

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

DOTTORATO DI RICERCA IN  
INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI

Ciclo XXVIII

**Settore Concorsuale di afferenza: 08B3**

**Settore Scientifico disciplinare: ICAR/09**

MODELLAZIONE E ANALISI NON LINEARE DI MURATURE  
ESISTENTI

Presentata da: **GIOVANNI PUNZO**

Coordinatore Dottorato

Prof. Ing. Alberto Lamberti

Relatore

Prof. Ing. Andrea Benedetti

**Esame finale anno 2016**

**Alma Mater Studiorum – Università di Bologna**

**DOTTORATO DI RICERCA IN  
INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E DEI MATERIALI**

**Ciclo XXVIII**

**Settore Concorsuale di afferenza: 08B3**

**Settore Scientifico disciplinare: ICAR/09**

**MODELLING AND NON LINEAR ANALYSIS OF EXISTING  
MASONRY STRUCTURES**

Presentata da: **GIOVANNI PUNZO**

**Coordinatore Dottorato**

**Prof. Ing. Alberto Lamberti**

**Relatore**

**Prof. Ing. Andrea Benedetti**

**Esame finale anno 2016**

# INDICE

<b>CAPITOLO 1 - LE STRUTTURE IN MURATURA: EVOLUZIONI E PRINCIPALI CARATTERISTICHE</b> .....	<b>1</b>
1.1 INTRODUZIONE .....	1
1.2 ASPETTI MORFOLOGICI E STRUTTURALI .....	2
1.3 CLASSIFICAZIONE DELLE TIPOLOGIE STRUTTURALI.....	15
1.3.1 Edifici della prima classe.....	16
1.3.2 Edifici della seconda classe.....	18
1.3.3 Edifici della terza classe .....	21
1.4 GLI ELEMENTI CHE COSTITUISCONO LA MURATURA .....	24
1.4.1 Elementi in pietra .....	24
1.4.2 Elementi in mattone.....	24
1.4.3 Malta .....	26
1.5 CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLA MURATURA .....	29
<b>CAPITOLO 2 - TECNICHE DI MODELLAZIONE DI STRUTTURE IN MURATURA</b> .....	<b>47</b>
2.1 INTRODUZIONE .....	47
2.2 MODELLI BIDIMENSIONALI A MACROELEMENTI .....	51
2.3 MODELLI MONODIMENSIONALI .....	55
2.3.1 Modelli a puntone .....	55
2.3.2 Modelli a telaio equivalente.....	56
2.4 MODELLAZIONE AD ELEMENTI FINITI .....	67
2.5 MODALITÀ DI ANALISI DI PARETI IN MURATURA.....	69
2.5.1 Analisi lineari .....	70
2.5.2 Analisi non lineari .....	71
<b>CAPITOLO 3 - IL CODICE DI CALCOLO: IPOTESI DI BASE ED INTERFACCIA GRAFICA</b> .....	<b>75</b>
3.1 INTRODUZIONE .....	75
3.2 CARATTERISTICHE DEL MODELLO E IPOTESI DI BASE .....	76
3.3 DESCRIZIONE DELLA METODOLOGIA UTILIZZATA.....	79
3.4 DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DELLA PARETE E INTRODUZIONE DEI CARICHI GRAVITAZIONALI .....	82
3.5 CALCOLO DEI CARICHI VERTICALI AGENTI IN CAPO AI PANNELLI DI MASCHIO .....	87
<b>CAPITOLO 4 - CALCOLO DELLA CAPACITÀ SISMICA</b> .....	<b>94</b>
4.1 CALCOLO DELLA VARIAZIONE DI SFORZO NORMALE.....	94
4.2 INDIVIDUAZIONE DEI DOMINI DI RESISTENZA DI PANNELLI DI MASCHIO E FASCE MURARIE .....	112
4.3 RAPPRESENTAZIONE DEL LEGAME FORZA-SPOSTAMENTO PER I PANNELLI DI MASCHIO	129
4.4 PROCEDURA PER IL CALCOLO DELLA CURVA DI CAPACITÀ E VALIDAZIONE DEL CODICE	140
<b>CAPITOLO 5 - CALCOLO DELLA DOMANDA SISMICA E PROGETTAZIONE DEGLI INTERVENTI DI RINFORZO</b> .....	<b>148</b>

5.1	INTRODUZIONE .....	148
5.2	CALCOLO DELLA DOMANDA DI SPOSTAMENTO .....	149
5.3	CONVERSIONE DEL SISTEMA M.D.O.F. IN SISTEMA S.D.O.F. EQUIVALENTE E VALUTAZIONE DEL PUNTO DI FUNZIONAMENTO .....	152
5.4	PROGETTAZIONE DEGLI INTERVENTI DI MIGLIORAMENTO .....	165
	<i>CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI .....</i>	<i>175</i>

## INDICE DELLE FIGURE

Figura 1 - La torre circolare nelle mura di cinta dell'insediamento protourbano di Gerico risalenti all'VIII millennio a.C. - Lorenzo Nigro "Ritorno a Gerico Scavare tra archeologia e leggenda"	3
Figura 2 - Rovine di UR – Fonte: Flickr – Autore: M.Lubinski da Iraq,USA	4
Figura 3 - Piramide di Zoser (Saqqara) Di Olaf Tausch - Opera propria, CC BY 3.0	4
Figura 4 - Grand Menhir d'Er Grah – 4500 a.C. di Bjørn som tegner - Own work, CC BY-SA 3.0	5
Figura 5 - Palazzo di Cnosso - corridoio con particolare scena lotta con il toro - Marc Ryckaert (MJJR)	6
Figura 6 - Opus silicium: Opera poligonale di "terza maniera" nel teatro antico del centro sannita di Pietrabbondante (IS)- Di Massimo Baldi. - Con consenso dell'autore, Massimo Baldi., CC BY-SA 3.0	8
Figura 7 - Opus quadratum - Gela (Sicilia) (ph. Alfonso Acocella)	8
Figura 8 - Opus spicatum: Opera spicata al Palazzo Barberini di Montelibretti(RM)- Di MM - Opera propria	8
Figura 9 - Opus craticium: House of Opus Craticium – ph. Carole Raddato	8
Figura 10 - Opus Caementicium: Nucleo in opera cementizia di una tomba sulla via Appia antica a Roma (l'originario paramento è stato asportato).Di Nessun autore leggibile automaticamente. MM presunto (secondo quanto affermano i diritti d'autore)	10
Figura 11 - Opus incertum: Le costruzioni in opera incerta sul fianco orientale della terrazza del santuario di Giove Anxur a Terracina (I secolo a.C.) - Di MM - Opera propria (self-made photo), Pubblico dominio	10
Figura 12 - Opus reticulatum usato in un muro esterno della Villa Adriana (prima metà del II secolo. Di Pouwerkerk	11
Figura 13 - Opus vittatum Basilica di San Gennaro ad Antignano (Napoli)	11
Figura 14 - Architettura Gotica: Interno di Santa Maria Novella, Firenze - Di Baldiri - Opera propria, CC BY-SA 3.0	12
Figura 15 - Architettura Gotica: Interno dell'Abbazia di San Galgano, provincia di Siena - Di wyzik - Flickr, CC BY 2.0	12
Figura 16 - Il campanile più alto d'Europa, quello della Cattedrale di Ulma, 161,53 m - Di Patrick Six	13
Figura 17 - Campanile di San Marco, Venezia - Di Taty2007 - Opera propria, CC BY 3.0	13
Figura 18 - Edifici della prima classe – Aspetti morfologici generali e particolari– P.Lenza, A. Gherzi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)	17
Figura 19 - Edifici della prima classe – Caratteristiche e criticità – M. Pagano, Teoria degli edifici, Vol.1, Edifici in muratura (1968)	17
Figura 20 - Edifici della prima classe – Sistema di puntoni atto a riportare le forze sismiche in fondazione – P.Lenza, A. Gherzi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)	18
Figura 21 - Edifici della prima classe – Esempio di elevata vulnerabilità sismica dovuta all'assenza di elementi tenso-resistenti orizzontali – P.Lenza, A. Gherzi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)	18
Figura 22 - Possibile edificio della seconda classe - P.Lenza, A. Gherzi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)	19
Figura 23 - Edifici della seconda classe – Caratteristiche e criticità – M. Pagano, Teoria degli edifici, Vol.1, Edifici in muratura (1968)	19
Figura 24 - Edifici della seconda classe – Morfologia generale, particolari e criticità – M. Pagano, Teoria degli Edifici, Vol.I, Edifici in muratura (1968)	21
Figura 25 - Possibile edificio della terza classe – P.Lenza, A. Gherzi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)	22
Figura 26 - Edifici della terza classe – Caratteristiche e criticità – M. Pagano, Teoria degli edifici, Vol.1, Edifici in muratura (1968)	22
Figura 27 - Edifici della terza classe – Insieme di puntoni creati nella parete grazie alla presenza di cordoli di piano e piattabande ben ammassate– P.Lenza, A. Gherzi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)	23
Figura 28 - Comportamento della malta e del laterizio alla prova monoassiale di trazione-compressione	30
Figura 29 - Risposta tensione-deformazione di laterizio (EB), muratura (MU6H e malta (EM) - Binda et al, 1994	31
Figura 30 - Comportamento all'interfaccia malta-blocco	32

<i>Figura 31 - Fessurazione da trazione parallela all'asse di carico</i>	32
<i>Figura 32 - Sforzi longitudinali e laterali</i>	33
<i>Figura 33 - Dominio di resistenza lineare</i>	34
<i>Figura 34 - Dipendenza dallo sforzo medio di compressione e dal tipo di malta</i>	35
<i>Figura 35 - Criterio di rottura</i>	36
<i>Figura 36 - Rapporto tra la resistenza a compressione di prismi di muratura e di mattoni</i>	38
<i>Figura 37 - Diagramma sforzo deformazione applicabile alla muratura</i>	39
<i>Figura 38 - Dominio limite per muratura</i>	41
<i>Figura 39 - Approssimazione del dominio limite</i>	42
<i>Figura 40 - Esempio di micro-modellazione dettagliata</i>	48
<i>Figura 41 - Esempio di micro-modellazione semplificata</i>	49
<i>Figura 42 - Esempio di macro-modellazione</i>	49
<i>Figura 43 - Cinematismi di collasso del maschio murario (Como e Grimaldi, 1986)</i>	50
<i>Figura 44 - Modello con elementi a geometria variabile (D'Asdia e Viskovic, 1994)</i>	51
<i>Figura 45 - Modello a macroelementi con campo di sforzi "no tension" (Braga e Liberatore, 1990)</i>	52
<i>Figura 46 - Comportamento della muratura nel metodo SISV</i>	53
<i>Figura 47 - Elemento a ventaglio multiplo</i>	54
<i>Figura 48 - Discretizzazione ad elementi finiti</i>	55
<i>Figura 49 - Identificazione delle bielle compresse in una parete soggetta a sisma</i>	55
<i>Figura 50 - Individuazione del puntone nel pannello parzializzato</i>	56
<i>Figura 51 - Parete modellata con bielle equivalenti</i>	56
<i>Figura 52 - Schema strutturale adottato nel metodo POR</i>	58
<i>Figura 53 - Legame taglio-spostamento del maschio nel metodo POR</i>	58
<i>Figura 54 - Schema POR e schema PORFLEX per una parete muraria -F. Pugi,Progettazione di costruzioni in muratura (2001)</i>	60
<i>Figura 55 - Schematizzazione a telaio equivalente</i>	61
<i>Figura 56 - Esempio di modellazione a telaio equivalente</i>	61
<i>Figura 57 - Particolare della schematizzazione a telaio equivalente</i>	62
<i>Figura 58 - L'elemento maschio murario</i>	63
<i>Figura 59 - Definizione dell'altezza efficace dei maschi murari</i>	63
<i>Figura 60 - Comportamento anelastico dell'elemento maschio nel caso di rottura per taglio (Magenes)</i>	64
<i>Figura 61 - Deformazioni angolari all'estremo di un elemento beam-column (Magenes)</i>	64
<i>Figura 62 - Interpolazione dell'involuppo sperimentale taglio-spostamento di un pannello murario tramite una bilatera (Magenes)</i>	64
<i>Figura 63 - Comportamento del pannello in una prova a taglio in cui si mantiene il parallelismo tra le basi</i>	65
<i>Figura 64 - Fascia muraria sollecitata a taglio e a compressione</i>	65
<i>Figura 65 - Comportamento elasto-plastico o elasto-fragile in un elemento fascia</i>	66
<i>Figura 66 - Modellazione tridimensionale di un edificio</i>	67
<i>Figura 67 - Esempio di modellazione FEM (Torre della Garisenda, Bologna)</i>	68
<i>Figura 68 - Esempio di modellazione FEM (chiesa della S.S. Annunziata)</i>	68
<i>Figura 69 - Parzializzazione al primo piano della parete modellata con elementi finiti all'aumentare delle azioni orizzontali- P.Lenza, A. Ghersi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)</i>	69
<i>Figura 70 - Analisi statica lineare di pareti in muratura- D. Ferretti, Edifici in muratura (2011)</i>	71
<i>Figura 71 - Livelli prestazionali individuati nella curva forza-spostamento</i>	72
<i>Figura 72 - Parete muraria soggetta a forze orizzontali e possibile curva di capacità con bilinearizzazione- P.Lenza, A. Ghersi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)</i>	73
<i>Figura 73 - Altezze efficaci dei maschi secondo Dolce (1989, 1991)</i>	77
<i>Figura 74 - Modello a fasce forti-maschi deboli: schematizzazione della parete con o senza la presenza degli effetti dovuti alla variazione degli sforzi normali</i>	78
<i>Figura 75 - Userform per l'inserimento del numero di piani e del numero di aperture</i>	82
<i>Figura 76- Screenshot relativo all'inserimento dei dati nel caso di telaio a 3 piani e 3 campate</i>	82
<i>Figura 77 - Userform per l'inserimento dei carichi gravitazionali</i>	83
<i>Figura 78 - Circolare 617/2009: Tabella C8A.2.1 - Valori di riferimento dei parametri meccanici (minimi e massimi) e peso specifico medio</i>	84
<i>Figura 79 - Circolare 617/2009: Tabella C8A.2.2 - Coefficienti correttivi dei parametri meccanici (indicati in Tabella C8A.2.1) da applicarsi in presenza di caratteristiche migliorative</i>	84
<i>Figura 80 - Riquadro per la scelta della tipologia di muratura</i>	85
<i>Figura 81 - Riquadro per la scelta dei parametri migliorativi delle caratteristiche della muratura</i>	85

<i>Figura 82 - Possibilità di modifica manuale delle caratteristiche meccaniche definite in base alla normativa vigente</i>	86
<i>Figura 83 - Rappresentazione contenente le dimensioni dei pannelli costituenti la parete</i>	86
<i>Figura 84 - Inserimento di irregolarità geometriche nella rappresentazione di output della parete</i>	87
<i>Figura 85 - Screenshot degli output relativi al calcolo dei carichi</i>	88
<i>Figura 86 - Esempio di ripartizione alla Engesser</i>	95
<i>Figura 87 - Schematizzazione della parete</i>	96
<i>Figura 88 - Notazioni utilizzate</i>	96
<i>Figura 89 - Esempio parete regolare</i>	99
<i>Figura 90 - Schematizzazione della parete con altezze dei pannelli di maschio e di piano</i>	100
<i>Figura 91 - Bracci delle forze di piano dai baricentri di piano e dei pannelli di maschio</i>	102
<i>Figura 92 - Esempio di parete irregolare</i>	103
<i>Figura 93 - Altezze efficaci dei maschi con il metodo di Dolce</i>	103
<i>Figura 94 - Altezze dei pannelli di nodo della parete irregolare</i>	104
<i>Figura 95 - Schematizzazione dell'output relativo al calcolo dei coefficienti di ripartizione</i>	105
<i>Figura 96 - Schematizzazione dell'output relativo al calcolo delle variazioni di forze orizzontali</i>	105
<i>Figura 97 - Tipiche modalità di rottura di un pannello in muratura</i>	113
<i>Figura 98 - Meccanismo resistente per pressoflessione</i>	114
<i>Figura 99 - Larghezza della zona compressa della sezione</i>	114
<i>Figura 100 - Rottura per fessurazione diagonale</i>	115
<i>Figura 101 - Dominio di resistenza</i>	116
<i>Figura 102 - Comportamento di un pannello di maschio vincolato alla Grinter (Augenti, 2004)</i>	117
<i>Figura 103 - Sezione interamente reagente e parzializzata</i>	118
<i>Figura 104 - Azioni agenti sul generico pannello di fascia</i>	120
<i>Figura 105 - Convenzioni adottate per l'eccentricità (Augenti, 2004)</i>	121
<i>Figura 106 - Screenshot relativo al calcolo delle sollecitazioni per una parete di 2 piani e 1 apertura</i>	125
<i>Figura 107 - Screenshot relativo al calcolo delle sollecitazioni per una parete di 3 piani e 2 aperture</i>	126
<i>Figura 108 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza del pannello di maschio</i>	126
<i>Figura 109 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza del pannello di fascia</i>	127
<i>Figura 110 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza del pannello di fascia armato</i>	127
<i>Figura 111 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza e della curva caratteristica del pannello di maschio</i>	133
<i>Figura 112 - Rappresentazione grafica della procedura operativa utilizzata</i>	144
<i>Figura 113 - Screenshot relativo ai risultati dell'analisi per il calcolo della capacità sismica</i>	145
<i>Figura 114 - Caratteristiche della parete oggetto di analisi</i>	146
<i>Figura 115 - Interfaccia foglio di calcolo "Spettri di risposta ver. 1.03"</i>	149
<i>Figura 116 - Screenshot relativo alla rappresentazione della domanda sismica</i>	150
<i>Figura 117 - Screenshot relativo al calcolo della domanda sismica anelastica e rappresentazione nel piano ADRS</i>	151
<i>Figura 118 - Screenshot relativo al calcolo della matrice di massa e rigidezza</i>	155
<i>Figura 119 - Screenshot relativo all'effettuazione dell'analisi modale</i>	158
<i>Figura 120 - Screenshot relative al calcolo e alla rappresentazione grafica della curva di capacità del sistema SDOF</i>	159
<i>Figura 121 - Sistema bilineare equivalente</i>	160
<i>Figura 122 - Screenshot relativo al calcolo e alla rappresentazione della curva di capacità bilinearizzata</i>	161
<i>Figura 123 - Bilinearizzazione secondo le prescrizioni delle NTC 2008</i>	161
<i>Figura 124 - Confronto tra un sistema elastico e quella anelastico</i>	162
<i>Figura 125 - Principi di uguale energia e ugual spostamento</i>	163
<i>Figura 126 - Individuazione del punto di funzionamento</i>	164
<i>Figura 127 - Esempio di consolidamento per incremento di rigidezza</i>	166
<i>Figura 128 - Esempi di consolidamento basati sulla rigidezza e sulla resistenza</i>	168

## **ABSTRACT**

L'obiettivo della ricerca è stato quello di sviluppare un metodo di calcolo semplificato per l'analisi non lineare di strutture in muratura soggette ad azione sismica, attraverso l'implementazione di un codice caratterizzato da un'elevata versatilità e semplicità di utilizzo, in grado di conseguire un bilanciato compromesso tra validità teorico-sperimentale e praticità applicativa. Il codice, sviluppato in ambiente Microsoft Excel tramite il linguaggio di programmazione Microsoft Visual Basic 6.3, punta a guidare il progettista, attraverso un'interfaccia semplice ed intuitiva, nel delicato compito di svolgere un'analisi non lineare di pareti murarie caricate nel proprio piano, fornendo, in corrispondenza di ogni singolo step di carico, una rappresentazione puntuale e intuitiva degli elementi costituenti la parete, individuandone immediatamente le possibili criticità.

Attraverso un'interfaccia user-friendly l'utente ha la possibilità di inserire le caratteristiche geometriche e meccaniche della parete, giungendo agevolmente alla definizione del modello a telaio equivalente e alla definizione della curva di capacità della struttura. Attraverso il calcolo della domanda sismica e la valutazione del punto di funzionamento, il codice indirizza l'utente all'individuazione mirata degli interventi di miglioramento necessari, a seconda che si voglia diminuire la domanda o aumentare la capacità di spostamento della parete.

Essendo il sottoscritto un Ufficiale del Corpo degli Ingegneri dell'Esercito Italiano, un codice di questo tipo si presterebbe ad essere utilizzato dall'Amministrazione Difesa nell'ambito delle verifiche di vulnerabilità sismica degli edifici strategici: con tale applicativo, infatti, i Reparti del Genio Militare potrebbero effettuare una prima verifica (caratterizzata da un accettabile compromesso tra la speditezza e l'accuratezza dei risultati forniti) di tali strutture, individuando le maggiori criticità relative agli immobili del demanio militare e progettando, ove necessario, i conseguenti interventi di consolidamento, per poi programmare in modo maggiormente oculato l'affidamento delle verifiche di vulnerabilità previste dalla normativa attualmente in vigore.

## **ABSTRACT**

The aim of this thesis work is to develop a simplified method for non linear analysis of masonry structures subjected to seismic action, throughout the implementation of an high versatility and simple-use code, in order to have a balanced compromise between theoretical and experimental efficiency and practical applicability. The code, written for Microsoft Excel using Microsoft Visual Basic 6.3 programming language, aims for guiding the structural designer, through a simple and intuitive interface, in the delicate task of a non linear analysis of masonry wall loaded in its own plane, giving, in correspondence of each load step, a punctual and intuitive representation of its elements, instantly defining the critical masonry panels and their failure mode.

Thanks to a user-friendly interface, the user can insert geometrical and mechanical features of masonry wall, easily arriving to define the equivalent frame model and the capacity curve. Through the calculus of the seismic request and the evaluation of performance point, the code guides the user to the focused identification of proper improvement interventions, either decreasing seismic demand or increasing seismic capacity.

Since I am an Officer of Italian Army Corps of Engineers, a code like the one developed could be efficiently used by military engineers for seismic vulnerability verifications of so called strategic buildings: with this application, each military unit could carry out a first approach (characterized by an acceptable compromise between rapidity and accuracy of the supplied results) for that kind of structures, identifying the main critical issues related to military buildings and designing, if necessary, the adequate improvement interventions, in order to carefully program the externalization of seismic vulnerability analysis services provided for by actual law.

## **CAPITOLO 1**

### **LE STRUTTURE IN MURATURA: EVOLUZIONI E PRINCIPALI CARATTERISTICHE**

#### **1.1 INTRODUZIONE**

La muratura costituisce il materiale da costruzione più diffuso nel nostro Paese, rappresentando un archetipo nell'ambito della storia dell'ingegneria e dell'architettura. Da un punto di vista storico, inoltre, le costruzioni in muratura rappresentano uno dei marchi più espressivi dello sviluppo della civiltà e del progresso tecnologico che l'ha caratterizzata nel corso dei secoli: si pensi, solo per citare gli esempi più eclatanti, a come tale tipologia strutturale abbia accompagnato la storia dell'umanità dalle piramidi egizie ai templi greci, dai castelli e dai borghi medievali alle maestose chiese dell'architettura gotica, lasciando apprezzabili segni di quanto realizzato in tutto il mondo, attraverso edifici dotati di un valore storico ed artistico incommensurabile.

Non è azzardato affermare che, per molti secoli, la storia stessa delle costruzioni sia coincisa con quella delle costruzioni in muratura, dal momento che i materiali cosiddetti "moderni", quali acciaio e cemento armato, hanno avuto diffusione nel settore dell'edilizia solo a partire dall'ottocento. La semplicità, caratteristica principale di tale tipologia strutturale, unitamente all'estetica, alla durabilità, alle prestazioni termiche, acustiche e di resistenza al fuoco, ne hanno fatto una tecnica costruttiva valida, in termini di comportamento strutturale, fin dall'antichità.

D'altronde non è possibile studiare e comprendere il comportamento delle strutture in muratura senza qualche riflessione di carattere storico: la scienza moderna, basata sul metodo analitico deduttivo introdotto da Galileo, si faceva spazio quando le opere in muratura avevano già dato importanti segni delle loro potenzialità strutturali ed architettoniche. Tali costruzioni, infatti, fino al periodo rinascimentale, furono realizzate esclusivamente sulla base di conoscenze empiriche che, pur dimostrando profonda sensibilità strutturale, non godevano di un adeguato supporto scientifico. Tale supporto, oltremodo, risultava assente anche dai primi trattati dell'antichità classica, all'interno dei quali si cercava di razionalizzare le forme strutturali esistenti in modo da orientare le costruzioni future: non si immaginava, infatti, che si trattasse del materiale da costruzione più complesso in assoluto, per il quale il percorso scientifico volto a definirne teoricamente le principali caratteristiche, risulta tutt'ora in corso.

## **1.2 ASPETTI MORFOLOGICI E STRUTTURALI**

In termini morfologici la muratura può essere definita come un insieme di elementi lapidei, naturali o artificiali, legati o meno tramite malta.

Le strutture murarie affondano le proprie radici quasi diecimila anni fa, e sono state caratterizzate, nel corso dei secoli, da un'enorme variabilità di tecniche e materiali, essendo inglobate in tale tipologia tecniche assai diverse, sia per ciò che attiene la forma e il tipo dei materiali che per quanto riguarda le modalità costruttive.

Le prime costruzioni in pietra erano realizzate a secco, sovrapponendo semplicemente pietre nella forma in cui si trovavano, oppure così come si erano distaccate dai massi rocciosi a causa degli agenti atmosferici o dagli apparati radicali della vegetazione. Data l'assenza di legante, le strutture fondavano la propria stabilità su aspetti legati alla natura degli stessi blocchi: le dimensioni dei blocchi, la regolarità della loro forma, l'ampiezza della superficie di contatto tra blocchi adiacenti erano i fattori principali che conferivano alle opere i necessari requisiti di solidità. Uno dei primi elementi complementari utilizzati in tale tipologia strutturale fu addirittura il fango, a cui si affidava il compito di connettore tra elementi caratterizzati da conformazioni fortemente irregolari o da forme arrotondate (tipiche, ad esempio, dei ciottoli di fiume).

L'esigenza di assicurare superfici di contatto sempre maggiori tra pietre contigue, unitamente allo sviluppo e alla diffusione dei primi utensili, rappresentò la causa naturale che portò allo sbizzarrimento manuale delle pietre: l'utilizzo di pietre squadrate, aventi forma quanto più vicina a parallelepipedi, infatti, garantiva un'adeguata superficie di contatto e, pertanto, la totale assenza di componenti non verticali della forza gravitazionale nel meccanismo di trasmissione della stessa ai vari elementi costituenti la struttura.

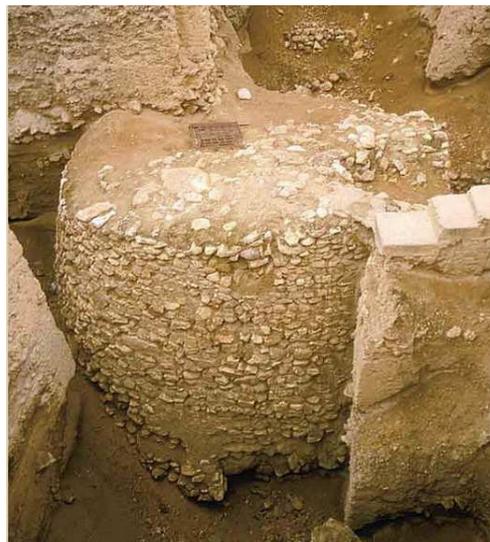
In alcune regioni, non essendo possibile estrarre elementi lapidei da utilizzare quali elementi costruttivi, furono sviluppate altre tecniche costruttive, attraverso l'utilizzo delle cosiddette pietre artificiali (con la cui denominazione si intende definire le pietre costituite per agglomerazione di materiali sciolti). In particolare, laddove erano disponibili materiali di origine argillosa, si notò che tali materiali, modellati plasticamente in uno stato di saturazione d'acqua, generavano zolle rigide se venivano fatti essiccare all'aria: una delle controindicazioni tipiche di tale processo era la presenza di screpolature all'interno del materiale, inevitabili durante il processo di asciugatura dell'argilla. Di qui l'idea di combinare tale impasto con altri materiali, aventi la funzione principale di limitare tale fenomeno: uno dei primi ad essere utilizzato fu la paglia che, mescolata all'impasto,

esercitava una funzione di armatura capillarmente diffusa all'interno del composto, conferendo a quest'ultimo, tra l'altro, anche una maggiore resistenza a trazione.

Una possibile classificazione delle originarie murature a base di argilla cruda poteva seguire il seguente schema:

- I cosiddetti *torchi*, costituiti da un agglomerato di terreno argilloso con all'interno paglia tritata;
- I cosiddetti *pisè*, costituiti da un impasto di terreno argilloso e pietre (da molti considerato l'antenato del moderno calcestruzzo);
- I mattoni crudi asciugati naturalmente al sole.

La prima civiltà ad utilizzare in modo diffuso il materiale muratura furono i mesopotamici, noti per la realizzazione dei primi villaggi con mattoni di fango essiccato al sole, spesso caratterizzato dall'inserimento di paglia all'interno dell'impasto: tale tecnica costruttiva aveva la sua ragion d'essere nella presenza di tale materiale in prossimità dei fiumi Tigri ed Eufrate. Le costruzioni in argilla cruda portavano con sé l'handicap di essere eccessivamente vulnerabili all'attacco da popoli nemici e, pertanto, mal si prestavano ad essere utilizzate per costruire opere di difesa quali, ad esempio, muri di cinta. Pur non essendo disponibili nelle immediate vicinanze, pertanto, i blocchi lapidei furono trasportati dalle vicine montagne in modo da creare insediamenti difesi da opere strutturalmente adeguate, talvolta caratterizzate da muri di cinta dotati di torri di forma circolare (come l'insediamento di Tell-es-Sultan), o da templi realizzati con piattaforme in pietra con sopra mattoni di fango (come nella città di Eriddu), o addirittura da gallerie in muratura aventi la funzione di sottopassaggio dell'Eufrate.



*Figura 1 - La torre circolare nelle mura di cinta dell'insediamento protourbano di Gerico risalenti all'VIII millennio a.C. - Lorenzo Nigro "Ritorno a Gerico Scavare tra archeologia e leggenda"*



*Figura 2 - Rovine di UR – Fonte: Flickr – Autore: M.Lubinski da Iraq,USA*

Circa mille anni dopo (7000 a.C.) cominciarono a svilupparsi stabilmente i primi insediamenti nella valle del Nilo: in tale zona un notevole impulso alle tecniche costruttive di edifici in muratura fu dato da motivazioni religiose, e nello specifico dalla necessità di realizzare strutture, aventi funzioni funerarie o di culto, caratterizzate da elevate resistenza e da lunga durata. Le tombe dei nobili, infatti, erano costituite da camere, talvolta multiple, scavate nella sabbia, sormontate da strutture di forma parallelepipedica, realizzate con mattoni crudi disposti su strati orizzontali ed aventi la funzione di proteggere le salme. In tale contesto venivano usate anche pietre naturali, aventi funzione di rivestimento oppure, in forma di triliti, per la realizzazione degli architravi delle porte e degli stipiti.

La prima vera rivoluzione in termini di tecniche di costruzione si ebbe con l'Antico Regno (circa 2600 a.C.), durante il quale fu realizzato il primo edificio interamente costruito in pietra da taglio: si tratta, nello specifico, di una piramide situata al centro di un complesso funerario realizzata per ordine del faraone Zoser a contorno del quale fu posto, a scopo di difesa, un muro fortificato, anch'esso realizzato in pietra squadrata.



*Figura 3 - Piramide di Zoser (Saqqara) Di Olaf Tausch - Opera propria, CC BY 3.0*

Il materiale calcareo utilizzato aveva caratteristiche più tenere e porose per il nucleo interno, mentre si caratterizzava per una maggior compattezza e resistenza per il rivestimento esterno. Le stesse piramidi furono caratterizzate da uno sviluppo graduale, partendo dalle originarie mastabe (tombe monumentali costituite, nella loro configurazione più semplice, da un unico gradone di forma tronco-piramidale) e giungendo, per successivi ampliamenti e sopraelevazioni, fino ad altezze di oltre 60 metri, (costituite invece da sei gradoni). Un ulteriore sviluppo fu rappresentato dalla transizione dalla classica forma a gradoni a quella caratterizzata da pareti continue, ottenute tramite il riempimento e il successivo rivestimento dei gradoni, utilizzando come leganti essenzialmente malte e gesso.

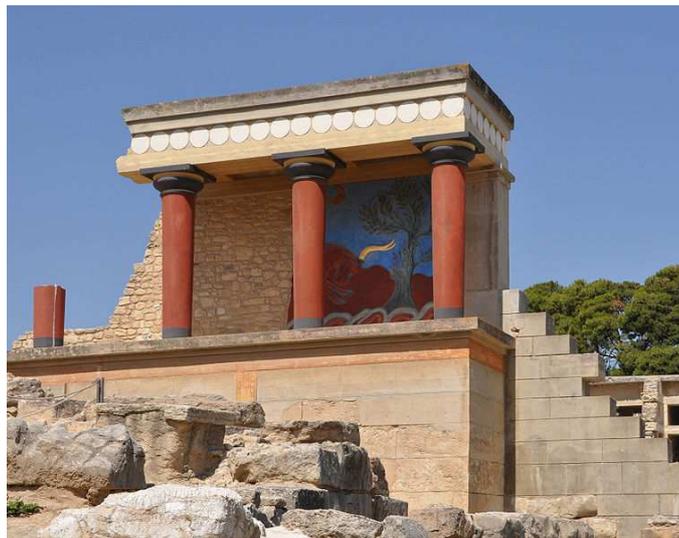
Tra il quarto e il quinto millennio a.C. trovarono diffusione in Europa i cosiddetti megaliti, la cui forma primordiale è rappresentata dai menhir, strutture rudimentali costituite da pilastri isolati aventi dimensioni e peso considerevoli, potendo raggiungere altezze anche superiori ai 20 metri). Il naturale sviluppo di tale tipologia strutturale fu il trilite, ottenuto sovrapponendo una pietra di grandi dimensioni in direzione orizzontale a due elementi portanti verticali distanziati tra loro e che porterà, come naturale evoluzione, alla nascita del Tempio elementi di sua massima espressione architettonica.



*Figura 4 - Grand Menhir d'Er Grah – 4500 a.C. di Bjørn som tegner - Own work, CC BY-SA 3.0*

Un ulteriore momento di evoluzione e progresso delle tecniche costruttive relative a strutture in muratura coincise con lo sviluppo della civiltà Egea in Asia minore, nel periodo che parte dal 3000 a.C. Le tipologie strutturali tipiche di queste popolazioni, infatti, possono considerarsi le antesignane dei più moderni sistemi baraccati: gli edifici, infatti, erano costituiti da molteplici cellule di piccole dimensioni, individuate da pareti tra loro ortogonali, e, oltre a presentare talvolta collegamenti interni realizzati tramite spinotti in

legno (che conferivano alla struttura una maggiore duttilità), vedevano talvolta i blocchi squadriati posti perimetralmente rispetto ad intelaiature in legno. Le opere, spesso commissionate direttamente dai re, acquisirono un carattere maestoso, presentandosi quasi sempre con più di un piano (si raggiunsero addirittura opere con quattro piani fuori terra, come il palazzo di Cnosso) e quasi sempre si caratterizzarono per un sistema fondale costituito da materiali sciolti, che, seppur involontariamente in termini progettuali, assunsero la funzione di isolare sismicamente la sovrastruttura dalle vibrazioni indotte dal suolo.



*Figura 5 - Palazzo di Cnosso - corridoio con particolare scena lotta con il toro - Marc Ryckaert (MJJR)*

Qualche millennio dopo, attorno al 1500 a.C., con lo sviluppo della civiltà micenea, si ebbe un forte impulso relativamente alle costruzioni ciclopiche, con opere destinate alla difesa della città caratterizzate da enormi blocchi lapidei irregolari a cui si aggiungevano, con funzione di riempimento dei vuoti, elementi di dimensioni minori; col tempo tali blocchi furono dapprima rettificati manualmente lungo le superfici di contatto e poi, in un'ottica di naturale evoluzione, sostituiti da elementi squadriati perfettamente sovrapposti, uniti, ove necessario, tramite perni in legno. Esempi viventi di tali opere sono rappresentati dalla cinta muraria di Micene e dalla Porta dei Leoni che in essa sorgeva, caratterizzata da un trilite di luce pari a 5 metri ed avente una sezione variabile.

Durante il primo millennio a.C., lo sviluppo della civiltà greca si tradusse, in termini costruttivi, nelle modalità di edificazione dei templi, inizialmente costituiti da elementi in legno, via via sostituiti da elementi lapidei squadriati e sempre meglio organizzati. Contemporaneamente, prendeva vita il ponte sull'Ellesponto, costituito da una struttura in muratura avente una luce superiore a 1200 metri.

Nel territorio italiano, lo sviluppo della civiltà Etrusca a partire dall’VIII secolo a.C., si caratterizzò da un punto di vista costruttivo per la realizzazione di muri di cinta costituiti da blocchi squadrati di tufo o pietre calcaree posati a secco e da edifici ad uso pubblici o dedicati al culto. Come per altre civiltà, l’edilizia funeraria fu pioniera di importanti innovazioni tecniche, che portarono alla nascita, in Toscana, dei primi edifici di forma rettangolare, realizzati con sistema a trilita tramite blocchi lapidei ben squadrati di forma parallelepipedica, e di forma circolare, aventi coperture in pietre di tufo, anch’esse squadrate, aggettate secondo cerchi concentrici.

Anche l’architettura romana trasse i suoi spunti, nelle prime fasi, da quella greca ed etrusca, ma trovò lungo gli anni di dominio dell’Impero radicali trasformazioni ed innovazioni dovute sia a considerazioni empiriche ed intuitive che ad un approccio maggiormente ingegneristico rispetto ai precedenti. Le costruzioni romane, quali fortificazioni, ponti o acquedotti, sono passate alla storia per essere caratterizzate da elevati coefficienti di sicurezza che le hanno preservato fino ai giorni nostri. Le murature in pietra naturale erano caratterizzate essenzialmente dalla presenza di elementi in tufo o in travertino, aventi le superfici esterne levigate limitatamente alla faccia superiore e a quella inferiore al fine di assicurare l’uniformità della trasmissione degli sforzi agli strati di muratura sottostante. Le murature in pietra artificiale, data la naturale abbondanza di argilla nelle vicinanze della città di Roma, ebbero un considerevole sviluppo, sia per funzione decorativa che portante: particolarmente note risultano, tra l’altro, le tecniche di realizzazione dei paramenti murari, i cosiddetti “opus”, ognuno dei quali contraddistinto da differenti modalità esecutive e tessiture murarie. Si pensi, ad esempio, all’*opus siliceum*, caratterizzato dalla presenza di grandi elementi lapidei posti in opera con particolare cura senza l’utilizzo di leganti: tale tipologia di opera era utilizzata essenzialmente per opere destinate alla difesa o per muri di sostegno; analogamente, l’*opus quadratum* si caratterizza per la presenza di blocchi lapidei di forma parallelepipedica, squadrati, molto spesso in materiale tufaceo, disposti a strati alternati (secondo orditure ortogonali) fino a formare una struttura regolare: inizialmente le pietre occupavano l’intero spessore della muratura, successivamente divennero paramenti esterni a fronte del riempimento effettuato con altri materiali; l’*opus spicatum* fu utilizzato soprattutto per fondazioni e basamenti (più raramente per murature in elevazione), connotandosi per la presenza di mattoni rettangolari disposti a spina di pesce con intersezioni fra gli stessi a novanta gradi: l’*opus spicatum* in laterizio è il tipo di pavimento maggiormente diffuso in età imperiale, con mattoni generalmente di piccole dimensioni: circa 10 cm per 2 cm ed un’altezza di 5 centimetri;

L'*opus africanum* si connota per la presenza di pilastri (generalmente in travertino) di forma irregolare e di grosse dimensioni: di origine punica, ma rielaborata localmente e attualmente rinvenibile a Pompei, questa tecnica edilizia prevede l'inserimento di tali elementi fra catene di blocchi dello stesso materiale disposti alternatamente in senso verticale e orizzontale; l'*opus craticium* consiste nell'impiego di una muratura di tipo misto (pietrame, malta e argilla) inserita come riempimento all'interno degli spazi creati da un'intelaiatura lignea: seppur molto usata per la sua economicità e rapidità di esecuzione (principalmente per la costruzione di muri divisorii, tramezzi e partizioni interne nei piani superiori), a causa della deperibilità del materiale non è facilmente rinvenibile nelle sue testimonianze archeologiche (pur basandosi sullo stesso concetto a cui si ispira il sistema baraccato adottato nelle zone sismiche sin dal XVII secolo, e ancora oggi presente in alcuni centri minori).



*Figura 6 - Opus silicium: Opera poligonale di "terza maniera" nel teatro antico del centro sannita di Pietrabbondante (IS)- Di Massimo Baldi. - Con consenso dell'autore, Massimo Baldi., CC BY-SA 3.0*



*Figura 7 - Opus quadratum - Gela (Sicilia) (ph. Alfonso Acocella)*



*Figura 8 - Opus spicatum: Opera spicata al Palazzo Barberini di Montelibretti(RM)- Di MM - Opera propria*



*Figura 9 - Opus craticium: House of Opus Craticium – ph. Carole Raddato*

Un punto di snodo fondamentale nell'ambito del *modus costruendi* romano è sicuramente rappresentato dall'introduzione dell'*opus caementitium*, conglomerato di pietrisco e malta di calce: tale sistema costruttivo, in uso dal IV secolo a.C., è costituito nello specifico da un composto di pietrame di piccole dimensioni, schegge di tufo, selce e travertino (*caementa*) e malta, un impasto di grassello (calce spenta ed acqua) e di sabbia; dopo l'unione tra la malta e i *caementa*, il composto posto in opera passa dallo stato semifluido a quello solido in tempi abbastanza rapidi, legati, ovviamente, a fattori quali le condizioni atmosferiche, i rapporti tra componenti e la consistenza della gettata. L'aspetto fondamentale di tale opera è costituito dal fatto che esso costituirà il nucleo delle altre tecniche edilizie diffuse successivamente. L'*opus incertum*, ad esempio, rappresenta un naturale sviluppo dell'opera cementizia, la cui introduzione in area campana e romana si colloca sul finire del III secolo a.C.: in essa, la generica parete è costituita da un solido nucleo formato da frammenti di pietre e laterizi cementati con malta, rivestito da un paramento in pietra da taglio poliedrica sommariamente sgrossata; adoperato specialmente per la realizzazione di templi, muri di cinta e costruzioni rurali, tale tecnica durerà fino alla fase repubblicana dei romani, quando sarà rimpiazzata dall'*opus reticulatum*. Il passaggio tra le due opere, in realtà, non fu affatto brusco, se si considera che a partire dall'epoca coloniale, il paramento dell'opera incerta tende a regolarizzarsi, con i *caementa* che assumono forma sempre più regolare (tendente al quadrato) e che si dispongono secondo linee oblique: si tratta della cosiddetta opera quasi reticolata, antesignana dell'*opus reticulatum*, e che fu impiegata in monumenti collocati, in termini storici, a cavallo del I secolo a.C., caratterizzati dall'impiego di laterizi disposti a "vela" o a "dente di lupo". L'opera reticolata si sviluppa nel contesto di una sempre maggiore settorializzazione e specializzazione dei processi produttivi, che affina la tendenza già manifestatasi con l'opera quasi reticolata a regolarizzare la superficie degli elementi lapidei utilizzati; da un punto di vista geometrico, i blocchetti sono disposti secondo un asse inclinato di circa 45°, secondo un modulo ricorrente di due blocchetti pari a un piede, mentre il materiale utilizzato per essi è molto spesso tufaceo, di colore grigio o giallo: la modularità dell'opera aveva il duplice vantaggio di incrementare la velocità di posa in opera e di rendere possibile l'inserimento di motivi geometrici caratterizzati da forme e fatture notevolmente complessi. L'*opus mistum* nasce dall'unione fra l'*opus incertum* e l'*opus reticulatum*: in particolare, i blocchi costituenti l'opera reticolare erano rinforzati tramite listati di mattoni, a cui si aggiunsero successivamente anche ammorsature laterali, facendo in modo che l'opera reticolata fosse di fatto inquadrata in una cornice di mattoni.

Nel caso di nucleo cementizio in conglomerato, rivestito da un paramento in blocchi di travertino o tufo aventi di forma parallelepipedica e disposti in assise piane, si è soliti parlare di *opus vittatum*: più che per la realizzazione di intere murature, tale tecnica risulta particolarmente diffusa per la realizzazione di cantonali e di stipiti; per le stesse tipologie di opere veniva utilizzata anche l'*opera vittata mista*, formata da ricorsi alternati di mattoni e di blocchetti di forma parallelepipedica di travertino o di tufo grigio. L'*opus testaceum*, infine, è costituita da una muratura a sacco in cui i paramenti esterni sono in mattoni ordinati in file orizzontali e il nucleo interno rimane in conglomerato: inizialmente i paramenti in laterizio erano realizzati con tegole prive di dentelli e tagliate secondo le misure desiderate; brevemente, con lo sviluppo delle fornaci, si ebbe la possibilità di produrre mattoni quadrati di misure standardizzate, contribuendo all'enorme rapidità di messa in opera e all'eccellente resa di questa tipologia di opera. È in questo periodo che si diffonde l'uso di bollare i mattoni e le tegole con il marchio della fabbrica produttrice: inizialmente i bolli presentavano forma rettangolare allungata, per assumere, col tempo, una forma lunata che si va sempre più chiudendo fino a divenire quasi circolare.



Figura 10 - *Opus Caementicium*: Nucleo in opera cementizia di una tomba sulla via Appia antica a Roma (l'originario paramento è stato asportato). Di Nessun autore leggibile automaticamente. MM presunto (secondo quanto affermano i diritti d'autore)



Figura 11 - *Opus incertum*: Le costruzioni in opera incerta sul fianco orientale della terrazza del santuario di Giove Anxur a Terracina (I secolo a.C.) - Di MM - Opera propria (self-made photo), Pubblico dominio



Figura 12 - *Opus reticulatum* usato in un muro esterno della Villa Adriana (prima metà del II secolo. Di Pouwerkerk



Figura 13 - *Opus vittatum* Basilica di San Gennaro ad Antignano (Napoli)

Anche nel periodo medievale il settore delle costruzioni murarie fu caratterizzato da notevoli progressi, soprattutto in relazione alle opere destinate a castelli, muri di cinta e luoghi di culto. Col tempo, l'utilizzo di murature a sacco fu via via sostituito da murature piene, costituite da elementi strettamente connessi all'epoca e alla cultura locale. In particolare, l'architettura cristiana ereditò dai romani l'uso di elementi fortemente eterogenei, distanziandosi da essi per ciò che attiene sia i materiali componenti che la tecnica costruttiva: la prima fase edificativa, infatti, prevedeva la realizzazione del nucleo centrale (caratterizzato da muratura caotica) e solo in seguito all'assestamento di questo si procedeva con la realizzazione, sui due lati, dei paramenti esterni. L'architettura bizantina, viceversa, si attestava sull'utilizzo di blocchi di pietra di dimensioni ridotte interrotta da listature di mattoni uniti con sabbia e cocchiopesto.

Un primo, parziale distacco con l'architettura romana si ebbe attorno all'anno mille, in coincidenza con la nascita dei Comuni: è proprio durante quest'epoca che nacquero le prime corporazioni di arti e mestieri, associazioni di mercanti e di artigiani riuniti secondo il mestiere praticato. In termini costruttivi, tale periodo fu connotato da un progressivo svuotamento delle murature (in netto contrasto con la massività delle murature continue dell'epoca romana), generatosi dalla sempre più frequente apertura di vani: con essi, la riduzione delle sezioni resistenti implicava il sorgere di maggiori concentrazioni di tensioni, che a loro volta resero necessario l'impiego di materiali più performanti in termini di resistenza (sino ad allora, generalmente, i materiali lapidei provenivano dalla demolizione di altre opere, così come le malte aeree utilizzate erano caratterizzate da una ridotta resistenza). Tale necessità fu ancor più stringente con l'avvento dell'architettura gotica, con la quale, per la prima volta, cominciò a farsi strada una differenziazione tra

elementi portanti ed elementi portati: per riflesso, gli stessi elementi caratterizzanti le due funzioni tesero a distinguersi, attraverso l'utilizzo di laterizi e pietrame squadrato per i tamponamenti e quello di pietre da taglio per le componenti strutturali portanti. In epoca gotica, le strutture adibite al culto si caratterizzarono per la nascita di cattedrali ricche di elementi innovativi da un punto di vista architettonico, quali pilastri polittici, volte (a crociera, ogivali, con costoni diagonali).



*Figura 14 - Architettura Gotica: Interno di Santa Maria Novella, Firenze - Di Baldiri - Opera propria, CC BY-SA 3.0*



*Figura 15 - Architettura Gotica: Interno dell'Abbazia di San Galgano, provincia di Siena - Di wyzik - Flickr, CC BY 2.0*

Un ulteriore novità nel panorama architettonico delle costruzioni in muratura fu, sempre in questo periodo, la nascita dei campanili: la nascita di tali strutture, caratterizzate da snellezze sconosciute in precedenza, diede spunto agli studiosi dell'epoca per trattare problematiche statiche mai toccate in precedenza. In sostanza, l'intera architettura medievale, nelle svariate forme e tipologie costruttive che l'hanno caratterizzata, potrebbe essere inglobata in due macro-categorie di opere: quelle dotate di elevata massa, per le quali il comportamento meccanico è principalmente funzione della massa strutturale (relative per lo più al periodo iniziale) e in cui gli elementi possono considerarsi sostanzialmente tridimensionali, e quelle caratterizzate da elementi bi-dimensionali (quali volte e pareti) e monodimensionali (colonne).



*Figura 16 - Il campanile più alto d'Europa, quello della Cattedrale di Ulma, 161,53 m - Di Patrick Six*



*Figura 17 - Campanile di San Marco, Venezia - Di Taty2007 - Opera propria, CC BY 3.0*

A cavallo tra il XVIII e il XIX secolo, la rivoluzione industriale segnò, idealmente, il termine dell'egemonia delle strutture murarie nel panorama costruttivo italiano ed estero. Importanti fattori quali la nascita e lo sviluppo di nuovi materiali (resistenti anche a trazione e maggiormente performanti rispetto ai materiali lapidei), lo sviluppo di nuove tipologie strutturali e di nuovi modelli di calcolo, unitamente ad una differente visione dell'edificio (inteso, unitariamente, come organismo volto al trasferimento dei carichi dalla struttura in elevazione a quella di fondazione), posero termine al predominio incontrastato che aveva caratterizzato nel corso dei secoli questo materiale. La necessità di conferire maggiore flessibilità agli spazi distributivi interni portò le stesse strutture in muratura a modificare la propria conformazione, facendo prediligere elementi monodimensionali a quelli bidimensionali: grande diffusione, ad esempio, ebbero quegli edifici in cui ai pilastri e agli archi ribassati (a spinta eliminata tramite l'inserimento di catene) era affidato il compito di far fronte ai carichi gravitazionali, delegando l'assorbimento di quelle orizzontali ad impalcati voltati in laterizio.

Limitandosi alle diverse tipologie costruttive insistenti nel nostro paese, è ovvio che la loro diffusione è stata funzione delle caratteristiche geografiche della nostra penisola, con particolare riferimento alle azioni tipicamente presenti (neve, vento, sisma) e alla reperibilità di materia prima delle singole zone: per tali ragioni, si è avuto nelle zone alpine uno sviluppo prevalente della pietra a secco, così come nelle regioni della pianura padana, caratterizzate da un terreno argilloso di origine sedimentaria, il materiale maggiormente usato è stato il laterizio. Analogamente, così come nelle zone caratterizzate da un basso grado di sismicità non sono mai stati sviluppati elementi aventi lo specifico compito di resistere alle azioni orizzontali, in quelle che sono state soggette a diversi eventi sismici si

sono, naturalmente, sviluppati tecniche ed accorgimenti costruttivi volti a rendere le strutture meno vulnerabili all'azione dei terremoti.

Ultimando il percorso che ha condotto le strutture in muratura ai tempi moderni, è possibile effettuare una classificazione delle attuali tecniche costruttive in tre categorie: muratura semplice (non armata), muratura armata e muratura intelaiata.

La muratura non armata rappresenta sicuramente la categoria minore in termini di caratteristiche prestazionali: essa, essendo caratterizzata dal semplice assemblaggio di elementi murari a secco o con malta, presenta una scarsa resistenza a trazione (in particolare ortogonalmente ai giunti orizzontali) e meccanismi di collasso di tipo fragile, che possono venir meno solo attraverso l'introduzione di elementi (quali armature, cordolature in cemento armato o catene) in grado di assorbire le trazioni e condurre a meccanismi maggiormente duttili. La disposizione e la tipologia dei laterizi è estremamente variabile a seconda delle esigenze architettoniche e dei requisiti prestazionali desiderati.

La muratura armata si caratterizza per la presenza di armature verticali o orizzontali poste all'interno dello spessore murario: alla posa in opera di tali armature segue, indipendentemente dalla disposizione dei fori e dalla tessitura delle barre, un getto di malta o di calcestruzzo. Le barre verticali possono essere posizionate all'interno dei fori presenti nel laterizio oppure prevedendo, attraverso l'adozione di apposite disposizioni dei conci, delle cavità atte ad ospitarle; le barre orizzontali, invece, possono essere poste tra due strati successivi sfruttando la presenza del letto di malta, oppure alternando agli strati di laterizio uno strato di in cemento armato. Oltre agli indubbi benefici recati dalle armature in termini di mantenimento dell'integrità della muratura anche dopo la fessurazione (fattore che si traduce in una maggiore duttilità dell'elemento murario), esse hanno la fondamentale funzione di assorbire lo sforzo di trazione, conferendo alla parete maggiore resistenza alle azioni orizzontali, sia parallele che ortogonali al piano della muratura, in virtù della maggiore resistenza a flessione esplicabile dalla muratura stessa.

La muratura intelaiata, infine, si può considerare come una naturale evoluzione della muratura armata, in cui l'armatura risulta concentrata in elementi monodimensionali tali da riprodurre una sorta di struttura a telaio: essa, infatti, è composta dall'insieme di cordoli in cemento armato, orizzontali e verticali, reciprocamente collegati in modo da racchiudere la muratura, formando con essa l'intero organismo resistente, meccanismo coadiuvato dal getto di calcestruzzo successivo alla posa in opera delle armature (avendo l'ulteriore funzione rendere aderenti gli elementi murari e i cordoli).

### **1.3 Classificazione delle tipologie strutturali**

Proporre una classificazione esaustiva delle tipologie strutturali in muratura realizzate nel corso dei secoli appare impresa decisamente ardua, soprattutto se tesa ad includere la totalità di strutture realizzate con tale materiale: seppur fattibile una classificazione limitata all'edilizia abitativa o adibita ad uso pubblico (scuole, uffici, ospedali, caserme), spesso denominata edilizia ordinaria, risulterebbe più problematico estendere l'opera agli edifici cosiddetti speciali (destinati, cioè, a funzioni religiosi o civiche).

In particolare tra le classificazione più efficaci, molto interessante è quella proposta da M. Pagano, il quale suddivide in generale gli edifici in muratura in tre classi costruttive distinte. Questa classificazione ha il pregio di essere particolarmente semplice in quanto legata alla tecnica costruttiva dell'edificio ed alla tipologia degli impalcati realizzati, ma nello stesso tempo consente una classificazione storica dell'opera. In particolare si considera come fattore di classificazione il comportamento strutturale dell'edificio nel suo complesso, sotto l'azione dei soli carichi verticali. In realtà tale classificazione, riletta in chiave sismica appare straordinariamente utile per poter classificare la risposta degli edifici in muratura rispetto a tali azioni orizzontali sismiche. Tale operazione di classificazione sottintesa negli stessi articoli della norma , di per se potrebbe apparire tecnicamente pericolosa, di fatto però consente una immediata caratterizzazione delle criticità strutturali degli edifici esistenti in muratura. Ciò è molto utile nella pratica professionale in quanto

Tra le varie possibili classificazioni delle tipologie murarie, una di quelle maggiormente usate nella pratica accademica e professionale è quella proposta da M. Pagano (1968): tale classificazione, infatti, rappresenta un adeguato compromesso tra la semplicità della suddivisione tra tipologie strutturali differenti e l'efficacia di esprimere, pur tralasciando la trattazione di una rigorosa evoluzione delle tecniche costruttive, una schematica evoluzione storica delle stesse.

Il fattore principale su cui si basa la classificazione in parola è rappresentato dal comportamento globale dell'edificio sotto l'azione dei carichi gravitazionali: in realtà, come spesso osservato dalla letteratura scientifica, essa ben si presta ad essere riletta alla luce del comportamento strutturale sotto gli effetti di azioni orizzontali. Una tale fattispecie di classificazione, inoltre, presenta il pregio di evidenziare le specifiche criticità di ogni singola tipologia strutturale: questo aspetto assume particolare rilievo nella pratica professionale, con particolare riferimento all'attività ricognitiva svolta, a titolo di esempio, nei centri storici a seguito di eventi sismici: in tali casi, infatti, un'adeguata classificazione,

permetterebbe di riassumere una serie di problematiche comuni a determinate tipologie strutturali, fornendo importanti indicatori relativi al comportamento dell'edificio, evidenziandone le principali criticità e consentendo di formulare un primo, speditivo giudizio relativo alla vulnerabilità dello stesso.

La classificazione descritta, in particolare, suddivide gli edifici in muratura in tre classi, le cui principali caratteristiche saranno esposte nei paragrafi successivi.

### **1.3.1 Edifici della prima classe**

Gli edifici della prima classe sono costituiti da strutture interamente in muratura e da orizzontamenti caratterizzati da sistemi voltati. Tralasciando la specifica trattazione delle diverse tipologie di volta che caratterizzano questa fattispecie di edifici, appare utile evidenziare il carattere spingente di tali orizzontamenti. Le pareti verticali si estendono ininterrotte dalle fondazioni alla copertura e presentano le aperture dei vani sormontate da archi, anch'essi spingenti. Le strutture di fondazione seguono l'andamento della scatola muraria caratterizzante la sovrastruttura e presentano un sensibile ringrosso rispetto ad essa al fine di ridurre la pressione sul terreno a valori da questo sopportabili: appare evidente come, a differenza di quanto accade con le moderne strutture in cemento armato a acciaio, non vi è soluzione di continuità tra l'apparato fondale e la sovrastruttura, con l'inevitabile conseguenza di esporre il fabbricato ad una notevole sensibilità ai cedimenti fondali, provocando questi ultimi dei quadri fessurativi estesi lungo l'intera altezza dell'edificio.

La caratteristica identificativa di tale tipologia è indubbiamente rappresentata dalle spinte offerte dalle volte e dagli archi in essa presenti, che condizionano il comportamento della struttura contro le azioni gravitazionali. Se le spinte delle volte e quelle degli archi si bilanciano rispettivamente nei nodi interni e in corrispondenza dei vani interni alla scatola muraria, non accade altrettanto nei nodi esterni (in corrispondenza dei quali le volte esercitano un'azione spingente) e sui vani di estremità (in cui non viene equilibrato l'effetto spingente degli archi). Entrambi i contributi tendono ad aprire la scatola muraria verso l'esterno: solo nel caso in cui le pareti ortogonali siano reciprocamente ammorsate, le stesse possono offrire un contributo resistente a tale cinematismo. Altrettanto scadente è il comportamento di tali edifici nei confronti delle azioni sismiche orizzontali: mancando la presenza di un impalcato sufficientemente rigido da distribuire la forza orizzontale tra i vari elementi resistenti proporzionalmente alla propria rigidità, ogni singola parete sopporta direttamente le azioni indotte dal sisma, ivi compresa l'azione ortogonale al piano

della parete, delineando il possibile ribaltamento della stessa fuori dal piano di maggior inerzia.

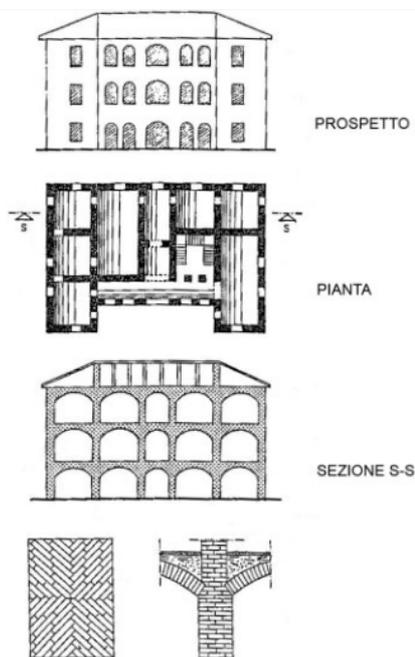
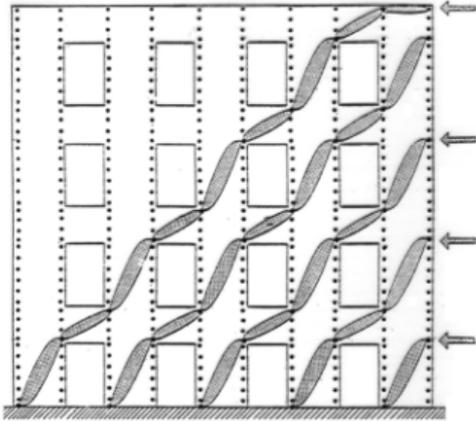


Figura 18 - Edifici della prima classe – Aspetti morfologici generali e particolari– P.Lenza, A. Ghersi, *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica* (2011)



Figura 19 - Edifici della prima classe – Caratteristiche e criticità – M. Pagano, *Teoria degli edifici, Vol.1, Edifici in muratura* (1968)

Il rischio di ribaltamento può essere mitigato dalla possibilità di ricondurre le azioni orizzontali mediante un meccanismo ad arco di scarico contenuto nell'arco del muro. Le azioni trasmesse dall'arco possono essere equilibrate solo in presenza di elementi tenso-resistenti (tiranti metallici) disposti lungo tutte le pareti trasversali e nello spessore delle pareti longitudinali. È possibile riconoscere una minima capacità distributiva all'impalcato, immaginando presenti meccanismi ad arco tirante nel piano del masso che sovrasta le volte, solo se presenti elementi resistenti a trazione (cordoli e catene) che ne consentono l'equilibrio. Con riferimento all'effetto dell'azione sismica nel piano delle pareti, la mancanza di elementi resistenti a trazione non consente la formazione del meccanismo a puntone resistente nelle fasce di piano, con le sollecitazioni trasmesse direttamente ai maschi murari i quali si comportano come un sistema di mensole indipendenti (fasce prive di capacità di accoppiamento).



*Figura 20 - Edifici della prima classe – Sistema di puntoni atto a riportare le forze sismiche in fondazione – P.Lenza, A. Ghersi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)*



*Figura 21 - Edifici della prima classe – Esempio di elevata vulnerabilità sismica dovuta all'assenza di elementi tenso-resistenti orizzontali – P.Lenza, A. Ghersi, Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)*

### 1.3.2 Edifici della seconda classe

Sono caratterizzati da pareti verticali continue in muratura con impalcati costituiti da solai piani isostatici, costituiti da travi semplicemente appoggiate in asole alla muratura. Le piattabande sui vani sono costituite da archi ribassati o da architravi in legno o ferro, spesso appoggiate solo per pochi centimetri sulle spalle dei vani.

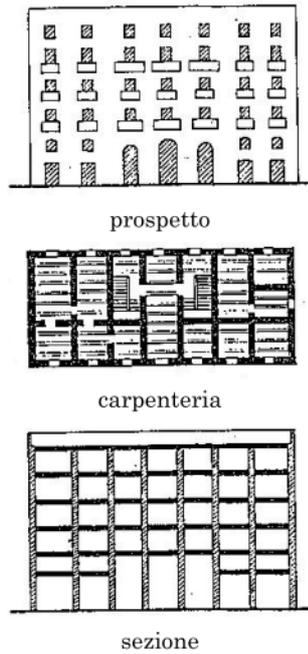


Figura 22 - Possibile edificio della seconda classe - P.Lenza, A. Ghersi, *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica* (2011)

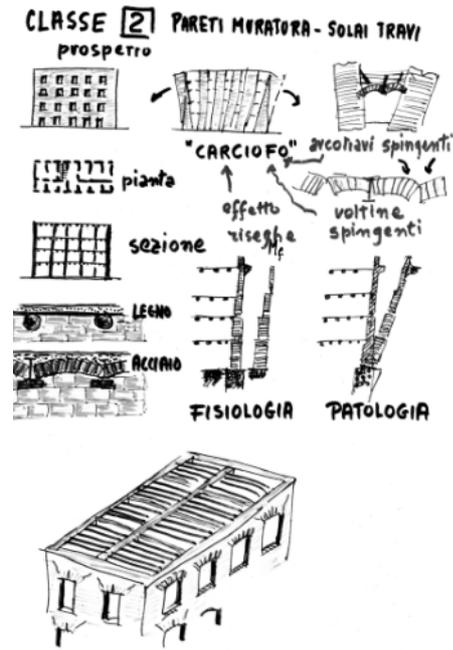


Figura 23 - Edifici della seconda classe - Caratteristiche e criticità - M. Pagano, *Teoria degli edifici, Vol.1, Edifici in muratura* (1968)

Tale tipologia strutturale è caratterizzata, rispetto alla precedente, da spessori murari minori e da un maggior numero di piani, in virtù della presenza dell'impalcato piano, pur rimanendo, in termini di comportamento globale dell'edificio, la problematica dell'apertura della scatola muraria, dovuti ad una concomitanza di cause. In primo luogo, l'eccentricità dei muri perimetrali dovuta alla contemporanea riduzione della sezione resistente al crescere dell'altezza dell'edificio e al mantenimento della verticalità del paramento esterno: tale effetto genera l'insorgere di momenti ribaltanti verso l'esterno dovuti alle eccentricità del peso verticale rispetto ai sottostanti ordini murari. Ulteriori cause di spinta sono costituite dall'effetto arco generato dalle piattabande dei vani in corrispondenza delle pareti esterne (essendo tali spinte equilibrate solo all'interno dell'edificio) e dalle spinte esercitate dalle voltine dei solai caratterizzati da putrelle metalliche, anch'esse sbilanciate lungo il perimetro.

Anche in questo caso, la mancanza di elementi resistenti a trazione, quali cordoli o catene che svolgono una funzione di confinamento della struttura non consente il comportamento scatolare. In tal caso il contenimento del fenomeno è affidato all'integrità delle croci di muro, aventi la funzione di "cucire" le pareti perimetrali, equilibrando le spinte ribaltanti lungo le pareti trasversali. Data l'importanza di tali elementi, sono da considerarsi come ulteriori criticità tutti quei fenomeni che insidiano l'integrità degli stessi: si pensi, a titolo

esemplificativo, all'orditura monodirezionale dei solai, mantenuta senza cambi di direzione tra i vari piani dell'edificio (con conseguente differente accorciamento dei muri e formazione di lesioni di distacco), oppure all'effetto tagliante indotto nelle sezioni di contatto tra le pareti interne e quelle esterne a causa della dilatazione generata dalla presenza degli impianti di riscaldamento nelle pareti interne dell'edificio rispetto alla cortina esterna (fenomeno reso ancor più importante in virtù del minor spessore delle pareti verticali rispetto agli edifici della prima classe).

La vulnerabilità di questi edifici alle azioni sismiche orizzontali (in mancanza di catene diffuse lungo le pareti nelle due direzioni) è legata ai meccanismi di ribaltamento delle pareti fuori dal proprio piano. Infatti le travi in legno o ferro dei solai, pur essendo singolarmente tenso-resistenti, risultano semplicemente appoggiate in asole della muratura e quindi non possono costituire un vincolo al ribaltamento: né per le più recenti travi metalliche, né per le antiche travi in legno, infatti, sussistevano adeguati vincoli allo sfilamento delle stesse (si pensi, ad esempio, all'ancoraggio di travi in legno tramite zanche metalliche annegate in malta di calce aerea).

Il fenomeno del ribaltamento è ancor più evidente in pareti non caricate verticalmente dai solai in quanto manca l'effetto stabilizzante offerto dalle azioni verticali in termini di riduzione delle eccentricità. Come nel caso precedente, l'assenza di elementi resistenti a trazione non consente la formazione del meccanismo a puntone resistente nelle fasce di piano delle pareti, con sollecitazioni trasmesse direttamente ai maschi murari i quali si comportano come un sistema di mensole indipendenti (fasce prive di capacità di accoppiamento).

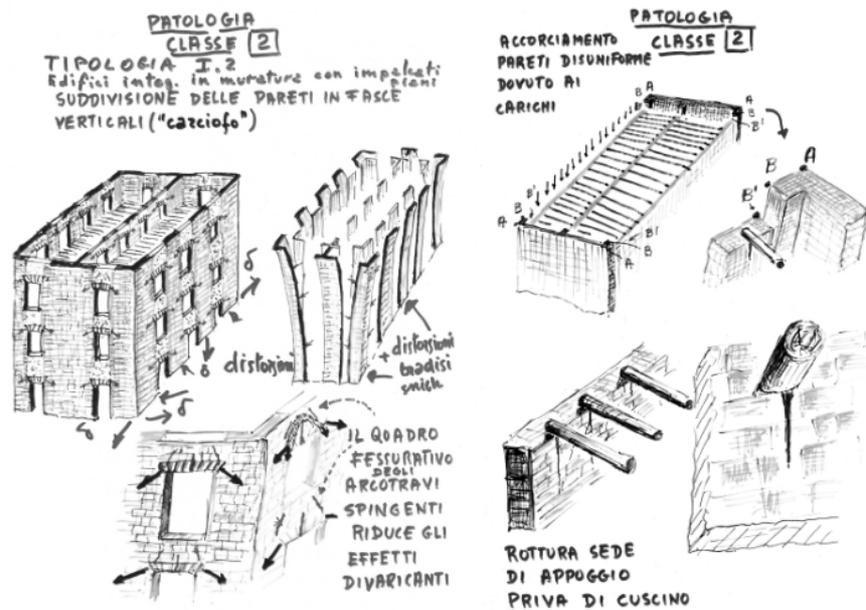


Figura 24 - Edifici della seconda classe – Morfologia generale, particolari e criticità – M. Pagano, *Teoria degli Edifici, Vol.I, Edifici in muratura* (1968)

### 1.3.3 Edifici della terza classe

Con lo sviluppo e la diffusione del cemento armato, i primi decenni del novecento furono caratterizzati, per le strutture murarie, da aspetti innovativi e migliorativi del comportamento globale sia avverso i carichi gravitazionali che quelli sismici.

La realizzazione dei solai in latero-cemento consente di interrompere la continuità muraria verticale, caratterizzando tale interruzione con l'inserimento di cordoli armati disposti lungo il profilo delle pareti. Allo stesso modo, le piattabande disposte sopra i vani vengono realizzate tramite travi in cemento armato efficacemente ammorsate sulle spalle dei vani. In alcuni e, realisticamente, rari casi, al posto delle piattabande viene inserito un ulteriore cordolo continuo in c.a. con la funzione di confinare la fascia di piano tra due elementi tenso-resistenti. Proprio questi due elementi (solai latero-cementizi e architravi), infatti, rappresentano gli aspetti innovativi di questa categoria, che, all'apparenza, risulta morfologicamente identica a quella precedente.

L'edificio così concepito presenta un comportamento strutturale sensibilmente migliore rispetto ai precedenti, venendo meno le principali inefficienze che caratterizzavano questi ultimi. Gli impalcati, collegando efficacemente pareti tra loro ortogonali tramite la propria caratteristica di bidirezionalità, possono essere considerati come vincoli rigidi, impedendo, per simmetria, che i carichi verticali possano produrre spostamenti orizzontali. I cordoli garantiscono l'equilibrio delle spinte orizzontali su percorsi di trazione, e, di conseguenza, le coppie ribaltanti indotte dai carichi verticali per effetto dell'eccentricità producono

effetti minori in quanto agiscono su uno schema di trave continua invece che su uno schema a mensola. Non si generano effetti spingenti in corrispondenza dei vani in quanto le piattabande armate fungono da catene, così come si preserva il distacco tra pareti ortogonali sia grazie alla minore differenza di compressione delle pareti dovuta alla presenza di cordoli sia grazie alla minore importanza rivestita dalle croci di muro, la cui integrità non rappresenta più requisito indispensabile per il corretto comportamento strutturale.

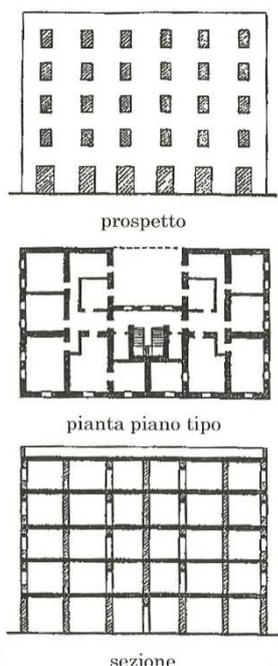


Figura 25 - Possibile edificio della terza classe – P.Lenza, A. Ghersi, *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica* (2011)

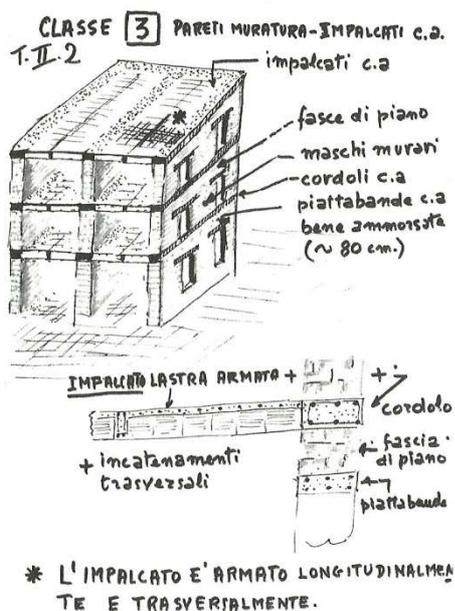


Figura 26 - Edifici della terza classe – Caratteristiche e criticità – M. Pagano, *Teoria degli edifici, Vol. I, Edifici in muratura* (1968)

Nonostante siano indubbi gli effetti benefici di tali innovazioni in termini di comportamento sotto carichi verticali, i principali vantaggi di tale configurazione si concretizzano nella risposta alle azioni sismiche.

Nei confronti delle azioni sismiche orizzontali la struttura presenta notevoli vantaggi. Infatti l'impalcato latero-cementizio, dotato di soletta continua armata, costituisce un diaframma rigido avente sia la funzione di annullare gli effetti di ribaltamento fuori dal piano che di garantire la ripartizione delle azioni sismiche tra le pareti parallele alla direzione del sisma proporzionalmente alla rigidità di ciascuna di esse. Altrettanto efficace è il comportamento della parete per le azioni nel proprio piano di maggior inerzia, grazie alla presenza di cordoli e piattabande che incrementano la capacità di equilibrare le forze orizzontali: infatti, la presenza di elementi orizzontali tenso-resistenti consente

l'attivazione di puntoni in tutti i pannelli, con una più alta resistenza della parete nel proprio piano. Tra l'altro appare opportuno notare come le normative vigenti tendano a prediligere, per le strutture murarie, interventi di consolidamento che possano avvicinare il comportamento strutturale a quello di caratteristico degli edifici di terza classe.

La naturale evoluzione dell'edificio della terza classe è rappresentata dal moderno edificio in cemento armato. L'elemento monodimensionale costituito dal pilastro, infatti, nacque inizialmente inserito in asole della muratura, affidando ad essi solo una parte dei carichi gravitazionali, erigendosi successivamente ad elemento in grado di sopportare autonomamente i carichi verticali. Col tempo, inoltre, i cordoli marcapiano assunsero le caratteristiche proprie delle travi e le murature, da unico elemento resistente iniziale, divennero robuste tamponature volte ad irrigidire l'intero sistema resistente, funzionando come puntoni nei confronti delle forze orizzontali, mutando col tempo le proprie caratteristiche fino alla diffusione delle moderne tamponature leggere, per le quali la normativa non consentì di tener conto della collaborazione degli elementi murari.

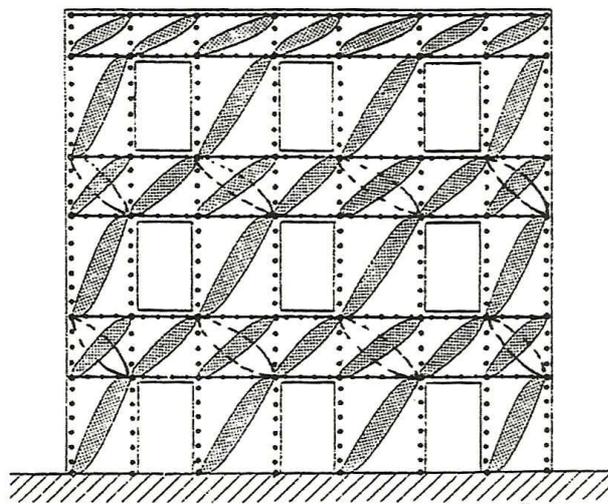


Figura 27 - Edifici della terza classe – Insieme di puntoni creati nella parete grazie alla presenza di cordoli di piano e piattabande ben ammassate– P.Lenza, A. Ghersi, *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica (2011)*

## 1.4 GLI ELEMENTI CHE COSTITUISCONO LA MURATURA

Sulla scorta di quanto affermato nei precedenti paragrafi, si procederà in questo paragrafo all'analisi dei due elementi costituenti la muratura: l'unità naturale (mattoni) o artificiale (pietra) e la malta, a sua volta composta da cemento, calce e sabbia ed eventualmente ulteriori elementi costituenti.

### 1.4.1 Elementi in pietra

Indipendentemente dalla presenza o meno di giunti di malta, gli elementi in pietra utilizzati nelle murature possono essere squadrati o sbozzati. Gli elementi non squadrati, in virtù della forte irregolarità geometrica che li caratterizza, sono utilizzati per lo più per murature a sacco o con elevata presenza di vuoti: ancor più rispetto ad altre tipologie, la resistenza di tali elementi è fortemente condizionata, oltre che dalla resistenza intrinseca delle pietre, anche dalla forma e dalle dimensioni degli elementi, dal grado di incastro, dall'eventuale lavorazione cui sono state soggette, dalla loro disposizione (ovvero dalla "tessitura" della muratura), e dalla resistenza della malta. Quest'ultima, tuttavia, svolge un ruolo secondario dal momento che, non circondando interamente la pietra, rende carente o mancante il collegamento trasversale tra gli elementi.

Le pietre utilizzate nell'edilizia devono essere non friabili né sfaldabili, resistenti al gelo per murature esposte agli agenti atmosferici e non devono contenere in misura sensibile sostanze solubili o residui organici; inoltre, esse devono presentarsi libere da cappellaccio e da eventuali altre parti alterate.

Proprio in virtù della molteplicità di aspetti che ne condizionano le caratteristiche, anche per medesime tipologie di pietra, la loro caratterizzazione fisico-meccanica può variare entro limiti abbastanza ampi. Valori indicativi della resistenza variano da 0.3 a  $10 \div 15 \text{ N/mm}^2$  per rocce tenere (tufi), da 4 a  $200 \text{ N/mm}^2$  per rocce semidure (arenarie, calcari, travertini), da 40 a  $500 \text{ N/mm}^2$  per rocce dure (dolomie, porfidi, serpentini, graniti, marmi).

### 1.4.2 Elementi in mattone

L'unità artificiale della muratura è costituita dal mattone: esso presenta una forma più regolare e dimensioni minori rispetto agli elementi naturali, può essere in laterizio

(normale o alleggerito in pasta), e si ottiene mediante l'indurimento per cottura ad alta temperatura di paste di argilla modellate.

Le tipologie di mattoni attualmente presenti in commercio variano in funzione delle dimensioni (mattoni unificati, locali, bimattoni, blocchi), del grado di foratura (pieni e forati con percentuali diverse di foratura verticale e orizzontale) e del materiale utilizzato.

Pur essendo le caratteristiche meccaniche di tali elementi meno condizionate dai molteplici fattori che influenzano le performance degli elementi naturali, la presenza di difetti e la formazione di micro-fessure legate ad un eccessivo ritiro durante il processo di cottura può penalizzare le sue proprietà meccaniche: un processo produttivo regolare, unitamente al contenimento delle tolleranze dimensionali, incidendo sull'esecuzione dell'opera muraria (verticalità, planarità dei letti di malta, regolarità strutturale), ne influenzano fortemente il comportamento globale. In termini statici, le prestazioni sono fortemente dipendenti dal grado e dalla tipologia di foratura dell'elemento: a titolo esemplificativo, elementi con fori orizzontali presentano, rispetto a quelli forati verticalmente, sezioni resistenti (e, in definitiva, resistenze) nettamente inferiori nei confronti dei carichi verticali; analogamente, elementi forati verticalmente forniscono minore resistenza rispetto a quella esplicita da elementi pieni. Il D.M. 14/01/2008, recante "Norme Tecniche per le Costruzioni" definisce la percentuale di foratura come

$$\varphi = \frac{100 \cdot F}{A}$$

in cui:

- $F$  è l'area complessiva dei fori passanti e profondi non passanti
- $A$  è l'area lorda della faccia dell'elemento

La classificazione delle diverse tipologie di mattone in relazione al grado di foratura è fornita dalla tabella seguente:

Elementi	Percentuale di foratura $\varphi$	Area $f$ della sezione normale del foro
Pieni	$\varphi \leq 15\%$	$f \leq 9 \text{ cm}^2$
Semipieni	$15\% < \varphi \leq 45\%$	$f \leq 12 \text{ cm}^2$
Forati	$45\% < \varphi \leq 55\%$	$f \leq 15 \text{ cm}^2$

Altro fattore che può influenzare il comportamento globale della struttura è la velocità di assorbimento dell'acqua dell'elemento: tale dato, infatti, riveste notevole importanza ai fini della determinazione della quantità che verrà assorbita dal mattone al momento della posa sul letto di malta. Se da un lato un assorbimento limitato comporterebbe maggiori difficoltà

nella posa in opera degli elementi, infatti, dall'altro un assorbimento eccessivo determinerebbe la rimozione di un quantitativo d'acqua eccessivo, potendo impedire la completa idratazione della malta.

Il laterizio come materiale può avere una resistenza a compressione anche molto elevata, raggiungendo valori fino a  $130 \text{ N/mm}^2$ ; realisticamente i mattoni e i blocchi, specie in presenza di forature, presentano resistenze decisamente minori.

La resistenza  $f_b$  viene in genere riferita all'area lorda dell'elemento (cioè l'area racchiusa dal perimetro), e misurata normalmente al piano di posa: tuttavia, specialmente nel caso di blocchi portanti con forature, è di interesse anche la resistenza misurata parallelamente al piano di posa, ovvero perpendicolarmente ai fori. Valori correnti delle resistenze caratteristiche per elementi portanti in laterizio possono variare da  $2-3 \text{ N/mm}^2$  per blocchi in laterizio alleggerito con percentuale di foratura prossima al 50-55%, fino a  $30-50 \text{ N/mm}^2$  per blocchi semipieni .

Le unità artificiali, oltre che in laterizio, possono essere in calcestruzzo, normale (prodotto con una miscela di aggregati selezionati, cemento ed altri materiali in una forma rigida sotto pressione o vibrazione), alleggerito (prodotto miscelando cemento con un aggregato principale a bassa densità, come scisto argilloso espanso o argilla espansa, formati sempre sotto pressione o vibrazione) o areato autoclavato (prodotto miscelando aggregato fine siliceo, cemento, calce e un appropriato agente aerante, appositamente trattato con processo in autoclave). I blocchi in calcestruzzo possono essere utilizzati sia per la muratura non armata che per quella armata (presentando, in alcuni casi fori di dimensioni tali da consentire l'inserimento di rinforzi o cordolature in cemento armato). Le resistenze dei blocchi in calcestruzzo possono variare da  $2-3 \text{ N/mm}^2$  nel caso di calcestruzzo leggero, fino a circa  $20-30 \text{ N/mm}^2$ .

### 1.4.3 Malta

In generale la malta, con cui si realizza l'assemblaggio dell'elemento murario, è una miscela costituita, in proporzioni opportune, da un legante unito a sabbia e acqua che crea un impasto fresco, avente consistenza adatta all'uso, che ha la capacità di indurire nel tempo a seconda della sostanza agglomerante usata nella sua preparazione. La malta, oltre ad una funzione di collegamento, ha anche il compito di distribuire le tensioni tra i blocchi: per questo motivo, la perfetta aderenza malta-unità risulta essere un requisito fondamentale per il comportamento monolitico della muratura.

Il comportamento della malta è inevitabilmente generato, oltre che dalla preparazione della miscela, dalle caratteristiche dei suoi singoli componenti. Tra questi, la sabbia ha il compito di facilitare il passaggio dell'anidride carbonica (necessaria per una buona presa) all'interno della malta stessa, di impedire il ritiro volumetrico con conseguente formazione di screpolature e, non ultimo, di aumentare il volume dell'impasto diminuendo i costi della malta; i leganti sono quei materiali che, per trasformazione fisica e reazione chimica, portano all'unione delle particelle altrimenti incoerenti, rendendole solidali e compatte e conferendo stabilità alle strutture; l'acqua favorisce le reazioni chimiche e conferisce una migliore lavorabilità alla malta; gli eventuali additivi chimici hanno la funzione di modificare taluni aspetti delle malte in funzione delle specifiche esigenze (quali, ad esempio, garantire migliore lavorabilità, minimizzare l'assorbimento d'acqua di impasto da parte di altri elementi, ritardare la presa o impermeabilizzare).

Per ciò che riguarda i leganti, le malte storiche utilizzavano la calce aerea, mentre quelle moderne affiancano ad essa il cemento Portland: esso è ottenuto cuocendo una miscela di calcari, argille e altri minerali a 1400 °C , generando come prodotto della cottura il cosiddetto clinker , che, a sua volta, finemente macinato, fornisce un prodotto con tipiche caratteristiche idrauliche.

Per le malte, la normativa vigente prevede, in sintesi, le seguenti prescrizioni:

- L'acqua utilizzata per gli impasti deve essere limpida, priva di sostanze organiche o grassi, non deve essere aggressiva né contenere solfati o cloruri in percentuale dannosa;
- La sabbia da impiegare per il confezionamento delle malte deve essere priva di sostanze organiche, terrose o argillose.

L'impiego di malte premiscelate pronte all'uso è consentito nella misura in cui ogni fornitura sia certificata dal fornitore con indicazione del gruppo della malta, del tipo e della quantità dei leganti e degli eventuali additivi.

Le tipologie di malta e la loro composizione sono indicate nella tabella seguente:

Classe	Tipo di malta	Composizione				
		Cemento	Calce aerea	Calce idraulica	Sabbia	Pozzolana
M 2,5	Idraulica	--	--	1	3	--
M 2,5	Pozzolonica	--	1	--	--	3
M 2,5	Bastarda	1	--	2	9	--
M 5	Bastarda	1	--	1	5	--
M 8	Cementizia	2	--	1	8	--
M 12	Cementizia	1	--	--	3	--

Le prestazioni meccaniche di una malta sono definite mediante la sua resistenza media a compressione  $f_m$  . La categoria di una malta è definita da una sigla costituita dalla lettera

M seguita da un numero che indica la resistenza  $f_m$  espressa in  $N/mm^2$ . Non è ammesso l'impiego di malte con resistenza  $f_m < 2.5 N/mm^2$ . Le modalità per la determinazione della resistenza a compressione delle malte sono riportate nella norma UNI EN 1015-11:2007).

Si riportano nella tabella seguente le classi di malte a prestazione garantita:

Classe	M 2,5	M 5	M 10	M 15	M 20	M d
Resistenza a compressione $N/mm^2$	2,5	5	10	15	20	d
d è una resistenza a compressione maggiore di $25 N/mm^2$ dichiarata dal produttore						

Malte di diverse proporzioni nella composizione, preventivamente sperimentate con le modalità riportate nella norma UNI EN 1015-11:2007, possono essere ritenute equivalenti a quelle indicate qualora la loro resistenza media a compressione non risulti inferiore a quanto previsto nella precedente tabella.

## 1.5 CARATTERISTICHE MECCANICHE DELLA MURATURA

Sebbene la struttura del materiale muratura sia abbastanza semplice, poiché composta essenzialmente da due soli componenti, la determinazione delle caratteristiche meccaniche risulta invece alquanto complessa: se la caratterizzazione dei diversi materiali, infatti, è funzione della direzione di sollecitazione e delle modalità di prova, la risposta complessiva del composito dipende, tra l'altro, anche dalla tessitura della muratura, e quindi dalle modalità di accoppiamento tra i blocchi di laterizio o di pietra e la malta.

La natura stessa del materiale conferisce alla muratura un carattere di forte *disomogeneità*: essa è sostanzialmente dovuta al fatto che i componenti che la costituiscono (elementi in pietra o mattone e malta) possono avere caratteristiche meccaniche molto diverse tra loro; come specificatamente dettagliato nei successivi capitoli relativi alla scala di modellazione delle strutture murarie, inoltre, un ruolo fondamentale è assunto dall'interfaccia tra i componenti: essa, per particolari fenomeni chimico-fisici, tende a sviluppare un comportamento meccanico non necessariamente riconducibile a quello dei singoli elementi. Pertanto, la conoscenza delle caratteristiche meccaniche dei materiali costituenti la muratura non risulta sufficiente per poter prevedere in modo affidabile il comportamento meccanico dell'insieme.

Altra caratteristica fondamentale che caratterizza tale materiale è l'*anisotropia*, legata alla direzionalità intrinseca alla natura stessa della muratura e dovuta a forme e posizioni degli elementi resistenti oltre che al modo con cui gli stessi vengono disposti; altrettanto importante per l'anisotropia del materiale è la presenza di fori e la loro direzione: la maggior parte delle murature moderne, sotto quest'aspetto, presentano elementi regolari disposti per corsi orizzontali, con giunti di malta continui lungo la direzione orizzontale ma sfalsati in quella verticale in modo da garantire maggiore stabilità alla struttura muraria.

Dal momento che sia gli elementi che la malta presentano comportamento asimmetrico, anche il materiale muratura nel suo complesso presenta un comportamento di *asimmetria* nei riguardi della trazione e della compressione: anche in questo caso l'interfaccia, spesso caratterizzata da una resistenza a trazione minore rispetto a quella dei suoi componenti (oltre che da un'aleatorietà decisamente più alta), riveste un ruolo fondamentale nella determinazione delle proprietà del materiale. Per queste principali ragioni, la muratura viene spesso modellata frequentemente come materiale "no tension", cioè non resistente a trazione.

Risultato di alcune delle caratteristiche precedentemente elencate è, infine, la non linearità del legame sforzi deformazioni che caratterizza spiccatamente il comportamento della muratura sia in compressione che in trazione che in stati di sollecitazione composti.

Da un punto di vista di applicazioni ingegneristiche, non è sempre possibile, né necessario tenere in conto tutte le caratteristiche sopra elencate: per molti scopi, infatti, la muratura viene idealizzata come un continuo omogeneo equivalente caratterizzato dalle caratteristiche meccaniche macroscopiche: in ogni caso, la profonda conoscenza sia delle caratteristiche precedentemente individuate che i meccanismi che regolano l'interazione meccanica malta-elementi, attraverso l'interfaccia, è fondamentale per assegnare il giusto peso alle differenze tra grandezze locali e grandezze macroscopiche e, per riflesso, interpretare correttamente il comportamento meccanico delle strutture murarie.

Sottoponendo una muratura di laterizio ad una prova monoassiale di trazione-compressione, si nota immediatamente come entrambi i materiali presentino una resistenza a compressione molto più elevata rispetto a quella a trazione; rispetto alla malta, inoltre, il laterizio presenta sia modulo elastico che tensioni di rottura decisamente maggiori, presentando tuttavia un comportamento molto più fragile, non in grado di esplicitare grandi deformazioni in fase post-elastica. Tale attitudine, invece, è caratteristica delle malte, in modo tanto più accentuato quanto più bassa è la resistenza a compressione.

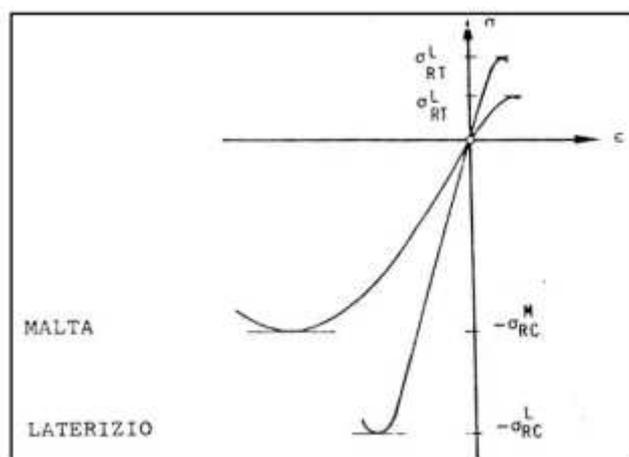


Figura 28 - Comportamento della malta e del laterizio alla prova monoassiale di trazione-compressione

### *Resistenza a compressione*

La statica delle costruzioni in muratura si fonda sul buon comportamento a compressione della muratura, questo spiega il motivo per cui la maggior parte delle prove effettuate sulla muratura siano a compressione.

È stato osservato (Henry, Tassios) che in generale il comportamento a compressione è determinato, in diversa misura, dai seguenti fattori:

- Resistenza, caratteristiche deformative e geometria degli elementi resistenti e della malta;
- Spessore dei giunti;
- Capacità di assorbimento dell'acqua da parte dei mattoni;
- Capacità di ritenzione dell'acqua da parte della malta;
- Geometria secondo cui vengono disposti gli elementi.

Allo stato attuale delle conoscenze non sembra ancora possibile individuare univocamente una teoria consolidata e scevra da incertezze che consenta di dedurre la resistenza della muratura di mattoni dalla resistenza dei singoli componenti. Vi sono tuttavia teorie più recenti che derivano da un approccio che considera la risposta non lineare dei diversi componenti.

Un primo approccio si basa sull'**analisi elastica**. Si supponga, in tal caso, di sottoporre un prisma di muratura ad una prova di compressione semplice, normale ai letti di malta. Si definiscono una tensione media  $\sigma = N/A$  riferita all'area lorda del provino ed una deformazione media  $\varepsilon = \Delta h/h_0$  riferita all'accorciamento del provino  $\Delta h$  in direzione parallela al carico. Su una lunghezza di riferimento (indicata con  $h_0$ ), si ottiene una curva sforzo-deformazione intermedia rispetto alle curve ottenibili da prove di compressione eseguite sulla singola malta e sul singolo blocco.

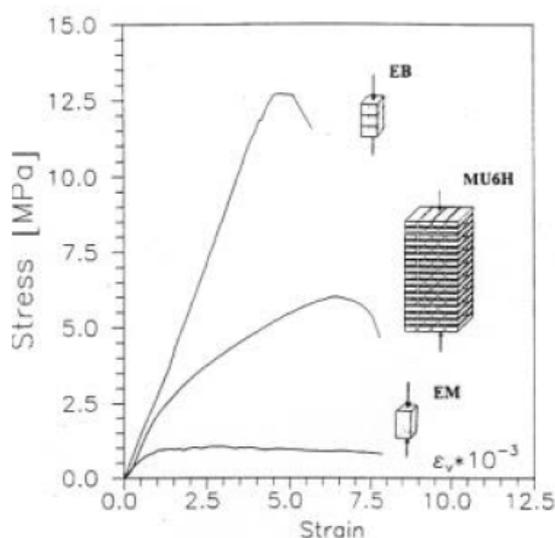


Figura 29 - Risposta tensione-deformazione di laterizio (EB), muratura (MU6H e malta (EM) - Binda et al, 1994

La malta presenta un modulo elastico minore rispetto al blocco e la sua deformazione in direzione dei carichi è maggiore rispetto ad esso: conseguentemente, la malta tende a espandersi anche lateralmente in misura maggiore che non il laterizio.

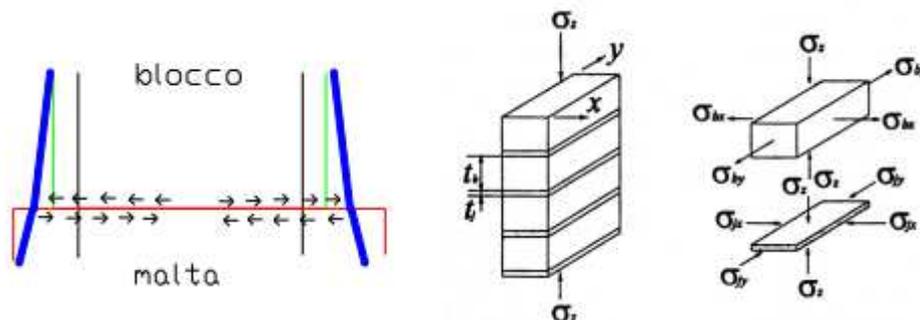


Figura 30 - Comportamento all'interfaccia malta-blocco

Per la congruenza delle deformazioni all'interfaccia, nel laterizio nascono tensioni di trazione nelle direzioni trasversali mentre la malta risulta soggetta ad uno stato di compressione triassiale: la presenza di tale stato di tensione nel laterizio spiega come nella muratura soggetta a compressione uniforme la crisi si manifesti generalmente con lo sviluppo di fessure da trazione parallele all'asse di carico per valori dei carichi inferiori alla resistenza a compressione monoassiale del laterizio (infatti, le tensioni principali di trazione risultano avere valori maggiori che non nella prova sul singolo mattone).

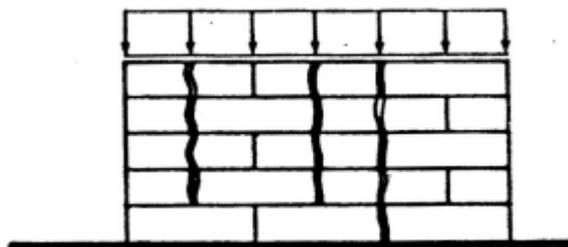


Figura 31 - Fessurazione da trazione parallela all'asse di carico

Il confinamento triassiale della malta, inoltre, giustifica il fatto che la muratura possa resistere a sforzi di compressione maggiori della resistenza a compressione monoassiale della malta stessa.

Dalle suindicate considerazioni è possibile esprimere una formulazione elastica del problema. Si supponga di avere a riferimento un prisma di mattoni e malta, soggetto ad una tensione di compressione  $\sigma_z > 0$  in direzione  $z$ , e si ipotizzi che i mattoni e la malta abbiano comportamenti elastici, lineari e isotropi: in tal caso, l'applicazione della legge di Hooke generalizzata permette di esprimere le deformazioni trasversali  $\epsilon_{bx}$  e  $\epsilon_{by}$  del mattone in direzione  $x$  e  $y$ , e le analoghe  $\epsilon_{mx}$  e  $\epsilon_{my}$  del giunto di malta come:

$$\varepsilon_{bx} = \frac{1}{E_b} \cdot [\sigma_{bx} + \nu_b(\sigma_z - \sigma_{by})]$$

$$\varepsilon_{by} = \frac{1}{E_b} \cdot [\sigma_{by} + \nu_b(\sigma_z - \sigma_{bx})]$$

$$\varepsilon_{mx} = \frac{1}{E_m} \cdot [-\sigma_{mx} + \nu_m(\sigma_z - \sigma_{by})]$$

$$\varepsilon_{my} = \frac{1}{E_m} \cdot [-\sigma_{my} + \nu_m(\sigma_z - \sigma_{bx})]$$

dove  $E_b$  e  $E_m$  sono i moduli di Young del mattone e della malta;  $\nu_b$  ed  $\nu_m$  sono i rispettivi coefficienti di Poisson; le tensioni normali  $\sigma_{bx}$  e  $\sigma_{by}$  del mattone sono di trazione; le tensioni normali  $\sigma_{mx}$  e  $\sigma_{my}$  del giunto di malta sono di compressione.

Per la congruenza risulta:

$$\varepsilon_{bx} = \varepsilon_{mx}$$

$$\varepsilon_{by} = \varepsilon_{my}$$

Inoltre, per l'equilibrio, la risultante degli sforzi di compressione laterali nei giunti di malta deve essere uguale alla risultante degli sforzi di trazione laterale nel mattone, da cui, nelle due direzioni  $x$  e  $y$ :

$$\sigma_{bx} = \alpha \cdot \sigma_{mx}$$

$$\sigma_{by} = \alpha \cdot \sigma_{my}$$

dove  $\alpha = t_m/t_b$  è il rapporto (adimensionale) tra l'altezza del giunto di malta e quella del mattone.

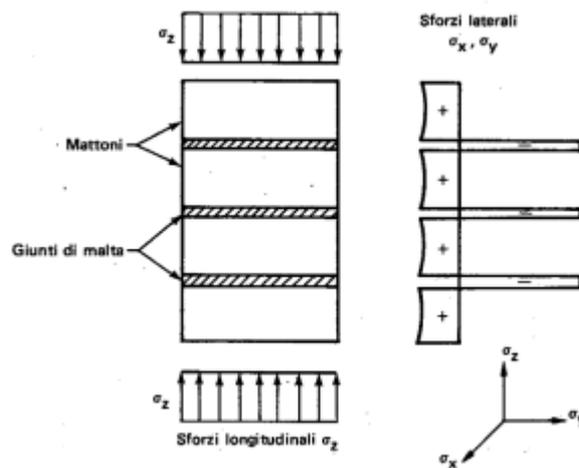


Figura 32 - Sforzi longitudinali e laterali

Dalla combinazione tra le equazioni di elasticità, di congruenza e di equilibrio, si rinviene alla relazione che lega gli sforzi trasversali di trazione allo sforzo di compressione lungo z:

$$\sigma_{bx} = \sigma_{by} = \frac{\alpha \cdot \nu_b (\nu_m - \beta \cdot \nu_b)}{1 + \alpha\beta - (\nu_m + \beta \cdot \nu_b)} \cdot \sigma_z$$

in cui si è indicato con  $\beta = E_m/E_b$   $\beta$  è il rapporto (adimensionale) tra il modulo di Young del giunto di malta e quello del mattone.

Sotto l'ipotesi di condizioni triassiali di sforzo per il mattone e supponendo la coincidenza tra crisi del mattone e della muratura, si ha la possibilità di individuare un'ulteriore formulazione della resistenza della muratura. Si immagini che il dominio di resistenza del mattone sia regolato da una relazione lineare fra le tensioni di trazione nel mattone  $\sigma_t = \sigma_{bx} = \sigma_{by}$  e la tensione di compressione  $\sigma_z$ , di equazione:

$$\frac{\sigma_z}{f_{bc}} + \frac{\sigma_t}{\lambda f_{bc}} = 1$$

in cui  $\lambda = \frac{f_{bt}}{f_{bc}}$ , essendo  $f_{bc}$  e  $f_{bt}$  rispettivamente, la resistenza a compressione ed a trazione del mattone.

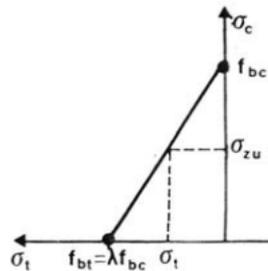


Figura 33 - Dominio di resistenza lineare

Sostituendo, si trova la seguente espressione per la resistenza a compressione della muratura:

$$f_u = \frac{1}{1 + \frac{\alpha \cdot (\nu_m - \beta \cdot \nu_b)}{\lambda [1 + \alpha\beta - (\nu_m + \beta \cdot \nu_b)]}} \cdot f_{bc}$$

Questa formulazione presenta una serie di limitazioni che non ne permettono l'uso diretto nelle applicazioni: in particolare, basandosi sull'ipotesi di comportamento lineare elastico dei materiali fino a rottura, essa risulta poco accettabile soprattutto qualora la malta non presenti buone caratteristiche; inoltre, tale formulazione presuppone una conoscenza quantitativa delle costanti elastiche dei materiali: le metodologie per una misura sperimentale diretta di tali grandezze, tuttavia, presentano notevoli difficoltà e sono a

tutt'oggi oggetto di verifiche e calibrazioni; l'alternativa alla misura diretta è l'uso di formule empiriche, i cui risultati solitamente sono soggetti a forte incertezza.

In ogni caso rimane l'importanza del significato concettuale dell'approccio previsto, dal quale emerge chiaramente una rottura per compressione come risultato di uno stato di coazione fra i materiali costituenti il prisma.

È stato oltremodo verificato, mediante evidenze sperimentali, che l'influenza dello spessore del giunto di malta sulla resistenza a compressione del prisma di muratura sia ben descritta da tale espressione: infatti, supponendo di mantenere costanti gli altri parametri meccanici e geometrici, quest'ultima diminuisce rapidamente all'aumentare dello spessore del giunto.

Pur essendo il modello elasto-fragile adatto a descrivere il comportamento del laterizio, esso non appare altrettanto idoneo all'assolvimento dello scopo per una malta sottoposta ad uno stato triassiale di compressione: di conseguenza, gli sforzi del mondo scientifico sono stati tesi a sviluppare modelli meccanici in grado di superare tale ipotesi semplificativa. Sulla scia di queste considerazioni, sono stati proposti (Hilsdorf et al, 1969 e Hendry, 1986) approcci alternativi alla valutazione della resistenza della muratura di mattoni basati sull'**analisi limite**.

In particolare, introducendo un coefficiente di disuniformità  $U > 1$  (definito come rapporto tra il massimo sforzo normale di compressione  $\sigma_z$  osservato e lo sforzo medio  $\sigma_{zm} = N/A$ ), si è notato che esso varia con il livello dello sforzo normale di compressione e con la resistenza della malta.

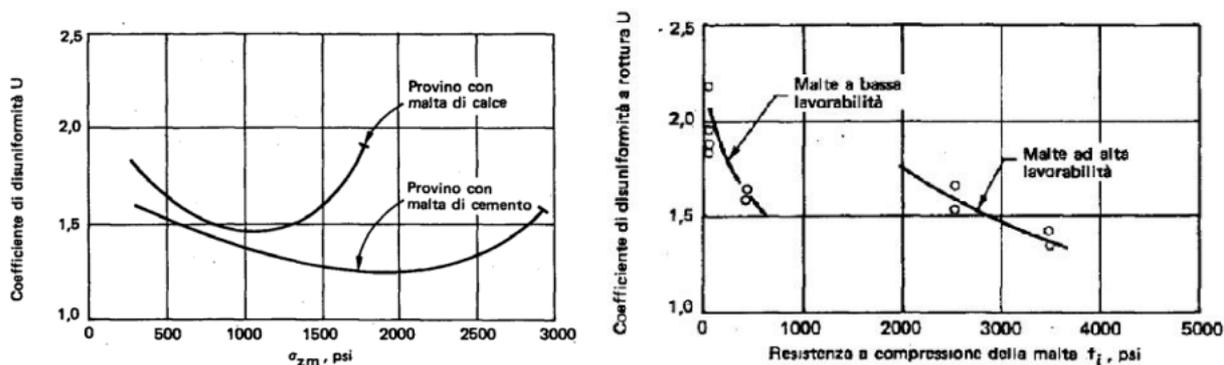


Figura 34 - Dipendenza dallo sforzo medio di compressione e dal tipo di malta

La dipendenza dalla lavorabilità della malta, tuttavia, anche se rilevante, non è quantificabile. La prima variazione introdotta, pertanto, è quella di addebitare alle concentrazioni di sforzo la causa principale della rottura dei mattoni: per cui questa avrà luogo quando lo sforzo "efficace"  $\sigma_z = U \cdot \sigma_{z,m}$  supererà la resistenza a compressione del

mattono. Un'ulteriore differenza apportata è l'ipotesi che la rottura della muratura avvenga quando alla crisi dei mattoni, soggetti a compressione-trazione, si accompagna la contestuale crisi della malta, soggetta a compressione triassiale.

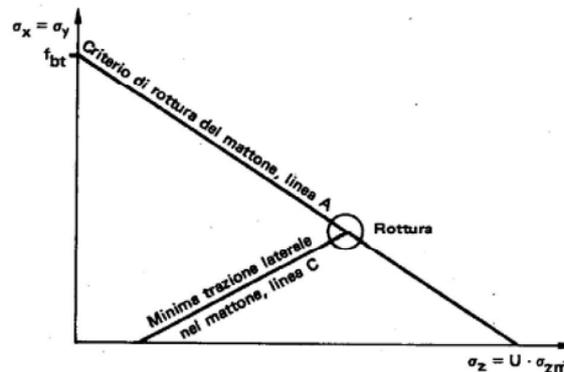


Figura 35 - Criterio di rottura

Le equazioni che governano le due linee sono, ordinatamente:

$$\frac{\sigma_z}{f_{bc}} + \frac{\sigma_t}{\lambda f_{bc}} = 1$$

da cui deriva

$$\begin{aligned} \sigma_t &= \lambda \cdot (f_{bc} - \sigma_z) \\ \sigma_z &= f_m + 4.1 \cdot \sigma_{mx} \end{aligned}$$

Imponendo l'equilibrio tra la risultante degli sforzi laterali di trazione  $\sigma_t$  agenti sul mattone di altezza  $t_b$  e la risultante degli sforzi laterali di compressione  $\sigma_{mx} = \sigma_{my}$  sul giunto di malta di spessore  $t_m$ , si ha:

$$\sigma_t \cdot t_b = \sigma_{mx} \cdot t_m$$

da cui deriva

$$\sigma_{mx} = \sigma_t \cdot t_b / t_m = \sigma_t \cdot 1/\alpha$$

Sostituendo, si trova la tensione verticale  $\sigma_z$  in condizioni di rottura:

$$\sigma_z = f_m + \frac{4.1}{\alpha} \cdot \sigma_t = f_m + \frac{\lambda}{\alpha'} \cdot (f_{bc} - \sigma_z)$$

da cui deriva

$$\sigma_z = f_m + \frac{\alpha' \cdot f_m + \lambda \cdot f_{bc}}{\alpha' + \lambda}$$

in cui  $\alpha' = \frac{\alpha}{4.1} = \left(\frac{t_m}{t_b}\right)/4.1$

La resistenza della muratura si ricava dividendo tensione verticale  $\sigma_z$  per il coefficiente di disuniformità:

$$f_u = \frac{1}{U} \cdot \frac{\alpha' \cdot f_m + \lambda \cdot f_{bc}}{\alpha' - \lambda} = \frac{f_{bc}}{U} \cdot \frac{\alpha' \cdot f_m + f_{bt}}{\alpha' \cdot f_{bc} + f_{bt}}$$

Esistono, tuttavia, incertezze dovute principalmente al fatto che la resistenza del giunto di malta è diversa dalla resistenza cubica dello stesso materiale: secondo Hilsdorf, infatti, il coefficiente  $U$  è funzione della posa in opera, del tipo di malta e della sua resistenza, del tipo di mattoni e della relativa distribuzione dei fori, nonché del reticolo murario.

Approccio basato su campagne di prove sperimentali

I successivi lavori sperimentali e teorici di Khoo e Hendry consentirono di determinare domini di rottura del mattone di laterizio e della malta meno approssimati, ed in particolare:

- per la malta:

$$f_u = \frac{\sigma_1}{f_m^c} = 1 + 2.91 \cdot \left( \frac{\sigma_2}{f_m^c} \right)^{0.805}$$

- per i mattoni:

$$\frac{f_b^{c-t}}{f_b^c} = 1 - \left( \frac{f_b^{t-c}}{f_b^t} \right)^{0.546}$$

Dove  $\sigma_1$  e  $\sigma_2$  rappresentano rispettivamente la massima e la minima tensione principale;  $f_m^c$  rappresenta la resistenza monoassiale in compressione della malta;  $f_b^c$  e  $f_b^t$  rappresentano rispettivamente le resistenze a compressione e trazione monoassiale del laterizio;  $f_b^{c-t}$  e  $f_b^{t-c}$  rappresentano le coordinate del punto limite in condizioni di compressione-trazione per il laterizio.

Sviluppando in serie le relazioni sopra descritte e combinandole, si ottiene che la resistenza del prisma di muratura è fornita dalla soluzione della seguente equazione di terzo grado:

$$\begin{aligned} 0.997\sigma_t + 0.162 \cdot \alpha \cdot \sigma_c - \left[ 2.026 \frac{\sigma_t}{\sigma_c} + 0.113 \cdot \alpha \right] \cdot f_M \\ + \left[ 1.278\sigma_t \left( \frac{1}{\sigma_c} \right)^2 - 0.053 \cdot \alpha \left( \frac{1}{\sigma_c} \right) \right] \cdot f_M^2 \\ - \left[ 0.249\sigma_t \left( \frac{1}{\sigma_c} \right)^3 - 0.002 \cdot \alpha \left( \frac{1}{\sigma_c} \right)^2 \right] \cdot f_M^3 = 0 \end{aligned}$$

L'approssimazione dei dati sperimentali forniti dell'equazione di terzo grado è soddisfacente, come si può osservare nella figura sottostante.

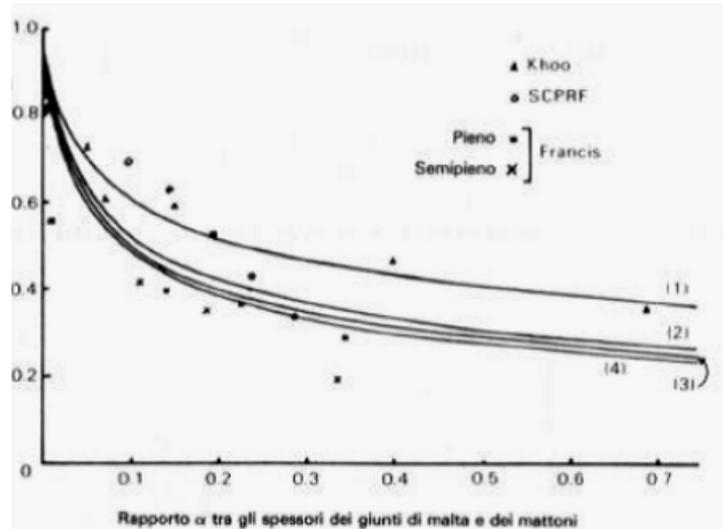


Figura 36 - Rapporto tra la resistenza a compressione di prismi di muratura e di mattoni

Parallelamente è stata sviluppata un'ampia campagna di prove sperimentali su prismi di muratura in diversi paesi, principalmente in Svizzera, negli Stati Uniti, in Germania, Belgio, Australia e Jugoslavia, dalla quale è emerso che la resistenza a compressione del prisma di muratura può essere anche valutata da una formula di interpolazione dei risultati sperimentali, la più affidabile delle quali è dovuta a Grimm (Hendry, 1986):

$$f_M = 9.9837 \times 10^{-11} \zeta \cdot \eta \cdot f_{bm}^c \cdot \frac{f_c^2 + 6.6441 \times 10^4}{1 + \varepsilon}$$

in cui:

- $f_M$  rappresenta la resistenza media del prisma di muratura (in MPa);
- $f_{bm}^c$  rappresenta la resistenza media del mattone (in MPa), comunque non superiore a 84.4 MPa;
- $f_c$  rappresenta la resistenza cubica a compressione della malta (in MPa);
- $\zeta$  è il fattore di snellezza della muratura, definito dalla relazione:

$$\zeta = 0.0178 \zeta \cdot \left[ 57.3 - \left( \frac{h}{t} - 6 \right)^2 \right] \text{ con } 2 < \frac{h}{t} < 6$$

essendo  $h$  e  $t$  rispettivamente l'altezza e la dimensione di base del prisma di muratura sottoposto a verifica sperimentale;  $\eta$  è il fattore dei materiali, definito dalla relazione:

$$\eta = 0.0048 \cdot \left[ 273 - \left( \frac{h_b}{t_m} - 14 \right)^2 \right] \text{ con } 10 < \frac{h_b}{t_m} < 25$$

essendo  $h_b$  e  $t_m$  rispettivamente l'altezza del mattone e lo spessore del giunto di malta;  $\varepsilon$  è il fattore di esecuzione, che è pari a:

$$\varepsilon = 8 \times 10^{-5} \cdot (84.4 - f_{bm}^c)$$

La resistenza a compressione dei prismi di muratura valutata teoricamente, e per interpolazione di dati sperimentali, consentono di determinare con buona precisione la resistenza dei prismi di muratura. La resistenza di calcolo di cui tenere conto nell'analisi di una struttura muraria risulta essere inferiore del 10% rispetto alla resistenza del singolo prisma.

#### Comportamento deformativo a compressione

Il comportamento deformativo di un prisma di muratura sottoposto a compressione semplice ha un andamento non lineare che nel tratto ascendente può essere approssimato in modo abbastanza soddisfacente con una relazione  $\sigma - \varepsilon$  di tipo parabolico:

$$\sigma = f_u \cdot \left[ 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \right)^2 \right]$$

Prove sperimentali eseguite su campioni di muratura mostrano come tale formulazione possa valere anche per una porzione del ramo decrescente della curva.

Di seguito viene riportato in figura un tipico diagramma  $\sigma - \varepsilon$  per la muratura:

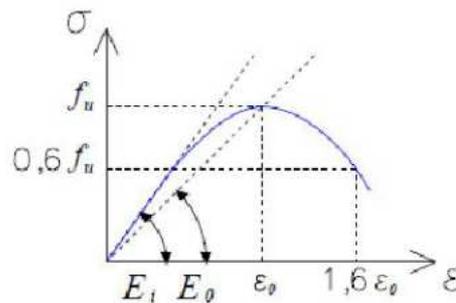


Figura 37 - Diagramma sforzo deformazione applicabile alla muratura

Il valore  $f_u$  rappresenta la massima resistenza a compressione del provino di muratura;  $\varepsilon_0$  la deformazione del provino alla massima compressione, con valore di  $0,25 \div 0,35\%$ ;  $E_i$  il modulo elastico nel tratto iniziale e infine  $E_0$  il modulo elastico o di Young alla massima compressione.

In molte applicazioni può rendersi necessaria la definizione di un modulo elastico della muratura, il cui significato è solitamente quello di modulo tangente alla curva  $\sigma - \varepsilon$  per valori di compressione non superiori a  $0,35 \div 0,4 f_u$ .

In assenza di misurazione sperimentale diretta, ci si può riferire a relazioni empiriche, che legano le caratteristiche del blocco e della malta alle proprietà della muratura. Queste relazioni forniscono un valore del tipo:

$$E = 500 \div 1000 f_u$$

Il valore esatto dipenderà dalle qualità dei materiali componenti.

### Resistenza a trazione

Il comportamento in trazione della muratura è generalmente caratterizzato dalla rottura del giunto di malta, che può avvenire per:

- Decoesione all'interfaccia mattone-malta.
- Frattura all'interno del giunto di malta, normalmente alla direzione di trazione, qualora l'adesione della malta all'elemento sia molto buona.

In generale, la resistenza a trazione del giunto  $f_{jt}$  può quindi variare da un massimo, prossimo alla resistenza a trazione della malta  $f_{mt}$ , ad un minimo che può arrivare a qualche percento di  $f_{mt}$  nel caso di decoesione all'interfaccia. Più raramente, quando la qualità del legante è molto elevata oppure la resistenza degli elementi è molto scarsa, può aversi la frattura nell'elemento. La resistenza a trazione è caratterizzata da una estrema aleatorietà: per questo motivo viene spesso trascurata nelle applicazioni.

Un ruolo fondamentale è giocato dall'assorbimento dell'acqua di impasto da parte degli elementi: un elevato assorbimento tende a privare la malta dell'acqua necessaria per l'idratazione del legante cementizio, consentendo quindi solo una parziale idratazione e conferendo così al materiale una resistenza minore in prossimità dell'interfaccia.

### Stati tensionali composti

Se lo stato di compressione nella muratura non agisce in direzione normale ai letti di malta, ovvero se lo stato di tensione non è monoassiale, la tessitura della muratura diviene un ulteriore elemento nella valutazione della resistenza a compressione del materiale.

Per stati di tensione monoassiale o per stati di tensione biassiali in cui una componente di tensione è prevalente sull'altra, il collasso avviene per scorrimento lungo i giunti di malta; quando lo stato di tensione biassiale è pressoché isotropo il collasso avviene lungo un piano parallelo al piano del pannello, ovvero con una separazione del campione in due parti di spessore approssimativamente dimezzato. E' necessario rilevare che uno stato di tensione biassiale approssimativamente isotropo è piuttosto raro, mentre per esempio nella muratura delle arcate di un ponte è tipicamente sollecitata da uno stato di tensione monoassiale o biassiale con una componente prevalente. Dalle prove sperimentali, Page ha dedotto i domini di rottura per valori dell'orientazione  $\theta$  pari a  $0^\circ$ ,  $22.5^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $67.5^\circ$ ,  $90^\circ$ . Ponendosi sulle linee  $\sigma_1 = 0$  o  $\sigma_2 = 0$  è possibile individuare e quantificare l'effetto dell'orientazione del letto di malta rispetto alla direzione principale di carico, con variazioni della resistenza, rispetto a quella di una muratura a tessitura retta in funzione dell'angolo  $\theta$ . Si osserva che il dominio limite ritrovato sperimentalmente presenta le

stesse caratteristiche principali dei domini per materiali fragili, in particolare quelli per il CLS.

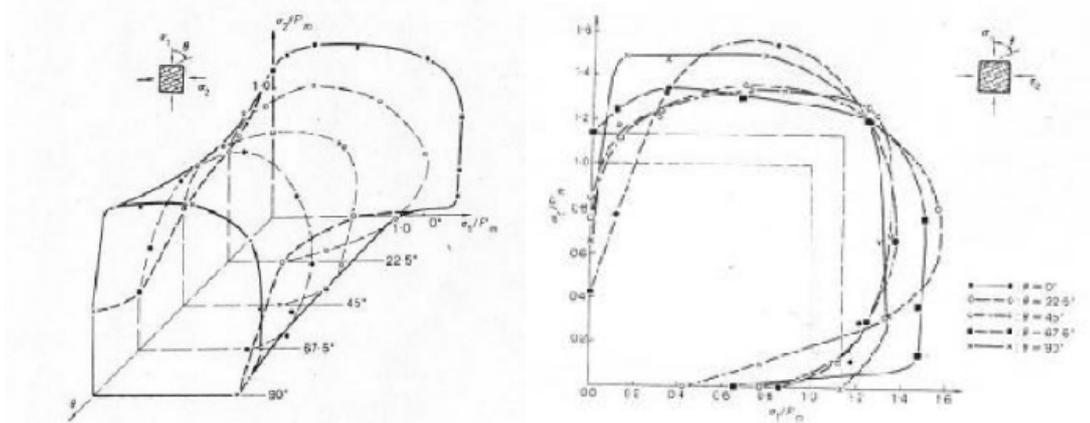


Figura 38 - Dominio limite per muratura

Il dominio limite che se ne ricava, funzione periodica dell'anomalia  $\theta$ , è efficacemente espresso in funzione delle componenti speciali di tensione  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , dove  $x - y$  è il riferimento parallelo ai letti di malta e ai giunti di testa:

$$\sigma_x = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} - \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \cdot \cos(2 \cdot \theta)$$

$$\sigma_y = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2)}{2} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \cdot \cos(2 \cdot \theta)$$

$$\tau_{xy} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)}{2} \cdot \sin(2 \cdot \theta)$$

Nello spazio  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  e  $\tau_{xy}$ , la superficie di rottura è approssimata dall'equazione

$$\left[ c - \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \right]^2 = \pm \left[ \left( \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau^2 \right]$$

dove  $c$  è un parametro di resistenza dedotto dai punti della superficie limite ricavati sperimentalmente, in genere da prove monoassiali. La traccia della superficie per  $\tau_{xy} = 0$ , quindi nel piano delle componenti di tensione parallele ai letti ed ai giunti di malta, è approssimabile con una poligonale rendendo il dominio limite particolarmente flessibile per applicazioni ed implementazioni in programmi di calcolo numerico.

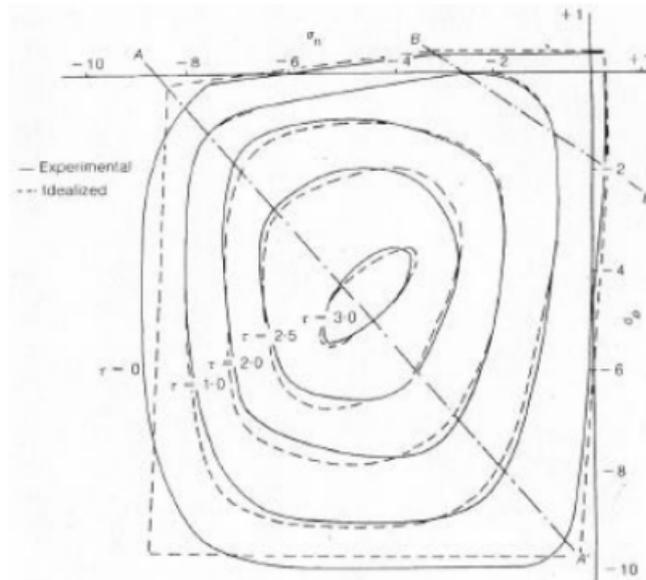


Figura 39 - Approssimazione del dominio limite

Nello spazio delle tensioni il dominio di rottura è esprimibile dall'equazione:

$$A\sigma_n^2 + B\sigma_p^2 + B\tau^2 + D\sigma_n\sigma_p + E\sigma_n + F\sigma_p + 1 = 0$$

in cui i coefficienti A, B, C, D, E ed F, sulla base delle prove sperimentali di Page, assumono i valori dei parametri del dominio limite, riportati in tabella:

Cono	A	B	C	D	E	F
1	0.00006	-0.00064	-0.0243	0.012	0.119	0.0958
2	-0.262	-0.327	-26	2.72	-1.86	-1.11
3	-0.0294	-0.034	-6.15	5.96	-2.66	-2.08

E' noto che la resistenza della muratura dipende sia dalle caratteristiche dei materiali, variabili anche in modo significativo con l'epoca ed i luoghi di costruzione e le modalità di posa realizzate. Allo stato attuale delle conoscenze non sembra ancora possibile individuare una teoria consolidata che consenta di dedurre la resistenza della muratura di mattoni dalla resistenza dei singoli componenti.

### Resistenza al taglio

Le prove sperimentali su pareti di muratura in scala reale o in scala ridotta hanno condotto a due tipi di relazioni per definire resistenza a taglio  $\tau_{lim}$  della muratura. In prima approssimazione può essere assunta una legge di attrito lineare alla Coulomb del tipo:

$$\tau_{lim} = \tau_{c0} + \mu \cdot \sigma_n$$

in cui  $\tau_{c0}$  rappresenta la resistenza in assenza di compressione (coesione del giunto malta/mattone),  $\mu$  è il coefficiente di attrito dell'interfaccia malta/mattone, e  $\sigma_n$  definisce il valore medio della tensione normale di compressione. I parametri della relazione sopra

indicata, dipendono dalla natura dell'interfaccia tra il giunto di malta ed il mattone, quindi dai materiali che compongono la muratura.

Tipo di mattone	Composizione della malta	$\tau_{c0}$	$\mu$
	Sabbia: cemento: calce		
di argilla segato (scala ridotta)	1 : 0.25 : 3	0.3	0.5
di argilla segato (scala ridotta)	1 : 0.25 : 3	0.25	0.34
pieno siliceo-calcareo	1 : 2 : 8	0.2	0.84
pieno siliceo-calcareo	1 : 0 : 4	0.7	1.04
µdi malta di calce e sabbia	1 : 1 : 6	0.14	0.3

In genere la rottura a taglio nelle pareti murarie avviene per fessurazione diagonale, raramente lungo i giunti di malta. In questo caso la resistenza a taglio si è dimostrato essere funzione della tensione media di compressione  $\sigma_c$  nella muratura precedente all'applicazione dell'azione tagliante e della tensione principale di trazione  $\sigma_t$  secondo una relazione del tipo:

$$\tau_{lim} = \sigma_t \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_c}{\sigma_t}}$$

Altre relazioni sono state formulate per definire la resistenza a taglio della muratura per rottura diagonale, come quella classica di Turnsek e Cacovic del 1970, in cui la tensione tangenziale limite è funzione anche del valore della coesione, o la più recente formula di Magenes e Calvi del 1996, in cui la tensione tangenziale limite dipende anche dalle dimensioni del pannello murario (larghezza b e altezza i) e, quindi, introduce una sorta di effetto di scala sulla resistenza a taglio della muratura:

$$\tau_{lim} = \tau_{c0} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_n}{1.5 \cdot \tau_{c0}}}$$

$$\tau_{lim} = \frac{1.5 \cdot \tau_{c0} + \mu \cdot \sigma_n}{1 + \frac{3\tau_{c0}b}{\sigma_n + 1}}$$

La deformabilità della muratura soggetta a taglio in fase non fessurata può essere descritta in modo adeguato da un modulo di deformazione tangenziale G correlato direttamente con il modulo elastico E misurato in direzione perpendicolare ai letti di malta. Valori frequentemente utilizzati sono:

$$G = 0.3 \div 0.4 E$$

Norme tecniche per le costruzioni (Ed. 2008) per murature

Per edifici semplici è consentito eseguire le verifiche, in via semplificativa, con il metodo delle tensioni ammissibili, adottando le azioni previste nelle presenti Norme Tecniche, ponendo il coefficiente di sicurezza  $\gamma_M = 4.2$  ed utilizzando il dimensionamento semplificato di seguito riportato con le corrispondenti limitazioni:

- a) le pareti strutturali della costruzione siano continue dalle fondazioni alla sommità;
- b) nessuna altezza interpiano sia superiore a 3,5;
- c) il numero di piani non sia superiore a 3 (entro e fuori terra) per costruzioni in muratura ordinaria ed a 4 per costruzioni in muratura armata;
- d) la planimetria dell'edificio sia inscritta in un rettangolo con rapporti fra lato minore e lato maggiore non inferiore a 1/3;
- e) la snellezza della muratura, secondo l'espressione  $\lambda = h_0/h_t$  non sia in nessun caso superiore a 12;
- f) il carico variabile per i solai non sia superiore a  $3,00 \text{ kN/m}^2$ .

La verifica si intende soddisfatta se risulta:

$$\sigma = \frac{N}{0.65 \cdot A} \leq \frac{f_k}{\gamma_M}$$

in cui N è il carico verticale totale alla base di ciascun piano dell'edificio corrispondente alla somma dei carichi permanenti e variabili e A è l'area totale dei muri portanti allo stesso piano.

Per costruzioni in muratura ordinaria la verifica a pressoflessione di una sezione di un elemento

strutturale si effettua confrontando il momento agente di calcolo con il momento ultimo resistente

calcolato assumendo la muratura non reagente a trazione ed una opportuna distribuzione non lineare delle compressioni. Nel caso di una sezione rettangolare tale momento ultimo può essere calcolato come:

$$M_u = l^2 \cdot t \cdot \frac{\sigma_0}{2} \cdot \left( \frac{1 - \sigma_0}{0.85 \cdot f_d} \right)$$

dove:

- $M_u$  è il momento corrispondente al collasso per pressoflessione
- $l$  è la lunghezza complessiva della parete (inclusiva della zona tesa)
- $t$  è lo spessore della zona compressa della parete
- $\sigma_0$  è la tensione normale media, riferita all'area totale della sezione.

- Se P è di trazione,  $M_u = 0$
- $f_d = f_k/\gamma_M$  è la resistenza a compressione di calcolo della muratura

In caso di analisi statica non lineare, la resistenza a pressoflessione può essere calcolata ponendo  $f_d$  pari al valore medio della resistenza a compressione della muratura, e lo spostamento ultimo può essere assunto pari allo 0,8% dell'altezza del pannello.

La resistenza a taglio di ciascun elemento strutturale è valutata per mezzo della relazione seguente:

$$V_t = l' \cdot t \cdot f_{vd}$$

dove:

- $l'$  è la lunghezza della parte compressa della parete
- $t$  è lo spessore della parete
- $f_{vd} = f_{vk}/\gamma_M$

Il valore di  $f_{vk}$  non può comunque essere maggiore di  $1,4 f_{bk}$ , dove  $f_{bk}$  indica la resistenza caratteristica a compressione degli elementi nella direzione di applicazione della forza, né maggiore di 1,5 MPa.

In caso di analisi statica non lineare, la resistenza a taglio può essere calcolata ponendo  $f_{vd} = f_{vm0} + 0,4\sigma_n$  con  $f_{vm0}$  resistenza media a taglio della muratura (in assenza di determinazione diretta si può porre  $f_{vm0} = f_{vk0}/0,7$  e lo spostamento ultimo può essere assunto pari allo 0,4% dell'altezza del pannello. Il valore di  $f_{vd}$  non può comunque essere maggiore di  $2,0 f_{bk}$  né maggiore di 2,2 MPa.

In caso di pressoflessione fuori piano il valore del momento di collasso per azioni perpendicolari al piano della parete è calcolato assumendo un diagramma delle compressioni rettangolare, un valore della resistenza pari a  $0,85 f_d$  e trascurando la resistenza a trazione della muratura.

Nelle costruzioni di muratura armata per la verifica di sezioni pressoinflesse può essere assunto un diagramma delle compressioni rettangolare, con profondità  $0,8 x$ , dove  $x$  rappresenta la profondità dell'asse neutro, e sollecitazione pari a  $0,85 f_d$ . Le deformazioni massime da considerare sono pari a  $\varepsilon_m = 0,0035$  per la muratura compressa e  $\varepsilon_s = 0,01$  per l'acciaio teso.

In caso di analisi statica non lineare si adottano come valori di calcolo le resistenze medie dei materiali, e lo spostamento ultimo può essere assunto pari allo 1,2% dell'altezza del pannello.

La resistenza a taglio  $V_t$  è calcolata come somma dei contributi della muratura ( $V_{t,M}$ ) e dell'armatura ( $V_{t,s}$ ), secondo la relazione seguente:

$$V_t = V_{t,M} + V_{t,s}$$

dove:

- $V_{t,M} = d \cdot t \cdot f_{vd}$
- $d$  è la distanza tra il lembo compresso e il baricentro dell'armatura tesa
- $t$  è lo spessore della parete
- $f_{vd} = f_{vk}/\gamma_M$  è definito calcolando la tensione normale media sulla sezione lorda di larghezza  $d$ .

E dove:

- $V_{t,s} = 0.6d \cdot A_{sw} \cdot f_{yd}/s$
- $d$  è la distanza tra il lembo compresso e il baricentro dell'armatura tesa,
- $A_{sw}$  è l'area dell'armatura a taglio disposta in direzione parallela alla forza di taglio, con passo  $s$  misurato ortogonalmente alla direzione della forza di taglio,
- $f_{yd}$  è la tensione di snervamento di calcolo dell'acciaio,
- $s$  è la distanza tra i livelli di armatura.

Deve essere altresì verificato che il taglio agente non superi il seguente valore:

$$V_{t,c} = 0.3 \cdot f_d \cdot t \cdot d$$

dove:

- $t$  è lo spessore della parete
- $f_d$  è la resistenza a compressione di progetto della muratura.

In caso di analisi statica non lineare si adottano come valori di calcolo le resistenze medie dei materiali e lo spostamento ultimo può essere assunto pari allo 0,6% dell'altezza del pannello.

Nel caso di azioni agenti perpendicolarmente al piano della parete, la verifica è effettuata adottando diagramma delle compressioni e valori di deformazione limite per muratura e acciaio in modo analogo al caso di verifica nel piano.

Per determinare i moduli di elasticità secanti in sede di progetto, in mancanza di determinazione

sperimentale, nei calcoli possono essere assunti i seguenti valori:

- modulo di elasticità normale secante  $E = 1000 f_k$
- modulo di elasticità tangenziale secante  $G = 0.4 E$

## **CAPITOLO 2**

# **TECNICHE DI MODELLAZIONE DI STRUTTURE IN MURATURA**

### **2.1 INTRODUZIONE**

La complessità intrinseca che caratterizza le strutture in muratura, non trattabili efficacemente con le comuni ipotesi semplificative di isotropia, omogeneità, comportamento elastico del materiale, si ripercuote inevitabilmente sulle strategie di modellazione di questa tipologia strutturale. Tale attività risulta ancor più ardua se si considera che le modalità costruttive di tali edifici sono state, nel corso del tempo, pesantemente influenzate da svariati fattori, quali, ad esempio, tradizione costruttiva, materiali impiegati e tipologia strutturale utilizzata.

Ancora oggi, pertanto, la modellazione numerica della risposta sismica di edifici in muratura (soprattutto per gli edifici a carattere storico e monumentale) risulta estremamente difficoltosa, dovendo essere tale da simulare numericamente comportamenti reali che, sebbene sufficientemente chiari nelle modalità, risultano governati da grandezze fisiche difficilmente valutabili ed estremamente disperse (si pensi, a titolo esemplificativo, alla resistenza a trazione da attribuire al solido murario): la questione rimane, tutt'ora, ancora aperta, proponendo la letteratura scientifica svariate soluzioni in merito.

Sono disponibili, in tal modo, sia metodi caratterizzati da soluzioni rigorose e di dettaglio (ma difficilmente applicabili ad edifici nella comune pratica professionale), sia approcci semplificati che mirano alla valutazione della risposta globale sia in campo statico che dinamico (che, inevitabilmente, potrebbero risultare inefficaci soprattutto per edifici storici). Gli approcci maggiormente rigorosi vengono generalmente condotti nell'ambito degli elementi finiti non lineari, dell'analisi limite, del metodo degli elementi di contorno e del metodo degli elementi distinti; gli approcci semplificati, invece, generalmente prevedono una suddivisione della struttura in macro-elementi significativi, di cui si stima il comportamento non lineare e dal cui assemblaggio viene restituita una stima della risposta non lineare dell'intera struttura.

La letteratura scientifica non ha ancora prodotto una classificazione unitaria ed univoca dei metodi di modellazione esistenti per strutture in muratura, dal momento che sovente non c'è accordo sulla nomenclatura delle diverse tecniche di modellazione proposte.

Una prima importante classificazione, che distingue a monte le tecniche di modellazione utilizzate, è quella relativa alla scala di modellazione utilizzata: le modalità con cui condurre l'analisi strutturale, infatti, cambiano a seconda che si pretenda di indagare le interazioni locali malta-unità e i relativi meccanismi di danno oppure se si vuole analizzare il comportamento globale, prendendo quindi in considerazione l'intero edificio. In linea generale, è possibile classificare tre distinte strategie di modellazione sulla base della scala con cui affrontare la meccanica del problema:

- Micro-modellazione dettagliata, in cui si considerano disgiuntamente malta e unità, che trovano rappresentazione attraverso elementi continui, con l'aggiunta di elementi di interfaccia unità-malta discontinui per descrivere l'interazione tra i due elementi. Tale procedura ben si presta a descrivere il comportamento locale del materiale, riuscendo a cogliere i diversi modi di rottura derivanti dall'interazione tra le componenti unità e malta.

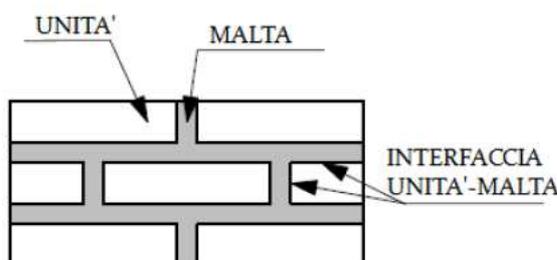


Figura 40 - Esempio di micro-modellazione dettagliata

- Micro-modellazione semplificata, in cui le unità si considerano espanse in modo da non variare la geometria del problema e sono reciprocamente separate da elementi di interfaccia discontinui, che si presentano come piani di scorrimento/frattura il cui comportamento è descritto in termini di relazioni tra tensioni e spostamenti relativi alle due facce opposte dell'unità (ottenendo, in tal modo, una rappresentazione più sintetica dei risultati). Come nel caso precedente, anche tale formulazione è caratterizzata da una modellazione discreta, in cui le unità non sono separate da malta ed elementi di interfaccia come entità distinte, ma risultano concentrate in un'interfaccia "media": di conseguenza, col fine di mantenere invariata la geometria, le unità sono leggermente più grandi rispetto alle loro dimensioni reali.

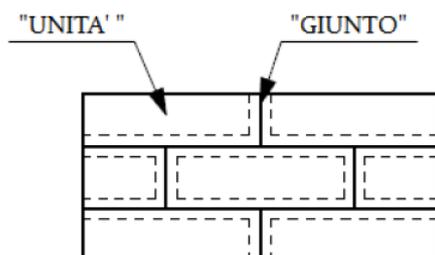


Figura 41 - Esempio di micro-modellazione semplificata

- Macro-modellazione, in cui la muratura viene considerata alla stregua di un unico mezzo continuo avente caratteristiche di omogeneità e anisotropia, nel quale non sono più distinguibili i singoli componenti. Non sussistendo alcuna distinzione tra malta e unità, il materiale viene idealizzato come un continuo omogeneo, e i legami costitutivi determinano relazioni tra tensioni e deformazioni medie: lo sforzo computazionale risultante è decisamente ridotto rispetto a quello che caratterizza il micro-modello, ma inevitabilmente, si paga il prezzo di un minor dettaglio e di un elevato grado di approssimazione (si pensi, ad esempio, all'impossibilità di includere nella trattazione il caratteristico collasso a taglio della muratura in virtù della mancanza di discretizzazione delle geometrie di malta e unità).

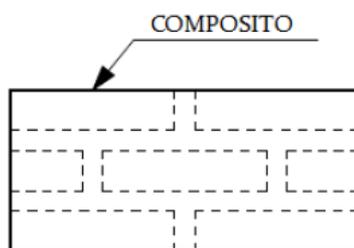


Figura 42 - Esempio di macro-modellazione

In questo paragrafo saranno affrontate, in modo generale per ovvie ragioni di brevità, le tecniche di modellazione non lineare di pareti soggette ad azioni nel piano che, in virtù del loro ridotto onere computazionale, consentono di affrontare agevolmente l'analisi di interi edifici e di valutare una risposta globale della struttura. Tali tecniche, seppur inadatte a descrivere fenomeni di danneggiamento localizzato (per i quali sarebbe preferibile la via della micromodellazione – standard o semplificata), rimangono in grado di descrivere con sufficiente approssimazione stati in cui il danneggiamento si presenta in modo diffuso e con dimensioni tali da poter considerare, a livello locale, pressoché omogenei gli stati di tensione.

Analogamente, sarà tralasciata in questa sede la trattazione approfondita dei modelli basati sull'analisi limite, in cui viene effettuato il calcolo del carico di collasso e del relativo

meccanismo: in tali modelli, riconducendosi sostanzialmente allo studio di equilibri e cinematismi di corpi rigidi, non si affronta lo studio della deformabilità della struttura in fase elastica e post-elastica ma, grazie alle ipotesi di non resistenza a trazione e, in genere, di infinita resistenza a compressione, è possibile ricondurre la parete in muratura ad una catena cinematica di corpi rigidi, in cui la configurazione del sistema è funzione di un'unica coordinata lagrangiana. Ipotizzando il cinematismo, il sistema presenta un unico grado di libertà equivalente, dando la possibilità di calcolare il moltiplicatore statico dei carichi in corrispondenza della soglia di attivazione del meccanismo: tale moltiplicatore rappresenterebbe, sotto l'ipotesi di comportamento perfettamente rigido sino all'attivazione, il valore in unità di  $g$  dell'accelerazione orizzontale di collasso associata a quel particolare meccanismo di collasso. Se per i meccanismi di primo modo questo metodo porta a valutazioni accettabili della vulnerabilità (in particolare nella valutazione dell'efficacia di interventi di miglioramento sismico), per quelli di secondo modo, invece, il metodo si dimostra eccessivamente cautelativo, riuscendo a cogliere solamente un limite inferiore di resistenza residua per la parete associata ai meccanismi di ribaltamento. In particolare, tale metodo è stato applicato con successo nei confronti di cinematismi complessi rilevati nella valutazione di vulnerabilità e di miglioramento sismico (conseguito con interventi di consolidamento) soprattutto per quegli edifici in cui può considerarsi atteso un comportamento "per parti" del complesso strutturale: si pensi, ad esempio, a classi di edifici monumentali o ecclesiastiche, per le quali l'applicazione dell'analisi limite ad ampie porzioni della costruzione può assumere una valenza rigorosa al fine di elaborare linee guida per il restauro statico.

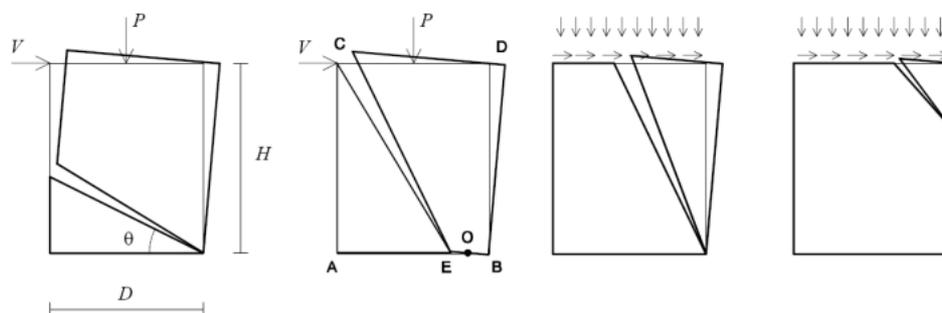


Figura 43 - Cinematismi di collasso del maschio murario (Como e Grimaldi, 1986)

In alternativa agli approcci sommariamente descritti in precedenza, è possibile individuare modelli che prediligono una modellazione bidimensionale dei pannelli murari o modelli che propongono una modellazione monodimensionale, isolando gli elementi murari come travi o bielle a seconda della metodologia.

## 2.2 MODELLI BIDIMENSIONALI A MACROELEMENTI

Nell'ambito di tale categoria di rappresentazione la modellazione fisica si basa sulla schematizzazione di ogni pannello murario come un elemento bidimensionale.

Il concetto fondamentale alla base di questa fase di modellazione numerica è l'ipotesi di comportamento monolatero: si assume, sostanzialmente, che il materiale abbia resistenza a trazione nulla, potendo estendere in modo generalizzato tale ipotesi (non ammettendola, quindi, per alcun tipo di giacitura) oppure limitatamente a giaciture particolari (tipicamente coincidenti con i letti di malta).

Esistono diverse strategie di implementazione della condizione "no-tension", tra le quali si annovera la possibilità di variare la geometria degli elementi (D'Asdia et al., 1992) al fine di eliminare le zone in trazione, oppure formulando un adeguato campo di tensioni all'interno del pannello (Braga et al., 1990), oppure aggiornare ciclicamente la rigidezza dei vari elementi.

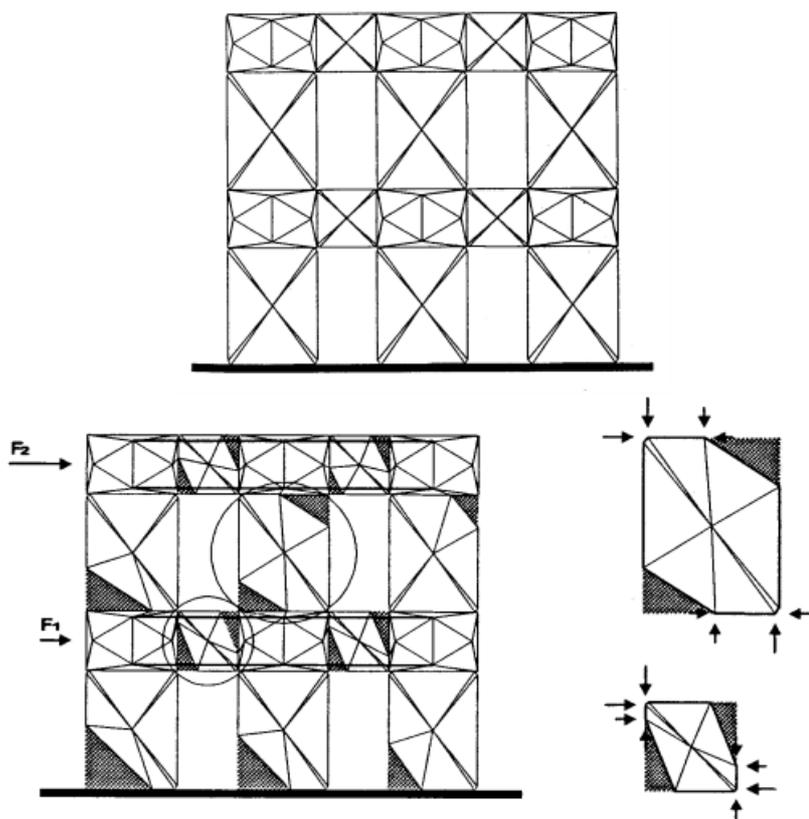


Figura 44 - Modello con elementi a geometria variabile (D'Asdia e Viskovic, 1994)

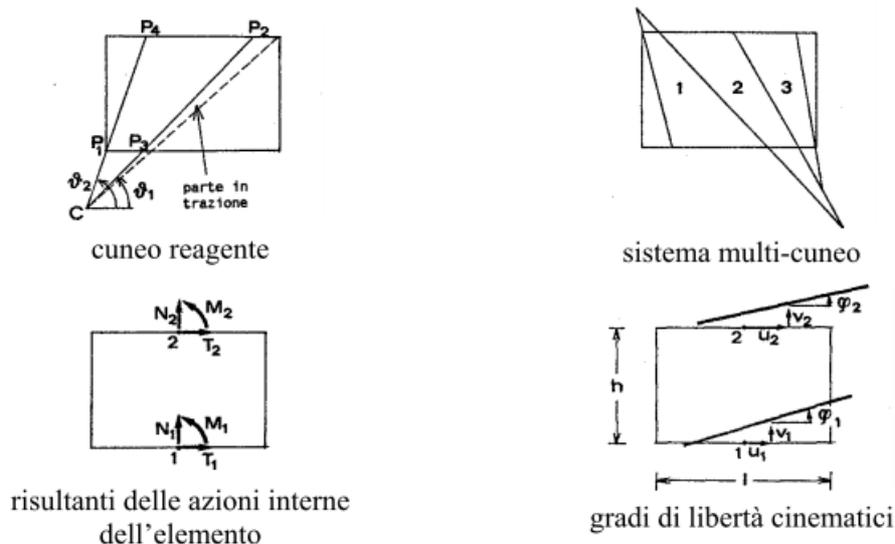


Figura 45 - Modello a macroelementi con campo di sforzi "no tension" (Braga e Liberatore, 1990)

In tali modelli, le zone compresse (considerate reagenti) sono caratterizzate da relazioni costitutive elastico-lineari: di conseguenza, per avere la possibilità di considerare meccanismi di rottura legati, ad esempio, al crushing della muratura soggetta a compressione, è necessario introdurre verifiche sui massimi valori delle tensioni di compressione cui i pannelli sono soggetti. In modo simile, non essendo l'ipotesi di comportamento "no-tension" cautelativa nei confronti dei meccanismi di rottura a taglio, anche per questi ultimi dovranno effettuarsi appositi controlli sullo stato tensionale.

Uno dei principali modelli bidimensionali a macro-elementi è il metodo **SISV** (Setto Inclinato a Sezione Variabile), sviluppato da D'Asdia et al. nel 1992: in esso i pannelli costituenti la parete vengono schematizzati tramite elementi finiti di forma triangolare (otto per maschi e fasce, sedici per i nodi): nei pannelli verticali, in particolare, le zone in cui vi sono tensioni di trazione non sono considerate nel calcolo, mentre quelle soggette a compressione sono schematizzate con un setto-trave la cui sezione (variabile) avente asse congiungente i punti medi delle sezioni reagenti estreme. La non linearità del problema implica che la procedura da utilizzare sia del tipo incrementale ridistribuendo i carichi tra le zone effettivamente reagenti, e riapplicando eventuali residui non equilibrati al passo successivo.

Le approssimazioni legate a tale metodo sono generate essenzialmente dal fatto che le rigidzze equivalenti di un setto inclinato nelle direzioni orizzontale e verticale, dipendono non solo dalla rigidzza assiale e trasversale del pannello, ma anche dall'inclinazione che presenta lo spostamento alla testa del setto, che è a sua volta funzione delle suindicate

rigidezze: per problemi di carattere computazionale, che hanno dimostrato una forte divergenza del procedimento, non si può utilizzare, per un determinato passo, l'angolo di spostamento ottenuto al passo precedente. Per far fronte a tale problematica, il metodo utilizza l'ipotesi di fasce rigide: in tal modo, potendo analizzare separatamente ogni livello nel proprio riferimento locale: gli spostamenti e le rotazioni delle fasce, in tal modo, sono calcolate utilizzando per ogni piano le rigidezze dei singoli pannelli verticali presenti, di modo che la congruenza sia automaticamente tenuta in conto.

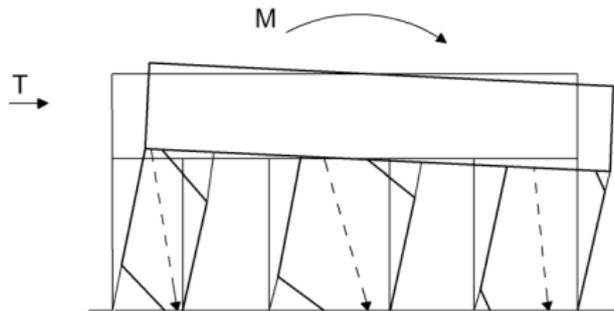


Figura 46 - Comportamento della muratura nel metodo SISV

La struttura, secondo tale modellazione, riduce la propria rigidezza flessionale e tagliante all'aumentare delle forze orizzontali agenti, ma, al contempo, incrementa la propria rigidezza assiale, manifestando all'interno dei pannelli meccanismi resistenti prevalentemente a compressione: tale comportamento, tra l'altro, può considerarsi concorde con il reale comportamento delle strutture in muratura concepite per esplicitare situazioni equilibrate attraverso l'apporto prevalentemente delle tensioni di compressione.

Proseguendo nella descrizione dei principali metodi che utilizzano modelli bidimensionali, appare utile illustrare sinteticamente il metodo **Mas3D**, messo a punto presso l'Università degli Studi della Basilicata (Braga et al. 1997). In esso si adopera il cosiddetto "pannello a ventaglio multiplo", elemento non reagente a trazione, il cui comportamento semplifica in modo significativo la risposta reale del materiale, adottando un legame costitutivo lineare in compressione e, ovviamente, non considerando la resistenza a trazione.

In tale formulazione, l'elemento pannello si presenta costituito da una serie di ventagli compressi, per ognuno dei quali si considerano rigide le facce terminali e si suppone assente qualsiasi interazione tra i lati dei ventagli elementari.

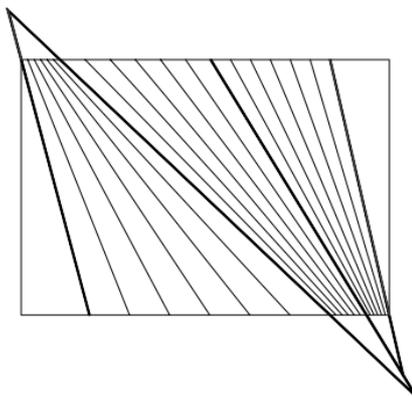


Figura 47 - Elemento a ventaglio multiplo

Essendo nulle le tensioni tangenziali e circonferenziali, lo stato tensionale del singolo pannello risulta individuato dalle tensioni radiali agenti in ogni singolo ventaglio. Il rispetto delle suindicate ipotesi implica il soddisfacimento delle equazioni di equilibrio, le relazioni costitutive e le equazioni cinematiche in direzione radiale (non risultano soddisfatte, in generale, le equazioni cinematiche in direzione tangenziale). Nella formulazione del problema, vengono considerati incogniti gli spostamenti nodali che definiscono spostamenti e rotazioni delle facce di estremità: l'elemento generato consente, a fronte di un onere computazionale estremamente ridotto, di evitare la procedura di minimizzazione dell'Energia Complementare Totale e calcolare direttamente la matrice di rigidezza.

La generazione di un elemento pannello avente tali caratteristiche garantisce un'efficace descrizione del comportamento di intere macro-zone di muratura: i risultati ottenuti con l'applicazione di tale metodologia, confrontati con quelli forniti da modellazioni molto più onerose in termini computazionali, dimostrano un ottimo accordo in termini di andamenti delle tensioni principali e delle caratteristiche della sollecitazione, portando a considerarlo quale strumento di grande efficacia per il calcolo di strutture murarie: a parità di precisione nei risultati, esso risulta preferibile rispetto alle modellazioni più accurate, richiedendo un numero di gradi di libertà notevolmente ridotto e quindi mostrandosi nettamente più efficace di queste in termini di oneri computazionali. Infatti, avvenendo la discretizzazione in elementi pannello per parete e su tutta l'altezza, si ha la possibilità di modellare la risposta di edifici caratterizzati anche da un notevole stato di complessità con un numero di elementi relativamente ridotto.

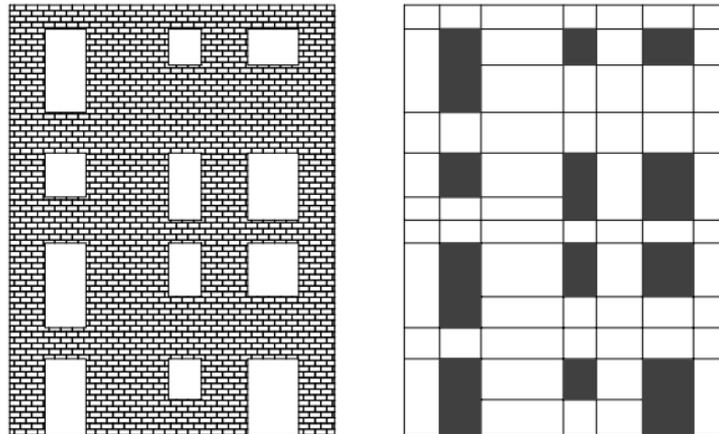


Figura 48 - Discretizzazione ad elementi finiti

## 2.3 MODELLI MONODIMENSIONALI

Nell'ambito della modellazione monodimensionale gli elementi che compongono la parete muraria vengono suddivisi in maschi (in caso di elementi verticali) e fasce (in caso di elementi orizzontali). Tali elementi vengono schematizzati come aste e, generalmente, considerati isolati l'uno dall'altro. Rientrano in questa categoria, tra gli altri, modelli a puntone ed i modelli a telaio equivalente (tra cui spicca, per ragioni storiche, il noto metodo POR)

### 2.3.1 Modelli a puntone

I modelli a biella e puntone (Calderoni et al., 1987 e 1989), si propongono di schematizzare la porzione reagente del pannello murario mediante un elemento biella, la cui l'inclinazione e rigidità rappresentino mediamente il comportamento del pannello stesso.

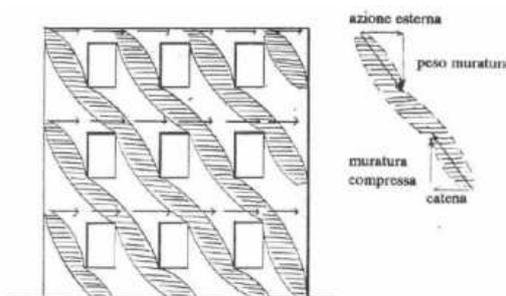


Figura 49 - Identificazione delle bielle compresse in una parete soggetta a sisma

Dal momento che il pannello è soggetto a crescenti parzializzazioni, sia l'inclinazione che la rigidità della biella risultano entità variabili (di qui la classificazione di tali metodi

come modelli a geometria variabile). La crisi dei pannelli si ha quando viene raggiunta una configurazione limite di equilibrio oppure, nel caso di sola compressione, quando si ha lo schiacciamento del puntone.

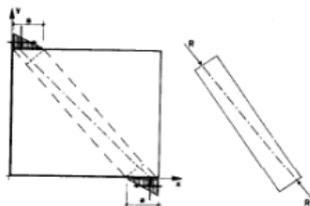


Figura 50 - Individuazione del puntone nel pannello parzializzato

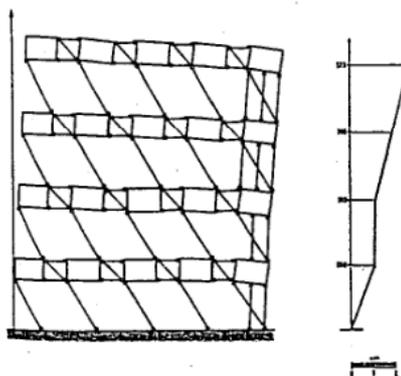


Figura 51 - Parete modellata con bielle equivalenti

### 2.3.2 Modelli a telaio equivalente

La seconda sottoclasse all'interno dei modelli monodimensionali prevede la schematizzazione della parete mediante elementi lineari del tipo trave con deformazione a taglio (oltre che ovviamente a flessione). Tale metodologia ha assunto particolare importanza per il fatto di essere indicata come modellazione di riferimento dalle più recenti disposizioni legislative in materia di costruzioni: inizialmente prevista dall'O.P.C.M. 3274 e dalle successive modifiche e integrazioni cui è stata soggetta, è stata richiamata anche dalle attuali Norme Tecniche per le Costruzioni.

In termini concettuali, tale strategia di modellazione deriva dal tentativo di utilizzare per le pareti murarie le medesime tecniche di analisi utilizzate per i telai in cemento armato o in acciaio, nonostante l'apparente diversità geometrica e meccanica tra tali tipologie strutturali.

Tale modellazione, tuttavia, non costituisce novità assoluta in termini normativi, dal momento che, soprattutto in seguito ai vari eventi sismici che hanno interessato il nostro Paese, il legislatore ha introdotto, con diversi strumenti normativi, diversi metodi volti al calcolo semplificato di pareti murarie.

Il primo metodo di calcolo manuale adottato in Italia per pareti sollecitate da forze orizzontali di origine sismica è il metodo **VeT** (Verifica a Taglio). Esso fu introdotto dalla Regione Friuli Venezia Giulia come Documento Tecnico 2 tramite la Legge Regionale n.30 del 20 giugno 1987 in seguito al terremoto del Friuli del maggio 1987. Tale metodo consente la verifica globale di edifici in muratura soggetti ad azioni orizzontali prendendo in considerazione un meccanismo di rottura per solo taglio, basandosi sull'assunzione per cui la resistenza globale dell'edificio coincida con la resistenza a taglio che si attinge contemporaneamente in tutti i maschi murari paralleli alla direzione del sisma. Il metodo, in particolare, si basa sulle seguenti ipotesi:

- pianta dell'edificio che presenti, a ciascun piano, una distribuzione geometrica uniforme;
- solai dotati di rigidezza estensionale nel proprio piano e ben collegati alle pareti murarie, in modo da garantire un'efficace ripartizione delle azioni sismiche;
- i carichi orizzontali vengono assorbiti dalle pareti parallele alla direzione delle forze proporzionalmente alle aree dei maschi, ovvero alla loro rigidezza tagliante (ipotizzando, pertanto, che i maschi murari si comportino come un insieme di mensole isolate);
- la resistenza della muratura viene determinata in funzione della resistenza tangenziale  $\tau_k$ , che corrisponde alla resistenza tangenziale ultima della muratura in assenza di carichi verticali;
- la crisi si raggiunge per taglio contemporaneamente in tutti i maschi.

### **Metodo POR**

Il metodo POR fu sviluppato in Slovenia (Tomaževic, 1978) negli anni '70 e si caratterizzava per la modellazione della parete muraria tramite telai alla Grinter ed effettuando un'analisi piano per piano. La normativa italiana, a seguito del terremoto dell'Irpinia del 1980, con la Circolare LL.PP. n.21745 del 1981 proponeva, per le pareti tozze, un metodo che (pur non citandone nome o origine) si sostanzialmente proprio nel metodo POR.

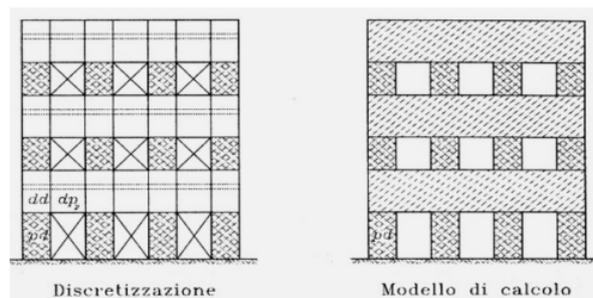


Figura 52 - Schema strutturale adottato nel metodo POR

Con tale metodo la parete in muratura si caratterizza a priori per una geometria “maschio debole in fascia forte” e modella il maschio murario attraverso un legame elasto-plastico avente come valore di soglia resistente quello specifico del meccanismo di rottura per fessurazione diagonale.

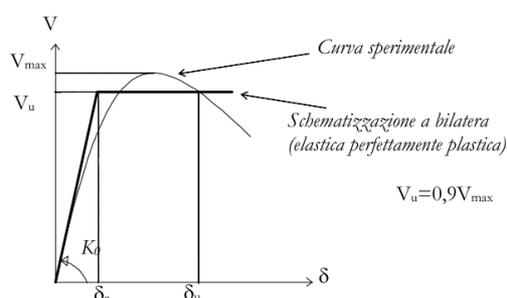


Figura 53 - Legame taglio-spostamento del maschio nel metodo POR

L'importanza rivestita da tale metodo è preminentemente di carattere storico: per la prima volta, con esso, si introduceva una tecnica, sufficientemente semplice, di analisi non lineare delle murature, estremamente apprezzato dai professionisti del settore proprio per la sua grande semplicità di utilizzo. Basti pensare che, fino alle più recenti norme tecniche, il POR è stato l'unico esempio di calcolo sismico presente nel panorama normativo nazionale, mantenendo tale primato per circa trent'anni: naturalmente, già soltanto per ragioni di tempo, esso si considera ampiamente superato, dal momento che le grandi semplificazioni che esso propone (maschi considerati come unica sede di deformazione e rottura, unico possibile meccanismo di crisi dei maschi, mancata considerazione della variazione di forza assiale dovuta al sisma) sono talvolta a sfavore di sicurezza.

La procedura utilizzata da tale metodo può considerarsi applicabile con limitati margini di errore a pareti costituite da pannelli di maschio tozzi (caratterizzate, quindi, da una prevalente rigidità tagliente), che siano sollecitate da forze assiali non troppo basse e con fasce sufficientemente rigide da far ipotizzare che il loro collasso sia successivo a quello dei maschi. La stessa normativa italiana, per certi versi, mal intendeva il campo di

applicazione di tale metodologia: la suindicata Circolare Ministeriale, infatti, identificava le pareti funzionanti prevalentemente a taglio come “*quelle di edifici di limitata altezza (2 o 3 piani)*”, trascurando la differenza tra pareti tozze e pannelli di maschio tozzi (quest’ultima condizione fondamentale per l’applicabilità del metodo); inoltre, oltre ad essere utilizzata indiscriminatamente pensando che potesse costituire una panacea di totale affidabilità per l’analisi di strutture murarie di qualsivoglia tipologia, fu considerata dagli Uffici Pubblici come strumento di garanzia di sicurezza per tali strutture.

Il metodo POR è alla base di una serie di successivi miglioramenti proposti da svariati autori che hanno, col tempo, cercato di rimuovere gradualmente una serie di ipotesi semplificative.

Tra queste ultime si colloca il metodo **PORFLEX** (Braga e Dolce, 1982), che, affronta sempre l’analisi piano per piano, ma considerando le fasce con resistenza finita. La procedura considera la parzializzazione dei pannelli di maschio non appena interviene la fessurazione della sezione (cui si fa corrispondere un conseguente adeguamento della rigidità); nel momento in cui le fasce risultano non più verificate, il vincolo alla Grinter si modifica in una cerniera, trasformando il comportamento statico della parete, che funziona in questa fase come una serie di mensole reciprocamente sconnesse (pannelli di maschio). Per i pannelli di maschio si considera sia la crisi per taglio che quella per pressoflessione, mentre per quelli di fascia solo la crisi per taglio. Non tenendo conto della variazione di forza assiale cui sono soggetti i pannelli di maschio, tuttavia, anche questo metodo non soddisfa l’equilibrio globale della parete (non equilibrando il momento ribaltante indotto dalle azioni orizzontali).

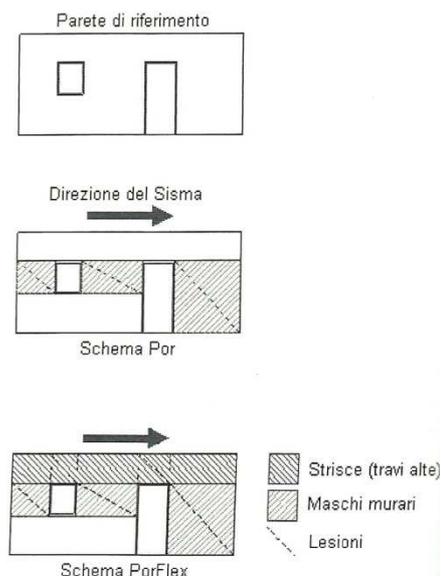


Figura 54 - Schema POR e schema PORFLEX per una parete muraria –F. Pugi, *Progettazione di costruzioni in muratura* (2001)

Ulteriore evoluzione del metodo POR è il metodo **POR 90** (Dolce, 1990): pur continuando a non rispettare l'equilibrio globale della parete, con esso si propone una differente valutazione della rigidità dei pannelli di maschio, basata sull'introduzione di altezze equivalenti dipendenti dalle caratteristiche dimensionali delle fasce di piano. Anche in questo caso le curve che caratterizzano i maschi murari sono bilaterale elastico-perfettamente plastiche, prevedendo dei pannelli di maschio interamente reagenti, in assenza di parzializzazione, fino al collasso per l'avanzamento di quest'ultima. Le verifiche sono effettuate per i pannelli di maschio, per i quali è valutata una crisi per trazione o pressoflessione in un regime di plasticizzazione completa.

### Metodo SAM

Il metodo SAM, acronimo di Simplified Analysis of Masonry buildings (Magenes & Calvi, 1996; Magenes & Della Fontana, 1998; Magenes et al., 2000), costituisce uno dei metodi più rappresentativi nella schiera dei modelli monodimensionali a telaio equivalente. Nato inizialmente per l'analisi di pareti multipiano caricate nel proprio piano, è stato successivamente esteso anche all'analisi di problemi tridimensionali.



Figura 55 - Schematizzazione a telaio equivalente

Il modello è stato oggetto di numerosi confronti sia con prove sperimentali che con altre modellazioni (ivi compresi metodi FEM), che hanno consentito di validare i risultati numerici e dimostrare, in tal modo, che l'affidabilità del metodo può ritenersi comparabile con quella fornita da ben più complesse modellazioni agli elementi finiti. Esso, pur concepito per strutture in muratura ordinaria, risulta applicabile senza particolari difficoltà anche a pareti in muratura armata.

La schematizzazione della parete, tipica dei sistemi a telaio equivalente, avviene tramite la presenza di elementi maschio (ad asse verticale), elementi fascia (ad asse orizzontale) ed elementi nodo. Gli elementi maschio e gli elementi fascia vengono modellati come elementi di telaio (“beam-column”) deformabili assialmente e a taglio. Se si suppone che gli elementi nodo siano infinitamente rigidi e resistenti, è possibile modellarli numericamente introducendo opportuni bracci rigidi (offsets) alle estremità degli elementi maschio e fascia.

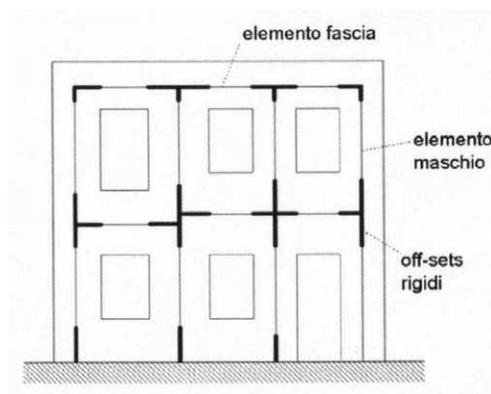


Figura 56 - Esempio di modellazione a telaio equivalente

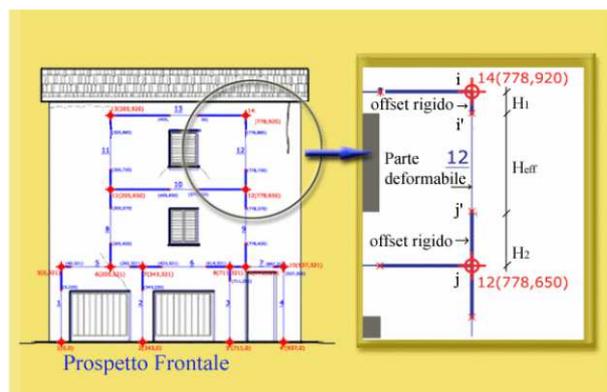


Figura 57 - Particolare della schematizzazione a telaio equivalente

Il metodo SAM, a differenza di tutti i metodi precedentemente analizzati, prevede l'analisi della parete nel suo complesso, garantendo così l'equilibrio globale: assegnata una forma di carico, viene valutato il moltiplicatore di carico che ne determina il collasso, eseguendo l'analisi per ogni parete che compone la scatola muraria. Si riassumono nei punti seguenti le principali ipotesi su cui si basa il metodo:

- I pannelli di fascia sono caratterizzati da resistenza limitata e duttilità infinita: essi, sostanzialmente, sono in grado di esplicitare la resistenza tagliante ultima fino al collasso dell'intera struttura: il taglio in eccesso si ripartisce tra i pannelli convergenti nel medesimo nodo che non ha ancora attinto le condizioni ultime di resistenza;
- I pannelli di maschio modificano le proprie condizioni di vincolo con l'incrementare del carico, passando da un modello alla Grinter ad un modello a mensola attraverso una successione di vincoli compresi tra l'incastro e la cerniera;
- Le sollecitazioni agenti sono ripartite in base alla rigidezza elastica lineare dei singoli pannelli procedendo iterativamente alla determinazione delle caratteristiche della sollecitazione;
- Per i pannelli di maschio vengono presi in considerazione le crisi per taglio da trazione o da scorrimento e da pressoflessione al limite plastico, per i pannelli di fascia quelle per taglio da trazione o da scorrimento e per flessione.

Per ciò che riguarda i pannelli di **maschio**, dovendo rappresentare il più realisticamente possibile la risposta del montante murario corrispondente, la loro definizione comprende, oltre al massimo taglio resistente e la deformabilità che lo caratterizza prima e dopo il raggiungimento di tale valore, anche il grado di vincolo possibile che esso potrà assumere in funzione delle condizioni delle fasce di piano. Si suppone che tale elemento sia costituito da una parte deformabile posta tra due porzioni infinitamente rigide situate all'estremità dell'elemento.

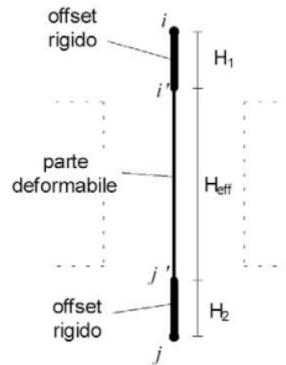
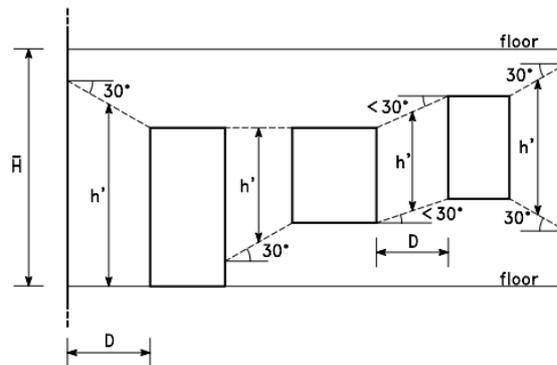


Figura 58 - L'elemento maschio murario

L'altezza della parte deformabile (anche definita "altezza efficace" del maschio) viene ricavata secondo quanto proposto da Dolce (1989), per tenere conto, seppur in modo approssimato, della deformabilità della muratura nelle zone di nodo.



$$H_{\text{eff}} = h' + \frac{1}{3} D (\bar{H} - h') / h' \quad \bar{H} = \text{altezza interpiano}$$

Figura 59 - Definizione dell'altezza efficace dei maschi murari

La definizione dell'altezza efficace permette di individuare esattamente la parte deformabile dell'elemento e le sue estremità infinitamente rigide, costituendo un'evidente innovazione nell'ambito delle modellazioni a telaio equivalente.

Il comportamento dell'elemento maschio viene supposto elasto-plastico con limite in deformazione: si suppone, cioè, che il maschio abbia comportamento elastico-lineare finché non viene verificato uno dei possibili criteri di rottura. La matrice di rigidezza in fase elastica, pertanto, assume la forma consueta per elementi di telaio con deformazione a taglio e a flessione, e risulta determinata una volta definiti il modulo di Young  $E$ , il modulo  $G$ , e le caratteristiche geometriche della sezione stessa.

Il modello bilineare utilizzato in tale metodo tende a riprodurre, in modo approssimato, l'involuppo che si ottiene da prove sperimentali cicliche a taglio, associando lo spostamento ultimo che avviene al raggiungimento di un opportuno degrado della

resistenza (esprimendo comunemente tale limite in termini di duttilità ultima). L'introduzione di un limite di deformazione angolare in sostituzione di un limite in duttilità trae le sue origini dal lavoro di Magenes e Calvi (1997) in cui si è notato che pannelli murari con diversi rapporti di forma portati a rottura per taglio tendono a presentare una dispersione molto contenuta della deformazione angolare ultima, ed una dispersione molto maggiore della duttilità ultima in spostamento.

Per tali muri, provati mantenendo il parallelismo fra la base superiore ed inferiore, la deformazione angolare sopra riportata coincide con il cosiddetto "drift" (rapporto fra lo spostamento orizzontale e l'altezza del muro).

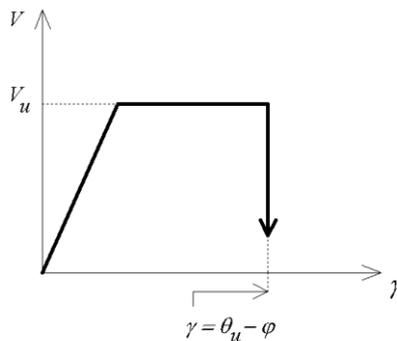


Figura 60 - Comportamento anelastico dell'elemento maschio nel caso di rottura per taglio (Magenes)

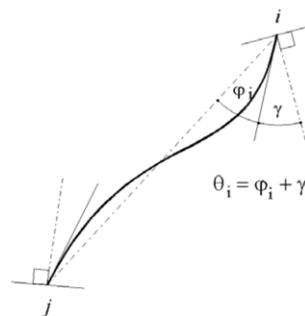


Figura 61 - Deformazioni angolari all'estremo di un elemento beam-column (Magenes)

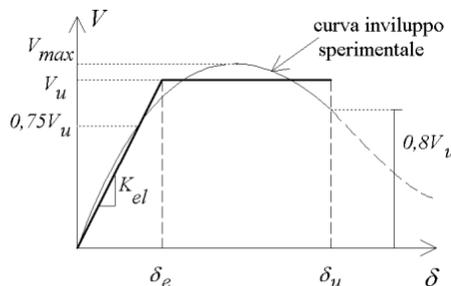


Fig. 18 - Interpolazione dell'involuppo sperimentale taglio-spostamento di un pannello murario mediante una bilatera.

Figura 62 - Interpolazione dell'involuppo sperimentale taglio-spostamento di un pannello murario tramite una bilatera (Magenes)

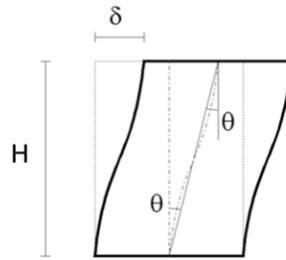


Figura 63 - Comportamento del pannello in una prova a taglio in cui si mantiene il parallelismo tra le basi

Anche per l'elemento **fascia**, per il quale la disponibilità di teorie e sperimentazione non è assolutamente paragonabile a quella relativa ai maschi, il metodo introduce importanti innovazioni: storicamente, infatti, il ruolo delle fasce è sempre stato di scarso rilievo, non essendo mai stata contemplata, per esse, una formulazione teorica adeguata. In realtà, come è noto, il loro comportamento può influenzare notevolmente le caratteristiche resistenti dei maschi e, pertanto, la risposta in termini di resistenza dell'intera parete.

Il metodo propone una caratterizzazione dell'elemento fascia non dissimile da quella dell'elemento maschio, essendo presenti, anche in questo caso, una parte centrale deformabile (assialmente, flessionalmente e a taglio) con due estremità rigide e infinitamente resistenti. La definizione della lunghezza efficace non prevede formulazioni particolari, essendo assunta pari alla luce libera delle aperture che la definiscono.

Le tipologie di rottura previste per le fasce sono quelle per schiacciamento del puntone (analoga alla rottura per pressoflessione che caratterizza il maschio) e per taglio.

Nel primo caso, similmente a quanto accade nei pannelli di maschio, la rottura avviene più facilmente con bassi valori di compressione assiale, che generano l'inflessione delle fasce con conseguente parzializzazione e assottigliamento del puntone fino a rottura per compressione.

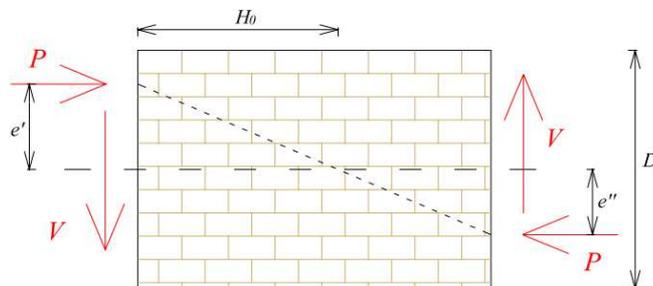


Figura 64 - Fascia muraria sollecitata a taglio e a compressione

La rottura per taglio dei pannelli di fascia è caratterizzata dagli stessi criteri utilizzati per i pannelli di maschio, tenendo conto della scarsa compressione nella direzione

perpendicolare ai letti di malta. Inoltre, al fine di considerare un possibile comportamento fragile delle fasce, la deformazione anelastica associata a tale rottura prevede una deformazione costante a cui segue prima un degrado di resistenza e successivamente, superato un valore limite di deformazione angolare, l'annullamento del taglio resistente.

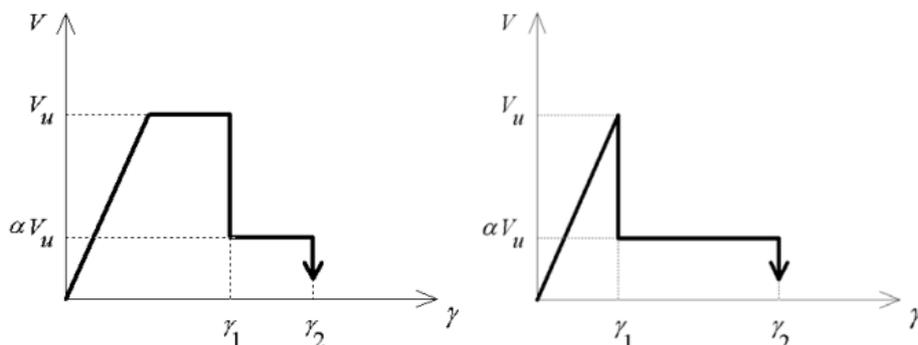


Figura 65 - Comportamento elasto-plastico o elasto-fragile in un elemento fascia

Come accennato in precedenza, il metodo SAM è stato anche esteso all'analisi di modelli tridimensionali: per adattare il modello descritto in precedenza, sono stati introdotti specifici accorgimenti. Per considerare la presenza di catene in acciaio il codice ha introdotto degli elementi di tipo *truss* elastoplastici (i cui nodi corrispondono con gli ancoraggi di testata), mentre per simulare la presenza di cordoli in cemento armato sono stati previsti degli elementi *beam-column* elastoplastici, in cui è prevista la rottura per flessione con formazione di cerniere plastiche.

Per ciò che attiene i legami costitutivi di maschi e fasce, dovendosi assumere una formulazione tridimensionale del problema, è stato previsto che il comportamento relativo alla deformazione concernente un piano verticale sia indipendente da quello relativo al piano verticale ortogonale, utilizzando le medesime equazioni costitutive per ogni piano di inflessione. Per la definizione della risposta fuori dal piano, si utilizza un'altezza efficace pari all'altezza libera di interpiano, mentre vengono definite due differenti altezze efficaci relativamente alle deformazioni nei piani verticali ortogonali.

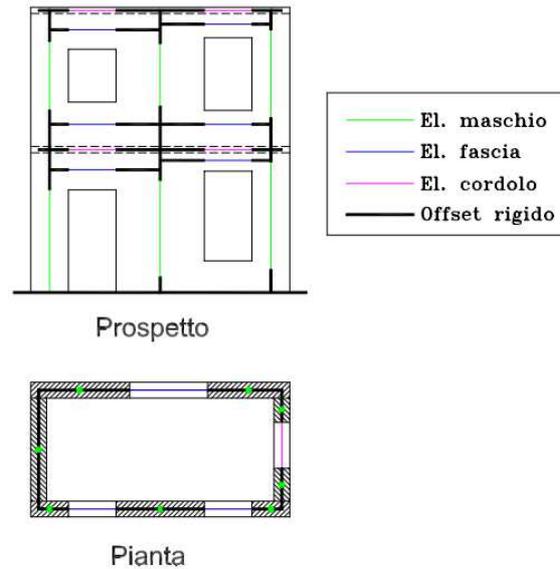


Figura 66 - Modellazione tridimensionale di un edificio

## 2.4 MODELLAZIONE AD ELEMENTI FINITI

La tecnica della simulazione numerica ad elementi finiti ha conosciuto il proprio sviluppo a seguito della nascita e della diffusione degli elaboratori elettronici, che ne hanno consentito l'impiego su vasta scala attraverso la messa a punto di codici di calcolo caratterizzati da elevate capacità e notevole diffusione. L'elemento fondamentale nella storia della diffusione del metodo è indubbiamente rappresentato dall'avvento dei personal computers, con i quali strumenti storicamente riservati alla sola ricerca scientifica furono trasferiti celermente all'interno di buona parte degli studi professionali, dando la possibilità ai professionisti di produrre personalmente i propri codici o di affidarsi ad uno dei numerosi programmi presenti in commercio. È sotto quest'ultimo aspetto che, tuttavia, si cela il nemico principale dell'utilizzo della metodologia FEM: l'utilizzo dello strumento ignorandone fondamenti e caratteristiche, illudendosi di poter delegare all'elaboratore la risoluzione di problemi di qualsivoglia complessità, ma rischiando, realisticamente, di commettere errori di portata indecifrabile.

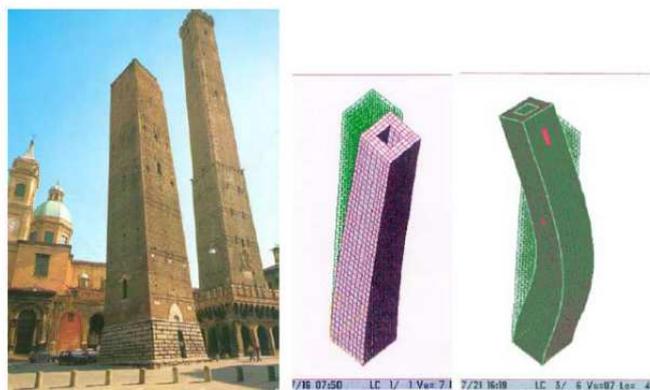


Figura 67 - Esempio di modellazione FEM (Torre della Garisenda, Bologna)

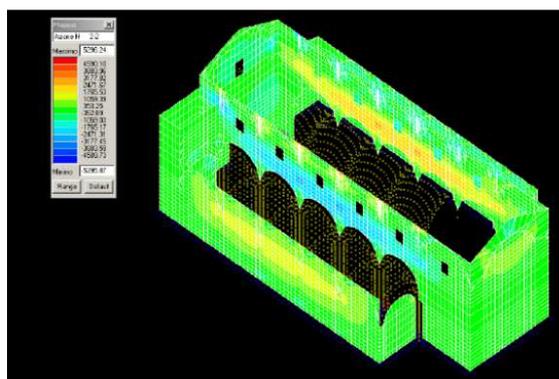


Figura 68 - Esempio di modellazione FEM (chiesa della S.S. Annunziata)

Scendendo nel dettaglio della metodologia, adoperando mesh molto fitte, il metodo sembrerebbe in grado di fornire risultati affidabili, soprattutto nel caso di geometrie fortemente irregolari: una mesh eccessivamente fitta, tuttavia, implica non solo un onere computazionale altrettanto elevato, ma anche maggiore complessità nell'inserimento dei dati di input e maggior attenzione nel controllo dei risultati dell'elaborazione.

Anche tale metodologia di modellazione, tuttavia, non è immune da criticità. Basti pensare alla difficoltà, nel caso di utilizzo di elementi finiti bidimensionali, di modellare sezioni dei maschi a L, T o X, non avendo la possibilità di riferirsi ad una sezione rettangolare equivalente; in fase di post-elaborazione e verifica, inoltre, bisognerà considerare non le sollecitazioni cui sono puntualmente soggetti i singoli elementi finiti, ma quelle risultanti (N, T e M) agenti sui singoli pannelli. Allo stesso modo, bisogna presentare massima attenzione all'analisi del comportamento non lineare dovuto alla parzializzazione fragile sia per trazione che per compressione. Per il comportamento in trazione è stato proposto un procedimento, in realtà abbastanza laborioso, che consiste nella progressiva eliminazione degli elementi della mesh per i quali la tensione principale di trazione o quella agente perpendicolarmente ai letti di malta risulti superiore ai valori di rottura: i risultati ottenuti possono considerarsi accettabili, evidenziando la formazione del puntone resistente nei

maschi murari ed evidenziando la forte parzializzazione dei maschi maggiormente decompressi.

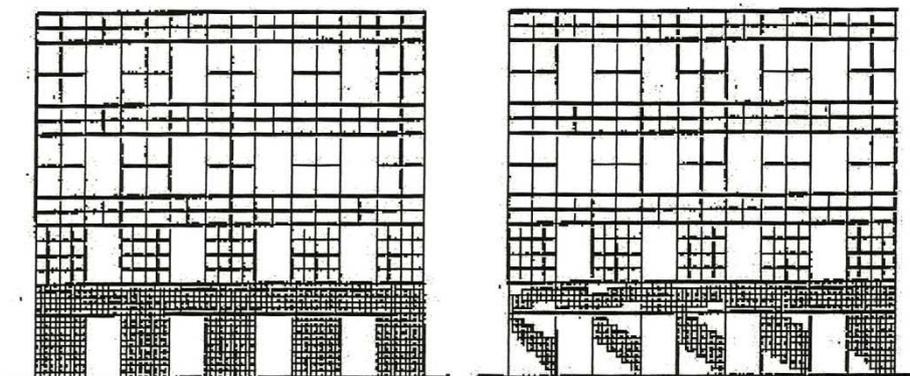


Figura 69 - Parzializzazione al primo piano della parete modellata con elementi finiti all'aumentare delle azioni orizzontali- P.Lenza, A. Ghersi, *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica* (2011)

Più complessa da risolvere è la problematica della plasticizzazione degli elementi in compressione, poiché gli elementi finiti di tipo lineare non consentono utili sviluppi, se non attraverso codici di calcolo fortemente specialistici che fanno uso di complessi diagrammi costitutivi a carattere non lineare (i quali, tuttavia, mal si prestano alla pratica professionale, essendo per lo più applicabili nel settore della ricerca scientifica).

## 2.5 MODALITÀ DI ANALISI DI PARETI IN MURATURA

Qualora il fabbricato oggetto di analisi possa disaccoppiarsi nelle singole pareti che lo costituiscono (o, in generale, in tutti i casi in cui un'analisi piana possa essere sufficientemente esaustiva per lo studio dell'edificio), è possibile suddividere i criteri con cui analizzare pareti murarie piane soggette ad azioni orizzontali in due categorie principali: la prima, che rappresenta un approccio “base” e seguito dalle normative meno recenti, è la cosiddetta “*forced-based design*”, la seconda, recentemente introdotta dal quadro normativo europeo ed italiano, è la cosiddetta “*performance-based design*”.

Il primo metodo è tipico dell'analisi lineare, concettualmente basata sull'ipotesi che una struttura in grado di sopportare un sisma ridotto (rispetto al valore che essa dovrà effettivamente subire) rimanendo in campo elastico, sarà in grado di fronteggiare le azioni reali (e maggiormente violente) qualora dotata di adeguata duttilità.

Per tener conto di tale capacità, legata inevitabilmente al comportamento non lineare dovuto alla plasticizzazione del materiale, si introduce il cosiddetto fattore di struttura, analiticamente definito dai disposti normativi vigenti sia per le nuove costruzioni che per

quelle esistenti. In tal modo, il sisma viene simulato attraverso l'applicazione di condizioni di carico legate alle forze d'inerzia trasmesse dal terreno alla sovrastruttura, calcolate tramite appositi spettri che tengono in conto, in modo forfettario, degli effetti dovuti alle dissipazioni isteretiche.

Vi sono anche ulteriori aspetti non lineari considerati all'interno di tale metodologia, quali la possibilità di superare le sollecitazioni ultime in alcuni maschi, con la conseguente redistribuzione del taglio assorbito da tali elementi tra quelli con residue risorse di resistenza: con l'obiettivo di "limitare" il ricorso ad un'eccessiva redistribuzione, le norme limitano la variazione di taglio assorbito dai singoli pannelli ad un massimo del 25% rispetto al taglio assorbito nella condizione originaria (considerando un ulteriore massimo del 10% riferito all'intera parete).

### 2.5.1 Analisi lineari

Nell'ambito dell'analisi lineare, il legislatore individua come metodo standard di riferimento l'**analisi dinamica lineare** (pur riferendo tale denominazione ad un'analisi modale con spettro di risposta): con tale metodo il sistema MDOF, costituito da  $n$  gradi di libertà, viene disaccoppiato in  $n$  sistemi SDOF, ciascuno dei quali caratterizzato da un suo periodo ed una sua forma modale. Per ciascun modo, quindi, è possibile definire un sistema di forze orizzontali equivalenti da applicare ai vari piani, determinando in tal modo la massima sollecitazione o deformazione correlata a quel dato modo di vibrare. Anche in questo caso, ovviamente, è possibile effettuare una redistribuzione del tagliante a seguito di rottura o decompressione di qualche elemento, sempre nel rispetto delle limitazioni indicate in precedenza.

In alternativa all'analisi modale, è possibile effettuare un'**analisi statica lineare**: quest'ultima, in realtà, nella forma indicata dal legislatore, risulta essenzialmente un'analisi lineare semplificata. Tale semplificazione si riferisce, in particolare, nel fare riferimento unicamente al primo modo di vibrare, per il quale si assume una forma modale rettilinea e si considera una massa partecipante pari all'85% della massa totale per edifici regolari o al 100% della massa totale per edifici irregolari: in tal modo si ottengono delle forze orizzontali equivalenti, funzione delle masse sismiche presenti ai vari piani della parete e dell'ordinata spettrale riferita al periodo principale, anch'esso definito convenzionalmente in funzione dell'altezza della parete stessa.

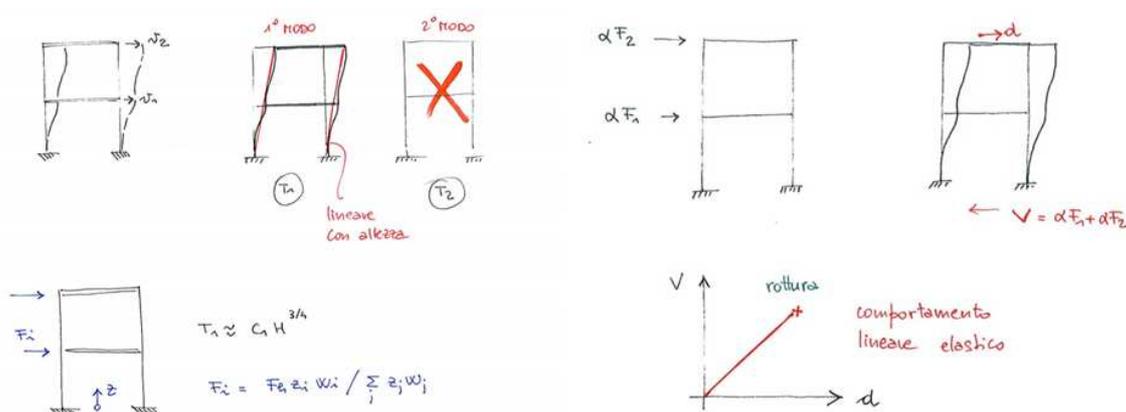


Figura 70 - Analisi statica lineare di pareti in muratura- D. Ferretti, Edifici in muratura (2011)

### 2.5.2 Analisi non lineari

Una filosofia progettuale maggiormente consapevole e razionale, tuttavia, prevedrebbe un approccio prestazionale, con il quale il terremoto agente viene correlato allo stato di danno indotto: in tal modo, infatti, il dimensionamento della struttura sarebbe effettuato in ragione della funzione che l'edificio manterrà al termine del sisma di progetto.

In funzione della tipologia di edificio in termini di destinazione d'uso e di una serie di eventi sismici aventi differenti periodi di ritorno, si fissa il livello prestazionale dell'edificio, su cui si basa dapprima la progettazione degli elementi resistenti e successivamente una verifica di duttilità in funzione degli spostamenti assunti dal modello.

La letteratura scientifica individua i seguenti livelli prestazionali:

- IO (Immediate Occupancy): nello stato di completa operatività non devono essere interrotte le attività condotte all'interno della struttura e i danni subiti dovranno essere trascurabili;
- Operatività: non vengono interrotte le attività e si considerano danni marginali;
- Riparabilità: i danni causati alla struttura sono riparabili ma portano all'interruzione dell'attività;
- LS (Life Safety): nello stato di salvaguardia della vita, al cospetto di danni ingenti, talvolta irreparabili, pur comportando l'interruzione delle attività non si genera pericolo per la vita delle persone che occupano la struttura;
- CP (Collapse Prevention): nello stato di collasso, i danni sono tali da mettere a rischio la stabilità della struttura e, per riflesso, la vita umana.

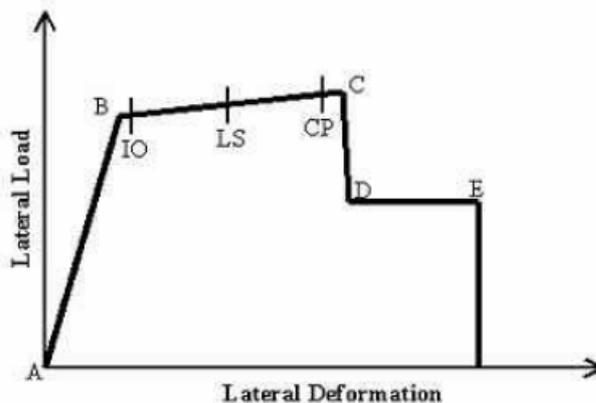


Figura 71 - Livelli prestazionali individuati nella curva forza-spostamento

In tal modo, pertanto, si prevede un livello di danno accettabile in funzione di aspetti di vario tipo (sociale, funzionale), considerando contemporaneamente aspetti di carattere statistico (quali probabilità e rischio sismico): in tal modo, ad esempio, per edifici di importanza strategica si dovrà garantire la funzionalità anche per sismi importanti (caratterizzati, cioè, da scarsa probabilità e quindi elevati periodi di ritorno), mentre per edifici civili si può pensare di garantire unicamente la sopravvivenza degli abitanti. Allo stesso modo, per sismi frequenti l'obiettivo principale sarà quello di evitare eccessivi danneggiamenti, così da ridurre le spese necessarie per il ripristino.

L'approccio, ovviamente, è decisamente diverso rispetto a quello precedentemente descritto, assumendo notevole importanza talune caratteristiche dei materiali, quali la duttilità, che saranno da calcolare direttamente, al pari del meccanismo finale di collasso. Il *force based method*, infatti, presenta il limite principale di non consentire un riscontro a posteriori sul valore assunto per il fattore di struttura: soprattutto per le strutture esistenti, realizzate secondo regole e criteri non ben conosciuti, assegnare a priori un valore a tale coefficiente rappresenta sicuramente un'operazione azzardata.

L'approccio basato sul controllo degli spostamenti, in ogni caso, è ormai sufficientemente diffuso anche nella pratica professionale, grazie al recepimento da parte delle più recenti normative italiane ed estere: con esso, quindi, la capacità di spostamento della struttura, determinata applicando alla stessa un'opportuna distribuzione di forze statiche ed incrementandole fino al collasso, viene confrontata con la richiesta di spostamento, e cioè con lo spostamento massimo che la struttura dovrebbe subire durante il sisma secondo le prestazioni descritte in precedenza. La conduzione di un'analisi non lineare di questa tipologia richiede particolare attenzione soprattutto nella modellazione del comportamento delle sezioni: i modelli più usati sono quelli a plasticità concentrata (che prevedono, cioè,

la formazione di cerniere plastiche in determinati punti della struttura, generalmente individuati dalle estremità delle aste), ma possono essere anche utilizzati i modelli a plasticità diffusa, ottenuti dividendo ogni asta in conci, ognuno dei quali caratterizzato da un legame momento-curvatura non lineare.

Per ciò che riguarda la distribuzione di forze orizzontali, essa è ottenuta dal prodotto delle masse di piano per un profilo di spostamenti (corrispondente ad una forma modale o ad una sua semplificazione): tali forze sono poi incrementate in modo proporzionale, monitorando la progressiva plasticizzazione delle sezioni, ottenendo, graficando gli spostamenti di un punto di controllo corrispondenti alle forze applicate, la cosiddetta curva di capacità. Per struttura in muratura, è possibile proseguire l'analisi anche successivamente al raggiungimento della deformazione ultima di qualche elemento: il tagliante sopportato da tale elemento (la cui capacità è da considerarsi annullata) sarà ridistribuito tra gli ulteriori elementi con resistenze residuali, determinando nella curva di capacità un ramo di softening, dipendente proprio dall'eliminazione di alcuni elementi (e che, pertanto, non è necessariamente rappresentativo di instabilità). Convenzionalmente, l'analisi si arresta a fronte di una riduzione del 20% del tagliante rispetto al massimo tagliante considerato.

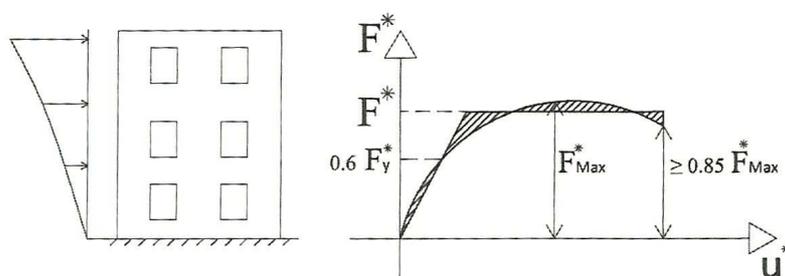


Figura 72 - Parete muraria soggetta a forze orizzontali e possibile curva di capacità con bilinearizzazione - P.Lenza, A. Ghersi, *Edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica* (2011)

La determinazione della richiesta di spostamento viene invece effettuata ipotizzando un comportamento della struttura elastico-perfettamente plastico: ad essa si perviene sostituendo la curva di capacità reale con una bilatera equivalente dal punto di vista energetico (avente quindi la medesima area sottesa).

La maggiore complessità che caratterizza l'analisi statica non lineare rispetto alle analisi lineari (statica o dinamica) descritte in precedenza, è indice anche di una maggiore sensibilità alle scelte effettuate in fase di modellazione strutturale: si pensi, a titolo esemplificativo, agli effetti in termini di valutazione finale della capacità di un'erronea scelta relativa alla schematizzazione di una singola cerniera plastica, che potrebbe alterare la sequenza con cui i vari elementi si plasticizzano, oppure agli effetti che

un'inadeguata stima del modulo elastico (e, quindi, del periodo) possono avere sulla determinazione della richiesta di spostamento.

Anche questa tipologia di analisi, ovviamente, non è esente da approssimazioni: è il caso del passaggio tra la richiesta di spostamenti elastici e quelli elasto-plastici, colto solo approssimativamente dalla forma proposta dalla normativa tecnica, o anche della dipendenza dei risultati dalla distribuzione di forze utilizzata. Pur prevedendo il legislatore il riferimento a due distinte distribuzioni (una costante e una dipendente dal primo modo di vibrare), con l'avanzare delle plasticizzazioni cambiano le caratteristiche dinamiche della parete e, per riflesso, la forma del modo principale, che pertanto andrebbe di volta in volta riadattata.

Nonostante tali rischi, l'analisi statica non lineare rappresenta il metodo migliore per fornire indicazioni essenziali su strutture esistenti, specie se queste sono state progettate e realizzate senza alcun riferimento a normative sismiche: con essa, oltremodo, si ha la possibilità di individuare anche eventuali carenze del comportamento della struttura, così da individuare opportune strategie di intervento.

L'analisi dinamica non lineare rimane la procedura di analisi più accurata per valutare il comportamento di un edificio nei confronti di un'azione sismica. Essa consiste, in estrema sintesi, nell'effettuare un'analisi non lineare al passo della struttura sotto l'azione di assegnati accelerogrammi opportunamente scalati. Tale soluzione, pur essendo alla base della determinazione degli spettri di risposta (tramite la sua applicazione all'oscillatore SDOF elastico ed elasto-plastico) non risulta di semplice ed efficace utilizzo direttamente per l'analisi non lineari di sistemi strutturali, come le pareti murarie, dotate di molti gradi di libertà. Nonostante la completezza e l'ambizione che la caratterizza, sussistono ancora molti elementi che ne ostacolano l'utilizzo sistematico: si pensi alla dipendenza dall'accelerogramma scelto, che comporta l'uso di molteplici segnali per ogni direzione di analisi, alla complessità insita del metodo, che lo rende applicabile solo in presenza di legami sufficientemente elaborati (e tra l'altro disponibili in pochi programmi ad hoc e con conseguenti tempi di analisi non trascurabili), alla valutazione dei risultati in chiave prestazionale, che risulta tutt'altro che immediata e che, pertanto, potrebbe richiedere come termine di confronto un'analisi statica. Nonostante le NTC 2008 indichino tale procedura tra quelle applicabili nella pratica professionale, sia la ricerca, sia la pratica progettuale, si sono orientate a metodologie alternative di tipo statico, capaci di "sintetizzare" gli effetti della risposta dinamica.

## CAPITOLO 3

### IL CODICE DI CALCOLO: IPOTESI DI BASE ED INTERFACCIA GRAFICA

#### 3.1 INTRODUZIONE

Scopo principale dell'attività di ricerca è stato quello di implementare un codice di calcolo che possa costituire, per il professionista interessato ad effettuare prime valutazioni sullo stato di strutture storiche in muratura, una valida alternativa a tecniche di modellazione più complesse: un mezzo, in sostanza, che possa fornire, quasi in *real time*, un'idea della risposta strutturale contro le azioni orizzontali. Un codice, insomma, caratterizzato da un'elevata versatilità e semplicità di utilizzo, in grado di conseguire un bilanciato compromesso tra validità teorico-sperimentale e praticità applicativa: caratteristiche, queste ultime, indispensabili nel quotidiano esercizio dell'attività professionale.

Proprio per questo il codice di calcolo è stato implementato in ambiente *Microsoft Excel*: la semplicità e la diffusione del foglio di calcolo, unitamente alle enormi potenzialità offerte dallo stesso, ne fanno indubbiamente l'interfaccia più diffusa tra i professionisti per applicazioni manuali o, quanto meno, non completamente a scatola chiusa. Sempre per garantire massima fruibilità e versatilità, il codice è stato scritto tramite il linguaggio di programmazione *Microsoft Visual Basic 6.3*, conferendo allo stesso un adeguato compromesso tra la gestione di laboriosi processi iterativi e un'interfaccia di immediata comprensione.

Come descritto in questo e nei successivi capitoli, tale strumento punta a guidare il progettista, attraverso un'interfaccia semplice ed intuitiva, nel delicato compito di svolgere un'analisi non lineare di pareti murarie caricate nel proprio piano, fornendo, in corrispondenza di ogni singolo step di carico, una rappresentazione puntuale e intuitiva degli elementi costituenti la parete, individuandone immediatamente le possibili criticità.

Il metodo proposto, in particolare, si inquadra tra i cosiddetti modelli a macro-elementi ed è caratterizzato da una formulazione a telaio equivalente: in particolare, esso risulta applicabile a pareti non necessariamente regolari in termini di distribuzione di vani (e quindi di geometria dei vari elementi costituenti) e mira, attraverso l'applicazione incrementale di un profilo di forze orizzontali ai vari piani della parete, alla valutazione della risposta globale di edifici il cui meccanismo resistente è governato dalla risposta nel

piano delle pareti, senza considerare eventuali meccanismi di collasso associati alla risposta dinamica fuori dal piano.

Oltre alla caratterizzazione resistente della parete, espressa in termini di curva di capacità della struttura, con l'obiettivo di confrontare domanda e richiesta sismica, il codice conduce poi alla determinazione del punto di funzionamento della struttura: richiamando il metodo N2 (Fajfar et al, 1989) e adattandolo alle modalità di verifica previste dalle normative vigenti (NTC 2008 e relativa Circolare Applicativa), il codice effettua il calcolo delle matrici di massa e rigidezza della parete (tramite la risoluzione del problema agli autovalori e la definizione di periodi propri e forme modali caratteristiche della parete), per poi individuare lo spettro di risposta elastico e trasformarlo nel formato ADRS: previa riduzione al sistema SDOF e successiva bilinearizzazione della curva di capacità, esso conduce alla determinazione del cosiddetto *performance point*, parametro alla base della verifica di adeguatezza della struttura oggetto di studio.

In questo capitolo saranno evidenziate le caratteristiche generali del modello, con particolare riferimento alle ipotesi di base, e si descriverà la procedura volta all'inserimento dei dati (geometrici, di carico e di caratterizzazione meccanica dei materiali) e alla visualizzazione grafica degli schemi adottati.

### 3.2 CARATTERISTICHE DEL MODELLO E IPOTESI DI BASE

Il modello su cui si basa il metodo proposto è quella classico utilizzato dai metodi a telaio equivalente: la parete viene opportunamente schematizzata come un telaio piano composto da elementi verticali detti maschi murari (colonne), orizzontali dette fasce di piano (travi) ed elementi di congiunzione detti nodi (elementi di connessione schematizzati come rigidi). Tale approccio di modellazione è avvalorato dall'osservazione dei danni indotti dai terremoti reali e dall'analisi dei dati di test sperimentali da cui risulta che tipicamente il danneggiamento si concentra in porzioni ben definite della parete: i maschi murari e le fasce di piano.

Nei riguardi delle azioni orizzontali, tale modellazione trascura il contributo resistente delle pareti in direzione ortogonale al proprio piano, ipotesi largamente accettata data la notevole flessibilità dei maschi murari in questo piano e la natura locale del meccanismo di collasso.

La generica parete si considera composta, da un punto di vista geometrico, da pannelli di maschio, pannelli di fascia e pannelli di nodo (individuati dall'intersezione tra i precedenti



garanzia dell'ipotesi effettuata. In termini globali, dunque, avviene una sorta di schematizzazione a “fascia debole – maschio forte”, come indicato nella figura seguente:

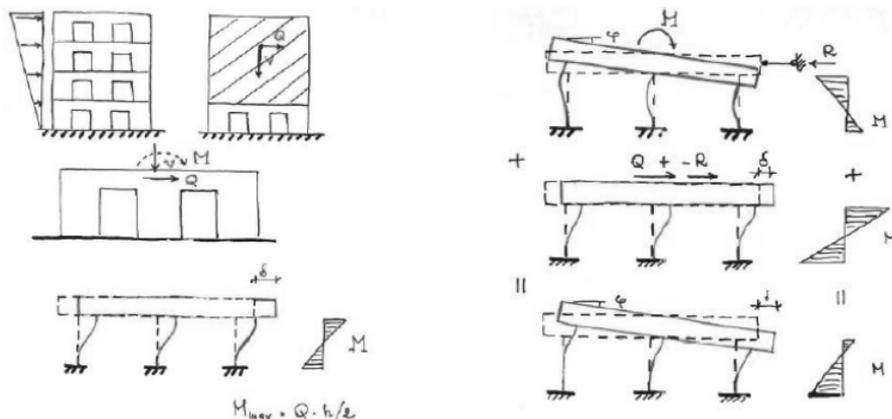
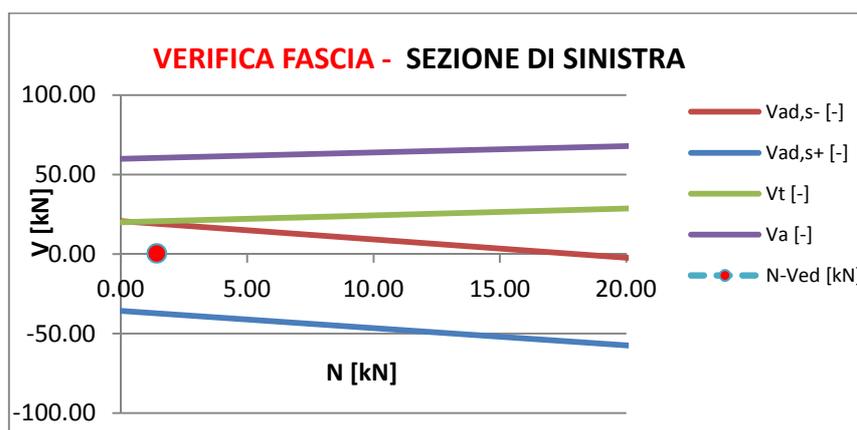


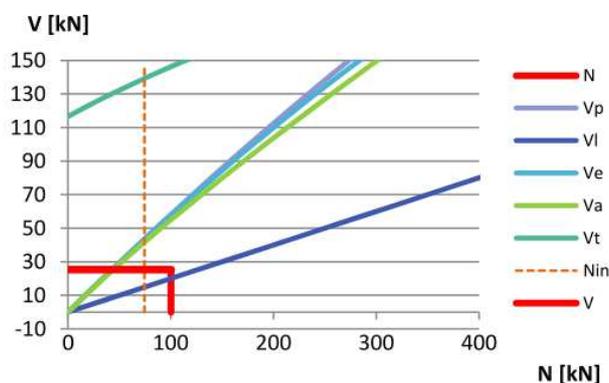
Figura 74 - Modello a fasce forti-maschi deboli: schematizzazione della parete con o senza la presenza degli effetti dovuti alla variazione degli sforzi normali

Per i pannelli di fascia, pertanto, sarà preso in considerazione unicamente lo stato limite elastico, escludendo, a differenza dei pannelli di maschio, la possibile plasticizzazione della sezione onde garantirne il comportamento utilizzato: in tale contesto saranno presi in considerazione tutti i possibili meccanismi di crisi previsti dalle normativa vigente: pressoflessione, taglio da scorrimento e taglio da fessurazione diagonale, esplicitando anche graficamente il comportamento assunto dall'elemento strutturale rispetto ai suoi principali elementi caratteristici (quali sforzi di taglio, sforzi assiali ed eccentricità con cui questi ultimi sono applicati rispetto al baricentro del pannello).



Relativamente alla modellazione resistente dei maschi murari, a seconda dello spostamento richiesto, per congruenza, al piano di appartenenza dei maschi in questione, si possono verificare diversi stati di comportamento della sezione del pannello: se la sezione più sollecitata risulta interamente in campo elastico, essa sarà interamente reagente (essendo caratterizzata da deformazioni di sola compressione) con una geometria resistente coincidente con quella nominale del pannello; all'aumentare dello spostamento richiesto, al

sopraggiungere di deformazioni di trazione (considerate incompatibili con il modello resistente assunto dalla muratura), sarà presa in considerazione la parzializzazione della sezione che, a sua volta, può essere accompagnata, nella porzione di sezione reagente, da deformazioni di compressione anche superiori al limite elastico e, pertanto, tali da comportare modificazioni permanenti delle proprietà meccaniche della muratura. Per il comportamento a presso-flessione dei maschi si considera il legame costitutivo di normativa, con soglia plastica calcolata con un legame tipo stress-block, mentre per la rottura dovuta a taglio-scorrimento e fessurazione diagonale si utilizzano rispettivamente, secondo le indicazioni fornite dalla normativa vigente, i criteri di Mohr-Coulomb e di Turnsek e Cacovic (1971).



La ripartizione delle azioni orizzontali agenti tra gli elementi resistenti, infine, avviene proporzionalmente alla rigidezza di questi ultimi alla traslazione orizzontale, considerando sia il contributo flessionale che quello tagliante e tenendo conto, in base a quanto affermato in precedenza, della parzializzazione delle sezioni.

### 3.3 DESCRIZIONE DELLA METODOLOGIA UTILIZZATA

Il codice proposto si articola, sostanzialmente nelle seguenti macro-fasi:

1. *Introduzione dati di input*: definizione della geometria della struttura: attraverso una procedura guidata, il codice richiede l'inserimento delle caratteristiche geometriche della parete (numero di piani e numero di aperture, definizione delle dimensioni caratteristiche della parete quali altezza e larghezza dei pannelli di maschio e delle aperture, spessori in corrispondenza dei vari piani). Successivamente, sempre tramite UserForm precostituite, si richiede all'utente la definizione della tipologia di materiale costituente la parete (unitamente al livello di conoscenza acquisito tramite le indagini) e la presenza di eventuali fattori migliorativi: l'inserimento di tali dati, coerentemente con quanto indicato all'interno dell'Appendice C8A della Circolare n.617/2009, porta

alla definizione delle caratteristiche meccaniche del materiale, eventualmente modificabili manualmente dall'utente. La fase di inserimento dati si conclude con la parte relativa all'inserimento dei carichi verticali agenti ai vari piani della struttura e dell'interasse caratteristico delle pareti: come per le caratteristiche meccaniche del materiale, l'utente ha piena possibilità di variare a proprio gradimento il valore finale di tali carichi; congiuntamente, si richiede all'utente di definire lo spessore dell'impalcato in modo da considerare adeguatamente l'eccentricità con cui la distribuzione incrementale di forze orizzontali applicate alla parete agisce rispetto all'estradosso dei pannelli di maschio;

2. *Restituzione grafica della geometria della parete e introduzione manuale di irregolarità:* dopo aver inserito i dati di input, il codice genera in output una schematizzazione della parete in cui, per ogni macroelemento considerato, si evidenziano le dimensioni della parete regolare generata al passo precedente, dando la possibilità all'utente di inserire manualmente e con estrema rapidità eventuali irregolarità geometriche;
3. *Calcolo dei carichi gravitazionali agenti sul sistema resistente:* in funzione delle caratteristiche dimensionali e di peso dei singoli macroelementi, il codice restituisce graficamente prima il peso proprio dei singoli elementi, successivamente i carichi permanentemente portati e variabili che pannelli di nodi e pannelli di fascia trasmettono al sistema resistente, ed infine, in base a questi ultimi e ai pesi propri precedentemente definiti, i carichi risultanti agenti sui singoli maschi;
4. *Calcolo delle rigidezze elastiche e delle variazioni di forza assiale dovute alla presenza di azioni orizzontali:* il comportamento fascia forte – maschio debole ipotizzato in base alle osservazioni condotte precedentemente, implica la considerazione di una variazione di forza assiale all'interno dei maschi murari come elemento equilibrante del momento generato dall'applicazione della distribuzione di forze orizzontali; il calcolo di tale variazione avviene in funzione delle rigidezze con cui i singoli pannelli di maschio si oppongono alle deformazioni assiali generate dal momento indotto. Successivamente il codice effettua il calcolo delle rigidezze elastiche dei singoli pannelli di maschio e provvede alla suddivisione del tagliante applicato a ogni piano in base al valore delle rigidezze che i maschi presentano alla traslazione orizzontale. Individuati i taglianti cui i singoli elementi resistenti sono soggetti, viene effettuato il calcolo dei momenti agenti sui singoli maschi: tale valore,

- moltiplicato per la rigidezza estensionale precedentemente calcolata fornisce la variazione di forza assiale che caratterizza i pannelli di maschio;
5. *Caratterizzazione resistente dei pannelli di maschio e dei pannelli di fascia:* individuati univocamente gli sforzi assiali agenti sui pannelli di maschio, è possibile descriverne il legame forza-spostamento evidenziando i punti di maggior interesse: limite del comportamento elastico lineare, limite del comportamento elastico con sezione parzializzata e limite del comportamento plastico. Analogamente, il codice provvede al calcolo dei domini di resistenza dei singoli pannelli (maschio e fascia) restituendo in forma grafica le curve relative ai domini di resistenza per i vari meccanismi di crisi considerati;
  6. *Inizializzazione della procedura iterativa volta al calcolo del tagliante alla base e del relativo spostamento del punto di controllo:* in funzione della caratterizzazione dei pannelli di maschio relativi ai vari piani, il codice inizializza la procedura iterativa (descritta in dettaglio nel capitolo successivo) volta alla determinazione della curva di capacità della parete: tale procedura, in particolare, può portare alla rideterminazione di quanto già calcolato a partire dal precedente punto 4).
  7. *Calcolo delle sollecitazioni e verifica dei pannelli di maschio e di fascia:* individuata univocamente la distribuzione di forze orizzontali (e l'effettiva forza assiale) agente sui pannelli di maschio, è possibile procedere con il calcolo delle caratteristiche della sollecitazione (N,M e T) agenti sui singoli elementi: per i pannelli di fascia, tale fase risulta particolarmente delicata poiché si verifica la correttezza delle ipotesi precedentemente effettuate sulla loro resistenza, prevedendo eventualmente interventi di rinforzo necessari alla validazione di tale ipotesi;
  8. *Definizione della curva di capacità della parete:* individuate, per ogni step di carico, le massime azioni orizzontali sopportabili da ogni piano ed i relativi spostamenti, il codice procede con il tracciamento della curva di capacità, che esprime, per la parete oggetto di studio, il legame esistente tra taglio alla base e spostamento del baricentro dell'ultimo impalcato;
  9. *Individuazione della domanda di spostamento:* in funzione della sismicità della zona in cui è ubicata la struttura in esame, viene effettuato il calcolo della domanda sismica e la sua rappresentazione nel dominio ADRS; il codice procede con il calcolo del sistema a un grado di libertà equivalente alla parete analizzata, alla bilinearizzazione della curva di capacità e alla sua rappresentazione nel dominio ADRS: confrontando

tali curve, in funzione dei parametri caratteristici del sistema SDOF equivalente, il codice conduce alla determinazione dello spostamento richiesto;

10. *Confronto tra capacità sismica e domanda sismica e definizione degli eventuali interventi di consolidamento:* il codice effettua la verifica della parete attraverso il confronto tra domanda e capacità di spostamento, controllando il rispetto dei parametri fissati dalla normativi (valori del fattore di struttura). In base ai risultati ottenuti e ad osservazioni legate alle specificità della parete e dell'azione sismica, sono proposti all'utente una serie di interventi di miglioramento caratterizzati da adeguata efficacia.

### 3.4 DEFINIZIONE DELLA GEOMETRIA DELLA PARETE E INTRODUZIONE DEI CARICHI GRAVITAZIONALI

L'introduzione dei dati avviene in forma estremamente rapida: al suo avvio, il codice richiede in apposita Userform il numero di piani ed il numero di campate della parete, utilizzando il dato inserito per evidenziare le celle in cui immettere, nello step immediatamente successivo, le dimensioni geometriche della parete, e in particolare:

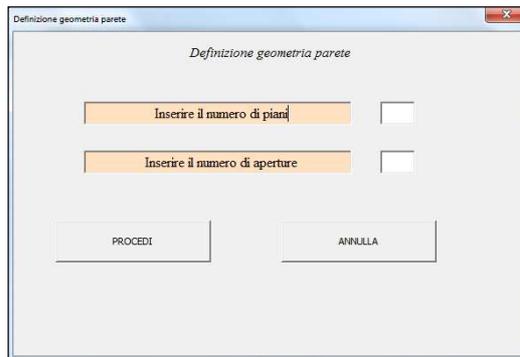


Figura 75 - Userform per l'inserimento del numero di piani e del numero di aperture

- Altezza dei pannelli di maschio;
- Altezza dei pannelli di fascia;
- Spessore dell'orizzontamento;
- Larghezza dei pannelli di maschio;
- Larghezza delle aperture.

Altezza dei pannelli di maschio			Altezza dei pannelli di fascia			Spessore di piano			Larghezza dei pannelli di maschio			Larghezza delle aperture		
Piano 1		[m]	Piano 1		[m]	Piano 1		[m]	Maschio 1		[m]	Apertura 1		[m]
Piano 2		[m]	Piano 2		[m]	Piano 2		[m]	Maschio 2		[m]	Apertura 2		[m]
Piano 3		[m]	Piano 3		[m]	Piano 3		[m]	Maschio 3		[m]	Apertura 3		[m]
									Maschio 4		[m]			

Figura 76- Screenshot relativo all'inserimento dei dati nel caso di telaio a 3 piani e 3 campate

Successivamente all'inserimento dei dati geometrici della parete, si può passare alla definizione dei carichi gravitazionali: essa avviene attraverso la richiesta, anche stavolta tramite apposita *Userform*, dei pesi degli orizzontamenti ai vari piani e dell'interasse tra le due pareti su cui scarica il solaio; il carico gravante sulla parete in corrispondenza di ogni orizzontamento, in ogni caso, può essere modificato manualmente al pari degli altri dati inseriti.

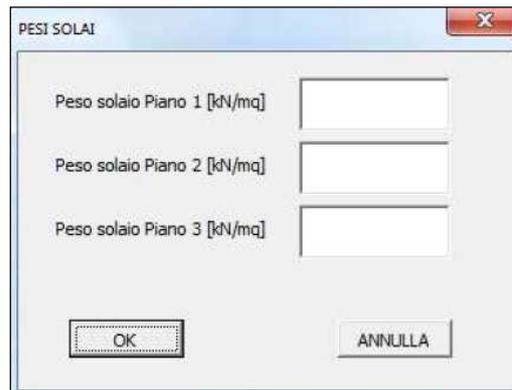
The image shows a software dialog box titled "PESI SOLAI". It has a standard Windows-style title bar with a close button (X) in the top right corner. The main area of the dialog contains three rows of input fields. Each row consists of a text label followed by an empty rectangular input box. The labels are "Peso solaio Piano 1 [kN/mq]", "Peso solaio Piano 2 [kN/mq]", and "Peso solaio Piano 3 [kN/mq]". At the bottom of the dialog, there are two buttons: "OK" on the left and "ANNULLA" on the right.

Figura 77 - Userform per l'inserimento dei carichi gravitazionali

Effettuato l'inserimento dei carichi degli impalcati, occorre inserire lo spessore di questi ultimi in modo da consentire la valutazione del braccio con cui agiscono i carichi orizzontali rispetto all'estradosso dei maschi: tale valore, come accennato precedentemente, è fondamentale per il successivo calcolo della variazione di forza assiale dipendente proprio dalle forze orizzontali applicate.

Si passa successivamente alla definizione delle caratteristiche meccaniche della muratura: essa avviene tramite un'interfaccia contenente le principali tipologie murarie previste dalle NTC 2008 e dalla relativa Circolare applicativa (617/2009).

Tipologia di muratura	$f_m$	$\tau_0$	E	G	w
	(N/cm <sup>2</sup> )	(N/cm <sup>2</sup> )	(N/mm <sup>2</sup> )	(N/mm <sup>2</sup> )	(kN/m <sup>3</sup> )
	Min-max	min-max	min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	100	2,0	690	230	19
	180	3,2	1050	350	
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e nucleo interno	200	3,5	1020	340	20
	300	5,1	1440	480	
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	260	5,6	1500	500	21
	380	7,4	1980	660	
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	140	2,8	900	300	16
	240	4,2	1260	420	
Muratura a blocchi lapidei squadrati	600	9,0	2400	780	22
	800	12,0	3200	940	
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	240	6,0	1200	400	18
	400	9,2	1800	600	
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤ 40%)	500	24	3500	875	15
	800	32	5600	1400	
Muratura in blocchi laterizi semipieni (perc. foratura < 45%)	400	30,0	3600	1080	12
	600	40,0	5400	1620	
Muratura in blocchi laterizi semipieni, con giunti verticali a secco (perc. foratura < 45%)	300	10,0	2700	810	11
	400	13,0	3600	1080	
Muratura in blocchi di calcestruzzo o argilla espansa (perc. foratura tra 45% e 65%)	150	9,5	1200	300	12
	200	12,5	1600	400	
Muratura in blocchi di calcestruzzo semipieni (foratura < 45%)	300	18,0	2400	600	14
	440	24,0	3520	880	

Figura 78 – Circolare 617/2009: Tabella C8A.2.1 - Valori di riferimento dei parametri meccanici (minimi e massimi) e peso specifico medio

Tipologia di muratura	Malta buona	Giunti sottili (<10 mm)	Ricorsi o listature	Connessioni trasversale	Nucleo scadente e/o ampio	Iniezione di miscele leganti	Intonaco armato *
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,5	-	1,3	1,5	0,9	2	2,5
Muratura a conci sbozzati, con paramento di limitato spessore e	1,4	1,2	1,2	1,5	0,8	1,7	2
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	1,3	-	1,1	1,3	0,8	1,5	1,5
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,5	1,5	-	1,5	0,9	1,7	2
Muratura a blocchi lapidei squadrati	1,2	1,2	-	1,2	0,7	1,2	1,2
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1,5	1,5	-	1,3	0,7	1,5	1,5

\* Valori da ridurre convenientemente nel caso di pareti di notevole spessore (p.es. > 70 cm).

Figura 79 - Circolare 617/2009: Tabella C8A.2.2 - Coefficienti correttivi dei parametri meccanici (indicati in Tabella C8A.2.1) da applicarsi in presenza di caratteristiche migliorative

In linea con quanto prescritto dalla normativa vigente, in funzione della tipologia di muratura inserita, sono individuate delle caratteristiche meccaniche e di rigidezza del materiale in termini di valori massimi e minimi: nel caso in cui la struttura presenti le caratteristiche migliorative individuate al paragrafo C8A.2 della Circolare Applicativa n.617/2009, il solutore provvede automaticamente all'applicazione dei coefficienti migliorativi previsti.

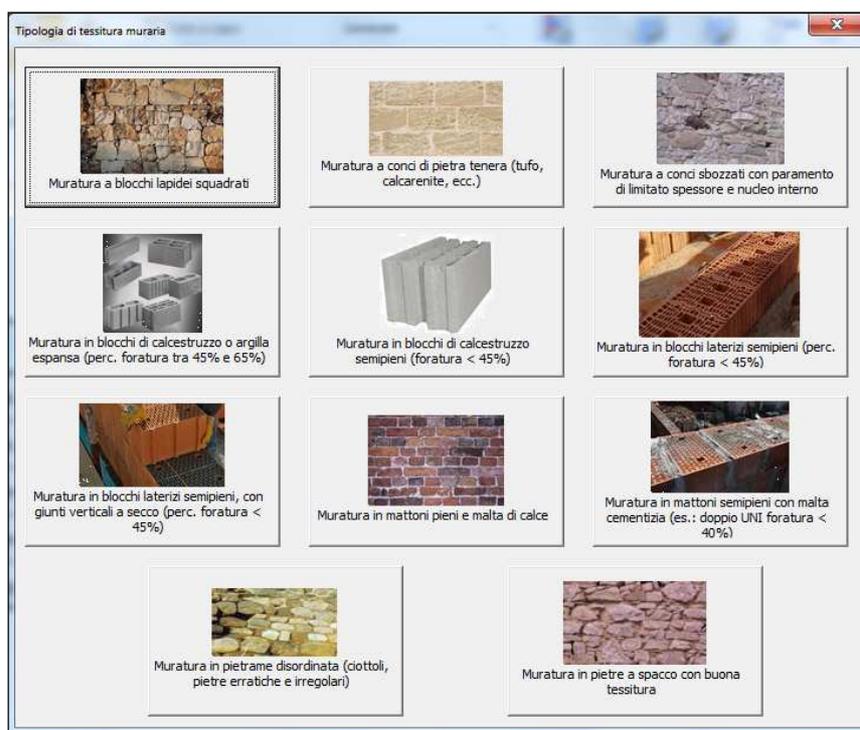


Figura 80 - Riquadro per la scelta della tipologia di muratura

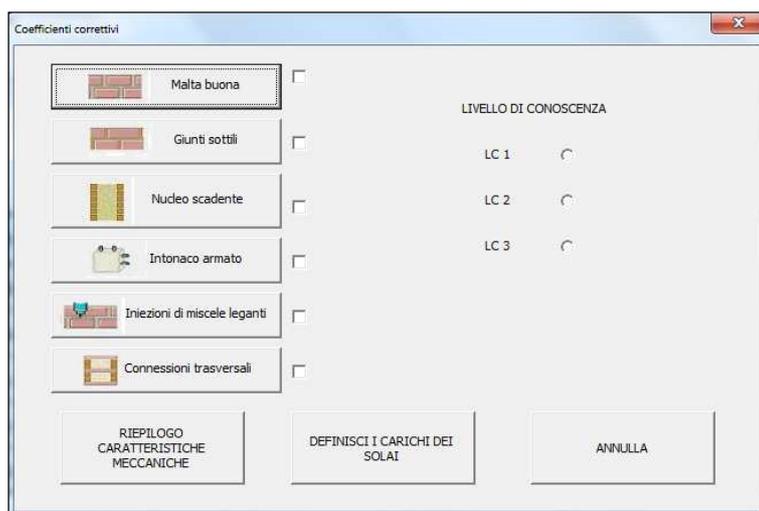


Figura 81 - Riquadro per la scelta dei parametri migliorativi delle caratteristiche della muratura

Al pari di tutti gli ulteriori elementi di definizione della parete oggetto di studio, anche le caratteristiche meccaniche possono essere variate manualmente dall'utilizzatore.

**RIEPILOGO CARATTERISTICHE MECCANICHE**

Muratura in mattoni pieni e malta di calce	Parametri Meccanici	Valore minimo	Valore medio	Valore massimo	Valore base	Coefficiente correttivo	F.C.	Valore di calcolo
	Modulo di elasticità normale, E	1200	1500	1800	1500 Mpa	2.925	1.2	5265
<i>Coefficienti correttivi</i>	Modulo di elasticità tangenziale, G	400	500	600	500 Mpa	2.925	1.2	1755
Malta buona	Resistenza a compressione, $f_m$	240	320	400	240 N/cm <sup>2</sup>	2.925	1.2	1123.2
Giunti sottili	Resistenza a taglio, $\tau_0$	6	7.6	9.2	6 N/cm <sup>2</sup>	2.925	1.2	26.676
Nucleo scadente	Peso specifico, w	-	18	-	18 kN	-	-	18 kN

Definisci i carichi dei solai

Figura 82 - Possibilità di modifica manuale delle caratteristiche meccaniche definite in base alla normativa vigente

Inseriti tutti i dati necessari per la definizione del problema, il codice provvede alla generazione di un telaio equivalente costituito dai tre macroelementi (maschi, fasce e nodi), per ognuno dei quali sono riportate larghezza, altezza e spessore: agendo manualmente su tali valori, l'utente ha la possibilità di introdurre rapidamente qualsivoglia irregolarità geometrica della parete.

	1	2	3	4	5	6	7
1	2.11	1.30	1.68	2.05	1.89	1.30	1.93
1	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66	2.66
1	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57
2	2.11	1.30	1.68	2.05	1.89	1.30	1.93
2	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10
2	0.57		0.57		0.57		0.57
3	2.11	1.30	1.68	2.05	1.89	1.30	1.93
3	1.85	1.85	1.85	1.85	1.85	1.85	1.85
3	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57	0.57
4	2.11	1.30	1.68	2.05	1.89	1.30	1.93
4	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10	3.10
4	0.57		0.57		0.57		0.57
5	2.11	1.30	1.68	2.05	1.89	1.30	1.93
5	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25	1.25
5	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86	0.86
6	2.11	1.30	1.68	2.05	1.89	1.30	1.93
6	3.60	3.60	3.60	3.60	3.60	3.60	3.60
6	0.86		0.86		0.86		0.86

Figura 83 - Rappresentazione contenente le dimensioni dei pannelli costituenti la parete

A titolo di esempio, la presenza di aperture di altezza diversa nella parete riportata di seguito, può essere agevolmente inserita in tale rappresentazione modificando localmente le dimensioni indicate con le frecce (altezza della fascia e dei due pannelli di maschio ad essa adiacenti).

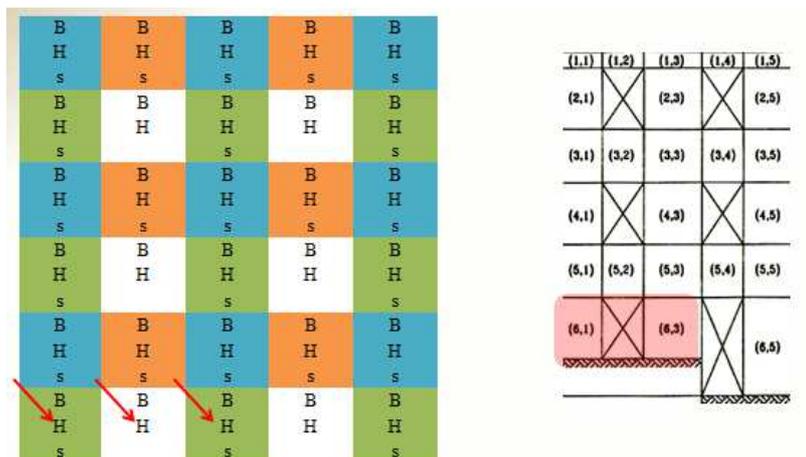


Figura 84 - Inserimento di irregolarità geometriche nella rappresentazione di output della parete

Allo stesso modo, per introdurre variazioni rispetto ai dati inseriti in termini di carichi, il codice produce due schermate relative rispettivamente ai pesi propri dei singoli elementi (ricavati dal prodotto tra il peso di volume e le dimensioni degli elementi stessi) e ai carichi esercitati dai solai e trasmessi, tramite i pannelli di fascia e di nodo, ai maschi murari.

### 3.5 CALCOLO DEI CARICHI VERTICALI AGENTI IN CAPO AI PANNELLI DI MASCHIO

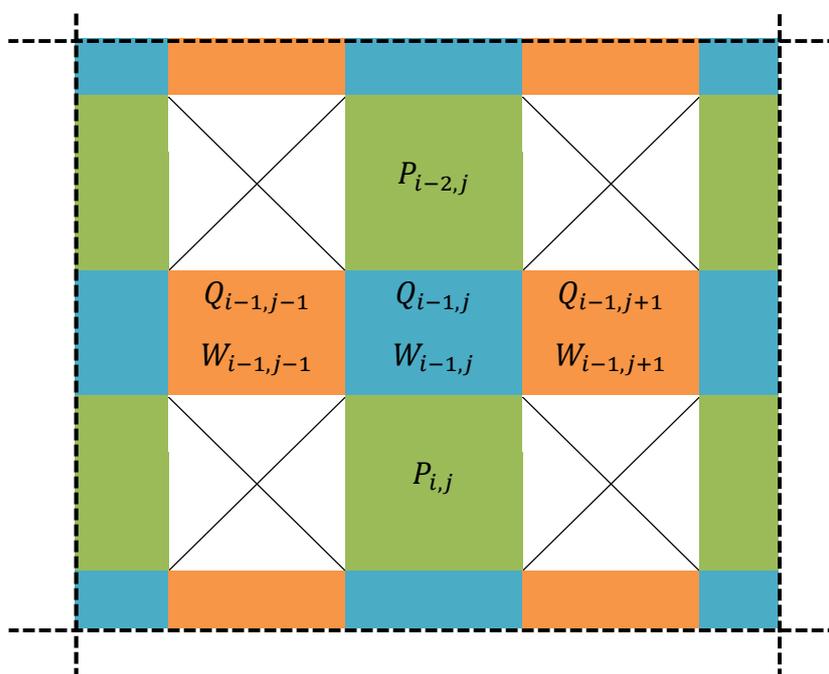
Gli step che conducono al calcolo della forza assiale agente sui singoli maschi in virtù dei carichi gravitazionali, sono riportati singolarmente in output dal codice, utilizzando le seguenti formulazioni:

- $W_{i,j}[kN] = \gamma \cdot (B_i \cdot H_i \cdot s_i)$ : peso proprio del macroelemento (maschio, fascia, nodo);
- $Q_{i,j}[kN] = Q_{sol} \cdot \frac{i}{2} \cdot B_i$ : carichi esercitati, per ogni piano, da fasce e nodi (derivanti dai pesi degli orizzontamenti  $Q_{sol}$  definiti in fase di input e dall'interesse  $i$  tra pareti parallele, oltre che dalla larghezza dell'elemento appartenente al piano);
- $P_{i,j}[kN] = \frac{W_{i-1,j-1}}{2} + \frac{W_{i-1,j+1}}{2} + W_{i-1,j} + \frac{Q_{i-1,j-1}}{2} + \frac{Q_{i-1,j+1}}{2} + Q_{i-1,j} + P_{i-2,j}$ , carico agente in sommità di ogni maschio, in cui sono state utilizzate le seguenti annotazioni:

- $W_{i-1,j}$ : peso proprio del nodo sovrastante il maschio considerato;
- $W_{i-1,j-1}$ : peso proprio della fascia a sinistra del nodo sovrastante il maschio considerato;
- $W_{i-1,j+1}$ : peso proprio della fascia a destra del nodo sovrastante il maschio considerato;

- $Q_{i-1,j}$ : carico dell’impalcato trasmesso al maschio tramite il nodo sovrastante il maschio considerato;
- $Q_{i-1,j-1}$ : carico dell’impalcato trasmesso al maschio tramite la fascia a sinistra del nodo sovrastante il maschio considerato;
- $Q_{i-1,j+1}$ : carico dell’impalcato trasmesso al maschio tramite la fascia a destra del nodo sovrastante il maschio considerato;
- $P_{i-2,j}$ : carico agente in sommità del maschio posto al piano superiore.

Si riporta, nella figura seguente, la suindicata notazione riferita ad un singolo tratto di parete:



SCHEDA PESI PROPRI						
1	2	3	4	5	6	7
60.78	37.45	48.40	59.06	54.45	37.45	55.60
70.84		56.40		63.45		64.80
42.27	26.05	33.66	41.07	37.87	26.05	38.67
70.84		56.40		63.45		64.80
43.10	26.55	34.31	41.87	38.60	26.55	39.42
124.12		98.82		111.18		113.53

SCHEDA CARICHI SOLAI						
1	2	3	4	5	6	7
10.35	6.38	8.24	10.06	9.27	6.38	9.47
9.99	6.15	7.95	9.70	8.94	6.15	9.13
9.99	6.15	7.95	9.70	8.94	6.15	9.13

SCHEDA CARICHI AGENTI SUI PANNELLI DI MASCHIO						
1	2	3	4	5	6	7
93.05		113.11		120.19		86.979
232.25		252.61		271.94		215.676
372.52		393.41		425.08		345.379

Figura 85 - Screenshot degli output relativi al calcolo dei carichi

Si riporta, in appendice al presente capitolo, la parte di codice relativa all’immissione dei dati geometrici, delle condizioni di carico e delle caratteristiche meccaniche.

**Sub a3\_colore\_pp()**

```

Sheets("Foglio3").Select
Cells.Select
Selection.ClearContents
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With

i = 1
j = 1
Range("A1").Select
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    Cells(1 + j, 1).Select
    ActiveCell = "" & j
Next j

Range("A1").Select
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1, 1 + i).Select
    ActiveCell = "" & i
Next i

Sheets("Foglio3").Select
Cells.Select
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With
Range("A1").Select

j = 1
i = 1
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1 + j, 1 + i).Select
If (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) > 0 Then
    With Selection.Interior
        .Pattern = xlSolid
        .PatternColorIndex = xlAutomatic
        .ThemeColor = xlThemeColorAccent5
        .TintAndShade = 0
        .PatternTintAndShade = 0
    End With
ElseIf (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) = 0 Then
    With Selection.Interior
        .Pattern = xlSolid
        .PatternColorIndex = xlAutomatic
        .ThemeColor = xlThemeColorAccent6
        .TintAndShade = 0
        .PatternTintAndShade = 0
    End With
ElseIf (j Mod 2) = 0 And (i Mod 2) > 0 Then
    With Selection.Interior
        .Pattern = xlSolid
        .PatternColorIndex = xlAutomatic
        .ThemeColor = xlThemeColorAccent3
        .TintAndShade = 0
        .PatternTintAndShade = 0
    End With
End If
Next i
Next j

Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 1)).Select
Selection.Copy
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 2 + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Application.CutCopyMode = False
Cells.Select

```

```

ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio3").Sort.SortFields.Clear
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio3").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A1"), _
SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio3").Sort
    .SetRange Range("A1:CA61")
    .Header = xlNo
    .MatchCase = False
    .Orientation = xlTopToBottom
    .SortMethod = xlPinYin
    .Apply
End With
UltimaRigaX = Sheets("Foglio3").Range("A65000").End(xlUp).Row
Rows(UltimaRigaX + 1).Select
Selection.Cut
Rows("1:1").Select
Selection.Insert Shift:=xlDown

Range("A1").Select

Call a3b_pp
End Sub

```

---

**Sub a3b\_pp()**

```

Sheets("Foglio3").Select

For j = 3 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 Step 3
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(j, 1 + i).Select
    If (j Mod (2) > 0) Then
        ActiveCell = Sheets("Foglio1").Cells(17, 2).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Value *
            Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(1, 0).Value

    ElseIf (j Mod (2) = 0 And i Mod (2) > 0) Then
        ActiveCell = Sheets("Foglio1").Cells(17, 2).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Value *
            Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(1, 0).Value
    End If
Next i
Next j

End Sub

```

---

**Sub a4\_colore\_carichi\_solai()**

```

Sheets("Foglio4").Select
Cells.Select
Selection.ClearContents
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With

i = 1
j = 1
Range("A1").Select
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    Cells(1 + j, 1).Select
    ActiveCell = "" & j
Next j

Range("A1").Select
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1, 1 + i).Select
    ActiveCell = "" & i
Next i

Sheets("Foglio4").Select
Cells.Select
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With

```

```

Range("A1").Select

j = 1
i = 1
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
Cells(1 + j, 1 + i).Select
If (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) > 0 Then
With Selection.Interior
.Pattern = xlSolid
.PatternColorIndex = xlAutomatic
.ThemeColor = xlThemeColorAccent5
.TintAndShade = 0
.PatternTintAndShade = 0
End With
ElseIf (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) = 0 Then
With Selection.Interior
.Pattern = xlSolid
.PatternColorIndex = xlAutomatic
.ThemeColor = xlThemeColorAccent6
.TintAndShade = 0
.PatternTintAndShade = 0
End With
ElseIf (j Mod 2) = 0 And (i Mod 2) > 0 Then
With Selection.Interior
.Pattern = xlSolid
.PatternColorIndex = xlAutomatic
.ThemeColor = xlThemeColorAccent3
.TintAndShade = 0
.PatternTintAndShade = 0
End With
End If
Next i
Next j

Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 1)).Select
Selection.Copy
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 2 + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Application.CutCopyMode = False
Cells.Select
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio4").Sort.SortFields.Clear
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio4").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A1"), _
SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio4").Sort
.SetRange Range("A1:CA61")
.Header = xlNo
.MatchCase = False
.Orientation = xlTopToBottom
.SortMethod = xlPinYin
.Apply
End With
UltimaRigaX = Sheets("Foglio4").Range("A65000").End(xlUp).Row
Rows(UltimaRigaX + 1).Select
Selection.Cut
Rows("1:1").Select
Selection.Insert Shift:=xlDown

Range("A1").Select

Call a4b_carichi_solai

End Sub



---


Sub a4b_carichi_solai()

Sheets("Foglio4").Select
For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value

Cells(j, 1 + i).Select
If j = 4 And j Mod 2 = 0 Then

```

```

        ActiveCell = Sheets("Foglio1").Cells(22, 2).Value * Sheets("Foglio1").Cells(25, 2).Value / 2 *
        Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(-2, 0).Value
    ElseIf j Mod (2) = 0 Then
        ActiveCell = Sheets("Foglio1").Cells(23, 2).Value * Sheets("Foglio1").Cells(25, 2).Value / 2 *
        Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(-2, 0).Value
    End If
    'Else
    'If (j Mod (2) = 0) Then

    'ActiveCell = Selection.Offset(0, 1).Value
    'End If
    'End If
Next i
Next j

End Sub

```

---

**Sub a5\_colore\_carichi\_risultanti()**

```

Sheets("Foglio5").Select
Cells.Select
Selection.ClearContents
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With

i = 1
j = 1
Range("A1").Select
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    Cells(1 + j, 1).Select
    ActiveCell = "" & j
Next j

Range("A1").Select
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1, 1 + i).Select
    ActiveCell = "" & i
Next i

Sheets("Foglio5").Select
Cells.Select
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With
Range("A1").Select

j = 1
i = 1
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
        Cells(1 + j, 1 + i).Select
        If (j Mod (2) > 0) And (i Mod (2) > 0) Then
            With Selection.Interior
                .Pattern = xlSolid
                .PatternColorIndex = xlAutomatic
                .ThemeColor = xlThemeColorAccent5
                .TintAndShade = 0
                .PatternTintAndShade = 0
            End With
        ElseIf (j Mod (2) > 0) And (i Mod (2) = 0) Then
            With Selection.Interior
                .Pattern = xlSolid
                .PatternColorIndex = xlAutomatic
                .ThemeColor = xlThemeColorAccent6
                .TintAndShade = 0
                .PatternTintAndShade = 0
            End With
        ElseIf (j Mod (2) = 0) And (i Mod (2) > 0) Then
            With Selection.Interior
                .Pattern = xlSolid
                .PatternColorIndex = xlAutomatic

```

```

.ThemeColor = xlThemeColorAccent3
.TintAndShade = 0
.PatternTintAndShade = 0
End With
End If
Next i
Next j

Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 1)).Select
Selection.Copy
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 2 + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Application.CutCopyMode = False
Cells.Select
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio5").Sort.SortFields.Clear
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio5").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A1"), _
SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio5").Sort
.SetRange Range("A1:CA61")
.Header = xlNo
.MatchCase = False
.Orientation = xlTopToBottom
.SortMethod = xlPinYin
.Apply
End With
UltimaRigaX = Sheets("Foglio5").Range("A65000").End(xlUp).Row
Rows(UltimaRigaX + 1).Select
Selection.Cut
Rows("1:1").Select
Selection.Insert Shift:=xlDown

Range("A1").Select

Call a5b_carichi_risultanti
End Sub

```

---

**Sub a5b\_carichi\_risultanti()**

```

Sheets("Foglio5").Select

For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
If j = 4 And i Mod (2) > 0 Then
Cells(j, 1 + i).Select
If i > 1 And (i Mod (2) > 0) Then
ActiveCell = Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, -1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 0).Value + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, -1).Value * 0.5
ElseIf i = 1 Then
ActiveCell = Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 0).Value + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 1).Value * 0.5
End If
ElseIf j Mod (2) = 0 And j > 5 Then
Cells(j, 1 + i).Select
If i > 1 And (i Mod (2) > 0) Then
ActiveCell = Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, -1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 0).Value + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, -1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-4, 0).Value + Cells(j, 1 + i).Offset(-6, 0).Value
ElseIf i = 1 Then
ActiveCell = Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 1).Value * 0.5 + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-5, 0).Value + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 0).Value + Sheets("Foglio4").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 1).Value * 0.5 + ActiveCell.Offset(-5, 0).Value + Sheets("Foglio3").Cells(j, 1 + i).Offset(-4, 0).Value + Cells(j, 1 + i).Offset(-6, 0).Value
End If
End If
Next i
Next j
End Sub

```

## CAPITOLO 4

### CALCOLO DELLA CAPACITÀ SISMICA

#### 4.1 CALCOLO DELLA VARIAZIONE DI SFORZO NORMALE

Definito compiutamente il modello di parete da analizzare in termini di geometria, carichi e caratteristiche meccaniche, il primo step di calcolo è rappresentato dall'individuazione della variazione di forza assiale nei pannelli di maschio dovuta all'effetto ribaltante indotto sulla parete dalla presenza di azioni orizzontali. Tale evidenza, riscontrata sperimentalmente, può agire in modo importante sulla rigidezza ma soprattutto sulla resistenza dei maschi murari, modificando la risposta strutturale della parete.

Infatti, in sommità di ogni pannello di maschio, oltre ai carichi verticali da peso proprio e di tipo permanente portati trasmessi dagli orizzontamenti, agisce anche uno sforzo normale  $\Delta N$  che deriva dall'eccentricità con la quale le forze orizzontali di natura sismica sono applicate rispetto alla quota di estradosso dei pannelli di maschio immediatamente sottostanti: queste ultime, infatti, generano un momento ribaltante sulla parete che deve essere equilibrato dalla coppia generata da forze che, per il rispetto dell'equilibrio alla traslazione, dovranno avere risultante verticale nulla. La procedura utilizzata per la determinazione di tali forze è quella proposta da Augenti (2000), basata sulle rigidezze estensionali dei pannelli di maschio di ogni piano.

Al fine di consentire una prima valutazione relativa alla determinazione delle forze  $\Delta N$  relative ad ogni pannello di maschio, si consideri una parete costituita da  $n$  piani e da  $(p - 1)$  aperture soggetta, al livello dei vari orizzontamenti, ad una serie di forze orizzontali  $F_i$  aventi eccentricità  $z_i$  rispetto all'estradosso dei pannelli di maschio. Si supponga di isolare, in corrispondenza di ogni orizzontamento, i pannelli di maschio da quelli di fascia e di nodo (collocati al livello dell'orizzontamento stesso), applicando le caratteristiche della sollecitazione interna (genericamente indicate con  $N$ ,  $M$  e  $T$ , seguite da una coppia di pedici che indicano, rispettivamente, il livello di piano e il progressivo del pannello nell'ambito del piano stesso, così come individuato dalle linee di prolungamento dei vani in direzione verticale) in corrispondenza delle interfacce; in particolare, per garantire l'equilibrio alla traslazione orizzontale e alla rotazione dovrà verificarsi, per ogni piano:

- $V_i = \sum_{j=1}^p T_{i,j}$  (i taglianti applicati all'interfaccia tra pannello di maschio e pannello di nodo dovranno equilibrare il tagliante di piano);
- $M_{i,j} = T_{i,j} \cdot H_{i,j}/2$  (il momento flettente generato sui pannelli di maschio dal taglio applicato all'estremità degli stessi deve essere equilibrato da una coppia di pari valore).

Come specificato nel capitolo precedente, presupposto fondamentale nella generazione del codice è stato quello di considerare (verificando ex post la garanzia del rispetto dell'ipotesi assunta) le fasce di piano rigide sia flessionalmente che estensionalmente: per riflesso, la rotazione cui le fasce corrispondenti agli  $i$  orizzontamenti presenti, dovranno essere equilibrate da sforzi normali all'interno dei maschi tali da garantire le condizioni di congruenza ed equilibrio. Indicando con  $\Delta N$  tali forze, in corrispondenza di ogni piano si ha:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} = 0$$

L'ipotesi di comportamento rigido delle fasce porta, inoltre, ad assumere un comportamento alla Engesser delle stesse, simile a quello utilizzato, nello studio dei ponti, per la ripartizione trasversale dei carichi agenti al livello dell'impalcato, come mostrato qualitativamente dalla figura seguente:

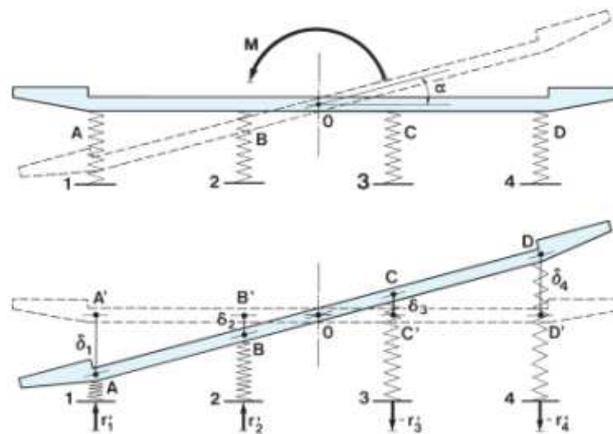


Figura 86 - Esempio di ripartizione alla Engesser

In generale, la parete è soggetta ad una rotazione rigida  $\theta_i$  intorno ad un punto caratterizzato da momento nullo, corrispondente pertanto al baricentro delle rigidità estensionali dei pannelli di maschio. Indicando con  $\Delta H$  la variazione di altezza cui è soggetto il singolo pannello

$$\Delta H_{i,j} = \theta_i \cdot (x_{i,j} - x_{i,0})$$

in cui si è indicato con  $x_{i,j}$  l'ascissa del baricentro del generico pannello rispetto ad un sistema di riferimento avente origine in corrispondenza dell'estremità del primo pannello di maschio, come schematicamente illustrato nella figura seguente (riferita per semplicità ad una parete caratterizzata da geometria regolare):

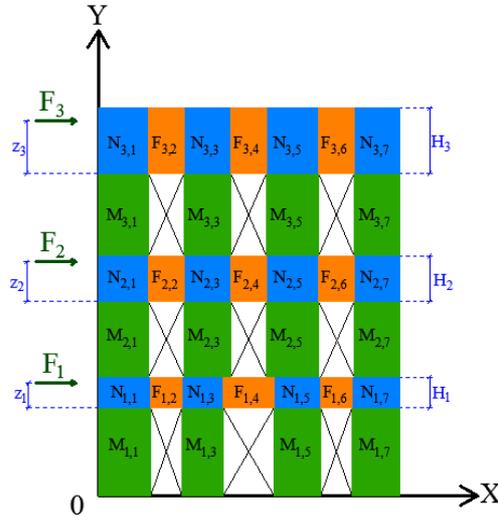


Figura 87 - Schematizzazione della parete

Isolando la striscia di piano  $i$ -esimo comprendente tutti e soli i pannelli di maschio, è possibile utilizzare le denominazioni assunte nella figura seguente (in cui, oltre alle ascisse  $x_{i,j}$  e alle variazioni di altezza  $\Delta H_{i,j}$  già introdotte in precedenza, si indicano con  $l_{i,j}$  le distanze dai baricentri dei pannelli di maschio dal centro di rotazione  $O_i$ ).

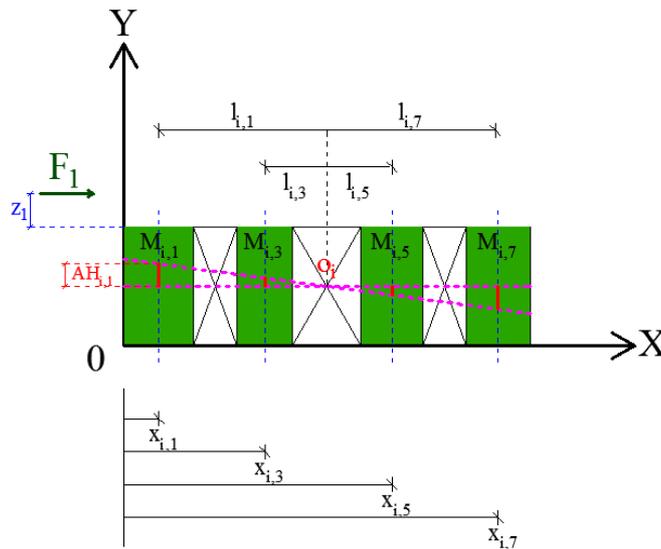


Figura 88 - Notazioni utilizzate

Dai generici legami intercorrenti tra la dimensione iniziale di un elemento e la corrispondente deformazione assiale, indicando con  $E_{i,j}$  il modulo elastico del pannello di maschio e con  $A_{i,j}$  la sua sezione, si può scrivere:

$$\Delta H_{i,j} = \Delta N_{i,j} \cdot \frac{H_{i,j}}{(E \cdot A)_{i,j}}$$

Dalla suindicata relazione emerge che lo spostamento tra le sezioni estreme del pannello di maschio è funzione della forza assiale (positiva o negativa) applicata e della rigidità estensionale del pannello  $k_{est,i,j}$ :

$$k_{est,i,j} = \frac{(E \cdot A)_{i,j}}{H_{i,j}}$$

attraverso la relazione:

$$\Delta H_{i,j} = \frac{\Delta N_{i,j}}{k_{est,i,j}}$$

Lo spostamento relativo  $\Delta H_{i,j}$ , pertanto, essendo funzione della rigidità estensionale del pannello, dipende non solo dalle caratteristiche inerziali dello stesso, ma anche dal suo modulo elastico: quest'ultimo, qualora la parete sia oggetto di interventi di consolidamento atti a modificarne la rigidità (alterando il valore di tale fattore), pertanto, si ripercuote direttamente sulle modalità con cui la variazione di forza assiale  $\Delta N$  si manifesta.

La posizione del centro di rotazione  $O_i$  in corrispondenza di ogni piano della parete è facilmente individuabile tramite alcuni passaggi algebrici. Essendo:

$$\Delta H_{i,j} = \frac{\Delta N_{i,j}}{k_{est,i,j}}$$

$$\Delta H_{i,j} = \theta_i \cdot (x_{i,j} - x_{i,0})$$

si può scrivere:

$$\Delta N_{i,j} = k_{est,i,j} \cdot \theta_i \cdot (x_{i,j} - x_{i,0})$$

Partendo da tale espressione, è possibile applicare l'equazione di equilibrio alla traslazione verticale, in virtù della quale, in corrispondenza di ogni piano  $i$ , le variazioni di forza assiale cui sono soggette i maschi devono avere risultante nulla:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} = \sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot \theta_i \cdot (x_{i,j} - x_{i,0}) = 0$$

Tale equazione deve essere soddisfatta per ogni possibile valore assunto dalla rotazione di piano  $\theta_i$ , e pertanto dovrà risultare:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} = \sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot \theta_i \cdot (x_{i,j} - x_{i,0}) = \theta_i \cdot \sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot (x_{i,j} - x_{i,0}) = 0$$

Da cui:

$$\sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot (x_{i,j} - x_{i,0}) = \sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot x_{i,j} - \sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot x_{i,0} = 0$$

Dalla quale si può facilmente determinare l'ascissa del centro di rotazione  $O_i$ :

$$x_{i,0} = \frac{\sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot x_{i,j}}{\sum_{j=1}^p k_{est,i,j}}$$

Nota la posizione del centro di rotazione, da considerazioni di congruenza è possibile determinare il valore delle variazioni di forza assiale  $\Delta N_{i,j}$ .

Potendo assumere

$$\Delta H_{i,j} = \theta_i \cdot l_{i,j}$$

si può scrivere:

$$\Delta N_{i,j} = k_{est,i,j} \cdot \Delta H_{i,j} = k_{est,i,j} \cdot \theta_i \cdot l_{i,j}$$

essendo  $l_{i,j}$  la distanza del baricentro dei pannelli di maschio dal centro di rotazione  $O_i$ : essa, pertanto rappresenta l'eccentricità che caratterizza la retta di applicazione della variazione di sforzo normale rispetto al centro di rotazione stesso, risultando:

$$l_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,0}$$

Poiché il momento generato, al livello dell' $i$ -esimo piano, dalle forze  $\Delta N_{i,j}$  è dato dal prodotto di queste ultime per le suindicate eccentricità  $l_{i,j}$ , si può scrivere:

$$M_i = \sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} \cdot l_{i,j} = \theta_i \cdot \sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot l_{i,j}^2$$

Da cui è ricavabile:

$$\theta_i = \frac{\sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} \cdot l_{i,j}}{\sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot l_{i,j}^2}$$

Tramite l'equazione così ricavata, è possibile esprimere la variazione di forza assiale come:

$$\Delta N_{i,j} = k_{est,i,j} \cdot \theta_i \cdot l_{i,j} = \sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} \cdot l_{i,j} \cdot \frac{k_{est,i,j} \cdot l_{i,j}}{\sum_{j=1}^p k_{est,i,j} \cdot l_{i,j}^2}$$

Con l'intento di compattare tale espressione, è possibile introdurre un coefficiente di ripartizione: tramite esso, sostanzialmente, sarà possibile ricavare per il generico piano  $i$ -

esimo la variazione di forza assiale competente a ciascun pannello di maschio in funzione del momento totale agente al livello del piano stesso. Indicando tale coefficiente con

$$\Psi_{i,j} = \frac{k_{est\,i,j} \cdot l_{i,j}}{\sum_{j=1}^p k_{est\,i,j} \cdot l_{i,j}^2}$$

la generica variazione di forza assiale può essere identificata con:

$$\Delta N_{i,j} = \Psi_{i,j} \cdot \sum_{j=1}^p \Delta N_{i,j} \cdot l_{i,j}$$

Resta da definire, a questo punto, il momento totale indotto, ad ogni piano, dalle forze  $\Delta N_{i,j}$ . È necessario distinguere, in tale fase, le situazioni in cui la parete presenta una distribuzione regolare di vani da quelle in cui vi siano delle irregolarità geometriche, meccaniche o inerziali tra i vari livelli della parete stessa. Qualora, infatti, la conformazione della parete sia tale da rendere i momenti agenti al livello di ogni piano indipendenti dalle modalità con cui il tagliante relativo all'i-esima fascia di piano si ripartisce tra i pannelli di maschio relativi al piano stesso, allora le  $\Delta N_{i,j}$  saranno essenzialmente funzione delle forze esterne e delle eccentricità con cui esse sono applicate rispetto all'estradosso dei pannelli di maschio; viceversa, qualora la parete sia irregolare, le variazioni di forza assiale  $\Delta N_{i,j}$  saranno funzione dei singoli taglianti agenti all'interfaccia tra pannelli di maschio pannelli di nodo e dei rispettivi bracci rispetto all'asse di momento nullo su cui è ubicato il centro di rotazione  $O_i$ .

Si consideri, nel primo caso, la seguente parete regolare (in cui  $n = 3$  e  $p = 7$ ):

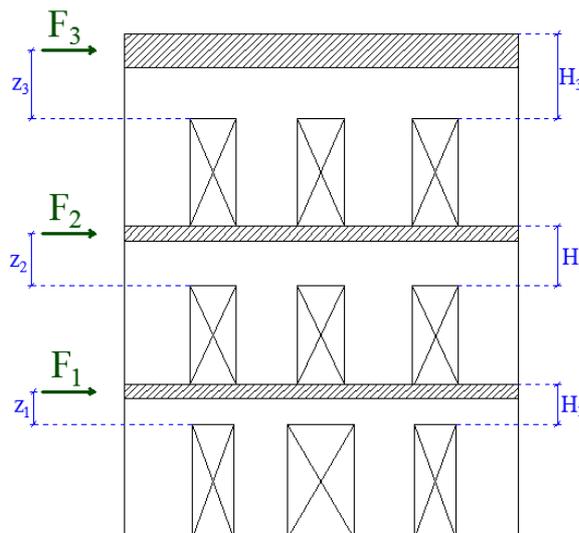


Figura 89 - Esempio parete regolare

Schematizzando maschi e fasce di piano con il metodo del prolungamento delle linee di contorno dei vani, si ottiene, con l'usuale notazione introdotta nel capitolo precedente, il seguente schema:

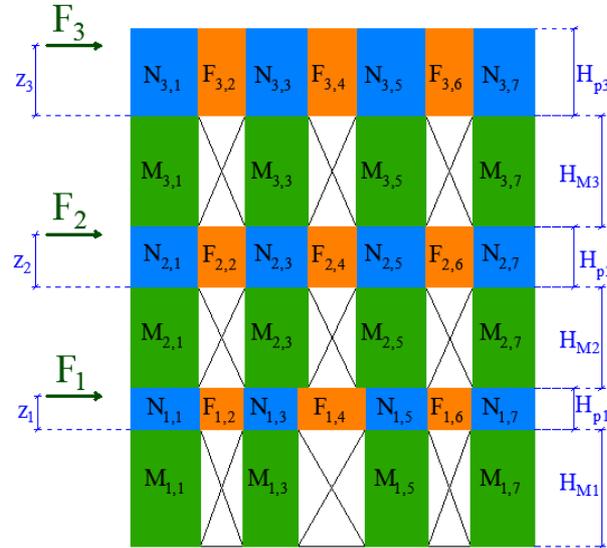


Figura 90 - Schematizzazione della parete con altezze dei pannelli di maschio e di piano

Partendo dall'ultimo livello, è possibile scrivere le equazioni di equilibrio alla rotazione per ogni singolo piano, utilizzando la notazione generica espressa in termini di  $i$  (livello di piano) e  $j$  (pannello di maschio):

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{3,j} \cdot l_{3,j} = F_3 \cdot \left( z_3 + \frac{H_{M3}}{2} \right)$$

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{2,j} \cdot l_{2,j} = F_2 \cdot z_2 + \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot H_{p,2} + \sum_{j=1}^p \Delta N_{3,j} \cdot l_{3,j} + \sum_{j=1}^p M_{3,j} + \sum_{j=1}^p M_{2,j}$$

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{1,j} \cdot l_{1,j} = F_1 \cdot z_1 + \sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot H_{p,1} + \sum_{j=1}^p \Delta N_{2,j} \cdot l_{2,j} + \sum_{j=1}^p M_{2,j} + \sum_{j=1}^p M_{1,j}$$

Se per il livello più alto l'espressione non desta problematiche particolari dal momento che non sussiste alcun contributo estraneo alle forze esterne, per quanto riguarda gli altri piani è possibile semplificare ulteriormente le espressioni osservando che, in virtù del comportamento alla Grinter ipotizzato, i momenti generati nella fascia di piano sono funzione dei taglianti all'interfaccia tra pannello di maschio e pannello di nodo sovrastante. Pertanto:

$$\sum_{j=1}^p M_{3,j} = \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot \frac{H_{M,3}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p M_{2,j} = \sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot \frac{H_{M,2}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p M_{1,j} = \sum_{j=1}^p T_{1,j} \cdot \frac{H_{M,1}}{2}$$

Inoltre, per il generico livello  $i$ , dovendo sussistere l'equilibrio alla traslazione orizzontale, si ha:

$$\sum_{j=1}^p T_{i,j} = V_i = \sum_{i=1}^n F_i$$

Pertanto, nell'ipotesi che gli elementi all'interno del piano siano caratterizzati da altezza costante, si può scrivere:

$$\sum_{j=1}^p M_{3,j} = \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot \frac{H_{M,3}}{2} = F_3 \cdot \frac{H_{M,3}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p M_{2,j} = \sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot \frac{H_{M,2}}{2} = (F_3 + F_2) \cdot \frac{H_{M,2}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p M_{1,j} = \sum_{j=1}^p T_{1,j} \cdot \frac{H_{M,1}}{2} = (F_3 + F_2 + F_1) \cdot \frac{H_{M,1}}{2}$$

Analogamente, per le medesime ipotesi, relativamente ai contributi dei taglianti agenti sui pannelli di maschio si può scrivere:

$$\sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot H_{p,2} = F_3 \cdot H_{p,2}$$

$$\sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot H_{p,1} = (F_3 + F_2) \cdot H_{p,1}$$

Le equazioni relative al secondo e al primo livello, pertanto, possono esprimersi nella forma:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{2,j} \cdot l_{2,j} = F_2 \cdot z_2 + F_3 \cdot H_{p,2} + F_3 \cdot \left( z_3 + \frac{H_{M3}}{2} \right) + F_3 \cdot \frac{H_{M,3}}{2} + (F_3 + F_2) \cdot \frac{H_{M,2}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{1,j} \cdot l_{1,j} = F_1 \cdot z_1 + (F_3 + F_2) \cdot H_{p,1} + \sum_{j=1}^p \Delta N_{2,j} \cdot l_{2,j} + (F_3 + F_2) \cdot \frac{H_{M,2}}{2}$$

$$+ (F_3 + F_2 + F_1) \cdot \frac{H_{M,1}}{2}$$

che può essere ulteriormente semplificata giungendo a:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{2,j} \cdot l_{2,j} = F_3 \cdot \left( z_3 + H_{P,2} + H_{M,3} + \frac{H_{M,2}}{2} \right) + F_2 \cdot \left( z_2 + \frac{H_{M,2}}{2} \right)$$

Sostituendo l'espressione così ottenuta all'interno dell'equazione relativa al primo livello si ottiene:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{1,j} \cdot l_{1,j} = F_3 \cdot \left( z_3 + H_{M,3} + H_{M,2} + H_{p,1} + H_{P,2} + \frac{H_{M,1}}{2} \right) + F_2 \cdot \left( z_2 + H_{M,2} + H_{p,1} + \frac{H_{M,1}}{2} \right) + F_1 \cdot \left( z_1 + \frac{H_{M,1}}{2} \right)$$

Come è possibile notare dalla suindicata espressione, nei casi di pareti regolari, il momento risultante indotto dalla variazione di forza assiale all'interno dei pannelli di maschio è dato dalla sommatoria dei momenti generati dalle forze esterne orizzontali applicate: tali momenti, in particolare, sono espressi dal prodotto delle suindicate forze per le distanze delle rispettive rette di applicazione dai baricentri dei livelli di piano o di maschio. Si riportano, a titolo esemplificativo, le suindicate distanze con riferimento alla forze agente sull'impalcato più elevato:

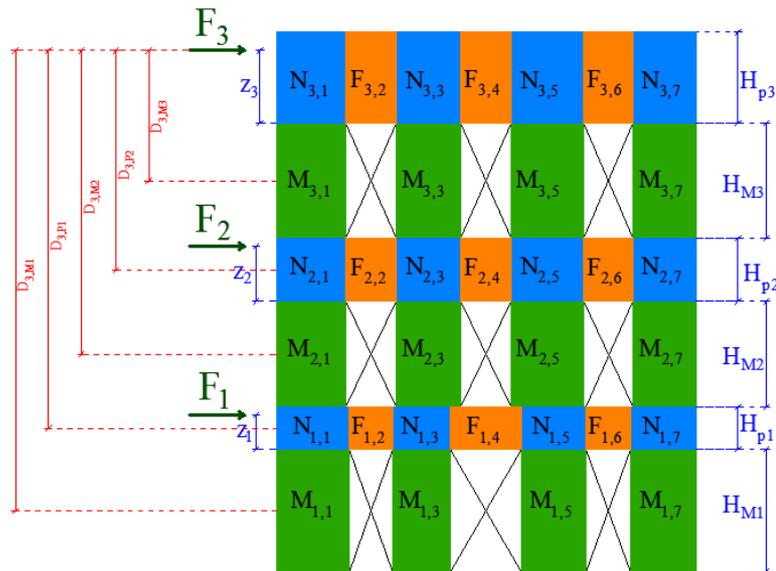


Figura 91 - Bracci delle forze di piano dai baricentri di piano e dei pannelli di maschio

Indicando la generica distanza dovuta alla forza esterna \$F\_k\$ dai baricentri di piano e di maschio con \$D\_{k,(M/P)i}\$ (denotando con \$M/P\$ la possibilità che essa si riferisca al piano o al pannello di maschio), nel caso di parete regolare il valore delle variazioni di forza assiale relative ai pannelli del generico piano \$i\$, assumono la forma compatta:

$$\Delta N_{i,j} = \Psi_{i,j} \cdot \sum_{k=1}^i F_k \cdot D_{k,(M/P)i}$$

Si consideri la seguente parete, caratterizzata da una distribuzione irregolare delle altezze dei pannelli di maschio e di piano:

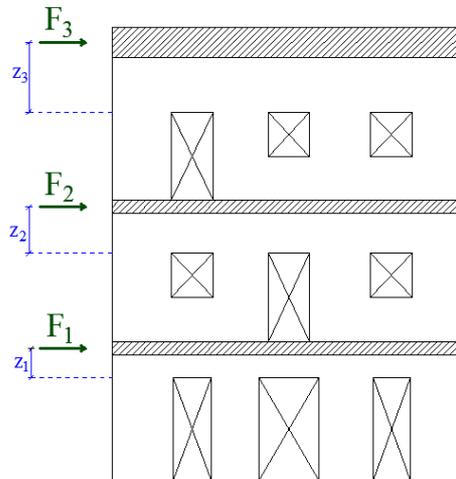


Figura 92 - Esempio di parete irregolare

Si supponga di adottare, per l'individuazione delle altezze dei pannelli di maschio, la schematizzazione proposta da Dolce (1991), cui si è fatto riferimento nel capitolo precedente:

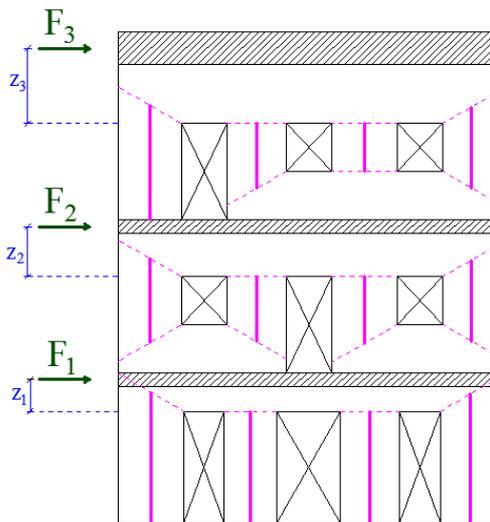


Figura 93 - Altezze efficaci dei maschi con il metodo di Dolce

a cui corrisponde la seguente schematizzazione a macroelementi (per chiarezza si rappresentano esclusivamente i pannelli di maschio evidenziando le altezze relative ai pannelli di nodo soprastanti):

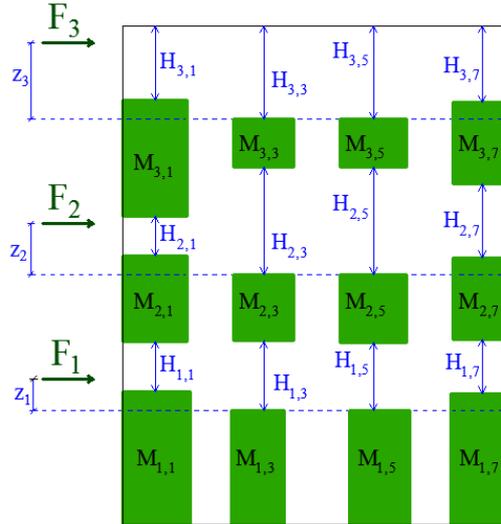


Figura 94 - Altezze dei pannelli di nodo della parete irregolare

In questo caso, le equazioni di equilibrio alla rotazione relative ai singoli livelli assumono, partendo dal piano più alto, la seguente forma, non ulteriormente compatte:

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{3,j} \cdot l_{3,j} = F_3 \cdot z_3 + \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot \frac{H_{M,3}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{2,j} \cdot l_{2,j} = F_3 \cdot z_3 + F_2 \cdot z_2 + \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot H_{M,3} + \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot H_{p,2} + \sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot \frac{H_{M,2}}{2}$$

$$\sum_{j=1}^p \Delta N_{1,j} \cdot l_{1,j} = F_3 \cdot z_3 + F_2 \cdot z_2 + F_1 \cdot z_1 + \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot H_{M,3} + \sum_{j=1}^p T_{3,j} \cdot H_{p,2}$$

$$+ \sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot H_{M,2} + \sum_{j=1}^p T_{2,j} \cdot H_{p,1} + \sum_{j=1}^p T_{1,j} \cdot \frac{H_{M,1}}{2}$$

Come risulta dalle suindicate equazioni, la variazione di forza assiale non è esclusivamente funzione delle forze esterne applicate, ma dipende da come queste ultime si ripartiscono tra i vari pannelli di maschio di ogni livello: tale prerogativa, come analizzato in dettaglio nei paragrafi successivi di questo capitolo, comporterà un numero di iterazioni maggiori in corrispondenza di eventuali parzializzazioni dei pannelli di maschio; ad esse, infatti, corrisponderà una redistribuzione delle azioni taglianti tra i maschi con residuali capacità resistenti, che porteranno, in base a quanto visto, a modificare il valore della variazione di forza assiale rispetto a quanto effettuato nell'ipotesi di comportamento elastico dei pannelli.

Si riportano, nelle figure seguenti, gli output forniti dal codice di calcolo per la valutazione dei coefficienti di ripartizione  $\Psi_{i,j}$  e per la successiva valutazione della variazione di forza

assiale  $\Delta N$ , indicando il progressivo delle fasi di calcolo in adiacenza alle colonne (facendo riferimento, per semplicità di notazione, ad una parete costituita da sole due aperture).

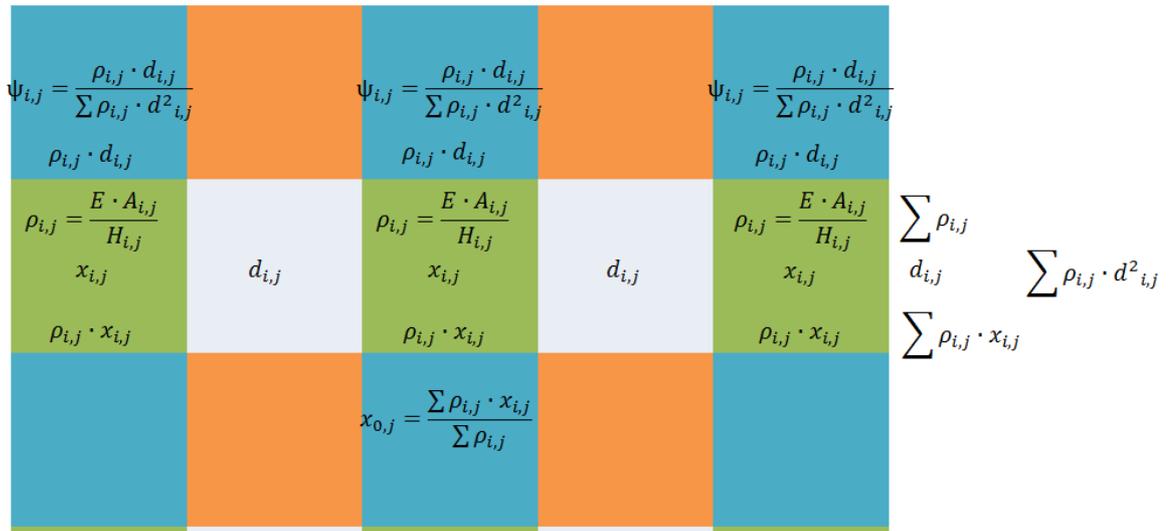


Figura 95 - Schematizzazione dell'output relativo al calcolo dei coefficienti di ripartizione

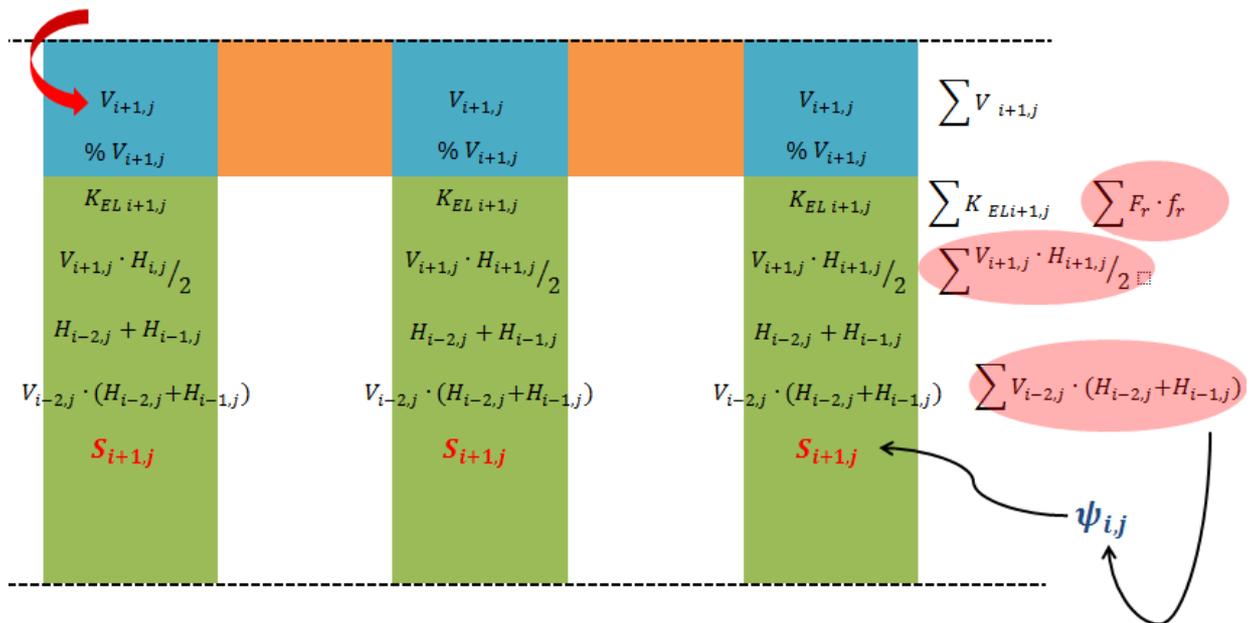


Figura 96 - Schematizzazione dell'output relativo al calcolo delle variazioni di forze orizzontali

In appendice al seguente paragrafo, si riporta l'estratto di codice relativo al calcolo dei coefficienti di ripartizione.

**Sub a6\_variazioni\_N\_per\_forze\_orizzontali()**

```

Sheets("Foglio6").Select
Cells.Select
Selection.ClearContents
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With

i = 1
j = 1
Range("A1").Select
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    Cells(1 + j, 1).Select
    ActiveCell = "" & j
Next j

Range("A1").Select
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1, 1 + i).Select
    ActiveCell = "" & i
Next i

Sheets("Foglio6").Select
Cells.Select
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With
Range("A1").Select

j = 1
i = 1
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
        Cells(1 + j, 1 + i).Select
        If (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) > 0 Then
            With Selection.Interior
                .Pattern = xlSolid
                .PatternColorIndex = xlAutomatic
                .ThemeColor = xlThemeColorAccent5
                .TintAndShade = 0
                .PatternTintAndShade = 0
            End With
        ElseIf (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) = 0 Then
            With Selection.Interior
                .Pattern = xlSolid
                .PatternColorIndex = xlAutomatic
                .ThemeColor = xlThemeColorAccent6
                .TintAndShade = 0
                .PatternTintAndShade = 0
            End With
        ElseIf (j Mod 2) = 0 And (i Mod 2) > 0 Then
            With Selection.Interior
                .Pattern = xlSolid
                .PatternColorIndex = xlAutomatic
                .ThemeColor = xlThemeColorAccent3
                .TintAndShade = 0
                .PatternTintAndShade = 0
            End With
        End If
    Next i
Next j

Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 1)).Select
Selection.Copy
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 2 + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Application.CutCopyMode = False
Cells.Select

```

```

ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio6").Sort.SortFields.Clear
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio6").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A1"), _
SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio6").Sort
    .SetRange Range("A1:CA61")
    .Header = xlNo
    .MatchCase = False
    .Orientation = xlTopToBottom
    .SortMethod = xlPinYin
    .Apply
End With
UltimaRigaX = Sheets("Foglio6").Range("A65000").End(xlUp).Row
Rows(UltimaRigaX + 1).Select
Selection.Cut
Rows("1:1").Select
Selection.Insert Shift:=xlDown

Call a6b_variazioni_N_per_forze_orizzontali

Range("A1").Select

End Sub

```

---

**Sub a6b\_variazioni\_N\_per\_forze\_orizzontali()**

```

Sheets("Foglio6").Select
x_prog = 0
'calcolo rigidezze estensionali
For j = 2 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If (j Mod (2) > 0 And i Mod (2) > 0) Then
        Cells(j, 1 + i).Select
        ActiveCell = 1000 * Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(0, 0).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j, 1
+ i).Offset(2, 0).Value / Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(1, 0).Value *
        Sheets("Foglio1").Cells(14, 2).Value
    End If
Next i
Next j

'calcolo ascisse pannelli
For j = 3 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If (j Mod (2) = 0 And i Mod (2) > 0) Then
        Cells(j, 1 + i).Select
        If i = 1 Then
            ActiveCell = Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value / 2
        Else
            For Z = 2 To i
                x_prog = x_prog + Sheets("Foglio2").Cells(j - 1, Z).Value
            Next Z
            ActiveCell = x_prog + Sheets("Foglio2").Cells(j, 1 + i).Offset(-1, 0).Value / 2
            x_prog = 0
        End If
    End If
Next i
Next j

'calcolo baricentri piano
RO_X = 0
For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If (j Mod (2) > 0 And i Mod (2) > 0) Then
        Cells(j, 1 + i).Select
        ActiveCell = ActiveCell.Offset(-1, 0).Value * ActiveCell.Offset(-2, 0).Value
    End If
Next i
Next j

For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
    If j Mod (2) > 0 Then
        y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 2
        somma = 0
        For Z = 2 To (y - 1)
            somma = somma + Cells(j, Z).Value
        Next Z
        y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 2
    End If
Next j

```

```

        Cells(j, y).Select
        ActiveCell = somma
    End If
Next j
For j = 2 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
    If j Mod (2) > 0 Then
        y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 2
        somma = 0
        For Z = 2 To (y - 1)
            somma = somma + Cells(j, Z).Value
        Next Z
        y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 2
        Cells(j, y).Select
        ActiveCell = somma
    End If
Next j

For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
    If j Mod (2) > 0 Then
        y = (Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1) / 2
        Cells(j + 1, y + 1).Select
        ActiveCell = ActiveCell.Offset(-1, y).Value / ActiveCell.Offset(-3, y).Value
    End If
Next j

For j = 3 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
    If j Mod (2) = 0 Then
        For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
            If i Mod (2) > 0 Then
                Cells(j, i + 2) = Cells(j, i + 1) - Cells(j + 2, ((Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1) / 2 + 1))
            End If
        Next i
    End If
Next j

For j = 3 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1 Step 3
    If j Mod (2) = 0 Then
        y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 3
        parz = 0
        For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
            parz = parz + Cells(j - 1, i + 1).Value * ((Cells(j, i + 2).Value) ^ 2)
        Next i
        Cells(j, y).Select
        ActiveCell = parz

        For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
            If i Mod (2) > 0 Then
                y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 3
                Cells(j - 2, i + 1).Select
                ActiveCell = ActiveCell.Offset(1, 0).Value * (ActiveCell.Offset(2, 1).Value) / (ActiveCell.Offset(2, y).Value)
                Cells(j - 3, i + 1).Select
                ActiveCell = ActiveCell.Offset(1, 0).Value / Cells(j, y).Value
            End If
        Next i
    End If
Next j
End Sub

```

---

```

Sub a7_tagli_agenti_sui_maschi()
Sheets("Foglio7").Select
Cells.Select
Selection.ClearContents
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With

i = 1
j = 1
Range("A1").Select
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value

```

```

        Cells(1 + j, 1).Select
        ActiveCell = "" & j
    Next j

    Range("A1").Select
    For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
        Cells(1, 1 + i).Select
        ActiveCell = "" & i
    Next i

    Sheets("Foglio7").Select
    Cells.Select
    With Selection.Interior
        .Pattern = xlNone
        .TintAndShade = 0
        .PatternTintAndShade = 0
    End With
    Range("A1").Select

    j = 1
    i = 1
    For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
        For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
            Cells(1 + j, 1 + i).Select
            If (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) > 0 Then
                With Selection.Interior
                    .Pattern = xlSolid
                    .PatternColorIndex = xlAutomatic
                    .ThemeColor = xlThemeColorAccent5
                    .TintAndShade = 0
                    .PatternTintAndShade = 0
                End With
            ElseIf (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) = 0 Then
                With Selection.Interior
                    .Pattern = xlSolid
                    .PatternColorIndex = xlAutomatic
                    .ThemeColor = xlThemeColorAccent6
                    .TintAndShade = 0
                    .PatternTintAndShade = 0
                End With
            ElseIf (j Mod 2) = 0 And (i Mod 2) > 0 Then
                With Selection.Interior
                    .Pattern = xlSolid
                    .PatternColorIndex = xlAutomatic
                    .ThemeColor = xlThemeColorAccent3
                    .TintAndShade = 0
                    .PatternTintAndShade = 0
                End With
            End If
        Next i
    Next j

    Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 1)).Select
    Selection.Copy
    Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 2).Select
    ActiveSheet.Paste
    Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 2 + 2).Select
    ActiveSheet.Paste
    Application.CutCopyMode = False
    Cells.Select
    ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio7").Sort.SortFields.Clear
    ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio7").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A1"), _
    SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
    With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio7").Sort
        .SetRange Range("A1:CA61")
        .Header = xlNo
        .MatchCase = False
        .Orientation = xlTopToBottom
        .SortMethod = xlPinYin
    End With
    .Apply

    UltimaRigaX = Sheets("Foglio7").Range("A65000").End(xlUp).Row
    Rows(UltimaRigaX + 1).Select
    Selection.Cut
    Rows("1:1").Select
    Selection.Insert Shift:=xlDown

```

```

Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1)).Select
Selection.Copy
Range(Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 2)).Select
ActiveSheet.Paste
Rows("2:1001").Select
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio7").Sort.SortFields.Clear
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio7").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A2:A501" _
), SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio7").Sort
    .SetRange Range("A2:CG501")
    .Header = xlGuess
    .MatchCase = False
    .Orientation = xlTopToBottom
    .SortMethod = xlPinYin
    .Apply
End With

For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 6 + 4 Step 7
    Range(Rows(j), Rows(j)).Select
    Selection.Copy
    Selection.Insert Shift:=xlDown
Next j

Range("B2").Select

Call a7b_tagli_agenti_sui_maschi

Range("B2:CG473").Select
Selection.NumberFormat = "0.00"

Range("A1").Select

End Sub

```

---

**Sub a7b\_tagli\_agenti\_sui\_maschi()**

```

Sheets("Foglio7").Select

For j = 2 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 6 + 4 Step 7
    If j Mod (2) > 0 Then
        For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
            If i Mod (2) > 0 Then
                j_picc = (j - 2) / 7 * 3 + 2
                Cells(j, i + 1) = Sheets("Foglio1").Cells(15, 2).Value *
                Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2,
                i + 1).Value / (Sheets("Foglio1").Cells(12, 2).Value *
                Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value) / (1 +
                Sheets("Foglio1").Cells(15, 2).Value / (Sheets("Foglio1").Cells(12, 2).Value *
                Sheets("Foglio1").Cells(14, 2).Value) * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i +
                1).Value ^ 2 / Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value ^ 2)
            End If
            Next i
            y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1
            somma = 0
            For Z = 2 To (y)
                somma = somma + Cells(j, Z).Value
            Next Z
            Cells(j, y + 1).Select
            ActiveCell = somma

            For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
                If i Mod (2) > 0 Then
                    Cells(j - 1, i + 1) = Cells(j, i + 1).Value / Cells(j, y + 1).Value
                    Cells(j - 1, i + 1).NumberFormat = "0.00%"
                    p = Cells(j, 1).Value / 2
                    Cells(j - 2, i + 1) = Cells(j - 1, i + 1) * Sheets("Foglio1").Cells(19, 15).Offset(p -
                    1, 0).Value
                    somma = 0
                    For Z = 2 To (y)
                        somma = somma + Cells(j - 2, Z).Value
                    Next Z
                    Cells(j - 2, y + 1) = somma
                End If
            Next i
        End If
    End If
Next j

```

```

mom = 0
piano = Cells(j, 1).Value / 2
For Z = 1 To piano
    mom = mom + Sheets("Foglio1").Cells(19, 19).Offset(Z - 1, 0).Value
    Cells(j, y + 2) = mom
Next Z

For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If i Mod (2) > 0 Then
        Cells(j + 1, i + 1) = Cells(j - 2, i + 1).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Offset(1, 0).Value / 2
    End If
Next i
som = 0
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    som = som + Cells(j + 1, i + 1)
Next i
Cells(j + 1, y + 1) = som

For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If i Mod (2) > 0 Then
        Cells(j + 2, i + 1) = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Offset(1, 0).Value + Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Offset(4, 0).Value
    End If
Next i

For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If i Mod (2) > 0 Then
        If j > 9 Then
            Cells(j + 3, i + 1) = Cells(j - 16, i + 1).Value * Cells(j - 12, i + 1).Value
        Else
            Cells(j + 3, i + 1) = 0
        End If
    End If
Next i

som = 0
For k = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    som = som + Cells(j + 3, k + 1).Value
Next k
Cells(j + 3, y + 1) = som

For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If i Mod (2) > 0 Then
        som = 0
        For k = 2 To j Step 7
            If k Mod (2) > 0 Then
                som = som + Cells(k, y + 1).Offset(3, 0).Value
            End If
        Next k
        Cells(j + 4, i + 1) = Sheets("Foglio6").Cells(j_picc, i + 1).Offset(-2, 0).Value * (Cells(j, y + 2).Value + Cells(j + 1, y + 1).Value + som)
    End If
Next i
End If
Next j
End Sub

```

---

## 4.2 INDIVIDUAZIONE DEI DOMINI DI RESISTENZA DI PANNELLI DI MASCHIO E FASCE MURARIE

Individuati gli effettivi sforzi assiali agenti in sommità dei singoli pannelli di maschio, è possibile analizzare il comportamento degli stessi al variare della forza di taglio, attraverso la definizione dei domini di resistenza. Attraverso il legame tra tagli agenti sugli elementi e i conseguenti spostamenti da essi subiti, è possibile effettuare il tracciamento, per ogni pannello di maschio, delle curve  $T - d$ : tramite esse, si ha la possibilità di individuare i valori di forza orizzontale in corrispondenza dei quali il singolo maschio affronta passaggi di stato significativi (quali ad esempio, la parzializzazione della sezione o la rottura per pressoflessione o taglio).

Con riferimento agli elementi resistenti della parete, le caratteristiche dei pannelli murari passano per la definizione del loro comportamento meccanico. Magenes e Calvi (1997) evidenziano tre diversi meccanismi di collasso:

- *Rocking*, che avviene quando nel pannello, soggetto a carichi orizzontali, si producono fessure per trazione lungo i letti di malta localizzate in uno spigolo del pannello, che comincia a comportarsi alla stregua di un corpo rigido che ruota intorno all'estremo compresso inferiore; lo stato limite ultimo, pertanto, si ottiene per cedimento del materiale in corrispondenza delle zone maggiormente compresse;
- *Rottura per taglio da scorrimento*, in cui la flessione genera fratture in corrispondenza dei lembi tesi diminuendo la sezione resistente e dando luogo alla formazione di piani di scorrimento lungo un letto di malta orizzontale, che in genere è localizzato ad un'estremità del pannello. Tale rottura è tipica di pannelli molto tozzi, ed è favorita, rispetto alle due condizioni precedenti, dall'aumento dell'interlocking (rapporto dimensionale dei blocchi e tessitura della muratura);
- *Rottura per taglio da fessurazione diagonale*, in cui si manifesta una fessura diagonale lungo tutto il pannello, partendo dal centro dello stesso e diramandosi verso gli angoli; tale meccanismo, tipico di pannelli caratterizzati da valori intermedi della snellezza, può manifestarsi o attraverso i blocchi o attraverso i giunti di malta in base all'intensità della compressione verticale (per valori elevati la propagazione avviene attraverso i blocchi) e al rapporto tra la resistenza della malta e quella dei blocchi;

Non si considera, nell'ambito del codice, la rottura per crushing (denotata da un diffuso quadro fessurativo e con fratture quasi verticali orientate in direzione degli spigoli maggiormente compressi): essa, raggiunta tipicamente per livelli di compressione assiale

decisamente elevati, è usata poco frequentemente nelle usuali applicazioni di ingegneria civile.

Tali meccanismi, peraltro, sono stati implicitamente tenuti in conto dalla normativa nazionale vigente, che, importando da quella europea un approccio maggiormente prestazionale, ne ha ereditato la formulazione delle relazioni per le verifiche imposte per maschi e fasce murarie: tali verifiche, come mostrato nel presente paragrafo, sono state applicate nel codice di calcolo per la caratterizzazione resistente degli elementi.

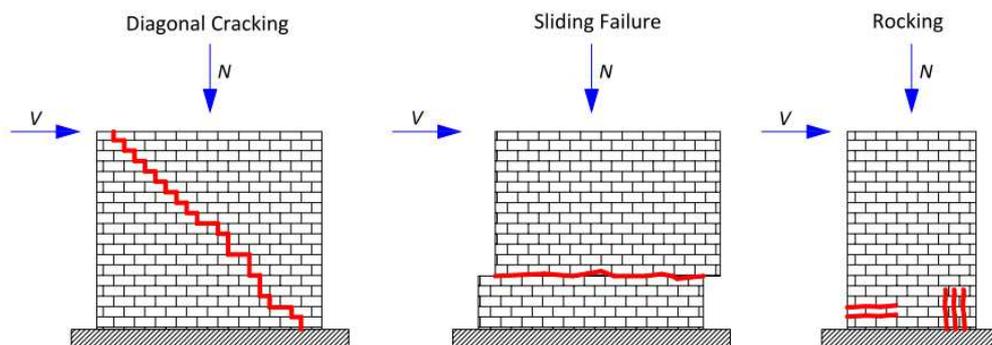


Figura 97 - Tipiche modalità di rottura di un pannello in muratura

Sia per l'individuazione della resistenza tagliante che di quella flessionale, la normativa vigente esplicita l'influenza del livello di sforzo assiale cui è sottoposto l'elemento, esplicitandolo nella formulazione delle relazioni.

Per ciò che riguarda il meccanismo flessionale, il taglio resistente associato al meccanismo di rocking, è dato dalla semplice relazione seguente (in cui si indica con  $h_0$  il punto di nullo del momento all'interno del pannello):

$$M_1 = V_{1,p} \cdot h_0$$

Il taglio resistente per pressoflessione, pertanto, considerando la sezione di base del pannello e considerando un legame costitutivo tipo stress-block basato sulla resistenza a compressione della muratura, risulta espresso dalla seguente relazione:

$$V_{1,p} = \frac{N \cdot b}{2 \cdot h_0} \cdot \left( 1 - \frac{N}{k_d \cdot b \cdot t \cdot f_d} \right)$$

Il cui meccanismo è proposto nella figura seguente:

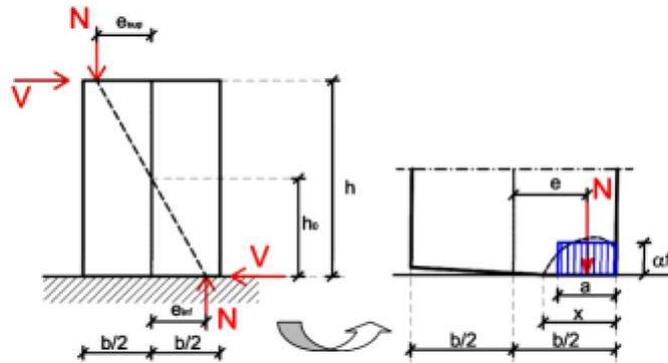


Figura 98 - Meccanismo resistente per pressoflessione

La rottura per taglio da scorrimento, che si presenta in genere quando l'altezza del pannello è uguale o inferiore alla sua larghezza (fattore di forma vicino all'unità) e lo sforzo assiale è basso, è individuata attraverso la seguente relazione (in cui si indica con  $b'$  la porzione di sezione soggetta a compressione e, quindi, reagente):

$$V_{2,p} = f_{vd} \cdot b' \cdot t$$

in cui si è indicato con:

- $b' = \left(\frac{3}{2} - \frac{3 \cdot e}{b}\right) b$ : la larghezza della zona compressa della sezione
- $e = \frac{V \cdot h_0}{N}$ : l'eccentricità del carico

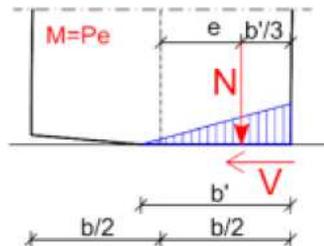


Figura 99 - Larghezza della zona compressa della sezione

Sostituendo le ultime due espressioni nell'equazione precedente, si ha:

$$V_{2,p} = \frac{1.5 \cdot b \cdot t \cdot f_{vk0} + 0.4 \cdot N}{1 + \frac{3 \cdot h_0 \cdot t \cdot f_{vk0}}{N}}$$

La formulazione dell'espressione relativa alla rottura per taglio da fessurazione diagonale è quella proposta da Turnsek e Cacovic (1971) sulla base di risultati sperimentali su maschi murari caricati assialmente e lateralmente nel loro piano: il collasso è provocato dalle tensioni principali di trazione che si sviluppano al centro del pannello, facendo in modo che le fessure si sviluppino lungo le diagonali. La resistenza a taglio che il meccanismo esplica può essere calcolata con l'equazione seguente:

$$V_3 = \frac{1.5 \cdot f_{td} \cdot b \cdot t}{\xi} \cdot \sqrt{1 + \frac{N}{f_{td} \cdot b \cdot t}}$$

in cui si è indicato con:

- $b$ : base del pannello
- $t$ : spessore del pannello
- $h$ : altezza del pannello
- $h_0$ : altezza del punto di nullo del diagramma del momento flettente
- $f_{vk0}$ : resistenza della muratura a taglio puro
- $f_m$ : resistenza media a compressione della muratura
- $f_{td}$ : resistenza a trazione della muratura
- $\xi$ : parametro di Turnsek-Cacovic, dipendente dal fattore di forma  $h/b$ ;

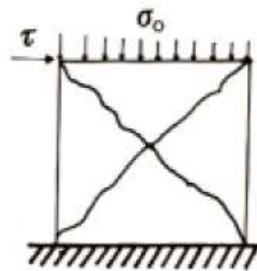


Figura 100 - Rottura per fessurazione diagonale

Il taglio resistente del pannello è fornito dalla minima resistenza calcolata per i tre meccanismi suindicati.

$$V_{Rd} = \min(V_1, V_2, V_3)$$

Ciò significa considerare l'involuppo minimo delle curve presentate nella figura seguente:

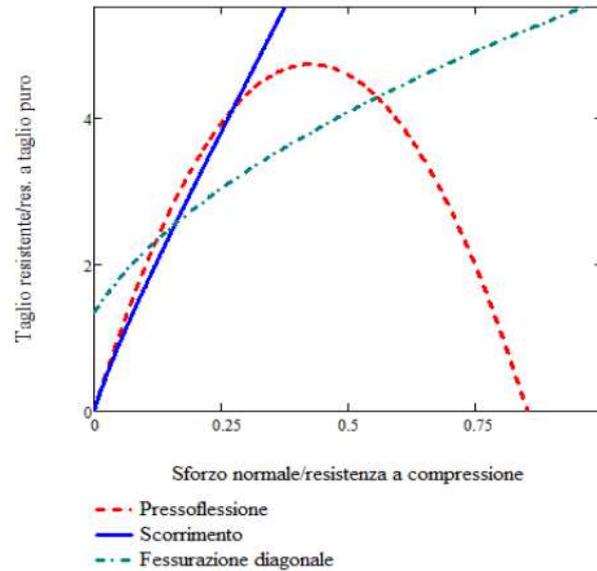


Figura 101 - Dominio di resistenza

Per quanto riguarda le fasce, generalmente caratterizzate da uno sforzo normale molto ridotto, si considera la resistenza a taglio puro:

$$V_{Rd,f} = b \cdot t \cdot f_{vk0}$$

Mentre la resistenza flessionale è calcolata come:

$$V_{Rd,pr,f} = \frac{b \cdot H_p}{h_0 \cdot 2} \cdot \left( 1 - \frac{H_p}{0.85 \cdot b \cdot t \cdot f_m} \right)$$

Con  $H_p$  compressione indotta nella fascia a causa del rocking, che viene impedito per la presenza di cordoli o tiranti. La norma impone inoltre di considerare  $H_p$  pari al minimo fra  $0.4 \cdot f_{hc} \cdot h \cdot t$ , con  $f_{hc}$  resistenza a compressione orizzontale.

Come accennato nel capitolo precedente, tuttavia, data l'ipotesi effettuata sul comportamento delle fasce (rigidezza e resistenza tale da considerarlo rigido assialmente e flessionalmente), il codice di calcolo, in linea con le indicazioni fornite da Augenti (2004), imporrà il rispetto dello stato limite elastico, prevedendo eventualmente il rinforzo necessario per il rispetto di tale requisito.

Individuati i domini di rottura, risulta indispensabile delineare, per i pannelli di maschio e di fascia, i confini tra la condizione di sezione interamente reagente e quella di sezione parzializzata.

Le ipotesi effettuate sul comportamento delle fasce di piano portano a considerare i pannelli di maschio come incastrati in corrispondenza dell'interfaccia con i pannelli di nodo adiacenti, rendendo la tipologia di vincolo esplicito dai nodi assimilabile ad una

cortina di pendoli assialmente indeformabili, tali da rendere possibili esclusivamente traslazioni orizzontali tra gli estremi del pannello, senza rotazioni relative.

Come evidenziato nella figura seguente, il comportamento di un pannello così vincolato è emisimmetrico rispetto a quello di un pannello incastrato alla base e libero in sommità avente altezza pari alla metà del pannello vincolato alla Grinter: per determinare i domini di equilibrio elastico, quindi, è sufficiente considerare il ben noto comportamento di una mensola e dimezzarne l'altezza.

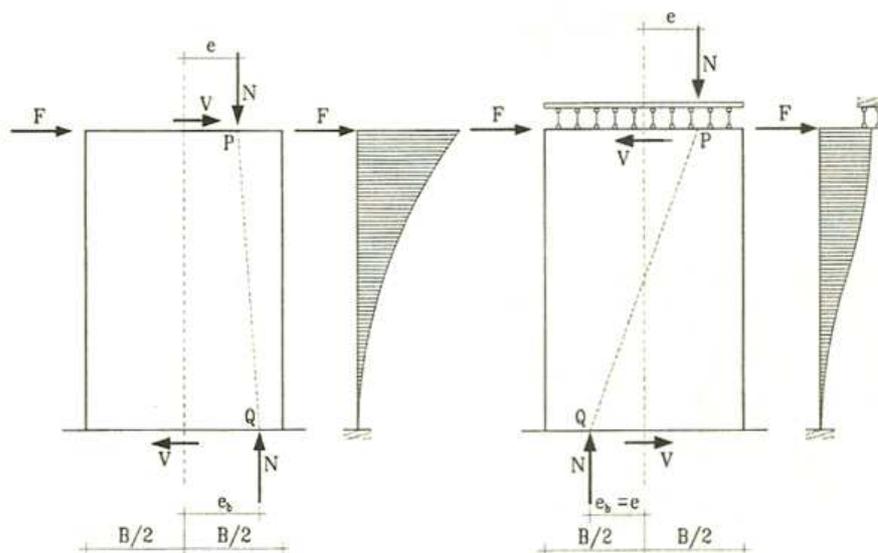


Figura 102 - Comportamento di un pannello di maschio vincolato alla Grinter (Augenti, 2004)

Nell'analisi del generico pannello libero in sommità e soggetto ad una terna di azioni in testa (N, T, M), è possibile immaginare la presenza di un puntone ideale che rappresenta la parte reagente della sezione il cui asse è costituito dalla congiungente i punti di applicazione delle risultanti di N e T applicate sulla base superiore e su quella inferiore (immaginando di rimanere entro i confini dell'elasticità lineare, il comportamento di tale puntone può considerarsi reversibile e tale da rappresentare il meccanismo resistente per azioni orizzontali di segno opposto). Al limite dello stato di incipiente plasticizzazione della sezione, i diagrammi delle tensioni nei casi di sezione interamente reagente e di sezione parzializzata sono riportati nelle figure seguenti:

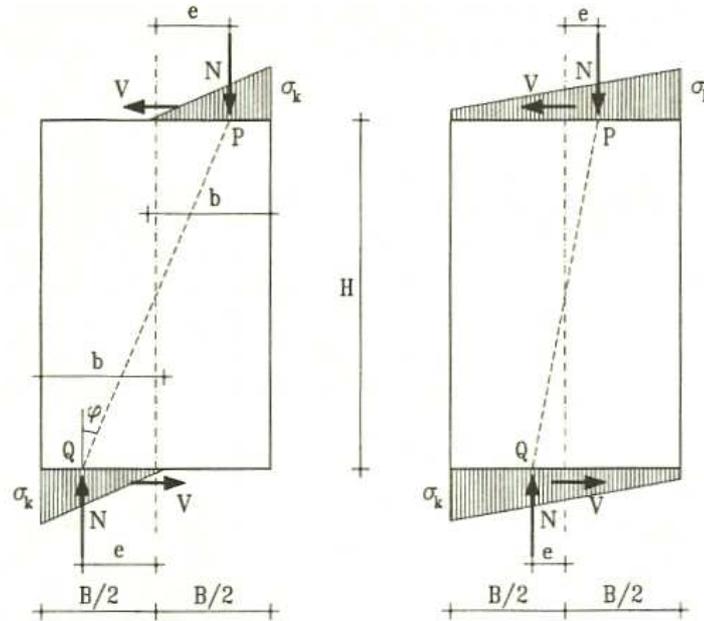


Figura 103 - Sezione interamente reagente e parzialmente plasticizzata

Indicando con  $N_u$  lo sforzo normale ultimo di compressione sopportabile dalla sezione nel caso di integrale plasticizzazione ( $N_u = \sigma_k \cdot B \cdot t$ )

Per bassi valori di forza assiale (compresi, in particolare, tra  $0 \leq N \leq N_u/2$ , corrispondenti a valori dell'eccentricità  $e > B/6$ ), la sezione risulta parzialmente plasticizzata. La lunghezza attiva e l'eccentricità assumono le seguenti espressioni:

$$b = \frac{2 \cdot N}{s \cdot \sigma_k}$$

$$e = \frac{B}{2} - \frac{2}{3} \cdot \frac{N}{s \cdot \sigma_k}$$

La dipendenza del taglio agente dallo sforzo normale, che rappresenta la frontiera del dominio in cui il pannello è in uno stato elastico lineare, è espressa dalla seguente relazione (in cui si è indicato con  $\bar{N}$  la forza assiale adimensionalizzata rispetto al suo valore ultimo, così come definito precedentemente):

$$T_e = \frac{B}{H} \cdot \left( \bar{N} - \frac{4}{3} \cdot \bar{N}^2 \right)$$

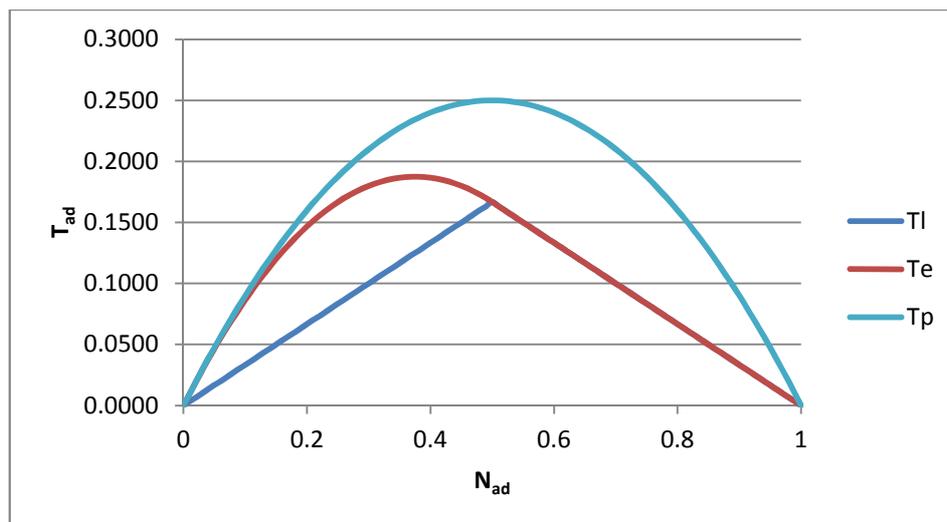
Quando invece l'eccentricità è  $e \leq B/6$ , corrispondente, nel caso di incipiente plasticizzazione, a valori di N compresi nell'intervallo  $N_u/2 \leq N \leq N_u$ , la sezione risulta essere interamente reagente e la funzione che individua la frontiera del dominio elastico nell'ambito della relazione  $T - N$  è data dall'espressione:

$$T_e = T_l = \frac{1}{3} \cdot \frac{B}{H} \cdot (1 - \bar{N})$$

Il limite del comportamento elastico proporzionale, che corrisponde a sezioni interamente reagenti, è individuato, nell'intervallo  $0 \leq N \leq N_u/2$ , dal complemento della precedente legge lineare.

$$T_l = \frac{1}{3} \cdot \frac{B}{H} \cdot \bar{N}$$

Si riporta, nell'immagine seguente, la funzione che definisce il dominio elastico con i relativi stati tensionali:



Per ciò che riguarda la crisi dei pannelli di maschio per taglio, il codice considera i meccanismi di rottura per taglio da fessurazione diagonale e da scorrimento secondo le formulazioni evidenziate precedentemente.

Il meccanismo che regola il comportamento delle fasce di piano risulta più complesso di quello dei pannelli di maschio: se per questi ultimi, infatti, la rigidità degli orizzontamenti consente di definirne il comportamento come emisimmetrico rispetto a schemi notevoli, le fasce, essendo vincolate da nodi e maschi non altrettanto rigidi flessionalmente, non si possono studiare con altrettanta semplicità.

Inoltre, sempre in virtù della differente condizione di vincolo, la generica fascia di piano è caratterizzata da sollecitazioni diverse tra la sezione destra e quella sinistra e, pertanto, entrambe devono essere oggetto di apposita verifica: tale differenza, inoltre, implica che le frontiere del dominio elastico non siano individuabili univocamente attraverso le variabili  $T$  e  $N$ , ma presentano un'ulteriore variabile indipendente costituita dall'eccentricità.

Le sezioni di estremità, sinistra e destra, di un pannello di fascia (avente dimensioni  $B, h, t$ ) sono sollecitate da azioni generalmente diverse tra loro in valore e segno (per le quali si utilizzeranno le medesime convenzioni adoperate per i pannelli di maschio).

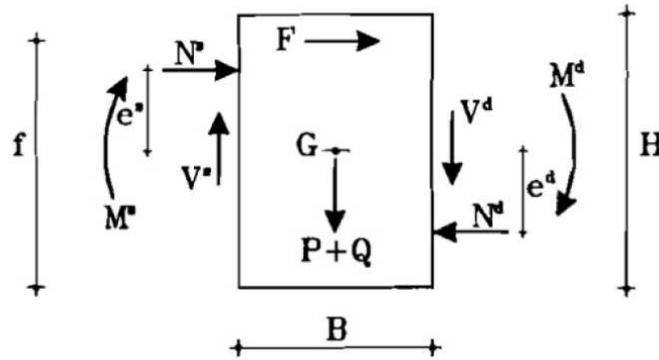


Figura 104 - Azioni agenti sul generico pannello di fascia

Se la trattazione dei meccanismi di rottura per taglio non differisce molto da quella effettuata per i pannelli di maschio, la trattazione della resistenza a pressoflessione di questi ultimi differisce notevolmente rispetto a quella corrispondente ai pannelli di fascia, già soltanto per il numero di combinazioni che vanno verificate per i segni dell'eccentricità.

Le verifiche, nello specifico, secondo quanto indicato da Augenti (2004), sono condotte calcolando le sollecitazioni presenti su una faccia della fascia di piano e verificando se, all'applicazione di queste, si raggiunge la crisi sulla faccia opposta: tale metodologia conduce ad esprimere il valore del taglio limite in funzione dello sforzo normale agente, della geometria del pannello stesso, della forza orizzontale e della relativa eccentricità, nonché del peso del pannello stesso.

Mentre per i pannelli di fascia la trattazione della crisi dovuta a taglio non differisce da quella effettuata per i pannelli di maschio, notevoli differenze sussistono nella determinazione dei domini di resistenza che consentono di valutare le condizioni di crisi per presso-flessione: considerate, infatti, le possibili combinazioni dei segni che le eccentricità possono assumere sulla sezione di sinistra e su quella di destra, i domini di resistenza risultano differenti per ciascuna di esse. Sotto l'aspetto operativo, il taglio massimo sopportabile si può determinare, in generale, imponendo l'equilibrio alla rotazione del pannello intorno al punto di applicazione dello sforzo normale della sezione da verificare.

Si riportano nelle espressioni seguenti le relazioni che legano il taglio applicato sulle sezioni di sinistra e di destra al corrispondente sforzo normale e alle eccentricità di tali forze orizzontali sulle sezioni di sinistra e destra:

$$V^s = -\frac{1}{B} \cdot \left[ N^s \cdot (e^s + e^d) - (P + Q) \cdot \frac{B}{2} + F \cdot \left( f - \frac{H}{2} + e^d \right) \right]$$

$$V^d = -\frac{1}{B} \cdot \left[ N^d \cdot (e^s + e^d) + (P + Q) \cdot \frac{B}{2} + F \cdot \left( f - \frac{H}{2} - e^s \right) \right]$$

Come precedentemente accennato, non essendo accettabile neanche il danneggiamento della sezione (una sezione fessurata del pannello di fascia, infatti, farebbe venir meno l'ipotesi di parete del terzo tipo, riconducendo il comportamento globale della parete stessa a quella di una serie di mensole affiancate e reciprocamente indipendenti, con le inevitabili conseguenze in termini di vulnerabilità dei pannelli di maschio, che verrebbero privati del loro vincolo).

A favore di sicurezza, nonostante il fatto che le verifiche in esercizio dovrebbero essere condotte per azioni di progetto diverse (e, inevitabilmente, meno gravose) da quelle che si utilizzano per le verifiche allo stato limite ultimo, nel codice le verifiche dei pannelli di fascia sono state valutate sotto l'azione degli stessi carichi che si adottano per la verifica dei pannelli di maschio.

Relativamente alla crisi per pressoflessione, considerando il valore generalmente basso dello sforzo normale che sollecita le estremità dei pannelli di fascia rispetto a quello ultimo sopportabile dagli stessi, si ricade molto spesso nella condizione di sezione parzializzata (essendo  $e \geq B/6$  e, pertanto,  $0 \leq N \leq N_u/2$ ).

Con l'obiettivo di definire i domini di resistenza per lo stato elastico dei pannelli di fascia sulle sezioni di sinistra e di destra, si studiano separatamente le soluzioni relative, per ogni sezione, al caso di eccentricità positiva e di eccentricità negativa (di cui si riportano nella figura seguente le convenzioni adottate):

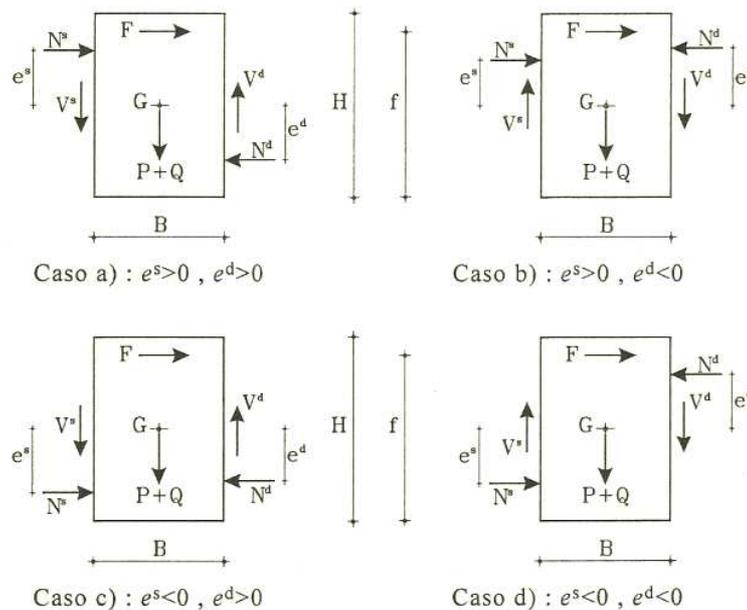


Figura 105 - Convenzioni adottate per l'eccentricità (Augenti, 2004)

In accordo con la metodologia chiarita in precedenza, si riporta, nell'espressione seguente, il valore dello sforzo di taglio  $V^d$  che, applicato alla sezione di destra del pannello di fascia, determina, al variare dello sforzo normale  $N^d$ , lo stato limite elastico sulla *sezione di sinistra* nei casi di:

- eccentricità positiva:

$$\bar{V}^d = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ 3\bar{N}^d \cdot (2\bar{e}^d + 1) - 4 \cdot (\bar{N}^d - \bar{F})^2 + 6\bar{F} \cdot (\bar{f} - 1) + (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

*(nel caso di  $0 \leq N \leq N_u/2$ )*

$$\bar{V}^d = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ 1 + \bar{N}^d \cdot (6\bar{e}^d - 1) + 2\bar{F} \cdot (\bar{f} - 1) + (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

*(nel caso di  $N_u/2 \leq N \leq N_u$ )*

- eccentricità negativa:

$$\bar{V}^d = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ 3\bar{N}^d \cdot (2\bar{e}^d - 1) + 4 \cdot (\bar{N}^d - \bar{F})^2 + 6\bar{F} \cdot \bar{f} + (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

*(nel caso di  $0 \leq N \leq N_u/2$ )*

$$\bar{V}^d = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ -1 + \bar{N}^d \cdot (6\bar{e}^d - 1) + 2\bar{F} \cdot (3\bar{f} - 2) + (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

*(nel caso di  $N_u/2 \leq N \leq N_u$ )*

Invertendo le sezioni su cui, rispettivamente, sono calcolate le sollecitazioni e sono svolte le verifiche di resistenza, di seguito si riportano il valore dello sforzo di taglio  $V^s$  che, applicato alla sezione di destra del pannello di fascia, determinano, al variare dello sforzo normale  $N^s$ , lo stato limite elastico sulla sezione di destra nei casi di:

- eccentricità positiva:

$$\bar{V}^s = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ 3\bar{N}^s \cdot (2\bar{e}^s + 1) - 4 \cdot (\bar{N}^s + \bar{F})^2 + 6\bar{F} \cdot \bar{f} - (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

*(nel caso di  $0 \leq N \leq N_u/2$ )*

$$\bar{V}^s = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ 1 + \bar{N}^s \cdot (6\bar{e}^d - 1) + 2\bar{F} \cdot (3\bar{f} - 2) - (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

*(nel caso di  $N_u/2 \leq N \leq N_u$ )*

- eccentricità negativa:

$$\bar{V}^s = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ 3\bar{N}^s \cdot (2\bar{e}^s - 1) + 4 \cdot (\bar{N}^s + \bar{F})^2 + 6\bar{F} \cdot (\bar{f} - 1) - (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

(nel caso di  $0 \leq N \leq N_u/2$ )

$$\bar{V}^s = -\frac{H}{6B} \cdot \left[ -1 + \bar{N}^s \cdot (6\bar{e}^s + 1) + 2\bar{F} \cdot (3\bar{f} - 1) - (P + Q) \cdot \frac{3B}{H} \right]$$

(nel caso di  $N_u/2 \leq N \leq N_u$ )

Effettuato il calcolo delle sollecitazioni su una sezione, il codice effettua, in accordo con le suindicate formulazioni, il tracciamento dei domini di resistenza, evidenziando l'appartenenza o meno al campo elastico lineare.

Lo studio del comportamento del *pannello di fascia armato* si basa sulle ipotesi di materiale “no tension” per la muratura (che, cioè, si suppone non resistente a trazione) e di comportamento elastico perfettamente plastico dell'armatura (limitando, per il rispetto delle ipotesi precedentemente descritte, il suo campo d'azione a quello elastico), trascurando la presenza di armatura nella zona compressa.

Nel caso di sezione parzializzata con armatura tesa, lo sforzo normale al limite di incipiente plasticizzazione nella muratura è dato dall'espressione seguente

$$N = \frac{b \cdot t \cdot \sigma_k}{2} - A_a \cdot \sigma_a$$

in cui con  $b$  si è indicata la distanza dell'asse neutro dal bordo compresso.

La canonica ipotesi di conservazione delle sezioni piane consente di scrivere:

$$\frac{\varepsilon_{me}}{b} = \frac{\varepsilon_a}{(h - b)}$$

da cui è possibile, in analogia con il calcolo delle sezioni in cemento armato, ricavare il valore di  $b$  e sostituirlo nell'equazione di equilibrio alla traslazione verticale, ottenendo la seguente relazione:

$$2 \cdot A_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_a^2 + (2 \cdot N + 2 \cdot A_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_{me}) \cdot \varepsilon_a - h \cdot \varepsilon_{me} \cdot t \cdot \sigma_k + 2 \cdot \varepsilon_{me} \cdot N = 0$$

Da essa si può ricavare lo sforzo normale al limite elastico della muratura e dell'armatura:

$$N_e = \frac{\varepsilon_{me}}{\varepsilon_{me} + \varepsilon_{ae}} \cdot h \cdot \frac{t \cdot \sigma_k}{2} - A_a \cdot \sigma_y$$

dove  $\sigma_y$  rappresenta la tensione al limite elastico dell'armatura.

A seconda del valore dello sforzo normale, l'armatura può essere in campo elastico ( $N < N_e$ ) o in campo plastico ( $N > N_e$ ): quest'ultima condizione, in particolare, è quella che comporta la mancata verifica del pannello armato.

Indicando con  $N_0$  il valore di  $N$  corrispondente al caso di tensioni nulle nell'armatura, l'armatura resta in trazione finché lo sforzo normale, (benché possa essere  $N > N_e$ ) non raggiunge tale valore; la sezione può considerarsi interamente reagente ( $N < N_e$ ) finché uno dei suoi estremi è soggetto al valore nullo di tensione, corrispondente a:

$$\varepsilon_a = \frac{c \cdot \varepsilon_{me}}{H}$$

in cui  $c$  rappresenta, usualmente, il copriferro. Lo sforzo normale corrispondente al limite elastico di parzializzazione, pertanto, è dato dall'espressione:

$$N_r = \frac{H \cdot t \cdot \sigma_k}{2} + A_a \cdot E_a \cdot \frac{c}{H} h \cdot \varepsilon_{me}$$

Qualora  $N$  presenti valori compresi nel range  $N_0 < N < N_r$ , pertanto, la sezione risulterà parzializzata con armatura compressa elastica e muratura al limite elastico.

Indicando infine con  $N_m$  il massimo valore sopportabile dal pannello armato allo stato limite elastico, per valori di forza assiale compresi tra  $N_r < N < N_m$  la sezione risulterà interamente reagente, con:

$$N_m = \frac{H \cdot t \cdot \sigma_k}{2 \cdot (H - c)} \cdot \left( H - 2c + \frac{\varepsilon_{ae}}{\varepsilon_{me}} \cdot H \right) + A_a \cdot \sigma_y$$

Individuati i valori di  $N$  che segnano i confini tra i vari campi, è possibile esprimere le relazioni che legano  $N$  e  $T$  sulla sezione di sinistra e sulla sezione di destra, assumendo il segno positivo all'eccentricità se riferita all'armatura superiore, negativo se a quella inferiore:

$$\bar{V}^d = -\frac{H}{B} \cdot \left[ \bar{N}^d \cdot (\bar{e}^s + \bar{e}^d) + (\bar{P} + \bar{Q}) \cdot \frac{B}{2H} + \bar{F} \cdot (\bar{N}^d - \bar{F})^2 + \bar{F} \cdot \left( \bar{f} - \frac{1}{2} - \bar{e}^s \right) \right]$$

$$\bar{e}_e^s = \pm \frac{1}{N^s \cdot H} \cdot \left[ \frac{b \cdot t \cdot \sigma_k}{2} \cdot \left( \frac{H}{2} - \frac{b}{3} \right) + A_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_a \cdot \left( h - \frac{H}{2} \right) \right]$$

in cui è stato posto (sezione di sinistra):

$$\bar{e}^d = \frac{M^d}{N^d \cdot H}$$

$$N^s = N^d - F$$

$$\bar{V}^s = -\frac{H}{B} \cdot \left[ \bar{N}^s \cdot (\bar{e}^s + \bar{e}^d) - (\bar{P} + \bar{Q}) \cdot \frac{B}{2H} + \bar{F} \cdot \left( \bar{f} - \frac{1}{2} + \bar{e}^d \right) \right]$$

$$\bar{e}_e^d = \pm \frac{1}{N^d \cdot H} \cdot \left[ \frac{b \cdot t \cdot \sigma_k}{2} \cdot \left( \frac{H}{2} - \frac{b}{3} \right) + A_a \cdot E_a \cdot \varepsilon_a \cdot \left( h - \frac{H}{2} \right) \right]$$

in cui è stato posto (sezione di destra):

$$\bar{e}^s = \frac{M^s}{N^s \cdot H}$$

$$N^d = N^s + F$$

Si riportano nella figure seguenti alcuni screenshot relativi all'output del codice di calcolo per gli step di calcolo delle sollecitazioni, verifica dei pannelli di maschio, verifica dei pannelli di fascia e calcolo dell'eventuale armatura necessaria a questi ultimi per soddisfare la verifica:

	-16.228		-29.536		-0.002
	-17.220		-30.828		0.000
	-14.873		-42.518		-0.003
-1.540				-49.588	
-2.118				-47.880	
1.483				33.516	
30.721				78.769	
2.118				47.880	
1.483				33.516	
	17.771		17.771		-0.002
	-41.898		-57.018		0.000
	-19.776		-69.234		-4.814
-21.028				-167.993	
-19.889				-30.107	
17.900				27.096	
10.686				-37.362	
-2.118				-47.880	
1.483				33.516	

Figura 106 - Screenshot relativo al calcolo delle sollecitazioni per una parete di 2 piani e 1 apertura

	1.425	-3.577	1.306	-3.695	0.002
	0.565	-14.235	-0.067	-14.867	0.000
	1.838	-3.997	-1.316	-7.783	0.002
	-15.365		-34.888		-32.627
	-6.426		-11.886		-9.699
	4.820		8.915		7.274
	25.865		49.588		45.227
	6.426		11.886		9.699
	4.820		8.915		7.274
	2.244	-3.087	1.711	-3.619	0.003
	-11.876	-35.976	-14.088	-38.188	0.000
	12.269	-12.970	0.565	-26.905	0.009
	-38.089		-105.216		-112.335
	-14.000		-24.147		-19.718
	10.500		18.110		14.788
	-15.365		-34.888		-32.627
	-6.426		-11.886		-9.699
	4.820		8.915		7.274
	1.664	-1.003	10.040	7.374	-0.001
	-34.736	-58.836	-23.903	-48.003	0.000
	18.190	-29.262	0.184	-36.435	0.563
	-37.953		-188.589		-201.858
	-18.330		-38.922		-15.541
	13.747		29.192		18.650

Figura 107 - Screenshot relativo al calcolo delle sollecitazioni per una parete di 3 piani e 2 aperture

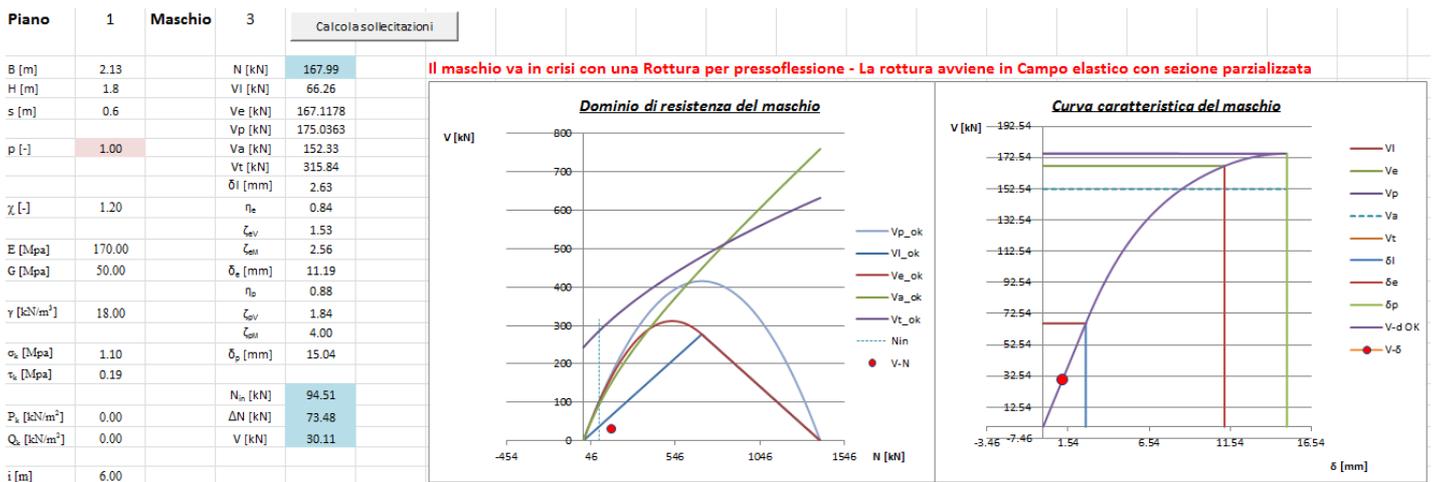


Figura 108 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza del pannello di maschio

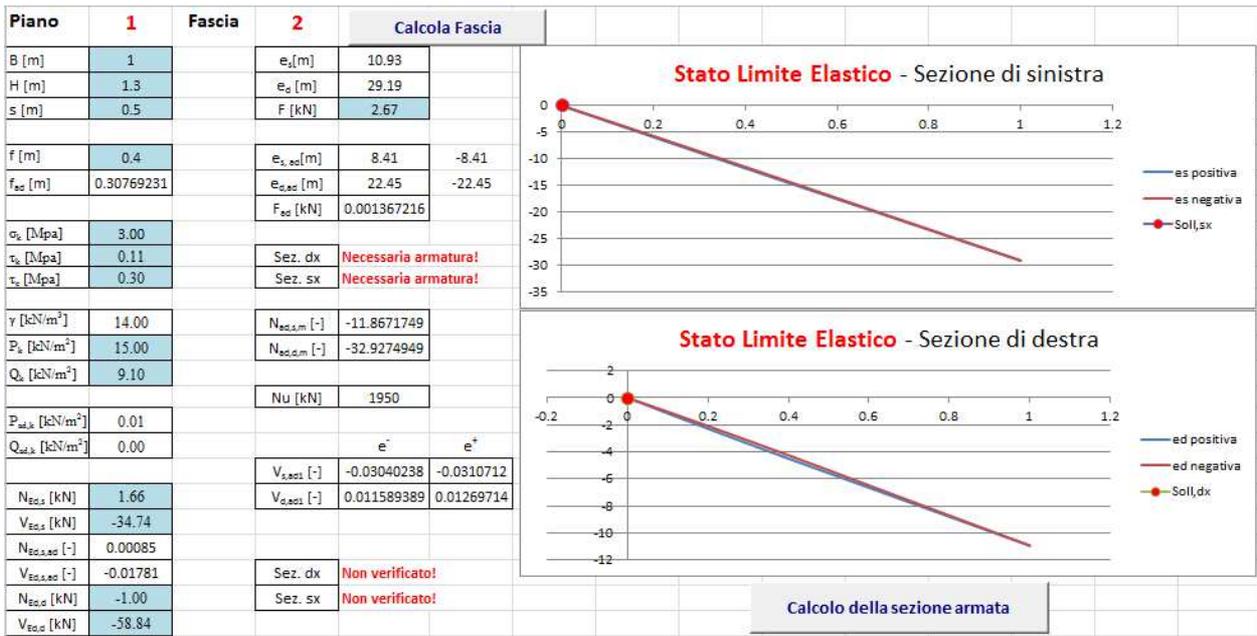


Figura 109 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza del pannello di fascia

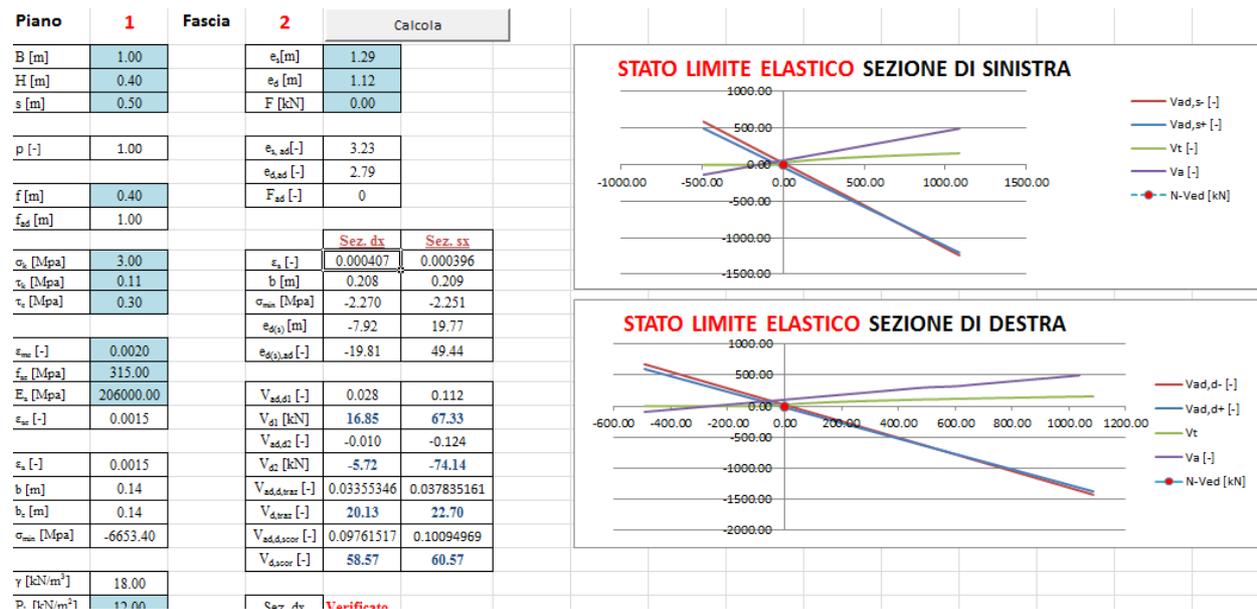


Figura 110 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza del pannello di fascia armato

Si riporta, in appendice al presente paragrafo, la parte di codice relativa all'implementazione dei domini di resistenza e delle verifiche dei pannelli di maschio e di fascia: si evidenzia come, a differenza dei fogli precedenti, in quelli relativi alla verifica di maschi e fasce è risultato conveniente inserire molte formule direttamente nel foglio elettronico, senza passare per l'implementazione completa in Ms Visual Basic.

**Sub a15a\_individuazione\_dominio\_resistenza\_senza\_grafici()**

Sheets("Foglio15").Select

piano = Sheets("Foglio1").Cells(1, 2).Value + 1 - Cells(1, 2)  
 i = Cells(1, 4).Value

'individuo una corrispondenza tra piano (che in pratica equivale a j\_picc\_1) e j\_picc

j\_picc = 2 \* piano \* 3 - 1

j = (2 \* piano - 1) \* 7 + 2

Cells(2, 2) = Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc, i + 1).Value  
 Cells(3, 2) = Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc + 1, i + 1).Value  
 Cells(4, 2) = Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc + 2, i + 1).Value  
 Cells(2, 5) = Sheets("Foglio8").Cells(j, i + 1).Value

Cells(18, 5) = Sheets("Foglio5").Cells(j\_picc - 1, i + 1).Value  
 Cells(19, 5) = Sheets("Foglio7").Cells(j + 4, i + 1).Value  
 Cells(20, 5) = Sheets("Foglio9").Cells(j, i + 1).Value

End Sub

**Sub a16\_domini\_resistenza\_fasce()**

Sheets("Foglio16").Select

piano = Sheets("Foglio1").Cells(1, 2).Value + 1 - Cells(1, 2)  
 i = Cells(1, 4).Value

j\_picc = 2 \* piano \* 3 - 1

j = (2 \* piano - 1) \* 7 + 2

j\_2 = (piano - 1) \* 12 + 3

Cells(2, 2) = Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc - 3, i + 1).Value  
 Cells(3, 2) = Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc - 2, i + 1).Value  
 Cells(4, 2) = Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc - 1, i + 1).Value  
 Cells(6, 2) = Sheets("Foglio1").Cells(19, 11).Offset(piano - 1, 0).Value  
 Cells(14, 2) = Sheets("Foglio4").Cells(j\_picc - 1, i + 1).Value  
 Cells(15, 2) = Sheets("Foglio3").Cells(j\_picc - 2, i + 1).Value

somma = 0

For Z = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value

somma = somma + Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc - 3, Z + 1).Value

Next Z

Cells(4, 5) = Sheets("Foglio1").Cells(19, 7).Offset(piano - 1, 0).Value / somma \* Sheets("Foglio2").Cells(j\_picc - 3, i + 1).Value

Cells(20, 2) = Sheets("Foglio13").Cells(j\_2, 2 \* i - 1).Offset(-1, 0).Value  
 Cells(21, 2) = Sheets("Foglio13").Cells(j\_2, 2 \* i - 1).Offset(0, 0).Value

Cells(24, 2) = Sheets("Foglio13").Cells(j\_2, 2 \* i + 1).Offset(-1, 0).Value  
 Cells(25, 2) = Sheets("Foglio13").Cells(j\_2, 2 \* i + 1).Offset(0, 0).Value

Cells(28, 2) = Sheets("Foglio13").Cells(j\_2, 2 \* i - 1).Offset(1, 0).Value  
 Cells(29, 2) = Sheets("Foglio13").Cells(j\_2, 2 \* i + 1).Offset(1, 0).Value

End Sub

**Sub a16\_b\_spost\_domini\_resistenza\_fasce()**

ActiveWindow.ScrollColumn = 27

End Sub

### 4.3 RAPPRESENTAZIONE DEL LEGAME FORZA-SPOSTAMENTO PER I PANNELLI DI MASCHIO

Definiti i domini di resistenza e la tipologia di comportamento dei pannelli di maschio e delle fasce murarie, il codice procede con il calcolo delle curve forza-spostamento di ogni maschio di piano, in modo da individuare, anche graficamente, la coppia di valori che caratterizza un generico maschio per un determinato valore di  $N$ , calcolato in accordo con quanto definito nel presente capitolo.

La rappresentazione di tali curve, di per sé sufficiente all'individuazione del comportamento delle pareti del primo tipo (ai sensi della definizione formulata all'interno del Capitolo 1) – nelle quali i maschi murari sono assimilabili a una serie di mensole tra loro indipendenti (i cui spostamenti in sommità, pertanto, non presentano alcuna reciproca correlazione) – non sarà, come mostrato in dettaglio nel paragrafo successivo, altrettanto efficace per la trattazione delle pareti del terzo tipo, in cui i pannelli di maschio, compresi tra due fasce rigide, sono inevitabilmente dipendenti in termini di spostamenti in virtù della presenza di un impalcato con tali caratteristiche. A tal fine pertanto, sarà necessario ricorrere al concetto di congruenza tra maschi murari appartenenti allo stesso livello al fine di definire univocamente il comportamento nel proprio piano della parete: qualora, come accade nella maggioranza dei casi reali, la parete sia costituita da più di un maschio murario, occorrerà “sommare” tali curve al fine di calcolare il massimo tagliante sopportabile da un piano in determinate condizioni di comportamento e il relativo spostamento duale.

All'interno di questo paragrafo sarà descritto il metodo con cui, a partire dalle caratteristiche resistenti dei singoli pannelli di maschio, si costruirà il legame tra forza e spostamento dei singoli pannelli di maschio.

Tali curve  $T - d$  saranno caratterizzate dalla presenza di coppie di coordinate significative in termini di comportamento dei maschi murari: tali punti corrisponderanno alla condizione in cui il pannello raggiunge uno stato di incipiente parzializzazione (oltre il quale parte della sezione non contribuisce alle caratteristiche resistenti del pannello), a quella in cui raggiunge il proprio limite elastico (con sezione interamente reagente o parzializzata) o il proprio limite plastico (anche in questo caso con sezione interamente reagente o parzializzata).

Per ognuno dei suindicati stati significativi saranno individuati i corrispondenti stati di deformazione: per la loro valutazione, in linea con i principi della scienza delle costruzioni,

saranno integrati lungo l'intera altezza del pannello i singoli contributi offerti dai conci elementari di sezione pari a quella interamente reagente. Come precisato in sede di individuazione delle ipotesi di base, la generica deformazione del concio unitario è rappresentata dalla somma dell'aliquota di scorrimento dovuta al taglio e dell'aliquota di curvatura dovuta alla flessione: tali contributi saranno valutati in dipendenza della forza assiale agente sul pannello e al variare del tagliante  $T$  che lo caratterizza, secondo le indicazioni fornite da Augenti (2004).

Nel caso di pannello caratterizzato da sezione interamente reagente e valore del tagliante  $T$  inferiore al limite elastico definito precedentemente, l'eccentricità della forza assiale ricade all'interno del nocciolo centrale d'inerzia, con tensione minima al più nulla e tensione massima inferiore a quella al limite di elasticità. Lo spostamento relativo tra le sezioni estreme del pannello è dato dalla formula seguente:

$$d_{el,prop} = d_{el,prop,T} + d_{el,prop,M} = 2 \cdot \int_0^{\frac{H}{2}} \left( \theta + \frac{1}{r} \cdot z \right) dz = 2 \cdot \int_0^{\frac{H}{2}} \left( \frac{\chi \cdot T}{G \cdot A} + \frac{T \cdot z^2}{E \cdot I} \right) dz$$

$$= \frac{\chi \cdot T \cdot H}{G \cdot A} + \frac{T \cdot H^3}{12 \cdot E \cdot I}$$

Qualora il pannello sia caratterizzato, a determinate quote, da sezioni parzializzate in virtù di uno sforzo normale esterno al nocciolo centrale d'inerzia, lo scorrimento e la curvatura sono espresse dalle relazioni:

$$\theta = \frac{\chi \cdot V}{G \cdot A_e} = \frac{\chi \cdot T}{G \cdot b \cdot H} = \frac{\chi \cdot T \cdot 2}{G \cdot b \cdot 3 \cdot (B - 2e)}$$

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{E \cdot I_e} = \frac{T \cdot z - N \cdot dz}{E \cdot \frac{t \cdot b^3}{12}}$$

Avendo indicato con  $b$  la lunghezza reagente (compresa della sezione); integrando le due aliquote di deformazione al pari del caso precedente, si ottiene la seguente espressione

$$d_{el,parz} = d_{el,parz,T} + d_{el,parz,M} = 2 \cdot \int_0^{\frac{H}{2}} \left( \theta + \frac{1}{r} \cdot z \right) dz = 2 \cdot \int_0^{\frac{H}{2}} \left( \frac{\chi \cdot T}{G \cdot A_e} + \frac{T \cdot z^2}{E \cdot I_e} - \frac{N \cdot z \cdot dz}{E \cdot I_e} \right) dz$$

Risolvendo l'integrale e sostituendo le espressioni ricavate per lo scorrimento e la curvatura, l'equazione ottenuta può essere scritta nella forma compatta:

$$d_{el,parz} = \frac{\chi \cdot T \cdot H}{G \cdot A} \cdot \zeta_{el,V} + \frac{T \cdot H^3}{12 \cdot E \cdot I} \cdot \zeta_{el,M}$$

in cui si è indicato con:

$$\zeta_{el,V} = \frac{1}{3 \cdot \eta} \cdot \left\{ 1 - 2 \cdot \ln \left[ \frac{3}{2} \cdot (1 - \eta) \right] \right\}$$

$$\zeta_{el,M} = \frac{1}{(3 \cdot \eta)^3} \cdot \left\{ \frac{17 \cdot \eta - 5}{1 - \eta} + 12 \cdot \ln \left[ \frac{3}{2} \cdot (1 - \eta) \right] \right\}$$

e con:

$$\eta = \frac{H}{B} \cdot \frac{T}{N}$$

Nel caso di sezione interamente reagente (in cui  $b = B$ ), l'integrale si riconduce a quello canonico e i coefficienti  $\zeta_{el,V}$  e  $\zeta_{el,M}$  assumono valore unitario.

Qualora il pannello risulti parzialmente reagente e tale da raggiungere lo stato limite plastico, le sezioni lungo la sua altezza possono essere interamente reagenti con tensione massima inferiore o superiore al limite elastico o parzializzate con comportamento plastico: il diagramma delle tensioni assumerà forma trapezia con punto di nullo interno alla sezione. Anche in questo caso, lo sviluppo dell'integrale dà origine ad uno spostamento relativo  $d_{par,pl}$  esprimibile, similmente a quanto effettuato nel caso precedente, nella seguente forma compatta:

$$d_{par,pl} = d_{par,pl,T} + d_{par,pl,M} = \frac{\chi \cdot T \cdot H}{G \cdot A} \cdot \zeta_{par,pl,V} + \frac{T \cdot H^3}{12 \cdot E \cdot I} \cdot \zeta_{par,pl,M}$$

in cui i coefficienti  $\zeta_{par,pl,V}$  e  $\zeta_{par,pl,M}$  rappresentativi delle aliquote deformative a taglio e a momento assumono l'espressione seguente:

$$\zeta_{par,pl,V} = \frac{2}{3 \cdot \eta} \cdot \left[ 1 - \ln(2\bar{N}) - \sqrt{\frac{3}{4 \cdot \bar{N}} \cdot (1 - \eta - \bar{N})} \right]$$

$$\zeta_{par,pl,M} = \frac{1}{9 \cdot \eta^3} \cdot \left[ \frac{9}{2 \cdot \bar{N}} - \frac{22}{3} + 4 \ln(2\bar{N}) - \frac{1}{\bar{N}} \cdot \left( 1 + \frac{\eta}{2} - \bar{N} \right) \cdot \sqrt{\frac{3}{4 \cdot \bar{N}} \cdot (1 - \eta - \bar{N})} \right]$$

in cui, come nel caso precedente, si è indicato con:

$$\eta = \frac{H}{B} \cdot \frac{T}{N}$$

Nel caso in cui lo stato limite plastico sia raggiunto a sezione interamente reagente, la risoluzione dell'integrale individua uno spostamento relativo tra le estremità del pannello esprimibile nella seguente forma:

$$d_{pl} = d_{pl,T} + d_{pl,M} = \frac{\chi \cdot T \cdot H}{G \cdot A} \cdot \zeta_{pl,V} + \frac{T \cdot H^3}{12 \cdot E \cdot I} \cdot \zeta_{pl,M}$$

in cui la forma assunta dai coefficienti correttivi è la seguente:

$$\zeta_{pl,V} = \frac{1}{3 \cdot \zeta} \cdot \left\{ 1 + 2 \cdot \ln \left[ \frac{2}{3 \cdot (1 - \zeta)} \right] \right\}$$

$$\zeta_{pl,M} = \frac{1}{9 \cdot \zeta^3} \cdot \left\{ \frac{1}{6} + \frac{2 \cdot (\zeta - 1) \cdot \ln[1.5 \cdot (1 - \zeta)] - 3 \cdot \zeta + 1}{\zeta - 1} \right\}$$

con:

$$\zeta = \frac{T \cdot H}{(N_u - N) \cdot B}$$

I singoli pannelli di maschio, pertanto, presenteranno una curva  $T - d$  caratterizzata inizialmente da un comportamento lineare (la cui inclinazione corrisponde alla rigidezza elastica iniziale), per diminuire progressivamente la sua tangente all'aumentare della sollecitazione tagliante agente passando dallo stato elastico interamente reagente a quello parzializzato (perdita di proporzionalità) fino a giungere al campo plastico.

Si riportano nelle figure seguenti le interfacce di output fornite dal codice per il calcolo dei valori significativi di ogni maschio di piano, seguite dagli screenshot relativi alla rappresentazione grafica delle curve (condotta, per i pannelli di maschio, contestualmente alla verifica tramite l'individuazione del dominio di iterazione).

$N/N_u$		$N/N_u$		$N/N_u$
$N_u$		$N_u$		$N_u$
$N_{i,j}$		$N_{i,j}$		$N_{i,j}$
$V_{el,prop}$		$V_{el,prop}$		$V_{el,prop}$
$d_{el,prop}$		$d_{el,prop}$		$d_{el,prop}$
$V_{el,parz}$		$V_{el,parz}$		$V_{el,parz}$
$d_{el,parz}$		$d_{el,parz}$		$d_{el,parz}$
$V_{pl}$		$V_{pl}$		$V_{pl}$
$d_{pl}$		$d_{pl}$		$d_{pl}$
$V_{par,pl}$		$V_{par,pl}$		$V_{par,pl}$
$d_{par,pl}$		$d_{par,pl}$		$d_{par,pl}$

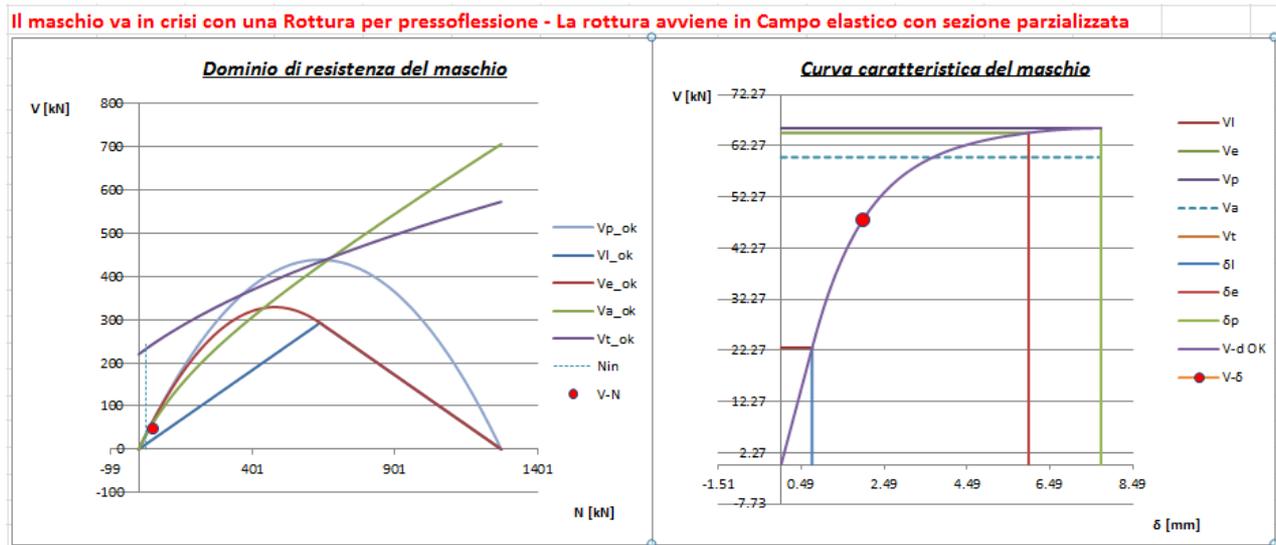


Figura 111 - Screenshot relativo all'individuazione dei domini di resistenza e della curva caratteristica del pannello di maschio

Si riporta, in appendice al presente paragrafo, la parte di codice relativa all'implementazione dei valori significativi necessari per il tracciamento delle curve caratteristiche di piano.

```

Sub a8_legame_V_d_maschi()
Sheets("Foglio8").Select
Cells.Select
Selection.ClearContents
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With
i = 1
j = 1
Range("A1").Select
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
    Cells(1 + j, 1).Select
    ActiveCell = "" & j
Next j

Range("A1").Select
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1, 1 + i).Select
    ActiveCell = "" & i
Next i
Sheets("Foglio8").Select
Cells.Select
With Selection.Interior
    .Pattern = xlNone
    .TintAndShade = 0
    .PatternTintAndShade = 0
End With
Range("A1").Select
j = 1
i = 1
For j = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    Cells(1 + j, 1 + i).Select
    If (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) > 0 Then
        With Selection.Interior
            .Pattern = xlSolid
            .PatternColorIndex = xlAutomatic
            .ThemeColor = xlThemeColorAccent5
            .TintAndShade = 0
            .PatternTintAndShade = 0
        End With
    ElseIf (j Mod 2) > 0 And (i Mod 2) = 0 Then
        With Selection.Interior
            .Pattern = xlSolid
            .PatternColorIndex = xlAutomatic
            .ThemeColor = xlThemeColorAccent6
            .TintAndShade = 0
            .PatternTintAndShade = 0
        End With
    ElseIf (j Mod 2) = 0 And (i Mod 2) > 0 Then
        With Selection.Interior
            .Pattern = xlSolid
            .PatternColorIndex = xlAutomatic
            .ThemeColor = xlThemeColorAccent3
            .TintAndShade = 0
            .PatternTintAndShade = 0
        End With
    End If
Next i
Next j

Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 1)).Select
Selection.Copy
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 2 + 2).Select
ActiveSheet.Paste
Application.CutCopyMode = False
Cells.Select
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio8").Sort.SortFields.Clear
ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio8").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A1"), _
SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio8").Sort

```

```

        .SetRange Range("A1:CA61")
        .Header = xlNo
        .MatchCase = False
        .Orientation = xlTopToBottom
        .SortMethod = xlPinYin
        .Apply
    End With
    UltimaRigaX = Sheets("Foglio8").Range("A65000").End(xlUp).Row
    Rows(UltimaRigaX + 1).Select
    Selection.Cut
    Rows("1:1").Select
    Selection.Insert Shift:=xlDown

    Range(Rows(2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 1)).Select
    Selection.Copy
    Range(Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 2), Rows(Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 3 + 2)).Select
    ActiveSheet.Paste
    Rows("2:1001").Select
    ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio8").Sort.SortFields.Clear
    ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio8").Sort.SortFields.Add Key:=Range("A2:A501" _
    ), SortOn:=xlSortOnValues, Order:=xlAscending, DataOption:=xlSortNormal
    With ActiveWorkbook.Worksheets("Foglio8").Sort
        .SetRange Range("A2:CG501")
        .Header = xlGuess
        .MatchCase = False
        .Orientation = xlTopToBottom
        .SortMethod = xlPinYin
        .Apply
    End With

    For j = 4 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 6 + 4 Step 7
        Range(Rows(j), Rows(j)).Select
        Selection.Copy
        Selection.Insert Shift:=xlDown
    Next j

    Range("B2").Select

    Call a8b_legame_V_d_maschi

    Range("B2:CG473").Select
    Selection.NumberFormat = "0.00"

    Range("A1").Select

    End Sub



---


Sub a8b_legame_V_d_maschi()
    Sheets("Foglio8").Select

    For j = 2 To Sheets("Foglio1").Cells(4, 2).Value * 6 + 4 Step 7
        If j Mod (2) > 0 Then
            For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
                If i Mod (2) > 0 Then
                    j_picc = (j - 2) / 7 * 3 + 2
                    Cells(j, i + 1) = Sheets("Foglio5").Cells(j_picc - 1, i + 1).Value
                    Cells(j - 1, i + 1) = 1000 * Sheets("Foglio1").Cells(19, 2).Value *
                    Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2,
                    i + 1).Value
                    Cells(j - 2, i + 1) = Cells(j, i + 1).Value / Cells(j - 1, i + 1).Value
                    If Cells(j - 2, i + 1).Value < 0.5 Then
                        Cells(j + 1, i + 1) = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value /
                        Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * Cells(j, i + 1).Value
                        / 3
                    Else
                        Cells(j + 1, i + 1) = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value /
                        Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * Cells(j - 1, i +
                        1).Value / 3 * (1 - Cells(j - 2, i + 1).Value)
                    End If
                    Cells(j + 2, i + 1) = Cells(j + 1, i + 1).Value / Sheets("Foglio7").Cells(j, i +
                    1).Value
                    Cells(j + 2, i + 1).NumberFormat = "0.000"

                    If Cells(j - 2, i + 1).Value < 0.5 Then

```

```

Cells(j + 3, i + 1) = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value /
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * (Cells(j - 2, i +
1).Value - 4 / 3 * Cells(j - 2, i + 1).Value ^ 2) * Cells(j - 1, i +
1).Value
Else
Cells(j + 3, i + 1) = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value /
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value * Cells(j - 1, i + 1).Value
/ 3 * (1 - Cells(j - 2, i + 1).Value)
End If

eta = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value /
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value * Cells(j + 3, i + 1).Value / Cells(j, i
+ 1).Value
chi_v = 1 / (3 * eta) * (1 - 2 * Log(3 / 2 * (1 - eta)))
chi_m = 1 / ((3 * eta) ^ 3) * ((17 * eta - 5) / (1 - eta) + 12 * Log(3 / 2 * (1 - eta)))
delta_e_v = Sheets("Foglio1").Cells(12, 2).Value *
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * Cells(j + 3, i + 1).Value /
(Sheets("Foglio1").Cells(15, 2).Value * 1000) / (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i
+ 1).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) * chi_v * 1000
mom_in = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) *
(Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value ^ 3) / 12
delta_e_m = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value ^ 3) * Cells(j + 3, i
+ 1).Value / (12 * mom_in * Sheets("Foglio1").Cells(14, 2).Value * 1000) *
chi_m * 1000

Cells(j + 4, i + 1) = delta_e_v + delta_e_m
Cells(j + 4, i + 1).NumberFormat = "0.000"

Cells(j + 6, i + 1) = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value /
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * Cells(j, i + 1).Value * (1 -
Cells(j, i + 1).Value / Cells(j - 1, i + 1).Value)

eta_p = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value /
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value * 0.9999999999 * Cells(j + 6, i +
1).Value / Cells(j, i + 1).Value
chi_v_p = 2 / (3 * eta_p) * (1 - Log(2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - (0.75 / Cells(j -
2, i + 1).Value * (1 - eta_p - Cells(j - 2, i + 1).Value) ^ 0.5))

chi_m_p = 1 / (9 * eta_p ^ 3) * (9 / (2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - 22 / 3 + 4 *
Log(2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - 1 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 + eta_p / 2 -
Cells(j - 2, i + 1).Value) * (3 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 - eta_p - Cells(j - 2, i
+ 1).Value) ^ 0.5))

((17 * eta - 5) / (1 - eta) + 12 * Log(3 / 2 * (1 - eta)))

delta_e_v_p = Sheets("Foglio1").Cells(12, 2).Value *
Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * Cells(j + 3, i + 1).Value /
(Sheets("Foglio1").Cells(15, 2).Value * 1000) / (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i
+ 1).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) * chi_v_p * 1000
mom_in_p = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) *
(Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value ^ 3) / 12
delta_e_m_p = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value ^ 3) * Cells(j +
3, i + 1).Value / (12 * mom_in_p * Sheets("Foglio1").Cells(14, 2).Value * 1000)
* chi_m_p * 1000
delta_e_p = delta_e_v_p + delta_e_m_p
Cells(j + 7, i + 1) = delta_e_p

End If
'Stop
Next i

y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value - 1

Cells(j + 2, 2).Select
R = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, y))
Cells(j + 2, y + 3) = WorksheetFunction.Min(R)
Cells(j + 2, y + 3).NumberFormat = "0.000"

Cells(j + 4, 2).Select
R = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, y))
Cells(j + 4, y + 3) = WorksheetFunction.Min(R)
Cells(j + 4, y + 3).NumberFormat = "0.000"

Cells(j + 6, 2).Select
R = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, y))
Cells(j + 6, y + 3) = WorksheetFunction.Min(R)

```

```

Cells(j + 6, y + 3).NumberFormat = "0.000"

Cells(j + 7, 2).Select
R = Range(ActiveCell, ActiveCell.Offset(0, y))
Cells(j + 7, y + 3) = WorksheetFunction.Min(R)
Cells(j + 7, y + 3).NumberFormat = "0.000"

For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If i Mod (2) > 0 Then
        Cells(j - 3, i + 1) = Cells(j + 2, y + 3).Value * Sheets("Foglio7").Cells(j, i + 1).Value
    End If
Next i

y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1
somma = 0
For Z = 2 To (y)
    somma = somma + Cells(j - 3, Z).Value
Next Z
Cells(j - 3, y + 1).Select
ActiveCell = somma

y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1
For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
    If i Mod (2) > 0 Then
        V_t = 0.1
        incr = 0.1
        k = 1
        o = 1
        Z = 1
        m = 1
        If Sheets("Foglio8").Cells(j, i + 1) > 0.0001 Then
            delta_e = 0

            Do While delta_e / Cells(j + 4, y + 1).Value < 0.9999 Or delta_e / Cells(j + 4, y
            + 1).Value > 1.0001
                If delta_e / Cells(j + 4, y + 1).Value > 1 Then
                    If VS = "Superato" Then
                        incr = incr * (k + 1)
                    End If
                    VS = "Superato"
                    k = k + 1
                    incr = incr / k
                    V_t = V_t - incr
                Else
                    If VS = "Superato" Then
                        o = o + 1
                        incr = incr / o
                    End If
                    VS = "Non Superato"
                    V_t = V_t + incr
                End If

                If V_t > Cells(j + 3, i + 1).Value Then
                    incr_1 = (V_t - Cells(j + 3, i + 1).Value) / 100
                    V_t = Cells(j + 3, i + 1).Value + incr_1 * m
                    m = m + 1
                End If

                eta = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value /
                Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value * V_t / Sheets("Foglio8").Cells(j, i +
                1).Value
                chi_v = 1 / (3 * eta) * (1 - 2 * Log(3 / 2 * (1 - eta)))
                chi_m = 1 / ((3 * eta) ^ 3) * ((17 * eta - 5) / (1 - eta) + 12 * Log(3 / 2 * (1 - eta)))
                delta_e_v = Sheets("Foglio1").Cells(12, 2).Value *
                Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value * V_t /
                (Sheets("Foglio1").Cells(15, 2).Value * 1000) / (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i
                + 1).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) * chi_v * 1000
                mom_in = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) *
                (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value ^ 3) / 12
                delta_e_m = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value ^ 3) * V_t / (12 *
                mom_in * Sheets("Foglio1").Cells(14, 2).Value * 1000) * chi_m * 1000
                delta_e = delta_e_v + delta_e_m

                Z = Z + 1
            If Z > 20000 Then
                Exit Do
            End If
        End If
    End If
Next i

```

```

                                End If
                                Loop
                            End If
                            Cells(j + 5, i + 1) = V_t
                        End If
                    Next i

                    y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1
                    somma = 0
                    For Z = 2 To (y)
                        somma = somma + Cells(j + 5, Z).Value
                    Next Z
                    Cells(j + 5, y + 1).Select
                    ActiveCell = somma

                    y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1
                    For i = 1 To Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value
                        If i Mod (2) > 0 Then
                            V_t = Cells(j + 3, i + 1).Value

                            Z = 1
                            If Sheets("Foglio8").Cells(j, i + 1) > 0.0001 Then
                                delta_e_p = 0
                            End If

                            Do While delta_e_p / Cells(j + 7, y + 1).Value < 0.9999
                                V_t = V_t + incr

                                eta_p = Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value / Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value *
                                V_t / Cells(j, i + 1).Value
                                If 0.75 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 - eta_p - Cells(j - 2, i + 1).Value) < 0 Then
                                    chi_v_p = 2 / (3 * eta_p) * (1 - Log(2 * Cells(j - 2, i + 1).Value))
                                Else
                                    chi_v_p = 2 / (3 * eta_p) * (1 - Log(2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - (0.75 / Cells(j - 2, i +
                                    1).Value * (1 - eta_p - Cells(j - 2, i + 1).Value)) ^ 0.5)
                                End If
                                If 3 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 - eta_p - Cells(j - 2, i + 1).Value) < 0 Then
                                    chi_m_p = chi_m_p = 1 / (9 * eta_p ^ 3) * (9 / (2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - 22 / 3 + 4 *
                                    Log(2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - 1 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 + eta_p / 2 - Cells(j - 2, i
                                    + 1).Value))
                                Else
                                    chi_m_p = 1 / (9 * eta_p ^ 3) * (9 / (2 * Cells(j - 2, i + 1).Value) - 22 / 3 + 4 * Log(2 *
                                    Cells(j - 2, i + 1).Value) - 1 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 + eta_p / 2 - Cells(j - 2, i +
                                    1).Value) * (3 / Cells(j - 2, i + 1).Value * (1 - eta_p - Cells(j - 2, i + 1).Value)) ^ 0.5)
                                End If
                                delta_e_v_p = Sheets("Foglio1").Cells(12, 2).Value * Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value
                                * V_t / (Sheets("Foglio1").Cells(15, 2).Value * 1000) / (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i + 1).Value *
                                Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) * chi_v_p * 1000
                                mom_in_p = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 2, i + 1).Value) * (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc, i +
                                1).Value ^ 3) / 12
                                delta_e_m_p = (Sheets("Foglio2").Cells(j_picc + 1, i + 1).Value ^ 3) * V_t / (12 * mom_in_p *
                                Sheets("Foglio1").Cells(14, 2).Value * 1000) * chi_m_p * 1000
                                k_1 = delta_e_v_p / V_t
                                k_2 = delta_e_m_p / V_t
                                delta_e_p = delta_e_v_p + delta_e_m_p

                                Z = Z + 1
                            End While

                            If Z > 20000 Then
                                Exit Do
                            End If
                        End If
                    Next i

                    Cells(j + 8, i + 1) = V_t
                    End If
                Next i

                y = Sheets("Foglio1").Cells(5, 2).Value + 1
                somma = 0
                For Z = 2 To (y)
                    somma = somma + Cells(j + 8, Z).Value
                Next Z
                Cells(j + 8, y + 1).Select
                ActiveCell = somma
            End If
    
```

Next j  
End Sub

#### 4.4 PROCEDURA PER IL CALCOLO DELLA CURVA DI CAPACITÀ E VALIDAZIONE DEL CODICE

Una volta definite compiutamente le caratteristiche dei singoli pannelli di maschio, il codice di calcolo esegue una procedura iterativa volta ad individuare, piano per piano, l'effettiva forza di taglio agente sui singoli maschi.

Come accennato nel paragrafo precedente, l'ipotesi di comportamento alla Grinter delle fasce di piano fa sì che, per le pareti costituite da più maschi murari, il comportamento delle stesse non possa essere analizzato considerando singolarmente il legame forza-spostamento dei singoli pannelli, ma diventa fondamentale considerare la condizione di ugual spostamento in sommità cui essi devono sottostare.

In modo analogo a quanto effettuato con i singoli maschi, pertanto, andrà costruita una curva forza-spostamento relativa all'intero piano, sulla base delle singole curve caratteristiche dei maschi appartenenti a quel piano. Così come avveniva per le curve relative ai singoli pannelli, anche in questo caso esse saranno caratterizzate da una serie di coppie di coordinate significative (individuate dalla forza orizzontale di piano e dal relativo spostamento duale), relative ai "passaggi di stato" cui il piano è soggetto in corrispondenza di determinati valori di forza assiale: si tratta, in particolare, della massima forza orizzontale sopportabile dal piano in campo elastico lineare (prima di raggiungere il limite elastico per pressoflessione o taglio), della massima forza orizzontale (e dello spostamento duale) sopportabile dal piano in modo che le sezioni di tutti i maschi possano considerarsi interamente reagenti (e quindi in assenza di ridistribuzioni che mettano in discussione le ipotesi di rigidità iniziali) e della massima forza orizzontale per la quale il piano raggiunge il limite plastico per pressoflessione o taglio.

Da un punto di vista grafico, la costruzione della curva  $T - d$  relativa al piano è un'operazione concettualmente di estrema semplicità: immaginando di riportare in uno stesso grafico tutte le curve relative ai pannelli di maschio appartenenti al piano in esame, è sufficiente sommare le ordinate corrispondenti ad ogni spostamento  $d$ , fino al momento in cui il primo pannello raggiunge la crisi. I risultati ottenuti con tale curva, tuttavia, sono di estrema utilità per la comprensione del reale comportamento di piano, dal momento che determinate conformazioni di tale curva possono rappresentare ben precise modalità di collasso del piano della parete. Qualora tale curva si presenti come una bilatera (tratto elastico seguito da un tratto orizzontale), ad esempio, il piano ha raggiunto la massima

resistenza al limite elastico per taglio prima che per scorrimento; analogamente, qualora siano presenti un tratto elastico seguito da due rami curvilinei discontinui, allora il piano avrà raggiunto la resistenza al limite plastico per pressoflessione prima che per taglio.

La costruzione della curva di capacità consiste nell'applicazione di una determinata distribuzione di forze orizzontali applicate alla parete e nella conseguente determinazione della coppia di valori tagliante alla base-spostamento di un punto di controllo (generalmente assunto coincidente con il baricentro dell'ultimo impalcato della struttura). Il codice sviluppato, con l'obiettivo di tracciare tale curva, elabora una procedura iterativa volta al calcolo del massimo spostamento corrispondente ad una data azione orizzontale esercitata, effettuando e fornendo in output, su richiesta dell'utente e in corrispondenza di ogni step di carico, il calcolo delle caratteristiche delle sollecitazioni e le verifiche dei singoli elementi strutturali (pannelli di maschio e di fascia) costituenti la parete (prevedendo, per le fasce di piano, gli eventuali interventi di rinforzo necessari al rispetto delle ipotesi effettuate). Si sintetizzerà di seguito l'iter logico seguito per il calcolo di tale curva.

Individuata la distribuzione di forze orizzontali da applicare alla parete, in corrispondenza di ogni step di carico, vengono calcolati i taglianti agenti ad ogni piano e le rigidezze elastiche proprie dei singoli pannelli di maschio; in base a queste ultime, con le modalità precedentemente esposte, vengono calcolate le variazioni di forza assiale dovute all'applicazione delle suindicate forze orizzontali e, per riflesso, i domini di resistenza relativi ai pannelli di maschio e ai pannelli di fascia. Per ogni pannello di maschio, inoltre, sulla base dei valori così determinati, si calcolano i valori significativi di taglio e spostamento (limite elastico con sezione interamente reagente, limite elastico con sezione parzializzata, limite plastico con sezione interamente reagente e limite plastico con sezione parzializzata), evidenziando i meccanismi di crisi per i quali si generano tali valori, giungendo alla definizione delle curve  $T - d$  corrispondenti al maschio murario.

A questo punto, il tagliante di piano agente si confronta con il minore dei taglianti al limite elastico lineare (sezione interamente reagente) caratterizzanti i maschi di piano: se quest'ultimo valore è maggiore del tagliante di piano applicato, allora tutti i maschi sono effettivamente in campo elastico lineare. In tal caso, tutte le ipotesi basate su un comportamento elastico interamente reagente dei pannelli sono verificate ed è possibile ipotizzare una suddivisione del tagliante di piano basata sulla seguente relazione:

$$T_{i,j} = T_i \cdot \frac{K_i}{K_{tot}}$$

Lo spostamento di piano può essere calcolato sfruttando la linearità che governa il problema tramite la formula:

$$d_i = T_i/K_{tot}$$

Qualora tale ricorrenza (taglio agente inferiore rispetto al minore dei tagli al limite elastico lineare caratteristici dei maschi di piano) sia verificata per ogni piano della parete, tramite le suindicate relazioni è possibile pervenire ai taglianti sollecitanti i singoli maschi murari e allo spostamento di piano. Effettuate le verifiche dei vari pannelli (maschi e fasce) secondo quanto specificato nei paragrafi precedenti, è possibile rappresentare sulla curva di capacità il punto costituito dal tagliante complessivo agente alla base della parete e lo spostamento del piano più alto (dato dalla somma degli spostamenti relativi tra gli estremi dei pannelli di maschio relativi ai vari piani), passando allo step di carico successivo.

Qualora, in corrispondenza del generico step di carico, sussista la condizione per cui il tagliante agente su un determinato piano della parete sia maggiore rispetto al minore dei tagli al limite elastico lineare caratterizzanti i singoli pannelli di maschio, ciò implica che il piano presenti almeno un maschio parzializzato: non sussistendo per tutti gli elementi la linearità di comportamento (non si è, in sostanza, sul tratto lineare della curva  $T - d$  relativa all'intero piano), allora l'ipotesi di ripartizione del tagliante di piano prevista inizialmente per il calcolo delle variazioni di forza assiale non può ritenersi valida. Come osservato nel primo paragrafo del presente capitolo, qualora la parete sia dotata di una distribuzione regolare di vani, allora la variazione  $\Delta N$  può considerarsi funzione essenzialmente delle forze esterne e del braccio che le caratterizza rispetto all'estradosso dei pannelli di maschio; qualora, invece, la parete presenta irregolarità geometriche, cambiando il braccio costituito dall'altezza dei pannelli di nodo sovrastanti i maschi murari, il valore di  $\Delta N$  dipende dai valori dei taglianti agenti sui singoli maschi, che contribuiscono a determinare il momento totale che rende a far ruotare rigidamente la fascia di piano. Si affronterà successivamente il momento in cui sarà eventualmente necessario ricalcolare la variazione di forza assiale.

Con l'obiettivo di calcolare la reale distribuzione del tagliante di piano tra i pannelli di maschio, si introduce uno spostamento di primo tentativo  $d_{tent}$  e confronto tale valore con ognuno degli spostamenti corrispondenti al taglio al limite elastico lineare dei singoli pannelli di maschio costituenti la parete. Per ogni pannello di maschio, pertanto, potrà verificarsi che tale valore sia inferiore o meno rispetto al  $d_{el,lin}$  caratteristico: qualora sussista la condizione  $d_{tent} < d_{el,lin}$ , allora il singolo maschio analizzato risulta essere in

campo elastico lineare; per esso, quindi, il taglio corrispondente allo spostamento di tentativo sarà dato dall'espressione lineare:

$$T_{i,j} = d_{tent} \cdot K_i$$

Qualora (condizione che dovrà accadere in almeno un caso), invece,  $d_{tent} > d_{el,lin}$ , allora il pannello di maschio risulta parzializzato, e pertanto il taglio  $T_{i,j}$  cui esso è soggetto è funzione non lineare dello spostamento di tentativo imposto; in questo caso si opera in modo analogo al caso in cui, nel tracciamento delle curve  $T - d$  relative ai piani, era necessario individuare il taglio corrispondente al minimo spostamento in elastico non proporzionale  $d_{el,parz}$ : essendo non lineare la funzione che lega lo spostamento al taglio, infatti, bisogna agire per tentativi, introducendo un  $T_{i,j}^{tent}$  di tentativo, calcolare il corrispondente spostamento  $d_{el,parz}$ , iterando la procedura fino ad individuare il valore di  $T_{i,j}$  il cui spostamento duale  $d_{el,parz}$  coincida con lo spostamento di tentativo  $d_{tent}$ . In tal modo, determinato il taglio agente su ogni maschio, è possibile calcolare il tagliante totale, dato dalla somma dei contributi relativi ai singoli maschi: tale tagliante  $T_i$ , tuttavia, potrebbe non coincidere con il tagliante di piano applicato, essendo conseguente ad uno spostamento di tentativo imposto al traverso rigido. È necessario, pertanto, iterare la procedura variando  $d_{tent}$  fino a quando il tagliante di piano derivante dalle forze esterne applicate non sia uguale alla somma dei contributi taglienti dei singoli maschi costituenti la parete.

La distribuzione di taglianti così individuata, tuttavia, risulta quella effettivamente agente solo nel caso in cui la parete presenti una distribuzione regolare di vani: in tal caso, infatti, la variazione di forza assiale generata nei pannelli di maschio in virtù delle forze sismiche è essenzialmente funzione di queste ultime; viceversa, nel caso di pareti irregolari (dovute, ad esempio, a differenze di altezza nell'ambito di un piano tra maschi o nodi diversi), la variazione di  $N$  si calcola attraverso i singoli contributi flettenti offerti dai pannelli di nodo, diversi tra loro in virtù dei differenti bracci che le caratterizzano. Dopo aver individuato lo spostamento di tentativo  $d_{tent}$  tale da generare all'interno dei pannelli di maschio del piano un tagliante totale  $T_i$  pari a quello generato dall'applicazione delle forze esterne, pertanto, è necessario ricalcolare le variazioni di forza assiale derivanti da tale distribuzione del tagliante di piano: qualora le  $\Delta N$  calcolate siano diverse da quelle calcolate inizialmente, il codice ricalcola il proprio valore. La nuova forza assiale ( $N + \Delta N$ ) agente sui pannelli di maschio implica dei valori differenti delle grandezze

significative della curva  $T - d$  relativa ai maschi e, pertanto, di quella relativa al piano: sarà necessario, pertanto ripetere integralmente l'iterazione.

Si riporta, nella figura seguente, lo schema di diagramma di flusso concettualmente utilizzato per la determinazione della curva di capacità:

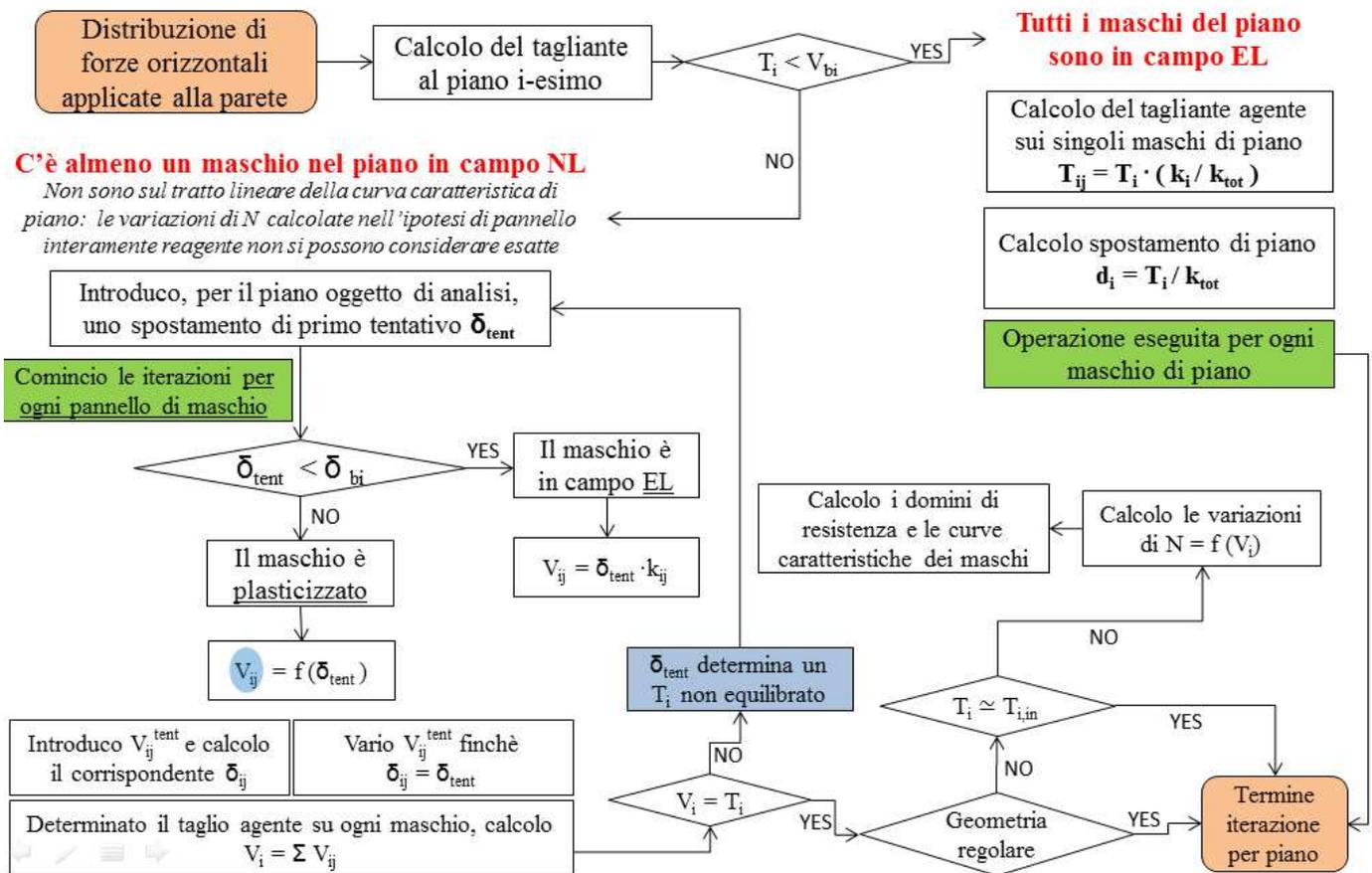
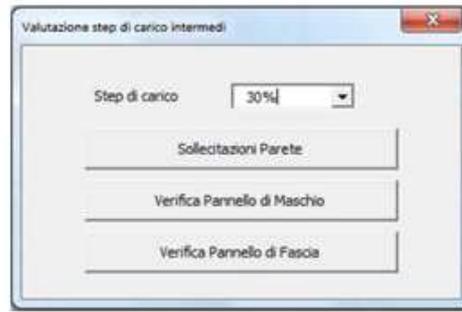


Figura 112 - Rappresentazione grafica della procedura operativa utilizzata

In corrispondenza di ogni step di carico, come rappresentato nello screenshot seguente, l'utente ha la possibilità di effettuare verifiche locali, analizzando le sollecitazioni della parete e valutando, anche graficamente, le verifiche relative ai singoli elementi



1.425	-3.577	1.306	-3.695	0.002
0.565	-14.235	-0.067	-14.867	0.000
1.838	-3.997	-1.316	-7.783	0.002
-15.365		-34.898		-32.627
-6.426		-11.886		-9.699
4.820		8.915		7.274
25.865		49.588		45.227
6.426		11.886		9.699
4.820		8.915		7.274
2.244	-3.087	1.711	-3.619	0.003
-11.876	-35.976	-14.088	-38.188	0.000
17.388	17.070	0.424	74.804	0.000

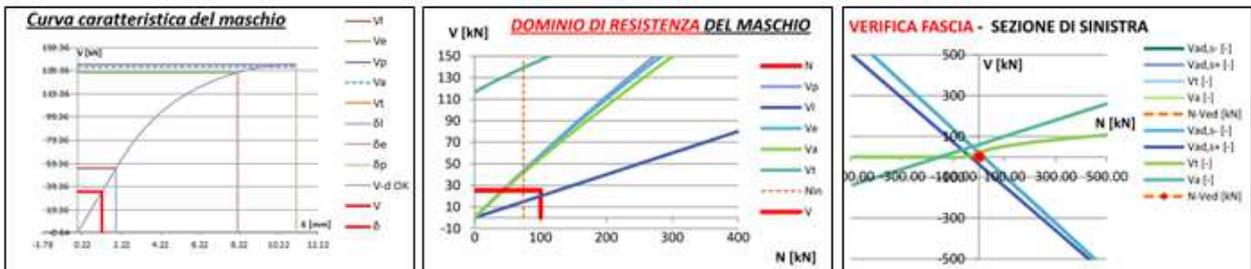


Figura 113 - Screenshot relativo ai risultati dell'analisi per il calcolo della capacità sismica

Con l'obiettivo di validare il codice di calcolo proposto, è stato condotto un calcolo sulla parete di un edificio sito nel centro storico di Catania, già analizzato come riferimento per altri studi sulle pareti murarie (Liberatore, Spera, 2001)

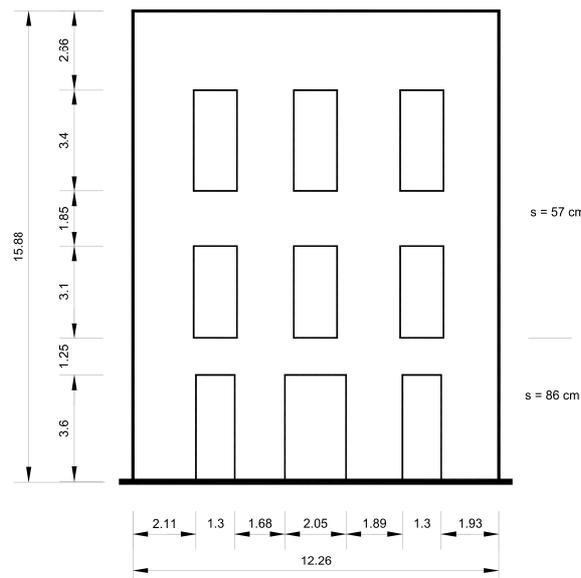


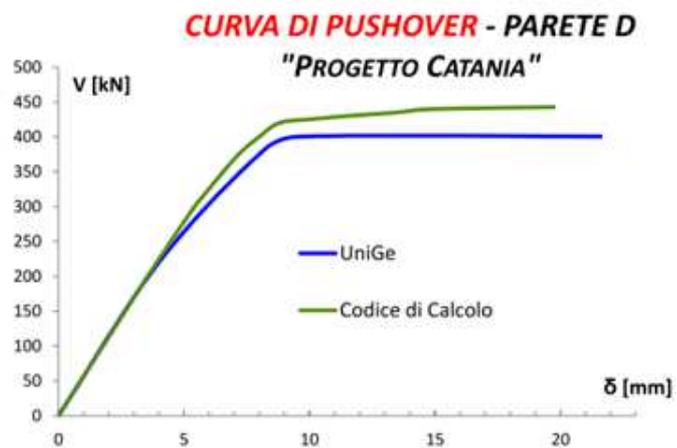
Figura 114 - Caratteristiche della parete oggetto di analisi

La struttura presenta una pianta a C prospiciente via L. Capuana, via G. Oberdan e via G. Verdi ed uno sviluppo in elevazione che comprende, nel complesso, 3 livelli. L'edificio è costituito da due parti risalenti ad epoche diverse: l'ala più recente, anteriore al 1900, presenta un impianto costruttivo molto simile alla restante parte del fabbricato; l'unica evidente differenza tra le due pareti è rappresentata dalle scale, realizzate con voltine rampanti nell'ala più antica e con struttura in ferro nella zona più recente.

Le caratteristiche dei materiali considerate sono state quelle utilizzate dagli stessi autori, riportate nella tabella seguente:

Caratteristica	
<b>MODULO DI YOUNG</b>	1500 MPa
<b>MODULO G</b>	150 MPa
<b>PESO SPECIFICO</b>	1900 kg/mc
<b>RES. A COMPR. <math>f_u</math></b>	2.4 MPa
$\tau_k$ (AD USO POR E SIMIL.)	0.13 MPa
<b>ATTRITO m</b>	0.5
<b>COESIONE c</b>	0.2 MPa
<b>RES. A TRAZ. BLOCCHI <math>f_{bt}</math></b>	2 MPa

L'analisi condotta ha dimostrato, rispetto a quanto ottenuto dall'applicazione di altre metodologie basate sulla modellazione a telaio equivalente, dei risultati decisamente confrontabili, come riportato nella grafico seguente:



## CAPITOLO 5

### CALCOLO DELLA DOMANDA SISMICA E PROGETTAZIONE DEGLI INTERVENTI DI RINFORZO

#### 5.1 INTRODUZIONE

Definita la curva di capacità del sistema reale secondo le modalità descritte nel paragrafo precedente, con l'obiettivo di calcolare lo spostamento richiesto alla struttura oggetto di studio, è stato sviluppato un ulteriore modulo del codice volto alla definizione della domanda di spostamento e al confronto tra quest'ultima e la già determinata capacità di spostamento.

La curva di capacità calcolata al capitolo precedente definisce la capacità della struttura indipendentemente da qualsiasi specifica richiesta sismica: per la sua determinazione, infatti, non è stato effettuato alcun riferimento o calcolo dell'azione sismica agente, essendo la stessa volta a descrivere caratteristiche intrinseche della struttura, giungendo alla definizione di una sorta di legame costitutivo semplificato per la struttura oggetto di analisi. Pertanto, trattandosi di un legame scalare forza-spostamento, il comportamento del sistema a più gradi di libertà viene essenzialmente ricondotto a quello di un sistema ad unico grado di libertà, che può ragionevolmente definirsi equivalente, dato che la curva di capacità è stata costruita tenendo conto del comportamento dell'intero sistema MDOF.

In letteratura esistono diverse tecniche con cui condurre l'analisi pushover, a seconda del livello di dettaglio che si desidera raggiungere nell'analisi: in linea con gli obiettivi fissati inizialmente dal codice proposto (conferire al professionista la possibilità di avere, in sede di primo approccio all'analisi di pareti murarie soggette ad azioni orizzontali, un'idea di massima, sufficientemente realistica, del funzionamento dei vari elementi che la costituiscono, evidenziandone velocemente le possibili criticità), si è scelto di optare per un metodo *unimodale non adattivo*, tra l'altro in linea con quanto richiesto dai disposti normativi attualmente vigenti. Pertanto, il profilo di spostamenti del sistema MDOF viene descritto tramite un unico vettore di forma  $\Phi$ , la cui ampiezza varia nel tempo tramite una coordinata generalizzata  $q(t)$ , senza considerare, come per i metodi multimodali, una combinazione lineare di vettori di forma, ognuno caratterizzato dalle proprie coordinate generalizzate. Il vettore di forma  $\Phi$ , inoltre, rimane costante lungo l'intero percorso incrementale dei carichi orizzontali, anche quando, per via della

plasticizzazione di alcuni elementi, le condizioni della struttura risultano decisamente diverse rispetto a quelle iniziali. Onde evitare rallentamenti ritenuti poco efficaci in termini di rapporto onere computazionale-risultati, si è scelto di non avvalersi dei metodi cosiddetti adattivi, nei quali, sostanzialmente, i vettori di forma sono ricalcolati in corrispondenza di ogni step di carico in funzione delle caratteristiche correnti del sistema.

## 5.2 CALCOLO DELLA DOMANDA DI SPOSTAMENTO

In funzione dell'ubicazione della parete muraria oggetto di studio, il codice richiama il contenuto del programma messo a disposizione dal Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici "Spettri di risposta ver. 1.03", che consegna, in funzione della localizzazione tramite coordinate geografiche o della ricerca per comune e delle caratteristiche in termini di Vita Nominale e Coefficiente d'Uso, i parametri relativi agli spettri di risposta rappresentative delle componenti (orizzontale e verticale) delle azioni sismiche di progetto.

Figura 115 - Interfaccia foglio di calcolo "Spettri di risposta ver. 1.03"

Lo spettro accelerazione periodo così calcolato ed importato all'interno del codice, viene appositamente modificato onde consentirne la rappresentazione nel formato ADRS (*acceleration-displacement response spectrum*). Per sistemi SDOF il passaggio tra i due sistemi di riferimento avviene tramite la seguente relazione:

$$S_{De}(T) = S_e(T) \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2$$

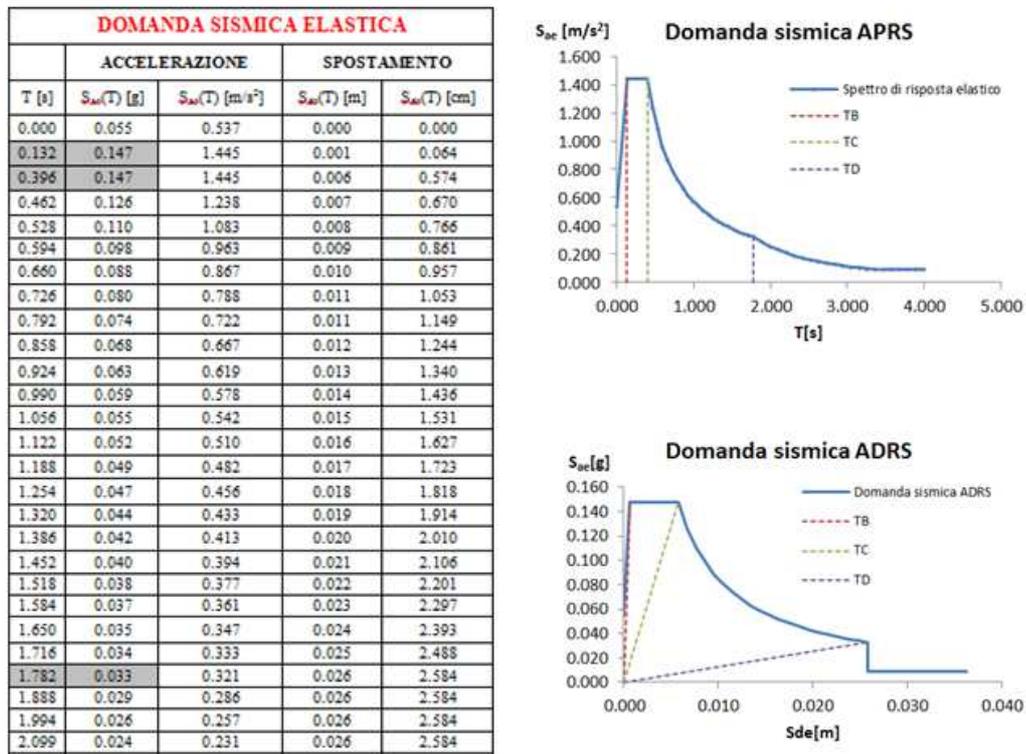


Figura 116 - Screenshot relativo alla rappresentazione della domanda sismica

Dovendo considerare un comportamento non lineare del sistema, supponendo, nel caso di un sistema inelastico SDOF, una relazione bilineare tra sforzo e deformazione, lo spettro di accelerazione  $S_a$  e di spostamento  $S_d$  possono essere determinati nel modo seguente (Vidic et al, 1994):

$$S_a = \frac{S_{ae}}{R_\mu}$$

$$S_d = \frac{\mu}{R_\mu} \cdot S_{de} = \frac{\mu}{R_\mu} \cdot \frac{T^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot S_{ae} = \mu \cdot \frac{T^2}{4 \cdot \pi^2} \cdot S_a$$

dove  $\mu$  è il fattore di duttilità, definito come il rapporto tra lo spostamento massimo e lo spostamento a snervamento, e  $R_\mu$  è il fattore di riduzione dovuto alla duttilità, il quale tiene conto della dissipazione isteretica dell'energia nelle strutture duttili.

$R_\mu$ , in particolare, differisce dal fattore di struttura  $R$  (indicato più comunemente  $q$ ) per il fatto che quest'ultimo tiene in conto anche della sovraresistenza  $R_s$  (in pratica si ha che  $R = R_\mu \cdot R_s$ ).

Numerose proposte sono state fatte a proposito del fattore di riduzione  $R_\mu$ . In accordo con il metodo N2, si utilizza uno spettro bilineare per il fattore di riduzione proposto da Vidic et al. (1994):

$$R_{\mu} = \begin{cases} 1 + (\mu - 1) \cdot \frac{T}{T_c} & \text{per } T < T_c \\ \mu & \text{per } T \geq T_c \end{cases}$$

in cui  $T_c$  è generalmente definito come il periodo di transizione tra il segmento dello spettro di risposta ad accelerazione costante (intervallo dei periodi medio-corti) ed il segmento a velocità costante (periodi medio-lunghi).

Il codice di calcolo, per la riduzione dello spettro ADRS attraverso il fattore di riduzione delle forze, inserisce direttamente il fattore di duttilità  $\mu$  sulla base dei risultati ottenuti dall'analisi non lineare della struttura; in alternativa, come al solito, l'utente ha la possibilità di intervenire direttamente sulla cella modificandone manualmente il valore.

Si riporta, nella figura seguente, l'estratto della parte numerica e di quella grafica del codice di calcolo:

DOMANDA SISMICA ELASTICA					DOMANDA SISMICA ANELASTICA			
T [s]	ACCELERAZIONE		SPOSTAMENTO		$R_{\mu}$	$S_d(T)$ [g]	$S_d(T)$ [m]	$S_d(T)$ [cm]
	$S_{ae}(T)$ [g]	$S_{av}(T)$ [m/s <sup>2</sup> ]	$S_{de}(T)$ [m]	$S_{dv}(T)$ [cm]				
0.000	0.055	1.445	0.000	0.000	1.000	0.055	0.000	0.000
0.132	0.147	1.445	0.001	0.064	1.733	0.085	0.001	0.118
0.396	0.147	1.445	0.006	0.574	3.200	0.046	0.006	0.574
0.462	0.126	1.238	0.007	0.670	3.200	0.039	0.007	0.670
0.528	0.110	1.083	0.008	0.766	3.200	0.035	0.008	0.766
0.594	0.098	0.963	0.009	0.861	3.200	0.031	0.009	0.861
0.660	0.088	0.867	0.010	0.957	3.200	0.028	0.010	0.957
0.726	0.080	0.788	0.011	1.053	3.200	0.025	0.011	1.053
0.792	0.074	0.722	0.011	1.149	3.200	0.023	0.011	1.149
0.858	0.068	0.667	0.012	1.244	3.200	0.021	0.012	1.244
0.924	0.063	0.619	0.013	1.340	3.200	0.020	0.013	1.340
0.990	0.059	0.578	0.014	1.436	3.200	0.018	0.014	1.436
1.056	0.055	0.542	0.015	1.531	3.200	0.017	0.015	1.531
1.122	0.052	0.510	0.016	1.627	3.200	0.016	0.016	1.627
1.188	0.049	0.482	0.017	1.723	3.200	0.015	0.017	1.723
1.254	0.047	0.456	0.018	1.818	3.200	0.015	0.018	1.818
1.320	0.044	0.433	0.019	1.914	3.200	0.014	0.019	1.914
1.386	0.042	0.413	0.020	2.010	3.200	0.013	0.020	2.010
1.452	0.040	0.394	0.021	2.106	3.200	0.013	0.021	2.106
1.518	0.038	0.377	0.022	2.201	3.200	0.012	0.022	2.201
1.584	0.037	0.361	0.023	2.297	3.200	0.012	0.023	2.297
1.650	0.035	0.347	0.024	2.393	3.200	0.011	0.024	2.393
1.716	0.034	0.333	0.025	2.488	3.200	0.011	0.025	2.488

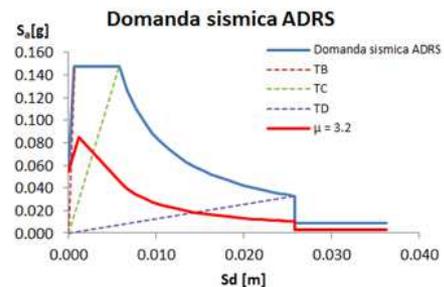


Figura 117 - Screenshot relativo al calcolo della domanda sismica anelastica e rappresentazione nel piano ADRS

Come riportato in dettaglio nel paragrafo successivo, onde consentire la verifica della parete muraria ai sensi delle prescrizioni fornite dalle NTC 2008, il codice calcolerà l'effettiva domanda di spostamento secondo il punto C7.3.4.1 della Circolare n.617/2009, utilizzando, cioè, il fattore di struttura  $q$ .

### 5.3 CONVERSIONE DEL SISTEMA M.D.O.F. IN SISTEMA S.D.O.F. EQUIVALENTE E VALUTAZIONE DEL PUNTO DI FUNZIONAMENTO

Prima di descrivere la procedura di calcolo utilizzata per la trasformazione del sistema a più gradi di libertà ad un sistema equivalente ad unico grado di libertà, si forniscono di seguito, con estrema sintesi, le fondamenta teoriche con cui si perviene alla forma dell'equazione del moto del sistema SDOF partendo da quella del sistema originario.

Indicando con  $\mathbf{M}$  la matrice delle masse, con  $\mathbf{R}$  il vettore delle forze interne, con  $\mathbf{u}$  il vettore degli spostamenti, con  $\boldsymbol{\tau}$  il vettore unitario e  $\ddot{u}_g$  l'accelerazione al suolo, è possibile descrivere l'equazione del moto della struttura nel modo seguente:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{R} = -\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

Ipotizzando, come chiarito nel paragrafo precedente, di approssimare la risposta del sistema unicamente al primo modo di vibrare, ed indicando con  $\Phi$  l'autovettore relativo al primo modo (supponendo di averlo già normalizzato rispetto al punto di controllo), e con  $d_c$  lo spostamento del punto di controllo, si può scrivere:

$$\mathbf{u} = \Phi \cdot d_c$$

Sostituendo quest'espressione di spostamento nell'equazione del moto si ha:

$$\mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \ddot{d}_c + \mathbf{R} = -\mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

Premoltiplicando ambo i membri della precedente equazione per il trasposto della forma modale  $\Phi^T$ , si ottiene:

$$\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \ddot{d}_c + \Phi^T \cdot \mathbf{R} = -\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

In base alle ipotesi effettuate in precedenza, il profilo di carico delle forze orizzontali si mantiene proporzionale alla prima forma modale durante l'intero processo di avanzamento delle forze; esso pertanto può essere definito nel modo seguente

$$\mathbf{P} = p \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi \text{ (vettorialmente)}$$

$$P_i = \alpha \cdot m_i \cdot \Phi_i \text{ (relativamente all'i-esimo piano)}$$

In condizioni statiche è possibile sostenere l'uguaglianza tra i carichi esterni e le forze interne, secondo la relazione:

$$\mathbf{P} = \mathbf{R}$$

Sostituendo la precedente uguaglianza nell'ultima forma ricavata per l'equazione del moto, si ottiene:

$$\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi \cdot \ddot{d}_c + \alpha \cdot \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi = -\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

Introducendo il concetto di *massa equivalente* del sistema SDOF, definita nel modo seguente:

$$m^* = \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i$$

e sostituendo tale espressione nell'equazione del moto, si può scrivere:

$$\frac{\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi}{m^*} \cdot m^* \cdot \ddot{d}_c + m^* \cdot \frac{\alpha \cdot \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi}{m^*} = -\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

Definendo nel modo seguente il *coefficiente di partecipazione modale*:

$$\Gamma = \frac{m^*}{\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi} = \frac{\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau}}{\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \Phi} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i^2}$$

e sostituendolo nell'espressione ottenuta precedentemente, si ottiene:

$$\frac{m^*}{\Gamma} \cdot \ddot{d}_c + \alpha \cdot \frac{m^*}{\Gamma} = -\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

Introducendo lo spostamento equivalente e il vettore di forze interne equivalenti nel modo seguente:

$$d^* = \frac{d_c}{\Gamma}$$

$$F^* = \frac{\alpha \cdot m^*}{\Gamma}$$

si perviene alla forma seguente dell'equazione del moto:

$$m^* \cdot \ddot{d}_c^* + F^* = -\Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} \cdot \ddot{u}_g$$

Essa, pertanto, rappresenta l'equazione del moto di un sistema di massa equivalente  $m^*$  e vettore di forze interne  $F^*$ . Quest'ultimo risulta correlato al taglio alla base (costituito dalla sommatoria delle forze applicate ai vari piani così come definite precedentemente):

$$V_b = \sum P_i = \alpha \cdot \sum m_i \cdot \Phi_i = \alpha \cdot \Phi^T \cdot \mathbf{M} \cdot \boldsymbol{\tau} = \alpha \cdot m^*$$

dalla relazione:

$$F^* = \frac{V_b}{\Gamma}$$

Dalle suindicate relazioni si nota come la curva di capacità del sistema MDOF, ricavata secondo quanto indicato nel capitolo precedente, può essere espressa in termini di sistema SDOF dividendo le grandezze graficate (taglio alla base e spostamento) per il coefficiente di partecipazione modale  $\Gamma$ , il cui calcolo risulta pertanto imprescindibile per le successive valutazioni.

Per il calcolo del primo modo di vibrare della struttura e del corrispondente autovettore, il codice ha risolto il canonico problema agli autovalori:

$$(\mathbf{K} - \omega^2 \cdot \mathbf{M}) \cdot \Phi = \mathbf{0}$$

in cui si è indicato con  $\mathbf{K}$  la matrice di rigidezza della parete, con  $\mathbf{M}$  la matrice delle masse, con  $\Phi$  la matrice di autovettori e con  $\omega$  i rispettivi autovalori (che rappresentano le frequenze proprie della parete).

Nell'ipotesi di fasce aventi rigidezza tale da garantire un comportamento alla Grinter della parete, la formulazione del problema è caratterizzata da un numero di incognite pari al numero di piani della parete, mentre la matrice di rigidezza assume la forma semplificata seguente:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 + \mathbf{K}_2 & -\mathbf{K}_2 & 0 \\ -\mathbf{K}_2 & \mathbf{K}_2 + \mathbf{K}_3 & -\mathbf{K}_3 \\ 0 & -\mathbf{K}_3 & \mathbf{K}_3 \end{bmatrix}$$

Nel caso suindicato, in particolare, si è fatto riferimento alla parete considerata nel capitolo precedente, indicata come Parete D dell'edificio posto in Via Verdi a Catania, composta da tre piani.

Tralasciando in questa sede la descrizione dettagliata delle modalità per cui la matrice di rigidezza assume tale forma tridiagonale, ci si limita ad osservare come, in presenza di fasce di piano aventi le caratteristiche indicate in precedenza, il comportamento dei maschi di ogni piano è influenzato unicamente dalle caratteristiche dei maschi appartenenti ai piani adiacenti.

Anche la matrice delle masse assume una forma semplificata, risultando una matrice diagonale i cui elementi rappresentano le masse ai vari piani della parete:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{m}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{m}_3 \end{bmatrix}$$

Il codice di calcolo recupera i dati elaborati nella fase iniziale (*Calcolo dei carichi totali agenti e Calcolo delle rigidezze iniziali e prima ripartizione dei taglianti di piano*) e, inserendoli nelle forme previste, restituisce in output le due matrici, evidenziando i rapporti tra i valori delle grandezze ai vari piani.

Visualizza matrici di massa e rigidezza	$m_1$ [kg]	563.92			PIANO 1					
	$m_2$ [kg]	559.15	=	0.99	$m_1$	PIANO 2	[M] =	563.92	0	0
	$m_3$ [kg]	413.32	=	0.73	$m_1$	PIANO 3		0	559.15	0
								0	0	413.32
	$k_1$ [kN/m]	140.00				PIANO 1				
	$k_2$ [kN/m]	114.54	=	0.82	$K_1$	PIANO 2		254.54	-114.54	0
	$k_3$ [kN/m]	114.54	=	0.82	$K_1$	PIANO 3	[K] =	-114.54	229.08	-114.54
								0	-114.54	114.54

Figura 118 - Screenshot relativo al calcolo della matrice di massa e rigidezza

La risoluzione del problema agli autovalori è effettuata agendo direttamente nel foglio di calcolo, senza servirsi di routine sviluppate in linguaggio VBA: il metodo utilizzato (Montanari, 2011), infatti, è sufficientemente semplice e prevede poche iterazioni per giungere al risultato finale.

Operando adeguatamente sull'equazione governante il problema agli autovalori, ed indicando con:

$$A = K^{-1} \cdot M$$

la matrice prodotto tra l'inverso della matrice di rigidezza e la matrice delle masse, l'equazione assume la forma:

$$\Phi = \omega^2 \cdot A \cdot \Phi$$

Dopo aver proceduto a calcolare la matrice  $A$  previo adattamento delle unità di misura in cui erano espresse masse e rigidezze, la procedura utilizzata sfrutta il legame di proporzionalità tra l'autovettore  $\Phi$  e il vettore  $A \cdot \Phi$  per il tramite della costante  $\omega^2$ .

In particolare, inizializzando all'unità i valori delle componenti dell'autovettore  $\Phi$ , si esegue il prodotto tra la matrice  $A$  e l'autovettore  $\Phi$  così determinato. I componenti del vettore  $A \cdot \Phi$  (avente dimensioni pari al numero di piani della parete), vengono divisi, tramite un riferimento fisso in Excel, per il primo elemento del vettore stesso, generando un vettore di "transizione"  $\Phi^*$ . L'autovettore  $\Phi$ , caratterizzato da valori unitari durante la prima iterazione, assume valore pari agli elementi di  $\Phi^*$ , tramite un riferimento circolare che lega i due vettori: la procedura termina nel momento in cui si ottiene l'uguaglianza del vettore  $\Phi$  con il vettore di transizione  $\Phi^*$ . In sostanza, ottenendo le componenti del vettore  $\Phi^*$  come prodotto tra il vettore  $A \cdot \Phi$  ed uno stesso valore (coincidente con l'inverso della prima componente del vettore stesso), si concretizza la proporzionalità tra i suindicati vettori. A questo punto, può avvenire il calcolo della costante di proporzionalità  $\omega^2$ , ricavata dividendo il primo elemento del vettore  $\Phi$  per il corrispondente elemento del vettore  $A \cdot \Phi$ .

Onde garantire eventuali sviluppi ed integrazioni future, il codice effettua il calcolo anche delle forme modali successive alla prima, limitandosi, nella sua versione attuale, ad un massimo di tre forme modali.

La procedura per il calcolo degli autovettori non differisce concettualmente da quella indicata per la prima forma modale: la generica configurazione oscillante del telaio, infatti, può considerarsi come una combinazione lineare i diversi autovettori, secondo la forma:

$$\Phi = \Phi_1 \cdot c_1 + \Phi_2 \cdot c_2 + \dots + \Phi_n \cdot c_n$$

Il generico autovettore  $\Phi_i$  può essere espresso nella forma seguente:

$$\Phi_i = \Phi - \Phi_1 \cdot c_1 - \Phi_2 \cdot c_2 - \dots - \Phi_n \cdot c_n$$

in cui, avendo la possibilità di dividere per qualsivoglia valore un autovettore, l'autovettore è stato diviso per il suo coefficiente  $c_i$ .

Il valore dei coefficienti  $c_i$  è ricavabile tramite la soluzione delle  $n - 1$  equazioni che si ottengono premoltiplicando ambo i membri dell'equazione per la matrice  $\Phi_j^T \cdot \mathbf{M}$  (con  $j = 1 \div (n - 1)$ ). Il coefficiente  $c_1$ , ad esempio, si ricaverà premoltiplicando per  $\Phi_1^T \cdot \mathbf{m}$ , ottenendo:

$$\Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_i = \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi - \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_1 \cdot c_1 - \dots - \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_n \cdot c_n$$

Ipotizzando che  $\Phi_1$  sia normalizzato, si ha:

$$\Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_1 = 1$$

$$\Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi_i = 0 \text{ (se } i \neq 1)$$

Da cui si ottiene:

$$0 = \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi - c_1$$

$$c_1 = \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi$$

In modo del tutto analogo, il generico coefficiente  $c_i$  assumerà la forma:

$$c_i = \Phi_i^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi$$

Sostituendo i valori così ottenuti nelle equazioni precedenti, si può scrivere:

$$\Phi_i = \Phi - \Phi_1 \cdot \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi - \dots - \Phi_n \cdot \Phi_n^T \cdot \mathbf{m} \cdot \Phi$$

Poiché, come già ricavato in precedenza:

$$\Phi = \omega^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \Phi$$

ed essendo tale equazione valida per il generico  $i$ -esimo autovettore, si può scrivere:

$$\Phi_i = \omega^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \Phi_i - \Phi_1 \cdot \Phi_1^T \cdot \mathbf{m} \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \Phi_i - \dots - \Phi_n \cdot \Phi_n^T \cdot \mathbf{m} \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \Phi_i$$

Indicando con:

$$\mathbf{B}_i = \Phi_i \cdot \Phi_i^T \cdot \mathbf{m} \cdot \omega^2 \cdot \mathbf{A} \cdot \Phi_i$$

si può scrivere, in definitiva:

$$\Phi_i = \omega^2 \cdot (\mathbf{A} \cdot \Phi_3 - \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 - \dots - \mathbf{B}_{n-1})$$

che, limitatamente al caso della parete di tra piani analizzata in precedenza, assume la forma:

$$\Phi_2 = \omega^2 \cdot (\mathbf{A} \cdot \Phi_2 - \mathbf{B}_1)$$

$$\Phi_3 = \omega^2 \cdot (\mathbf{A} \cdot \Phi_2 - \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)$$

La metodologia di risoluzione, pertanto, non differisce concettualmente da quella indicata relativamente al primo autovettore, variando semplicemente i termini che si considerano proporzionali: si sfrutterà, pertanto, la proporzionalità tra il vettore  $\Phi_2$  e il vettore  $(\mathbf{A} \cdot \Phi_2 - \mathbf{B}_1)$  per la determinazione del secondo autovettore, quella tra  $\Phi_3$  e il vettore  $(\mathbf{A} \cdot \Phi_2 - \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)$  per la determinazione del terzo autovettore e così via.

In termini operativi, il calcolo del generico autovettore avverrà secondo la procedura seguente:

- si inizializza a valori unitari l'autovettore  $\Phi_i$ ;
- si moltiplica tale vettore per la matrice  $\mathbf{A}$  precedentemente definita;
- si calcolano i coefficienti  $\mathbf{B}_i$ , secondo la formula indicata precedentemente;
- si calcola il generico termine  $(\mathbf{A} \cdot \Phi_3 - \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 - \dots - \mathbf{B}_{n-1})$ ;
- si calcola il vettore di transizione  $\Phi^*$  dividendo le componenti del vettore  $(\mathbf{A} \cdot \Phi_3 - \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 - \dots - \mathbf{B}_{n-1})$  per la prima componente del vettore stesso;
- si eguagliano le componenti del vettore  $\Phi_i$  con le componenti del vettore di transizione  $\Phi^*$  iterando la procedura fino a convergenza.

Calcolato l'autovettore, in virtù della proporzionalità utilizzata, è possibile calcolare il corrispondente autovalore come rapporto tra la prima componente dell'autovettore e la prima componente del vettore  $(\mathbf{A} \cdot \Phi_3 - \mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2 - \dots - \mathbf{B}_{n-1})$ .

Il codice di calcolo lascia la possibilità all'utente di normalizzare gli autovettori così ottenuti rispetto alla matrice delle masse (rendendo verificata l'ortonormalità tra autovettori e matrice delle masse) oppure rispetto alla componente del punto di controllo.

Anche in questo caso, l'interfaccia del codice si presenta *user-friendly*: attraverso un apposito pulsante di comando, esso genera in automatico la procedura precedentemente descritta relativamente alle prime tre deformate modali, evidenziando gli autovettori ed i relativi autovalori, come indicato nell'immagine seguente:

K			m			A		
2.55	-1.15	0.00	563.92	0.00	0.00	0.0040	0.0040	0.0030
-1.15	2.29	-1.15	0.00	559.15	0.00	0.0040	0.0089	0.0066
0.00	-1.15	1.15	0.00	0.00	413.32	0.0040	0.0089	0.0102

Calcolo Analisi Modale	x	Ax	x*	$\omega^2 = 53$	$T [s] = 0.87$	$x_1^*$	$x_1$			
	1.000000	0.019024	1.000000	$x^T =$	1.00 1.96 2.42	0.0139	0.4127			
	1.963497	0.037353	1.963497	$n =$	0.0139	0.0274	0.8103			
	2.423135	0.046097	2.423135	$x_1^T =$	0.0139 0.0274 0.0338	0.0338	1.0000			
	$x_2^*$	A $x_2^*$	B	$Ax_2^* - B$	$x^*$	$\omega^2 = 380$	$T [s] = 0.32$	$x_2^*$	$x_2$	
	1.00	0.0026	9.E-19	3.E-03	1.00	$x^T =$	1.00 0.35 -0.95	0.0315	1.0000	
	0.35	0.0009	2.E-18	9.E-04	0.35	$n =$	0.0315	0.0111	0.3519	
	-0.95	-0.0025	2.E-18	-2.E-03	-0.95	$x_2^T =$	0.0315 0.0111 -0.0299	-0.0299	-0.9488	
	$x_3^*$	A $x_3^*$	B <sub>1</sub>	B <sub>2</sub>	$Ax_3^* - B$	$x^*$	$\omega^2 = 706$	$T [s] = 0.24$	$x_3^*$	$x_3$
	1.00	0.0014	5.E-19	1.E-18	1.E-03	1.00	$x^T =$	1.00 -1.25 0.81	0.0242	0.7986
-1.25	-0.0018	1.E-18	4.E-19	-2.E-03	-1.25	$n =$	0.0242	-0.0303	-1.0000	
0.81	0.0011	1.E-18	-1.E-18	1.E-03	0.81	$x_3^T =$	0.0242 -0.0303 0.0196	0.0196	0.6466	

Figura 119 - Screenshot relativo all'effettuazione dell'analisi modale

Calcolati gli autovalori e note le masse di piano, il codice effettua il calcolo del fattore di partecipazione modale e della massa del sistema equivalente tramite le già citate espressioni:

$$\Gamma = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i}{\sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i^2}$$

$$m^* = \sum_{i=1}^n m_i \cdot \Phi_i$$

evidenziando la massa partecipante dei singoli modi

$M_1^*$		$\Gamma_1$
1099.13	67.59%	1.25
$M_2^*$		$\Gamma_2$
368.52	22.66%	0.37
$M_3^*$		$\Gamma_3$
158.42	9.74%	0.15

Effettuati questi passaggi, è possibile ottenere la rappresentazione della curva di capacità del sistema SDOF equivalente all'interno del diagramma  $F^* - m^*$ . Nell'ambito dell'apposito foglio, in cui sono già stati determinati i parametri caratteristici della domanda di spostamento in base a quanto specificato nel paragrafo precedente, il codice di calcolo delinea in forma numerica e in forma grafica i risultati ottenuti:

	CURVA DI CAPACITA' SISTEMA M.D.O.F.		CURVA DI CAPACITA' SISTEMA S.D.O.F.	
	$\Gamma = 1.254$			
Sa [g]	F [kN]	d [mm]	F* [kN]	d* [mm]
0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
0.007	5.315	0.065	4.238	0.051
0.014	10.630	0.129	8.477	0.103
0.021	15.945	0.194	12.715	0.154
0.028	21.260	0.258	16.954	0.206
0.035	26.575	0.323	21.192	0.257
0.042	31.890	0.387	25.431	0.309
0.049	37.205	0.452	29.669	0.360
0.057	42.520	0.516	33.908	0.412
0.064	47.835	0.581	38.146	0.463
0.071	53.150	0.648	42.385	0.516
0.078	58.465	0.720	46.623	0.574
0.085	63.780	0.800	50.861	0.638
0.092	69.095	0.890	55.100	0.709
0.099	74.410	0.992	59.338	0.791
0.106	79.725	1.109	63.577	0.884
0.113	85.040	1.239	67.815	0.988
0.120	90.355	1.382	72.054	1.102
0.127	95.670	1.533	76.292	1.222
0.134	100.985	3.000	80.531	2.392
0.140	105.000	4.000	83.752	3.190

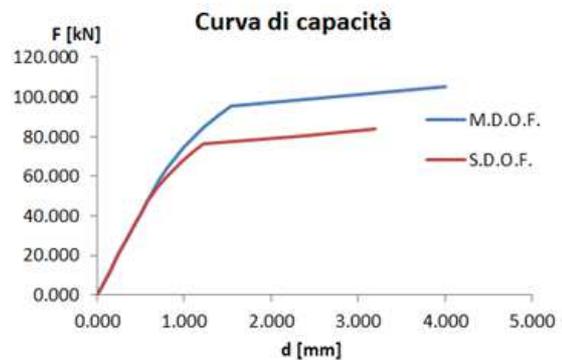


Figura 120 - Screenshot relative al calcolo e alla rappresentazione grafica della curva di capacità del sistema SDOF

Calcolata la curva di capacità del sistema SDOF, il problema viene ulteriormente semplificato approssimando tale curva tramite una bilatera costituita da un primo tratto lineare a da un secondo tratto costante, simulando un comportamento elastico-perfettamente plastico del problema: tale sistema viene comunemente denominato *sistema bilineare equivalente*, e si definisce tramite i suoi parametri caratteristici di massa  $m^*$ , rigidezza  $k^*$  e periodo  $T^*$ .

La procedura di bilinearizzazione della curva di capacità è effettuata dal codice di calcolo in accordo con quanto prescritto dalle NTC 2008 (“La rigidezza elastica del sistema bilineare equivalente si individua tracciando la secante alla curva di capacità nel punto corrispondente ad un taglio alla base pari a 0,7 volte il valore massimo (taglio massimo alla base). Il tratto orizzontale della curva bilineare si individua tramite l’uguaglianza delle aree sottese dalle curve tracciate fino allo spostamento ultimo del sistema”): si tratta, al pari delle metodologie utilizzate da altre normative, di una bilinearizzazione basata sul principio di ugual energia, come sintetizzato nella figura seguente:

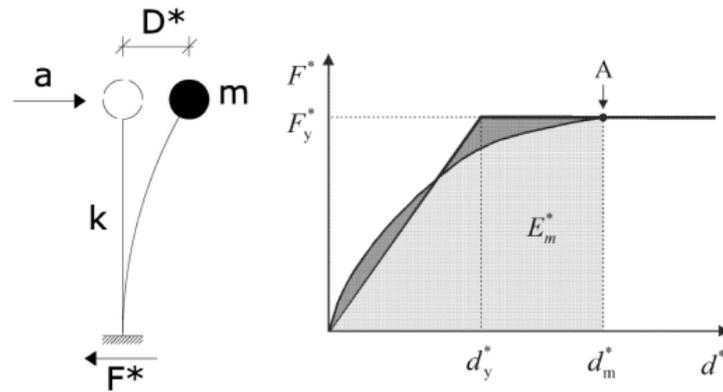


Figura 121 - Sistema bilineare equivalente

Il tratto lineare del sistema equivalente si ottiene dall'intersezione della curva di capacità del sistema SDOF con la retta orizzontale passante per la quota  $0.7 \cdot F_{max}^*$ , con  $F_{max}^*$  forza massima del sistema equivalente (ottenuta dalla curva di capacità). Dal tratto lineare del sistema, è possibile calcolare la rigidezza dello stesso tramite la relazione:

$$k^* = \tan(\alpha) = 0.7 \cdot F_{max}^* / d_y^*$$

Il tratto costante del sistema bilineare equivalente si ottiene dall'equilibrio delle aree, mentre il periodo di vibrazione è dato dall'usuale formula:

$$T^* = 2\pi \sqrt{\frac{m^*}{k^*}}$$

Il foglio di calcolo, definita la curva di capacità del sistema SDOF, provvede al calcolo delle aree tramite il metodo dei trapezi, fornendo i risultati sia in forma grafica che tabellare:

CURVA DI CAPACITA' SISTEMA S.D.O.F.			BILINEARIZZAZIONE CURVA DI CAPACITA'	
Γ = 1.254			T <sub>max</sub> [kN]	83.732
F* [kN]	d* [mm]	Area	d <sub>max</sub> [mm]	3.190
0.000	0.000		0.7*T <sub>max</sub> [kN]	58.613
4.238	0.051	0.109	d(0.7*T <sub>max</sub> ) [mm]	0.709
8.477	0.103	0.327		
12.715	0.154	0.545	K* [kN/mm]	82.622
16.954	0.206	0.763	F <sub>y</sub> * [kN]	77.918
21.192	0.257	0.981	d <sub>y</sub> * [mm]	0.943
25.431	0.309	1.199		
29.669	0.360	1.417	d <sub>y</sub> * [mm]	0.943
33.908	0.412	1.635	F <sub>y</sub> * [kN]	77.918
38.146	0.463	1.855		
42.385	0.516	2.150	m* [kg]	1099.126
46.623	0.574	2.563		
50.861	0.638	3.109	F <sub>y</sub> *·m* [g]	7.226431234
55.100	0.709	3.796		
59.338	0.791	4.670		
63.577	0.884	5.715		
67.815	0.988	6.837		
72.054	1.102	7.952		
76.292	1.222	8.941		
80.531	1.392	9.744		
83.732	1.610	10.366		
		<b>211.804</b>		

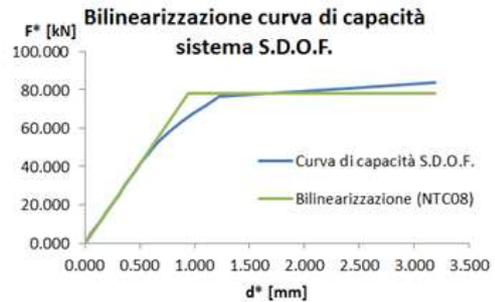


Figura 122 - Screenshot relativo al calcolo e alla rappresentazione della curva di capacità bilinearizzata

In termini operativi, l’algoritmo utilizzato per il calcolo della curva bilineare equivalente, si basa sulla risoluzione del sistema di due equazioni in due incognite riportato di seguito:

$$\begin{cases} A^* = 0.5 \cdot F_y^* \cdot d_y^* + F_y^* \cdot (d_u^* - d_y^*) \\ F_y^* = K^* \cdot d_y^* \end{cases}$$

In cui, come rappresentato nella figura seguente, A\*, nota, rappresenta l’area sottesa dalla curva di capacità del sistema SDOF equivalente. Sviluppando tali equazioni in F<sub>y</sub>\* e d<sub>y</sub>\*, si ottiene:

$$\begin{cases} d_y^* = d_u^* - \sqrt{d_u^{*2} - \frac{2 \cdot A^*}{K^*}} \\ F_y^* = K^* \cdot d_y^* - \sqrt{(K^* \cdot d_u^*)^2 - 2 \cdot K^* \cdot A^*} \end{cases}$$

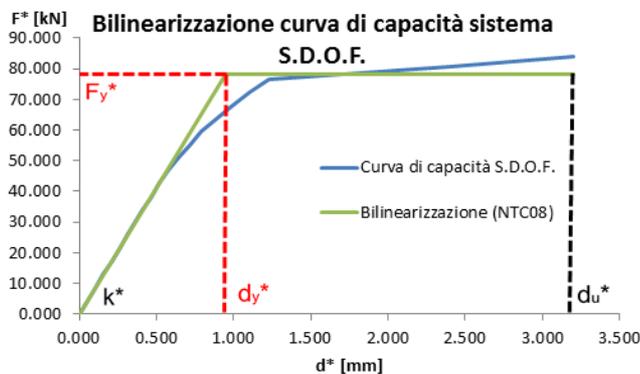


Figura 123 - Bilinearizzazione secondo le prescrizioni delle NTC 2008

Il periodo del sistema bilineare equivalente si calcola con la canonica espressione:

$$T^* = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m^*}{K^*}}$$

La curva di capacità nel formato accelerazione-spostamento (ADRS) si ottiene, in definitiva, dividendo i valori delle forze nel diagramma  $F^* - d^*$  per la massa equivalente  $m^*$ .

Definita la curva di capacità del sistema bilineare equivalente, il codice effettua il calcolo dello spostamento richiesto ai fini della verifica, onde consentirne il confronto con la capacità di spostamento precedentemente calcolata.

Analisi condotte su oscillatori caratterizzati da una resistenza ridotta rispetto a quella del sistema indefinitamente elastico corrispondente, hanno dimostrato che la risposta, in termini di legame forza-spostamento, è funzione del periodo proprio del sistema (Gulkan e Sozen, 1977).

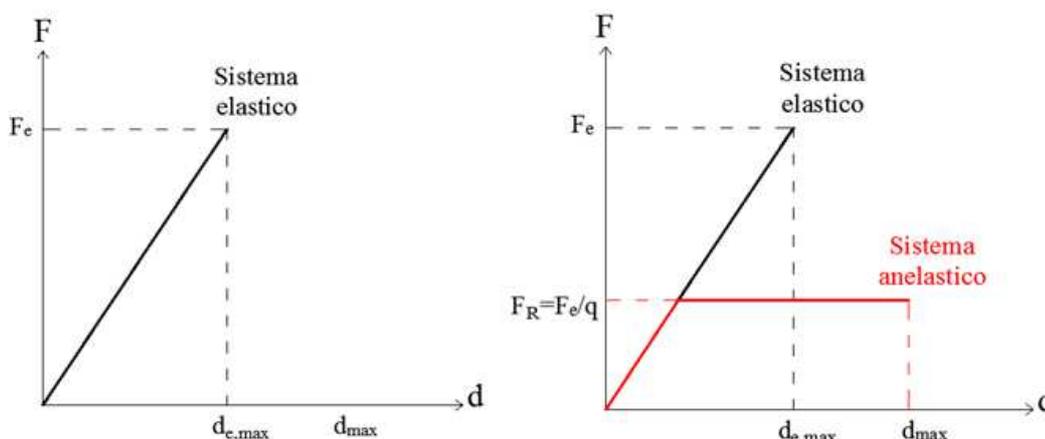


Figura 124 - Confronto tra un sistema elastico e quella anelastico

Indicando il rapporto tra la resistenza del sistema elastico e quella del sistema anelastico con  $q$ , da considerazioni di carattere geometrico è possibile scrivere:

$$q = \frac{d_{e,max}}{d_y}$$

Evidenze sperimentali hanno dimostrato che oscillatori aventi periodo proprio maggiore rispetto a quello di picco del terremoto di progetto considerato ( $T_c$ ) sono caratterizzati da uno spostamento massimo raggiunto dal sistema anelastico che è simile a quello del sistema indefinitamente elastico corrispondente; viceversa, per oscillatori caratterizzati da un periodo proprio minore di  $T_c$ , lo spostamento massimo risulta maggiore di quello

relativo alla corrispondente struttura considerata indefinitamente elastica: tali, differenti comportamenti, sono rispettivamente indicati come principio di ugual spostamento e principio di uguale energia.

Nel primo caso, risultando  $d_{e,max} = d_y$ , la duttilità del sistema, individuata dal rapporto tra lo spostamento ultimo e quello elastico dell'oscillatore, risulta proprio pari al fattore di struttura  $q$ :

$$\mu = \frac{d_{max}}{d_y} = \frac{d_{e,max}}{d_y} = q$$

Nel caso di principio di uguale energia (e quindi di sistemi in cui il periodo proprio è minore del periodo  $T_c$ ), lo spostamento massimo può essere espresso tramite l'equazione che esprime l'uguaglianza tra le aree sottese dalle due curve:

$$F_e \cdot d_{e,max} = \frac{F_e \cdot d_y}{2q} + \frac{F_e}{q} \cdot (d_{max} - d_y)$$

Risolvendo la suindicata equazione, è possibile risalire al rapporto tra duttilità del sistema anelastico ed il fattore di struttura:

$$\mu = \frac{q^2 + 1}{2}$$

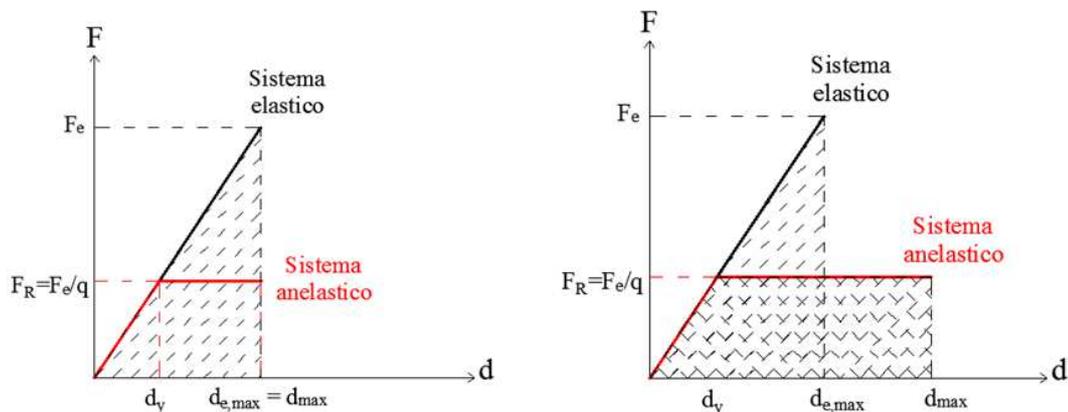


Figura 125 - Principi di uguale energia e ugual spostamento

Con l'obiettivo di fornire un adeguato output grafico e consentire le verifiche previste dalla normativa, il codice provvede alla rappresentazione nel dominio ADRS dello spettro di risposta elastico (come già precedentemente illustrato) e della curva di capacità del sistema equivalente: dovendo esprimere quest'ultimo in termini di accelerazioni, considerando che il tratto lineare del sistema equivalente è definito da:

$$F^* = k^* \cdot d^*$$

e in virtù della relazione:

$$\frac{k^*}{m^*} = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2$$

si può scrivere:

$$a^* = \frac{F^*}{m^*} = \left(\frac{2\pi}{T^*}\right)^2 \cdot d^*$$

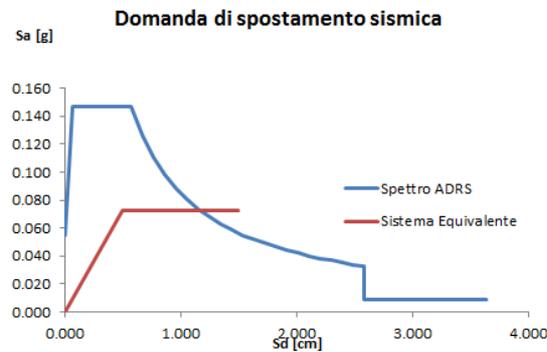


Figura 126 - Individuazione del punto di funzionamento

È possibile, in tal modo, definire il fattore di struttura le sistema equivalente, necessario per le verifiche, come:

$$q^* = \frac{S_e(T^*)}{\frac{F_y^*}{m^*}}$$

Calcolato  $q^*$  e verificato che il suo valore (come richiesto dalla normativa) sia non superiore a 3, il codice procede alla determinazione dello spostamento richiesto a seconda del periodo del sistema equivalente, in accordo con le relazioni seguenti (§C7.3.4.1 della Circolare n.617/2009):

$$\begin{cases} d_{max}^* = d_{e,max}^* = S_{De}(T^*) & T^* \geq T_c \\ d_{max}^* = \frac{S_{De}(T^*)}{q^*} \cdot \left[1 + (q^* - 1) \cdot \frac{T_c}{T^*}\right] \geq S_{De}(T^*) & T^* < T_c \end{cases}$$

Pertanto, per sistemi SDOF equivalenti caratterizzati da  $T^* \geq T_c$ , lo spostamento coincide con quello di un sistema elastico di pari periodo, ed è pertanto immediatamente ricavabile a partire dallo spettro di risposta elastico calcolato secondo le indicazioni precedenti. Viceversa, nei sistemi con periodo  $T^* < T_c$ , lo spostamento del sistema anelastico è maggiore di quello del corrispondente sistema elastico di pari periodo, e, per il suo calcolo, il codice utilizza il fattore di struttura  $q^*$  (funzione, pertanto, sia dello spettro elastico che della curva di capacità).

Individuato lo spostamento del sistema SDOF equivalente, il codice procede con il calcolo dello spostamento richiesto dal sistema MDOF, utilizzando il coefficiente di partecipazione modale definito in precedenza:

$$d_{max} = \Gamma \cdot d_{max}^*$$

e confrontando quest'ultimo valore con la capacità di spostamento delineata nel capitolo precedente:

$$u_{max} \geq d_{max}$$

#### 5.4 PROGETTAZIONE DEGLI INTERVENTI DI MIGLIORAMENTO

Il codice sviluppato, oltre a fornire al professionista la possibilità di effettuare una prima valutazione sul comportamento della struttura, si pone l'obiettivo di guidare il tecnico verso la scelta di possibili interventi di miglioramento che, in base all'analisi semplificata condotta, possono apportare effetti benefici alla parete muraria.

Potrebbe accadere, infatti, di ipotizzare tecniche di consolidamento sicuramente valide in quanto tali, ma, magari, non adeguatamente convenienti in termini di rapporto costi-miglioramento strutturale, o, addirittura, peggiorativi rispetto al sistema pre-consolidato.

In caso di esito della verifica imposto dalle NTC 2008 non soddisfatto, e cioè nel caso in cui:

$$u_{max} < d_{max}$$

è possibile intervenire aumentando il primo termine della disequazione (e quindi agire sulla capacità di spostamento) o diminuendo il secondo termine (e, pertanto, modificare la domanda di spostamento).

Analizzando quest'ultima ipotesi, in particolare, la domanda di spostamento del sistema oggetto di studio, ricavata dal corrispondente sistema a un grado di libertà per il tramite del fattore di partecipazione modale, è essenzialmente funzione del periodo di tale sistema: il codice di calcolo, pertanto, in funzione delle caratteristiche della parete analizzata, notifica all'utente la presenza di un sistema flessibile ( $T^* \geq T_c$ ) o di un sistema rigido ( $T^* < T_c$ ).

Nel caso di sistema flessibile (abbastanza raro per pareti in muratura), la domanda di spostamento risulta pari a quella del medesimo sistema in campo elastico lineare  $S_{De}(T^*)$ . Quest'ultima grandezza risulta funzione dello spettro elastico in termini di spostamento secondo la relazione:

$$S_{De}(T^*) = S_e(T^*) \cdot \left(\frac{T^*}{2\pi}\right)^2$$

Lo spettro elastico in termini di spostamento, a sua volta, è definito dalle NTC 2008 (§3.2.3), per valori di periodi compresi tra  $T_C$  e  $T_D$ , dalla relazione seguente:

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \left(\frac{T_C}{T}\right)$$

Sostituendo tale espressione in quella relativa alla domanda spostamento, si ha:

$$d_{max}^* = S_{De}(T^*) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0 \cdot \frac{T^* \cdot T_C}{4 \cdot \pi^2}$$

Essendo periodo del sistema SDOF equivalente pari a:

$$T^* = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m^*}{K^*}}$$

il risultato sperato può essere ottenuto diminuendo la massa partecipante o incrementando la rigidezza. Come noto, il passaggio dal sistema MDOF al corrispondente sistema SDOF può ritenersi attuabile, con sufficiente grado di approssimazione, solo per sistemi la cui risposta sia dominata dal primo modo: tali sistemi, presentando un elevato valore della massa partecipante, rendono attuabile unicamente la strada di incrementare la rigidezza.

Si riassume, nella figura seguente, la procedura di consolidamento da un punto di vista grafico, evidenziando come l'incremento di rigidezza della parete consolidata abbia portato ad un decremento della domanda di spostamento, essendo applicabile, in tale contesto di periodi, il principio di ugual spostamento.

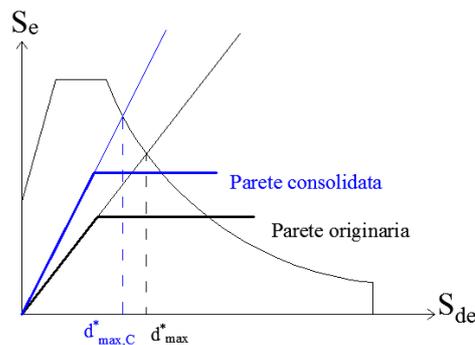


Figura 127 - Esempio di consolidamento per incremento di rigidezza

In tali condizioni, pertanto, potrebbero ipotizzarsi interventi di consolidamento tramite intonaco armato, iniezioni di malta, o cerchiature di fori con elementi volti ad incrementare la rigidezza dell'apertura, o ancora realizzando muri aggiuntivi di nuova costruzione.

Qualora, viceversa, il periodo del sistema bilineare equivalente sia inferiore a  $T_C$  (sistema rigido), essendo lo spettro elastico in termini di spostamento definito dalla relazione seguente:

$$S_e(T) = a_g \cdot S \cdot \eta \cdot F_0$$

ed essendo la domanda di spostamento maggiore di quella del corrispondente sistema elastico secondo la relazione:

$$d_{max}^* = \frac{S_{De}(T^*)}{q^*} \cdot \left[ 1 + (q^* - 1) \cdot \frac{T_c}{T^*} \right]$$

In base all'equazione che lega lo spettro elastico in accelerazione e lo spettro elastico in spostamento, sostituendo il valore di  $S_e(T)$  nell'espressione precedente e riferendosi, per semplicità di notazione, al caso dell'oscillatore SDOF, si ottiene:

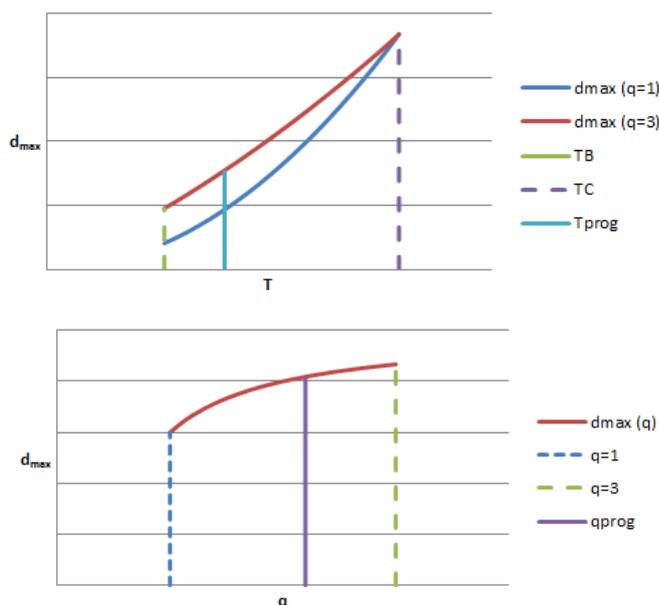
$$d_{max} = \frac{T \cdot T_c \cdot S_e}{4\pi^2} - \frac{T \cdot S_e}{4\pi^2} \cdot (T_c - T) \cdot \frac{1}{q}$$

La domanda di spostamento assume un andamento crescente in funzione del periodo. Per quanto riguarda la dipendenza dal fattore di struttura, la normativa italiana impone un valore massimo dello stesso (per poter ritenere valida l'analisi non lineare) pari a 3 (il valore minimo si pone chiaramente pari all'unità); nei casi limite la domanda di spostamento assume le seguenti forme:

$$d_{max,q=1} = \frac{S_e}{4\pi^2} \cdot T^2$$

$$d_{max,q=3} = \frac{S_e}{12\pi^2} \cdot T^2 + \frac{T_c \cdot S_e}{6\pi^2} \cdot T$$

Limitatamente al sistema SDOF equivalente, il codice di calcolo, in funzione del periodo del sistema bilineare equivalente e del fattore di struttura adottato, esprime qualitativamente le variabilità ottenibili agendo sui singoli parametri (in forma grafica in modo da consentire all'utente di ricavare informazioni utili per le scelte progettuali adottate). Si riportano nelle figure seguenti alcuni esempi:



Nelle figure seguenti si riportano i confronti tra pareti consolidate e pareti non consolidate agendo, rispettivamente, sul periodo (e quindi sulla rigidezza della parete) e sul fattore di struttura (e quindi sulla resistenza della parete):

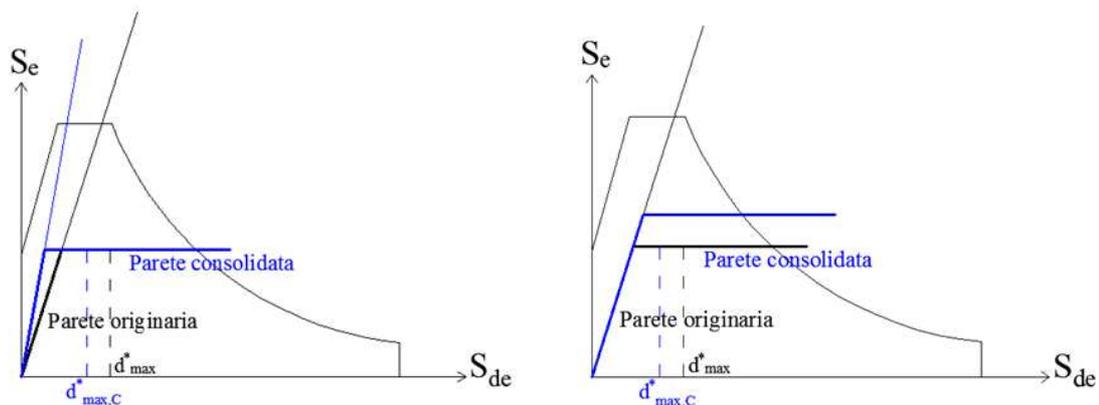


Figura 128 - Esempi di consolidamento basati sulla rigidezza e sulla resistenza

Pertanto, aumentando la resistenza (diminuendo  $q$ ) e la rigidezza (diminuendo  $T$ ) del sistema, aumenta il coefficiente di sicurezza dell'analisi, diminuendo la domanda di spostamento. Tale affermazione, genericamente vera nel caso di sistemi SDOF, potrebbe risultare fuorviante nel caso reale di parete MDOF: è possibile, in tali sistemi, che un incremento di rigidezza e resistenza della parete reale non si traduca in effetti simili sul sistema SDOF equivalente.

I metodi proposti, in conclusione, possono guidare il professionista verso una programmazione maggiormente consapevole degli interventi di consolidamento da prevedere per pareti murarie non del tutto rispondenti ai requisiti prescritti dalle normative

vigenti: in linea con l'obiettivo prefissato con il presente lavoro, tale attività potrebbe rivelarsi utile quale primo approccio allo studio della struttura, così da avere un grado di informazione sul funzionamento strutturale adeguato ad eventuali successive modellazioni e progettazioni di maggior dettaglio.

## **CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI**

L'obiettivo del presente lavoro di tesi è stato quello di sviluppare un metodo di calcolo semplificato per l'analisi non lineare di strutture in muratura soggette ad azione sismica, attraverso l'implementazione di un codice di calcolo caratterizzato da un'elevata versatilità e semplicità di utilizzo, in grado di conseguire un bilanciato compromesso tra validità teorico-sperimentale e praticità applicativa.

Le motivazioni della ricerca, tra l'altro, sono state dettate dall'attività professionale quotidianamente condotta dallo scrivente: in qualità di dipendente di un'Amministrazione dello Stato (Ministero della Difesa) atta a gestire un vasto parco infrastrutturale caratterizzato da edifici di interesse strategico, ho affrontato le (ben note) problematiche connesse con l'applicazione del disposto normativo che seguì, con crudele naturalezza, al tragico crollo della scuola elementare di San Giuliano di Puglia (l'OPCM 3274/2003): con essa fu posto in capo ai gestori di edifici di interesse strategico o di funzionalità rilevante per le finalità di protezione civile durante gli eventi sismici l'onere di procedere (rispondendone per la mancata effettuazione) alla verifica sismica di tali opere. Lo stato di avanzamento dell'attività ha mostrato, e mostra tutt'ora, un sostanziale disallineamento con le pur rosee aspettative dell'Ordinanza, secondo cui l'attività era da portare a termine entro cinque anni dall'emissione: le cause a cui imputare l'enorme ritardo accumulato non sono, a modesto e personale di chi scrive, unicamente riconducibili alle pur carenti risorse finanziarie o alle lungaggini burocratiche tipiche dell'iter procedurale che caratterizza gli atti propri delle Amministrazioni Pubbliche. Sussiste, in taluni ambienti, una notevole carenza sia in termini di personale tecnico adibito ad effettuare tali verifiche sia in termini di strumentazione a disposizione di quest'ultimo (intesa non solo come dotazione di software o mezzi specifici, ma anche di formazione volta ad approfondire le caratteristiche tipiche di quelle tipologie strutturali che caratterizzano buona parte del patrimonio demaniale del nostro Paese). Anche qualora la dirigenza individui nell'esternalizzazione del servizio di verifica di vulnerabilità sismica la via "economicamente più vantaggiosa" per l'Amministrazione, spesso mancano le procedure atte ad individuare adeguatamente la priorità con cui procedere agli affidamenti. In modo del tutto analogo, la macchina statale potrebbe non riuscire ad individuare con sufficiente "cognizione" le tipologie di intervento da porre in essere per far fronte a determinate carenze strutturali successive ad eventi sismici o ad ulteriori cause perturbanti.

Quanto sopra rimane in linea con i recentissimi orientamenti giuridici che stanno delineando il nuovo quadro degli appalti pubblici (in virtù del recepimento delle direttive 2014/23/UE, 2014/24/UE e 2014/25/UE): la pubblica amministrazione, infatti, pur allontanandosi dall'attività progettuale in senso stretto (riservando a progettisti esterni tale prerogativa), dovrà concentrarsi e predisporre con maggior zelo l'attività di programmazione delle opere e dei servizi da porre in essere.

Di qui l'idea di mettere a disposizione dei tecnici dei Reparti Infrastrutture dell'Esercito un codice di calcolo snello ed efficace, che possa costituire un valido strumento nelle mani dell'Ufficiale Ingegnere che, per la prima volta, si ritrova ad affrontare lo studio delle caratteristiche di una parete muraria: tale strumento, in particolare, mira a porsi in una posizione intermedia tra l'eccessiva semplificazione propria dei metodi di calcolo speditivi proposti dalla normativa vigente (*Schede di Livello 0*), che per propria natura non mirano ad una caratterizzazione puntuale della parete oggetto di studio, e l'eccessiva complessità dei metodi ad elementi finiti che, a fronte di un'indiscutibile accuratezza dei risultati, celano notevoli insidie connesse con la perizia con cui tali metodi sono utilizzati (si pensi, a titolo esemplificativo, alla mancata conoscenza della formulazione di determinati elementi finiti o all'inadeguata interpretazione dei risultati dell'analisi, condotta senza il necessario spirito critico). Il metodo proposto (che, comunque, non rappresenta una novità nel panorama dei metodi di modellazione delle strutture in muratura, limitandosi a voler formulare in modo unitario teorie già note e consolidate), vuole connotarsi proprio per la sua "*efficacia ingegneristica*" intesa come rapporto tra semplicità di formulazione e di utilizzo ed adeguatezza dei risultati, in linea con le modellazioni a telaio equivalente, particolarmente apprezzate in ambito professionale per la tipologia di modellazione effettuata, molto vicina a quella con cui si è soliti studiare le strutture in acciaio o in cemento armato.

I principali limiti che caratterizzano il codice proposto, d'altronde, rispondono proprio alle caratteristiche di semplificazione che ne hanno caratterizzato l'idea. Tra i punti suscettibili di miglioramenti o sviluppi futuri va citato sicuramente la planarità del problema, che andrebbe ampliata attraverso l'analisi del modello tridimensionale; nell'ambito della parete oggetto di studio, inoltre, una notevole semplificazione è stata effettuata per il comportamento delle fasce di piano, ipotizzando queste ultime rigide assialmente e flessionalmente e considerando, per riflesso, uno schema dei maschi alla Grinter. Come noto da evidenze sperimentali e da una consolidata letteratura scientifica, infatti, il comportamento di queste ultime influenza fortemente non solo il grado di accoppiamento

dei maschi, ma anche il livello di compressione degli stessi: la stessa normativa vigente, d'altronde, presenta notevoli limiti sotto questo aspetto (si pensi alla trattazione delle fasce come maschi ruotati di  $90^\circ$  a fronte di un diverso comportamento del materiale dovuto all'anisotropia che lo caratterizza, o alla presenza di elementi tenso-resistenti come condizione fondamentale per la valutazione della resistenza a flessione, a fronte della resistenza a trazione in direzione orizzontale generata dall'ingranamento tra i conci). Un'analisi che possa considerare questi ed altri aspetti meritevoli di ulteriori approfondimenti, potrebbe sicuramente rappresentare un interessante sviluppo della trattazione, in modo da conferire all'utilizzatore un quadro quanto più realistico del comportamento della parete, mantenendone tuttavia la caratteristica semplicità di utilizzo e di interpretazione dei risultati.

**BIBLIOGRAFIA**

- Lenza, P. Ghersi, A. e Calderoni, B. (2011). Gli edifici in muratura alla luce della nuova normativa sismica. Palermo: D. Flaccovio.
- Vinci, M. (2012). Metodi di calcolo e tecniche di consolidamento per edifici in muratura. Palermo: D. Flaccovio.
- Montanari, P. (2011). Calcolo sismico degli edifici in cemento armato con excel secondo le Norme Tecniche per le Costruzioni. Milano: Hoepli.
- Augenti, N. (2004). Il calcolo sismico degli edifici in muratura. Torino: UTET Libreria;
- Benvenuto, E. (2010). La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico. Roma: Edizioni di storia e letteratura.
- Pagano, M. (1983). Teoria degli edifici. Vol. 1: Edifici in muratura. Napoli: Liguori.
- Dolce M. (1989). Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti, Corso sul consolidamento degli edifici in muratura in zona sismica, Ordine degli Ingegneri, Potenza.
- Dolce M. (1991). Schematizzazione e modellazione degli edifici in muratura soggetti ad azioni sismiche, L'Industria delle Costruzioni, 242, 44-57.
- Magenes G., Bolognini D., e Braggio C. (2000). Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura, GNDT – Gruppo Nazionale Difesa Terremoti, Roma.
- Liberatore, D. (2000). Progetto Catania: indagine sulla risposta sismica di due edifici in muratura, CNR - Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti, Roma.
- Pugi, F. (2000). Progettazione di costruzioni in muratura. Bologna: Tipografia Babina.
- Fajfar, P., Fischinger, M. (1988). N2 - A method for non-linear seismic analysis of regular buildings, 9 th World Conference on Earthquake Engineering, Tokyo, Kyoto, Japan.
- Fajfar P. (2000). A non-linear analysis method for performance-based seismic design, Earthquake Spectra, 16, 3.
- Fajfar, P. e Gašperšič, P. (1996). "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings." Earthquake Engrg. and Struct. Dyn., 25(12), 31-46
- Rinaldin, G. (2012). Modellazione e analisi non lineare di strutture in muratura e in legno, Phd Thesis, Università degli studi di Trieste.
- Sabatino, R. (2011). Analisi non lineare di pareti murarie sotto azioni orizzontali: modellazione a telaio equivalente, Phd Thesis, Università degli studi di Salerno.

- Mazzai, F. (2013). Modelli semplificati per valutazione di vulnerabilità sismica di strutture in muratura, Phd Thesis, Università degli studi di Bologna.
- Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri, 20 Marzo 2003, Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica.
- Norma UNI EN 772-1:2002, Metodi di prova per elementi di muratura – Determinazione della resistenza a compressione.
- D.M. 14 gennaio 2008 – “Norme tecniche per le costruzioni”, Ministero delle Infrastrutture, 2008.
- Circolare n. 617/2009. Istruzioni per l’applicazione delle “Nuove norme tecniche per le costruzioni” di cui al D.M. 14 gennaio 2008, Ministero delle Infrastrutture, 2009.
- Parente, M. (2015). Analisi comparativa di modelli teorici e metodi numerici per la valutazione della vulnerabilità sismica degli edifici: un caso studio nel comune di Arsita (TE), Graduate thesis, Università degli studi di Napoli.
- SmartBlockPlus <sup>TM</sup> ICF – Storia delle strutture in muratura in Italia, <http://www.smartblockplus.com>.
- Pesando, F. e Giodobaldi, M.P. (2006). Pompei, Oplontis, Ercolano, Stabiae. Bari: Laterza.
- I modi di costruire degli antichi romani. Municipio Roma X - Parco Regionale dell'Appia Antica. <http://www.municipiorm10sitistorici.org>.
- Paganelli, M. (2007). Modelli reticolari per l’analisi pushover di strutture murarie, Graduate thesis, Università degli studi di Bologna.
- Gulkan, P. e Sozen, M.A. 1977. Inelastic responses of reinforced concrete structures to earthquake motions. Reinforced Concrete Structures in Seismic Zones. N.M. Hawkins, Ed., ACI Publication SP- 53, American Concrete Institute, Detroit, pp. 109-116.
- Binda, L., Mirabella, G., Tiraboschi, C. e Abbaneo S. (1994). Measuring masonry material properties, US-Italian Workshop on Guidelines for Seismic Evaluation and Rehabilitation of Unreinforced Masonry Buildings, Techn. Rep. NCEER-94-0021, NCEER-SUNY Buffalo.
- Hilsdorf H.K. (1969). Investigation into the Failure Mechanism of Brick Masonry under Axial Compression, in Designing, Engineering and Construction with Masonry Products, Gulf Publ., Houston, Texas, 34-41.
- Hendry, A.W. (1986). Statica delle strutture in muratura di mattoni. Pàtron editore.

- Como, M., Grimaldi, A. (1985). An unilateral model for the limit analysis of masonry walls, International Congress on “Unilateral Problems in Structural Analysis”, Ravello, Springer Ed.
- D’Asdia P., Palombini F., Viskovic A. (1992). Un modello di Setto Inclinato a Sezione Variabile (SISV) per l’analisi delle pareti murarie, Quaderni del Dipartimento di Ingegneria Strutturale e Geotecnica, Università La Sapienza di Roma.
- D’Asdia, P. e Viskovic, A. (1994). L’analisi sismica degli edifici in muratura. Ingegneria Antisismica, Anno XI, n.1.
- Braga, F. e Liberatore, D. (1990). A finite element for the analysis of the response of masonry buildings, Proc. 5th North American Masonry Conference, 201-212, Urbana.
- Tomaževic M. (1978). The computer program POR, Report ZMRK, Institute for Testing and Research in Materials and Structures, Ljubljana, Slovenia.
- Braga F. e Dolce M. (1982). Un metodo per l’analisi di edifici multipiano in muratura antisismici, Proc. of the 6 th I.B.Ma.C., Roma, pp.1088-1099.
- Magenes G. e Calvi G. M. (1996). Prospettive per la calibrazioni di metodi semplificati per l’analisi sismica di pareti murarie, La Meccanica delle Murature tra Teoria e Progetto, Messina.
- Magenes G., Della Fontana A. (1998). Simplified non-linear seismic analysis of masonry buildings, 5 th International Masonry Conference, Proc. of the British Masonry Society, 8, 190-195.
- Vidic, T., Fajfar, P., e Fischinger, M. (1994). Consistent inelastic design spectra: strength and displacement, Earthquake Eng. Struct. Dyn. 23, 507–521.
- Monti Di Sopra, E. (2009). Modelli di danno e plasticità per l’analisi di elementi strutturali in muratura, Phd Thesis, Università degli studi di Trieste.
- Cannizzaro, F. (2010). Un nuovo approccio di modellazione della risposta sismica degli edifici storici, Phd Thesis, Università degli studi di Catania.