tra la traiettoria del dente in lavorazione nello stesso istante e la superficie generata dal passaggio del dente precedente al medesimo angolo di immersione radiale.

*Lavorazione in concordanza*

La figura 5.10 mostra la relazione tra il posizionamento del centro utensile ed il relativo spessore di truciolo asportato. Con la linea continua si sono indicate le traiettorie seguite dall'utensile flessibile, mentre in linea alternata tratto-punto sono indicate le traiettorie dell'utensile supposto infinitamente rigido.

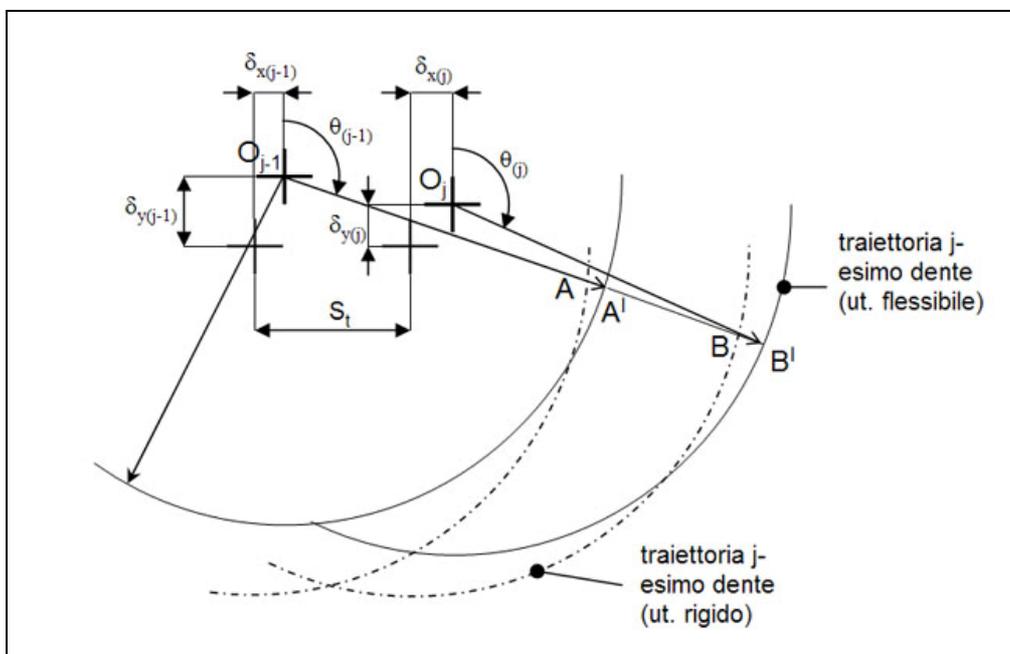


fig. (5.10): Spessore di truciolo in funzione del posizionamento della fresa

In riferimento al j-esimo tagliente, a seguito della flessione del corpo fresa, lo spessore del truciolo varierà quindi nel seguente modo:

$$h_j(\theta, z) = A^I B^I = AB + BB^I - AA^I =$$

$$= S_t \cdot \text{sen} \theta_j(z) + [\delta_{x(j)}(z) \cdot \text{sen} \theta_j(z) + \delta_{y(j)}(z) \cdot \cos \theta_j(z)] +$$

$$- [\delta_{x(j-1)}(z) \cdot \text{sen} \theta_{(j-1)}(z) + \delta_{y(j-1)}(z) \cdot \cos \theta_{(j-1)}(z)]$$

Assumendo che  $\theta_{(j)} \cong \theta_{(j-1)}$ , ipotesi valida essendo il raggio della fresa R molto maggiore rispetto all'avanzamento per dente  $S_t$ , avremo:

$$h_j(z) = S_t \cdot \text{sen} \theta_j(z) + [\delta_{x(j)}(z) - \delta_{x(j-1)}(z)] \cdot \text{sen} \theta_j(z) + [\delta_{y(j)}(z) - \delta_{y(j-1)}(z)] \cdot \cos \theta_j(z)$$

Posto:  $dx_{shi} = [\delta_{x(j)}(z) - \delta_{x(j-1)}(z)]$  e  $dy_{shi} = [\delta_{y(j)}(z) - \delta_{y(j-1)}(z)]$

avremo:  $dx_{shi} = f(dx, dy, \theta_j, R)$  e  $dy_{shi} = f(dx, dy, \theta_j, R)$

Per determinare queste due grandezze nel caso di lavorazione in concordanza facciamo riferimento al modello geometrico presentato in figura 5.11.

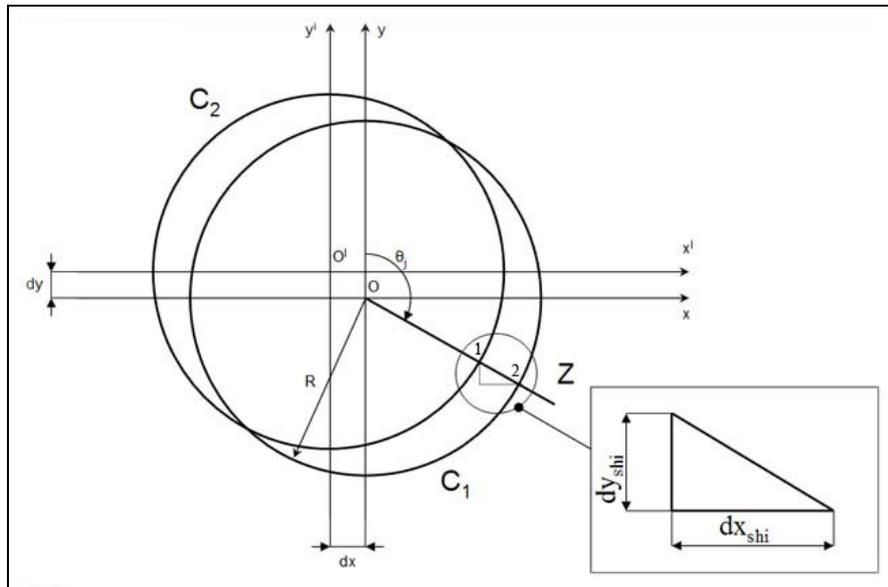


fig. (5.11): Sistema geometrico di riferimento per il calcolo dello spessore di truciolo in lavorazione in concordanza

Sarà necessario trovare i punti di intersezione tra la retta  $Z$  ed ognuna delle circonferenze  $C_1$  e  $C_2$  nel secondo quadrante (i punti di intersezione degli stessi luoghi geometrici nel quarto quadrante non ci interessano). Avremo pertanto un sistema del tipo:

$$\begin{cases} C_1 = x^2 + y^2 - R^2 \\ C_2 = (x - dx)^2 + (y - dy)^2 - R^2 \\ Z = (-\tan(\theta_j - \pi/2)) \cdot x - y \end{cases}$$

Si noti come nell'equazione della retta  $Z$  si faccia riferimento all'angolo "alpha" con  $alpha = \theta_j - \pi/2$ .

Tale programma fornisce 4 soluzioni corrispondenti alle intersezioni tra ciascuna delle circonferenze  $C1$  e  $C2$  con la retta  $Z$  nel secondo e nel quarto quadrante.

Con le variabili  $dx$  e  $dy$  si sono calcolate le differenze tra le dimensioni  $x$  e  $y$  dei punti di intersezione nel secondo quadrante del piano cartesiano, ottenendo in tal modo le grandezze cercate.

Avremo infine:

$$dx_{shi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{-\tan(\alpha) \cdot dy + 2 \cdot dx}{1 + (\tan(\alpha))^2 - \frac{R}{\sqrt{1 + (\tan(\alpha))^2}}} +$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{-2 \tan(\alpha) \cdot dx \cdot dy - dy^2 + R^2 - (\tan(\alpha))^2 \cdot dx^2 + (\tan(\alpha))^2 \cdot R^2}}{1 + (\tan(\alpha))^2 - \frac{R}{\sqrt{1 + (\tan(\alpha))^2}}}$$

$$dy_{shi} = -\frac{1}{2} \cdot \tan(\alpha) \cdot \frac{-\tan(\alpha) \cdot dy + 2 \cdot dx}{1 + (\tan(\alpha))^2 - \frac{R \cdot \tan(\alpha)}{\sqrt{1 + (\tan(\alpha))^2}}} +$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{-2 \tan(\alpha) \cdot dx \cdot dy - dy^2 + R^2 - (\tan(\alpha))^2 \cdot dx^2 + (\tan(\alpha))^2 \cdot R^2}}{1 + (\tan(\alpha))^2 - \frac{R \cdot \tan(\alpha)}{\sqrt{1 + (\tan(\alpha))^2}}}$$

avendo sempre  $\alpha = \theta_j - \pi/2$ .

Per lo spessore di truciolo, a seguito di scostamenti  $dx$  e  $dy$  del centro fresa rispetto alla posizione nominale una relazione del tipo, avremo pertanto:

$$h_j(z) = S_t \cdot \text{sen} \theta_j(z) + dx_{shi} \cdot \text{sen} \theta_j(z) + dy_{shi} \cdot \text{cos} \theta_{j(z)}$$

Tale relazione viene inserita nei blocchi di calcolo delle forze  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ ,

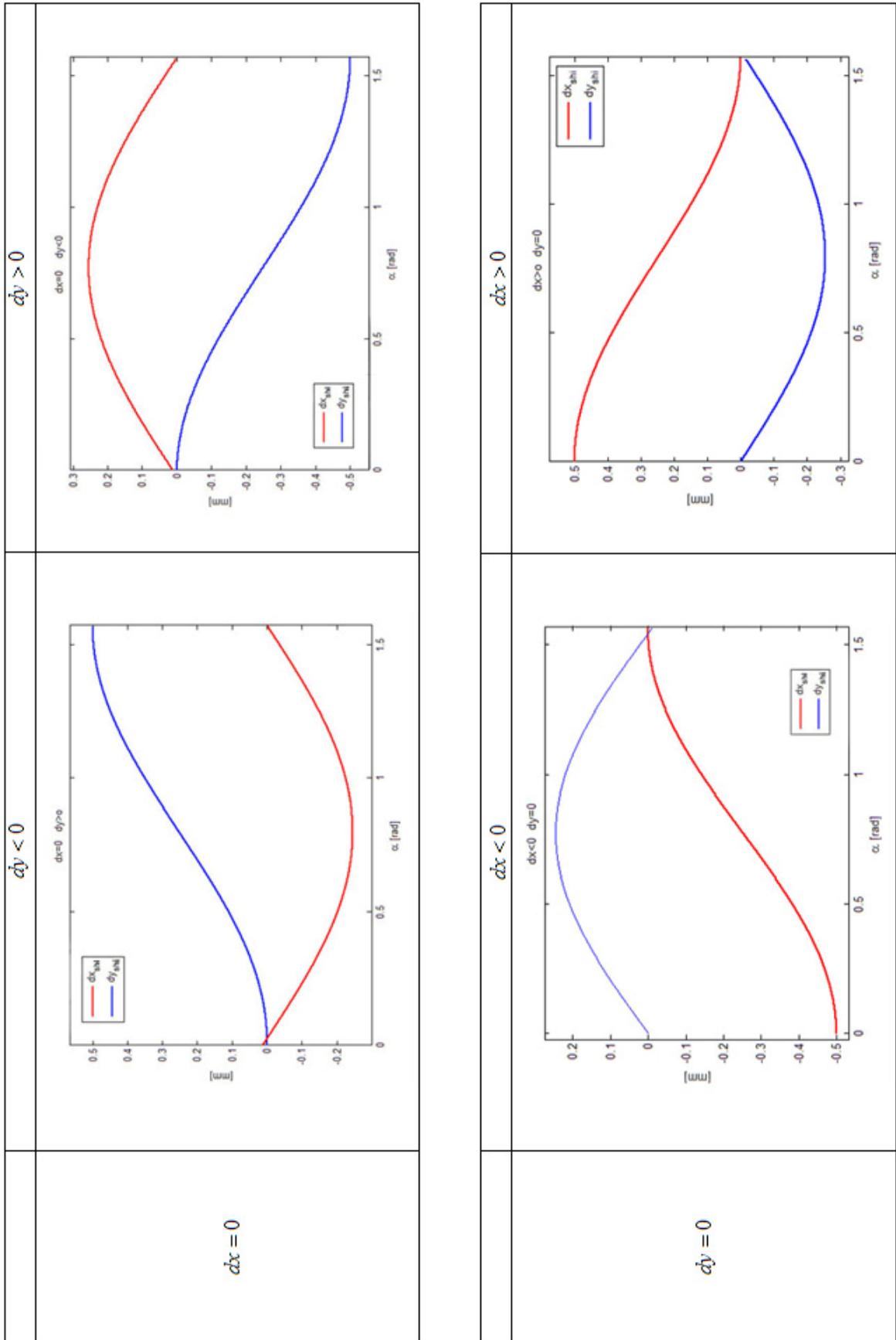


fig. (5.12 a-b-c-d)

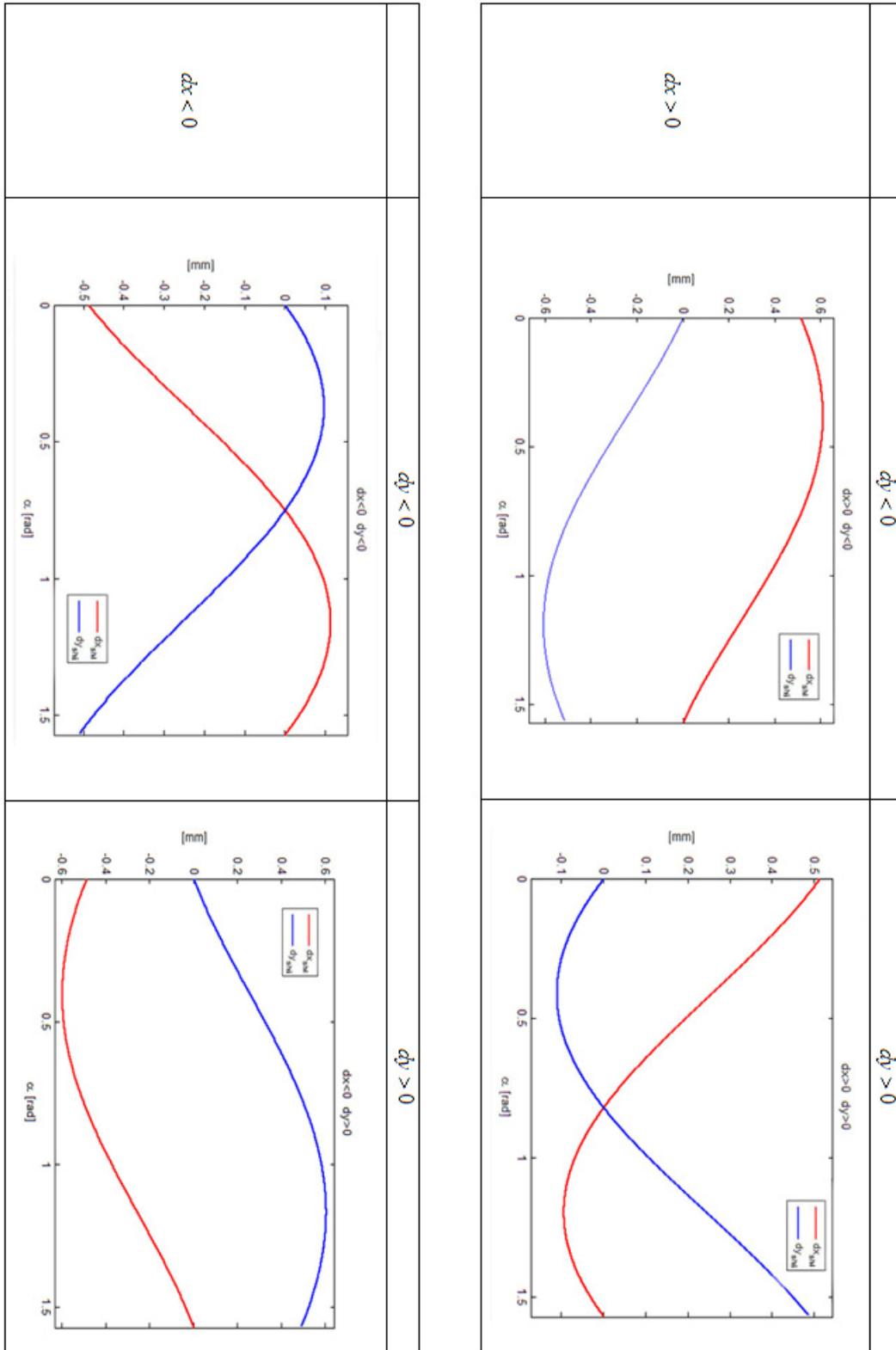


fig.(5.13 a-b-c-d)

Si presenta infine in figura 5.14 il diagramma relativo alla variazione nello spessore di truciolo registrato a seguito di uno scostamento dell'asse della fresa dovuto alla flessione dell'utensile (parametri utilizzati tabella 5.2).

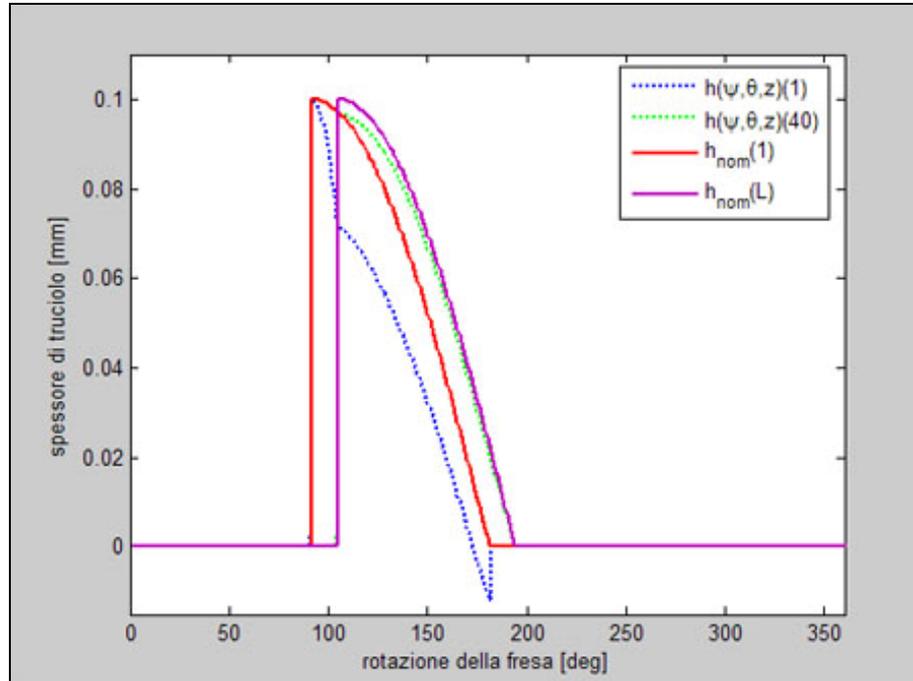


fig. (5.14): Variazione dello spessore di truciolo in concordanza

Nel diagramma sono riportati gli andamenti dello spessore di truciolo nel caso di fresa in configurazione nominale (linea continua) ed per uno scostamento dovuto a flessione dell'utensile (in linea tratteggiata). Sono inoltre stati rappresentati gli andamenti relativi al primo e all'ultimo ( $L$ -esimo) elemento di integrazione sul tagliente in presa. Si osserva come in questo caso si registri una riduzione nello spessore di truciolo rimosso ed è pertanto possibile ipotizzare una diminuzione delle forze di taglio rilevate nel caso di trave flessibile.

*Lavorazione in opposizione*

Nel caso di lavorazioni in opposizione, per la determinazione delle grandezze  $dx_{shi}$  e  $dy_{shi}$  è necessario ricorrere ad un diverso modello geometrico rispetto a quello precedentemente analizzato, come mostrato nella figura sottostante:

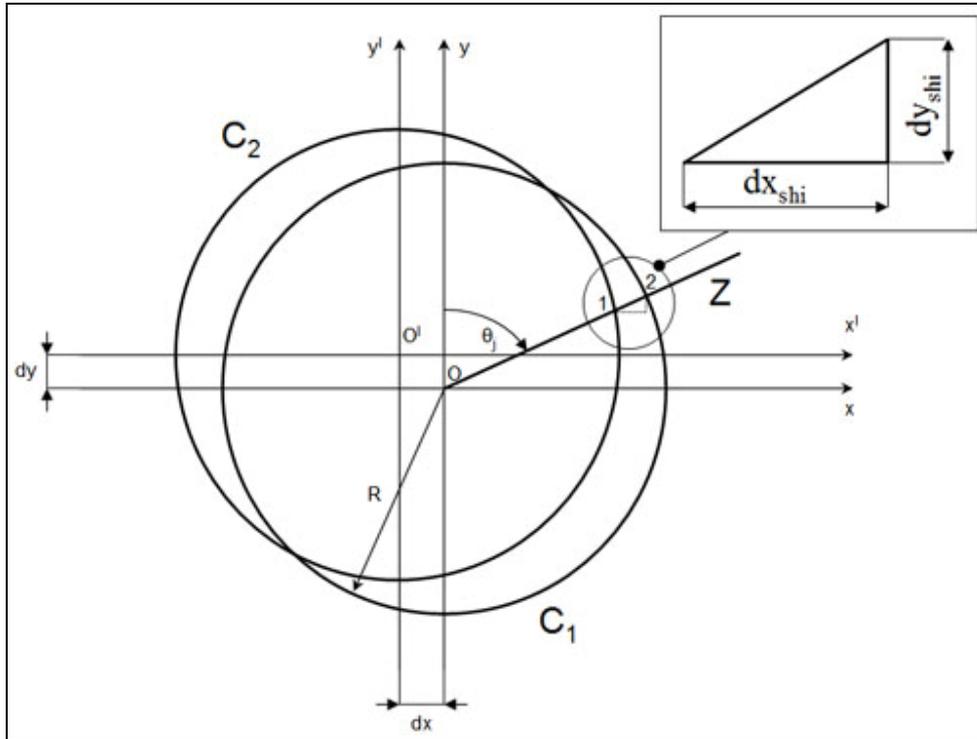


fig. (5.15): Sistema geometrico di riferimento per il calcolo dello spessore di truciolo in lavorazione in opposizione

Ancora una volta sar  necessario determinare le coordinate dei punti di intersezione tra ognuna delle due circonferenze  $C_1$  e  $C_2$  e la retta  $Z$ , in questo caso nel primo quadrante del piano cartesiano.

Tali coordinate sono ottenibili dal seguente sistema:

$$\begin{cases} C_1 = x^2 + y^2 - R^2 \\ C_2 = (x - dx)^2 + (y - dy)^2 - R^2 \\ Z = (\tan \theta_j) \cdot x - y \end{cases}$$

Impostando in Matlab<sup>®</sup> tale sistema e, come gi  visto in precedenza, risolvendolo in maniera simbolica, otteniamo in questo caso:

$$dx_{shi} = \frac{1}{2} \cdot \frac{2 \cdot (\tan(\theta_j)) \cdot dy + 2 \cdot dx}{(1 + \tan(\theta_j))^2 + \frac{R}{\sqrt{1 + (\tan(\theta_j))^2}}} +$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \tan(\theta_j) \cdot dy \cdot dx - dy^2 + R^2 - (\tan(\theta_j))^2 \cdot dx^2 + (\tan(\theta_j))^2 \cdot R^2}}{(1 + \tan(\theta_j))^2 + \frac{R}{\sqrt{1 + \tan(\theta_j)^2}}}$$

$$dy_{shi} = \frac{1}{2} \cdot \tan(\theta_j) \cdot \frac{2 \cdot \tan(\theta_j) \cdot dy + 2 \cdot dx}{(1 + \tan(\theta_j))^2 + \frac{R \cdot \tan(\theta_j)}{\sqrt{1 + (\tan(\theta_j))^2}}} +$$

$$\frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \tan(\theta_j) \cdot dx \cdot dy - dy^2 + R^2 - (\tan(\theta_j))^2 \cdot dx^2 + (\tan(\theta_j))^2 \cdot R^2}}{(1 + \tan(\theta_j))^2 + \frac{R \cdot \tan(\theta_j)}{\sqrt{1 + (\tan(\theta_j))^2}}}$$

Queste espressioni per  $dx_{shi}$  e  $dy_{shi}$  sono state poi inserite all'interno dei singoli blocchi di calcolo delle forze come già visto in precedenza. Il codice costitutivo dei blocchi di calcolo per le restanti parti rimane uguale a quanto già presentato per il caso di lavorazione in concordanza.

Presentiamo anche in questo caso il confronto tra l'andamento dello spessore di truciolo per una fresa in configurazione nominale e per una soggetta a scostamenti. Nello specifico nei diagrammi riportati in figura 5.16 si farà ancora riferimento al modello ed ai parametri di lavorazione utilizzati nelle simulazioni riportati in tabella 5.2, per in questo caso una lavorazione in opposizione.

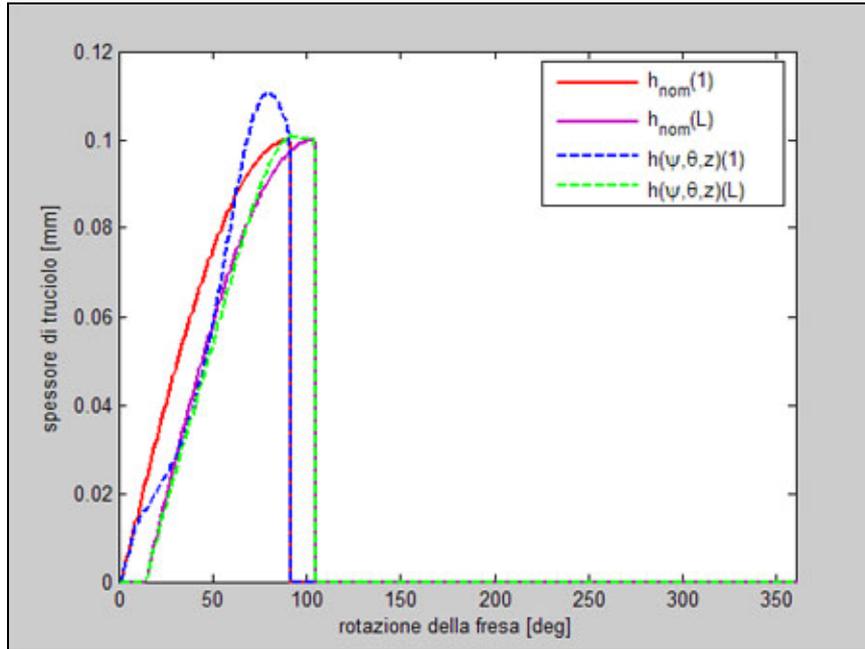


fig. (5.16): Variazione dello spessore di truciolo in opposizione

#### Modello analitico delle forze di taglio con corpo fresa flessibile

Per determinare la flessione del corpo utensile dovuta alle forze di taglio che agiscono sull'utensile stesso lungo il tagliente o i taglienti in presa è stato necessario ricorrere ad una modellazione dell'utensile stesso. Le possibilità sono in questo caso molteplici.

La determinazione della flessione dell'utensile sui piani  $xz$  e  $yz$  è delegata all'interno del programma di calcolo ai due blocchi in colore blu di figura 5.8.

Vediamo come in input ad ognuno dei due sotto-blocchi di calcolo vi siano le forze di taglio in direzione  $x$  e  $y$  per ognuno degli  $L$  elementi di integrazione sulla porzione del tagliente in presa (rispettivamente  $Fx\_vett$  e  $Fy\_vett$ ).

All'interno i due blocchi si presenteranno come in figura 5.17., dove è contenuto l'algoritmo che implementa il modello presentato di flessione.

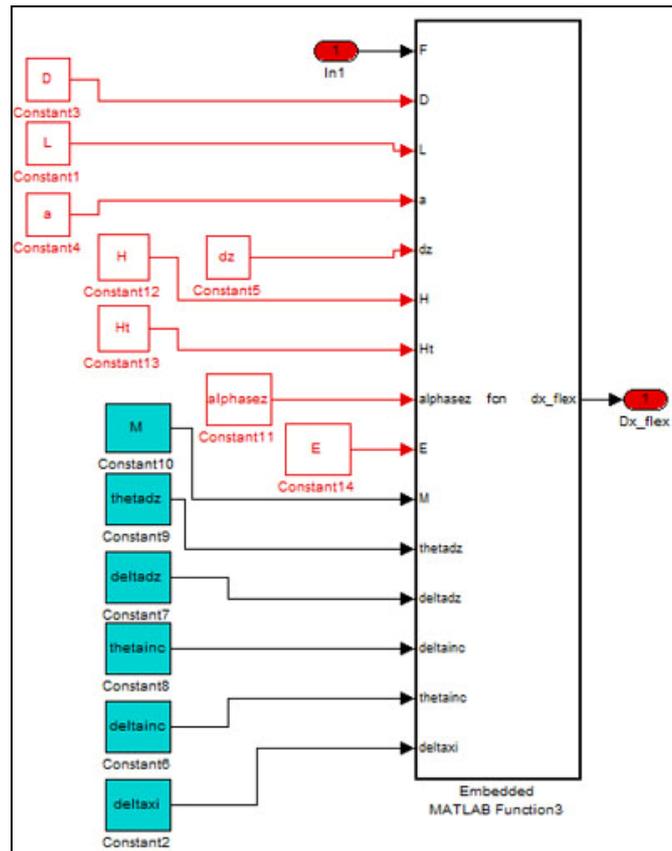


fig. (5.17): Architettura interna dei blocchi di calcolo delle flessioni

*Analisi fornite dal programma di calcolo*

Vediamo ora quali sono gli output che il programma fornisce nel caso in cui si ricorrerà alla modellazione della fresa come trave a mensola di sezione costante con  $d = D$  ( $\alpha = 1$ ).

Le simulazioni sono state condotte con i parametri geometrici e di lavorazione tabulati di seguito:

geometria fresa	cilindrica
materiale fresa	HSS
modulo di Young (E)	230000 N/mm2
materiale in lavorazione	Ti6Al4V
diametro fresa (D)	20 mm

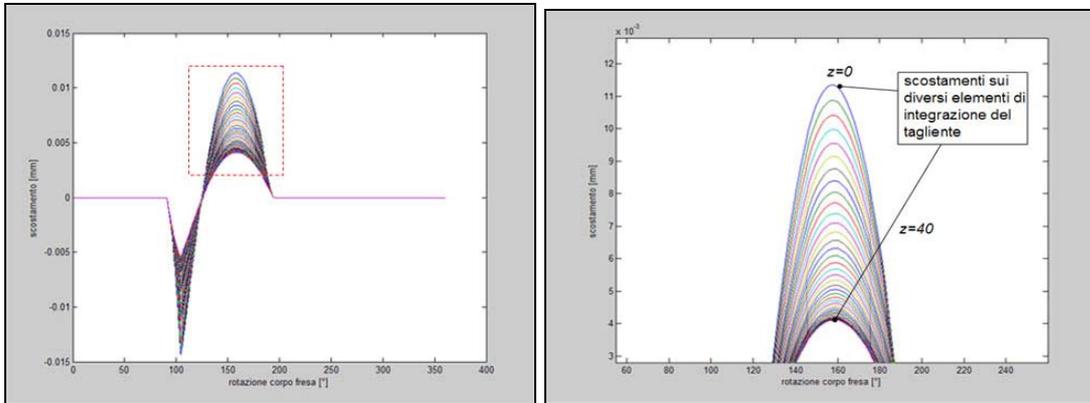
altezza fresa (H)	50 mm
altezza tagliente (Ht)	25 mm
profondità assiale di taglio (a)	4 mm
profondità radiale di taglio (IR)	mm ( $IR = D/2$ )
angolo d'elica del tagliente (io)	30°

*tab. (5.2): Parametri geometrici e di lavorazione  
delle simulazioni condotte*

Verranno presentati i grafici relativi ad una singola passata di una fresa dotata di un solo tagliente. Non essendo presenti infatti effetti dinamici non vi sono differenze tra successive passate relative a diversi taglienti o a giri della fresa successivi al primo.

Lavorazione in concordanza

- Andamento delle flessioni:
- Piano xz:



a)

b)

fig. (5.18): Scostamenti dell'asse fresa sul piano xz

Si osserva come ogni elemento di integrazione sul tagliente in presa presenti un diverso andamento delle flessioni (ad ogni elemento è associata nel diagramma una curva di diverso colore). Questo aspetto è visibile nell'ingrandimento 5.18b. della sezione evidenziata dal riquadro tratteggiato in figura 3.18a.

L'elemento di tagliente che subirà lo scostamento maggiore rispetto alla configurazione nominale sarà quello posto alla quota  $z = 0$  in quanto posto sull'estremità libera della fresa.

- Piano yz:

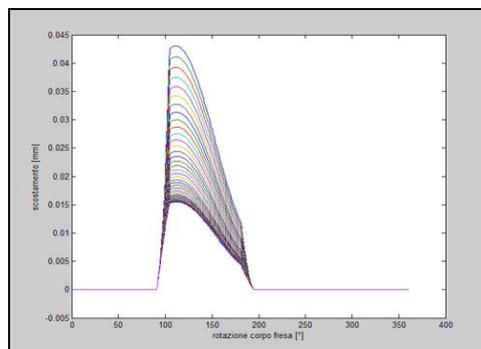


fig. (5.19): Scostamenti dell'asse della fresa sul piano yz

Analogamente a quanto osservato per la flessione sul piano xz, anche in questo caso avremo  $L$  curve distinte, una per ogni elemento di integrazione sulla porzione di

tagliante in presa. Anche in questo caso l'elemento posto al termine del tagliante ( $z = 0$  nel sistema di riferimento utilizzato) sarà quello che presenterà lo scostamento maggiore rispetto al posizionamento nominale.

- Andamenti delle forze di taglio:

Gli andamenti dei carichi agenti sulla fresa in fase di lavorazione verranno confrontati con quelli ottenuti dal programma di calcolo delle forze nel caso di utensile indeformabile. Nei diagrammi che seguono verranno inoltre riportati gli andamenti delle forze di taglio per un modello di fresa di sezione costante con  $D = 0.8 \cdot d$  (con notazione  $F_{\alpha flex}$ ).

Forze in direzione x:

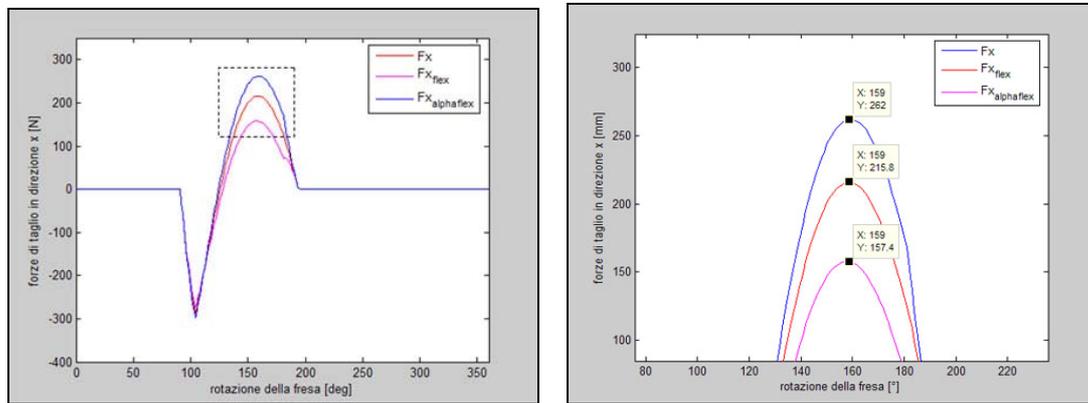


fig. (5.19): Forze di taglio  $F_x$

Si osserva come le forze di taglio in condizioni di trave deformata siano in entrambi i casi inferiori rispetto a quelle misurate per una fresa indeformabile. A seguito della flessione del corpo fresa si registra quindi una riduzione dello spessore di truciolo asportato. Tale riduzione è tanto maggiore quanto minore è il coefficiente  $\alpha$  di riduzione della sezione (la curva relativa all'utensile con diametro  $d = 0.8 \cdot D$  rimane infatti al di sotto di quella determinata per l'utensile con coefficiente  $\alpha$  unitario su tutto l'intervallo di lavorazione).

Forze in direzione y:

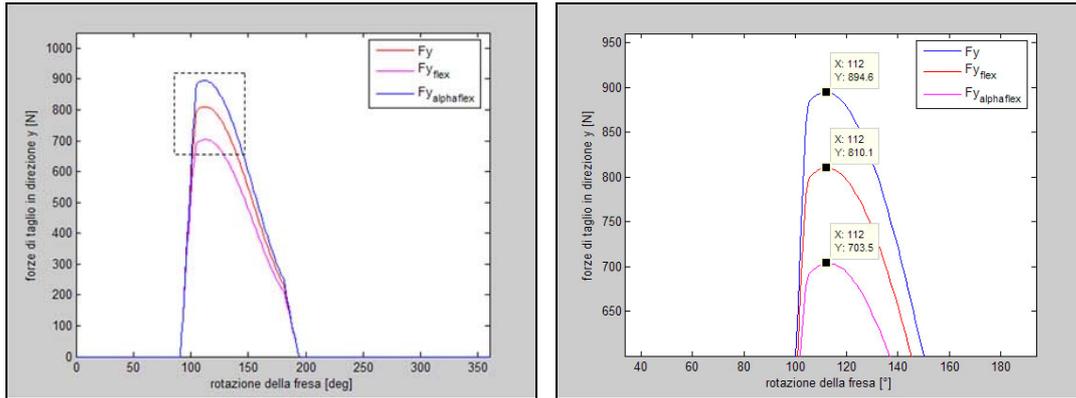


fig. (5.20): Forze di taglio  $F_y$

Anche in questo caso è possibile osservare quanto già visto per le  $F_x$ . Per entrambe le modellazioni analizzate, si registra il massimo scostamento rispetto alle forze di taglio nominali ad un angolo di rotazione  $\theta = 112^\circ$  della fresa, come evidenziato nell'immagine 5.20.

*Lavorazione in opposizione*

- Andamenti delle flessioni:

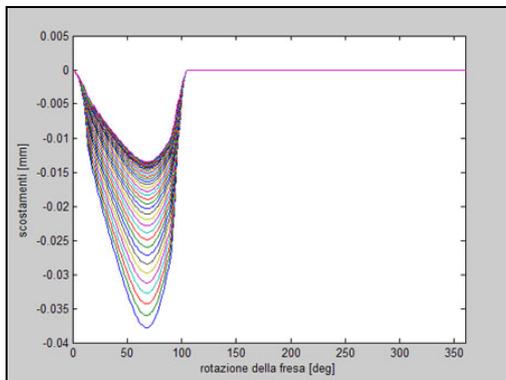


fig. (5.21): Scostamenti sul piano xz

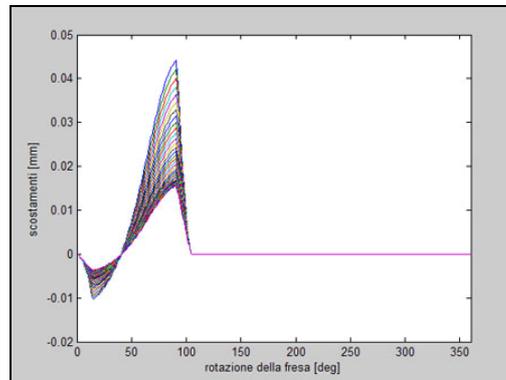


fig. (5.22): Scostamenti sul piano yz

Si osserva anche in questo caso come gli scostamenti rispetto alla configurazione nominale della fresa siano maggiori per gli elementi posti all'estremità libera della fresa. E' osservabile inoltre come gli andamenti delle flessioni in entrambi i piani di riferimento crescano più dolcemente rispetto al caso della lavorazione in concordanza nella regione di ingresso nella zona di taglio, mentre decrescono più bruscamente per angoli prossimi a quello di uscita. Tali andamenti sono giustificabili osservando gli schemi di lavorazione in concordanza ed in opposizione e gli andamenti dello spessore di truciolo nelle regioni prossime ai  $\theta_{st}$  e ai  $\theta_{ex}$ . Nel caso precedentemente analizzato di

lavorazione in concordanza, per angoli prossimi al  $\theta_{st}$ , lo spessore di truciolo risulta nettamente maggiore rispetto a quello misurabile nella regione di uscita dal tagliente. Avremo pertanto un elevato gradiente delle forze di taglio per angoli prossimi a quello di entrata nella zona di lavorazione e gradienti inferiori per angoli prossimi a quello di uscita. Nella lavorazione in opposizione analizzata in questo paragrafo si verifica invece la situazione opposta. Lo spessore di truciolo è in questo caso minimo nella regione di ingresso al taglio, mentre risulta maggiore per angoli prossimi al  $\theta_{ex}$ , da cui derivano elevati gradienti nelle forze nella regione di uscita dal taglio e conseguentemente gli andamenti delle flessioni della fresa osservate.

- Andamenti delle forze di taglio:

Si propongono nuovamente gli andamenti delle forze di taglio che si scaricano sulla fresa secondo le tre componenti  $x,y,z$ . Verranno ancora riportati sui diagrammi le forze di taglio relative ai modelli:

- modello di fresa indeformabile (configurazione nominale)
- modello di fresa flessibile con diametro  $d = D$  ( $\alpha = 1$ )
- modello di fresa flessibile con diametro  $d = \alpha \cdot D$  con  $\alpha = 0.8$

Forze in direzione x:

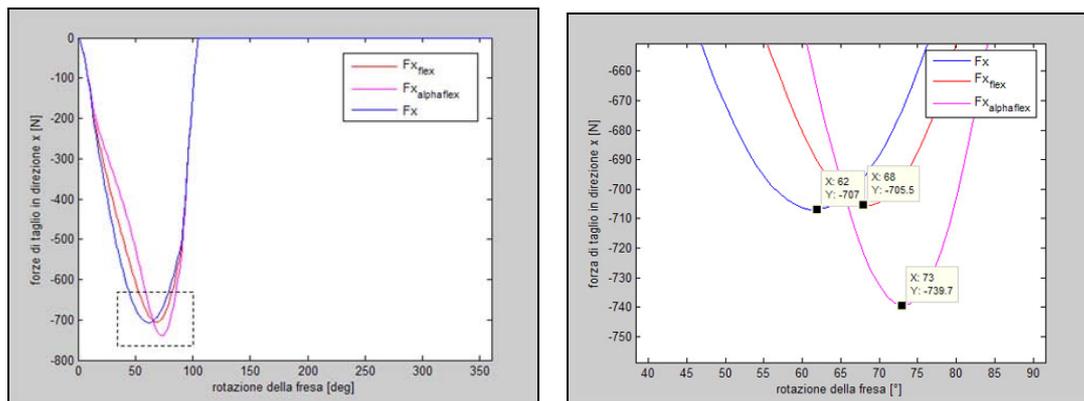


fig. (5.23): Forze di taglio  $F_x$

Nel caso della lavorazione in opposizione non si osserva più una diminuzione del picco della forza di taglio in direzione  $x$  passando dalla configurazione nominale a quelle di fresa flessibile, ma una sostanziale parità tra le intensità dei carichi registrati. Rispetto

al secondo modello flessibile (con  $\alpha = 0.8$ ) si ha un aumento, seppur di modesta entità, dei carichi su  $x$ :

$$\Delta F_{x1-2} = -1.5 \text{ N} \text{ pari ad una riduzione dello } 0,2\%$$

$$\Delta F_{x1-3} = 32.7 \text{ N} \text{ pari ad un incremento del } 4,6\%$$

Forze in direzione  $y$ :

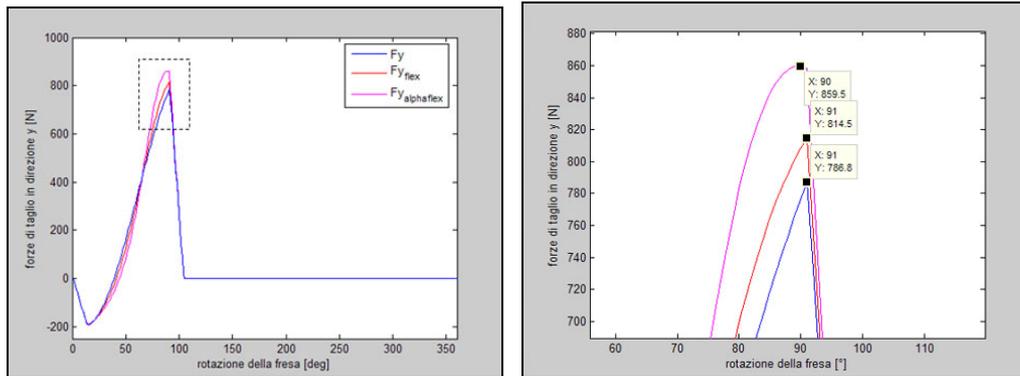


fig. (5.24): Forze di taglio  $F_y$

L'andamento dei carichi in direzione  $y$  appare qualitativamente simile a quello ottenuto per i carichi in direzione  $x$  nel caso di lavorazione in concordanza. Anche in questo caso si osserva infatti una variazione nel segno della forza agente sulla fresa che si presenta negativa per un primo tratto per poi assumere segno positivo. I carichi relativi ai tre modelli proposti presentano in questo caso andamenti molto simili tra loro, sia qualitativamente che quantitativamente. Le variazioni maggiori si registrano per angoli di rotazione della fresa prossimi a  $\pi/2$ , come evidenziato dall'ingrandimento di figura 5.24.

$$\Delta F_{y1-2} = 45 \text{ N} \text{ pari ad un incremento del } 5,2\%$$

$$\Delta F_{y1-3} = 72.7 \text{ N} \text{ pari ad un incremento dello } 8,5\%$$

In generale si può quindi osservare che le variazioni delle forze su tutte e tre le componenti analizzate sono, nel caso della lavorazione in opposizione, percentualmente inferiori rispetto a quanto registrato nel caso di lavorazione in concordanza, anche se l'entità degli scostamenti rispetto alla configurazione nominale della fresa sono quantitativamente simili, così come appare confrontando i diagrammi delle flessioni sui piani  $xz$  e  $yz$  nei due casi. Ciò è spiegabile in quanto, gli scostamenti in direzione  $x$  o  $y$

della fresa possano, a seconda delle combinazioni di segni, portare a variazioni trascurabili sullo spessore di truciolo rimosso nella fase di taglio.

### 5.2.2 Modello a trave a mensola a sezione variabile

Una limitazione del modello precedentemente proposto era il non considerare le differenze di sezione trasversale che la fresa inevitabilmente presenta tra la zona dei taglienti e la regione di aggancio al porta-utensile. La prima zona infatti presenterà, come visto in precedenza, un momento d'inerzia inferiore rispetto alla seconda a causa delle gole scavate nel corpo fresa per ottenere i taglienti. Tale variazione sarà ancora considerata ricorrendo ad un coefficiente  $\alpha$  di riduzione della sezione della fresa per la regione del tagliente.

*Modello analitico:*

La fresa sarà ora modellizzata come nella figura che segue:

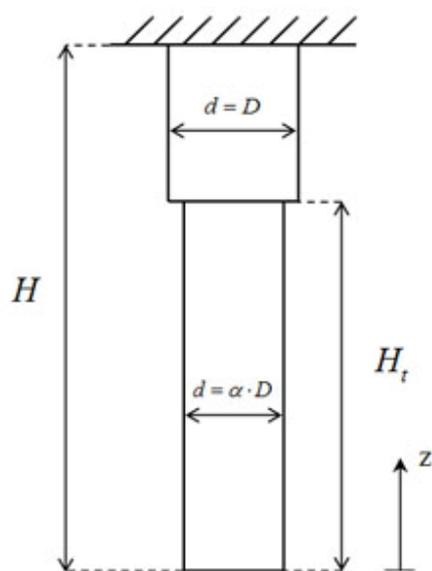


fig. (5.25): Modello di trave a sezione variabile

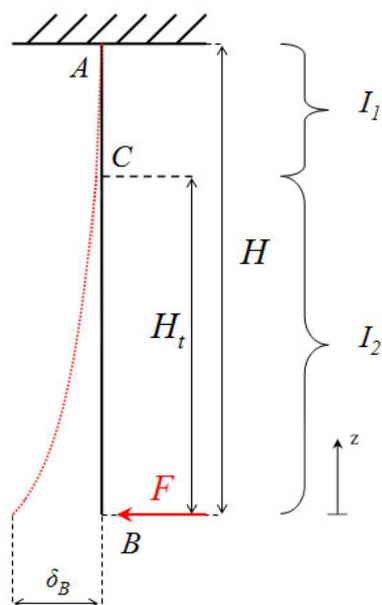


fig. (5.26): Deformata elastica

Supponendo ora il carico concentrato sull'estremità della trave otterremo una deformata

come in figura 5.26, con:  $I_1 = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$ ;  $I_2 = \frac{\pi \cdot (\alpha \cdot D)^4}{64}$

Rispetto al caso precedentemente esaminato, la differenza nel momento d'inerzia delle due sezioni della trave porta ad una discontinuità nella tangente alla deformata nel punto C.

Lo scostamento rispetto alla posizione nominale della trave a seguito dell'applicazione del carico  $F$  al punto B porta ad avere:

$$\varphi_C = \frac{F \cdot (H - H_t)^2}{2 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F \cdot H_t \cdot (H - H_t)}{E \cdot I_1}$$

$$\delta_C = \frac{F \cdot (H - H_t)^3}{3 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F \cdot H_t \cdot (H - H_t)^2}{2 \cdot E \cdot I_1}$$

$$\varphi_B = \varphi_C + \frac{F \cdot H_t^2}{2 \cdot E \cdot I_2}$$

$$\delta_B = \delta_C + \frac{F \cdot H_t^3}{3 \cdot E \cdot I_2} = \frac{F \cdot (H - H_t)^2}{E \cdot I_1} \left[ \frac{(H - H_t)}{3} + \frac{H_t}{2} \right] + \frac{F \cdot H_t^3}{3 \cdot E \cdot I_2}$$

Riproponendo quanto già visto in merito alla regione di applicazione delle forze di carico per il primo modello di trave, avremo la situazione schematizzata in figura 5.27.

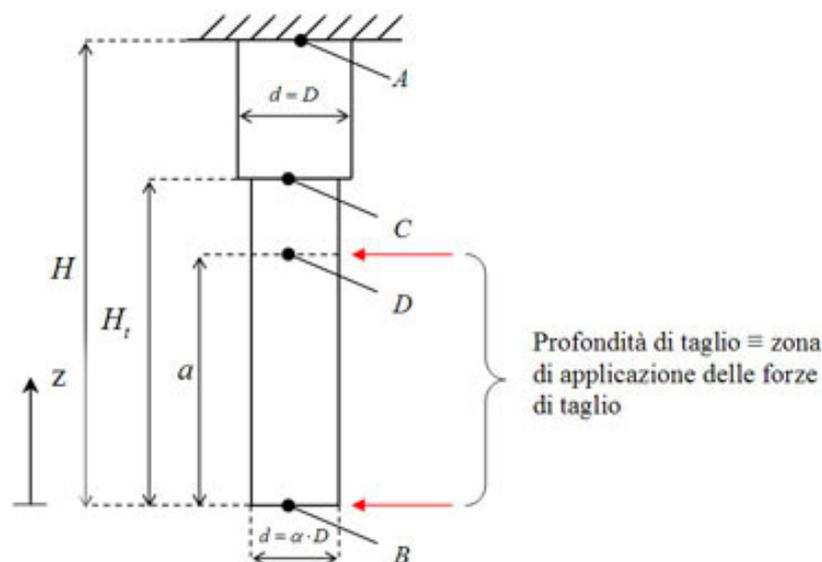


fig. (5.27): Estremi di applicazione delle forze di taglio

per il modello di trave a sezione variabile

Si noti come l'altezza del tagliente  $H_t$  non venga a coincidere con la profondità di taglio  $a$ .

In riferimento alle notazioni in figura ed alle grandezze viste in precedenza, avremo:

$L = a/dz$  elementi di integrazione sulla porzione di tagliente in presa.

Per ognuno di questi elementi andiamo ancora a definire la forza applicata  $F$  e lo scostamento dovuto a flessione  $\delta$  come:

$$F = F(j) \quad \text{con } j \in [1, L]$$

$$\delta = \delta(i) \quad \text{con } i \in [1, L]$$

avremo infine:

per  $i \geq j$ :

$$\delta_i = \delta_c + \frac{F(j) \cdot (H_t - i \cdot dz)^3}{3 \cdot E \cdot I_2} + \frac{F(j) \cdot [(i - j) \cdot dz] \cdot (H_t - i \cdot dz)^2}{2 \cdot E \cdot I_2}$$

per  $i < j$ :

$$\delta_i = \delta_c + \frac{F(j) \cdot (H_t - j \cdot dz)^3}{3 \cdot E \cdot I_2} + \varphi(j) \cdot (j - i) \cdot dz$$

con, in entrambi i casi:

$$\delta_c = \frac{F(j) \cdot (H - H_t)^3}{3 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F(j) \cdot (H_t - j \cdot dz) \cdot (H - H_t)^2}{2 \cdot E \cdot I_1}$$

$$\varphi(j) = \frac{F(j) \cdot (H - H_t)^2}{2 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F(j) \cdot (H_t - j \cdot dz) \cdot (H - H_t)}{E \cdot I_1} + \frac{F(j) \cdot (H_t - j \cdot dz)^2}{2 \cdot E \cdot I_2}$$

### *Implementazione del modello e analisi degli output del programma*

Anche in questo caso il blocco di calcolo di Simulink<sup>®</sup> sarà basato su una serie di cicli *for* annidati in grado di calcolare lo spostamento  $\delta$  dell' $i$ -esimo elemento a seguito dell'applicazione della forza  $F$  all'elemento  $j$ -esimo della fresa.

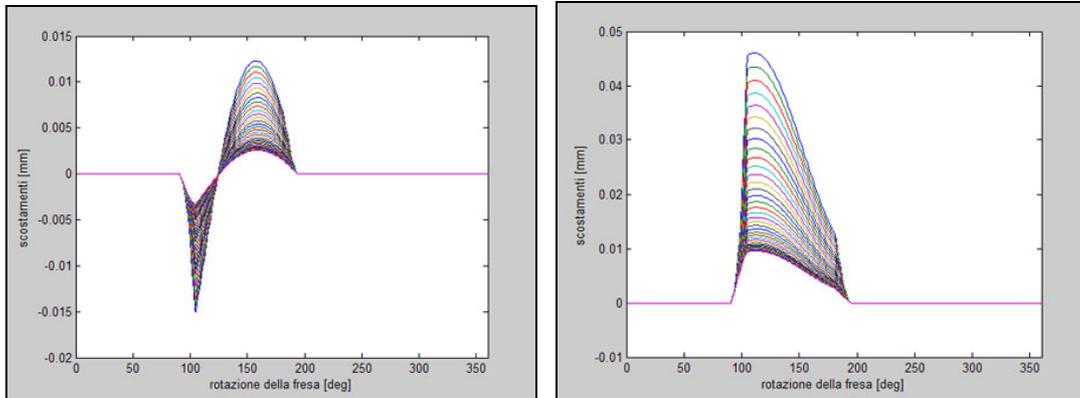
In questo caso specifico sarà necessario modificare il ciclo precedentemente proposto calcolando la rotazione  $\varphi$  e lo spostamento  $\delta$  della sezione all'inizio del tagliente (sezione *C* in figura 5.27).

Come fatto in precedenza per i modelli di trave a singola sezione, presentiamo in questo paragrafo gli output forniti dal programma di calcolo.

Ancora una volta verranno in un primo tempo presentati gli andamenti di flessioni e forze di taglio relativi ad una lavorazione in concordanza, seguiti dai risultati ottenuti nel caso di una lavorazione in opposizione. I parametri di lavorazione e la geometria della fresa sono ancora quelli presentati in tabella 5.2.

*Lavorazione in concordanza*

- Andamenti delle flessioni



*fig. (5.28): Scostamenti sul piano xz*

Si riscontra qualitativamente lo stesso andamento osservato nell'analisi dei modelli precedenti. Quantitativamente lo scostamento rispetto al posizionamento nominale è però maggiore (in riferimento ai diagrammi per il modello di trave semplice con  $\alpha = 1$ ) di una percentuale di circa il 7% per entrambi i piani di flessione. Questo è un risultato atteso in quanto la modellazione della fresa analizzata in questo paragrafo presenta una maggiore flessibilità.

- Andamenti delle forze di taglio

Forze in direzione x:

Riportando con le notazioni  $F_x$  le forze agenti in condizioni di fresa indeformabile e con  $F_{x_{flex}}$  quelle agenti in condizioni di fresa flessibile otteniamo gli andamenti riportati nella figura sottostante:

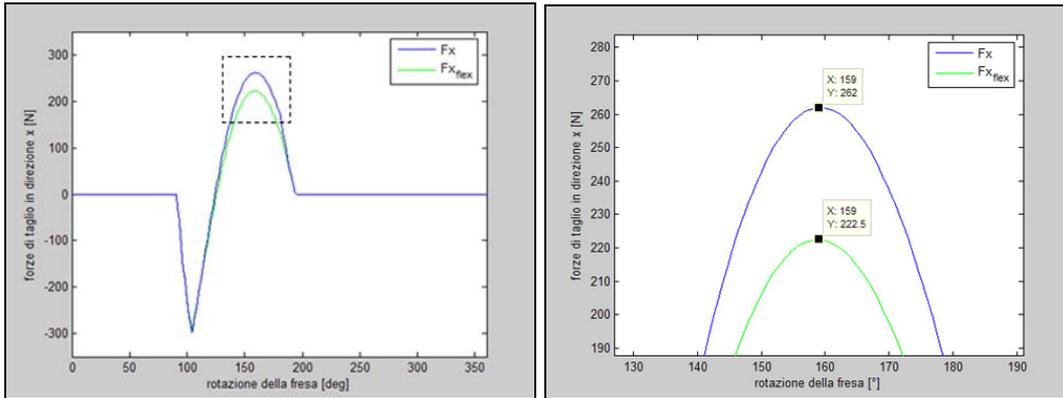


fig. (5.29): Forze di taglio  $F_x$

$\Delta F_x = 39.5 N$  pari ad una riduzione del 15,0% delle forze di taglio.

Forze in direzione y:

Con le stesse notazioni utilizzate in precedenza otteniamo gli andamenti delle forze di taglio di figura 5.30.

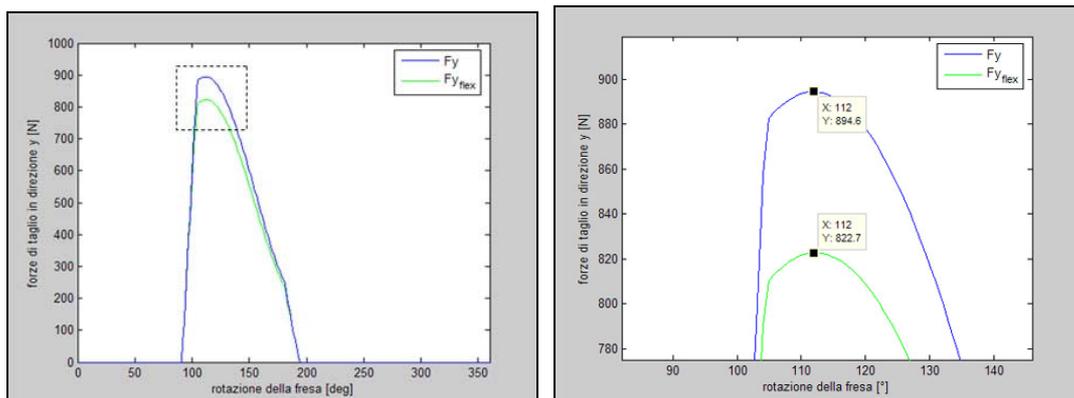


fig. (5.30): Forze di taglio  $F_y$

La variazione di carico passando al modello di trave flessibile sarà in questo caso pari a:  $\Delta F_y = 71.9 N$  corrispondente ad una diminuzione dell' 8,0%.

*Lavorazione in opposizione*

Anche nel caso della lavorazione in opposizione si registra un incremento degli scostamenti degli elementi del tagliente rispetto alla posizione nominale rispetto a quanto trovato in precedenza per il modello di trave a mensola a sezione costante (con  $\alpha = 1$ ). Le variazioni che si osservano su entrambi i piani di flessione rispetto al detto modello sono anche in questo caso percentualmente contenuti attestandosi su valori di

circa il 5-6% su entrambi i piani. Si conferma pertanto la tendenza già osservata nel caso di lavorazione in concordanza.

- Andamenti delle forze di taglio

Riprendendo le notazioni utilizzate nella presentazione dei dati relativi alla lavorazione in concordanza, seguono i risultati ottenuti dal confronto tra le forze di taglio per il modello di trave indeformabile e per il modello di trave a sezione variabile sulle tre componenti  $x,y,z$ .

Forze in direzione  $x$ :

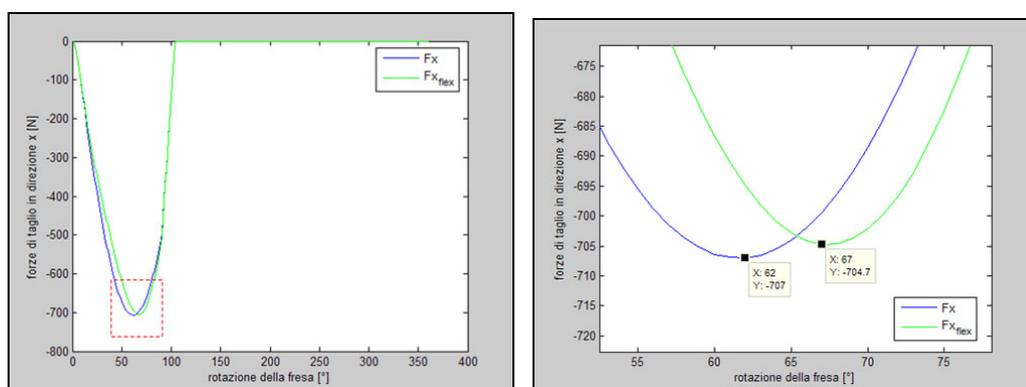


fig. (5.31): Forze di taglio  $F_x$

Quanto ottenuto ricalca quanto precedentemente osservato, sia come gradi di ritardo nel picco di carico, sia come ampiezza della variazione del carico stesso. Si va infatti da un -0,2% rilevato per il modello di trave semplice ad un -0,3% rilevato in questo caso. Si tratta pertanto di variazioni non significative.

### 5.2.3 Modellazioni con vincolo elasticamente cedevole

*Modello analitico:*

Si è finora considerato il vincolo della fresa alla macchina utensile come un incastro perfetto. In realtà il gruppo formato da porta-utensile e mandrino, organi attraverso cui il collegamento è assicurato, non è a rigore assimilabile ad un vincolo perfetto, in quanto permette un sia pur minimo spostamento assiale ed un disassamento dell'asse della fresa rispetto all'asse  $z$ . E' pertanto possibile passare da una modellazione della fresa come trave incastrata ad una che prevede un vincolamento attraverso un vincolo

cedevole elasticamente schematizzato con una coppia di molle (una lineare ed una flessionale) per ogni piano di flessione.

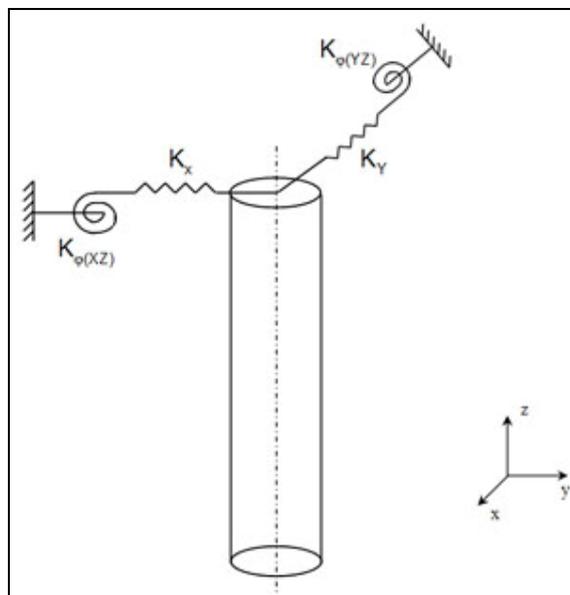


fig. (5.32): Modellazione del vincolo elasticamente cedevole

Procediamo l'analisi del modello sul singolo piano di flessione (nell'esempio presentato il piano  $xz$ ).

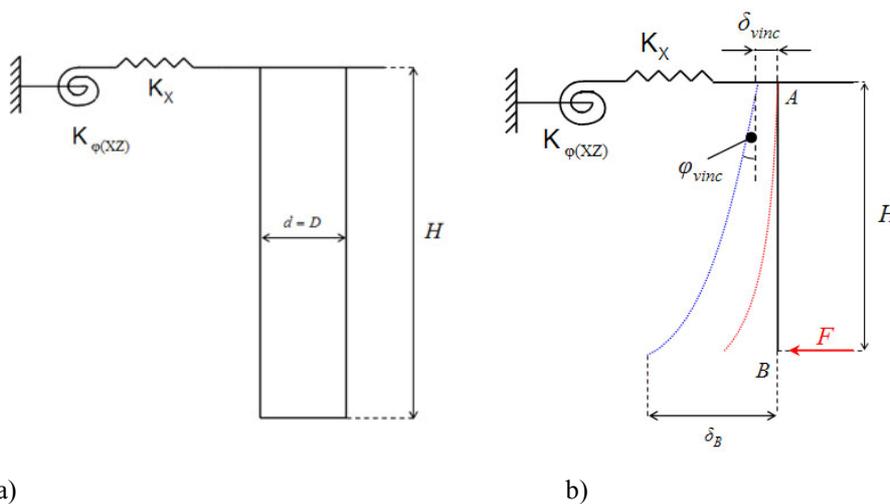


fig. (5.33): Modellazione con trave a sezione semplice nel piano  $xz$

La trave modellata in figura, se sottoposta ad un carico  $F$  agente all'estremità si deformerà in modo simile a quanto già visto in precedenza. In questo caso il cedimento del vincolo porterà ad una traslazione  $\delta_{vinc}$  e ad una rotazione  $\varphi_{vinc}$  della sezione della

trave in corrispondenza del vincolo in direzioni opposte alle reazioni vincolari ivi generate, come illustrato nella figura sottostante, dove in rosso è stata riportata a titolo di confronto la deformata della trave nel caso precedentemente analizzato di vincolo perfetto. La deformata nel caso di vincolo elasticamente cedevole è rappresentata in colore blu.

Avremo:

$$\delta_{vinc} = \frac{F}{K_X} \quad , \quad \varphi_{vinc} = \frac{F \cdot H}{K_{\vartheta(XZ)}}$$

da cui:

$$\varphi_B = \frac{F \cdot H^2}{2 \cdot E \cdot I} + \varphi_{vinc} = \frac{F \cdot H^2}{2 \cdot E \cdot I} + \frac{F \cdot H}{K_{\vartheta(XZ)}}$$

$$\delta_B = \frac{F \cdot H^3}{3 \cdot E \cdot I} + \delta_{vinc} = \frac{F \cdot H^3}{3 \cdot E \cdot I} + \frac{F}{K_X} + \varphi_{vinc} \cdot H$$

$$\text{con } I = \frac{\pi \cdot D^4}{64}$$

Volendo invece implementare la cedevolezza del vincolo al modello della trave composta avremo lo schema seguente:

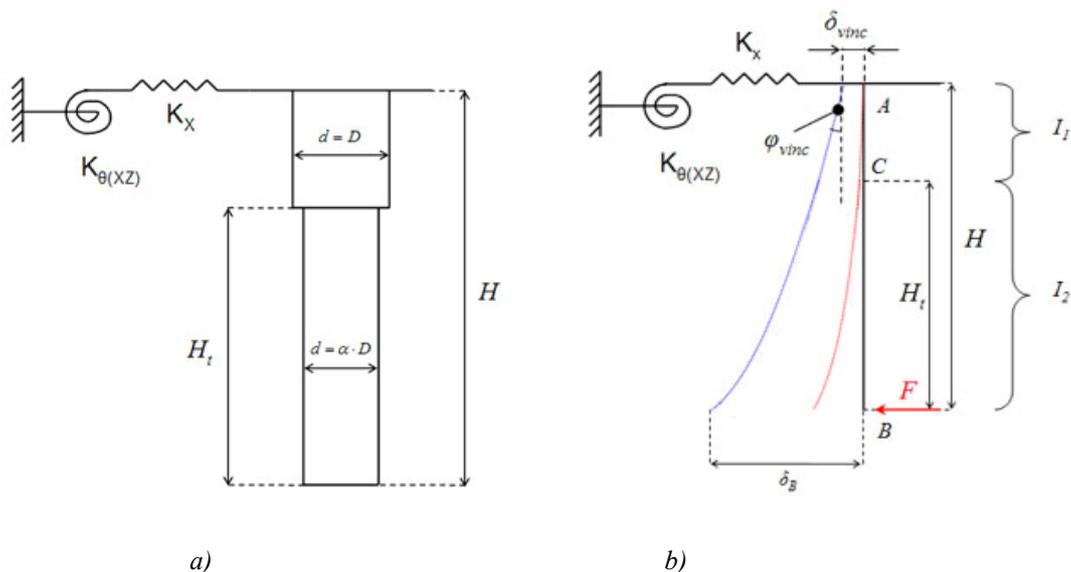


fig. (5.34): Modellazione con trave a sezione variabile nel piano xz

La deformata a seguito dell'applicazione di un carico  $F$  all'estremità della trave sarà, similmente a quanto già visto nel caso precedente, pari a quella individuata per la trave composta incastrata, con in aggiunta lo spostamento e la rotazione della sezione di vincolamento secondo lo schema in figura 5.34 b:

Avremo ora:

$$\delta_{vinc} = \frac{F}{K_X} \quad , \quad \varphi_{vinc} = \frac{F \cdot H}{K_{\varphi(XZ)}}$$

e quindi:

$$\varphi_C = \frac{F \cdot (H - H_t)^2}{2 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F \cdot H_t \cdot (H - H_t)}{E \cdot I_1} + \frac{F \cdot H}{K_{\varphi(XZ)}}$$

$$\delta_C = \frac{F \cdot (H - H_t)^3}{3 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F \cdot H_t \cdot (H - H_t)^2}{2 \cdot E \cdot I_1} + \frac{F}{K_X} + \varphi_C \cdot (H - H_t)$$

$$\varphi_B = \varphi_C + \frac{F \cdot H_t^2}{2 \cdot E \cdot I_2}$$

$$\delta_B = \delta_C + \frac{F \cdot H_t^3}{3 \cdot E \cdot I_2} = \frac{F \cdot (H - H_t)^2}{E \cdot I_1} \left[ \frac{(H - H_t)}{3} + \frac{H_t}{2} \right] + \frac{F \cdot H_t^3}{3 \cdot E \cdot I_2} + \frac{F}{K_X}$$

*Analisi dei dati forniti dal programma di calcolo:*

Prima di poter commentare i risultati ottenuti dall'esecuzione del programma di calcolo è necessario stabilire dei valori plausibili per le elasticità lineari e flessionali  $K$  e  $K_\varphi$ . In riferimento a [44] poniamo:

$$K_X = K_Y = 5 \cdot 10^9 \text{ N/mm} ; \quad K_{\varphi(XZ)} = K_{\varphi(YZ)} = 10^9 \text{ N/rad}$$

Presentiamo ancora una volta i risultati del modello proposto valutando prima scostamenti della fresa e andamenti delle forze di taglio per una lavorazione in concordanza ed in seguito per una lavorazione in opposizione.

Lavorazione in concordanza

- Andamenti delle flessioni

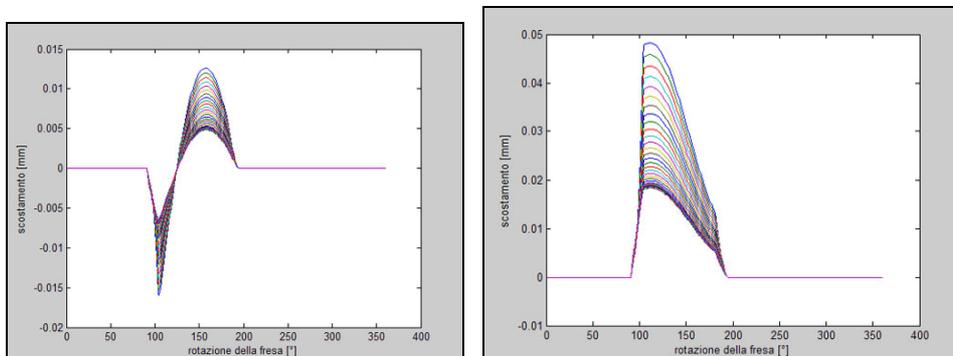


fig. (5.35): Scostamenti nel piano xz

Dall'analisi degli andamenti degli scostamenti sui piani  $xz$  ed  $yz$  della fresa si osservano degli andamenti qualitativamente simili a quanto già osservato per i modelli proposti nei paragrafi precedenti. Quantitativamente gli scostamenti percentuali si pongono a valori attorno al 10% circa, leggermente superiori quindi a quanto trovato per il modello di trave a sezione composta. Ciò appare logico essendo il modello ora analizzato del tutto identico a parte il vincolamento che è in questo caso di tipo cedevole.

- Andamenti delle forze di taglio

Forze in direzione x:

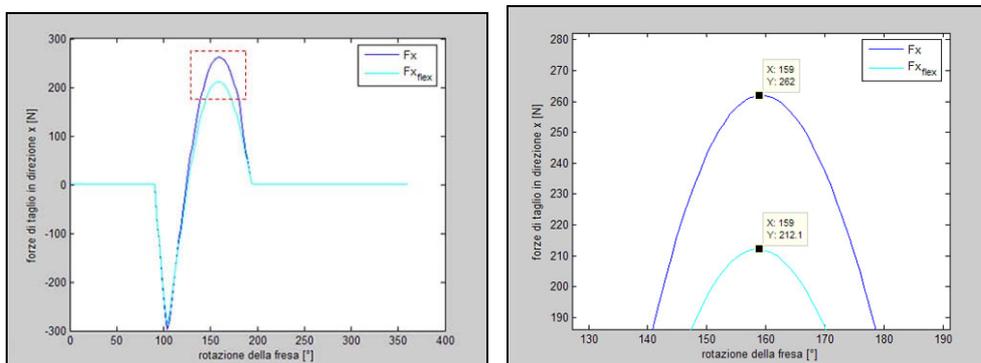


fig. (5.36): Forze di taglio  $F_x$

Si osserva anche in questo caso una riduzione dei carichi agenti sulla fresa.

Forze in direzione y:

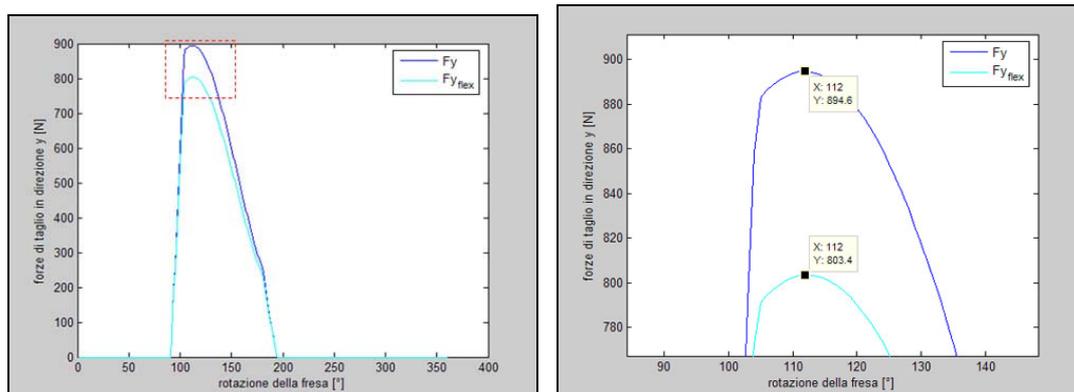


fig. (5.37): Forze di taglio  $F_y$

In questo caso  $\Delta F_y = 91.2 \text{ N}$ , (-10,19%)

A conclusione della presentazione degli andamenti dei carichi per il modello analizzato si può osservare che gli andamenti seguono piuttosto fedelmente quanto già visto per i modelli analizzati in precedenza.

*Lavorazione in opposizione*

Si verifica nuovamente quanto già osservato nel caso di lavorazione in concordanza. Si registrano in questo caso scostamenti dell'asse dell'utensile leggermente superiori a quelli fatti registrare dal modello di trave composta con vincolo perfetto di alcuni punti percentuale (rispetto al modello di trave a sezione semplice si hanno aumenti tra il 10% ed il 15% ).

Riassunto dati raccolti

Riproponiamo i dati raccolti nelle simulazioni condotte per offrirne un quadro di insieme unitario.

Si farà riferimento ai modelli proposti ed analizzati in precedenza come da seguente tabella:

definizione	designazione in tab: 5.4
trave sez. semplice ( $\alpha = 1$ )	1
trase sez. semplice ( $\alpha = 0.8$ )	2
trave a sezione variabile	3

incastrata	
trave a sezione variabile con vincolo cedevole	4

tab. (5.3)

Lavorazione in concordanza

	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta F_x$	$\Delta F_y$	$\Delta F_z$
1		/	-17,6% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-9,4% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-11,6% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )
2	+ 68,3% (*) + 130% (**)	+ 100,7%	-39,9% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-21,4% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-26,4% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )
3	+ 7% (*) + 5,1% (**)	+ 7,1%	-15,1% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-8,0% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-9,9% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )
4	+ 9,5% (*) + 11,5% (**)	+ 12,1%	-19,0% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-10,2% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	-12,6% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )

tab. (5.4): Dati ottenuti dalle simulazioni per lavorazione in concordanza

(\*): variazione percentuale sul picco positivo del diagramma dello scostamento.

(\*\*): variazione percentuale sul picco negativo del diagramma dello scostamento.

Lavorazione in opposizione

	$\Delta x$	$\Delta y$	$\Delta F_x$	$\Delta F_y$	$\Delta F_z$
1	/	/	-0,2% ( $\Delta\theta = +6^\circ$ )	+5,2% ( $\Delta\theta = +1^\circ$ )	+5,3% ( $\Delta\theta = -5^\circ$ )
2	+ 0,2%	+ 0,0% (*) - 4,5% (**)	+4,6% ( $\Delta\theta = +11^\circ$ )	+8,5% ( $\Delta\theta = +1^\circ$ )	17,9% ( $\Delta\theta = -8^\circ$ )
3	+ 6,0%	+ 2,8% (*) + 10,7% (**)	-0,3% ( $\Delta\theta = +5^\circ$ )	+2,5% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	+3,7% ( $\Delta\theta = -4^\circ$ )
4	+ 13,7%	+ 12,0% (*) + 12,3% (**)	0,1% ( $\Delta\theta = +7^\circ$ )	+4,0% ( $\Delta\theta = 0^\circ$ )	6,2% ( $\Delta\theta = -6^\circ$ )

tab. (5.5): Dati ottenuti dalle simulazione per lavorazione in opposizione

(\*): variazione percentuale sul picco positivo del diagramma dello scostamento.

(\*\*): variazione percentuale sul picco negativo del diagramma dello scostamento.

### 5.3 Modello analitico delle forze di taglio per variazioni nel posizionamento della fresa dovuti ad errori di montaggio dell'utensile.

In condizioni operative il corretto posizionamento dell'utensile è cruciale ai fini dell'ottenimento delle superficie lavorata desiderata. Data tale influenza, unitamente alla frequenza con cui questi errori si verificano nella pratica comune, si è voluto implementare nel programma del calcolo fin qui presentato l'effetto che tali errori di montaggio hanno sulle forze di taglio in fresatura.

#### *Modello analitico*

Gli errori di montaggio possono essere di due tipologie:

- errori di disassamento tra asse della fresa ed asse del mandrino (run-out)
- errori di disallineamento tra gli stessi assi (tilt-angle)

Tali errori possono essere localizzati in due punti: alla connessione tra il mandrino ed il porta-utensile e tra il porta-utensile e l'utensile stesso. In figura 5.38 è presentato un porta-utensile:



*fig. (5.38): Porta-utensile*

Sull'estremità inferiore del porta-utensile raffigurato viene installata la fresa, mentre su quella superiore il blocco utensile/porta-utensile viene fissato al mandrino della macchina, come raffigurato nello schema in figura 5.38.

Segue una schematizzazione del blocco mandrino-portautensile-utensile con in evidenza gli errori di run-out (a destra) e i tilt-angle (a sinistra) per ogni accoppiamento.

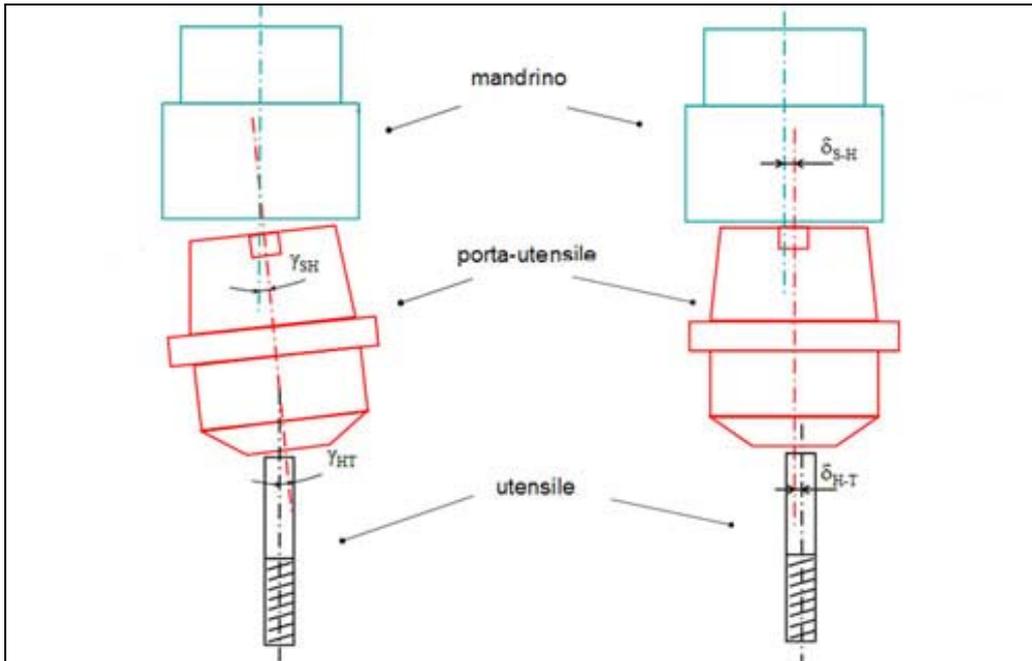


fig. (5.39): Schemi di disallineamento e disassamento

Gli scostamenti che interessano ai fini della determinazione delle forze di taglio sono quelli tra l'utensile ed il mandrino. E' pertanto necessario procedere alla composizione dei run-out e dei tilt-angle sulle connessioni tra mandrino e porta-utensile e tra porta-utensile e utensile.

In figura 5.40 si vede come si compongono i run-out relativi ai due accoppiamenti considerati.

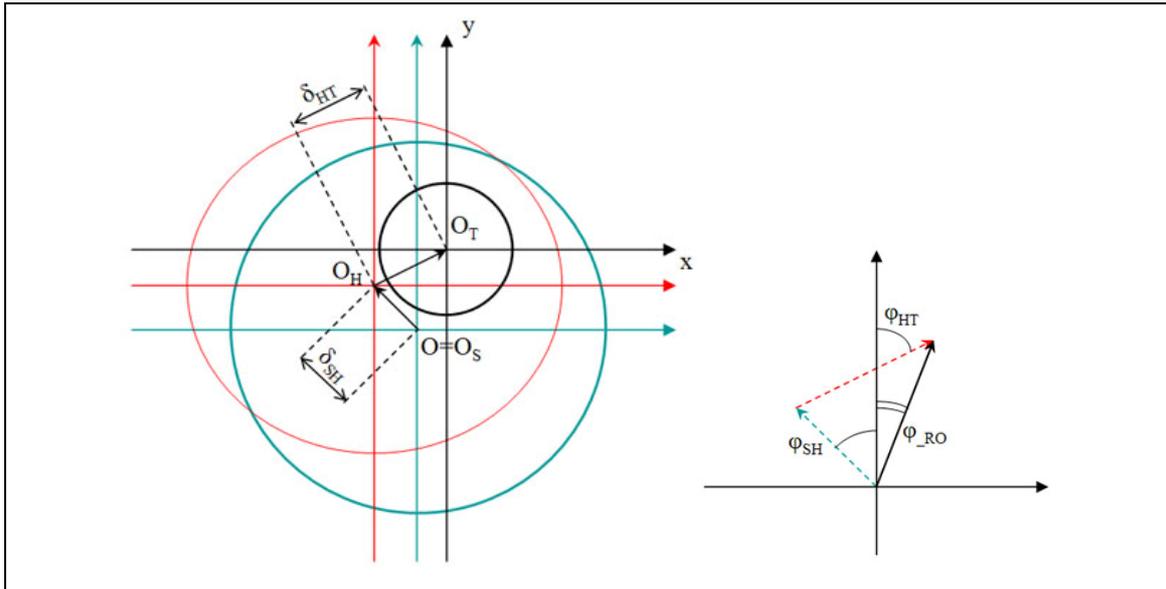


fig. (5.40)

La valutazione del tilt-angle e la sua implementazione nel programma di calcolo seguiranno lo schema presentato per la composizione dei disassamenti. E' necessario però osservare che gli scostamenti rispetto al posizionamento nominale dovuto ad errori di disallineamento è diverso per ogni elemento di integrazione ricavato sulla porzione del tagliente in presa.

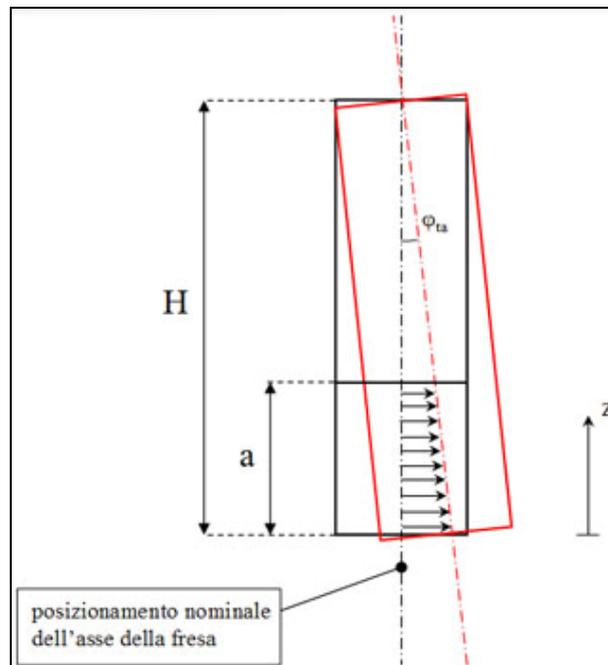


fig. (5.41)

In generale nel programma di calcolo delle forze di taglio gli errori di disallineamento e di disassamento saranno considerati nelle loro risultanti. In riferimento all'i-esimo elemento di integrazione sul tagliente in presa avremo:

$$\text{Run-out:} \quad \vec{\delta}_{SH} + \vec{\delta}_{HT} = \vec{\delta} \quad \forall i$$

$$\text{Tilt-angle:} \quad \vec{\delta}_{ta\ SH}(i) = \varphi_{SH} \cdot (H - i \cdot dz)$$

$$\vec{\delta}_{ta\ HT}(i) = \varphi_{HT} \cdot (H - i \cdot dz)$$

$$\delta_{ta\ SH}(i) + \delta_{ta\ HT}(i) = \vec{\delta}_{ta}(i)$$

Sull'i-esimo tagliente lo scostamento totale sarà pertanto:

$$\delta_x(i) = \delta_{ro} \cdot \sin(\varphi_{ro} + \theta_j) + \gamma_{ta} \cdot (H - i \cdot dz) \cdot \sin(\varphi_{ta} + \theta_j)$$

$$\delta_y(i) = \delta_{ro} \cdot \cos(\varphi_{ro} + \theta_j) + \gamma_{ta} \cdot (H - i \cdot dz) \cdot \cos(\varphi_{ta} + \theta_j)$$

### *Implementazione del modello nel programma di calcolo*

L'implementazione in Simulink del modello analitico proposto al paragrafo precedente ha necessitato il cambio di nome delle seguenti variabili:

*RO* ( $\delta_{ro}$ ): entità del disassamento tra asse utensile e asse mandrino.

*phi\_ro* ( $\varphi_{ro}$ ): angolo del disassamento sul piano  $xy$ .

*gamma\_ta* ( $\gamma_{ta}$ ): angolo di disallineamento tra asse utensile e asse mandrino.

*phi\_ta* ( $\varphi_{ta}$ ): angolo del disallineamento sul piano  $xy$ .

I blocchi di calcolo degli scostamenti causati da errori di montaggio dell'utensile sono inseriti all'interno del blocco di calcolo degli scostamenti presentato in fig 5.8.

In input ad entrambi i blocchi si trova l'angolo  $\theta$  di rotazione della fresa ( $Q$  nella sintassi utilizzata in Simulink<sup>®</sup>), mentre in output si trovano gli scostamenti calcolati in

direzione  $x$  ed  $y$ . Per avere un quadro totale degli input necessari al calcolo degli scostamenti a seguito degli errori di montaggio dell'utensile si faccia riferimento alla figura 5.42.

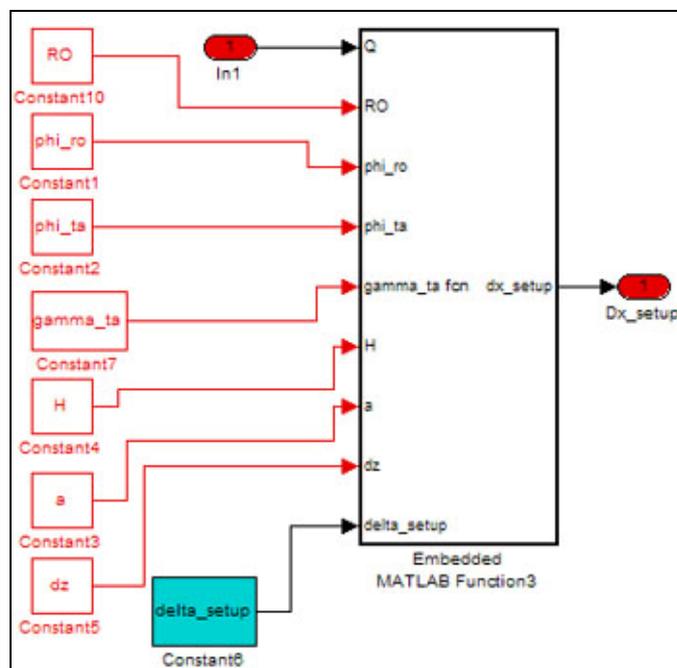


fig. (5.42): Architettura interna dei blocchi di calcolo

In input troviamo le costanti  $RO$ ,  $phi\_ro$ ,  $phi\_ta$ ,  $gamma\_ta$ ,  $H$ ,  $a$ ,  $dz$  e il vettore  $delta\_setup$  (inizializzato nei file .m come un vettore di  $L$  elementi nulli).

Il vettore in uscita dal blocco è pertanto costituito dagli scostamenti lungo una direzione ( $x$  o  $y$ ) dovuti agli errori di montaggio della fresa calcolati su ognuno elemento del tagliente in presa.

Questi scostamenti andranno poi a sommarsi per ogni elemento a quelli calcolati a seguito della flessione della fresa.

## 5.4 Variazione degli angoli di lavorazione e loro influenza sulle forze di taglio in fresatura.

### 5.4.1 Variazione degli angoli di ingresso ed uscita lavorazione in funzione dei parametri di processo

Riprendendo quanto già presentato riguardo alle diverse tipologie di lavorazione abbiamo in generale:

*Lavorazione in concordanza*

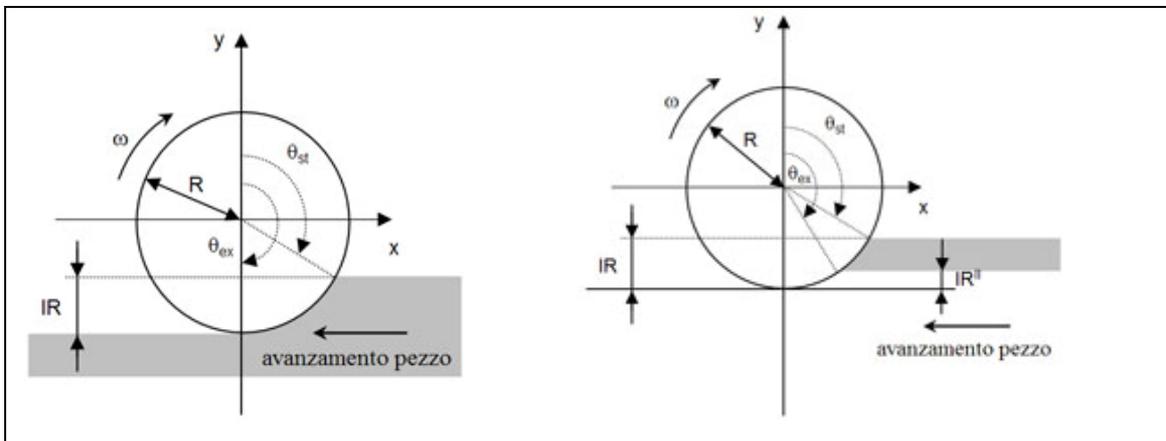


fig. (5.43)

fig. (5.44)

Risulta: 
$$\theta_{st} = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{R - IR}{R}\right) ; \quad \theta_{ex} = \frac{\pi}{2} + \arcsin\left(\frac{R - IR^{II}}{R}\right)$$

*Lavorazione in opposizione*

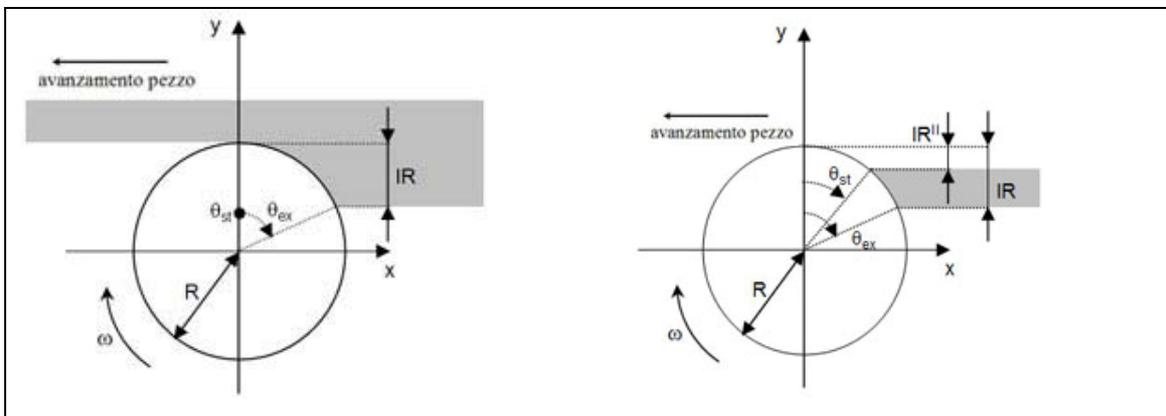


fig. (5.45)

fig. (5.46)

$$\text{Con: } \theta_{st} = \arccos\left(\frac{R - IR''}{R}\right); \quad \theta_{ex} = \arccos\left(\frac{R - IR}{R}\right)$$

Sebbene matematicamente la trattazione sulla variazione degli angoli di ingresso ed uscita lavorazione in seguito a scostamenti rispetto alla posizione nominale sia la medesima per entrambe le geometrie di lavorazione presentate nelle figure precedenti, fisicamente si hanno delle differenze sostanziali.

Ponendoci nell'ipotesi semplificativa che la superficie generata sia perfettamente piana, avremo che nei casi delle figure 5.45 e 5.43, in seguito a variazioni nel posizionamento del tagliente nella direzione x, gli angoli di uscita dal taglio e di entrata nella regione di taglio fig. 5.46 subiranno delle modifiche, così come si può osservare nelle figure sottostanti.

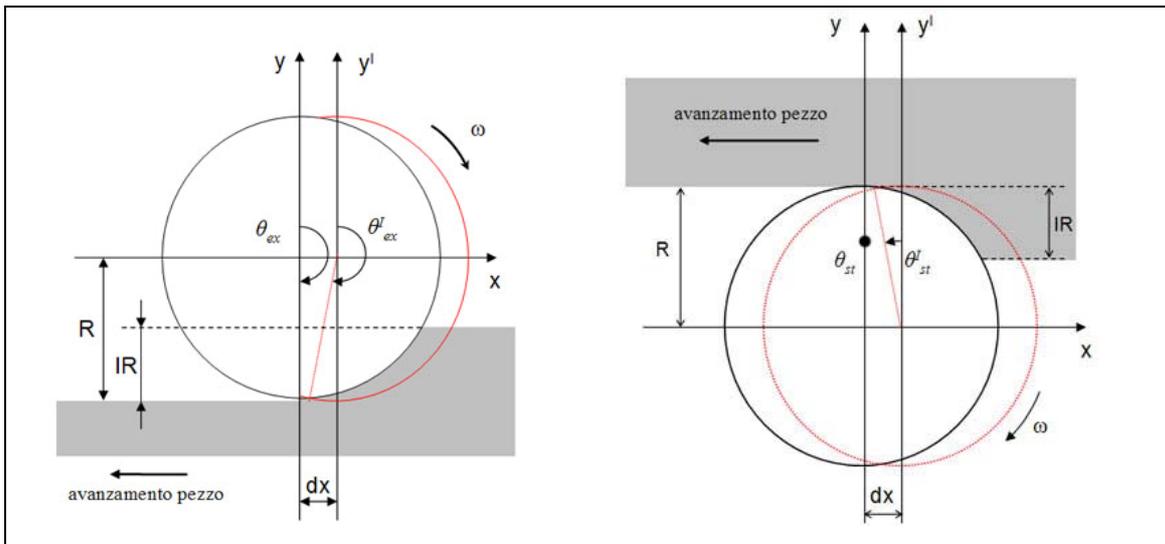


fig. (5.47)

fig. (5.48)

Nei casi invece delle figure 5.46 e 5.48 non essendo presente materiale da asportare oltre l'angolo di uscita nominale nel caso della lavorazione in concordanza e prima dell'angolo di ingresso nella regione di taglio nel caso di lavorazione in opposizione, gli angoli  $\theta_{ex}$  e  $\theta_{st}$  non subiranno variazioni.

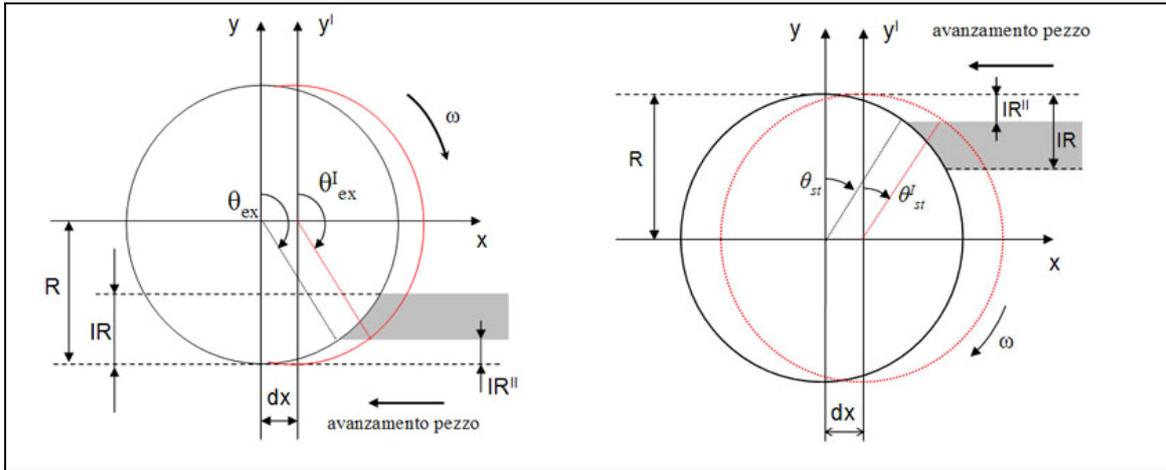


fig. (5.49)

fig. (5.50)

Nella trattazione che segue ci si porrà sempre nelle condizioni di lavorazione illustrati nelle figure 5.45 e 5.46.

*Cinematica del processo di fresatura: Traiettoria cicloidale dei taglienti e superficie generata:*

La traiettoria descritta dai taglienti di una fresa a candela durante la rotazione della fresa stessa è geometricamente caratterizzata da un profilo a cicloide allungata. In figura 5.51 è rappresentato l'andamento di tale funzione.

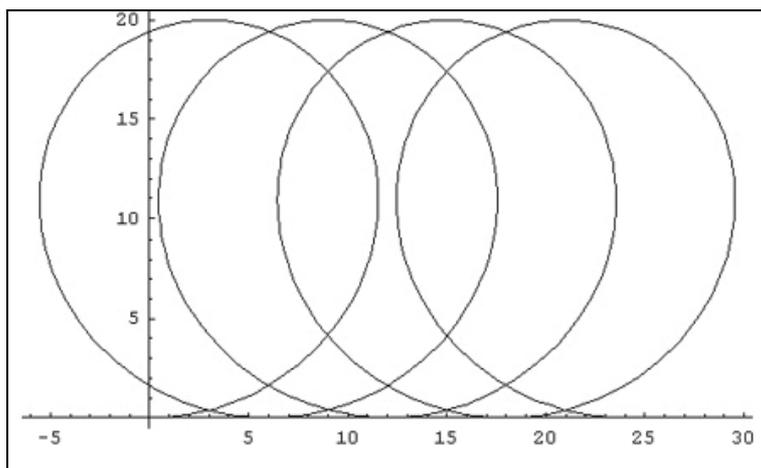


fig.(5.51): Profilo a cicloide allungata

Nel seguito della presente trattazione, per motivi di complessità nel rappresentare tale andamento, si è scelto di rappresentare graficamente il profilo a cicloide mediante successive circonferenze.

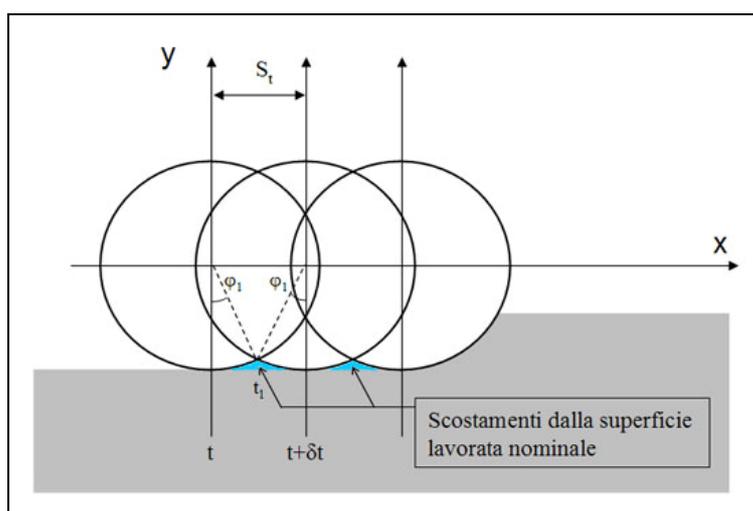


fig. (5.52): Profilo dei taglienti e superficie generata

Nel caso non si registrino scostamenti rispetto alla configurazione nominale, la traiettoria dei taglienti porterà ad ottenere una superficie lavorata caratterizzata da una rugosità uniforme, funzione della differenza costante di quota tra le guglie e gli avvallamenti della curva cicloide. Si rende quindi necessaria la determinazione di tale curva, ottenibile dalla risoluzione del seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} x = R \cdot \text{sen} \varphi + V_{av} \cdot t \\ y = R \cdot (1 - \cos \varphi) \end{cases}$$

con:  $R$  = raggio della fresa

$V_{av}$  = velocità di avanzamento della fresa

ed essendo:  $\varphi = \omega \cdot t$ , , sostituendo all'interno del sistema si ottiene:

$$\begin{cases} x = R \cdot \text{sen} \varphi + V_{av} \cdot \frac{\varphi}{\omega} \\ y = R \cdot (1 - \cos \varphi) \end{cases}$$

Analizzando la figura precedente possiamo determinare le coordinate della cuspidi della cicloide facendo riferimento all'angolo  $\varphi_1$ . Supposto che l'intersezione della curva cicloidale si abbia all'istante  $t^*$  compreso tra  $t_1$  e  $t_2$ , possiamo scrivere:

$$x(t^*) = x(\varphi_1) = x(2\pi - \varphi_1)$$

che presenta la sola incognita  $\varphi_1$ , essendo tale angolo simmetrico in riferimento a due posizioni successive della fresa. E' pertanto sufficiente una sola equazione per determinare il punto di intersezione della cicloide. Sfruttando la prima equazione del sistema iniziale otteniamo:

$$R \cdot \text{sen} \varphi_1 + V_{av} \cdot \frac{\varphi_1}{\omega} = R \cdot \left[ \text{sen}(2\pi - \varphi_1) + \frac{V_{av}}{\omega} \cdot (2\pi - \varphi_1) \right]$$

Utilizzando le proprietà delle funzioni trigonometriche possiamo scrivere:

$$\varphi_1 \cdot \left( R + \frac{V_{av}}{\omega} \right) = \frac{V_{av}}{\omega} \cdot \pi$$

Ricavato l'angolo  $\varphi_1$  e sostituendone il valore nel sistema iniziale, siamo quindi in grado di determinare le coordinate  $x$  ed  $y$  del punto di intersezione:

$$\begin{cases} x = R \cdot \text{sen} \varphi_1 + V_{av} \cdot \frac{\varphi_1}{\omega} \\ y = R \cdot (1 - \cos \varphi_1) \end{cases}$$

*Variazioni del profilo generato dai taglienti in presenza di scostamenti dell'asse della fresa*

Una variazione rispetto alla posizione nominale della fresa comporta la variazione dell'andamento della curva cicloide e quindi dello spessore di truciolo rimosso e conseguentemente delle forze di taglio.

Classifichiamo gli scostamenti della fresa secondo le direzioni secondo cui questi si verificano. Potremo avere:

- scostamento parallelo alla direzione di taglio ( $dx$ )
- scostamento ortogonale alla direzione di taglio ( $dy$ )

Nel primo caso avremo la situazione schematizzata in figura 5.53.

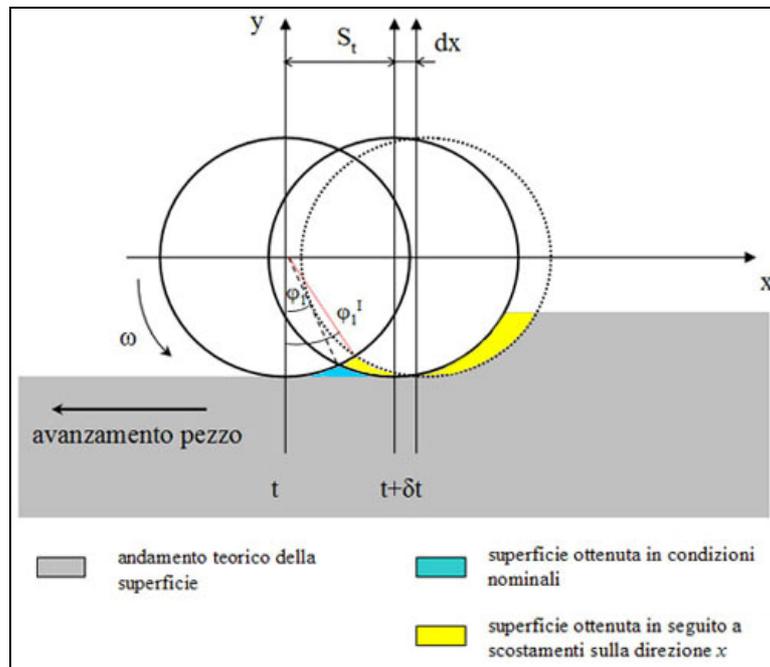


fig. (5.53): Variazione della superficie generata a seguito di uno scostamento  $dx$

mentre in caso si verifichi uno scostamento  $dy$  faremo riferimento allo schema di figura 5.54.

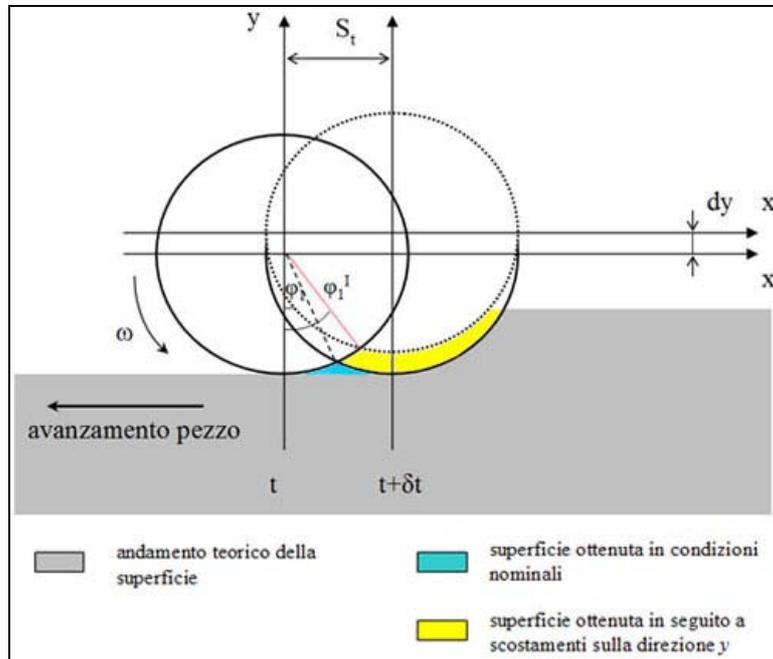


fig. (5.54): Variazione della superficie generata a seguito di uno scostamento  $dy$

La cicloide sarà ora descritta dal sistema:

$$\begin{cases} x = R \cdot \sin \varphi + n \cdot z \cdot (S_t + dx) \cdot t \\ y = R \cdot (1 - \cos \varphi) + dy \end{cases}$$

con:

$n$  = numero di giri della fresa

$z$  = numero di denti della fresa

$$V_{av} = n \cdot z \cdot (S_t + dx)$$

Componendo le due possibili tipologie di scostamento otteniamo la configurazione in figura:

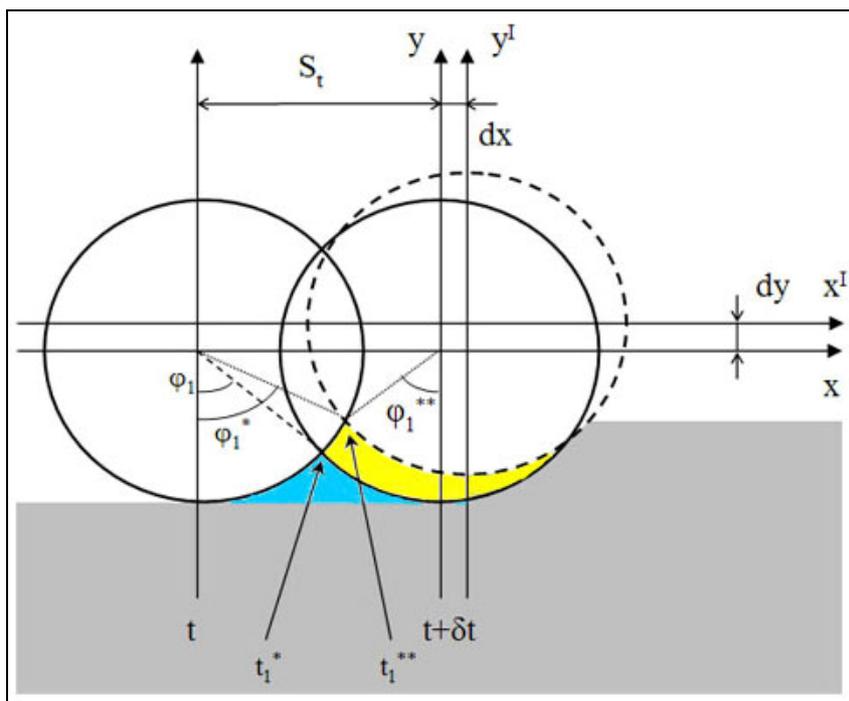


fig. (5.55): Variazione degli angoli caratteristici della curva cicloide a seguito di scostamenti in direzione x e y della fresa

Si nota come in questo caso, discostandoci dalla condizione nominale, venga meno la simmetria dell'angolo  $\varphi_1$  tra due successive posizioni della fresa. L'istante di intersezione tra le cicloidi si porta ora da  $t_1^*$  a  $t_1^{**}$  e le coordinate del nuovo punto di intersezione saranno individuate dalla risoluzione del sistema precedentemente presentato imponendo le condizioni:

$$\begin{cases} x(t_1^{**}) = x(\varphi_1^*) = x(2\pi - \varphi_1^{**}) \\ y(t_1^{**}) = y(\varphi_1^*) = y(2\pi - \varphi_1^{**}) \end{cases}$$

che diventa:

$$\begin{cases} R \cdot \text{sen} \varphi_1^* + n \cdot z \cdot (S_t + dx) \cdot \frac{\varphi_1^*}{\omega} = R \cdot \text{sen}(2\pi - \varphi_1^{**}) + \\ + n \cdot z \cdot (S_t + dx) \cdot \frac{(2\pi - \varphi_1^{**})}{\omega} \\ R \cdot (1 - \cos \varphi_1^*) + dy = R \cdot [1 - \cos(2\pi - \varphi_1^{**})] + dy \end{cases}$$

con ancora:  $V_{av} = n \cdot z \cdot (S_t + dx)$

Essendo ora due le incognite ( $\varphi_1^*$  e  $\varphi_1^{**}$ ), per la determinazione delle coordinate della cuspidale della cicloide sarà necessario ricorrere ad entrambe le equazioni che compongono il sistema.

Nelle immagini proposte si è ipotizzata una lavorazione in opposizione. Quanto però scritto ai fini della risoluzione del problema analitico mantiene la validità anche nel caso di lavorazione in concordanza.

*Influenza del profilo cicloidale sugli angoli di lavorazione*

Distingueremo in questo paragrafo tra le tipologie di lavorazione in concordanza ed in opposizione.

*Lavorazione in concordanza*

Lo scostamento della superficie lavorata in condizioni nominali, caratterizzata da un profilo a cicloide comporta, rispetto alla superficie teorica perfettamente piana, una variazione dell'angolo di uscita dalla regione di taglio.

Secondo il modello proposto da Y. Altintas, per una lavorazione in concordanza ci troveremo nella situazione schematizzata nella figura sottostante:

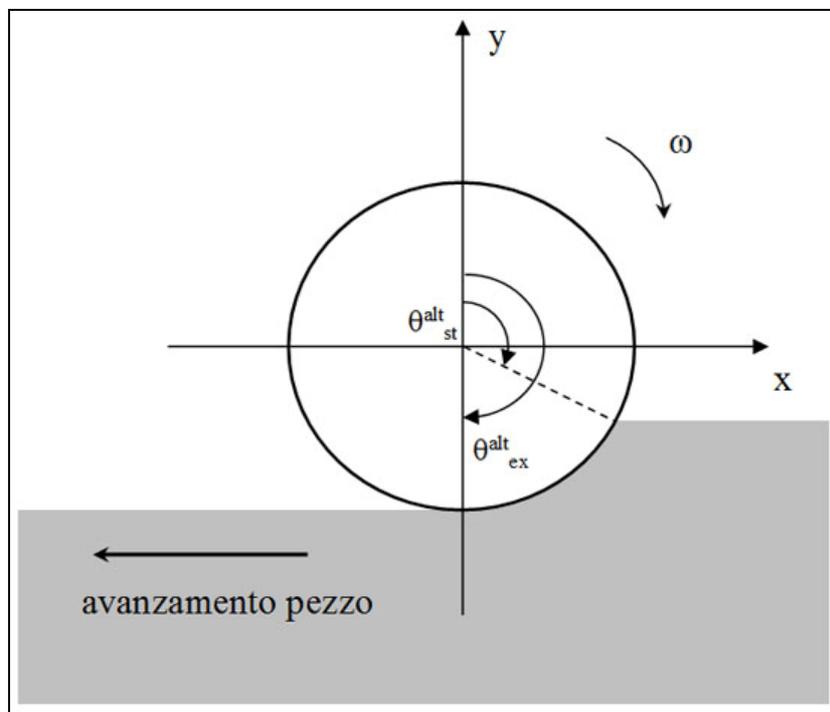


fig. (5.56): Angoli di lavorazione secondo Altintas per una lavorazione in concordanza

L'angolo di ingresso del tagliente nella regione di taglio dipenderà dal raggio della fresa e dalla profondità radiale.

Avremo:

$$\theta_{st}^{alt} = \frac{\pi}{2} + \arccos\left(\frac{R - IR}{R}\right)$$

Sempre nel caso proposto, il tagliente si disimpegnerà dal materiale per un angolo di rotazione pari a  $\pi$ . Avremo quindi:

$$\theta_{ex}^{alt} = \pi$$

Nel modello di generazione della superficie proposto tale angolo subirà una variazione. La superficie già lavorata presenta infatti un profilo cicloidale, e questo porta all'asportazione di truciolo per un angolo di ampiezza superiore a  $\pi$ , come mostrato in figura:

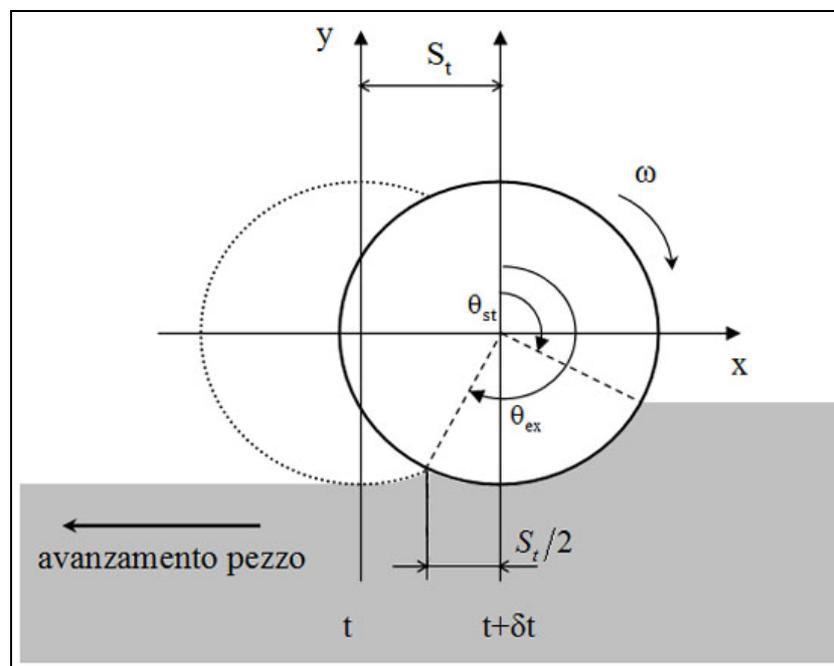


fig. (5.57): Angoli di lavorazione in funzione in concordanza della superficie generata

Nell'ipotesi di assenza di componenti di scostamento rispetto alla configurazione nominale che verranno poi in seguito considerate nei successivi paragrafi, si vede come la cuspide della cicloide, che corrisponde al punto di uscita del tagliente dalla zona di taglio, si verrà a trovare a distanza pari a metà del passo di avanzamento per dente rispetto alla posizione del centro della fresa nei due istanti considerati. Possiamo pertanto scrivere:

$$\theta_{ex} = \pi + \arcsin \frac{S_t}{2 \cdot R} = \theta_{ex}^{alt} + \arcsin \frac{S_t}{2 \cdot R}$$

L'angolo di entrata  $\theta_{st}^{alt}$  del tagliente rimane invece inalterato non avendo il profilo generato alcuna influenza su tale grandezza. Avremo quindi:

$$\theta_{st} = \theta_{st}^{alt}$$

*Lavorazione in opposizione*

Nel caso di lavorazione in opposizione, nell'ipotesi di superficie generata teoricamente perfettamente piana, gli angoli di entrata ed uscita dalla regione di taglio saranno pari a:

$$\theta_{st}^{alt} = 0$$

$$\theta_{ex}^{alt} = \arccos\left(\frac{R - IR}{R}\right)$$

Tale configurazione è schematizzata nella figura sottostante.

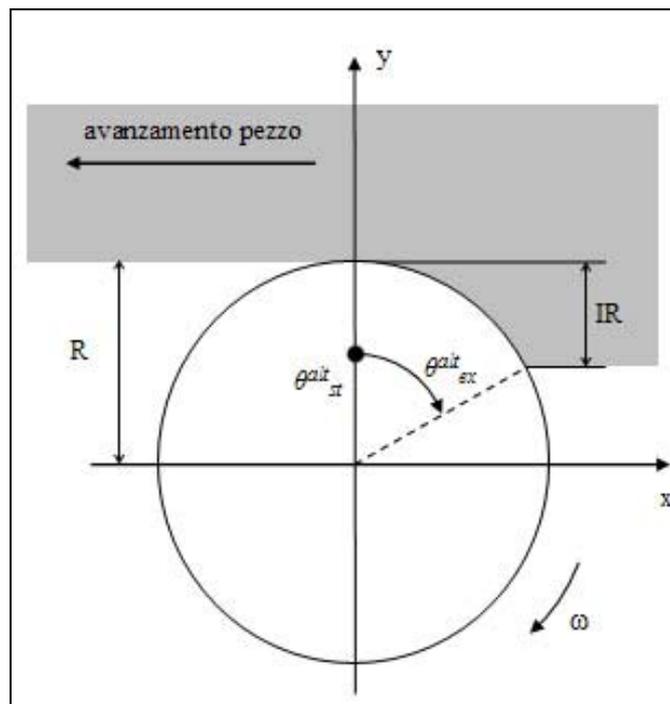


fig. (5.58): Angoli di lavorazione secondo Altintas per una lavorazione in opposizione

Considerando ora che il tagliente precedente a quello in esame ha generato sulla superficie lavorata una cuspid, l'angolo di ingresso alla regione di taglio si modifica portandosi ad un valore:

$$\theta_{st} = \theta_{st}^{alt} - \arcsin\left(\frac{S_t}{2 \cdot R}\right) = -\arcsin\left(\frac{S_t}{2 \cdot R}\right)$$

come appare in figura 5.59.

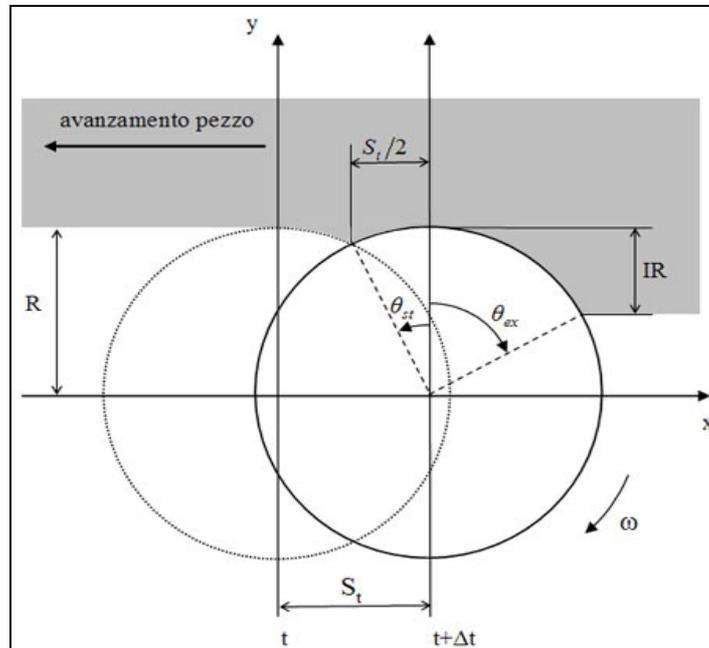


fig. (5.60): Angoli di lavorazione in opposizione in funzione della superficie generata

Sempre dallo schema di figura 5.60 si vede che, nel caso di lavorazione in opposizione, il profilo della superficie generata dal passaggio del tagliente precedente quello in esame non ha influenza sull'angolo di uscita di quest'ultimo.

Per le dimensioni delle frese considerate in questo lavoro (si sono presentati dati ottenuti da simulazioni condotte con frese di diametro dai 12.7 ai 20mm) e per gli avanzamenti per dente utilizzati (pari a al massimo a qualche decimo di millimetro) le variazioni presentate per gli angoli di lavorazione al presente paragrafo sono minime, dipendendo infatti dal rapporto  $S_r/R$ . Nel seguito della trattazione tale contributo verrà comunque considerato al fine di ottenere un modello di calcolo completo ed adattabile anche a geometrie di frese e parametri di lavorazione per i quali detto rapporto dimensionale assume valori maggiori.

### 5.4.2 Variazione degli angoli di lavorazione in funzione degli scostamenti rispetto alla posizione nominale della fresa e della tipologia di lavorazione effettuata

Analizziamo in questo paragrafo come gli scostamenti rispetto alla configurazione nominale della fresa nei piani  $xz$  e  $yz$  influiscano sui valori degli angoli di lavorazione  $\theta_{st}$  e  $\theta_{ex}$  nel processo di fresatura. La trattazione analitica verrà divisa in due sottoparagrafi relativi alle due diverse tipologie di lavorazione in studio, in concordanza e opposizione.

#### *Lavorazione in concordanza*

Distingueremo ora le variazioni degli angoli di lavorazione in funzione della direzione sulla quale si registra lo scostamento dell'asse dell'utensile.

#### *Scostamento parallelo alla direzione di taglio ( $dx$ )*

Ci troveremo in questo caso nella situazione schematizzata in figura 5.61.

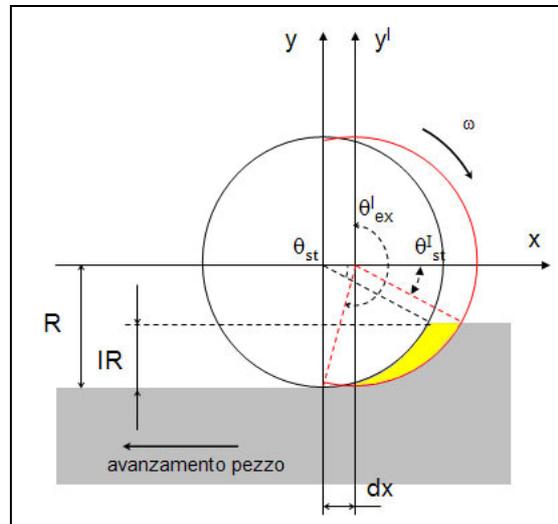


fig. (5.61): Lavorazione in concordanza: variazione degli angoli di lavorazione per uno scostamento  $dx$

Si può osservare che uno spostamento  $dx$  dell'asse della fresa rispetto alla posizione nominale non comporta alcuna variazione dell'angolo  $\theta_{st}$ . Avremo pertanto:

$$\theta'_{st} = \theta_{st}$$

L'angolo di uscita subirà invece una variazione rispetto al valore assunto in condizioni nominali. In questo caso è però necessario introdurre un'ipotesi. Lo schema presentato in figura è infatti valido solo a condizione che il passo di avanzamento per dente dell'utensile ( $S_t$ ) sia maggiore dello scostamento  $dx$  della fresa. Tale ipotesi appare valida in relazione alle usuali metodologie di lavorazione nelle quali tali utensili vengono impiegati. Avremo pertanto la situazione illustrata in figura 5.62.

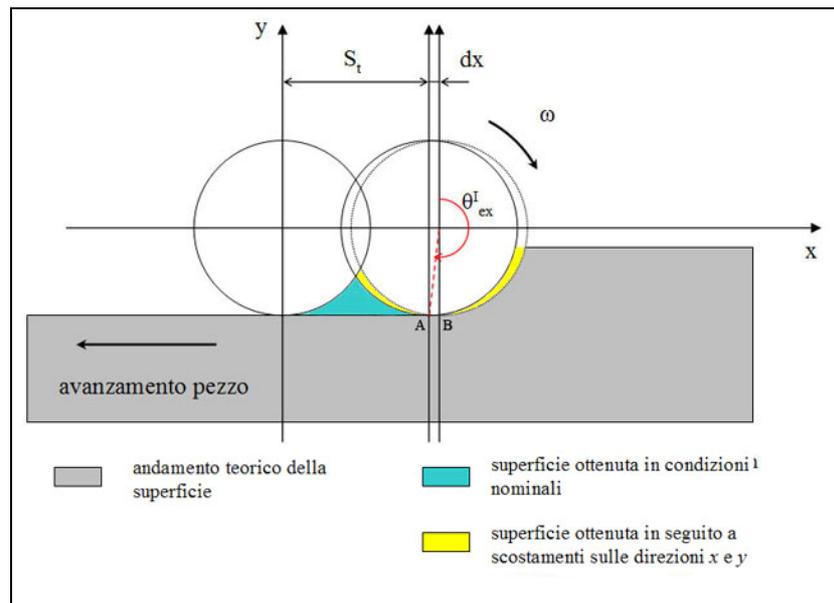


fig. (5.62): Angolo di uscita lavorazione per uno scostamento  $dx$  dell'asse della fresa

Ricordando che nella trattazione di Y. Altintas per la lavorazione in concordanza abbiamo:

$$\theta_{ex}^{alt} = \pi$$

A seguito di uno scostamento  $dx$  avremo:

$$\theta_{ex}^I = \theta_{ex}^{alt} + \arcsin\left(\frac{dx}{R}\right)$$

Considerando ora le osservazioni fatte in precedenza rispetto al reale andamento geometrico della superficie lavorata, ci troveremo nella condizione della figura sottostante:

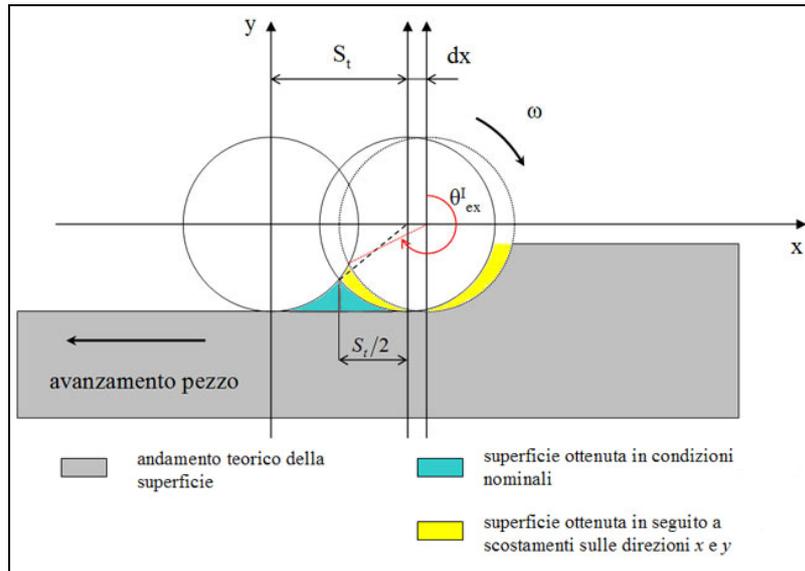


fig. (5.63): Angolo di uscita lavorazione per uno scostamento  $dx$  della fresa ed in funzione della superficie generata

L'esatta determinazione del punto di uscita del tagliente dalla regione di lavorazione non è in questo caso immediatamente ottenibile dall'analisi geometrica del problema. E' necessario infatti ricorrere alla risoluzione del sistema della cicloide in caso di scostamento  $dx$  del centro fresa. Una simile precisione nella determinazione del  $\theta_{ex}$ , con l'aggravio che comporta ai fini del calcolo, non è però giustificata. Essendo infatti nella lavorazione in concordanza minimo lo spessore di truciolo nei pressi della regione di uscita del tagliente, sono di conseguenza minime le forze ad esso proporzionali. La variazione dell'angolo di uscita  $\theta_{ex}$  si potrà quindi ritenere influente ai fini della determinazione delle forze di taglio nella lavorazione in concordanza.

Scostamento ortogonale alla direzione di taglio ( $dy$ )

Ci troveremo ora nella situazione schematizzata nella seguente figura 5.64.

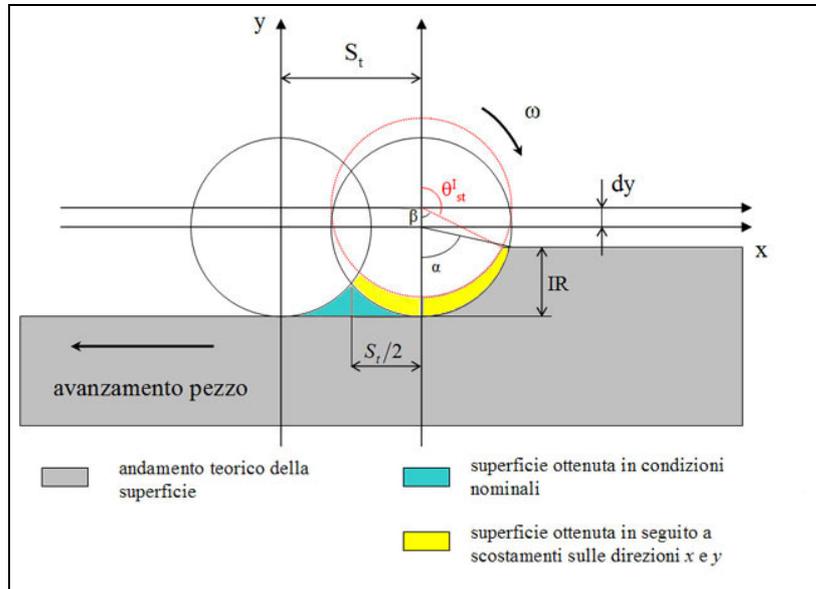


fig. (5.64): Variazione dell'angolo di ingresso lavorazione per uno scostamento  $dy$  della fresa

Dall'analisi dello schema in figura risulta evidente che, nel caso di lavorazione in concordanza, uno scostamento in direzione  $y$  porterà ad una variazione sull'angolo  $\theta_{st}$ .

Con le notazioni in figura avremo:

$$\theta_{st} = \pi - \alpha ; \theta^I_{st} = \pi - \beta$$

con:

$$\cos \beta = \frac{R - IR + dy}{R}$$

da cui:

$$\beta = \arccos\left(\frac{R - IR + dy}{R}\right)$$

Avremo quindi in conclusione:

$$\theta^I_{st} = \pi - \arccos\left(\frac{R - IR + dy}{R}\right) = \arccos\left(-\frac{R - IR + dy}{R}\right)$$

A seguito dello scostamento  $dy$  anche l'angolo di uscita dalla regione di taglio  $\theta_{ex}$  subirà una variazione. Tale condizione è schematizzata nella figura che segue:

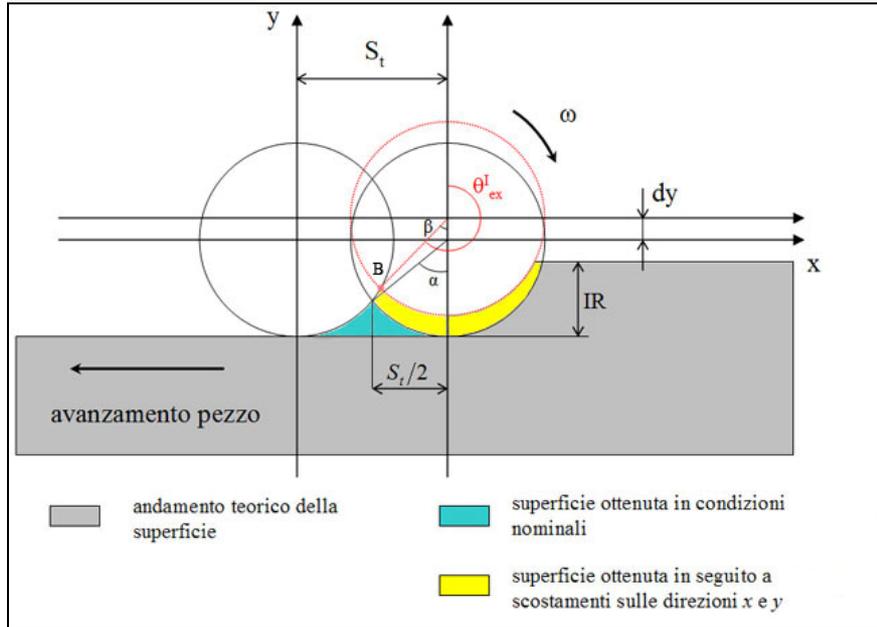


fig. (5.65): Variazione dell'angolo di uscita lavorazione per uno scostamento  $dy$  della fresa

Con calcoli simili a quelli presentati per la variazione del  $\theta_{st}$  possiamo ora scrivere:

$$\theta_{ex} = \pi + \alpha \quad ; \quad \text{con } \theta'_{ex} = \pi + \beta$$

Come già visto in precedenza per la variazione in caso di scostamento  $dx$ , anche in questo caso la determinazione dell'angolo  $\beta$  non è possibile da semplici considerazioni geometriche. Per poter calcolare  $\beta$ , e con esso  $\theta'_{ex}$ , occorrerà infatti far nuovamente riferimento al sistema di equazioni che descrive il profilo a cicloide della superficie generata. Il sistema di equazioni la cui soluzione permette la determinazione del punto  $B$  in figura 5.65, e di conseguenza dell'angolo  $\beta$ , sarà:

$$\begin{cases} R \cdot \sin \varphi_1^* + n \cdot z \cdot S_t \cdot \frac{\varphi_1^*}{\omega} = R \cdot \sin(2\pi - \varphi_1^{**}) + n \cdot z \cdot S_t \cdot \frac{(2\pi - \varphi_1^{**})}{\omega} \\ R \cdot (1 - \cos \varphi_1^*) + dy = R \cdot [1 - \cos(2\pi - \varphi_1^{**})] + dy \end{cases}$$

non essendo in questo caso presente alcun scostamento in direzione  $x$ .

Si osserva che, facendo riferimento all'ipotesi semplificativa di superficie generata perfettamente piana, per la quale, in caso di configurazione nominale,  $\theta_{ex} = \pi$ , si verificano due casi in base al segno dello scostamento  $dy$ :

per  $dy > 0$ : il tagliente esce dalla zona di lavorazione ad un angolo

$$\theta_{ex}^I = \pi = \theta_{ex}^{alt}$$

per  $dy < 0$ : il tagliente esce ad un angolo

$$\theta_{ex}^I = \frac{2}{3} \cdot \pi - \arcsin\left(\frac{R - dy}{R}\right)$$

come mostrato in figura 5.66.

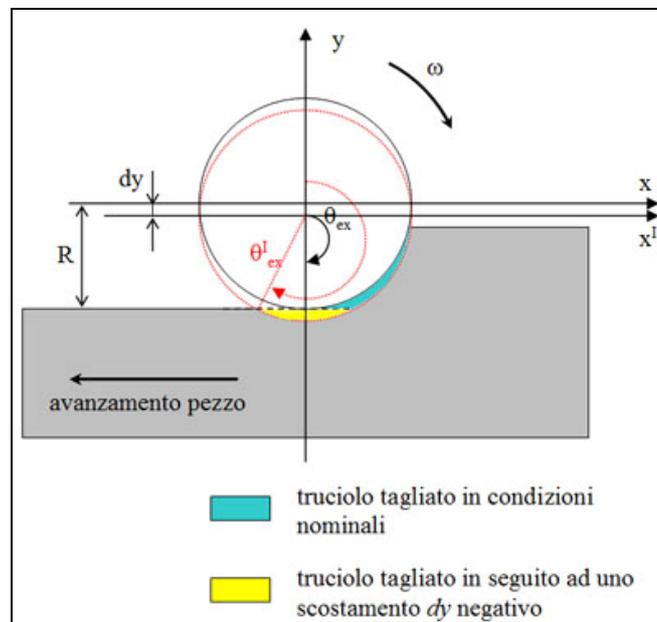


fig. (5.66): Variazione dell'angolo di uscita per uno scostamento  $dy$  della fresa e superficie generata teorica

Visto però lo spessore esiguo di truciolo in prossimità di  $\theta_{ex}$  nella lavorazione in concordanza possiamo ancora ipotizzare trascurabile l'influenza della variazione su questo angolo ai fini del calcolo delle forze di taglio.

Potremo quindi porre:

$$\theta_{ex}^I = \theta_{ex}^{alt} = \pi$$

In conclusione si può quindi dire che nel caso di lavorazione in concordanza si potranno ritenere trascurabili le variazioni sugli angoli di uscita  $\theta_{ex}$  sia nel caso di scostamenti in direzioni  $x$  che in direzione  $y$ . Saranno invece da valutare gli effetti che gli scostamenti  $dy$  generano sul valore degli angoli di ingresso  $\theta_{st}$ .

### Lavorazione in opposizione

Seguendo lo schema espositivo utilizzato nel paragrafo precedente avremo:

#### Scostamento parallelo alla direzione di taglio ( $dx$ )

Uno scostamento  $dx$  nel caso di lavorazione in opposizione porterà ad una variazione dell'angolo di ingresso  $\theta_{st}$  così come appare nella figura seguente:

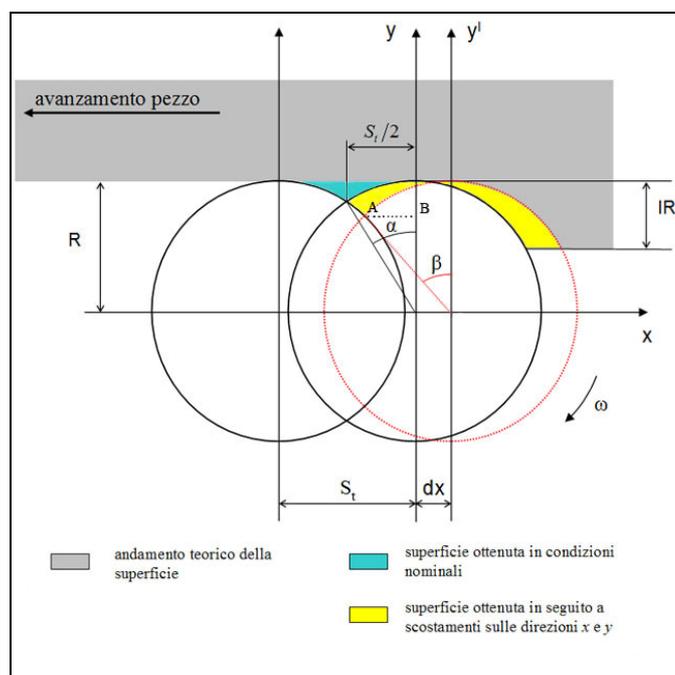


fig. (5.67): Variazione dell'angolo di entrata lavorazione per uno scostamento  $dx$  della fresa

In condizioni nominali avremo:  $\theta_{st} = 2\pi - \alpha$ , con:  $\alpha = \arcsin\left(\frac{S_t}{2 \cdot R}\right)$

Sarà pertanto:  $\theta_{st} = 2\pi - \arcsen\left(\frac{S_t}{2 \cdot R}\right)$

Conseguentemente allo scostamento in direzione  $x$  della fresa rispetto alla posizione nominale, l'angolo di ingresso  $\theta_{st}$  varierà portandosi a:

$$\theta'_{st} = 2\pi - \beta$$

Come già visto in precedenza, l'angolo  $\beta$  non risulta immediatamente anche in questo caso determinabile da un'analisi geometrica dello schema in figura. Per la sua determinazione si rende ancora necessaria la risoluzione del sistema di equazioni della cicloide che descrive la superficie generata nelle condizioni di taglio non nominali. In questo caso, vista l'assenza della componente  $dy$  dello scostamento, il sistema sarà il seguente:

$$\begin{cases} R \cdot \text{sen} \varphi_1^* + n \cdot z \cdot (S_t + dx) \cdot \frac{\varphi_1^*}{\omega} = R \cdot \text{sen}(2\pi - \varphi_1^{**}) + n \cdot z \cdot (S_t + dx) \cdot \frac{(2\pi - \varphi_1^{**})}{\omega} \\ R \cdot (1 - \cos \varphi_1^*) = R \cdot [1 - \cos(2\pi - \varphi_1^{**})] \end{cases}$$

La determinazione delle coordinate del punto A di intersezione della cicloide consentirà di calcolare l'angolo  $\beta$ , e quindi di conseguenza  $\theta'_{st}$ .

Avremo:

$$\theta'_{st} = 2\pi - \text{arcsen}\left(\frac{\overline{AB} + dx}{R}\right)$$

Essendo minimo nella lavorazione in opposizione lo spessore di truciolo in lavorazione nella zona di ingresso del tagliente è ancora possibile ritenere ininfluenza la variazione del  $\theta_{st}$  ai fini del computo delle forze di taglio. Ancora una volta si è quindi scelto, in un'ottica di alleggerimento del codice di calcolo, di trascurare l'influenza di scostamenti in direzione  $x$  sull'angolo di inizio taglio.

Per quanto riguarda l'angolo con cui il tagliente esce dalla zona di lavorazione, si vede dalla figura 5.68 come, a seguito di uno scostamento  $dx$ , non si registrerà alcuna variazione su tale angolo.

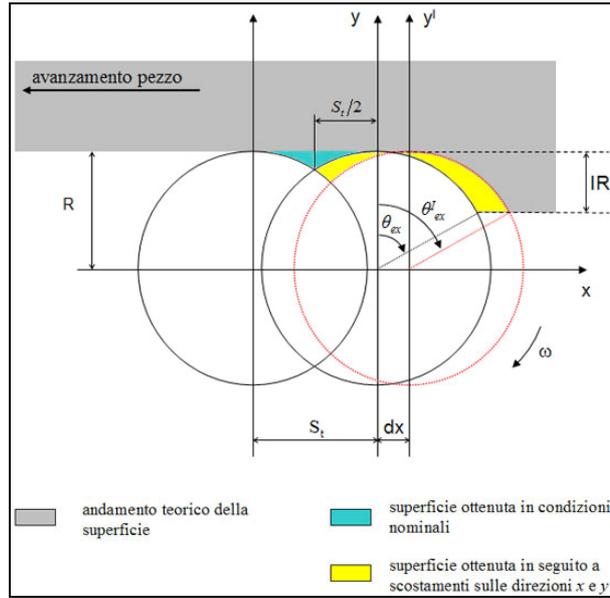


fig. (5.68): Angolo di uscita lavorazione per uno scostamento  $dx$  della fresa

Si avrà pertanto:  $\theta'_{ex} = \theta_{ex}$

*Scostamento ortogonale alla direzione di taglio (dy)*

Ci troveremo nella situazione schematizzata in figura:

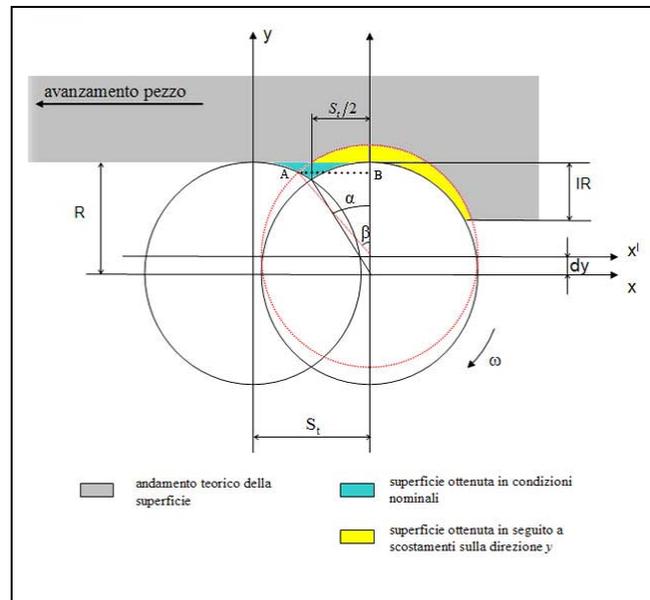


fig. (5.69): Variazione dell'angolo di entrata lavorazione per uno scostamento  $dy$  della fresa

Avremo:  $\theta_{st} = 2\pi - \alpha$ , con ancora:  $\alpha = \arcsin\left(\frac{S_t}{2 \cdot R}\right)$

Tale angolo si modificherà in seguito allo scostamento in direzione  $y$  rispetto alla configurazione nominale portandosi al valore:

$$\theta^I_{st} = 2\pi - \beta$$

Per determinare  $\beta$  è necessario determinare le coordinate del punto A in figura 5.69 di intersezione della curva cicloide. Sarà ancora necessario ricorrere alla risoluzione del sistema di equazioni che descrive la cicloide stessa. Come già visto nel caso di scostamento  $dx$  rispetto alla posizione nominale, e ricordando nuovamente che nella lavorazione in opposizione lo spessore di truciolo nella zona di ingresso in lavorazione è minimo e con esso le forze di taglio, si ritiene lecito trascurare la variazione del valore del  $\theta_{st}$  nel calcolo di queste ultime.

Per quanto riguarda l'angolo di uscita  $\theta_{ex}$  facciamo riferimento alla figura seguente:

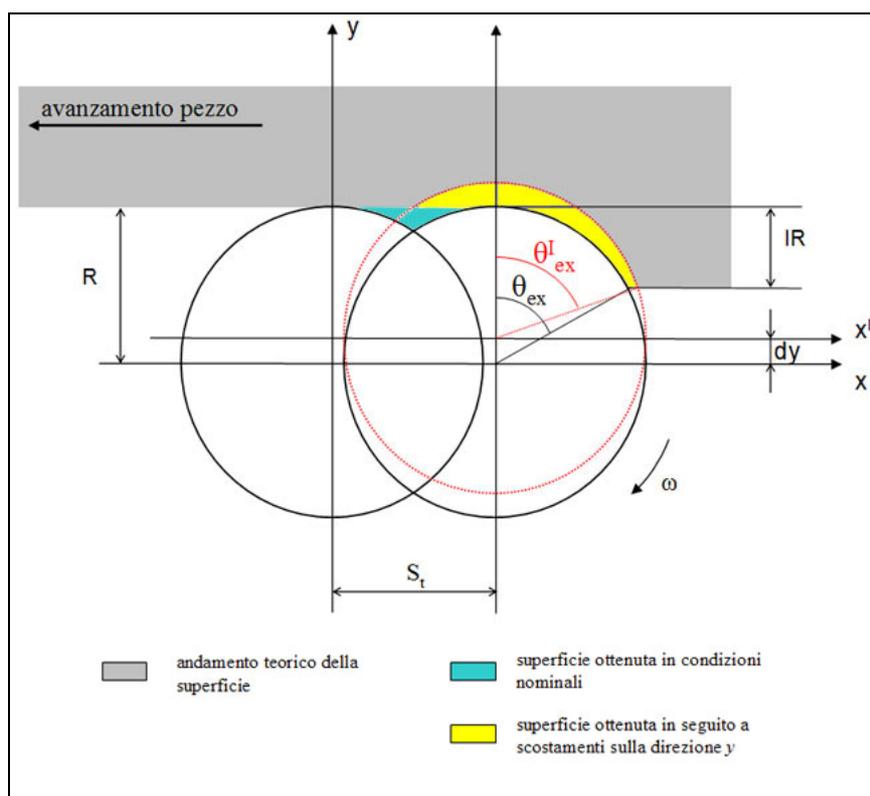


fig. (5.70): Variazione dell'angolo di uscita lavorazione per uno scostamento  $dy$  della fresa

Possiamo scrivere:  $\theta_{ex} = \arccos\left(1 - \frac{IR}{R}\right)$ ;  $\theta^I_{ex} = \arccos\left(\frac{R - IR - dy}{R}\right)$

Al termine dell'analisi degli effetti che gli scostamenti rispetto alla posizione nominale hanno sugli angoli di lavorazione nella configurazione di fresatura in opposizione, possiamo assumere come trascurabili gli effetti che le variazioni sugli angoli di ingresso  $\theta_{st}$  hanno sulle forze di taglio. Pertanto non verrà implementato il calcolo della variazione di tali angoli a seguito degli scostamenti della fresa rispetto alla configurazione nominale per questo tipo di lavorazione. Verranno invece determinati nel programma di calcolo le variazioni che gli scostamenti in direzione  $y$  comportano sul valore di  $\theta_{ex}$  (ricordando che per tale angolo uno scostamento in direzione  $x$  non ha alcuna influenza).

### **5.4.3 Implementazione del modello nel programma di calcolo delle forze di taglio**

La determinazione delle variazioni sugli angoli di lavorazione a causa di scostamenti rispetto al posizionamento nominale del tagliente è delegata all'interno del programma di calcolo a due distinti blocchi di calcolo che vengono aggiunti rispetto alla configurazione del programma presentata al paragrafo 5.2.1. In tal senso si veda figura 5.71.

Ricordando che, nel caso di lavorazione in concordanza si ritengono ininfluenti le variazioni sugli angoli di uscita  $\theta_{ex}$ , mentre nel caso di lavorazione in opposizione saranno le variazioni sugli angoli in entrata  $\theta_{st}$  ad essere considerate trascurabili ai fini della determinazione delle forze di taglio, avremo una differente architettura del programma in base alla lavorazione per la quale vogliono calcolare le forze di taglio.

In figura si vede l'implementazione nel programma del blocco di calcolo della variazione dell'angolo  $\theta_{st}$  (evidenziato dal tratteggio circolare rosso). Si tratta quindi del programma di calcolo delle forze per una lavorazione in concordanza.

Si vede come il blocco riceve in input la variazione  $dy$  nel posizionamento dell'asse della fresa (ricordiamo che nella lavorazione in concordanza uno scostamento in direzione  $x$  non comporta variazioni dell'angolo  $\theta_{st}$ ).

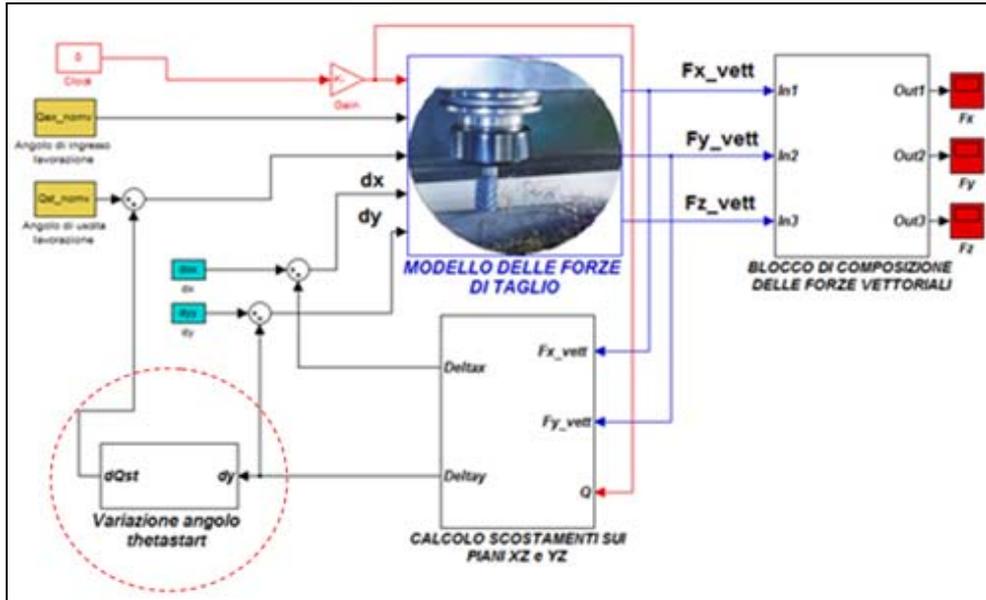


fig. (5.71): Architettura del programma di calcolo per la valutazione delle variazioni degli angoli di lavorazione

L'output è del blocco è invece come detto in precedenza la variazione  $d\theta_{st}$  dell'angolo di ingresso. Questo è un vettore di  $L$  elementi che va a sommarsi al vettore "Qst\_nomv", che è a sua volta uno degli input al blocco di calcolo delle forze, fornendo il valore dell'angolo di entrata in lavorazione per ogni elemento di integrazione sul tagliente.

Nel caso di lavorazione in opposizione, il blocco visto ora è sostituito da quello per il calcolo di  $d\theta_{ex}$  presentato in figura:

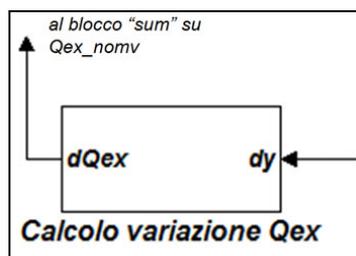


fig. (5.72): Blocco di calcolo dell'angolo di uscita

L'input al blocco è il medesimo del caso precedente. Anche in questo caso infatti una variazione in direzione  $x$  del posizionamento della fresa non ha influenza sull'angolo di uscita del tagliente. Rispetto al caso precedente l'output ( $d\theta_{ex}$ ) andrà a sommarsi su ogni elemento al vettore "Qex\_nomv". Questo vettore, aggiornato con la variazione

sull'angolo di uscita a seguito dello scostamento della fresa, costituirà poi l'input al blocco di calcolo delle forze per gli angoli di uscita di ogni elemento del tagliente.

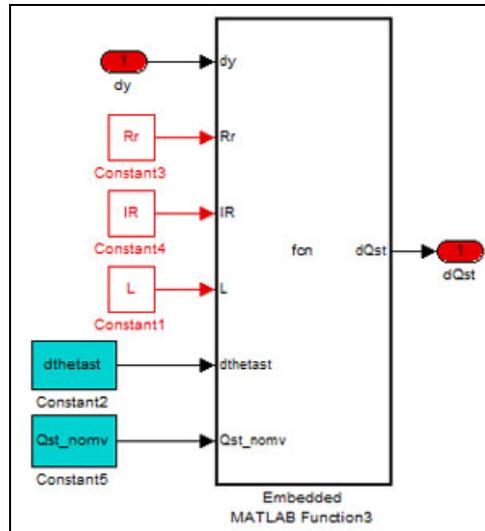


fig. (5.73): Architettura interna del blocco di calcolo

Con le notazioni già viste in precedenza, abbiamo in questo caso, oltre all'input dello scostamento  $dy$  (in rosso), le seguenti costanti in ingresso:

- $R, IR, L$ : costanti riguardanti le geometria della fresa e la modalità di lavorazione.
- $dthetast, Qst\_nomv$ : vettori di  $L$  elementi necessari per il calcolo di  $d\theta_{st}$  ( $dQ_{st}$ ).

Il calcolo della variazione del  $\theta_{st}$  è condotto mediante:

$$d\theta_{st} = \pi - \arccos\left(\frac{R - IR + dy(i)}{R}\right) - \theta_{st(t-1)}(i)$$

dove,

$$\pi - \arccos\left(\frac{R - IR + dy(i)}{R}\right) = \theta'_{st}(i)$$

Con la grandezza  $\theta_{st(t-1)}(i)$  si fa riferimento al valore dell'angolo di ingresso per l' $i$ -esimo elemento di integrazione al ciclo di calcolo precedente quello analizzato

Anche in questo caso il calcolo della variazione dell'angolo di uscita per ogni elemento di integrazione è

$$d\theta_{ex} = \arccos\left(\frac{R - IR - dy(i)}{R}\right) - \theta_{ex(t-1)}(i)$$

$$\text{dove: } \arccos\left(\frac{R - IR - dy(i)}{R}\right) = \theta'_{ex}(i)$$

e gli altri termini svolgono la stessa funzione spiegata in precedenza nella descrizione del blocco di calcolo di  $d\theta_{st}$ .

### *Analisi dei dati forniti dalle simulazioni*

Ponendoci ancora nelle condizioni di lavorazione tabulate in precedenza, presentiamo gli output del programma nel caso si calcolino le variazioni sugli angoli di lavorazione a seguito di uno scostamento della fresa rispetto alla configurazione nominale.

Ancora una volta si procederà presentando ed analizzando dapprima i risultati ottenuti per una lavorazione in concordanza seguiti da quelli forniti nel caso di lavorazione in opposizione.

Gli andamenti delle forze di taglio sulle varie componenti cartesiane verranno di volta in volta confrontati con quelli ottenuti in precedenza senza il blocco di calcolo delle variazioni sugli angoli di lavorazione.

### *Lavorazione in concordanza:*

Nella lavorazione in concordanza, come già detto precedentemente, è stata implementata la sola variazione dell'angolo  $\theta_{st}$ .

Ipotizzando una piccola variazione di tale angolo è stato scelto come modello di riferimento quello che aveva fatto registrare i maggiori scostamenti rispetto alla configurazione nominale, ovvero la modellazione della fresa come trave di sezione costante con coefficiente  $\alpha = 0.8$  (corrispondente ad una fresa a quattro taglienti). Ricorrendo a tale modello si evidenzieranno infatti i massimi scostamenti dei valori di  $\theta_{st}$  e la conseguente influenza di tale fattore sulle forze di taglio.

L'andamento di  $\theta_{st}$  su ogni elemento di integrazione del tagliente in funzione dell'angolo di rotazione della fresa è mostrato in figura 5.74.

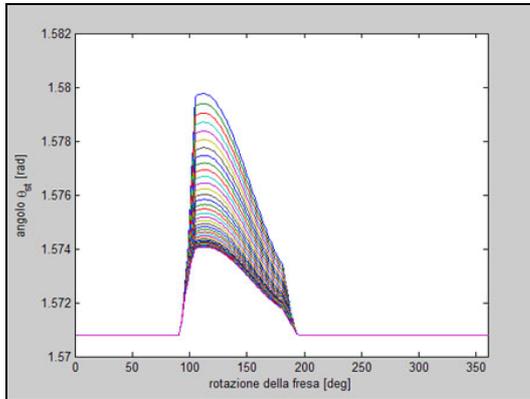


fig. (5.74): Variazioni dell'angolo di entrata

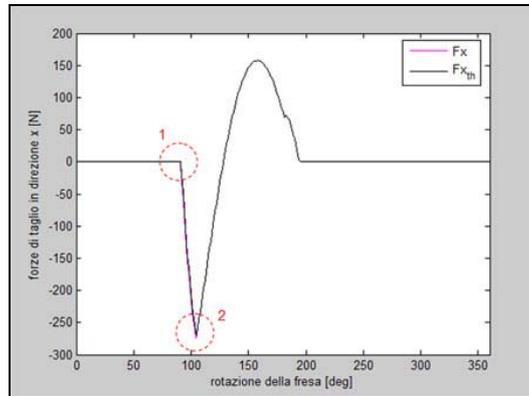


fig. (5.75): Forze di taglio  $F_x$

Si vede già da ora come la variazione sia decisamente contenuta, presentando, sul tagliente a quota  $z = 0$ , variazioni massime rispetto all'angolo  $\theta_{st}$  nominale contenute entro un valore di  $7 \cdot 10^{-3}$  radianti.

Forze di taglio in direzione x:

Nel diagramma presentato si osserva una variazione minima nell'andamento delle forze di taglio che è inoltre localizzata esclusivamente per angoli di rotazione della fresa  $\theta$  compresi nell'intervallo  $[90^\circ; 105^\circ]$ . Ingrandendo le aree evidenziate in figura 5.75 si osserva che l'implementazione della variazione dell'angolo  $\theta_{st}$  porta ad un leggero ritardo angolare nell'entrata del tagliente, crescente a partire dall'angolo di rotazione della fresa  $\theta = 91^\circ$ . Tale differenza nell'angolo di entrata si mantiene comunque limitata a frazioni di grado di rotazione, come si vede dall'ingrandimento sottostante.

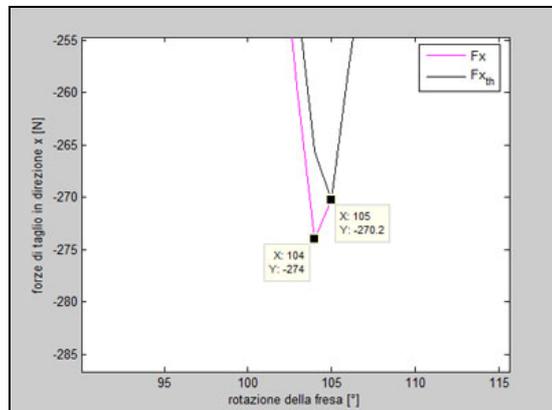
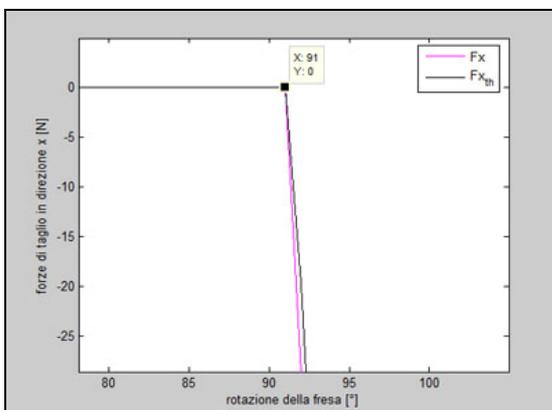


fig. (5.76): Particolare di figura 5.75

fig. (5.77): Particolare di figura 5.75

Il secondo ingrandimento di figura 5.77 mostra l'influenza della variazione di  $\theta_{st}$  sul picco di carico negativo delle forze.

Nel caso si consideri tale variazione si registra una diminuzione del picco di carico negativo in direzione  $x$  inferiore all'1,5% (più precisamente si ha:  $\Delta F_x = 3.8 N$  pari ad una riduzione dell'1,39%).

Forze di taglio in direzione  $y$ :

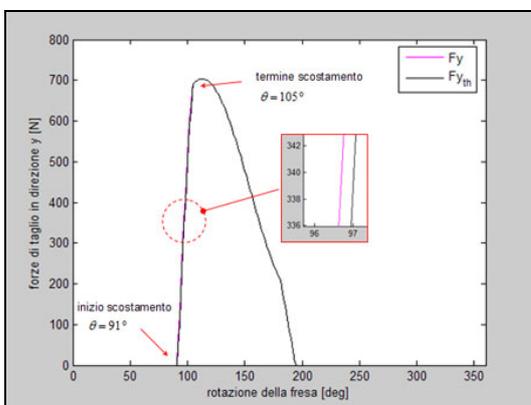


fig. (5.78): Forze di taglio  $F_y$

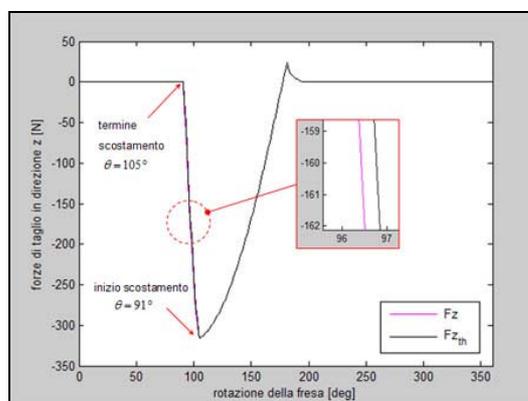


fig. (5.79): Forze di taglio  $F_z$

Anche nell'andamento delle forze di taglio in direzione  $y$  si riscontra quanto già osservato nel caso precedente. Le variazioni si limitano ancora ad un ritardo di pochi decimi di grado di rotazione nel manifestarsi dei carichi (come illustrato dall'ingrandimento in figura 5.76 nel quale la linea in nero corrisponde ancora all'andamento ritardato a causa della variazione su  $\theta_{st}$ ).

*Lavorazione in opposizione*

In tal caso è stata, per i motivi già illustrati nei paragrafi precedenti, implementata la sola variazione dell'angolo di uscita  $\theta_{ex}$ . Gli andamenti dell'angolo di uscita in funzione della rotazione della fresa per ogni elemento di integrazione sul tagliente sono riportati nel grafico seguente:

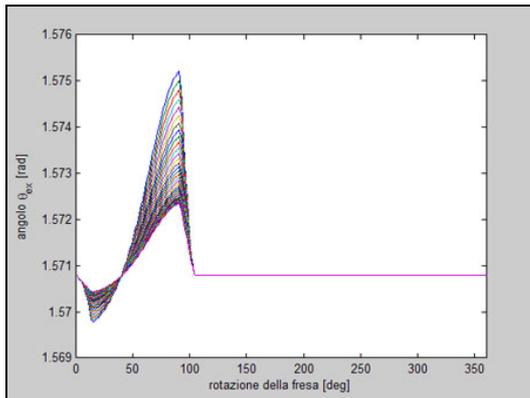


fig. (5.80): Variazioni dell'angolo di uscita

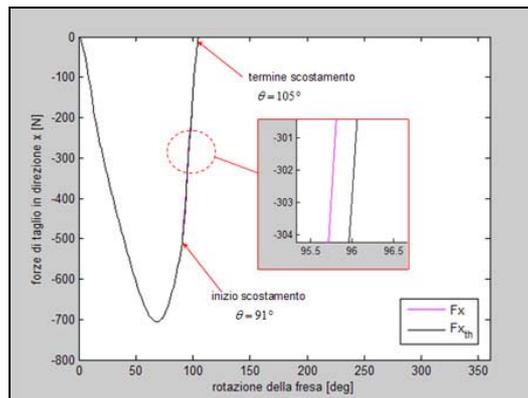


fig. (5.81): Forze di taglio  $F_x$

Forze di taglio in direzione x:

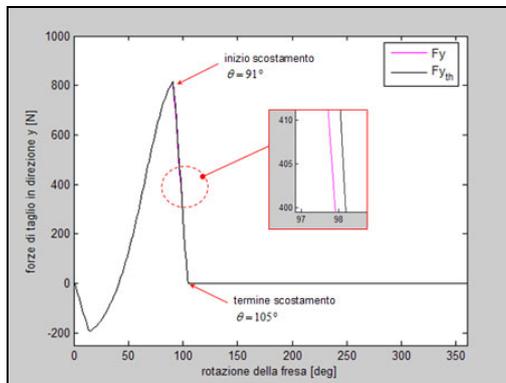


fig. (5.82): Forze di taglio  $F_y$

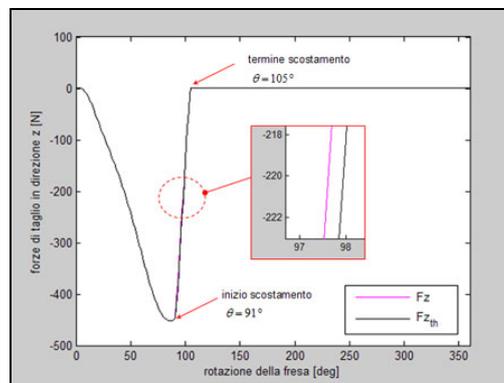


fig. (5.83): Forze di taglio  $F_z$

Possiamo osservare nei diagrammi appena esposti quanto già visto per gli andamenti dei carichi per la lavorazione in concordanza. Le variazioni delle forze di taglio sono minime su ogni direzione e gli scostamenti delle curve, che anche in questo caso si verificano in tutte e tre le componenti delle forze per angoli di rotazione della fresa compresi tra i 91 ed i 105°, sono limitati ad alcuni decimi di grado. Nel caso della lavorazione in opposizione non si registra in nessun caso una variazione sui picchi di carico a seguito dell'implementazione delle variazioni sull'angolo  $\theta_{ex}$ .

Al termine dell'analisi degli andamenti dei carichi su tutte e tre le componenti cartesiane e per i due tipi di lavorazione considerati è quindi possibile concludere che l'implementazione della variazione degli angoli di lavorazione a seguito di uno scostamento della posizione della fresa rispetto alla configurazione nominale è, per le geometrie analizzate, trascurabile ai fini della determinazione delle forze di taglio.

*Simulazioni e confronti*

Il modello presentato per il calcolo delle forze di taglio in fresatura è stato oggetto di validazione attraverso il confronto degli andamenti dei carichi ottenuti tramite simulazioni con i dati reperibili da fonti bibliografiche.

*Parametri di simulazione adottati*

I parametri geometrici e di lavorazione con cui sono state condotte le simulazioni atte alla validazione del modello sono stati i seguenti:

*Parametri geometrici:*

Geometria della fresa	<i>cilindrica</i>
Diametro della fresa	$D = 20 \text{ mm}$
Altezza totale della fresa <sup>(*)</sup>	$H = 40 \text{ mm}$
Altezza del tagliente	$H_t = 25 \text{ mm}$
Angolo d'elica	$i_o = 30^\circ$
Numero di taglienti	$N = 4 (\alpha = 0.8)$
Passo angolare della fresa	<i>costante</i>

(\*): si intende la lunghezza della fresa a sbalzo dal porta-utensile

*Parametri di lavorazione e coefficienti di taglio:*

Materiale in lavorazione	<i>Al7075</i>
Modalità di lavorazione	<i>concordanza</i>
Profondità assiale di taglio	$a = 18 \text{ mm}$
Avanzamento per dente	$S_t = 0.1 \text{ mm}$

*Coefficienti di taglio:*

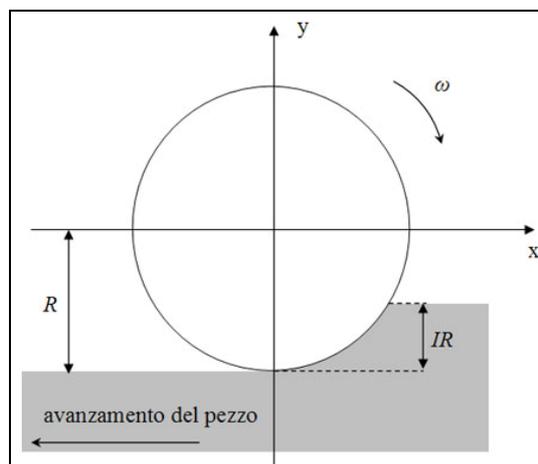
$K_{tc} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	951.365
$K_{rc} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	262.597
$K_{ac} \text{ [N/mm}^2\text{]}$	323.330
$K_{te} \text{ [N/mm]}$	11.115
$K_{re} \text{ [N/mm]}$	11.314
$K_{ae} \text{ [N/mm]}$	1.105

## 5.5 Prove condotte e modello utilizzato

La validazione del modello è stata effettuata mediante tre diverse simulazioni effettuate a differenti profondità radiali di taglio, mantenendo sempre i parametri tabulati al precedente paragrafo. Oggetto di validazione è stato il modello presentato, per il quale la fresa viene assimilata ad una trave a sezione variabile. La scelta è ricaduta su tale modello in quanto meglio approssima la fresa utilizzata, senza per questo portare ad aumenti del tempo di simulazione. Non è stato invece scelto il modello con vincolo cedevole in quanto l'elasticità del vincolo è una variabile di difficile determinazione nei casi pratici e varia notevolmente tra macchine utensili di diversa tecnologia (si va infatti da gruppi mandrino-porta-utensile estremamente rigidi (HSK) ad elasticità di alcuni ordini di grandezza superiori per macchine utensili meno raffinate). Infine nel programma di calcolo delle forze non è stato incluso il modulo di calcolo degli angoli di lavorazione per le conclusioni a cui si è pervenuti.

### *Simulazione A*

La prima simulazione è stata condotta con profondità radiale pari al 25% del diametro della fresa. La configurazione di lavorazione è illustrata in figura 4.1.



*fig. (4.1): Schema di lavorazione*

Il programma di calcolo delle forze ha fornito infine i seguenti andamenti per le forze di taglio sulle tre direzioni cartesiane:

Forze di taglio in direzione x:

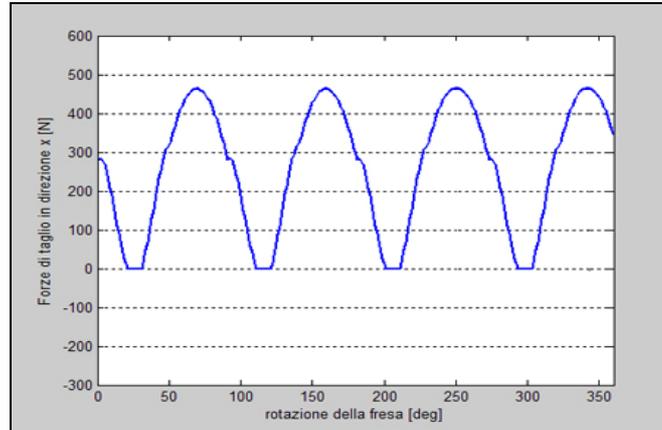


fig. (4.2): Forze  $F_x$

Forze di taglio in direzione y:

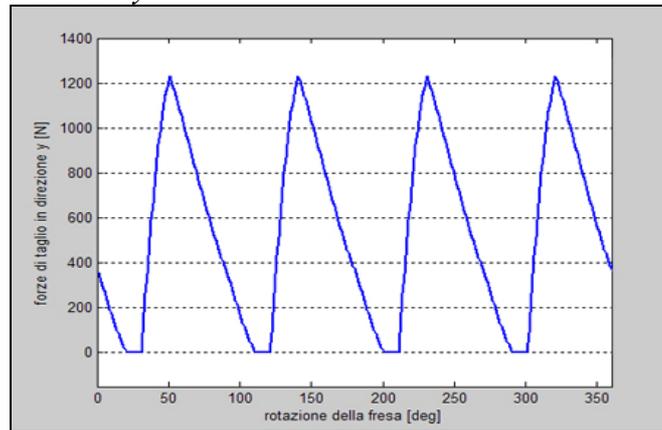


fig. (4.3): Forze  $F_y$

Forze di taglio in direzione z:

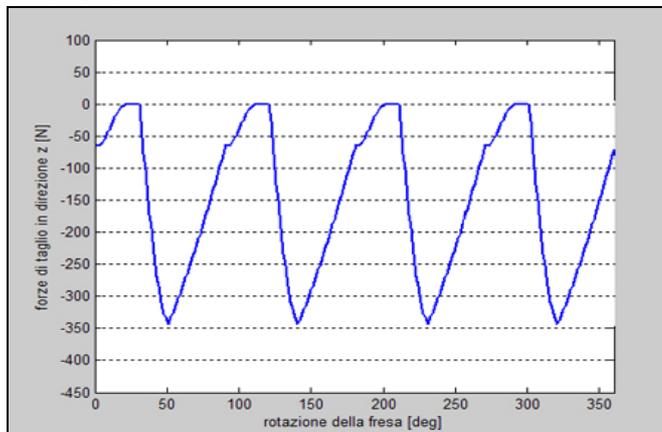


fig. (4.4): Forze  $F_z$

Tali andamenti sono stati messi a confronto con quelli ottenuti in [2] nelle stesse condizioni di lavorazione. Si ripropone il diagramma delle forze di taglio per  $IR = 0.25 \cdot D$  ottenuto in [2].

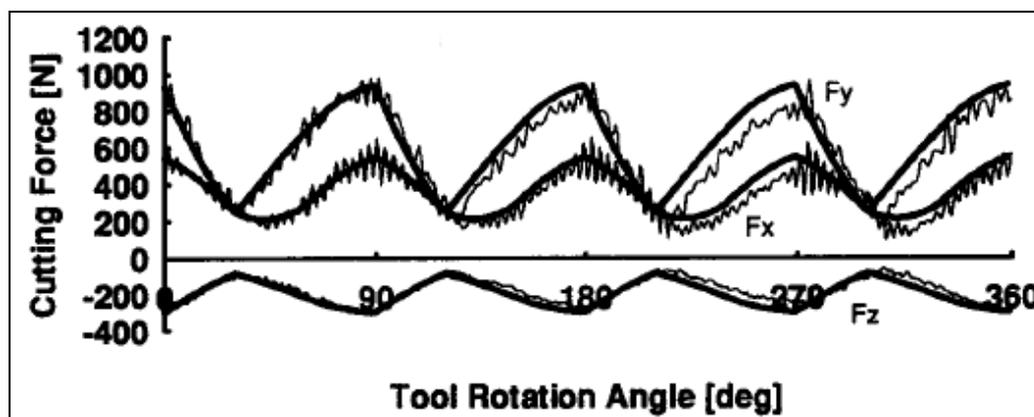


fig. (4.5): Forze di taglio per  $IR=0.25R$  in [2]

Nel diagramma di figura 4.5 in linea sottile è riportato l'andamento misurato sperimentalmente, mentre con linea spessa si ha il grafico delle forze ottenuto mediante simulazioni con il modello adottato dall'autore.

Si osserva una buona corrispondenza tra i picchi di carico forniti al termine delle simulazioni condotte con il modello proposto (fig. 4.2, 4.3, 4.4) rispetto a quanto si rileva in figura 4.5. Percentualmente i massimi scostamenti sui picchi delle forze si rilevano per la componente  $y$ . Assumendo infatti che in [2] si ottenga una forza di taglio su  $y$  di approssimativamente 1kN, con il modello proposto ci si discosterà di approssimativamente il 20%. Sono inoltre osservabili differenze nei valori minimi delle forze su tutte e tre le direzioni cartesiane, che nella simulazione raggiungono valori nulli (in corrispondenza di angoli di rotazione della fresa senza taglienti in presa).

*Simulazione B*

La seconda simulazione è stata condotta al 50% di immersione diametrale secondo lo schema in figura 4.6.

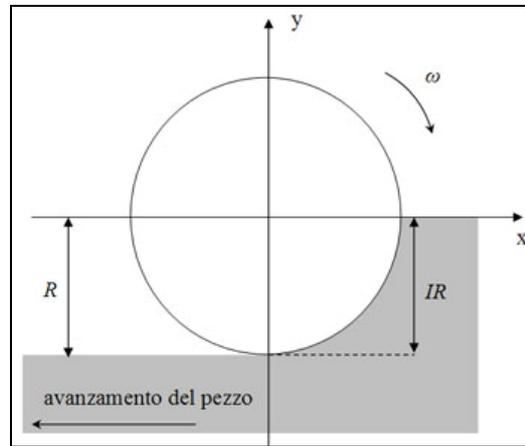


fig. (4.6): Schema di lavorazione

I diagrammi per le forze di taglio forniti dalla simulazione sono presentati nelle figure 4.7, 4.8, 4.9 riportate di seguito.

*Forze di taglio in direzione x:*

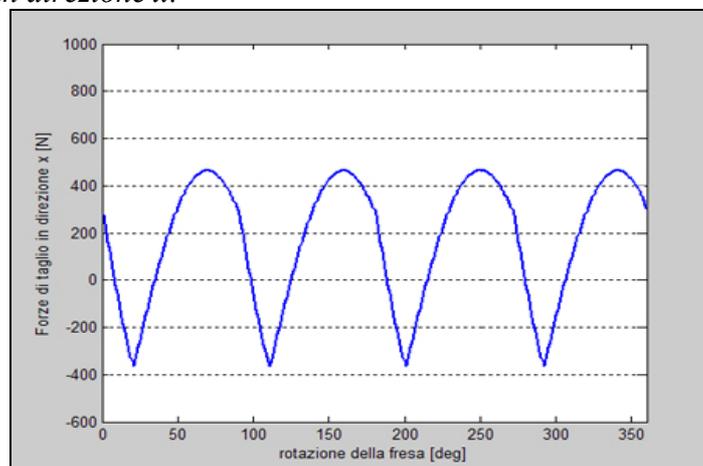


fig. (4.7): Forze  $F_x$

*Forze di taglio in direzione y:*

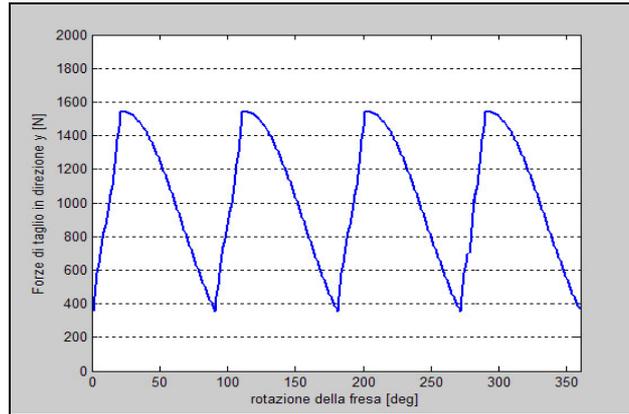


fig. (4.8): Forze  $F_y$

Forze di taglio in direzione z:

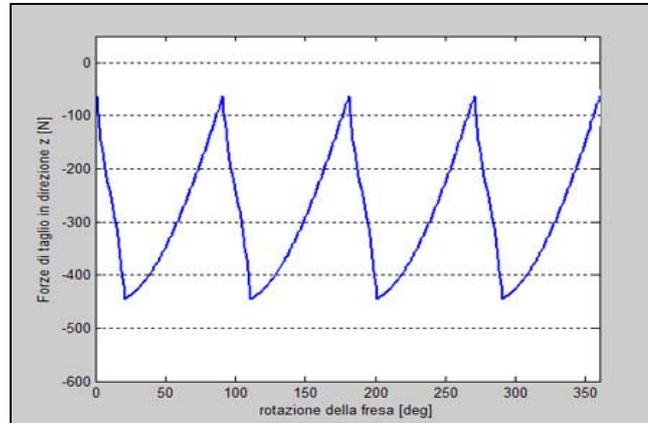


fig. (4.9): Forze  $F_z$

Gli andamenti sono stati nuovamente confrontati con quelli ottenuti in [2] per le medesime condizioni di lavorazione raffigurati nel diagramma seguente.

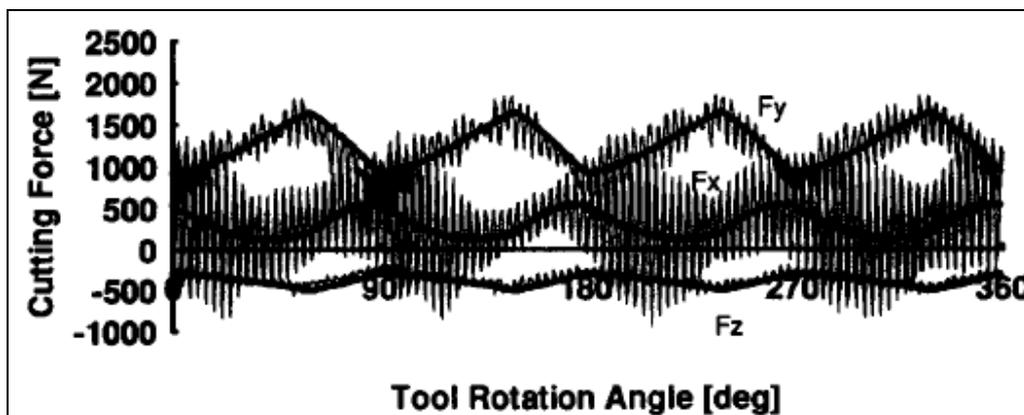


fig. (4.10): Forze di taglio per  $IR=R$  in [2]

In tal caso la corrispondenza tra i dati simulati con il modello proposto in questa tesi e quelli proposti in [2] appare maggiore, sia nei valori raggiunti dai picchi che dagli andamenti delle forze. Rispetto agli andamenti simulati in figura 4.10 (diagrammi in linea spessa) si hanno differenze specialmente sui valori minimi assunti dalle  $F_x$  e dalle  $F_y$ . Osservando però gli andamenti rilevati sperimentalmente (diagrammi in linea sottile in figura 4.10) possiamo ritenere i valori ottenuti dalle simulazioni condotte pienamente soddisfacenti.

### Simulazione C

La terza ed ultima simulazione è stata condotta con profondità radiale di taglio pari a  $\frac{3}{4}$  del diametro della fresa.

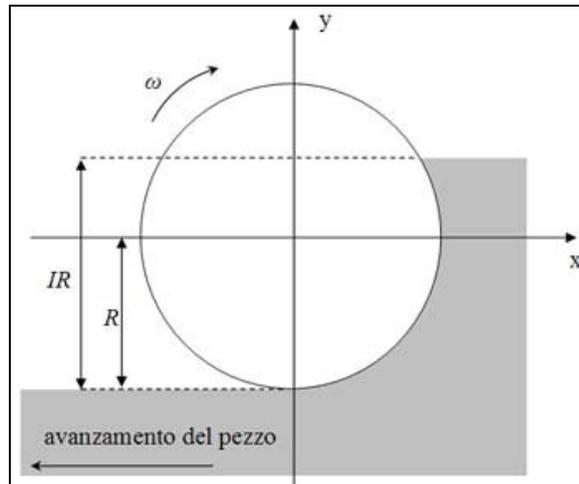


fig. (4.11): Schema di lavorazione

Per tale configurazione di lavorazione gli andamenti delle forze di taglio ottenuti dalle simulazioni condotte sono stati i seguenti.

*Forze di taglio in direzione x:*

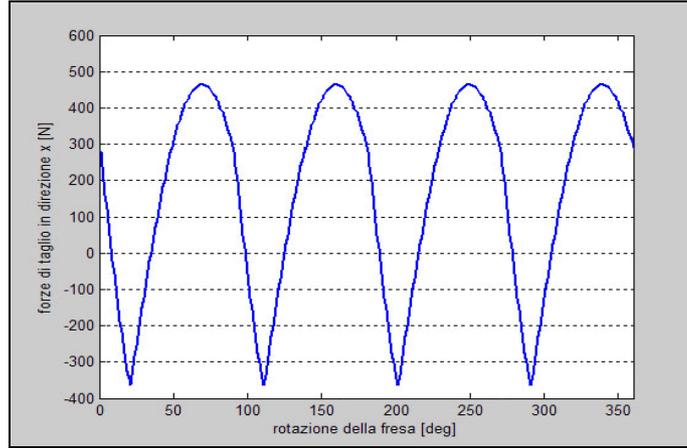


fig. (4.12): Forze  $F_x$

Forze di taglio in direzione y:

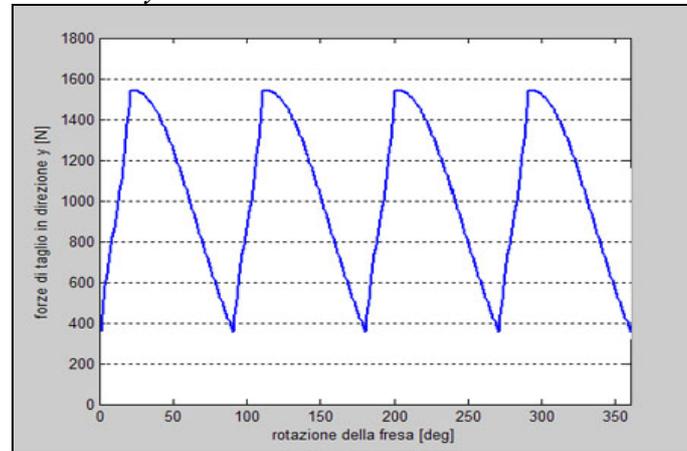


fig. (4.13): Forze  $F_y$

Forze di taglio in direzione z:

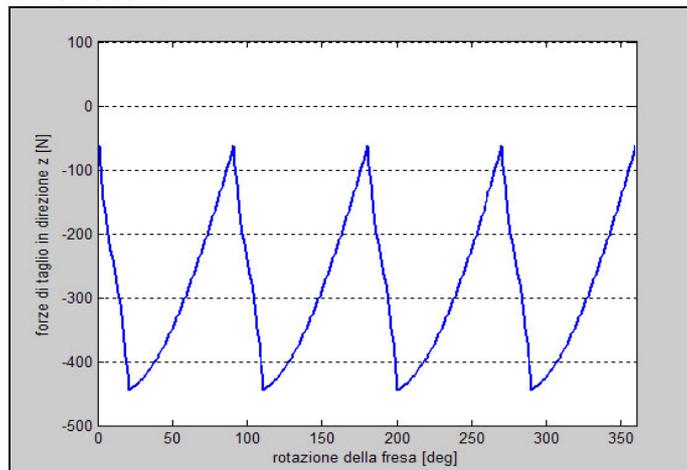


fig. (4.14): Forze  $F_z$

Proponendo ora il diagramma corrispondente alla lavorazione corrente da [2] è possibile procedere ad un'ultima fase di confronto e di validazione del modello proposto.

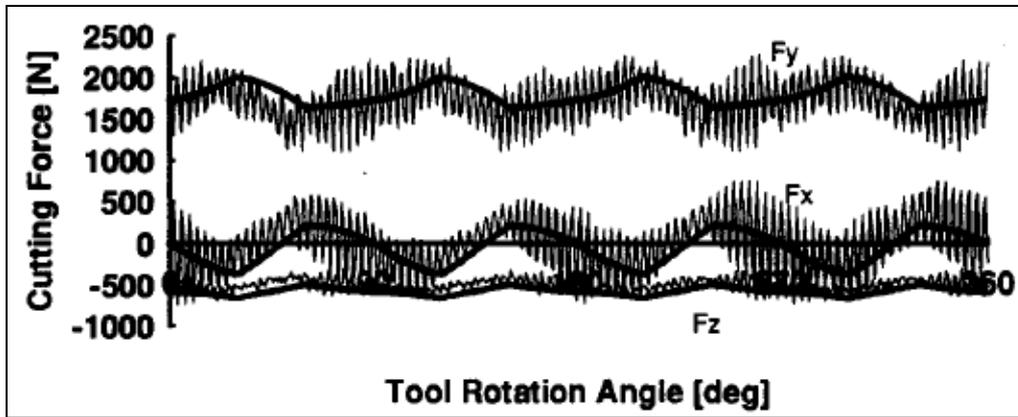


fig. (4.15): Forze di taglio per  $IR=1.5 \cdot R$  in [2]

Si osserva una buona corrispondenza tra i dati ottenuti dalla simulazione per i carichi in direzione  $x$  e l'andamento calcolato di figura 4.15 (linea spessa). Le rimanenti componenti hanno andamenti qualitativamente molto simili a quanto presentato in fig. 4.15 ma presentano valori generalmente inferiori se confrontati con gli andamenti calcolati dalla simulazione. Confrontando invece i dati ottenuti con gli andamenti sperimentali (linea sottile di fig. 4.15) possiamo osservare ancora una volta una buona corrispondenza anche dal punto di vista quantitativo sulle forze di taglio in direzione  $y$  e  $z$ .

# Capitolo 6

## **Processo di taglio:**

**Sviluppo del modello del processo di taglio:**

**Previsione della superficie lavorata e calcolo della qualità della superficie.**

## 6.1 Introduzione

In questo capitolo viene esposto un modello analitico, sviluppato durante l'ultimo periodo di ricerca, tale modello è anch'esso implementato in ambiente SW, e costituisce un modulo di calcolo.

Lo scopo di questo modulo di calcolo è quello di fornire un sistema di simulazione, in grado di relazionare i parametri di processo, per operazioni di fresatura con frese a codolo e a giostra (integrali ed ad inserti riportati), unitamente agli errori che gli utensili presentano costantemente in ambito di lavorazione per asportazione, con la qualità della superficie lavorata; in modo da generare la ricostruzione virtuale della superficie lavorata e, rappresentare quest'ultima con indici che caratterizzano la qualità.

E' infatti interessante poter trovare l'impostazione ottima dei parametri di processo al fine di ottenere la voluta definizione della superficie, in termini di rugosità e tolleranze, ma anche ( e specie in ambito di produzioni di stampi e matrici) la presenza di solcature che intaccano l'estetica della superficie lavorata.

Definiamo in particolare gli errori considerati in questo studio, che vengono classificati in 2 famiglie : *tool errors* e *tool setting errors*; rispettivamente errore di posizionamento del tagliente rispetto alla quota nominale, ed errori di montaggio o difettologie geometriche, nell'accoppiamento utensile-portautensile-cono mandrino.

Definiamo quindi:

- **Tool errors:** run out radiale e assiale di ogni inserto, secondo il modello rappresentato in figura 6.1:

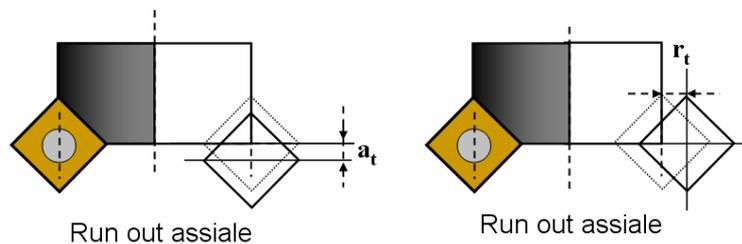


Fig: 6.1

Tali errori, come rappresentato in figura 6.2 modificano la traiettoria e quindi la orografia della superficie lavorata, in quanto comportano una deviazione dalla traiettoria nominale del tagliente affetto da run-out.

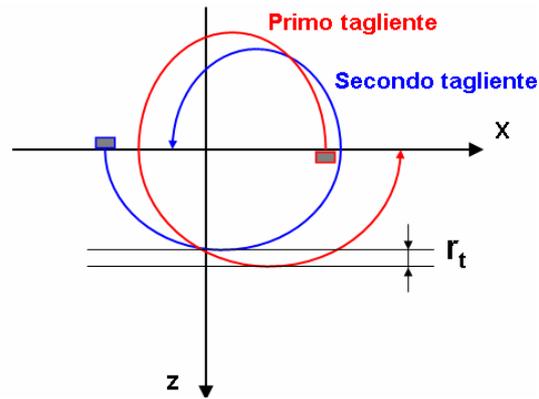


Fig: 6.2: effetto del Run-out radiale sulla traiettoria nominale.

Definiamo ora gli errori geometrici di posizionamento dell'utensile al mandrino:

- **Tool setting errors**

Secondo il modello rappresentato in figura 6.3

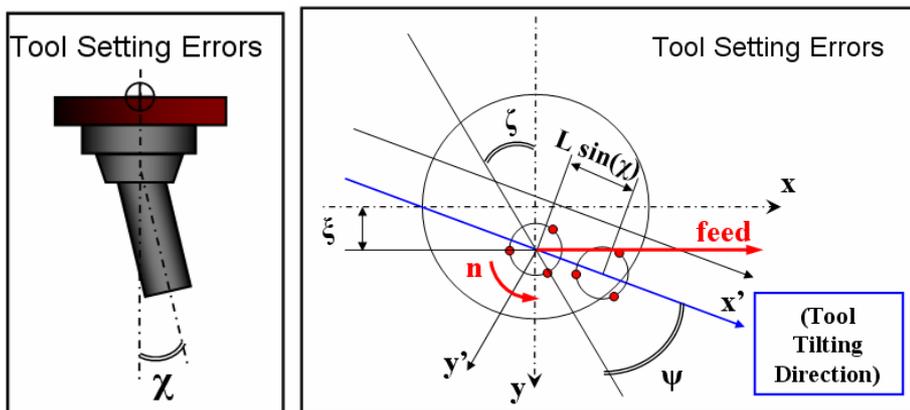


Fig: 6.3

Dalla figura 6.3 possiamo distinguere i seguenti parametri di errore:

$\xi$  = eccentricità dell'asse dell'utensile;

$\zeta$  = angolo tra il primo tagliente (o tagliente di riferimento) e la direzione ortogonale all'avanzamento;

$\chi$  = angolo di disassamento asse utensile;

$\psi$  = angolo che identifica la direzione di tiltaggio dell'utensile (che nasce nel momento in cui  $\chi \neq 0$ ).

E' possibile osservare, nelle figure 6.4 e 6.5 come tali errori di montaggio dell'utensile, contribuiscano alla deviazione delle traiettorie dei taglienti dell'utensile, che si ripercuotono sulla orografia e quindi qualità della superficie, alterandone la rugosità teorica, che si avrebbe seguendo le traiettorie cicloidali nominali.

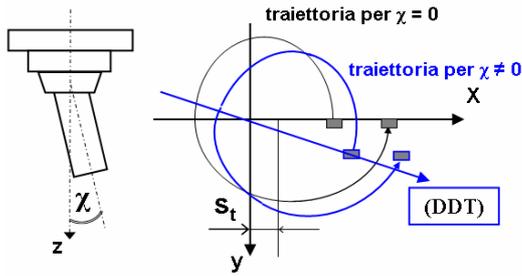


fig: 6.4

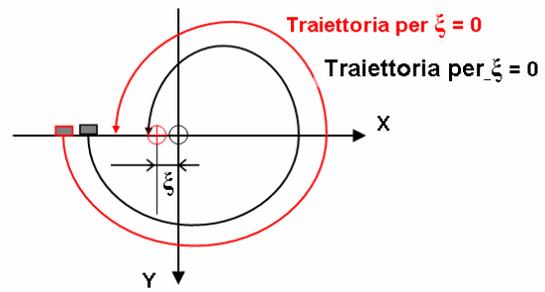


fig 6.5

Il programma di calcolo sviluppato si articola in diversi moduli fondamentali, che verranno descritti nei prossimi paragrafi, (uno schema delle operazioni del sistema è riportato in figura 6.6.) :

- Modellazione parametrica dell'utensile ed applicazione degli errori dovuti a: tool errors e setting errors.
- Applicazione e calcolo del moto cinematico di rototraslazione
- Generazione del File Stl che riproduce la superficie lavorata.
- Minimizzare la superficie e plot 3D
- Estrapolazione dei parametri che caratterizzano la qualità della superficie lavorata.

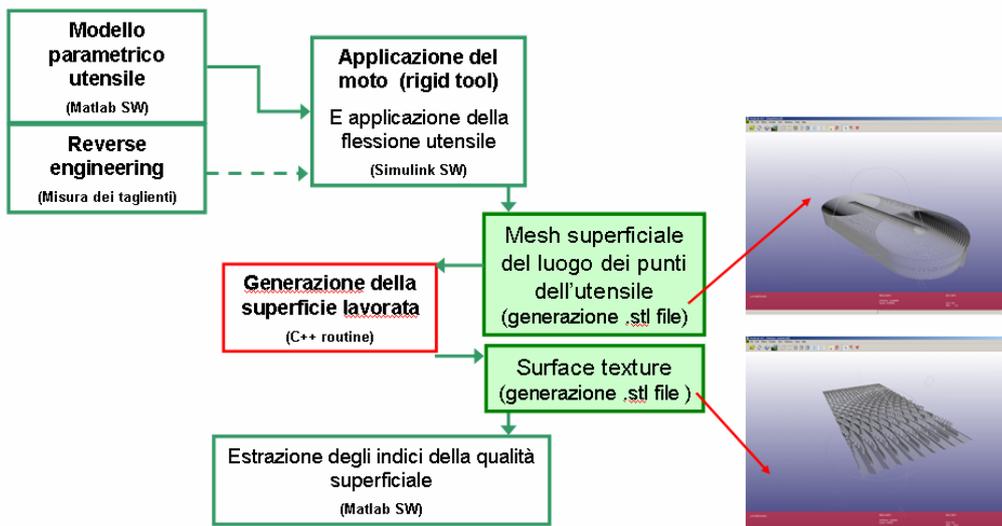


Fig 6.6

## 6.2 Modello e algoritmo di discretizzazione dell'utensile

In prima istanza occorre generare una parametrizzazione delle specifiche interessanti dell'utensile, in sostanza si tratta del modello del corpo fresa e della discretizzazione dei taglienti dell'utensile. Lo scopo di tale discretizzazione è quello di fornire all'algoritmo risolutore, sviluppato in Simulink, una matrice che contenga le coordinate dei punti appartenenti al tagliente.

A tal fine è possibile considerare due strade:

a) Per utensili convenzionali, dalla geometria sostanzialmente regolare, occorre generare la discretizzazione dei taglienti attraverso un programma parametrico sviluppato. Tale algoritmo implementato in codice Matlab permette di generare la discretizzazione dei taglienti di un utensile appartenete alla gamma di frese rappresentate in figura 6.7 a sinistra, mentre il modello generalizzato è rappresentato in figura 6.7 a destra.

b)

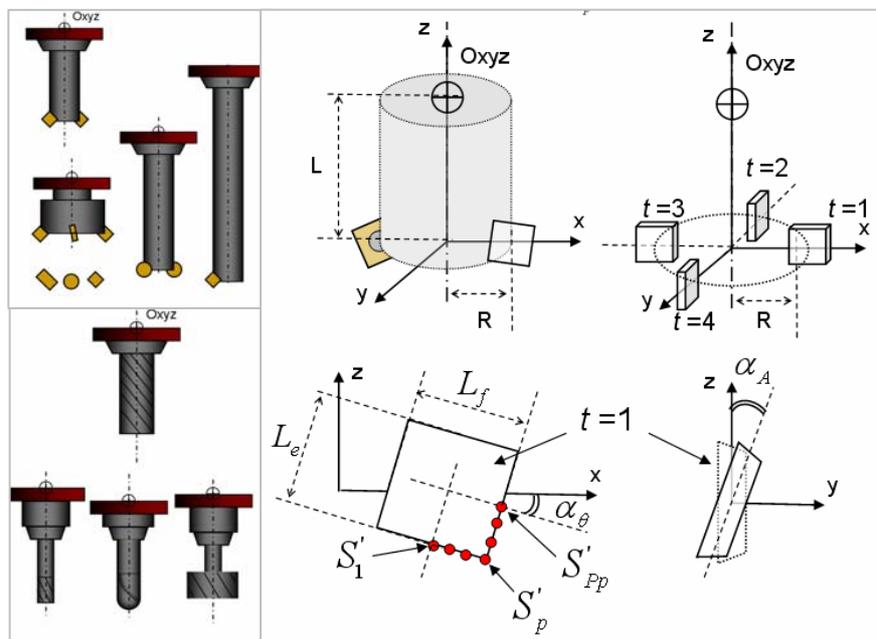


Fig. 6.7

b) In caso invece di forma particolare, come frese di forma non regolare, la strada ottimale è quella di generare la discretizzazione suddetta e spiegata nello specifico in seguito, a partire da una scansione tridimensionale dell'utensile considerato, adottando quindi un processo di reverse engineering che velocemente sia in grado di fornire le informazioni ed i parametri necessari.

## Capitolo 6

Vengono di seguito esposto l’algoritmo matematico sviluppato ed implementato in codice Matlab, che automatizza la procedura di generazione della discretizzazione dell’utensile (come esposto al punto a precedentemente).

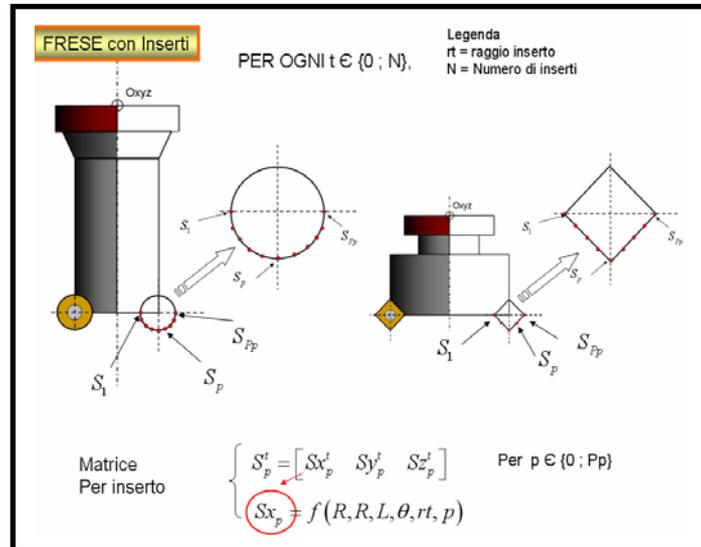


Fig: 6.8

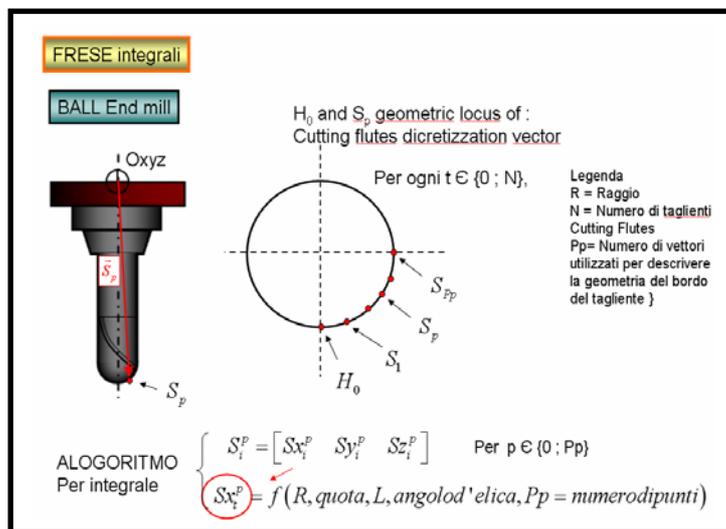


Fig: 6.9

Considerando i modelli in figura 6.8 e 6.9, vengono ipotizzate le parametrizzazioni in punti dei taglienti dell’utensile. Lo scopo dell’algoritmo implementato è quello di inserire opportunamente le coordinate di tali punti entro una matrice, in maniera ordinata; la matrice avrà la presenza di blocchi pari al numero dei taglienti.

Indichiamo con  $S'$  il singolo punto perso sul tagliente, di coordinate:  $s'_{p,x}$ ,  $s'_{p,y}$ ,  $s'_{p,z}$

$$S' = \begin{bmatrix} s'_{p,\bullet} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s'_{p,x} & s'_{p,y} & s'_{p,z} \end{bmatrix}$$

Indichiamo con  $S'$  il vettore che contiene le coordinate di un punto preso sul tagliente dell'utensile, considerando la presenza di  $Pp$  punti per tagliente, e  $N$  taglienti dell'utensile, avremo una totalità di  $Pp \times N$  vettori, che costituiranno una matrice a blocchi. In particolare tale matrice presenta  $N$  blocchi di  $Pp$  righe.

Gli errori geometrici considerati, definiti in precedenza, i run-out assiali e radiali, sono raccolti in opportuni vettori e indicizzati in funzione del numero di taglienti o inserti della fresa:

$$r_{rad} = [r_1; \dots; r_t; \dots; r_N] \quad \text{per i valori di Run-Out radiale}$$

$$r_{axial} = [ra_1; \dots; ra_t; \dots; ra_N] \quad \text{per i valori di Run-Out assiale}$$

Applicando ora i run-out radiali ed assiali ai singoli punti del tagliente  $t$ -esimo si perviene al vettore:

$$[s'_{p,\bullet}] = \left[ (s'_{p,x} - r_t) \cos\left(\frac{2\pi}{N}(t-1)\right) \quad (s'_{p,y} - r_t) \sin\left(\frac{2\pi}{N}(t-1)\right) \quad s'_{p,z} - a_t \right] = [s_{k,\bullet}]$$

$$\text{Con} \quad t \in [1, \dots, N] \quad p \in [1, \dots, Pp] \quad k \in [1, \dots, (N \cdot Pp)]$$

Tale vettore costituisce una riga della matrice  $S$ , anch'essa di dimensioni  $[(Pp \times N) \times 3]$ , rappresentata in figura 6.10.

$$S = [S'_p]^{(N \cdot Pp) \times 3} = [Sx'_p \quad Sy'_p \quad Sz'_p]$$

$$S = [S'_p]^{(N \cdot Pp) \times 3} = [Sx'_p \quad Sy'_p \quad Sz'_p] = [{}^1Sx'_p \quad {}^1Sy'_p \quad {}^1Sz'_p]$$

	X Component	Y Component	Z Component
1° Tooth	$Sp_1^1x$	$Sp_1^1y$	$Sp_1^1z$
	$Sp_2^1x$	$Sp_2^1y$	$Sp_2^1z$
	...	...	...
2° Tooth	$Sp_{Pp}^1x$	$Sp_{Pp}^1y$	$Sp_{Pp}^1z$
	$Sp_1^2x$	$Sp_1^2y$	$Sp_1^2z$
	...	...	...
...	$Sp_{Pp}^2x$	$Sp_{Pp}^2y$	$Sp_{Pp}^2z$
	$Sp_j^jx$	$Sp_j^jy$	$Sp_j^jz$
	...	...	...
N° Tooth	$Sp_1^Nx$	$Sp_1^Ny$	$Sp_1^Nz$
	...	...	...
	$Sp_{Pp}^Nx$	$Sp_{Pp}^Ny$	$Sp_{Pp}^Nz$

Fig: 6.10 : matrice di parametrizzazione che contiene le deviazioni di run-out

Si associa, ora, alla matrice S anche gli errori di tool Setting, moltiplicando la matrice S, di parametrizzazione dell'utensile, con altre matrici che identificano le rotazioni dovute agli errori, oppure le traslazioni dall'origine di riferimento.

Distinguiamo le seguenti matrici che contengono gli errori di tool setting:

$$M_{\chi} = [M_{\chi}]^{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \cos(\chi) & 0 & -\sin(\chi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(\chi) & 0 & \cos(\chi) \end{bmatrix};$$

$$E = [-e \cdot \cos(\zeta) \quad -e \cdot \sin(\zeta) \quad 0]^T; \quad M_{\zeta} = [M_{\zeta}]^{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \sin(\zeta) & -\cos(\zeta) & 0 \\ \cos(\zeta) & \sin(\zeta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Si hanno le seguenti relazioni che associano e correggono la matrice di discretizzazione a quelle degli errori:

$$S_{\chi} = M_{\chi} \times S$$

$$S_E = M_{\zeta} \times (S_{\chi} - E)$$

A questo punto siamo giunti alla formulazione della matrice  $S_E$ , tale matrice, generata dall'algoritmo sviluppato e risolto in codice Matlab, viene quindi passata an ambiente Simulink, dove verrà applicato il moto di rototraslazione.

### 6.3 Applicazione e calcolo del moto cinematica di rototraslazione

La presente matrice  $S_E$  viene caricata e mantenuta nel workspace di matlab e costituisce una dato di input fondamentale per il calcolo in real time operato dal modello implementato in Simulink, di cui viene riportata immagine della finestra grafica di costruzione dei modelli a blocchi, fig 6.11.(che non verrà descritto in dettaglio per questioni di spazio)

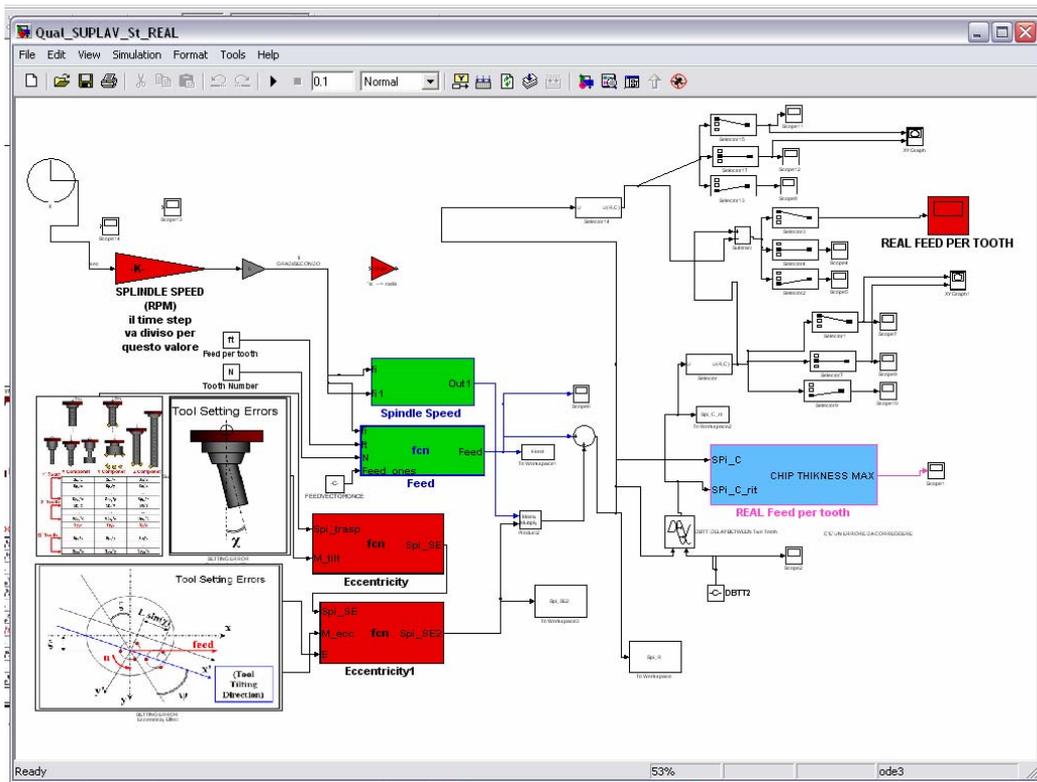


Fig. 6.11: modello in Simulink

Impostando il programma per effettuare una interazione di calcolo per ogni grado di rotazione dell'utensile, (quindi per ogni grado di incremento di  $\phi$ , quindi per  $\phi \in [0; \Theta]$  che corrisponde, quindi ad un incremento unitario del numero di iterazioni, per  $i \in [1; IT]$ , con  $IT$ =numero di iterazioni effettuate dal foglio di calcolo in Simulink), il programma calcola gli eventi ad ogni intervallo di tempo: "timestep" costante, durante la simulazione, ma modificabile a priori.

Il calcolo che viene effettuato ad ogni iterazione è la seguente:

$$Spi = M_{\phi} \times S_E + F$$

$$\text{Con } M_{\phi} = [M_{\phi}]^{3 \times 3} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \quad F = \begin{bmatrix} \frac{N \cdot St}{2\pi} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

Dove in sostanza viene calcolato il luogo dei punti che discretizzano l'utensile durante l'evoluzione del moto di rototraslazione, dato imponendo velocità di taglio e di avanzamento, (oppure impostando numero di giri, diametro utensile e avanzamento per dente). Alla fine della simulazione viene calcolata una matrice (tridimensionale) di dimensione:  $(N \cdot Pp) \times 3 \times \Theta$ , chiamata  $Spl$ ; tale matrice contiene le coordinate dei

punti selezionati sui taglienti per ogni rotazione dell'utensile di un grado, quindi per  $\phi \in [0; \Theta]$ , o per ogni  $i \in [1; IT]$ , fig 6.12.

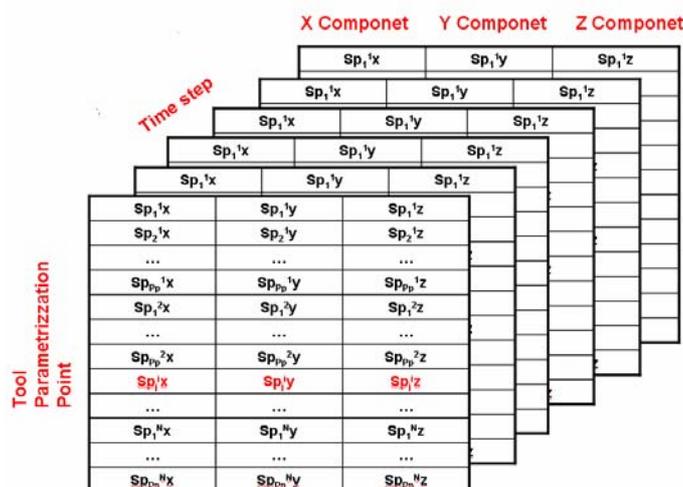


Fig. 6.12

A questo punto, ancora sfruttando la memorizzazione di tale matrice nel buffer di memoria di Matlab (workspace) è possibile ripassare tale matrici ad ulteriori manipolazioni algoritmiche, descritte nel paragrafo seguente.

## 6.4 Generazione del File Stl che riproduce la superficie lavorata

Questa fase sfrutta la matrice  $SpI$  generata dal calcolo in Simulink, esposto al precedente paragrafo, infatti tale matrice contiene la progressione spazio-temporale dei punti scelti che parametrizzano i taglienti dell'utensile, a seguito della applicazione del moto di taglio ed avanzamento della lavorazione in fase di simulazione. A tal fine è stato realizzato un particolare programma in codice Matlab che ha il compito di generare, a partire, dalla matrice  $SpI$  un file in formato STL (file che può essere visualizzato e modificato in ambiente CAD e/o CAD-CAM commerciale, o in appositi SW di visualizzazione) che rappresenta la superficie che viene percorsa dai punti dell'utensile considerati a seguito del moto di rototraslazione dell'utensile considerando gli errori associati al particolare utensile e all'accoppiamento mandrino-utensile.



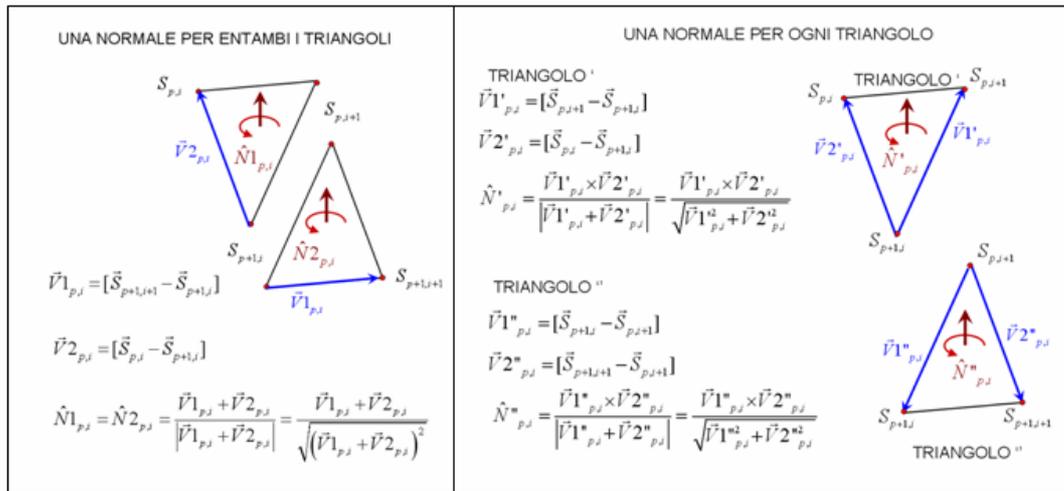


Fig 6.14: metodi di calcolo delle normali

Dalla applicazione dell'algoritmo di costruzione del file STL, si arriva alla generazione della superficie (discretizzata a mezzo di triangoli), che considera il luogo di tutti i punti del tagliente, che questi siano indipendentemente in presa con il materiale da lavorare o meno.

Il file STL generato, è formattato in formato ASCII, ma può essere scritto anche in binario ed è apribile visualizzabile graficamente grazie a qualsiasi SW lettore del formato stl, un esempio è riportato in figura: 6.15.

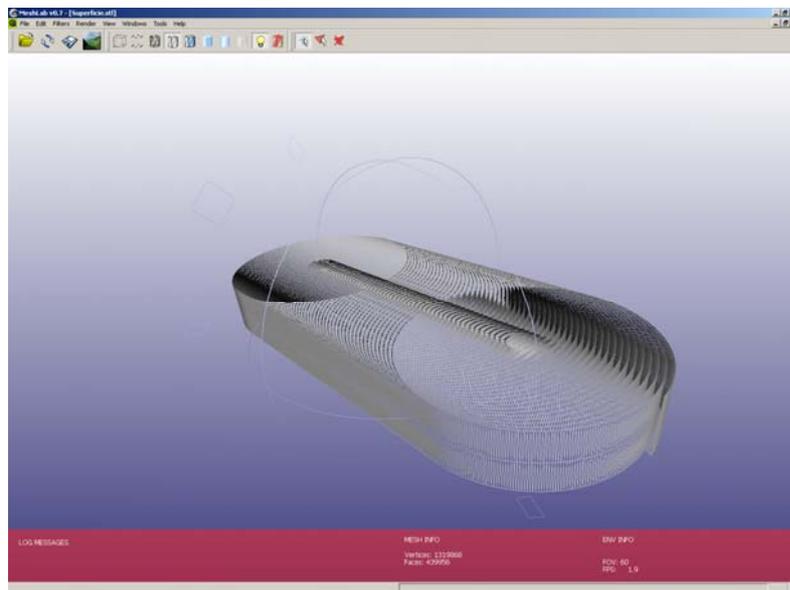


Fig 6.15, file STL, generato in Matlab, e visualizzato con un software commerciale o free.

## 6.5 Minimizzare la superficie e plot CAD 3D, ed estrapolazione dei parametri che caratterizzano la qualità della superficie lavorata

Una volta generato, grazie a Matlab, il file del luogo dell'evoluzione dei taglienti nel tempo, si passa questo file, ed alcuni parametri tecnologici, alla routine sviluppata in codice c++, la scelta di questo codice è giustificata dalla possibilità di sfruttare la programmazione ad oggetti, che rende particolarmente gestibile la manipolazione dei triangoli delle mesh. Il programma o routine di calcolo sviluppata sfrutta una serie di funzioni trigonometriche e geometriche, che non verranno descritte per problemi di spazio, in quanto tale routine è costituita da circa 3000 righe di codice.

Lo scopo dell'algoritmo sviluppato e compilato in c++ è quello di confrontare l'intersezione del luogo dei punti del tagliente, con il volume del pezzo in lavorazione, in caso (a questo stadio dello sviluppo) di traiettorie rettilinee.

Come output di questo programma si ha un secondo file STL, (di una porzione spaziale di superficie definibile dall'utente), in cui viene estrapolata la superficie che rimane sul pezzo a seguito del passaggio dell'utensile, così come riportato in figura 6.16.

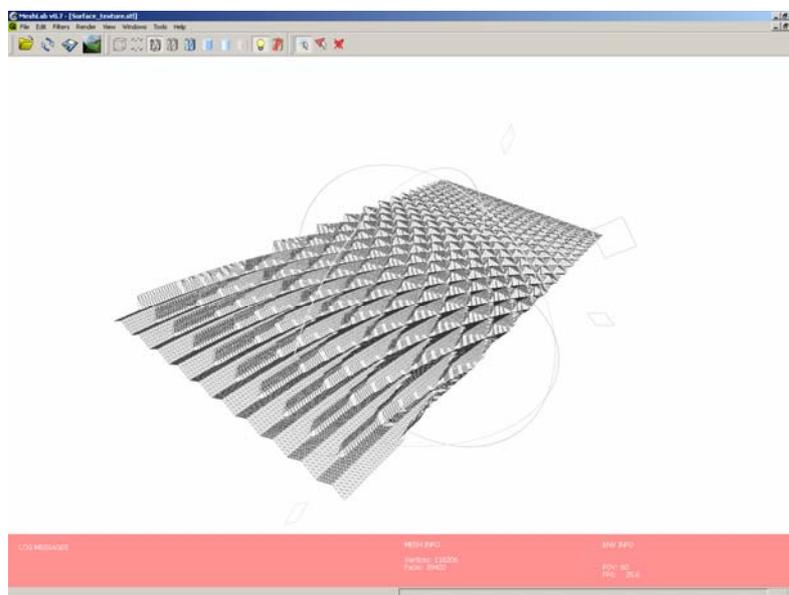


Fig 6.16: file stl della orografia della superficie.

Questo file non è altro che la rappresentazione virtuale della orografia superficie lavorata.

Tale superficie può essere discretizzata in un numero di punti a piacere e con risoluzione impostabile dall'utente, maggiore è la risoluzione maggiore è il numero di triangoli, di conseguenza maggiore è il livello di computazione e la grandezza del file stesso, chiaramente aumenta la risoluzione.

Una volta generato il file STL, il sistema, il programma opera una seconda routine, il cui scopo è quello di calcolare, gli indici della qualità lavorata:

vengono infatti calcolati gli indici di: RMS deviation, Skewness, Kurtosis, di cui vengono date le formulazioni a seguire.

A partire dalla superficie generata tramite il programma sviluppato:  $z(x_i, y_i)$ , e considerando il piano che minimizza somma dei quadrati, detto piano RMS e rappresentabile come una funzione:

$$f(x, y) = a + bx + cy$$

vengono regrediti i coefficienti  $a$ ,  $b$  e  $c$ , viene calcolato il residuo esistente tra il piano RMS e la superficie da caratterizzare:

$$\varepsilon^2 = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m [z(x_i, y_j) - (a + bx_i + cy_j)]^2 ; \text{ con } : \eta(x, y) = z(x, y) - (a + bx + cy)$$

La rugosità spaziale in RMS è quindi calcolabile come:

$$S_q = \sqrt{\frac{1}{mn} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \eta^2(x_i, y_j)}$$

Il coefficiente di Skewness è definito da:

$$S_{sk} = \frac{1}{mnS_q^3} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \eta^3(x_i, y_j)$$

Infine il coefficiente di Kurtosis è:

$$S_{ku} = \frac{1}{mnS_q^4} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m \eta^4(x_i, y_j)$$

Il sistema sviluppato necessita di una fase di validazione e comparazione sperimentale.

# Conclusioni

Il lavoro di ricerca effettuato durante il periodo di dottorato è stato volto allo studio e sviluppo di alcuni moduli di calcolo, rappresentativi di diversi aspetti riguardanti centri di lavoro, principalmente di fresatura, dal funzionamento della macchina al processo di asportazione di truciolo.

Il lavoro svolto si è inserito all'interno di un progetto di ricerca più ampio del gruppo tecnologico del dipartimento DIEM.

Dallo studio dei moduli precedentemente realizzati (sostanzialmente del controllo numerico) e dallo sviluppo dei moduli presentati in questa dissertazione è stato possibile realizzare un sistema di simulazione della macchina nel suo complesso.

Oltre alla realizzazione del sistema di calcolo, la ricerca effettuata ha portato alla definizione di una metodologia, concretizzata nella piattaforma di progettazione, atta ad implementare la cosiddetta “virtual machining”, ovvero, tecnica di modellazione e simulazione del complesso mecatronico rappresentativo di un centro di lavoro.

Le richieste del mercato ai centri di lavoro, in termini di alte prestazioni, giustificano la ricerca verso la formulazione di un approccio migliorativo del processo di studio di macchina utensile, ed lo sviluppo di uno strumento di ausilio in fase di progettazione e messa a punto della macchina stessa.

Appare chiaro, come la transizione verso tecniche innovative di Virtual Design soprattutto in aziende piccole o medie, debba essere graduale e richieda tempo e risorse, finanziarie ed umane. Il modo più efficace per un inserimento di queste nuove tecnologie consiste, molto probabilmente, nello stabilire un rapporto di

stretta collaborazione tra l'azienda e enti quali dipartimenti universitari o enti di ricerca aventi esperienza di lavoro con le tecniche sopra ricordate. La collaborazione deve essere molto coesa, perché solo da una armonica e convinta articolazione di ruoli e responsabilità possono conseguirsi risultati apprezzabili. Deve essere assicurata la crescita del personale tecnico interno all'azienda, attraverso attività di formazione che si integrino con le attività di R&S primarie.

La metodologia proposta, investiga a diversi livelli di dettaglio il comportamento della macchina, fino alla costituzione di un modello che possa essere considerato come un prototipo virtuale.

I modelli dei componenti ed i sottosistemi che costituiscono il Centro di lavoro richiedono sovente una validazione di alcuni loro parametri, la cui quantificazione numerica spesso non è determinabile mediante cataloghi dei fornitori, o, più in generale, dalla letteratura tecnica.

Vi sono alcuni parametri, quali i coefficienti di attrito delle coppie cinematiche in moto relativo, che non possono che esser valutati, per così dire, all'interno della macchina utensile, una volta completamente assemblata ed operativa.

Infatti l'attrito, fenomeno estremamente complesso anche a livello di modellazione, dipende dall'assemblaggio dei sistemi e sottosistemi che vanno a costituire il centro di lavoro, dai precarichi, dall'assetto finale della macchina, dallo stato termico delle strutture.

Così pure, il CNC può esser considerato, dall'utente, come una "scatola grigia" in quanto i parametri dell'hardware e gli algoritmi numerici sono compiutamente noti solo al costruttore.

Fortunatamente il Centri di lavoro, completo del suo CNC, può esser considerato come un vero laboratorio sperimentale e una sistematica campagna di prove, verificando gli output di prove di simulazione con i records delle analoghe risposte del centro di lavoro, consente di validare questi ultimi parametri.

Oltre all'intensa attività di modellazione, l'attività sperimentale sostenuta è stata diversificata in alcune tipologie di analisi. Le sperimentazioni condotte sono state pianificate con tecniche di analisi statistica quali DOE (design of experiment), al fine di monitorarne la validità della esecuzione.

Tali attività sono state sostenute, curando, con rigore scientifico, oltre all'aspetto della pianificazione dell'esperimento, anche approfondimento del problema della misura e dalla analisi del segnale, nonché della analisi dei dati.

La prima sperimentazione effettuata è stata quella di analisi modale, sul componente canotto dove sono stati determinati i primi modi e le prime frequenze proprie di vibrare della struttura in oggetto, tramite tali rilievi, oltre a validare i modelli ad elementi finiti realizzati, è stato possibile compensare tali modelli sulla base dei risultati del test modale.

Una ulteriore verifica della validità dello studio svolto, e del sistema sviluppato, è stata realizzata grazie ad una serie di prove condotte sulla macchina, realizzate presso la società Breton S.p.A.. Tali analisi, come la misura della risposta di assi di moto a comandi (quali: seni, rampe, gradini, interpolazioni lineari e circolare, ecc), il calcolo funzione di risposta in frequenza, il calcolo della banda passante degli anelli di controllo in retroazione, hanno rilevato, la accuratezza del sistema di simulazione, per quanto riguarda comandi di movimentazione di base, ed hanno permesso lo sviluppo e l'ottimizzazione dei parametri del sistema di simulazione stesso .

Altra attività sperimentale sostenuta è stata quella riguardante la misura delle forze di taglio che si sviluppano durante il processo di fresatura, anche tale esperienza ha contribuito ad ampliare le competenze di metodi e strumentazioni relativi all'acquisizione e condizionamento del segnale.

Per quanto riguarda il modulo di previsione della superficie lavorata, ancora in fase di collaudo ed ulteriore sviluppo è prevista una attività di validazione del modello, che richiede lo studio dei metodi e tecniche a carattere metrologico, per effettuare la comparazione del calcolo, con i risultati della misura.

## Bibliografia

- [1] R. Bedini, A. Fortunato, G. Tani, G. Andorlini "Modelling and simulation of a machining centre for high speed milling", Atti del 14th International CIRP Design Seminar, Cairo, Egitto, 16-18 maggio 2004.
- [2] Bedini, A. Fortunato, G. Olmi, L. Orazi, G. Tani, "Model validation of a machining centre for high speed milling", Atti del 14th International CIRP Design Seminar, Cairo, Egitto, 16-18 maggio 2004.
- [3] R. Bedini, G. Tani, "Modelling of the Dynamics of Feed Drives for a High Speed Milling Machine", Proc. of the 10th International Conference on Machine Design and Production, 2002, UMTIK Cappadocia, Turkey.
- [4] G. Tani, R. Bedini, A. Fortunato, C. Mantega. "Dynamic hybrid modelling of the vertical Z axis in a machining center HSM - Towards Virtual Machining", Journal of Manufacturing Science and Engineering, pag: 780-788, vol.129, august 2007.
- [5] R. Bedini, G. Tani, A. Fortunato, C. Mantega, G. Gallorini. "From Traditional to Virtual Design of Machine-Tools: a long way to go, part1: Problem Identification and Model Validation" Atti del The 2006 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Chicago, Usa, 5-10 Novembre, 2006.
- [6] R. Bedini, G. Tani, A. Fortunato, C. Mantega, G. Goti. "From Traditional to Virtual Design of Machine-Tools: a long way to go, part2: The Talk between Two Worlds", Atti del The 2006 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition, Chicago, Usa, 5-10 Novembre, 2006.
- [7] G. Tani, R. Bedini, A. Fortunato, C. Mantega. "Towards Virtual Machine Tool Engineering: Modelling and Simulation of Complex CNC-Feed Drive Architectures for High Speed Milling (HSM)", Atti del 4th International Conference on Computing, Communications and Control Technologies: CCCT '06, Orlando, USA, 20-23, Luglio 2006.
- [8] G. Tani, R. Bedini, A. Fortunato, C. Mantega. "Machining Centers for High Speed Machining: a New Design Approach", Atti del CIRP 2nd International Conference on High Performance cutting, Vancouver, Canada, 12-13 Giugno, 2006.

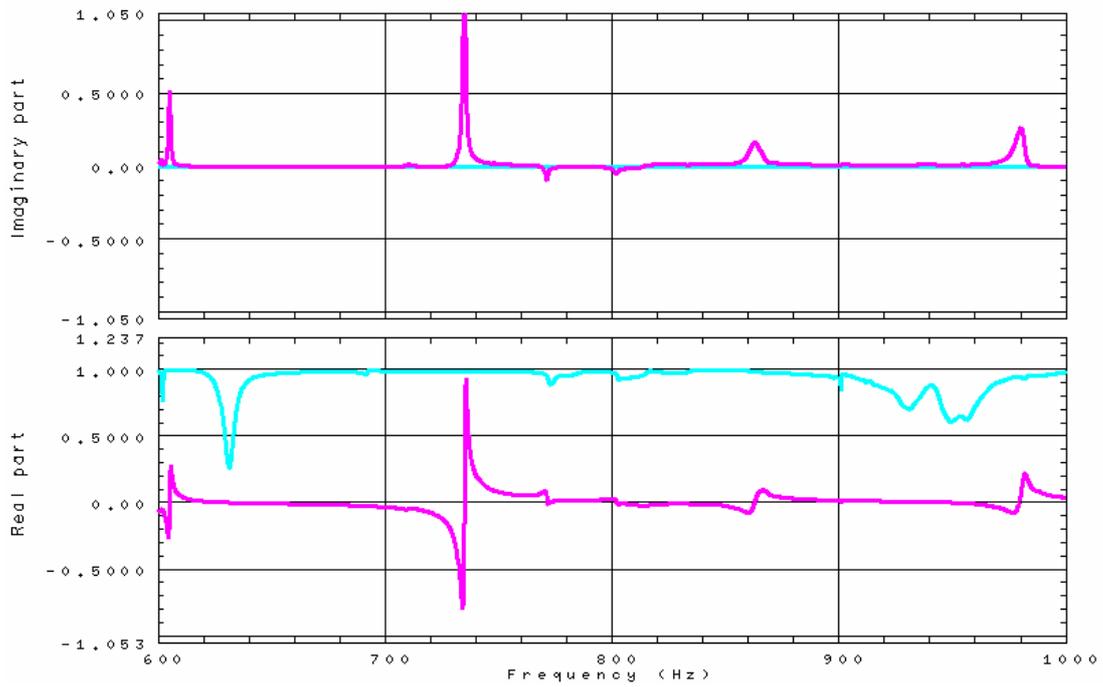
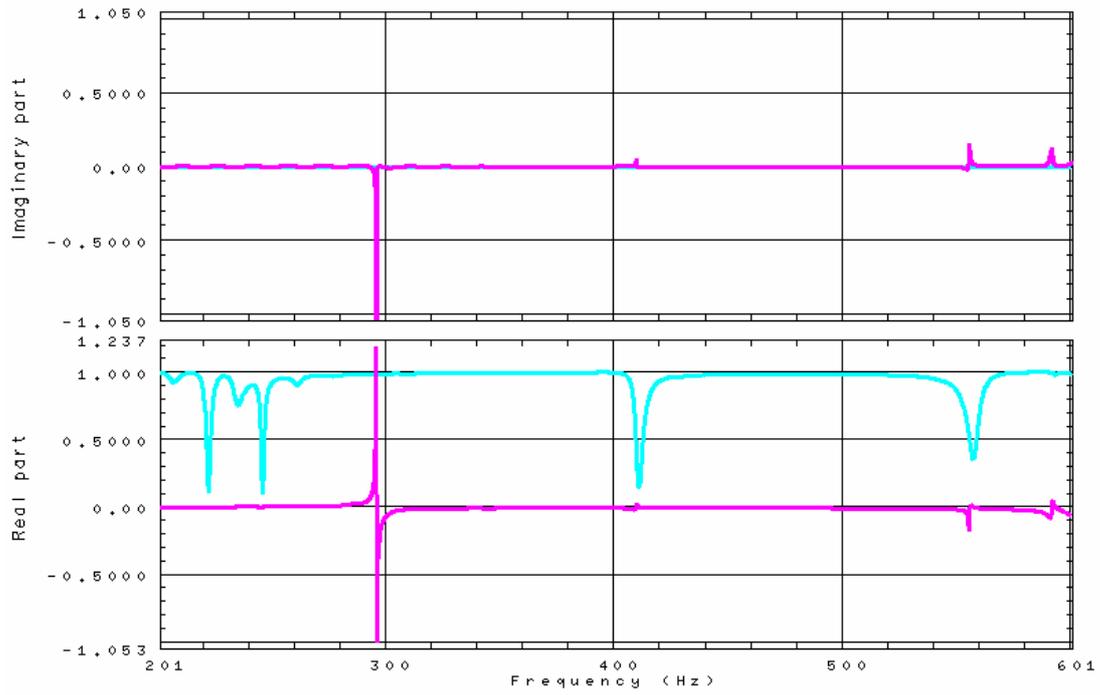
- [9] G. Tani , C. Mantega , M. Mazza. "Cutting force prediction in MDF boards machining",. Atti del 18° IWMS Vancouver, Canada, maggio 2007.
- [10] G. Tani, A. Fortunato, L. Donati, C. Mantega. "Milling force prediction by means of analytical model and 3D FEM simulations". Atti del 9th CIRP International Workshop on Modelling of Machining Operations, Bled, Slovenia, 11-12, Maggio, 2006.
- [11] C. Mantega, tesi di laurea, A.A. 2002/2003. Relatore: Prof. Ing. Giovanni Tani. Correlatori: Prof. Ing. Giuseppe Catania, Prof. Ing. Luca Tomesani
- [12] J. Tlustý, "Effect of low-friction guideways and lead-screw flexibility on dynamics of high-speed machines", Annals of the CIRP, vol.44, no.1, pp. 353-356, 1995
- [13] J. Tlustý, "High-speed machining", Annals of the CIRP, vol.42, no.2, pp. 733-738, 1993
- [14] M. F. Zaeh, T. Oertli, "Finite element modeling of ball screw feed drive systems", Annals of the CIRP, vol.53, no.1, pp. 289-293, 2004
- [15] B. Armstrong-Hélouvry, P. Dupont, C. Canudas de Wit, "A survey of models, analysis tools and compensation methods for the control of machines with friction", Automatica, vol. 30, no. 7, pp. 1083-1138, 1994
- [16] C. Canudas de Wit, H. Olsson, K.J. Åström, P. Lischinsky, "A new model for control of systems with friction", IEEE Transactions on automatic control, vol. 40, no. 3, pp. 419-425, March 1995
- [17] H. Groß, J. Hamann, G. Wiegärtner, Azionamenti elettrici di avanzamento nell'automazione industriale, ed. tecniche nuove, 2002
- [18] Paul.I. Ro, Wombo Shim, Sanghwa Jeong, "Robust friction compensation for submicrometer positioning and tracking of a ball-screw-driven slide system ", Precision Engineering 24 (2000), pp.160-173
- [19] C.L. Chen, M.J. Jang, K.C. Lin, "Modeling and high-precision control of a ball-screw driver stage", Precision Engineering xxx (2004)
- [20] D. Karnopp, "Computer simulation of stick-slip friction in mechanical dynamic systems", ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, vol. 107, no.1, pp. 100-103, 1985
- [21] P. Vielsack, H. Kammerer, "Finite element formulation for non-smooth oscillations of an elastic beam with a friction device", Computer methods in applied mechanics and engineering, vol. 173, pp. 21-29, 1999
- [22] G. Bianchi, F. Paolucci, P. Van den Braembussche, H. Van Brussel, "Towards virtual engineering in machine tool design", Annals of CIRP, vol. 45/1, 1996

- [23] H. Van Brussel, P.Sas, I. Németh, P. De Fonseca, P. Van den Braembussche, "Towards a mechatronic compiler", IEEE/ASME Transactions on mechatronics, vol. 6, no. 1, pp. 90-105, March 2001
- [24] P. De Fonseca, D. Vandepitte, H. Van Brussel, P.Sas, "Dynamic model reduction of a flexible three-axis milling machine", Proceedings of ISMA 23, vol.1,pp. 185-194, 1998
- [25] D.C. Kammer, M.J. Triller, "Selection of component modes for Craig-Bampton substructure representations", AIAA Journal, 1995
- [26] R.R. Craig, M.C.C. Bampton, "Coupling of substructures for dynamic analyses", AIAA Journal, vol. 6, no. 7, pp. 1313-1319, July 1968
- [27] R.R. Craig, "Substructure methods in vibrations", Transactions of the ASME, vol. 117, pp. 207-213, June 1995
- [28] R.J. Guyan, "Reduction of stiffness and mass matrices", AIAA Journal, vol. 3, no. 2, pp. 380, 1965
- [29] N. Bouhaddi, R. Fillod, "A method for selecting master dof in dynamic substructuring using the Guyan condensation method", Computers & Structures, vol. 45, no. 5/6, pp. 941-946, 1992
- [30] K.H. Yae, D.J. Inman, "Control-oriented order reduction of finite element model", Transactions of the ASME, vol. 115, pp. 708-710, December 1993
- [31] C.P. Johnson, R.R. Craig, A. Yargicoglu, "Quadratic reduction for the eigenproblem", International journal for numerical methods in engineering, vol. 15, pp. 911-923, 1980.
- [32] W. A. Kline, R. E. DeVor and J. R. Lindberg. The prediction of cutting forces in end milling with application to cornering cuts *International Journal of Machine Tool Design and Research, Volume 22, Issue 1, Pages 7-22,1982.*
- [33] I. Yellowley, Observations on the mean values of forces, torque and specific power in the peripheral milling process, *International Journal of Machine Tool Design and Research, Volume 25, Issue 4, , Pages 337-346, 1985*
- [34] [Kivimaa's PhD thesis (1950)]
- [35] [F. Scholz, J. Troeger, Modelling of Cutting Forces, in: Proceedings of the 17th International Wood Machining Seminar 2005 par2: Posters , pp. 1-5.
- [36] U. Heisel, J. Troeger, H. Dietz, Am Schneidkeil wirkende Krafte (2), Mitteilung HK (1995) 6, S.884-888
- [37] Engin S., Altintas, Y.Mechanics and dynamics of general milling cutters. Part I: helical end mills.International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol.41, pp. 2195-2212, (2001)

- [38] E. Budak, Y. Altintas, E. J. A. Armarego, Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data, Transactions of ASME 118 (1996) pp. 216-224
- [39] Altintas Y. Manufacturing automation: metal cutting mechanics, machine tool vibrations and CNC design. Cambridge University Press, (2000)
- [40] ShirSE K., Altintas Y. Cutting force and dimensional surface error generation in peripheral milling with variable pitch end mills.,International Journal of Machine Tools & anufacture, vol.36, No.5, pp. 567-584, (1996)
- [41] Depince P., Hascoet J. Y.Active integration of tool deflection effects in end milling. Part I: Prediction of milled surfaces. International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol.46,pp. 937-944, (2006)
- [42] Budak E.Analytical models for high performance milling. Part I: Cutting forces, structural deformations and tolerance integrity.International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol.46,pp.1478-1488, (2006)
- [43] Nemes J.A., Asamoha-Attiah S., Budak E.Cutting load capacity of end mills with complex geometry. Annals of the CIRP, vol.50, (2001)
- [44] Namazi M., Altintas Y., ABE T., Rajapakse N.Modeling and identification of tool holder-spindle interface dynamics.International Journal of Machine Tools & Manufacture, vol.47, pp. 1333-1341, (2007)
- [45] Engin S., Altintas Y., Ben Amara F.Mechanics of routing medium density fibreboard, Forest products journal, vol.50, No.9, (2000)
- [46] Gradisek J., Kalveram M., Weinert K. Mechanistic identification of specific force coefficients for a general end mill, International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 44, (2004)

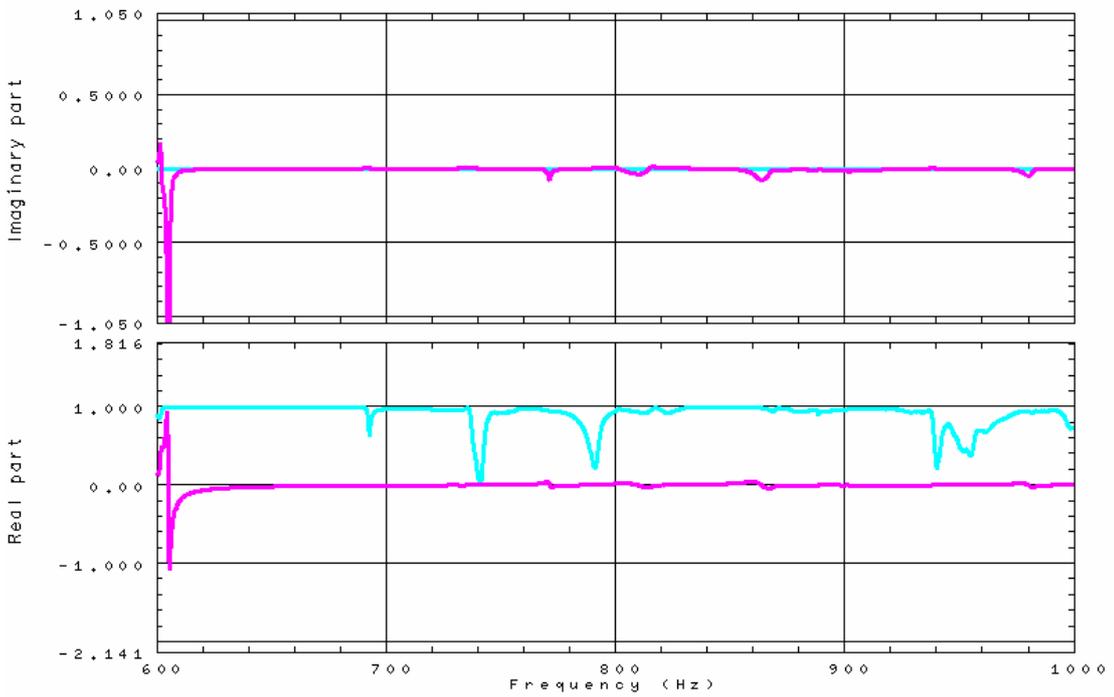
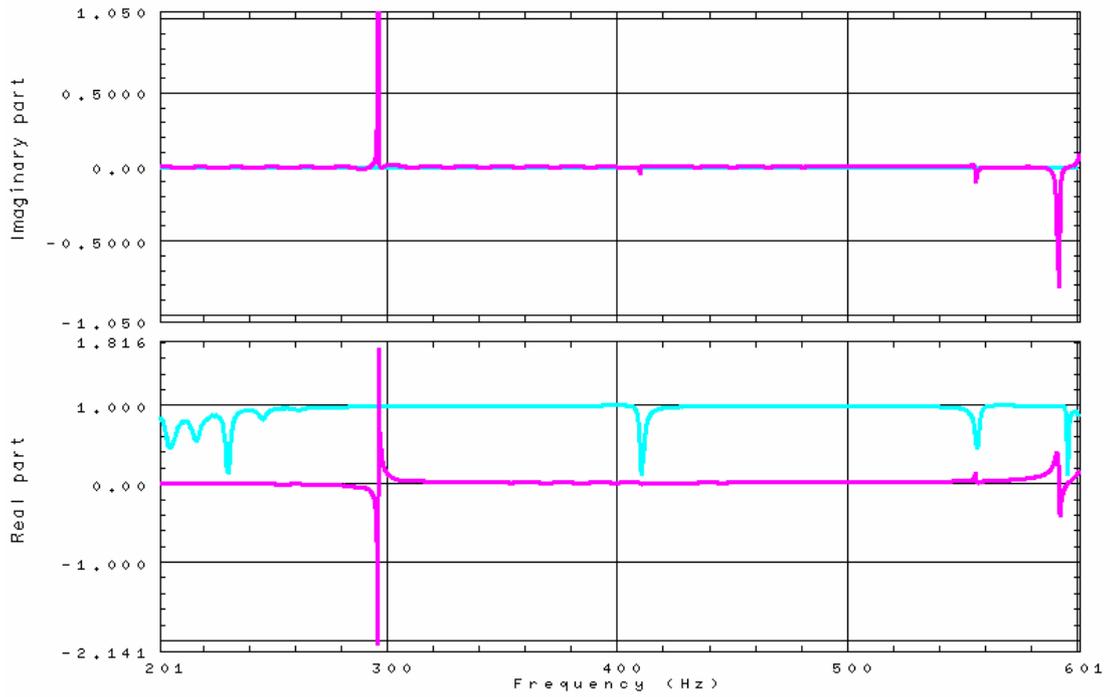
# Appendice

**FRF (2Z-, 1Y+)**



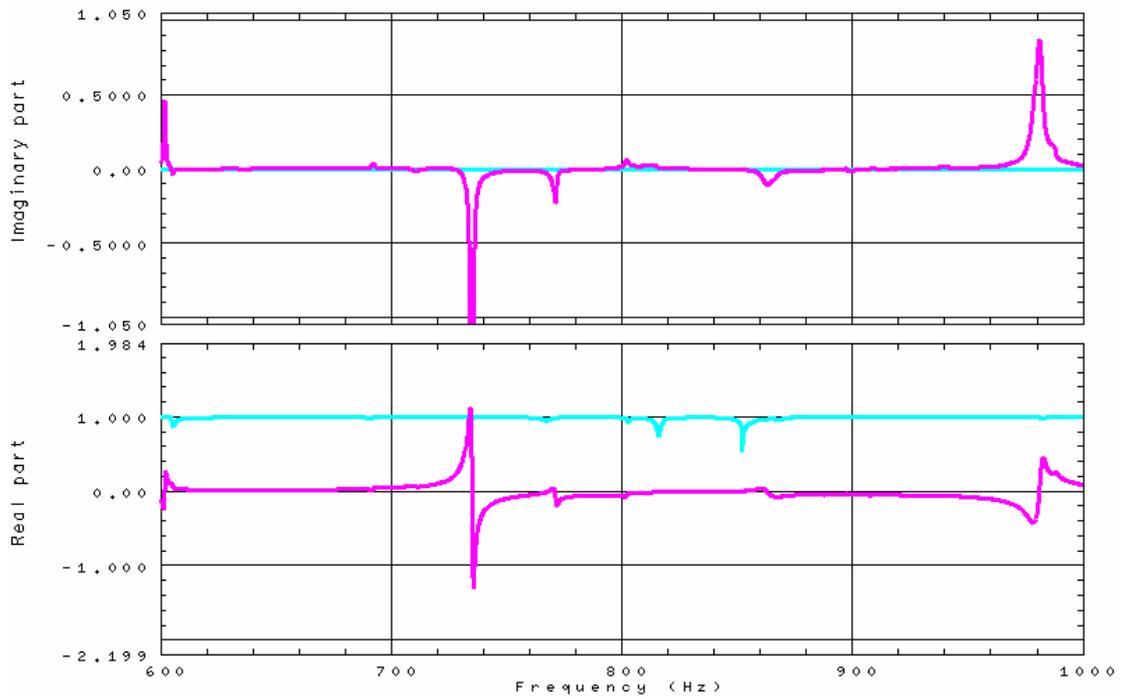
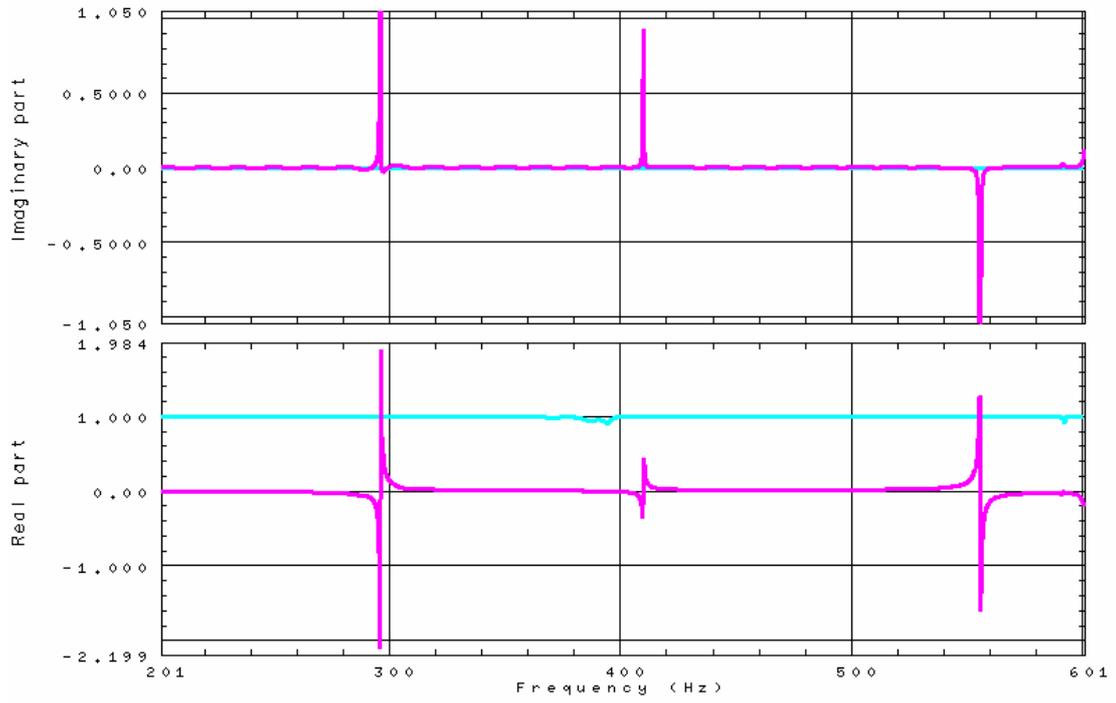
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
592
605
735
864

**FRF (2Z-, 1Z+)**



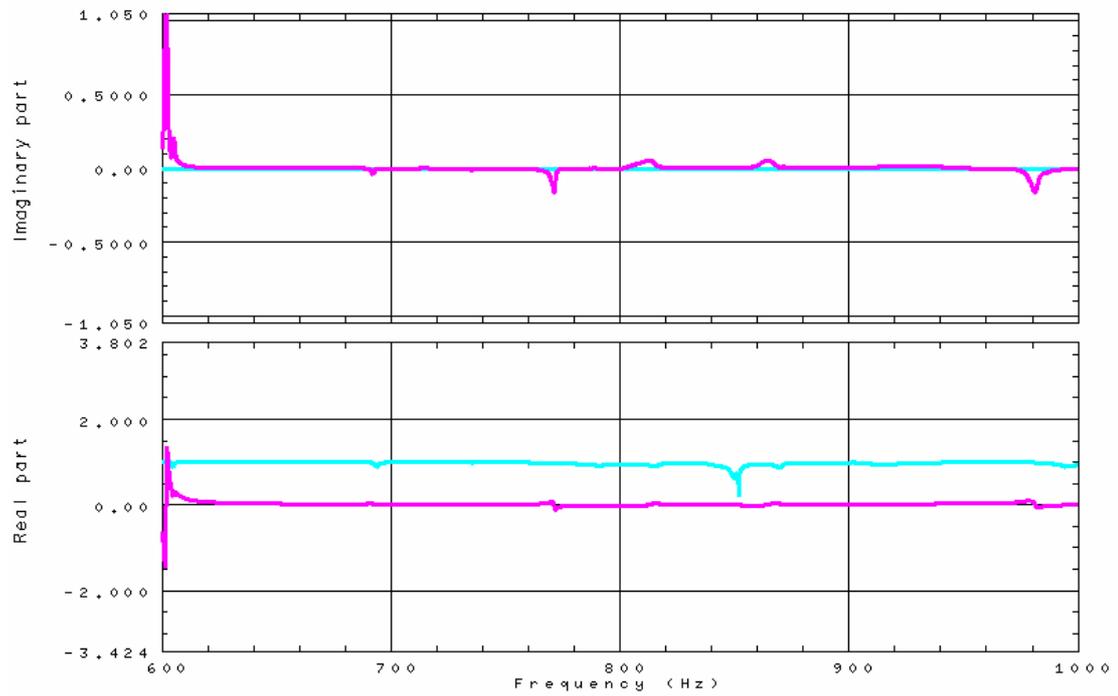
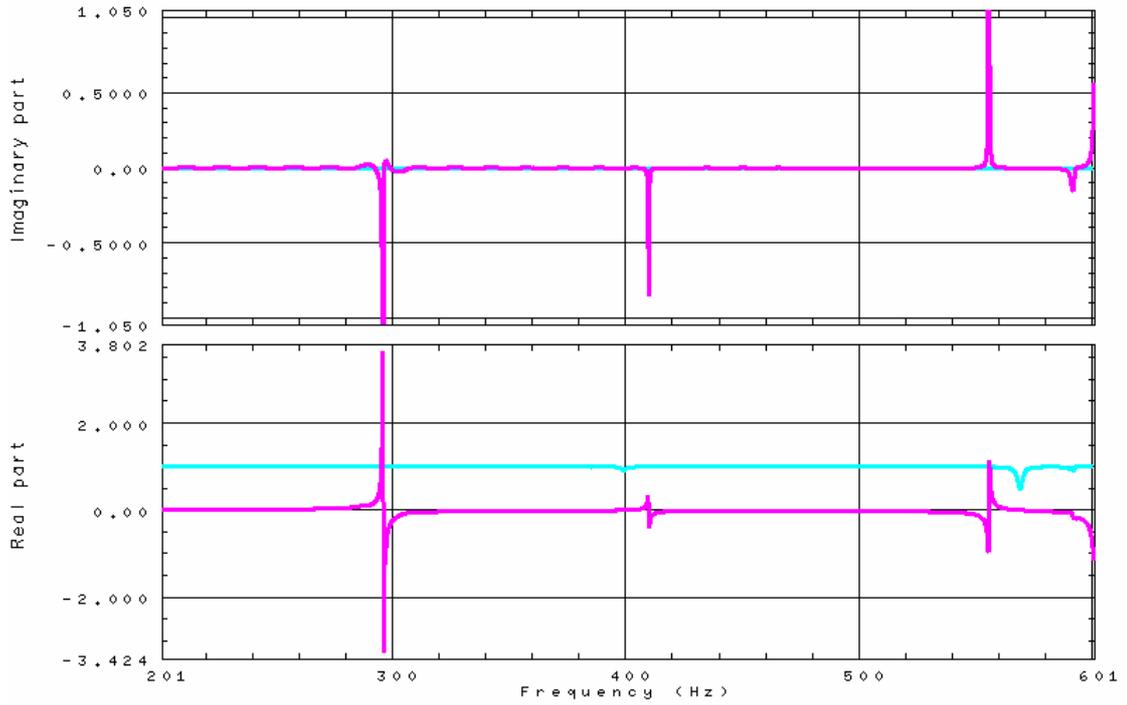
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
592
605
864
981

**FRF (2Y+ , 1Y+)**



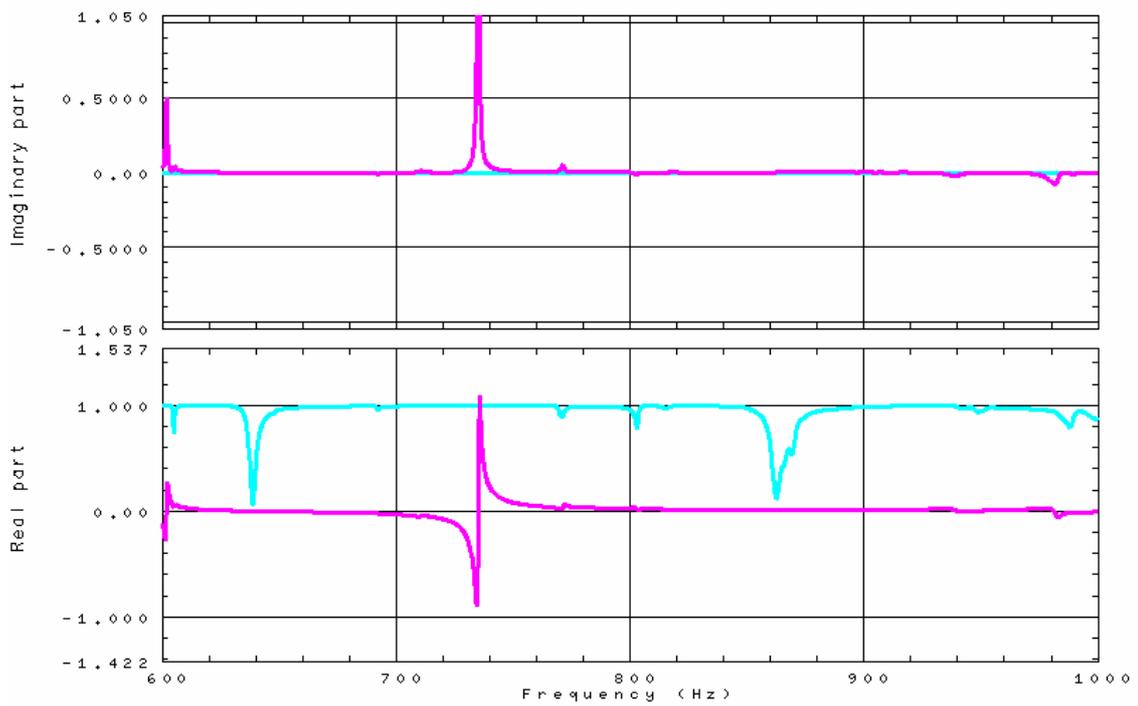
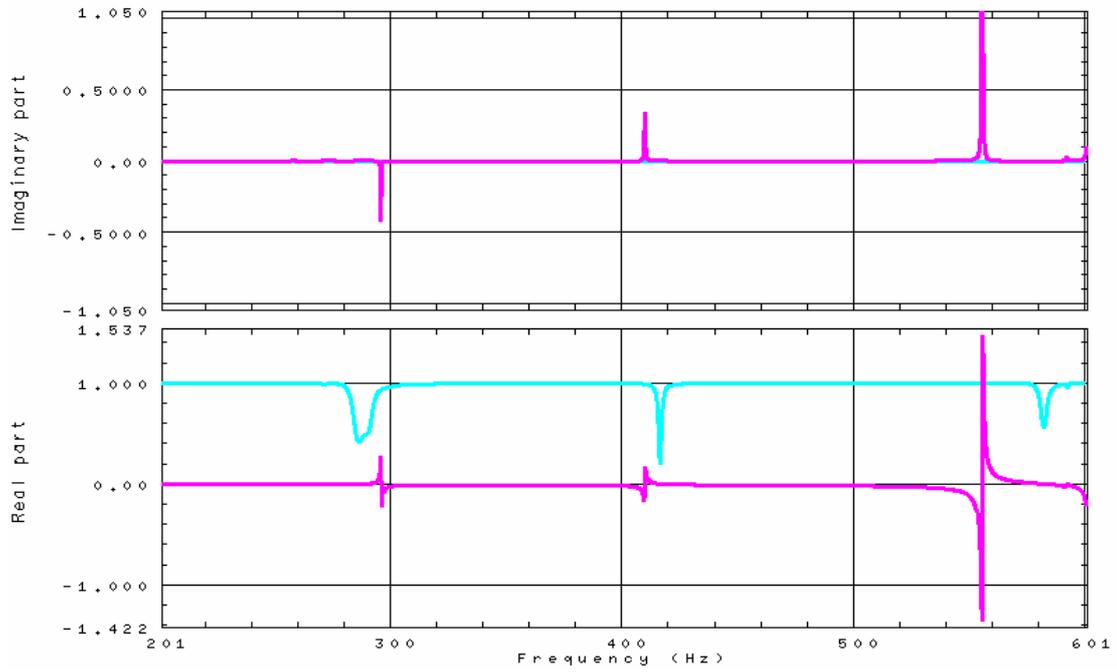
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
410
556
602
735
771
981

**FRF (2Y+, 1Z+)**



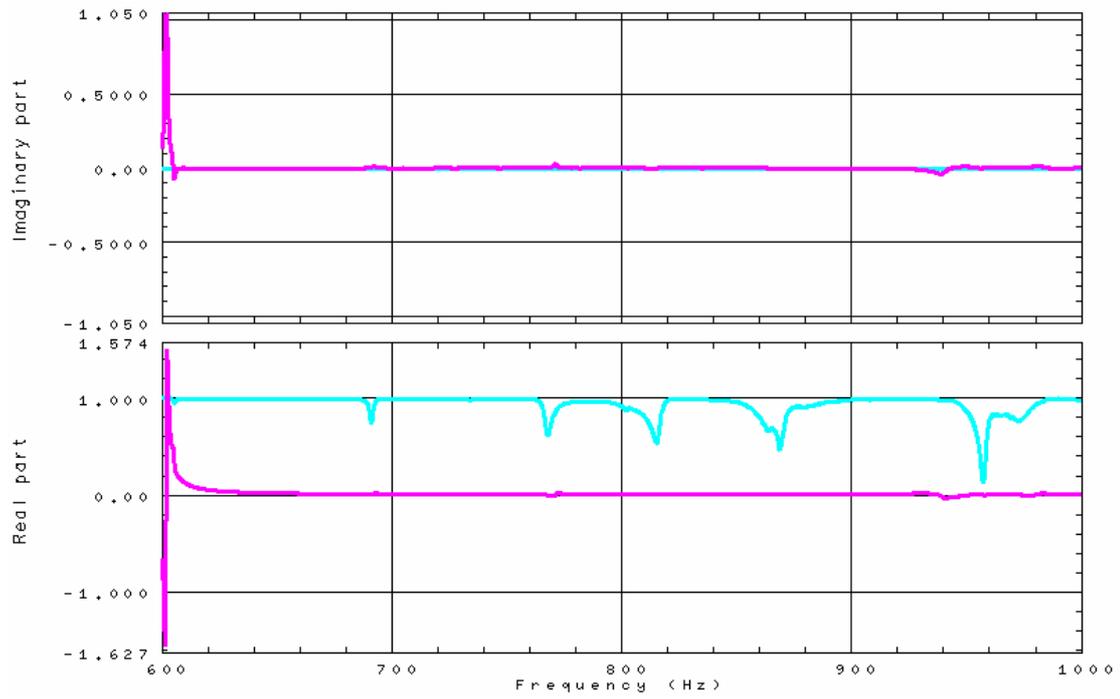
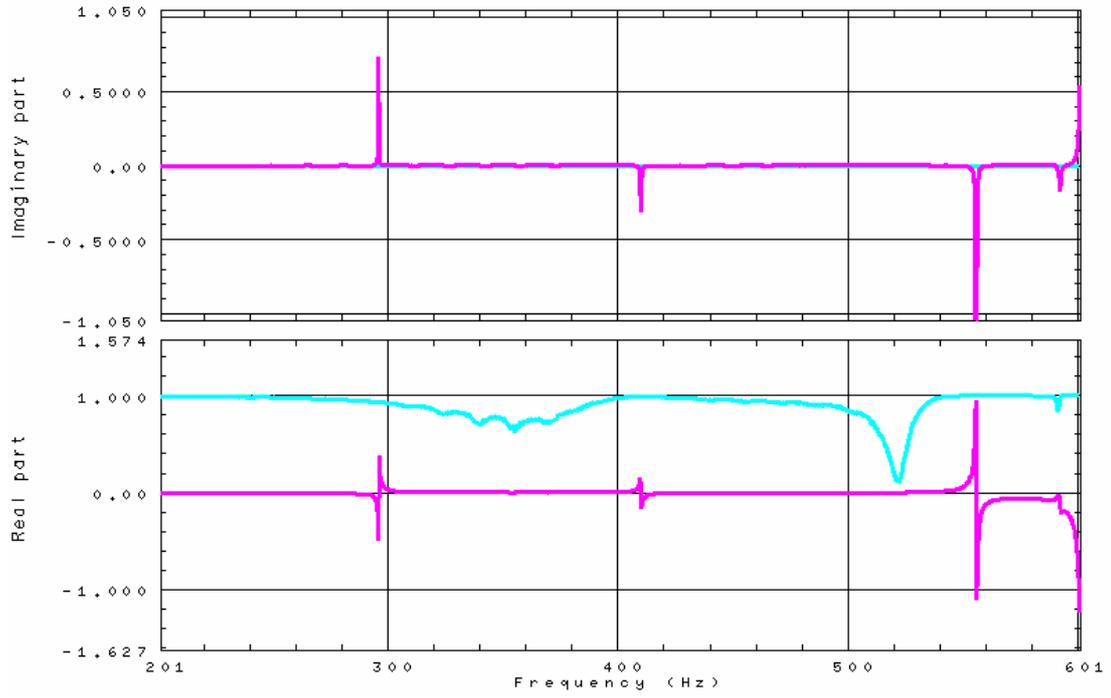
<b>Frequenze proprie rilevate (Hz)</b>
296
410
556
602
981

**FRF (3Y+ , 1Y+)**



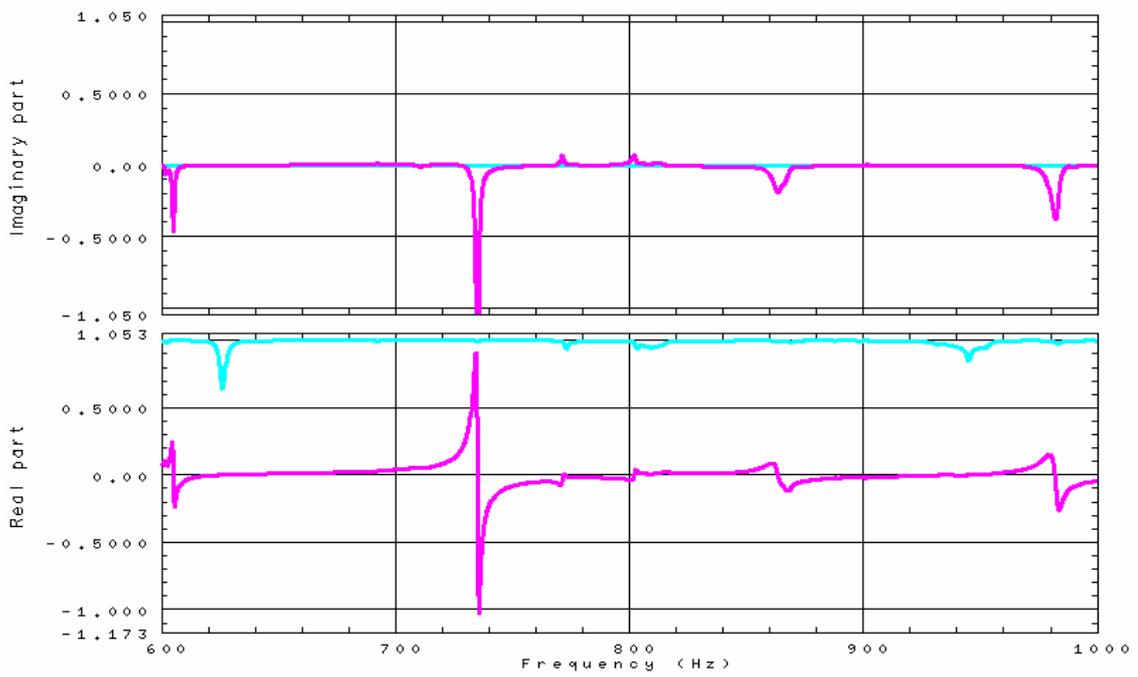
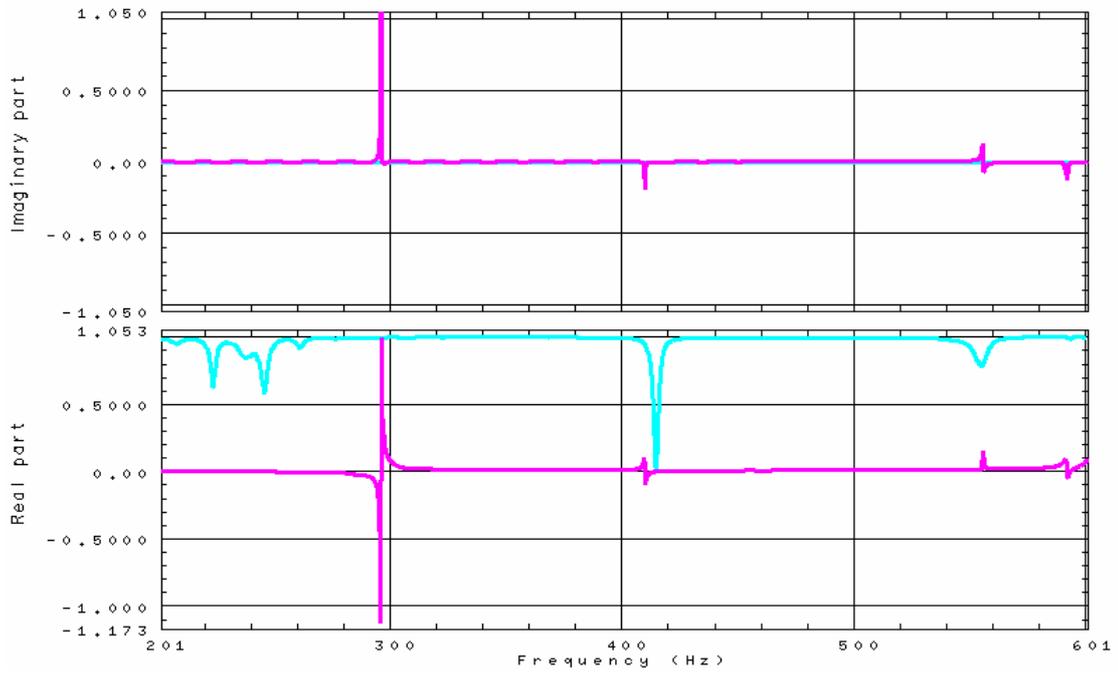
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
410
556
602
735
939

**FRF (3Y+, 1Z+)**



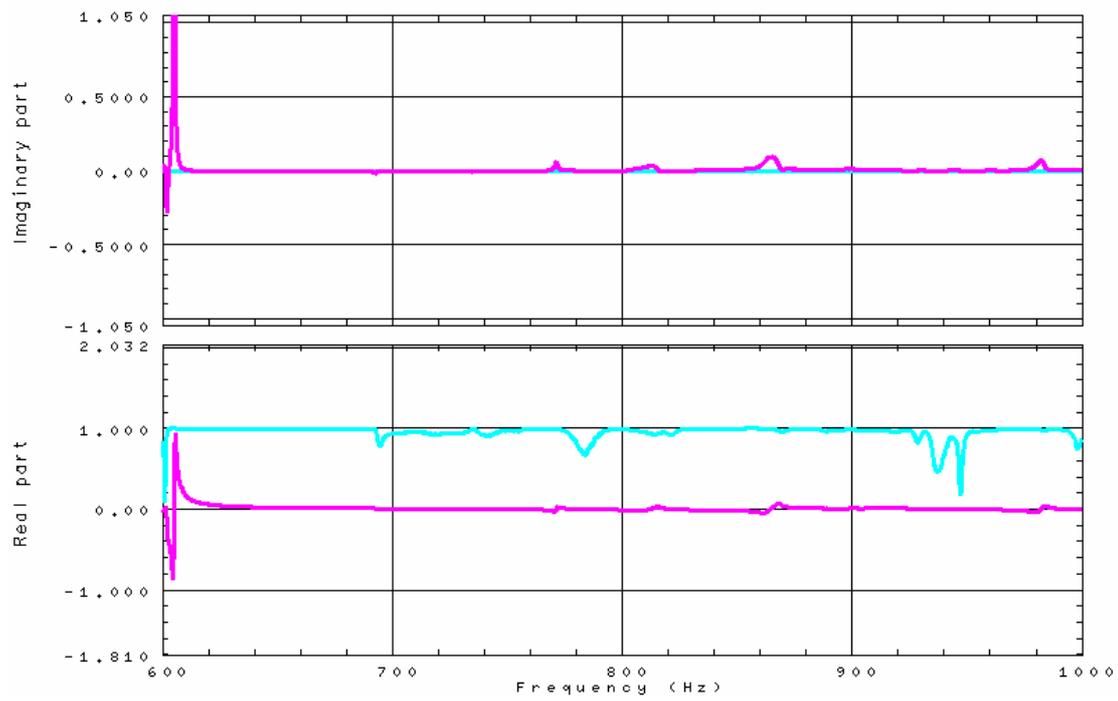
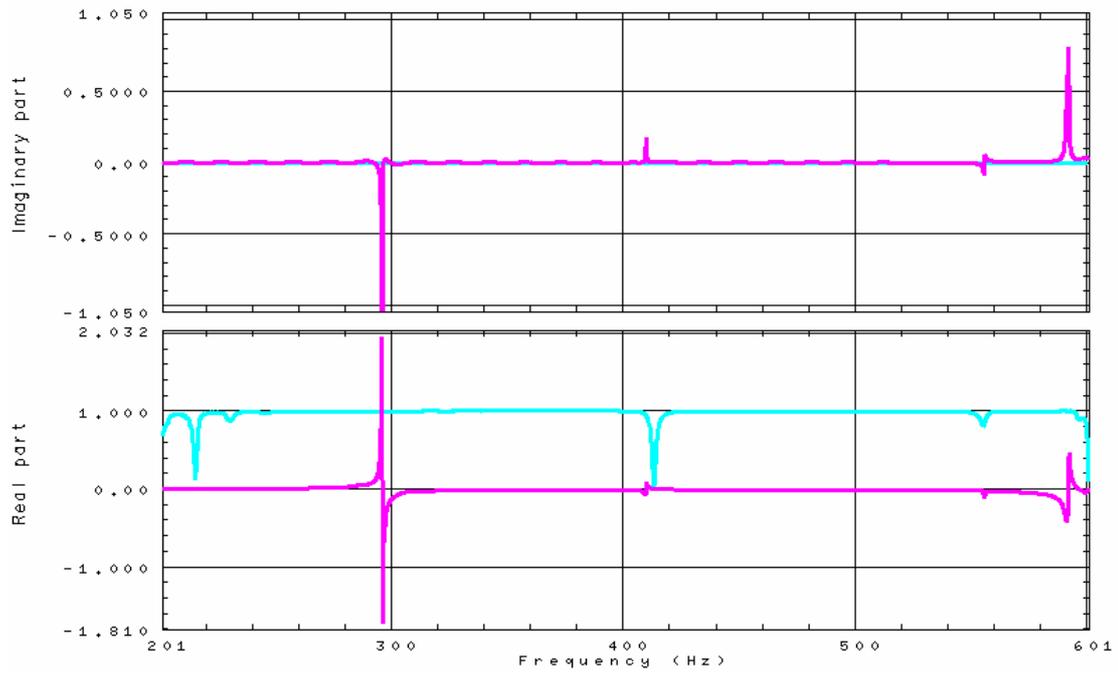
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
410
556
602
939

**FRF (3Z+, 1Y+)**



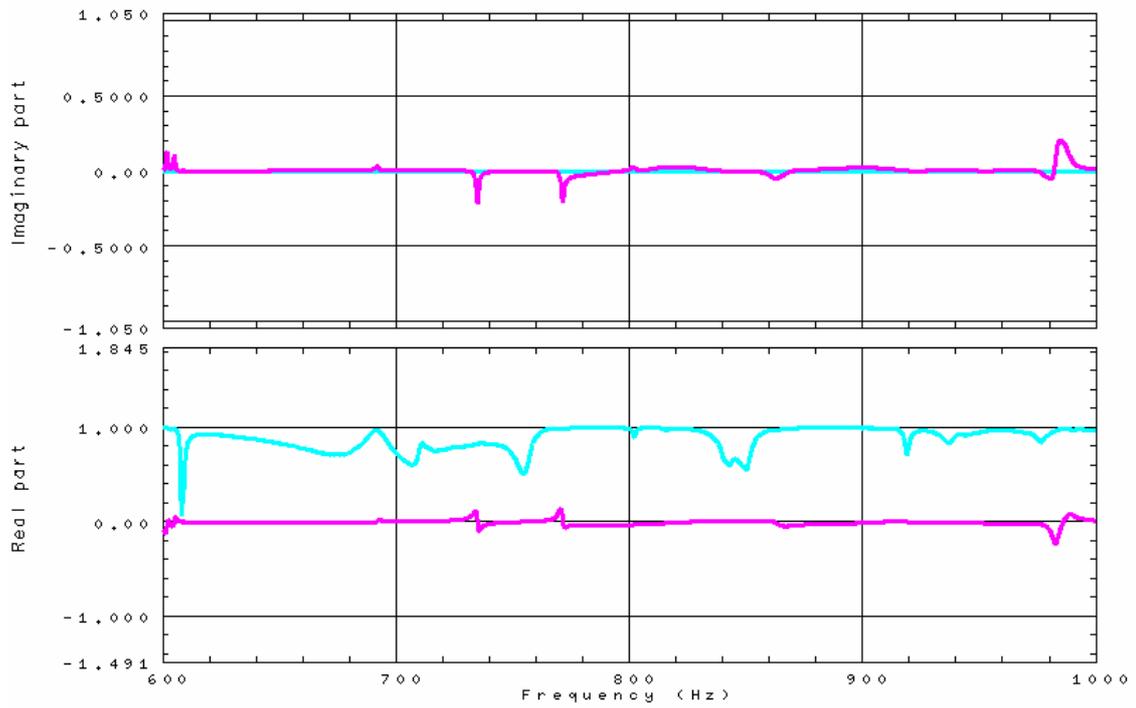
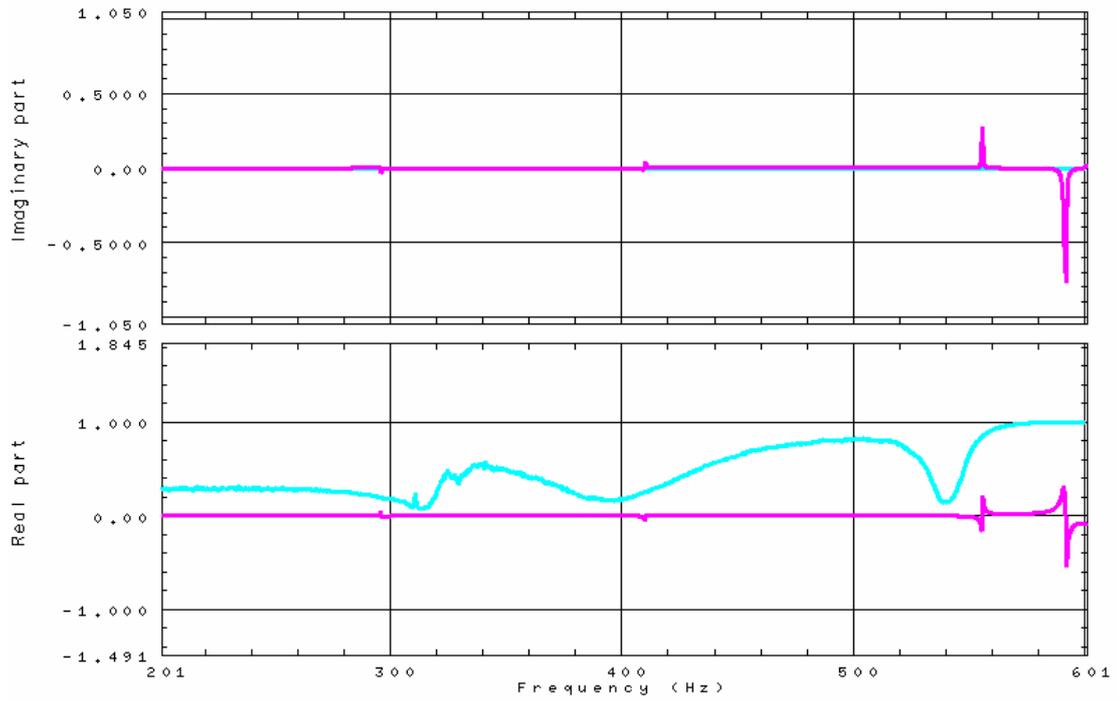
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
592
605
735
802
864
981

**FRF (3Z+ , 1Z+)**



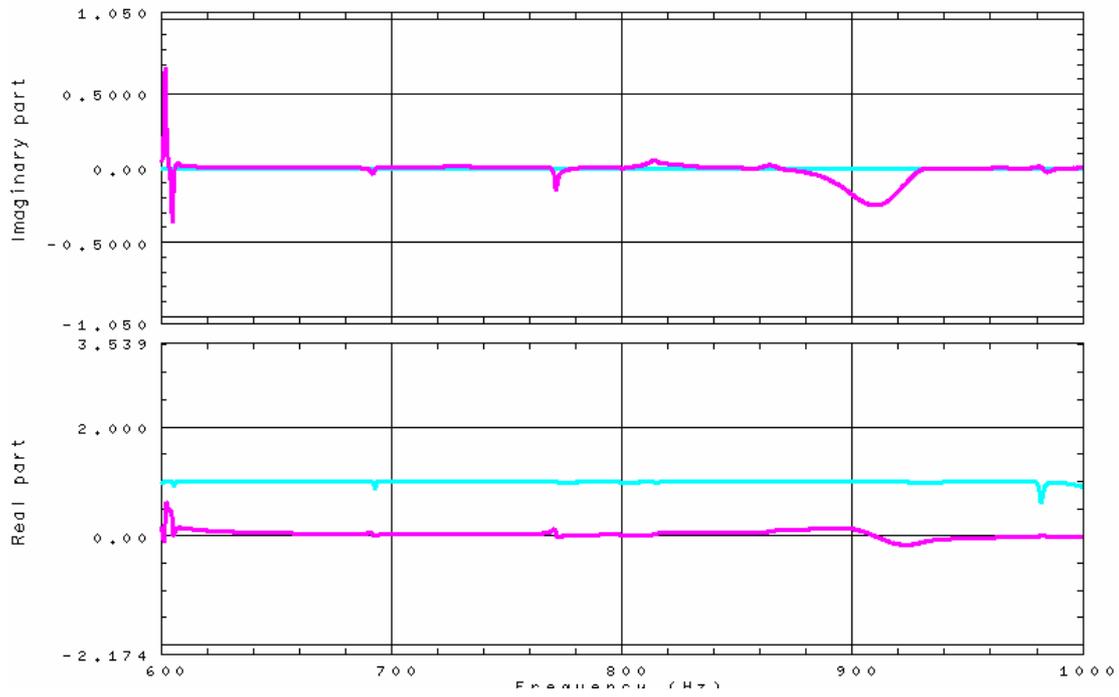
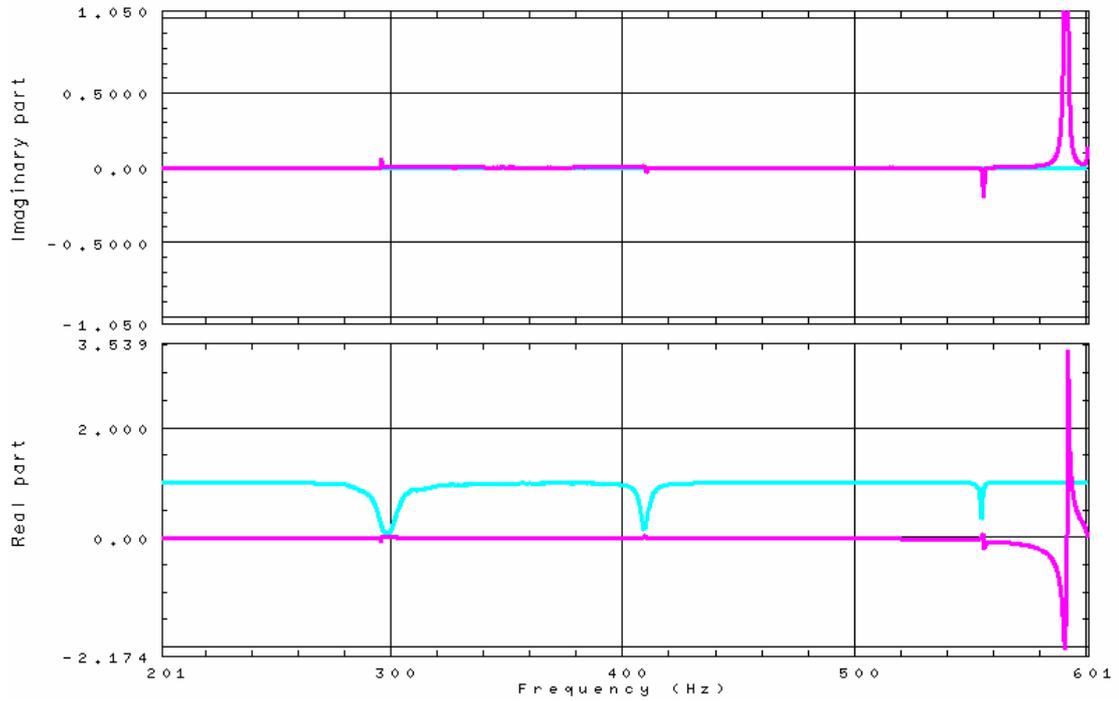
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
592
605
692
735
771
864
981

**FRF (10Z- , 1Y+)**



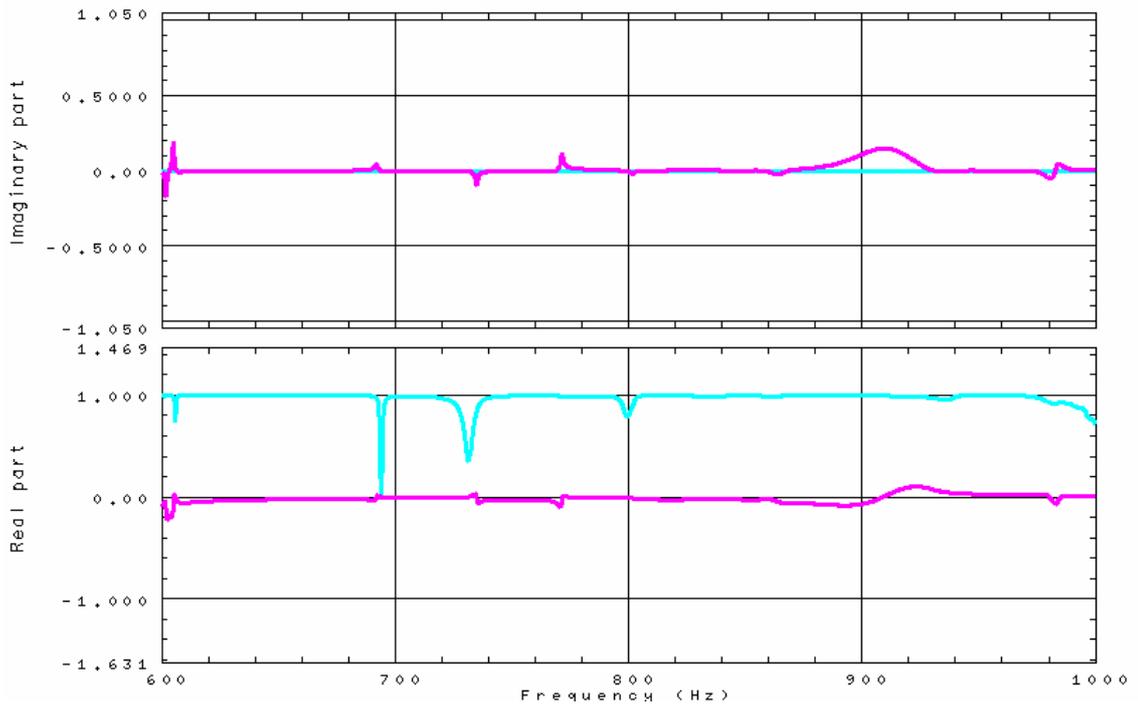
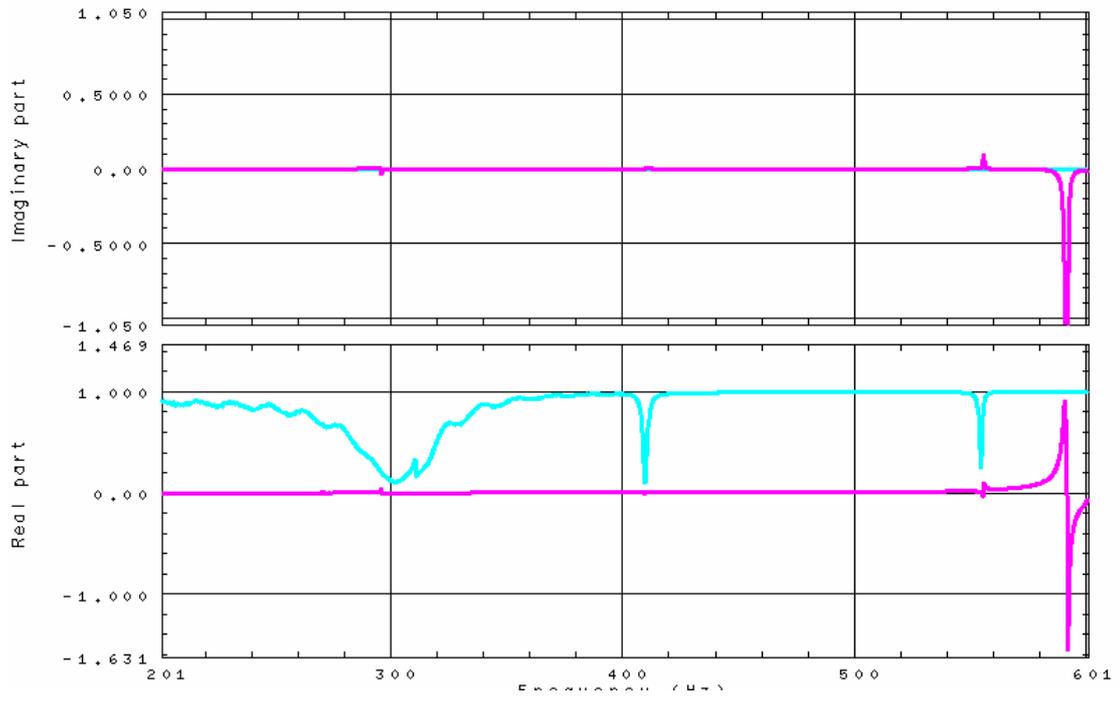
Frequenze proprie rilevate (Hz)
592
602
605
692
771
864
985

**FRF (10Z- , 1Z+)**



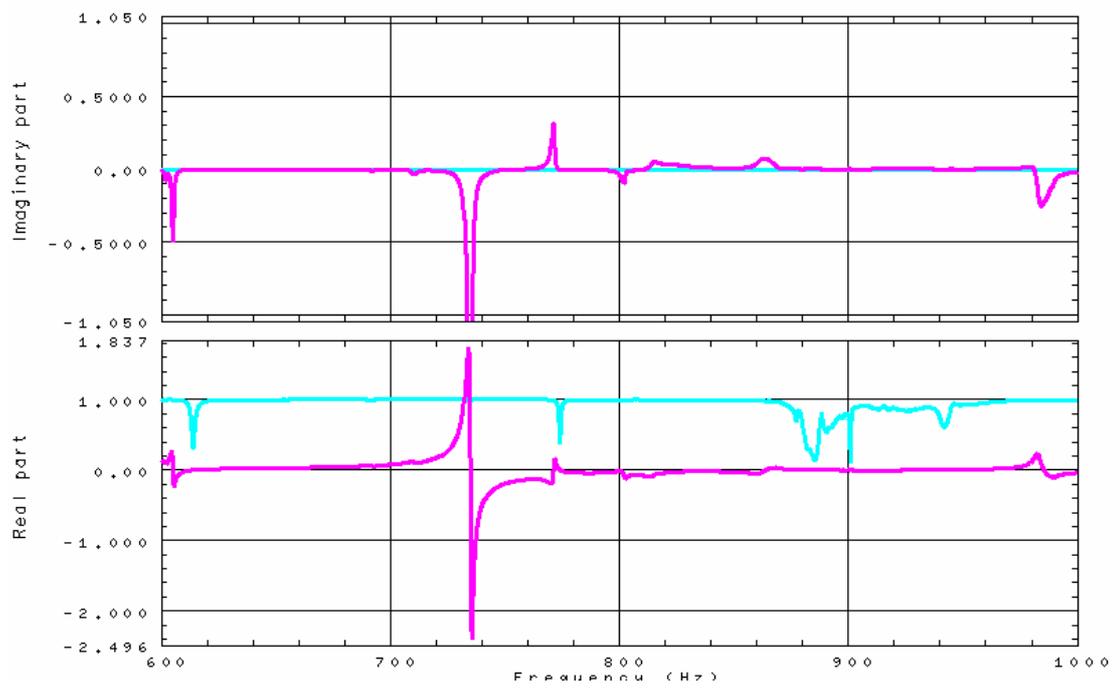
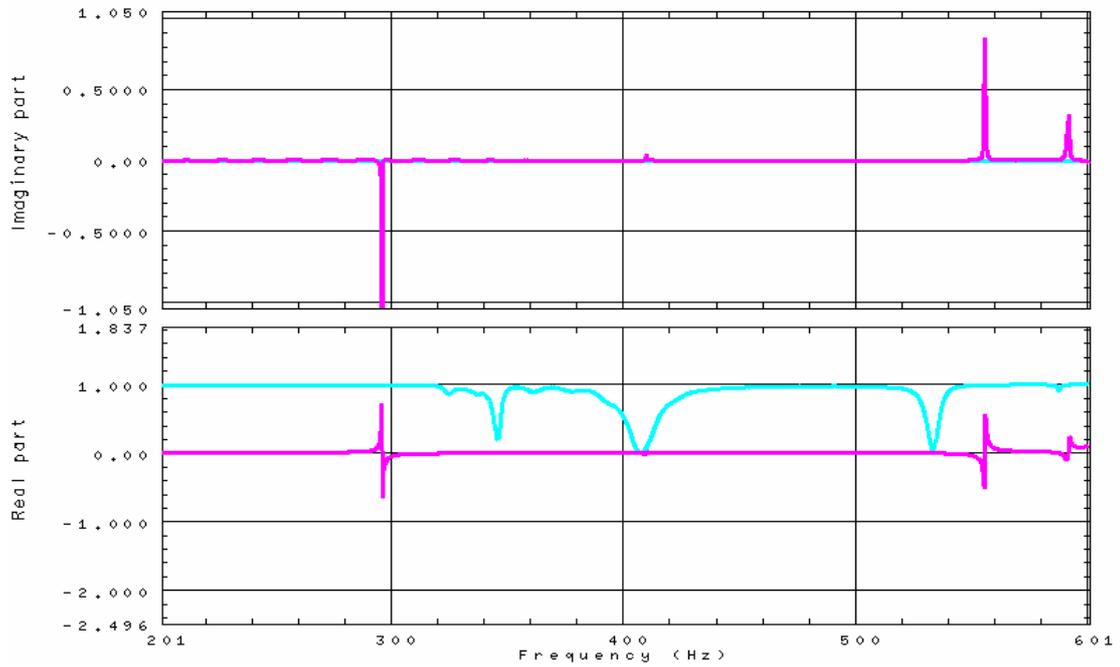
Frequenze proprie rilevate (Hz)
592
602
605
771
814

**FRF (10Z- , 1X+)**



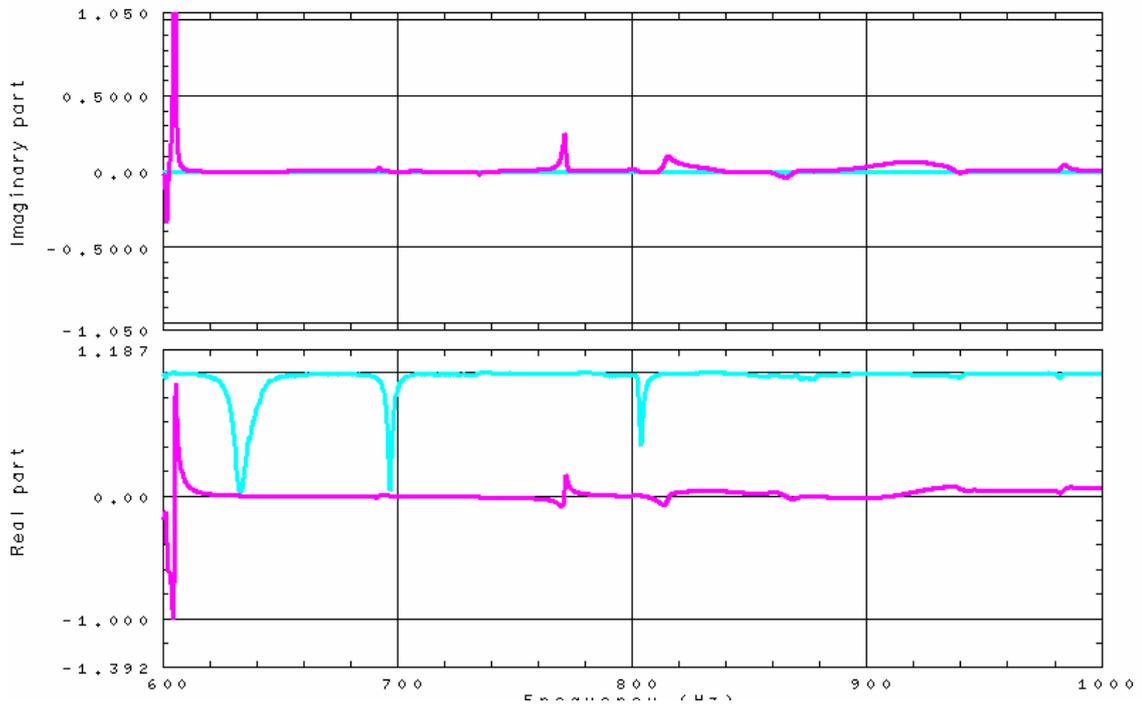
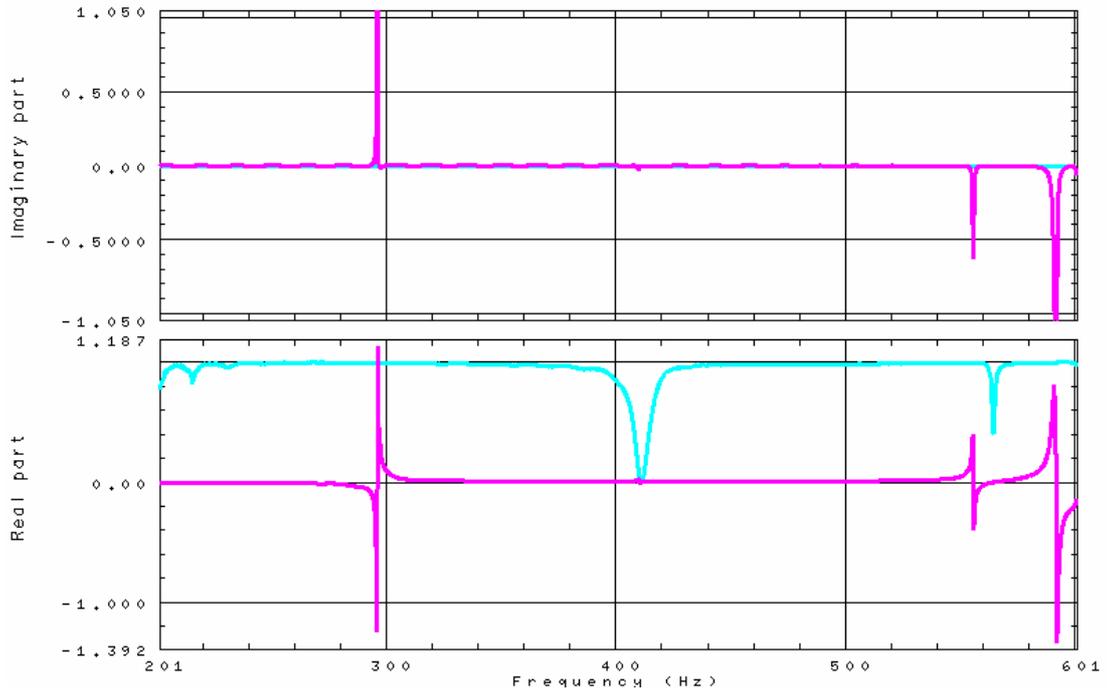
Frequenze proprie rilevate (Hz)
592
602
605
692
771

**FRF (11Y+ , 1Y+)**



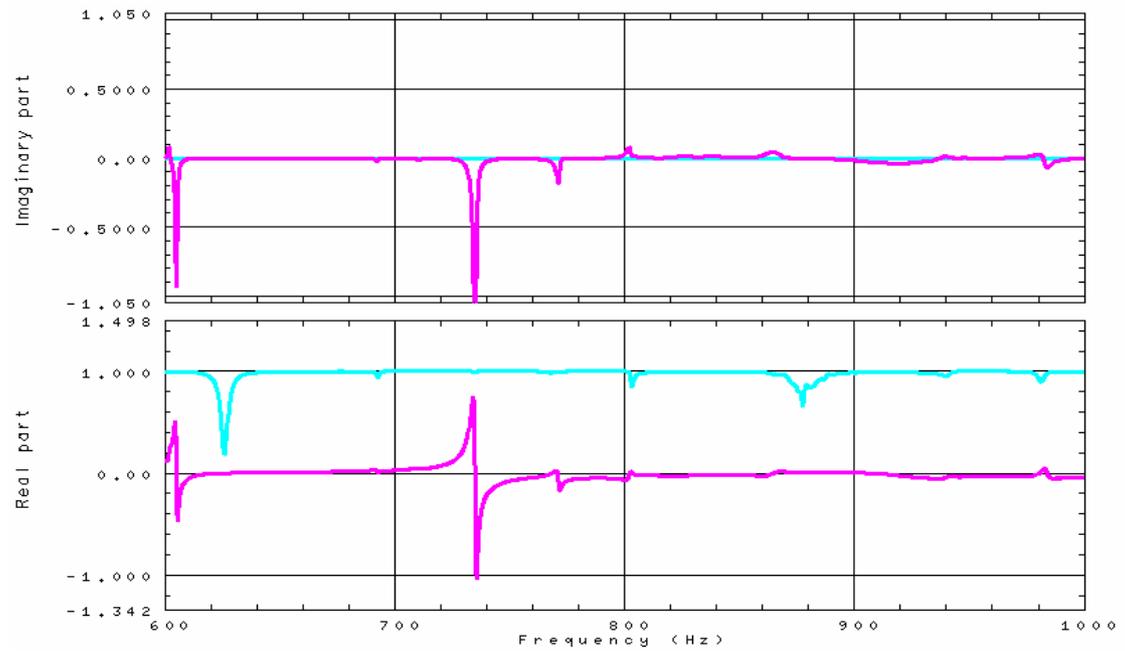
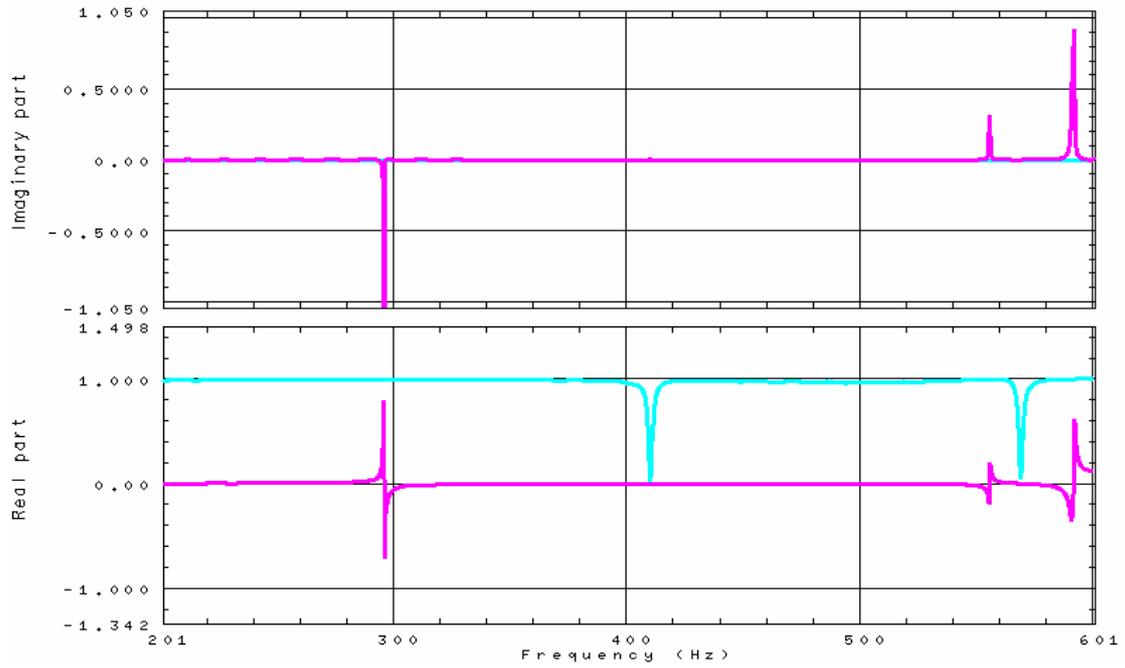
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
556
592
605
735
771
864
985

**FRF (11Y+ , 1Z+)**



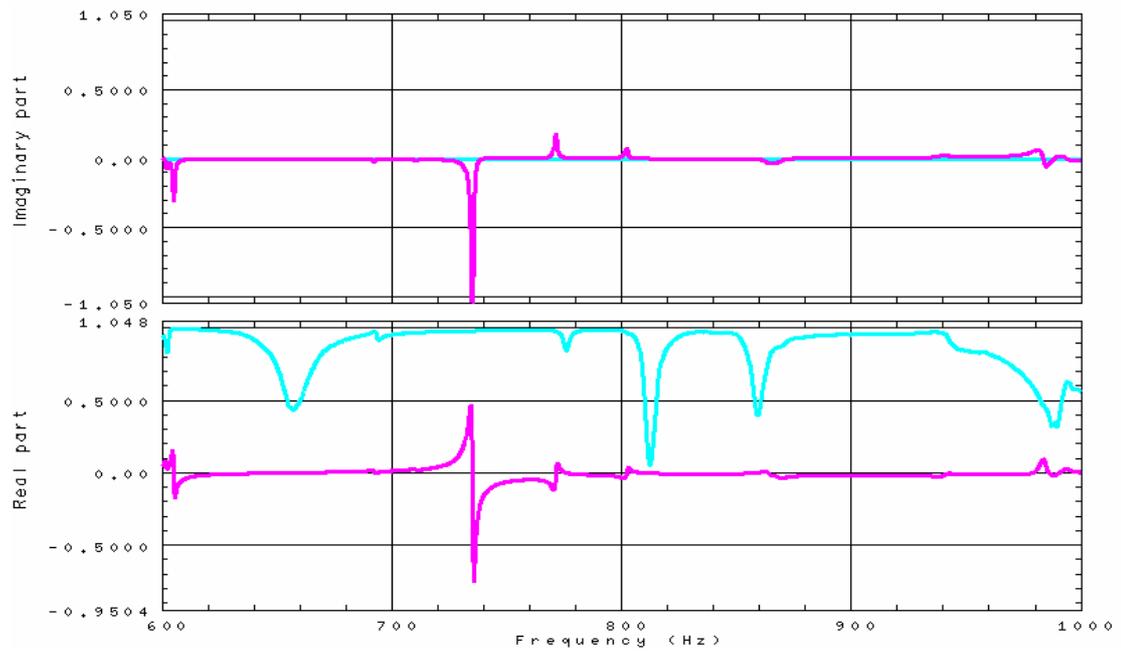
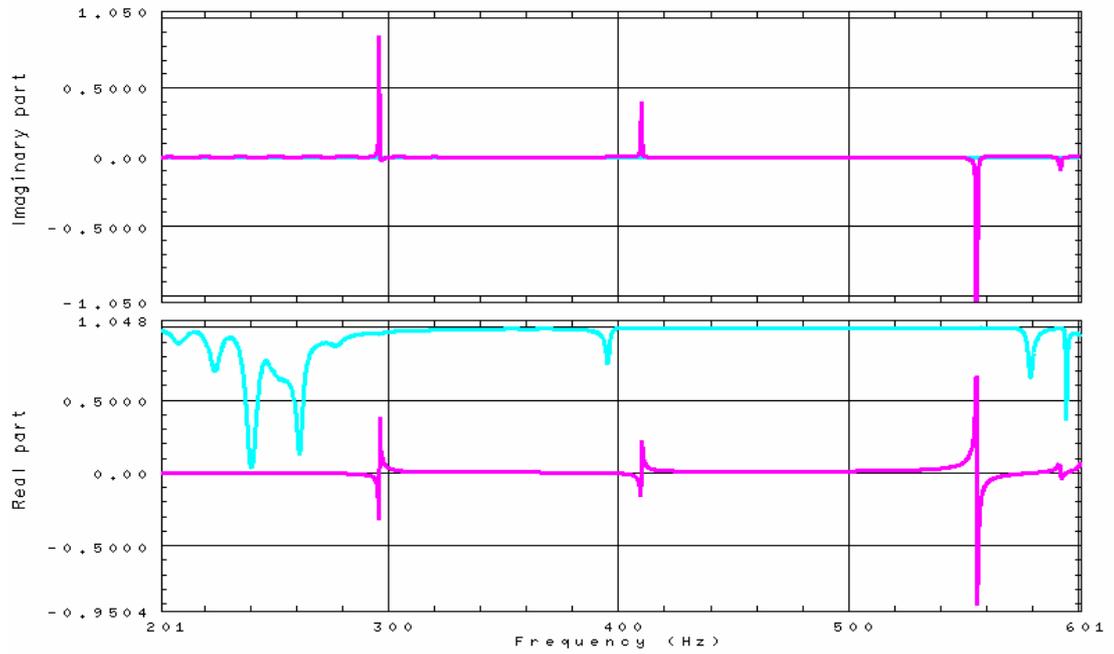
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
556
592
605
735
771
814

**FRF (11Y+ , 1X+)**



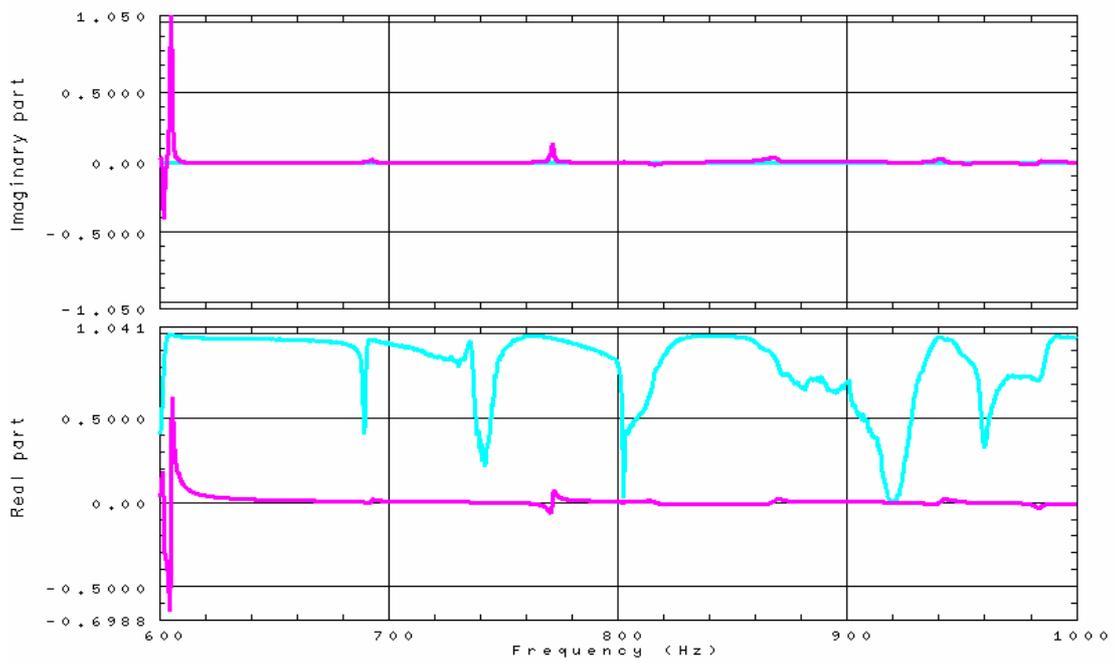
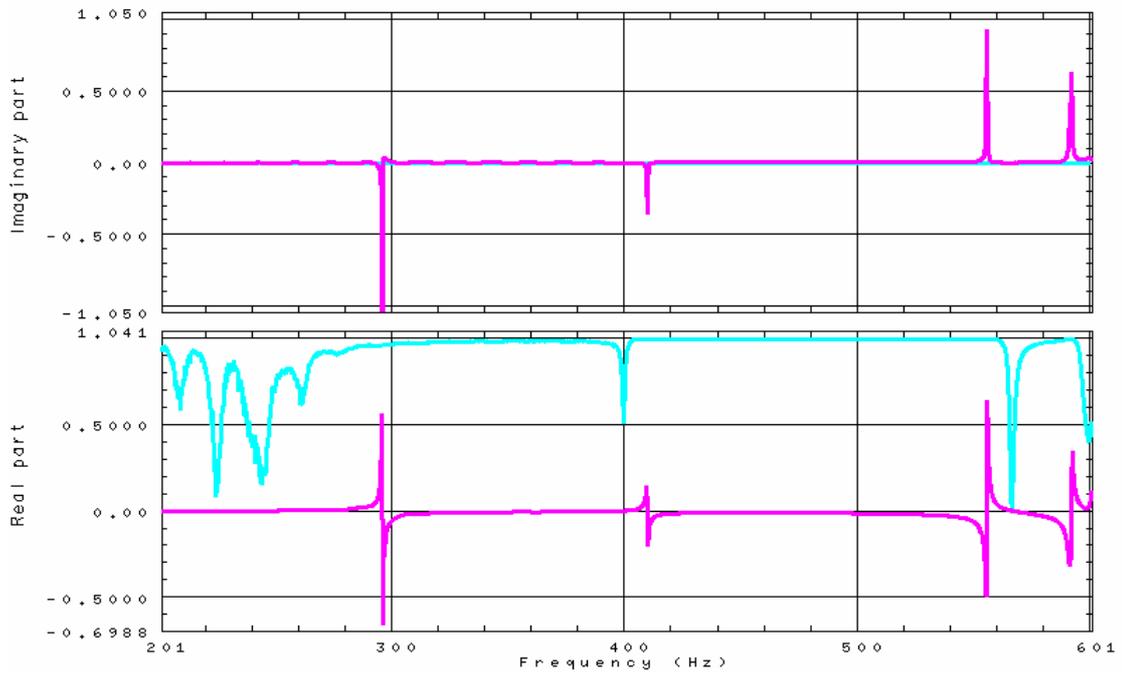
Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
556
592
605
735
771
802
864
985

**FRF (2X+ , 1Y+)**



Frequenze proprie rilevate (Hz)	
	296
	410
	556
	592
	605
	735
	771
	802
	864
	939

**FRF (2X+, 1Z+)**



Frequenze proprie rilevate (Hz)
296
410
556
592
605
692
771
939



## *Appendice*