

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

DOTTORATO DI RICERCA IN  
INGEGNERIA STRUTTURALE ED IDRAULICA

Ciclo XXIV

**Settore Concorsuale di afferenza: 08/B3**

**Settore Scientifico disciplinare: ICAR/09**

**VALUTAZIONE DELLA RISPOSTA SISMICA DI EDIFICI MEDIANTE  
MODELLI ANELASTICI EQUIVALENTI**

**Presentata da: Bovo Marco**

**Coordinatore Dottorato**

**Relatore**

**Chiar.mo Prof. Erasmo Viola**

**Chiar.mo Prof. Marco Savoia**

**Esame finale anno 2013**

---

## SOMMARIO

La presente tesi fornisce una metodologia per lo studio e la valutazione del comportamento sismico di edifici a telaio. Il metodo prevede la realizzazione di un modello equivalente a pochi gradi libertà, classificato come *stick* nel report FEMA 440 e ricavato a partire da un modello dettagliato della medesima struttura (la cui definizione è sempre data nel documento statunitense FEMA 440).

Il modello *ESM* (*Equivalent Stick Model*) qui introdotto, è ottenuto mediante determinazione delle curve di capacità di piano dei gradi di libertà ritenuti significativi e applicando regole di condensazione statica sui gradi di libertà. Tali curve di capacità, sono ricavate mediante analisi statico-incrementali, derivanti dall'applicazione al modello dettagliato della struttura, di una distribuzione di carico orizzontale accresciuta in maniera monotona. Ulteriori indicazioni sono date in merito alla definizione delle leggi isteretiche più opportune, da adottare per il singolo grado di libertà, e per l'attribuzione delle masse traslazionali e rotazionali da calcolare ed inserire nel modello *stick*. Il modello numerico assemblato, vista la sua estrema economicità computazionale legata ai pochi gradi di libertà di cui è costituito, viene utilizzato per condurre analisi dinamiche *time-history* in cui l'*input* sismico viene modellato mediante accelerogrammi.

Il modello *ESM*, viene inoltre inserito, nel contesto più ampio di una procedura progettuale denominata, per ovvie ragioni, *ESMM* (*Equivalent Stick Model Method*), che rappresenta un'estensione alla determinazione del modello equivalente e fornisce una possibile modalità di applicazione di quest'ultimo. La procedura consta complessivamente di otto *step*, discussi diffusamente nella tesi, di cui i primi cinque descrivono i passi per l'ottenimento del modello *stick*, mentre gli altri tre danno le indicazioni per una possibile modalità d'applicazione.

Da ultimo, per la validazione dell'intera metodologia, si sono considerati tre casi studio rappresentanti ciascuno una struttura reale: la prima struttura studiata è un edificio ad un piano e simmetrico in entrambe le direzioni; il secondo rappresenta una struttura a tre piani simmetrica in entrambe le direzioni; il terzo caso rappresenta un edificio ad un piano e asimmetrico in una direzione.

Tali casi pratici vengono utilizzati, oltre che per mostrare praticamente come applicare il metodo introdotto, anche per la validazione del metodo stesso mediante confronto tra i risultati ottenuti da analisi dinamiche non-lineari *time-history* condotte sul modello dettagliato e sul modello *stick* delle strutture studiate.

I parametri ingegneristici globali considerati nel confronto, sono lo spostamento totale in sommità, gli spostamenti di interpiano, le forze di piano e la forza totale alla base. Mediante una sorta di “procedura inversa”, sono inoltre determinabili i parametri di sforzo e di deformazione richiesti al singolo elemento strutturale o ad una sua porzione, utili per impostare verifiche locali in termini di resistenza o di capacità deformativa. I risultati ottenuti mediante analisi sui modelli *stick* possono essere quindi pensati e visti come, un’approssimazione ottenuta mediante un modello equivalente, dei risultati, ritenuti esatti, derivanti dalle analisi dinamiche condotte sul modello dettagliato. Le *time-history* condotte sui modelli equivalenti *stick* mostrano generalmente una buona corrispondenza, talvolta ottima, con le analisi sui modelli tridimensionali dettagliati ma risultano essere molto meno onerose computazionalmente.

La procedura proposta e il modello equivalente ricavato, possono essere efficacemente impiegati nella progettazione di un nuovo edificio o nello studio di uno esistente. Il modello nello specifico risulta essere particolarmente attraente in applicazioni di ricerca o di progettazione in cui analisi dinamiche siano da eseguirsi in maniera ricorsiva e ripetitiva. Vista l’incertezza legata alla definizione dell’*input* dinamico, le differenze tra la risposta sismica determinata dal modello dettagliato, e quella stimata mediante un modello *stick*, sono generalmente, abbondantemente all’interno della variabilità dello spostamento orizzontale richiesto ad una struttura e determinato utilizzando più *input* sismici di intensità paragonabili.

## ABSTRACT

This thesis provides a methodology for studying and evaluating the seismic behavior of frame buildings. The proposed method allows to obtain an equivalent model characterised by few degrees freedom, classified as a *stick model* in FEMA 440 report, and obtained by a detailed model of the same structure.

The *ESM - Equivalent Stick Model* introduced is obtained by calculating the capacity curves of floor for significant degrees of freedom and by applying rules of static condensation. These capacity curves (furnished in terms of “storey force vs. horizontal storey displacements” or “storey torque vs. storey rotation”) are obtained by pushover analyses conducted on structural detailed model. Additional considerations concern the definition of hysteretic laws to be adopted, for the single degree of freedom, and the computation of translational and rotational mass to assign to the stick model.

The proposed MDOF model, thanks to its extreme computational cheapness (due to its few degrees of freedom), is used to carry out dynamic time-history analyses with seismic input modelled by means of accelerograms.

Moreover, the *ESM* is inserted in a broader context of a design procedure called, for obvious reasons, *ESMM (Equivalent Stick Model Method)* that is an extension of the generation procedure of the stick model. The overall procedure consists of eight steps: the first five describe the process to obtain the stick model, while the other three give one possible way of application.

Finally, for the validation of the entire methodology, three cases study representing three real structures were considered: the first structure is a one-storey building, symmetrical in both directions, the second one is a three-storeys building, symmetrical in both directions and the third structure is a one-storey building, asymmetrical in one direction. These cases are employed both, to show how to apply the proposed method practically, and to validate the stick model by means of comparison between the results obtained from time-history analyses, carried out on the detailed model and on the stick model, of the case in question.

Global engineering parameters, considered in comparison, are total top displacements, inter-storey drifts, storey forces and the total force at the base.

Moreover, by using a sort of “reverse procedure”, it is possible to estimate stress or deformation parameters, required to a single structural element or to one of its portions, and useful to set local checks in terms of resistance or deformation capacity.

Results obtained by analyses on stick models can be considered as an approximation, obtained by means of an equivalent model, of the exact (or better supposed exact) results, obtained from the same dynamic analyses but carried out on detailed model. Time-history analyses conducted on equivalent stick models generally show a good match, sometimes excellent, with results obtained from three-dimensional detailed models but they turn out to be less expensive computationally.

The proposed procedure and obtained equivalent model can be effectively employed in the design of a new building or in the study of an existing one. This model is particularly useful in research or design applications in which dynamic analyses need to be carried out in a recursive and repetitive manner. The differences between detailed and stick model as regards seismic response are generally calculated with different input, well within the variability, for horizontal displacements. This is due to the uncertainty related to the definition of seismic input expected.

The contents of this thesis are divided into seven different chapters.

*Chapter 1* introduces the subject explained through the whole thesis, and refers to the issues of using time-history analyses, with particular reference to the efforts required for: the set-up of the analysis, expensive computational costs, and the post-processing of results.

*Chapter 2* illustrates the differential equations of a structural system motion and, in chronological order, it describes the techniques used for the mathematical integration of the equations of the system starting from “classical” methodologies up to numerical integration procedures, which allow the integration of nonlinear multi-dof systems.

*Chapter 3* firstly introduces the results of experimental tests concerning inelastic behaviour of concrete and steel, both for monotonic and cyclic loads. An extended bibliography provides laws interpreting such a problem. The issue of modelling inelastic behavior is transposed to the finite element method by introducing elements, nowadays available, which are able to represent the phenomena. Finally, references to the hysteretic model for degrading materials are reported.

*Chapter 4* deals with the concept of equivalent structural model. Then, it shows and summarizes the most famous inelastic equivalent model. Both peculiarities and pitfall of these models are described.

*Chapter 5* introduces an equivalent model, known as *ESM (Equivalent Stick Model)*, which has to be used in time-history analysis. From the detailed model of a structure, by means of a static condensation procedure, a numerical equivalent model is created, in which each floor has three degrees of freedom: two translations and one rotation. Five steps allow the complete definition of the model and its inelastic behavior, which is obtained by means of pushover analyses carried out on detailed model. The capacity curves of each floor are implemented in the inelastic hinge of the finite element which realizes the stick model. Then, such model is submitted to a broader design context, whose obtaining procedure is known as *ESMM (Equivalent Stick Model Method)*. The results of this procedure, which is realized through three additional steps to the five needed for obtaining the model, allow to set necessary check (local and global) both in terms of resistance and deformation capacity.

In *Chapter 6*, the new proposed methodology is applied for the evaluation of seismic response of three cases study considered as examples. Time-history analyses have been carried out to validate the proposed model, both for different seismic inputs and for different seismic intensities. To perform such comparisons, analyses have been conducted both on detailed and stick model.

In *Chapter 7*, the last, the reliability of method *ESMM*, relating to the three cases study are reported. Model deficiencies, its possible application and its advantages in terms of reduction of computational costs are discussed. Guidelines for model development and expansion are further provided.

## RINGRAZIAMENTI

Un ringraziamento davvero speciale va al Professor Marco Savoia per la sua disponibilità, per i preziosi consigli e i ripetuti insegnamenti che ha saputo dispensare con generosità in questi anni di collaborazione. Un ringraziamento inoltre va al Professor Claudio Mazzotti, all'Ing. Nicola Buratti, all'Ing. Barbara Ferracuti, all'Ing. Veronica Ligabue e all'Ing. Loris Vincenzi per avermi dapprima accolto e ospitato in questa (per me) nuova Università, e per avermi poi messo a disposizione disponibilità, conoscenza, competenza, aiuto.

Un ringraziamento particolare va alla mia famiglia. Ai miei genitori pazienti, e sempre presenti nei momenti delle decisioni importanti, per avermi trasmesso i valori che mi hanno guidato fino ad ora e per avermi dato l'opportunità di scegliere e portare avanti il percorso di studi che mi ha sempre affascinato. Voi siete il mio modello da seguire. A nonna Lidia e, a nonno Lino, che purtroppo non c'è più, ma che mi piace pensare mi protegga da lassù. Ai miei nonni Enzo ed Ivana. I miei nonni speciali. Per avermi vegliato da lontano negli ultimi tempi, con discrezione ed orgoglio, e per avermi invece, dapprima, cresciuto come un figlio. Se posso dire di aver raggiunto qualche traguardo importante, è merito anche vostro. E con un po' di rammarico vi voglio chiedere scusa per il tempo che ingiustamente non vi ho dedicato. A Michela, per la tua presenza e per la tua pazienza. Anche se non puoi vantarti di avere avuto *quattro maestri*, da quando sei arrivata ho imparato a capire cosa voglia dire famiglia. A zii, parenti, cugini e amici. Con la vostra presenza avete reso il cammino meno faticoso.

Un ultimo ringraziamento, e sono forse poche le volte che ti ringrazio, va all'Ing. Ensini. Un ringraziamento di cuore, in tutti i sensi. Grazie Jessica, per il tuo appoggio costante e incondizionato, per la pazienza che quotidianamente spendi, per il tuo supporto, aiuto, incoraggiamento. Spero di riuscire a ricambiare almeno in parte, tutto quello che tu fai per me, e so di poter guardare al futuro con una certezza nel cuore. Te.

# INDICE DELLA TESI

<b>Sommario</b>	<i>i</i>
<b>Abstract</b>	<i>iii</i>
<b>Ringraziamenti</b>	<i>vi</i>
<b>Indice della tesi</b>	<i>vii</i>
<b>Lista delle Figure</b>	<i>x</i>
<b>Lista delle Tabelle</b>	<i>xxii</i>
<b>Capitolo 1: Introduzione</b>	<i>1</i>
1.1 Motivazione dello studio	<i>1</i>
1.2 Obiettivi	<i>6</i>
1.3 Organizzazione della dissertazione	<i>7</i>
<b>Capitolo 2: Metodologie di analisi sismica</b>	<i>9</i>
2.1 Equazioni del moto di sistemi a più gradi di libertà	<i>9</i>
2.2 Soluzione del problema dinamico	<i>13</i>
2.2.1 Soluzioni “classiche”	<i>13</i>
2.2.2 Soluzioni numeriche	<i>16</i>
2.3 Approccio statico e approccio dinamico per la risoluzione del problema sismico	<i>22</i>
2.4 Criteri di riduzione dei gradi di libertà di un sistema	<i>25</i>

<b>Capitolo</b>	<b>3: Modellazione anelastica delle strutture</b>	<b>31</b>
3.1	Il problema della perdita di linearità nelle strutture	31
3.2	Modellazione numerica dell'anelasticità	39
3.3	Modelli isteretici per le strutture in c.a.	44
<b>Capitolo</b>	<b>4: Analisi di modelli strutturali equivalenti</b>	<b>47</b>
4.1	Il concetto di struttura equivalente	47
4.2	Metodologie di analisi statica non lineare degli edifici	52
4.3	Analisi dinamiche su modelli equivalenti esistenti	60
<b>Capitolo</b>	<b>5: Determinazione di un modello strutturale anelastico equivalente</b>	<b>69</b>
5.1	Introduzione di un modello equivalente e di un metodo di analisi	69
5.2	Procedura per la determinazione del modello	71
5.2.1	<i>Realizzazione del modello strutturale anelastico dettagliato</i>	71
5.2.2	<i>Determinazione del comportamento anelastico del singolo piano</i>	71
5.2.3	<i>Definizione del legame isteretico per ciascun grado di libertà</i>	76
5.2.4	<i>Determinazione della massa da attribuire a ciascun grado di libertà</i>	78
5.2.5	<i>Assemblaggio del modello ESM</i>	79
5.3	Descrizione del metodo di analisi	81
5.3.1	<i>Soluzione delle analisi time-history sul modello stick</i>	81
5.3.2	<i>Determinazione della storia deformativa di piano</i>	82
5.3.3	<i>Stima delle risposte locali dal modello dettagliato</i>	82
5.4	Considerazioni sulle ipotesi del modello	83
5.4.1	<i>Strutture in assenza di piano rigido</i>	83
5.4.2	<i>Strutture con travi infinitamente rigide a flessione</i>	85
5.4.3	<i>Strutture con presenza di almeno un piano "debole"</i>	90
5.4.4	<i>Effetti bidimensionali del sisma</i>	93

---

<b>Capitolo</b>	<b>6: Applicazione del metodo a casi studio</b>	<b>97</b>
6.1	Introduzione ai casi studio utilizzati	97
6.1.1	<i>Descrizione generale delle strutture studiate</i>	97
6.1.2	<i>Descrizione del software utilizzato e criteri di modellazione</i>	97
6.1.3	<i>Scelta dei materiali</i>	102
6.1.4	<i>Selezione dell'input sismico e del metodo di integrazione numerica</i>	108
6.2	Struttura ad un piano simmetrica in entrambe le direzioni	112
6.2.1	<i>Determinazione delle curve di capacità di piano</i>	112
6.2.2	<i>Assemblaggio del modello stick globale</i>	116
6.2.3	<i>Valutazione dei risultati di analisi time-history sul modello stick</i>	117
6.2.4	<i>Valutazione delle risposte locali</i>	123
6.3	Struttura a tre piani simmetrica in entrambe le direzioni	130
6.3.1	<i>Determinazione delle curve di capacità di piano</i>	130
6.3.2	<i>Assemblaggio del modello stick globale</i>	139
6.3.3	<i>Valutazione dei risultati di analisi time-history sul modello stick</i>	140
6.4	Struttura ad un piano asimmetrica in una direzione	185
6.4.1	<i>Determinazione delle curve di capacità di piano</i>	185
6.4.2	<i>Assemblaggio del modello stick globale</i>	194
6.4.3	<i>Valutazione dei risultati di analisi time-history sul modello stick</i>	195
6.4.4	<i>Valutazione delle risposte locali</i>	226
6.5	Confronti sull'onere computazionale dei modelli utilizzati	233
<b>Capitolo</b>	<b>7: Conclusioni</b>	<b>235</b>
<b>Bibliografia</b>		<b>239</b>
<b>Appendice 1</b>		<b>265</b>
<b>Appendice 2</b>		<b>273</b>
<b>Appendice 3</b>		<b>347</b>

---

## LISTA DELLE FIGURE

- Figura 2.1** *Rappresentazione dell'equazione del moto di un corpo rigido ad un grado di libertà.*
- Figura 2.2** *Definizione di spostamento assoluto e spostamento relativo (o pseudo-spostamento).*
- Figura 2.3** *Procedura di discretizzazione temporale dei metodi di time-stepping.*
- Figura 2.4** *Impostazione della procedura iterativa con distinzione tra rigidità tangente e secante.*
- Figura 2.5** *Procedura iterativa dello schema di Newton-Raphson (a) e di Newton-Raphson modificato (b) (tratto da Chopra (2006)).*
- Figura 2.6** *Schematizzazione delle diverse tipologie di modellazione strutturale e in cui  $N_n$  è il numero dei nodi per ciascun piano;  $N_p$  è il numero dei piani;  $GDL$  è il numero dei gradi di libertà totali.*
- Figura 2.7** *Modellazione lumped della massa di un elemento monodimensionale.*
- Figura 2.8** *Indicazione degli spostamenti di piano originati da modi di vibrare torsionali.*
- Figura 2.9** *Calcolo del momento di inerzia rotazionale  $I_z$  relativo ad un generico piano.*
- Figura 3.1** *Relazione tensione-deformazione monotona per l'acciaio da cemento armato.*
- Figura 4.1** *Matrice delle possibili procedure inelastiche di analisi sismica al variare del modello strutturale adottato e del tipo di input sismico con indicazione del livello di incertezza nei risultati.*
- Figura 4.2** *Modelli equivalenti MDOF tipo "fish-bone" secondo FEMA 440*
- Figura 4.3** *Modelli equivalenti MDOF tipo "stick" secondo FEMA 440: (a) caso di travi a rigidità flessionale trascurabile; (b) caso di travi a rigidità flessionale infinita.*
- Figura 4.4** *Immagine dei modelli applicativi, del metodo proposto in Kan e Chopra (1976).*
- Figura 4.5** *(a) Modello matematico MDOF utilizzato in Fajfar e Fischinger (1988); (b) Curve di capacità ottenute per diverse distribuzioni di carico e confronto con analisi dinamiche non lineari.*
- Figura 4.6** *Esempi di curve di pushover riportate nel piano ADRS e sovrapposizione con lo spettro di risposta ( Sasaki et al. (1998)).*
- Figura 4.7** *Confronto tra risultati di pushover convenzionali e time-history (tratto da Elnashai (2001)).*
- Figura 4.8** *Modelli piani a macroelementi utilizzati in Kilar and Fajfar (1997): (a) Parete; (b) Parete e colonne; (c) Pareti accoppiate; (d) Telaio regolare.*
- Figura 4.9** *Confronto tra curve di capacità ottenute dall'utilizzo di diverse distribuzioni di forza tratte da Mwafy e Elnashai (2000).*
- Figura 4.10** *Funzionamento del metodo di Gulkan e Sozen (1974); (a)Determinazione della rigidità ridotta; (b)Determinazione dello smorzamento equivalente  $\beta_s$ .*

- 
- Figura 4.11** Schematizzazione del metodo di Saiidi e Sozen (1981):(a) Diagramma forza-spostamento qualitativo utilizzato per la molla isteretica del modello; (b) Q-model.
- Figura 4.12** Assemblaggio del modello a corpi rigidi proposto in Lai et al. (1992)
- Figura 4.13** Esempi di curve IDA da Vamvatsikos e Cornell (2002): (a) Confronto tra analisi IDA e analisi di pushover;( b) Esempi di IDA multi-records.
- Figura 4.14** Confronto tra curve IDA ricavate con modelli SDOF (SPO2IDA) e MDOF (IDA) da Vamvatsikos e Cornell (2005).
- Figura 4.15** Significato di  $R_{\mu}$  e variazione del fattore di riduzione per terreno roccioso e alluvionale (tratto da Miranda e Bertero (1994)).
- Figura 5.1** Posizione e orientamento del sistema di riferimento locale e globale
- Figura 5.2** Identificazione del punto rappresentativo di piano
- Figura 5.3** Convenzione di segno per forze e momenti e determinazione del momento torcente  $M_z$ .
- Figura 5.4** Discrezionalità nella scelta delle intensità delle forze ai piani.
- Figura 5.5** Distribuzioni di forza adottate per la determinazione delle curve di capacità.
- Figura 5.6** Spettro di risposta in termini di pseudo-accelerazione adottato nella procedura ESMM.
- Figura 5.7** Leggi isteretiche utilizzate: elastica a tratti (sinistra) e peak-oriented (destra).
- Figura 5.8** Indicazioni per il calcolo della massa da attribuire a ciascun piano
- Figura 5.9** Assemblaggio del modello stick con definizione: (a) dei movimenti permessi; (b) forze di inerzia che nascono; (c) distribuzione di massa per ciascun piano.
- Figura 5.10** Fasi della procedura di analisi ESMM (Equivalent Stick Model Method).
- Figura 5.11** Descrizione della cinematica di un corpo rigido
- Figura 5.12** Strutture utilizzate per la valutazione degli effetti in termini di spostamento orizzontale ai livelli superiori per rotazioni dei piani inferiori.
- Figura 5.13** Spostamenti orizzontali registrati per gli esempi di Figura 5.12.
- Figura 5.14** Spostamenti di interpiano orizzontali registrati per gli esempi di Figura 5.12.
- Figura 5.15** Spostamenti adimensionalizzati e registrati per gli esempi di Figura 5.12.
- Figura 5.16** Spostamenti di interpiano adimensionalizzati e registrati per gli esempi di Figura 5.12.
- Figura 5.17** Procedura “diretta” per ricavare le curve di capacità del generico piano.
- Figura 5.18** Possibili problematiche in presenza di almeno un piano “debole”
- Figura 5.19** Procedura per ricavare le curve di capacità del generico piano quando si è in presenza di almeno un piano “debole”.
- Figura 5.20** Ipotetico modello stick di una struttura asimmetrica a tre piani.
- Figura 6.1** Sistema di riferimento locale e convenzione sui segni di forze e momenti per l'elemento 1D.
- Figura 6.2** Suddivisione di una sezione trasversale in fibre.
- Figura 6.3** Determinazione della flessibilità della cerniera plastica
- Figura 6.4** Sistema di riferimento locale per un elemento quadrilatero 2D.
-

- Figura 6.5** *Modello di Menegotto e Pinto (1973) per l'acciaio.*
- Figura 6.6** *Relazione tensione-deformazione per il calcestruzzo secondo il modello Kent e Park (1971)*
- Figura 6.7** *Rappresentazione delle leggi di scarico e ricarico di Karsan e Jirsa (1969) per il calcestruzzo.*
- Figura 6.8** *Input 1: accelerogramma registrato.*
- Figura 6.9** *Input 2: accelerogramma registrato.*
- Figura 6.10** *Input 3: accelerogramma registrato.*
- Figura 6.11** *Input 4: accelerogramma registrato.*
- Figura 6.12** *Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 1 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.*
- Figura 6.13** *Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 2 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.*
- Figura 6.14** *Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 3 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.*
- Figura 6.15** *Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 4 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.*
- Figura 6.16** *Vista tridimensionale del modello dettagliato relativo al caso studio 1.*
- Figura 6.17** *Sezione trasversale di pilastri e travi adottate nel caso studio 1: dimensioni geometriche e suddivisione a fibre adottata nel modello dettagliato.*
- Figura 6.18** *Deformate modali dei primi due modi naturali della struttura (caso studio 1).*
- Figura 6.19** *Distribuzione di forza usata per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 1).*
- Figura 6.20** *Curva di capacità  $F_x - \Delta_x^{CM}$  numerica (caso studio 1).*
- Figura 6.21** *Curva di capacità  $F_x - \Delta_x^{CM}$  poligonale approssimante (caso studio 1).*
- Figura 6.22** *Definizione del modello stick equivalente (caso studio 1).*
- Figura 6.23** *Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 1 (  $SF=1$ ) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.24** *Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 1 (  $SF=1$ ) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.25** *Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 (  $SF=1$ ) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.26** *Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 (  $SF=1$ ) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.27** *Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 (  $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.28** *Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 (  $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.29** *Confronto tra capacità e domanda valutate sul modello dettagliato rispettivamente per via statica (pushover) e via dinamica (time-history).*
- Figura 6.30** *Elementi finiti individuati per la valutazione delle risposte locali (caso studio 1).*
- Figura 6.31** *Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 2 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 1).*

- 
- Figura 6.32** *Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 301 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 1).*
- Figura 6.33** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 (SF =1) per il caso studio 1.*
- Figura 6.34** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 (SF =1) per il caso studio 1.*
- Figura 6.35** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 (SF =1) per il caso studio 1.*
- Figura 6.36** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 (SF =1) per il caso studio 1.*
- Figura 6.37** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 (SF =2.65) per il caso studio 1.*
- Figura 6.38** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 (SF =2.65) per il caso studio 1.*
- Figura 6.39** *Sezione trasversale di pilastri e travi adottate nel caso studio 2: dimensioni geometriche e suddivisione a fibre adottata nel modello dettagliato.*
- Figura 6.40** *Vista tridimensionale del modello dettagliato relativo al caso studio 2.*
- Figura 6.41** *Deformate modali del secondo (sinistra) e sesto (destra) modo naturale della struttura (caso studio 2).*
- Figura 6.42** *Distribuzioni di forza utilizzate per determinare le curve di capacità (caso studio 2).*
- Figura 6.43** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 1 ottenuta con distribuzione uniforme con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.44** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 2 ottenuta con distribuzione uniforme con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.45** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 3 ottenuta con distribuzione uniforme con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.46** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 1 ottenuta con distribuzione pseudo-triangolare con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.47** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 2 ottenuta con distribuzione pseudo-triangolare con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.48** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 3 ottenuta con distribuzione pseudo-triangolare con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.49** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 1 ottenuta con distribuzione proporzionale ai tagli di piano con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.50** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 2 ottenuta con distribuzione proporzionale ai tagli di piano con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6.51** *Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 3 ottenuta con distribuzione proporzionale ai tagli di piano con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).*
- Figura 6. 52** *Definizione del modello stick equivalente (caso studio 2).*
- Figura 6.53** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2)*
-

- Figura 6.54** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2)*
- Figura 6.55** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.56** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.57** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.58** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.59** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.60** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.61** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.62** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.63** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.64** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.65** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.66** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.67** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.68** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.69** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.70** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.71** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.72** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.73** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.74** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*

- 
- Figura 6.75** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*
- Figura 6.76** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2)*
- Figura 6.77** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2)*
- Figura 6.78** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2)*
- Figura 6.79** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.80** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.81** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.82** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.83** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.84** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.85** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.86** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.87** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.88** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.89** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.90** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.91** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.92** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.93** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.94** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.95** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
-

- Figura 6.96** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.97** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.98** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.99** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.100** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*
- Figura 6.101** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2)*
- Figura 6.102** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2)*
- Figura 6.103** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.104** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.105** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.106** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.107** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.108** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.109** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.110** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.111** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.112** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.113** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.114** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.115** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.116** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*

- 
- Figura 6.117** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.118** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.119** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.120** *Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.121** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.122** *Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.123** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.124** *Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).*
- Figura 6.125** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione uniforme di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 1 (caso studio 2).*
- Figura 6.126** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione uniforme di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 2 (caso studio 2).*
- Figura 6.127** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione uniforme di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 3 (caso studio 2).*
- Figura 6.128** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione pseudo-triangolare di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 1 (caso studio 2).*
- Figura 6.129** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione pseudo-triangolare di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 2 (caso studio 2).*
- Figura 6.130** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione pseudo-triangolare di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 3 (caso studio 2).*
- Figura 6.131** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione di forze proporzionale ai tagli di piano del primo modo) e via dinamica (time-history) per il piano 1 (caso studio 2).*
- Figura 6.132** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione di forze proporzionale ai tagli di piano del primo modo) e via dinamica (time-history) per il piano 2 (caso studio 2).*
- Figura 6.133** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione di forze proporzionale ai tagli di piano del primo modo) e via dinamica (time-history) per il piano 3 (caso studio 2).*

- Figura 6.134** *Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto in sommità ottenuto, per l'Input 1, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).*
- Figura 6.135** *Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 2, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).*
- Figura 6.136** *Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 3, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).*
- Figura 6.137** *Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 4, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).*
- Figura 6.138** *Vista tridimensionale del modello dettagliato relativo al caso studio 3.*
- Figura 6.139** *Sezione trasversale di pilastri e travi adottate nel caso studio 3: dimensioni geometriche e suddivisione a fibre adottata nel modello dettagliato.*
- Figura 6.140** *Deformate dei modi naturali secondo (sinistra) e terzo (destra) della struttura (caso studio 3).*
- Figura 6.141** *Distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano derivanti dal modo 2 (caso studio 3).*
- Figura 6.142** *Distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano derivanti dai modi 2 e 3 (caso studio 3).*
- Figura 6.143** *Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dal modo 2 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).*
- Figura 6.144** *Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta poligonale approssimante adottata (caso studio 3).*
- Figura 6.145** *Posizione dell' ordinata del baricentro delle resistenze CV al crescere della forza di piano  $F_X$  applicata per la distribuzione di tagli proporzionali al modo 2 (caso studio 3).*
- Figura 6.146** *Posizione dell' ordinata del baricentro delle resistenze CV al crescere della forza di piano  $F_X$  applicata per la distribuzione di tagli proporzionali ai modi 2 e 3 (caso studio 3).*
- Figura 6.147** *Curva di capacità di piano  $M_Z - \theta_Z^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dal modo 2 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).*
- Figura 6.148** *Curva di capacità di piano  $M_Z - \theta_Z^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).*
- Figura 6.149** *Localizzazione dei punti monitorati nella definizione della risposta sismica del caso studio 3.*
- Figura 6.150** *Definizione del modello equivalente (caso studio 3).*
- Figura 6.151** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 1 (  $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.*

- 
- Figura 6.152** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.153** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.154** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.155** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.156** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.157** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.158** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.159** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.160** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.161** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.162** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.163** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.164** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.165** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.166** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.167** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.168** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.169** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.170** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.171** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.172** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.173** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.174** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLPO.*
-

- Figura 6.175** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.176** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.177** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.178** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.179** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.180** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.181** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE.*
- Figura 6.182** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO.*
- Figura 6.183** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.184** *Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( SF=0.50) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.185** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.186** *Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.187** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.188** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.189** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.190** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).*
- Figura 6.191** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione proporzionale al modo 2) e via dinamica (time-history) per il piano del caso studio 3.*
- Figura 6.192** *Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione proporzionale ai modi 2 e 3) e via dinamica (time-history) per il piano del caso studio 3.*
- Figura 6.193** *Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{12}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).*
- Figura 6.194** *Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{35}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).*

- 
- Figura 6.195** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.196** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.197** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.198** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( SF=0.5) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.199** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.200** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 3 ( SF=1.0) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.201** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.202** *Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).*
- Figura 6.203** *Elementi finiti individuati per la valutazione delle risposte locali (caso studio 3).*
- Figura 6.204** *Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 2 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 3).*
- Figura 6.205** *Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 301 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 3).*
- Figura 6.206** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 (SF =0.85) per il caso studio 3.*
- Figura 6.207** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 (SF =0.85) per il caso studio 3.*
- Figura 6.208** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 (SF =0.5) per il caso studio 3.*
- Figura 6.209** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 (SF =0.5) per il caso studio 3.*
- Figura 6.210** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 (SF =1.0) per il caso studio 3.*
- Figura 6.211** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 (SF =1.0) per il caso studio 3.*
- Figura 6.212** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 4 (SF =0.85) per il caso studio 3.*
- Figura 6.213** *Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 4 (SF =0.85) per il caso studio 3.*

## LISTA DELLE TABELLE

- Tabella 5.1** *Movimenti attesi al centro di rotazione del piano al variare della tipologia strutturale e dell'input sismico.*
- Tabella 6.1** *Input sismici utilizzati nelle analisi time-history.*
- Tabella 6.2** *Parametri adottati per la definizione del calcestruzzo.*
- Tabella 6.3** *Parametri adottati per la definizione dell'acciaio.*
- Tabella 6.4** *Risultati dell'analisi di decomposizione modale della struttura (caso studio 1).*
- Tabella 6.5** *Risultati della decomposizione modale del modello stick equivalente (caso studio 1).*
- Tabella 6.6** *Risultati dell'analisi di decomposizione modale della struttura (caso studio 2).*
- Tabella 6.7** *Risultati dell'analisi di decomposizione modale del modello equivalente (caso studio 2).*
- Tabella 6.8** *Risultati dell'analisi di decomposizione modale della struttura (caso studio 3).*
- Tabella 6.9** *Risultati dell'analisi di decomposizione modale del modello equivalente (caso studio 3).*
- Tabella 6.10** *Confronto su tempi computazionali per realizzare analisi time-history su modello dettagliato e su modello ESM del caso studio 1 per diversi input sismici.*
- Tabella 6.11** *Confronto su tempi computazionali per realizzare analisi time-history su modello dettagliato e su modello ESM del caso studio 2 per diversi input sismici.*
- Tabella 6.12** *Confronto su tempi computazionali per realizzare analisi time-history su modello dettagliato e su modello ESM del caso studio 3 per diversi input sismici.*

# 1

## INTRODUZIONE

### 1.1) MOTIVAZIONE DELLO STUDIO

Una corretta progettazione di edifici e opere strutturali in zone in cui il rischio sismico è elevato, non può prescindere dalla completa determinazione e comprensione di quello che è il comportamento dinamico delle opere, sia strutturali che non, ed eventualmente della loro potenziale interazione. Alla luce della complessità dei fenomeni in questione, ai modelli interpretativi dei comportamenti dinamici delle strutture, piuttosto che alle metodologie di analisi, sono richieste informazioni sempre più fedeli in termini di rappresentazione del reale comportamento delle strutture. Tali analisi, dovendo rispondere a richieste sempre più dettagliate e specifiche, dovrebbero prevedere il comportamento dinamico anche per livelli di sollecitazione che portano le strutture, a deformazioni fortemente anelastiche e ben oltre le soglie di limite elastico dei materiali tipicamente impiegati nelle costruzioni.

I criteri e le metodologie di analisi ad oggi utilizzate, seppur applicate per numerosi anni con buoni risultati, in talune situazioni si sono dimostrate inadeguate e troppo semplicistiche rispetto ai problemi di cui si chiede una soluzione. A tal riguardo, la determinazione della risposta strutturale di un edificio in ambito fortemente anelastico, può essere studiata mediante metodi di analisi elastici approssimati. Tale scelta, se è comoda per alcuni aspetti, usualmente non consente di determinare e di prevedere quale sia il reale comportamento della struttura fuori dal campo elastico, di conoscere quali siano ad esempio, le reali riserve di sicurezza rispetto al collasso, piuttosto che la capacità di deformarsi plasticamente o ancora prevedere un possibile meccanismo di collasso.

La determinazione di tale risposta sismica può essere impostata in maniera approssimata utilizzando idonei strumenti opportunamente calibrati o artifici numerici (quali ad esempio il fattore di riduzione delle forze, piuttosto che il fattore di struttura o ancora mediante definizione di rapporti di smorzamento equivalente o riducendo forfaitariamente le rigidità).

Le metodologie e le procedure di analisi non-lineare, d'altro canto, non sono esenti da vizi e ipotesi semplificative. A tal proposito, richiamando quanto descritto in FEMA 440 sulle procedure di analisi sismica non-lineare delle strutture, si ricorda che le analisi aventi qualitativamente incertezze inferiori, sono le dinamiche *time-history* condotte modellando l'azione sismica con un'accelerogramma e realizzate su modelli strutturali dettagliati. Le analisi statiche non-lineari (*pushover*) sono affette da incertezze superiori, in quanto, alle incertezze legate alla definizione dell'*input* sismico, si sommano quelle legate alla modellazione e alla trasformazione della struttura in un oscillatore ad un grado di libertà.

Non dimentichiamo che l'obiettivo ambizioso delle analisi sismiche non-lineari, è quello di prevedere il comportamento delle strutture in seguito a potenziali ed ipotetici futuri eventi sismici che si possono verificare.

La stima della risposta dinamica di una struttura soggetta ad azione sismica, prevede la determinazione di parametri deformativi, quali ad esempio gli spostamenti di interpiano, gli spostamenti totali, piuttosto che le rotazioni degli elementi strutturali e le forze generalizzate (forze e momenti sugli elementi strutturali).

E' assodato però, che il livello di danneggiamento indotto da un evento sismico, alle opere strutturali e non, è correlato ai parametri di spostamento generalizzati (spostamenti, rotazioni, distorsioni).

Con l'introduzione inoltre di metodologie di progettazione sempre più orientate al rispetto di criteri di *performance* strutturali, come ad esempio il *PBE - Performance-Based Design* (descritto nel report ATC 40 (1996) o in Paret et al. (1998)), basati sul contenimento dei livelli di danneggiamento, entro determinate soglie per fissati livelli di intensità sismica, è presto intuibile quanto il calcolo di parametri deformativi, il più possibile precisi, sia divenuto di fondamentale importanza a discapito dei parametri di forza utilizzati invece più diffusamente in epoca passata.

La progettazione secondo la filosofia del *PBE*, è basata sul fatto che, la definizione dei criteri di *performance*, è strettamente correlata ai parametri di deformazione e tutte le scelte di progettazione, piuttosto che le verifiche da condurre, sono correlabili a capacità deformative della struttura.

Alla luce di ciò, i criteri di progettazione in cui i requisiti di *performance* sono legato agli spostamenti, conducono alla definizione di metodi denominati *Displacement-Based Design* (Moehle (1992)). In tali metodi, gli unici parametri governati e governanti nella progettazione, sono legati agli spostamenti attesi o richiesti alle strutture.

Nell'ottica di impostare una progettazione del tipo *Displacement-Based Design*, le problematiche connesse alla determinazione degli spostamenti di una struttura sono inevitabilmente collegate alla tipologia di analisi utilizzata, all'onere computazionale della stessa e al grado di approssimazione con cui tali spostamenti vengono stimati dalla procedura.

Numerosi lavori reperibili in letteratura, affrontano il problema della messa a punto di una analisi sismica, con l'obiettivo di generare un modello che deve tendere alle caratteristiche ideali di precisione ed economicità computazionale. La ricerca di una soluzione a questo tipo di problema ha portato diversi autori, a mettere a punto tipologie di modelli equivalenti a quelli più sofisticati, in termini di determinazione della risposta sismica. Tali modelli possiedono il pregio di essere gravati da oneri computazionali limitati e compatibili con le tempistiche e le necessità di progettazione quotidiana tipica dell'attività professionale.

Tra questi gli studi condotti su analisi di pushover mostrano buone potenzialità del metodo ma allo stesso tempo un *range* di applicazione di tale procedura abbastanza limitato se pensato alle strutture reali (Kilar e Fajfar (1997), Penelis e Kappos (2002), Zarate e Ayala (2004), Fujii et al. (2004), Fajfar et al. (2005), Penelis e Kappos (2005)).

C'è da dire però, a conferma delle potenzialità espresse dal metodo, che la procedura per l'implementazione e la conduzione di analisi di *pushover* è stata recepita ed inserita nella normativa tecnica nazionale di molti paesi tra cui quella italiana (NTC (2008) e Circolare n° 617 (2009), EC 8, FEMA 356, FEMA 357, FEMA 273, FEMA 274 e FEMA 440) oltre ad essere già presente in un documento pionieristico come è il rapporto ATC 40.

Altri filoni di ricerca hanno portato invece alla nascita di modelli equivalenti e sostitutivi di quelli strutturali dettagliati, con l'intento di ridurre l'onere computazionale condensando i comportamenti e le sorgenti di anelasticità in specifici gradi di libertà. Tra questi, maggiormente discussi nei capitoli successivi, si ricordano quelli di Clough et al. (1965), Gulkan e Sozen (1974), Shibata e Sozen (1976), Saiidi e Sozen (1981), Lai et al. (1992). Tali modelli sono comunque modelli molto semplici e usualmente basati sull'utilizzo di un modello equivalente ricavato ad un grado di libertà.

La semplicità di realizzazione dei modelli SDOF e la loro economicità computazionale, derivano da assunzioni e ipotesi semplificative.

Una delle conseguenze più importanti nell'utilizzo di tali modelli, sta nel trascurare il contributo legato a quelli che sono chiamati "effetti multigrado di libertà" (o *MDOF effects*) che

sono effetti propri di un modello *MDOF* e che un modello ad un grado di libertà non è in grado di cogliere. Tra gli effetti sopra citati si ricordano tra gli altri: tipologia di deformata globale, effetti torsionali, distribuzioni di resistenza e rigidità in altezza, crisi locale piuttosto che crisi globale.

In Seneviratna e Krawinkler (1996) e Nassar e Krawinkler (1991) gli *MDOF effects* sono stati indagati, mediante la definizione di casi studio, come strutture a telaio e strutture con pareti. Le informazioni date riguardano principalmente la richiesta di resistenza e di deformazione e in linea del tutto generale, si potrebbero sfruttare tali risultati per trovare dei coefficienti correttivi, atti ad inglobare tali effetti in parametri, che modificano la risposta calcolata mediante modelli *SDOF*.

Intuito che le sole analisi dinamiche di integrazione al passo, condotte su modelli *MDOF*, forniscono un quadro completo dei fenomeni cinematici tenendo conto del progredire del danneggiamento e del degrado isteretico, un modello numerico di tipo anelastico dettagliato dovrebbe essere utilizzato.

In questo contesto, e con l'obiettivo di ottenere un modello più economico computazionalmente, partendo dal modello dettagliato, è possibile ricavarne un modello definito in FEMA 440 come *stick*, equivalente al primo in termini di comportamento dinamico globale. E' possibile a questo punto utilizzare questo secondo, molto meno oneroso computazionalmente e meno complesso da trattare numericamente, per la realizzazione delle analisi dinamiche *time-history*.

In tale modello il comportamento isteretico dinamico può essere convenientemente inserito mediante la definizione di opportune leggi di danneggiamento da calibrare. Infatti le evidenze sperimentali reperite (tra cui Joh e Shibata (1984), Nordby (1958), Aoyama (1964), Agrawal et al. (1965), Bertero et al. (1969), Takeda et al. (1970), Giuffrè e Pinto (1970), Brown e Jirsa (1971), Park et al. (1982), Krawinkler e Popov (1974), Ma et al. (1976), Park et al. (1982), Filippou et al. (1983), Mander (1983), Low e Moehle (1987), Saatcioglu e Ozcebe (1989), Park (1994), Bousias et al. (1995), Priestley e Benzoni (1996), Mo e Wang (2000), Lam et al. (2003) ) mostrano come il danneggiamento da carico ciclico per strutture intelaiate in c.a. usualmente colpisca sia i valori della rigidità che della resistenza del sistema e un modello che abbia come obiettivo quello di riuscire a cogliere la risposta dinamica di un sistema strutturale soggetto ad un input sismico dovrebbe essere capace di considerare le modificazioni che intervengono per effetto delle inversioni di carico.

Si sottolinea, da ultimo, che il metodo così definito e derivato risulta essere, secondo quanto riportato in FEMA 440, affetto da minore incertezza rispetto ai metodi tradizionalmente utilizzati e inseriti in normativa come ad esempio i metodi di *pushover* e i metodi che utilizzano spettri di risposta ed analisi dinamiche modali.

Inoltre tale metodo consente un risparmio computazionale indiscutibile se confrontato con quanto richiesto per realizzare un'analisi *time-history* su un modello dettagliato.

## 1.2) OBIETTIVI

Obiettivi principali della presente tesi sono quelli di seguito elencati.

- Fornire una nuova metodologia per lo studio e la valutazione del comportamento sismico di edifici a telaio. Il metodo prevede la realizzazione di un modello equivalente a pochi gradi libertà, classificato come *stick* nel report FEMA 440 e qui definito *ESM (Equivalent Stick Model)*. Tale modello è ottenuto mediante determinazione delle curve di capacità di piano dei gradi di libertà ritenuti significativi e applicando regole di condensazione statica sui gradi di libertà di un modello dettagliato della medesima struttura.
- Il modello *ESM*, viene inoltre inserito, nel contesto più ampio di una procedura progettuale qui definita e denominata, *ESMM (Equivalent Stick Model Method)*, che rappresenta un'estensione alla determinazione del modello equivalente e fornisce una possibile modalità di applicazione di quest'ultimo. La procedura consta complessivamente di otto *step*, discussi diffusamente nella tesi, di cui i primi cinque descrivono i passi per l'ottenimento del modello *stick*, mentre gli altri tre danno le indicazioni per una possibile modalità d'applicazione.
- Il modello numerico assemblato, vista la sua estrema economicità computazionale legata ai pochi gradi di libertà di cui è costituito, viene utilizzato per condurre analisi dinamiche *time-history* in cui l'*input* sismico viene modellato mediante accelerogrammi.
- Per la validazione dell'intera metodologia, sono stati considerati tre casi studio rappresentanti ciascuno una struttura reale. Tali casi pratici vengono utilizzati, oltre che per mostrare praticamente come applicare il metodo introdotto, anche per la validazione del metodo stesso mediante confronto tra i risultati ottenuti da analisi dinamiche non-lineari *time-history* condotte sul modello dettagliato e sul modello *stick* delle strutture studiate.
- Evidenziare le potenzialità del metodo in termini di risparmio computazionale, con risultati che globalmente buoni e con errori sugli spostamenti generalmente all'interno delle variabilità legate alla definizione dell'*input* sismico.

### 1.3) ORGANIZZAZIONE DELLA DISSERTAZIONE

I contenuti della presente tesi sono organizzati in sette diversi capitoli.

Il *Capitolo 1* è introduttivo alle tematiche trattate e richiama le problematiche connesse all'utilizzo delle analisi *time-history*, con particolare riferimento all'onere richiesto per: la messa a punto di tali analisi; la risoluzione numerica; la successiva fase di rielaborazione dei risultati ottenuti. Tali aspetti sono completati da considerazioni legate alle incertezze dei risultati ottenuti da tali analisi e correlati all'incertezza sull'*input* sismico atteso.

Il *Capitolo 2* richiama le equazioni differenziali del moto di un sistema strutturale e ripercorre, seguendo un criterio cronologico, quelle che sono le tecniche utilizzabili per l'integrazione delle equazioni di tale sistema. Partendo dalla rassegna delle metodologie più "classiche", si passa alle tecniche di integrazione numerica, le quali consentono l'integrazione di sistemi di equazioni non-lineari e a più gradi di libertà. Partendo dal sistema numerico più generale, si forniscono le considerazioni che portano alla definizione delle analisi sismiche di tipo statico, e si introducono le ipotesi di condensazione statica sui gradi di libertà per il passaggio dai modelli dettagliati ai modelli *stick*.

Al *Capitolo 3* si introducono dapprima le evidenze sperimentali legate al comportamento anelastico dei materiali calcestruzzo e acciaio, sia per carico monotono che ciclico. Leggi interpretative di tale problematica e derivanti da una calibrazione sperimentale piuttosto che analitica, sono date presentando un'estesa indicazione bibliografica reperita in letteratura. Il problema della modellazione dell'anelasticità viene poi trasposto al metodo degli elementi finiti, introducendo gli elementi, ad oggi a disposizione, per rappresentare adeguatamente i fenomeni descritti e passando da quelli a plasticità concentrata (più datati) a quelli a plasticità distribuita (più recenti). Infine, un richiamo alle leggi isteretiche per la modellazione di componenti strutturali a comportamento ciclico degradante è riportato.

Il *Capitolo 4* tratta, dapprima il concetto di modello strutturale equivalente, quantificando approssimativamente le componenti di incertezza insite in ciascuno dei modelli numerici equivalenti descritti (passando dai più raffinati ai più semplici) e in ciascuna tipologia di analisi dinamica trattata (passando dalle *time-history* alle analisi con spettri di risposta). Nel seguito poi, vengono richiamate le versioni più "celebri" ed utilizzate di modelli anelastici equivalenti esistenti e reperiti in letteratura. Contestualmente all'introduzione di tali modelli, si ripercorrono le peculiarità e i limiti di ciascuno di essi, e si mostra come le applicazioni conducano alla definizione di due importanti classi di analisi come le *pushover* e le *IDA*.

Il Capitolo 5, introduce un modello equivalente del tipo *stick* denominato *ESM* (*Equivalent Stick Model*) da utilizzare al posto del modello dettagliato nelle analisi dinamiche *time-history*. A partire dal modello dettagliato della struttura, e attraverso una procedura di condensazione statica dei gradi di libertà, si realizza un modello numerico equivalente in cui il singolo piano dispone di tre gradi di libertà: due traslazioni nel piano del solaio e la rotazione attorno all'asse ortogonale al solaio stesso. Cinque *step* sono previsti per la completa definizione del modello e delle leggi anelastiche di piano, che, ottenute mediante analisi statico-incrementali sul modello dettagliato, vengono poi implementate nelle cerniere plastiche degli elementi ad anelasticità concentrata che realizzano lo *stick model*. Il modello così ottenuto è, da ultimo, inquadrato in un contesto di analisi più ampio e la cui procedura denominata *ESMM* (*Equivalent Stick Model Method*), propone una modalità di utilizzo e applicazione del modello *stick* realizzato. Dai risultati ottenuti da tale procedura, la quale si realizza mediante tre ulteriori *step* da aggiungere ai cinque necessari per l'ottenimento del modello, si possono impostare le necessarie verifiche sia in termini locali che globali, sia in termini di capacità resistente che di capacità deformativa.

Nel Capitolo 6, la nuova metodologia proposta, viene applicata nello studio della risposta dinamica di tre diverse strutture intelaiate, in c.a., identificate come casi studio. I tre esempi analizzati sono: una struttura ad un piano simmetrica in entrambe le direzioni, una struttura a tre piani simmetrica in entrambe le direzioni e una struttura ad un piano asimmetrica in una direzione. Su tali strutture si sono condotte analisi dinamiche *time-history*, per diversi *input* sismici e per diverse intensità, con lo scopo di validare il modello proposto e stimarne l'attendibilità oltre che la rispondenza. Per effettuare tali confronti le analisi sono state condotte sia sui modelli strutturali equivalenti *stick* che sui modelli dettagliati, utilizzati per la determinazione delle curve di capacità di piano. Una stima dei consistenti risparmi in termini di costo computazionale (per calcolo e *post-processing*) chiude il capitolo.

Al Capitolo 7, da ultimo, le conclusioni sui risultati forniti dal metodo *ESMM* e relativi ai casi studio testati, sono riportate. I limiti del modello e i campi di applicazione sono discussi. Gli indubbi vantaggi in termini di riduzione dell'onere computazionale sono commentati. Linee di indirizzo per lo sviluppo e l'ampliamento del modello sono previste. Esse riguardano principalmente la validazione del metodo mediante applicazione ad un panorama strutturale più ampio, l'estensione a tipologie strutturali diverse da quelle intelaiate, la messa a punto e la calibrazione di legami isteretici più sofisticati e in grado di cogliere, in maniera più puntuale, il comportamento dei modelli dettagliati che forniscono i risultati esatti in termini di risposta strutturale sismica.

# 2

## METODOLOGIE DI ANALISI SISMICA

### 2.1) EQUAZIONI DEL MOTO DI SISTEMI A PIU' GRADI DI LIBERTA'

Il moto di un sistema continuo, o discreto, in un sistema di riferimento inerziale è governato dal secondo Principio di Newton che recita: *“In ogni istante l'accelerazione a cui è soggetto un corpo è determinata dalla forza non equilibrata che agisce su di esso”*. In tale definizione il vettore accelerazione ha la stessa direzione e lo stesso verso della forza agente e ha modulo direttamente proporzionale alla massa movimentata. Tale espressione è tradotta matematicamente nella celebre equazione:

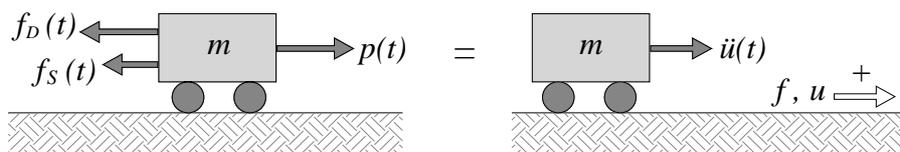
$$\underline{f} = m \underline{a} \quad (2.1a)$$

in cui  $\underline{f}$  è la forza che, agendo su un corpo di massa  $m$ , è capace di imprimere al corpo stesso un'accelerazione pari ad  $\underline{a}$ . Invertendo il significato di tale espressione possiamo altresì pensare che un'accelerazione  $\underline{a}$  che sollecita il corpo di massa  $m$  eserciti sul corpo stesso una forza pari a  $\underline{f}$ . (Nel presente capitolo si utilizzerà il carattere minuscolo quando si fa riferimento a sistemi ad un grado di libertà; si utilizzerà il carattere maiuscolo con riferimento invece ai sistemi a più gradi di libertà).

Se ora pensiamo ad un sistema discreto a più gradi di libertà possiamo riscrivere la (2.1a) in termini matriciali ottenendo:

$$\underline{F} = [M] \underline{A} \quad (2.1b)$$

in cui riconosciamo in  $[M]$  la matrice di massa del sistema, in  $\underline{F}$  il vettore delle forze di inerzia e in  $\underline{A}$  il vettore delle accelerazioni riferite ai gradi di libertà considerati.



**Figura 2.1** - Rappresentazione dell'equazione del moto di un corpo rigido ad un grado di libertà.

Per sistemi soggetti ad azioni dinamiche, seguendo un approccio classico, e con il sistema di riferimento indicato in Figura 2.1, possiamo riscrivere le equazioni (2.1a) e (2.1b) nel seguente modo:

$$\underline{p}(t) - c\underline{\dot{u}}(t) - \underline{f}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = m\underline{\ddot{u}}(t) \quad (2.2a)$$

$$\underline{P}(t) - [C]\underline{\dot{u}}(t) - \underline{F}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = [M]\underline{\ddot{u}}(t) \quad (2.2b)$$

In tale espressione si è definito:

$\underline{u}$ : il vettore degli spostamenti generalizzati (spostamenti e rotazioni dei gradi di libertà considerati);

$\underline{\dot{u}}$ : il vettore delle velocità generalizzate (calcolate come derivata temporale prima degli spostamenti generalizzati);

$\underline{\ddot{u}}$ : il vettore delle accelerazioni generalizzate (calcolate come derivata temporale seconda degli spostamenti generalizzati);

$m$ ;  $[M]$ : massa e matrice di massa del sistema;

$c$ ;  $[C]$ : coefficiente di smorzamento e matrice di smorzamento del sistema;

$\underline{f}_S(\underline{u}, \underline{\dot{u}})$ ;  $\underline{F}_S(\underline{u}, \underline{\dot{u}})$ : vettore delle forze di richiamo;

$\underline{p}$ ;  $\underline{P}$ : vettore della forzante dinamica esterna.

Nelle (2.2) sono state esplicitate con  $(t)$  le quantità che sono espressamente dipendenti dal tempo  $t$ .

Definendo il vettore forza di smorzamento come:

$$\underline{f}_D(t) = c\underline{\dot{u}}(t) \quad (2.3a)$$

$$\underline{F}_D = [C]\underline{\dot{u}}(t) \quad (2.3b)$$

ed esplicitando nel membro a destra la forzante esterna, le (2.2) possono essere riscritte come:

$$m\underline{\ddot{u}}(t) + c\underline{\dot{u}}(t) + \underline{f}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = \underline{p}(t) \quad (2.4a)$$

$$[M]\underline{\ddot{u}}(t) + [C]\underline{\dot{u}}(t) + \underline{F}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = \underline{P}(t) \quad (2.4b)$$

Le equazioni (2.4) hanno significato e valenza del tutto generale anche in ambito non-lineare, poiché i vettori  $\underline{f}_S$  e  $\underline{F}_S$ , funzione oltre che degli spostamenti anche delle derivate temporali di questi ultimi, possono essere anche non costanti nel tempo  $t$ .

Una versione analoga delle espressioni (2.4) appena ricavate, potrebbe essere ottenuta partendo dal rispetto dell'equilibrio dinamico del sistema e considerando il principio di D'Alembert il quale definisce la "forza d'inerzia fittizia" come quella forza che ha come valore il prodotto tra massa movimentata e l'accelerazione a cui è sottoposta la massa stessa e per direzione quella dell'accelerazione ma con verso opposto a quest'ultima. Introducendo tale definizione, è possibile disegnare graficamente la forza d'inerzia e dare una rappresentazione statica del problema dinamico ad un prefissato istante  $t$ .

Se si definiscono lo spostamento e l'accelerazione del terreno rispettivamente come  $\underline{u}_g$  ed  $\underline{\ddot{u}}_g$  (vedi Figura 2.2), si può scrivere che lo spostamento totale di un punto della struttura  $\underline{u}^T(t)$  è pari allo spostamento del terreno  $\underline{u}_g(t)$  a cui si somma lo spostamento relativo  $\underline{u}(t)$  (o pseudo-spostamento) tra terreno e punto considerato. Per cui in ogni istante  $t$  si avrà che:

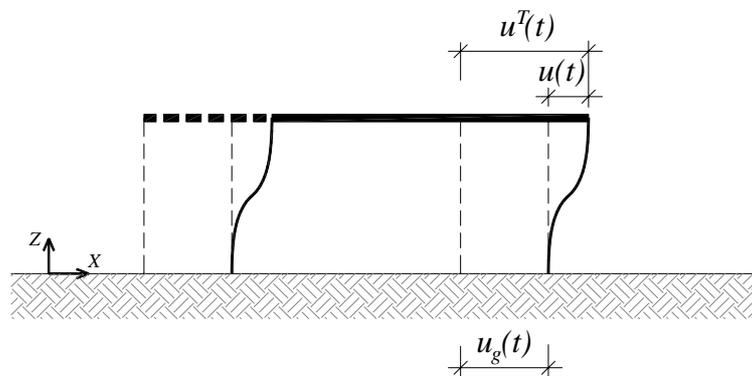
$$\underline{u}_g(t) + \underline{u}(t) = \underline{u}^T(t) \quad (2.5)$$

Si può dunque scrivere che, la forza d'inerzia è pari a:

$$\underline{f}_I = m \underline{\ddot{u}}^T(t) = m \underline{\ddot{u}}_g(t) + m \underline{\ddot{u}}(t) \quad (2.6a)$$

$$\underline{F}_I = [M] \underline{\ddot{u}}^T(t) = [M] \underline{\ddot{u}}_g(t) + [M] \underline{\ddot{u}}(t) \quad (2.6b)$$

ed è riferita all'accelerazione totale che la massa considerata subisce. Giova ricordare che la forza di dissipazione e la forza di richiamo sono governate rispettivamente da velocità e da spostamenti relativi tra struttura e terreno, e quindi la quota parte relativa al moto rigido non produce né forza di richiamo né forza di dissipazione.



**Figura 2.2** - Definizione di spostamento assoluto e spostamento relativo (o pseudo-spostamento).

L'equazione di equilibrio dinamico valida per il generico istante  $t$  può essere scritta come:

$$\underline{f}_I(t) + \underline{f}_D(t) + \underline{f}_S(t) = \underline{0} \quad (2.7a)$$

$$\underline{F}_I(t) + \underline{F}_D(t) + \underline{F}_S(t) = \underline{0} \quad (2.7b)$$

Se si inseriscono le espressioni (2.3) e (2.6) nelle (2.7) si ottiene che:

$$m\underline{\ddot{u}}(t) + m\underline{\ddot{u}}_g(t) + c\underline{\dot{u}}(t) + \underline{f}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = \underline{0} \quad (2.8a)$$

$$[M] \underline{\ddot{u}}(t) + [M] \underline{\ddot{u}}_g(t) + [C] \underline{\dot{u}}(t) + \underline{F}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = \underline{0} \quad (2.8b)$$

e quindi:

$$m\underline{\ddot{u}}(t) + c\underline{\dot{u}}(t) + \underline{f}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = -m\underline{\ddot{u}}_g(t) \quad (2.9a)$$

$$[M] \underline{\ddot{u}}(t) + [C] \underline{\dot{u}}(t) + \underline{F}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = -[M] \underline{\ddot{u}}_g(t) \quad (2.9b)$$

Dal confronto tra le espressioni (2.4) e (2.9) otteniamo che:

$$\underline{p}(t) = -m\underline{\ddot{u}}_g(t) \quad (2.10a)$$

$$\underline{P}(t) = -[M] \underline{\ddot{u}}_g(t) \quad (2.10b)$$

deducendo che la forzante sismica può essere calcolata come prodotto tra massa movimentata e accelerazione del terreno ma con direzione opposta all'accelerazione impressa.

Nell'ipotesi che la forzante dinamica esterna dovuta all'azione sismica, sia modellata mediante un'accelerogramma con andamento noto al variare del tempo  $t$ , il problema dinamico si risolve determinando l'andamento di velocità, spostamento e accelerazione, nel tempo, e in determinati punti della struttura. Le equazioni sopra ricavate, nella forma delle (2.4) costituiscono le equazioni del moto o equazioni di equilibrio dinamico di un sistema scritto in forma matriciale (o algebrica) che vengono specializzate nelle (2.9) nel caso in cui la forza esterna sia una forzante sismica. Con riferimento ai sistemi a più gradi di libertà, il fatto che tali equazioni siano presentate e fornite in forma discreta e non continua presuppone un'operazione a monte della loro scrittura che è la determinazione della matrice di massa  $[M]$ , della matrice di smorzamento  $[C]$  e del vettore delle forze di richiamo che vengono associate alla rigidità del sistema. In ambito non lineare, e quindi anelastico, quest'ultimo vettore può essere scritto come:

$$\underline{F}_S(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = [K(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t))] \underline{u}(t) \quad (2.11)$$

ed è quindi funzione del grado di danneggiamento del materiale poiché la matrice  $[K]$ , che è la matrice di rigidità, è aggiornata al tempo  $t$ . L'espressione dell'equazione del moto di un sistema a più gradi di libertà, sollecitato da una azione sismica, assume con valenza generale, (valevole anche per l'ambito anelastico), la seguente forma finale:

$$[M] \underline{\ddot{u}}(t) + [C] \underline{\dot{u}}(t) + [K(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t))] \underline{u}(t) = -[M] \underline{\ddot{u}}_g(t) \quad (2.12)$$

L'equazione (2.12) come già detto, si presenta in forma matriciale e rappresenta un sistema ad  $n$  equazioni differenziali del secondo ordine, indicando con  $n$  i gradi di libertà indipendenti del sistema. In tale sistema di equazioni, che nel caso generale sono tra loro accoppiate, le incognite sono rappresentate dai vettori spostamento, velocità e accelerazione. Essi sono riferiti ai gradi di libertà indipendenti e non soggetti a vincoli esterni o a movimenti imposti (o cedimenti) e per i quali si possono conoscere a priori tali valori.

Considerando l'ambito elastico lineare, il vettore presentato in (2.11) si semplifica nella forma:

$$\underline{Fs}(\underline{u}(t)) = [K]\underline{u}(t) \quad (2.13)$$

in cui la matrice  $[K]$  rappresenta la matrice di rigidezza elastica del sistema e al solito,  $\underline{u}$  è il vettore degli spostamenti generalizzati dei gradi di libertà considerati.

## 2.2) SOLUZIONE DEL PROBLEMA DINAMICO

### 2.2.1) Soluzioni "classiche"

La risoluzione del sistema di equazioni differenziali che reggono il problema dinamico a più gradi libertà (MDOF - *Multi-Degree of Freedom*), e che si riscrive per maggiore praticità,

$$[M]\underline{\ddot{u}}(t) + [C]\underline{\dot{u}}(t) + \underline{Fs}(\underline{u}(t), \underline{\dot{u}}(t)) = \underline{P}(t) \quad (2.4b)$$

è ottenuta mediante integrazione nel tempo e nello spazio delle equazioni stesse.

Nel caso più semplice di sistema elastico a più gradi di libertà tale sistema come già anticipato diviene:

$$[M]\underline{\ddot{u}}(t) + [C]\underline{\dot{u}}(t) + [K]\underline{u}(t) = \underline{P}(t) \quad (2.14)$$

Se introduciamo invece la semplificazione che il problema da risolvere sia governato da un solo grado di libertà (SDOF - *Single-Degree of Freedom*) la trattazione diviene governata da una sola equazione riferita al grado di libertà che si sta considerando e l'espressione si semplifica nell'equazione (2.4a) riscritta per comodità:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u} + fs(u(t), \dot{u}(t)) = p(t) \quad (2.4a)$$

dove:

$\underline{u}$  : è lo spostamento generalizzato del grado di libertà (spostamento o rotazione);

$\underline{\dot{u}}$  : è la velocità generalizzata (calcolate come derivata temporale prima dello spostamento generalizzato  $\underline{u}$ );

$\ddot{u}$  : è il valore dell'accelerazione generalizzata (calcolate come derivata temporale seconda dello spostamento generalizzato  $u$ );

$m$  : è la massa del sistema (è un valore scalare e non più una matrice);

$c$  : è lo smorzamento del sistema (è un valore scalare e non più una matrice);

$f_s$  : è la forza generalizzata di richiamo riferita al grado di libertà (è una forza o un momento);

$p$  : è la forzante esterna.

Possiamo pensare che in tale equazione tutte le quantità che compaiono, anche quelle che tipicamente sono considerate vettoriali quali forze o spostamenti (a giustificare il perché continuano a comparire sottolineate), possano essere trattate come quantità scalari perché riferite all'unico movimento possibile.

Nel caso in cui l'equazione del moto dinamico del sistema SDOF sia riferita ad un problema del tipo elastico lineare l'equazione si semplifica ulteriormente diventando:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u} + ku(t) = p(t) \quad (2.15)$$

in cui  $k$  rappresenta la rigidità del sistema (anch'essa in valore scalare).

Questa procedura di semplificazione che ci porta dal sistema più complesso (MDOF in regime anelastico) al sistema più semplice (SDOF in regime elastico) è utile perché riassume in un quadro piuttosto chiaro tutte le possibili casistiche di quello che è lo studio della risposta dinamica delle strutture. Al variare del grado di complessità del problema, può essere conveniente, se non addirittura d'obbligo, cambiare la tipologia di approccio che si utilizza per la valutazione della risposta strutturale. Questo poiché i metodi più "classici" non sono in grado di fornire soluzioni a tutte le tipologie e alle casistiche descritte sopra e in tal caso, si deve passare a metodi di risoluzione numerica, tipicamente iterativi.

Per un sistema elastico ad un grado di libertà la soluzione del problema può essere ottenuta (oltre che per via numerica) nei seguenti modi, i quali seguono un approccio "classico":

- 1) *Soluzione in forma chiusa*: seguendo un approccio analitico classico si esegue l'integrazione dell'equazione differenziale del secondo ordine sommando la soluzione dell'equazione omogenea associata  $u_0(t)$  alla soluzione dell'equazione particolare dipendente dal tipo di carico  $u_{p(t)}(t)$ . Per cui si ha che:

$$u(t) = u_0(t) + u_{p(t)}(t) \quad (2.16)$$

Tale metodologia fornirà quindi due costanti di integrazione, poiché l'ordine delle equazioni differenziali del problema è pari a due, che saranno calcolate mediante le condizioni iniziali note.

- 2) *Soluzione nel dominio delle frequenze (frequency-domain method)*: tale metodo prevede la computazione della funzione trasformata di Fourier  $P(\omega)$  della funzione forzante esterna  $\underline{P}(t)$ :

$$P(\omega) = F[\underline{P}(t)] = \int_{-\infty}^{\infty} \underline{P}(t) e^{-i\omega t} dt \quad (2.17)$$

e il calcolo della stessa trasformata di Fourier per la soluzione del sistema scritta come:

$$U(\omega) = H(\omega)P(\omega) \quad (2.18)$$

dove  $H(\omega)$  rappresenta la risposta della struttura all'eccitazione armonica. La soluzione finale può essere poi impostata come:

$$u(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(\omega)P(\omega)e^{i\omega t} d\omega \quad (2.19)$$

La soluzione in forma chiusa esiste solo se la forzante  $\underline{P}(t)$  ha una funzione semplice e non ha andamento arbitrario come invece succede per l'eccitazione sismica. Soluzioni approssimate possono essere comunque computate sfruttando le trasformate di Fourier discrete.

- 3) *Soluzione nel dominio del tempo (time-domain method)*: una delle metodologie più note per la risoluzione del problema, è la procedura che ricerca la soluzione nel dominio del tempo attraverso l'ipotesi che la forzante esterna  $\underline{P}(t)$  che sollecita il sistema, possa essere scomposta in una serie di impulsi infinitesimi che agiscono uno di seguito all'altro. La risposta complessiva del sistema è data dall'integrale di convoluzione ( o dalla sommatoria se si passa al caso discreto) degli effetti di tutti gli impulsi che hanno agito fino al tempo  $t$  in cui si computa l'integrale stesso. Cioè:

$$u(t) = \frac{1}{m\omega_n} \int_0^t p(\tau) \sin[\omega_n(t - \tau)] d\tau \quad (2.20)$$

in cui  $\omega_n$  è la pulsazione del sistema. L'integrale (2.20) è noto anche come integrale di Duhamel.

Il fatto che, le procedure appena descritte e quelle che sfruttano principi analoghi, siano applicabili a sistemi che rimangono in ambito elastico lineare e sollecitati da forzanti esterne relativamente semplici da descrivere matematicamente, è fortemente limitativo per lo studio di sistemi strutturali soggetti ad azione sismica ed è per questo che tali approcci, comunemente definite "teorie classiche", sono state via via sostituite da algoritmi di integrazione numerica

capaci di determinare la soluzione del problema, seppur in via approssimata, anche in ambito anelastico e per sistemi a più gradi di libertà.

Da ultimo, l'integrazione numerica del sistema (2.4b) deve essere realizzata, sia in termini di coordinate spaziali che di coordinate temporali dal momento che, usualmente interessa lo stato di sollecitazione e di deformazione della struttura durante tutta la durata dell'analisi, che di solito è pari alla durata dell'input sismico se si sta usando un'accelerogramma per modellare la forzante esterna. Da qui la necessità di avere un sistema di riferimento e una discretizzazione, sia geometrico-spaziale che temporale.

### 2.2.2) Soluzioni numeriche

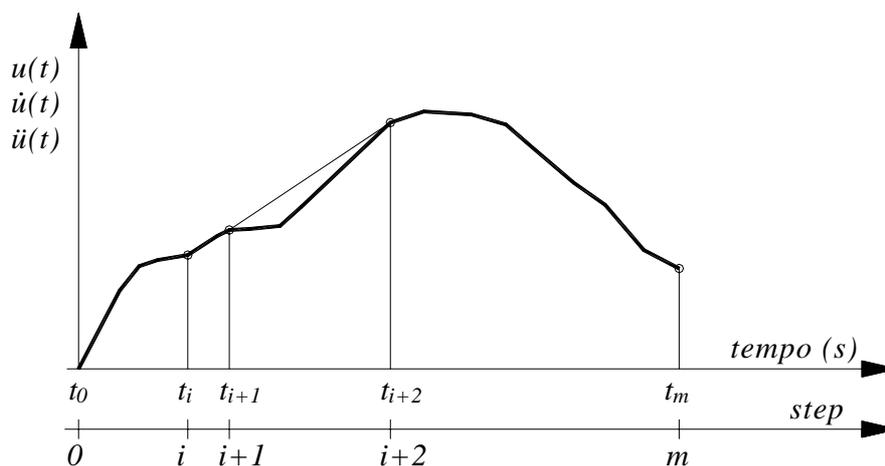
Esistono in letteratura diverse procedure per la risoluzione numerica delle equazioni del sistema (2.4b). Per brevità talune di esse verranno solamente citate e ci si soffermerà maggiormente su quelle che sono state utilizzate nel presente lavoro.

Prima di vedere i metodi di risoluzione di sistemi anelastici è utile ricordare che un sistema elastico lineare a più gradi di libertà e il cui smorzamento sia calcolato secondo un approccio "classico", può essere risolto con il metodo dell'analisi modale. Tale metodo, scompone il sistema totale a  $n$  gradi di libertà, in  $n$  equazioni disaccoppiate, cioè risolvibili indipendentemente l'una dalle altre. Una volta note le soluzioni delle varie equazioni (riferite ciascuna ad un modo di vibrare), si calcola la soluzione complessiva (risposta dinamica globale) come combinazione dei contributi ottenuti dai vari modi di vibrare naturali della struttura. Tale procedura prevede, a monte del calcolo degli effetti della forza sismica, la decomposizione modale della risposta della struttura, procedura che permette di identificare le frequenze proprie e le deformate modali (autovalori e autovettori del sistema), e successivamente i fattori di partecipazione modale. Così facendo, si può pensare di risolvere una singola equazione per volta con uno dei metodi visti in precedenza e validi per sistemi a un grado di libertà. L'ipotesi fondamentale alla base del metodo è che ogni equazione possa essere pensata indipendente dalle altre e quindi il sistema deve essere disaccoppiato. Per avere il rispetto di tale requisito ciascuna riga del sistema indagato (2.21) deve essere disaccoppiata dalle altre.

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ m_{n1} & \dots & \dots & \dots & m_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \ddot{u}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & \dots & c_{1n} \\ c_{21} & c_{22} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ c_{n1} & \dots & \dots & \dots & c_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{u}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ k_{n1} & \dots & \dots & \dots & k_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Se con riguardo ai vettori  $\underline{u}, \underline{\dot{u}}, \underline{\ddot{u}}$ , come pure alle matrici  $[M]$  e  $[K]$  non ci sono problemi, l'indipendenza delle equazioni del sistema è legata alla scelta di una opportuna matrice di smorzamento  $[C]$ . Nel caso in cui lo smorzamento sia computato secondo uno dei metodi classici si dimostra che la matrice  $[C]$  ha righe disaccoppiate. Il problema si pone nel caso in cui la struttura abbia porzioni con valori di smorzamento sensibilmente differenti e per la cui risoluzione, il calcolo della matrice di smorzamento convenzionale non è aderente alla realtà fisica. In tali tipologie di strutture, i modi propri di vibrazione calcolati in modo classico non esistono, e le frequenze sono da ricercare nello spazio dei numeri complessi. Per tali tipologie di strutture questa metodologia di soluzione modale non è quindi applicabile come non lo è per tutti i sistemi in regime anelastico. In tutti i casi in cui si trattino sistemi anelastici, indipendentemente dal tipo di forzante esterna (più o meno semplice) e dal tipo di smorzamento, l'unica possibilità per calcolare la soluzione del sistema delle equazioni del moto è adottare un approccio numerico non essendo applicabile nessuna delle procedure viste fino ad ora.

Le procedure di risoluzione numerica che nel corso degli anni si sono dimostrate più efficienti computazionalmente e affidabili numericamente per l'integrazione delle equazioni del moto di un corpo, sono quelle denominate di *time-stepping*. Tali metodi prevedono che l'integrazione delle equazioni differenziali venga fatta in maniera discreta in precisi istanti fissati a priori. In questo metodo si va a discretizzare il dominio del tempo in un numero finito di intervalli che possono anche essere non equispaziati tra di loro (come mostra la Figura 2.3).



**Figura 2.3** - Procedura di discretizzazione temporale dei metodi di *time-stepping*.

La soluzione delle equazioni è determinata solo negli istanti fissati, mentre nulla si può dire su quello che accade alle funzioni incognite tra un istante di integrazione e il successivo. Nell'ipotesi che tali istanti siano sufficientemente ravvicinati, è lecito ipotizzare, che le funzioni

varino linearmente da un istante all'altro e quindi la funzione incognita torna ad assumere un carattere continuo. Quando la risposta del sistema è cercata nel dominio del tempo, il problema da risolvere è quello di stimare il valore della funzione incognita all'istante  $t_{i+1}$  partendo dal valore noto, che la medesima funzione assume al tempo  $t_i$ . Tale procedura è estesa a tutto l'intervallo di interesse  $t_m$ . Dunque, essendo nota la soluzione all'istante generico  $t_i$  possiamo scrivere che:

$$m\ddot{\underline{u}}_i + c\dot{\underline{u}}_i + \underline{f}s_i = \underline{p}_i \quad (2.22)$$

Quello che si vuole ottenere è la stima dei valori delle incognite al generico istante  $t_{i+1}$  corrispondente a  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  (con  $\Delta t$  definito passo di integrazione). Si cercano perciò i valori di  $\underline{u}_{i+1}, \dot{\underline{u}}_{i+1}, \ddot{\underline{u}}_{i+1}$  tali per cui si abbia la verifica della seguente espressione:

$$m\ddot{\underline{u}}_{i+1} + c\dot{\underline{u}}_{i+1} + \underline{f}s_{i+1} = \underline{p}_{i+1} \quad (2.23)$$

Tale procedura viene impostata per tutti gli  $m$  step che portano al tempo  $t_m$  di fine discretizzazione. Per iniziare l'analisi di devono conoscere i valori delle incognite all'istante iniziale  $t_0$ . A tal proposito usualmente si ipotizza:

$$\underline{u}(0) = \underline{u}_0 = 0 \quad \dot{\underline{u}}(0) = \dot{\underline{u}}_0 = 0 \quad (2.24)$$

considerando quindi che il corpo o la struttura, parta da una situazione di quiete in assenza di spostamento e di velocità. Le (2.24) sono definite "condizioni iniziali" del problema dinamico.

I metodi di *time-stepping* che si possono adottare per passare dall'istante  $i$  all'istante  $i+1$  sono classicamente suddivisi in metodi espliciti e metodi impliciti a seconda che l'equazione (2.4b) sia impostata al tempo  $i$  piuttosto che  $i+1$  rispettivamente. Tra i metodi numerici più conosciuti si cita il "metodo alle differenze finite" tra cui il più famoso è forse il metodo delle differenze centrali che imposta uno schema iterativo a partire dalla scrittura in termini di differenze finite delle derivate prima e seconda degli spostamenti (velocità e accelerazione).

Una delle famiglie di metodi *time-stepping* che ha riscosso particolare successo, è quella delle procedure basate sulle variazioni di accelerazione e teorizzate in Newmark (1959) e da cui il nome metodi di Newmark. Lo schema di integrazione che si considera nel metodo è basato sulla scrittura delle funzioni incognite (spostamento e velocità) al tempo  $t+1$  (quindi è un metodo implicito). Newmark teorizza che:

$$\underline{u}_{i+1} = \underline{u}_i + (\Delta t)\dot{\underline{u}}_i + [(0.5 - \beta)(\Delta t^2)]\ddot{\underline{u}}_i + [\beta(\Delta t^2)]\ddot{\underline{u}}_{i+1} \quad (2.25)$$

$$\dot{\underline{u}}_{i+1} = \dot{\underline{u}}_i + [(1 - \gamma)(\Delta t)]\ddot{\underline{u}}_i + (\gamma\Delta t)\ddot{\underline{u}}_{i+1} \quad (2.26)$$

con  $\beta$  e  $\gamma$  parametri che definiscono la legge con cui l'accelerazione varia all'interno dell'intervallo  $\Delta t$  considerato. Due casi particolari del metodo sono quelli che sono definiti dell'accelerazione media e dell'accelerazione lineare.

Tali casi particolari si ottengono rispettivamente per valori di  $\beta = 1/4$ ,  $\gamma = 1/2$  e  $\beta = 1/6$ ,  $\gamma = 1/2$  ed equivalgono ad assumere un valore costante di accelerazione e pari al valore medio nell'intervallo piuttosto che una variazione lineare nell'intervallo stesso. Si dimostra come il metodo di Newmark con valori di  $\gamma = 1/2$  e  $1/6 \leq \beta \leq 1/4$  fornisca i migliori risultati da un punto di vista di accuratezza della soluzione oltre che di stabilità numerica. Questo metodo, partendo dai valori noti di  $u_i, \dot{u}_i, \ddot{u}_i$  all'istante  $i$ -esimo fornisce i valori delle stesse funzioni incognite  $u_{i+1}, \dot{u}_{i+1}, \ddot{u}_{i+1}$  all'istante  $i+1$ . Il metodo proposto deve essere risolto in maniera iterativa all'interno dell'intervallo temporale fissato perché le equazioni risolventi (2.25) e (2.26) presentano l'incognita  $\ddot{u}_{i+1}$  al membro di destra. Tale valore, è noto solo al tempo  $i$ -esimo perché derivato dalla procedura allo step precedente, ed è una delle incognite da calcolare a posteriori dopo aver determinato  $u_{i+1}$  e  $\dot{u}_{i+1}$ .

Per sistemi lineari è possibile dimostrare che la procedura originaria, opportunamente modificata, non necessita di iterazioni all'interno del singolo step.

E' inoltre possibile mostrare in maniera intuitiva e grafica perché in ambito anelastico, è necessario ricavare il valore delle funzioni incognite in maniera iterativa e non possono essere calcolate in maniera diretta.

Se realizziamo una differenza membro a membro delle espressioni (2.23) e (2.22) si ottiene una espressione, qui data in forma incrementale, del tipo:

$$m\Delta\ddot{u}_i + c\Delta\dot{u}_i + \Delta f s_i = \Delta p_i \quad (2.27)$$

In tale espressione, la forza di richiamo legata alla matrice di rigidità, varia da step a step per effetto della variazione di rigidità durante l'analisi.

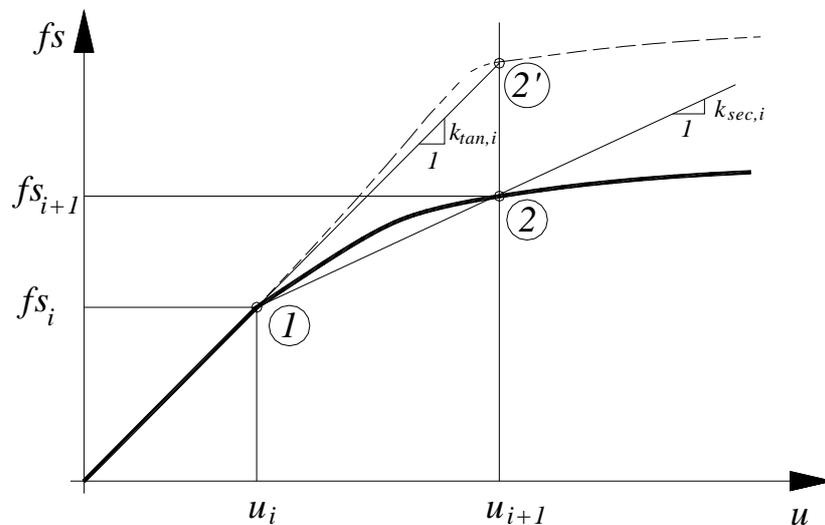


Figura 2.4 - Impostazione della procedura iterativa con distinzione tra rigidità tangente e secante.

Se ragioniamo in termini di analisi incrementale e ci muoviamo dallo step  $i$  allo step  $i+1$  con passaggio dallo spostamento  $u_i$  allo spostamento  $u_{i+1}$ , conseguentemente ci muoveremo dal valore di forza  $fs_i$  al valore  $fs_{i+1}$  con una pendenza che varia col variare della funzione incognita. La rigidezza che meglio approssima il comportamento della curva reale per i due punti che si stanno considerando (punto 1 e punto 2) è quindi la rigidezza secante. Possiamo scrivere allora che:

$$\Delta fs_i = k_{\text{sec},i} \Delta u_i \quad (2.28)$$

Tale rigidezza non è purtroppo nota per lo step corrente non essendo nota la funzione spostamento allo step  $i+1$ . E' nota però la rigidezza tangente dalla fine dello step precedente.

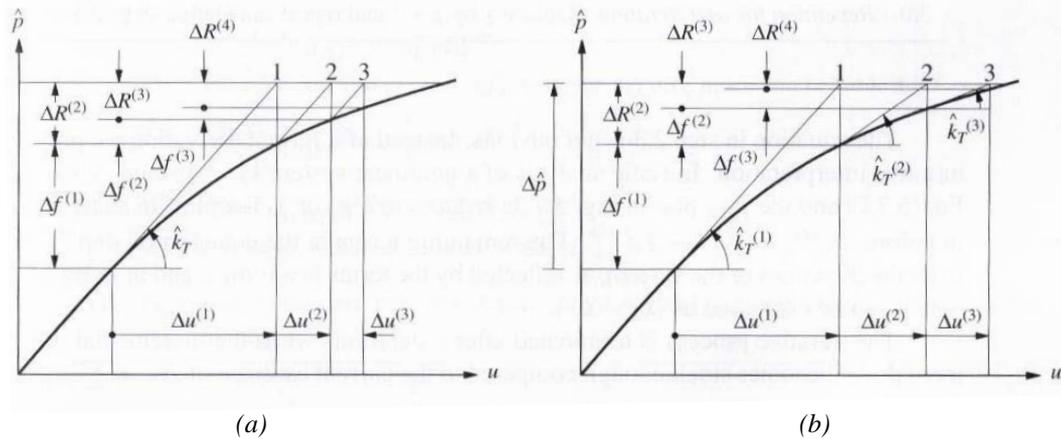
Possiamo allora scrivere, nell'ipotesi che le due rigidezze non differiscano di molto che:

$$\Delta fs_i \cong k_{\text{tan},i} \Delta u_i \quad (2.29)$$

e quindi la (2.27) diviene:

$$m\Delta \ddot{u}_i + c\Delta \dot{u}_i + k_{\text{tan},i} \Delta u_i = \Delta p_i \quad (2.30)$$

Se la rigidezza tangente è significativamente diversa dalla secante, come avviene del resto per i tratti inelastici delle curve forza spostamento, l'utilizzo di una procedura diretta è sconsigliata perché la curva numerica che si traccia può risultare sensibilmente diversa da quella reale e la distanza tra due punti 2 e 2' è consistente. Questa è la principale ragione per cui vengono inserite all'interno del singolo step, delle procedure iterative che mirano a ridurre la distanza tra i punti della curva teorica esatta e quella numerica. La procedura numerica iterativa che più ha riscosso successo per la risoluzione di questo tipo di problemi è la procedura di Newton-Raphson (da cui il nome di metodo iterativo di Newton-Raphson). In tale procedura, ad ogni iterazione la matrice di rigidezza necessita di essere ricalcolata e aggiornata portando ad un dispendio computazionale notevole poiché la procedura di inversione di matrice è una delle operazioni più dispendiose in termini computazionali. Questo è il motivo per cui può risultare conveniente utilizzare il "metodo Newton-Raphson modificato", in cui la matrice di rigidezza viene ricalcolata e aggiornata solo nelle prime iterazioni (di solito la prima o la prima e la seconda) e poi viene mantenuta costante per le altre iterazioni all'interno dello step. Così facendo, la convergenza entro la tolleranza prefissata è leggermente più lenta e usualmente più iterazioni sono necessarie, ma in termini di tempo computazionale si risparmia poiché le iterazioni che non necessitano di aggiornare la matrice di rigidezza vengono eseguite in tempi macchina minori. Si riporta per completezza in Figura 2.5 uno schema grafico e intuitivo che riassume la differenza tra le due procedure di Newton-Raphson.



**Figura 2.5** - Procedura iterativa dello schema di Newton-Raphson (a) e di Newton-Raphson modificato (b) (tratto da Chopra (2006)).

Si cita da ultimo un altro metodo diffusamente utilizzato e che è noto come “metodo di Wilson”. Tale metodo partendo dallo schema iterativo del metodo dell’accelerazione lineare, lo riscrive in modo da renderlo incondizionatamente stabile, cioè stabile per qualsiasi passo di integrazione  $\Delta t$  adottato. Questo metodo si basa sull’ipotesi che l’accelerazione vari linearmente e per un intervallo di tempo superiore al passo di integrazione e pari a  $dt = \theta \Delta t$ . Il metodo è incondizionatamente stabile per valori di  $\theta \geq 1.37$  ma la migliore accuratezza del metodo si raggiunge per un valore di  $\theta = 1.42$ . Per tutti i dettagli numerici e di implementazione si rimanda a testi bibliografici specifici visto che, tutto quello che è qui riportato è diffusamente descritto in letteratura (Gambolati (2002), Zienkiewicz O. C. e Taylor R. L. (1989a), Zienkiewicz O. C. e Taylor R. L. (1989b)).

### 2.3) APPROCCIO STATICO E APPROCCIO DINAMICO PER LA RISOLUZIONE DEL PROBLEMA SISMICO

La valutazione della risposta di un sistema soggetto ad una eccitazione di tipo dinamico, può risultare abbastanza complessa e onerosa da ottenere e non sempre la gran mole di risultati che si ottengono da analisi dinamiche di integrazione al passo, sono poi di interesse e di utilizzo pratico nella progettazione di una nuova struttura piuttosto che nello studio di una costruzione esistente. Per questo motivo, in alcuni casi, può essere sufficiente conoscere quelli che sono i valori massimi (o minimi se con segno negativo) dei parametri ingegneristici che guidano lo studio, senza dover per forza conoscere l'evoluzione di tali parametri con continuità e per tutta la durata dell'azione dinamica che agisce. Nella fattispecie, parlando di azione di tipo sismico, potrebbe essere utile conoscere ad esempio i massimi spostamenti di piano, totali o relativi, piuttosto che le massime sollecitazioni di taglio o momento sui vari elementi, o ancora, le massime deformazioni o rotazioni che si raggiungono in determinate sezioni ritenute significative. Alla luce di quanto detto, è possibile pensare di semplificare le analisi dinamiche complete perché restituiscano solo i valori estremi di un dato input sismico. Mutuando un concetto che deriva da un approccio più "idraulico" che "strutturale", possiamo dire che le analisi dinamiche di integrazione al passo (o di *time-stepping*) viste in precedenza, sono adatte a fornire una visione dei parametri ingegneristici di tipo *lagrangiano* restituendo i valori dei parametri monitorati al variare del tempo  $t$  di progressione dell'analisi. Se pensiamo invece, assumendo come volume di controllo la struttura oggetto di studio, di voler monitorare un determinato parametro ingegneristico e di voler vedere in quali punti quel determinato parametro assume il valore estremo, allora stiamo utilizzando una descrizione che è di tipo *euleriano*. Anche questo tipo di approccio può essere efficacemente rappresentato da una analisi *time-stepping* ma l'interpretazione di quello che otteniamo è (almeno in contesto strutturale), di significato meno apprezzabile perché stiamo confrontando valori estremi che possono essersi verificati in punti diversi del volume di controllo selezionato. Capito quindi, che la visione lagrangiana può essere di maggiore interesse per le applicazioni qui trattate, possiamo altresì ipotizzare che, seppur con alcune eccezioni, i valori che ci interessano siano comunque i soli valori estremi riferiti al parametro che si sta monitorando.

Per la completa valutazione della risposta di un sistema, il problema di equilibrio dinamico deve essere spostato ad un problema di equilibrio statico introducendo il concetto di "forza statica equivalente" che è definita come quella forza di tipo statico che produce gli stessi

spostamenti della forza dinamica agente sulla struttura. Il concetto di forza statica equivalente è importante perché permette di determinare i parametri di risposta strutturali in termini di forze e momenti (parametri statici), poiché al termine di una analisi dinamica si dispone di parametri cinematici (spostamenti generalizzati, velocità e accelerazioni).

La forza statica equivalente può essere definita come:

$$\underline{f}_{eq}(t) = [K(u(t))] \underline{u}(t) \quad (2.31)$$

ed è calcolata moltiplicando il vettore degli spostamenti generalizzati ricavati dall'analisi dinamica e la matrice di rigidezza corrente riferita allo *step*. Tale forza può essere ricavata quindi per ogni *step* di suddivisione del tempo di analisi considerato. Dall'applicazione della forza statica equivalente è possibile risalire al panorama di sollecitazioni sui singoli elementi strutturali (tra cui i più importanti il taglio e il momento flettente). Essendo la forza statica equivalente dipendente dalla matrice di rigidezza e dal vettore degli spostamenti, possiamo per analogia con quanto trovato per la forza di richiamo presente nell'equazione di equilibrio dinamico, ipotizzare che  $\underline{f}_{eq}$  sia funzione degli spostamenti relativi tra struttura e terreno. E' possibile validare questa ipotesi pensando per semplicità ad un sistema ad un grado di libertà con rigidezza  $k$ , massa  $m$ , periodo  $T$  e frequenza angolare  $\omega$ . Per tale sistema possiamo scrivere:

$$f_{eq} = ku(t) = m\omega^2 u(t) = m\ddot{u}(t) \quad (2.32)$$

e arrivare alla conclusione che la forza equivalente è proporzionale all'accelerazione relativa (o pseudo-accelerazione) e quindi risulta essere diversa dalla forza d'inerzia.

Partendo dal presupposto che, per molti anni la progettazione sismica si è basata sulle forze come avviene per i carichi statici e che le verifiche erano di conseguenza impostate in termini di resistenza, l'analisi per computare gli effetti dell'azione sismica che in passato ha riscosso più successo tra i progettisti è stata la statica lineare equivalente. In tale analisi, la forza sismica viene applicata come una forza statica orizzontale variabile con una prefissata legge lungo l'altezza dell'edificio. Tale approccio è stato via via rivalutato e rivisto negli anni, nell'ottica di una progettazione guidata dal *performance-based design* che si pone come obiettivo quello del rispetto di prefissati standard di duttilità oltre che di resistenza.

Nella progettazione sismica, si è passati perciò a prediligere verifiche in termini di capacità di deformazione piuttosto che resistente, con conseguente aumento di importanza della stima dei parametri cinematici come spostamenti e rotazioni.

Le analisi statiche rimangono comunque strumento molto diffuso e investigato e soprattutto in ambito non-lineare, sono state proposte, anche recentemente, diversi approcci per l'impostazione di metodi di *pushover* sempre più raffinati e in grado di rappresentare al meglio il comportamento delle strutture assoggettate ad eccitazione sismica. Le analisi statiche non-

lineari (*pushover*) sono viste come valido strumento di supporto e sostitutive delle analisi *time-stepping* (o analisi *time-history*), le quali risultano allo stato attuale più onerose sia computazionalmente che da un punto di vista di rielaborazione dei risultati ottenuti.

Una cosa importante e da sottolineare, riguarda il fatto che la valutazione della risposta sismica di una struttura è legata alla presenza dei carichi verticali che insistono sulle strutture stesse e che tali carichi sono da considerarsi presenti durante tutta l'analisi sismica. Il problema del calcolo delle incognite del sistema di equazioni (2.12) al generico istante di tempo  $t$  deve essere impostato quindi presupponendo la presenza dei carichi verticali permanenti e quota parte di quelli accidentali durante tutta l'analisi sismica. La risoluzione di tale problema si semplifica se le analisi condotte sono del tipo elastico lineare senza tenere conto quindi del degrado del materiale e del fatto che la rigidezza di un elemento dipende dal suo livello di sollecitazione. Sotto questa ipotesi vincolante, le analisi per carichi verticali e per azione sismica possono essere condotte separatamente operando a posteriori una sovrapposizione degli effetti cumulando i diversi contributi sia in termini di sollecitazioni che di spostamenti. Nel caso invece di analisi anelastiche e nell'ipotesi realistica che l'evento sismico accada con i carichi verticali già applicati alle strutture, gli effetti dell'azione sismica in termini di sollecitazioni e di spostamenti devono essere computati dopo aver applicato alle strutture i carichi verticali. In tal modo l'azione sismica investirà una struttura che è già sollecitata dalla presenza dei carichi verticali. Nell'ipotesi di analisi anelastica, l'applicazione della sovrapposizione degli effetti non è più possibile poiché lo stato di sollecitazione indotto dall'azione sismica è legato a quello provocato dai carichi già presenti. In tal senso ci si dovrebbe muovere anche nel caso in cui si volessero studiare gli effetti di una serie di eccitazioni sismiche che in successione colpiscono una struttura. L'applicazione delle successive forzanti sismiche deve partire dallo stato di sollecitazione e degrado, e quindi dalla effettiva rigidezza della struttura, che si ha al termine dell'azione sismica applicata precedentemente.

## **2.4) CRITERI DI RIDUZIONE DEI GRADI DI LIBERTA' DI UN SISTEMA**

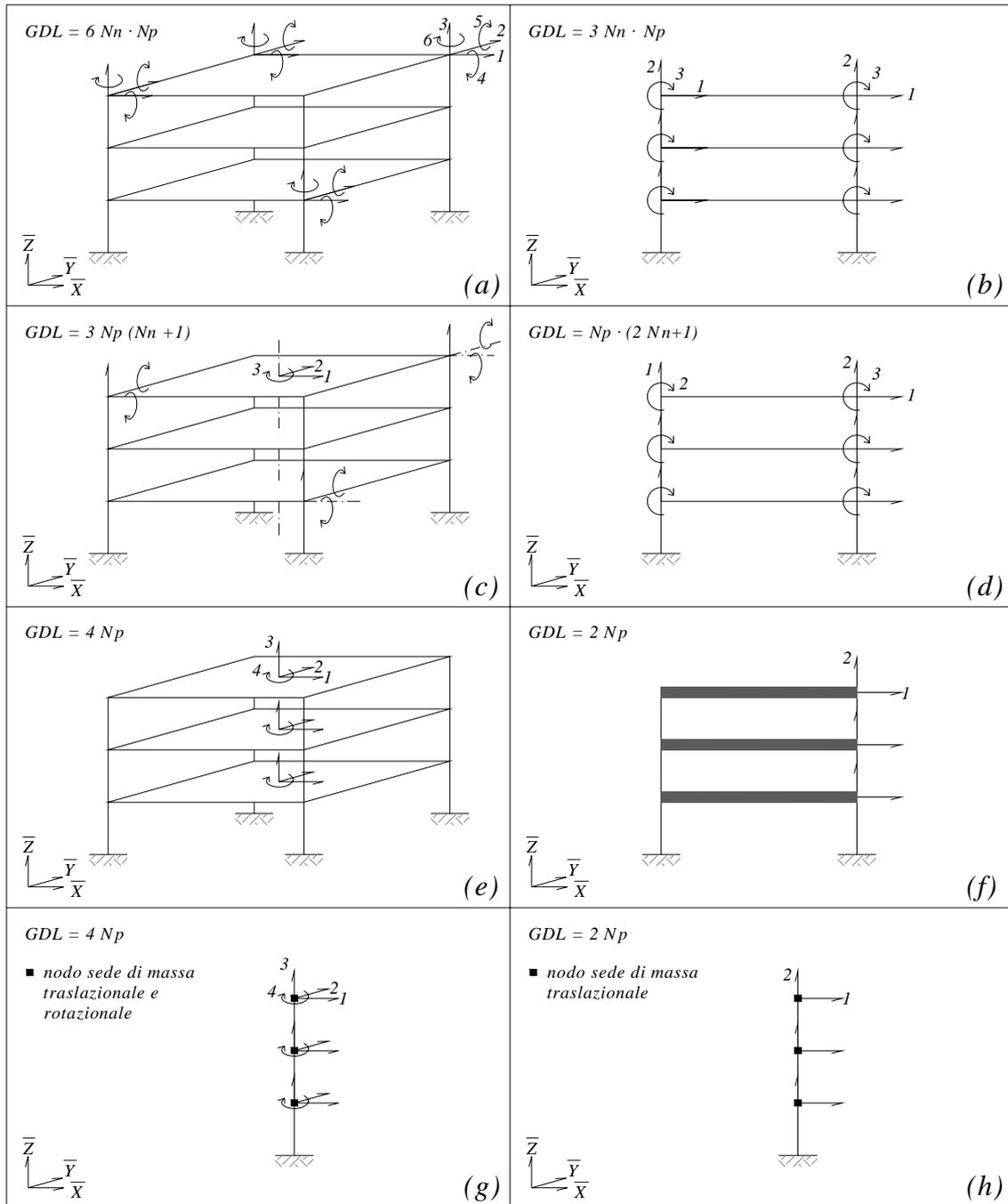
Nello studio della risposta dinamica di un sistema strutturale, la scelta del criterio di modellazione è una delle fasi più delicate e di grande importanza perchè tale scelta può pesare in maniera considerevole sulla qualità dei risultati che si ottengono dalle analisi che si realizzano. Questo perché, a seconda del tipo di analisi che si vuole condurre piuttosto che dei parametri ingegneristici che si vogliono monitorare o identificare, possono esserci diverse approssimazioni di modello legate sia alla scelta dei gradi di libertà da considerare, che ai legami costitutivi dei materiali, che alle leggi deformative degli elementi strutturali modellati. In questo paragrafo si farà espresso riferimento a metodologie di modellazione semplificative che riguardano i gradi di libertà e le distribuzioni di massa di un sistema. Si faranno considerazioni generali riguardanti la modellazione della struttura nel suo insieme, mentre per quanto riguarda la modellazione del comportamento dei singoli elementi strutturali, si rimanda al Capitolo 3 della presente tesi.

Nello studio del comportamento di una struttura tridimensionale spaziale, la modellazione che può essere considerata di riferimento, perché più vicina al comportamento della struttura reale, è quella che prevede di modellare tutti gli elementi “importanti” intendendo per importanti quegli elementi strutturali e non, che posseggono rigidità e massa ingegneristicamente non trascurabili (vedi Figura 2.6a). In tale modellazione che chiameremo “dettagliata” e con riferimento al metodo degli elementi finiti (anche se svincolata dal tipo di formulazione con cui gli elementi finiti sono scritti), i movimenti nodali considerati saranno le usuali tre traslazioni e tre rotazioni.

Nel momento in cui la struttura intelaiata divenisse piana i movimenti si ridurrebbero alle consuete due traslazioni nel piano del telaio e alla rotazione attorno all'asse ortogonale al piano del telaio (Figura 2.6b). Tale ipotesi è realistica quando il funzionamento del telaio non è influenzato sensibilmente, dagli elementi che lo incidono ortogonalmente e se i carichi con cui lo si progetta stanno nel piano del telaio stesso.

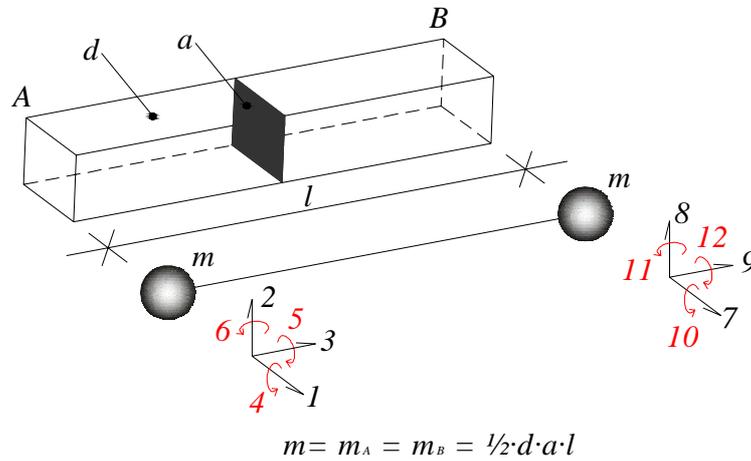
Per quanto riguarda invece la scelta della distribuzione di massa in una struttura tridimensionale o piana e modellata in maniera dettagliata, occorre fare due considerazioni preliminari importanti: la prima è che, molto spesso, gran parte della massa presente può essere pensata localizzata a livello dei solai e considerata uniformemente distribuita su di essi; secondo, per il singolo elemento monodimensionale a sezione costante (ad esempio trave o

pilastro) avente densità  $d$ , la massa è realisticamente distribuita lungo la sua lunghezza  $l$  (si veda Figura 2.7). Potrebbe essere quindi, una approssimazione ingegneristicamente accettabile ipotizzare che tale massa vada per metà su ciascuno dei due nodi ai quali l'elemento confluisce e che sono sede dei gradi di libertà prima descritti.



**Figura 2.6** - Schematizzazione delle diverse tipologie di modellazione strutturale e in cui  $Nn$  è il numero dei nodi per ciascun piano;  $Np$  è il numero dei piani;  $GDL$  è il numero dei gradi di libertà totali.

In tal modo si minimizza quelli che sono i gradi di libertà risultanti del sistema, perché ai gradi di libertà necessari per rappresentare adeguatamente la rigidezza della struttura, non si aggiungono gradi di libertà per avere una corretta rappresentazione della distribuzione di massa.



**Figura 2.7** - Modellazione lumped della massa di un elemento monodimensionale.

Le matrici di massa generate in questo modo saranno per il singolo elemento, matrici diagonali di dimensioni 12x12 con assegnate sulla diagonale i valori di massa traslazionale e massa rotazionale rispettivamente riferite ai gradi di libertà traslazionali e rotazionali del sistema. Operando in tal modo otteniamo delle matrici di massa dei singoli elementi dette *lumped* e che da un punto di vista di risoluzione numerica si prestano a mantenere il sistema (2.12) disaccoppiato, in quanto possiedono termini diversi da zero solo sulla diagonale con termini extra-diagonali tutti nulli. Una ulteriore semplificazione si può fare notando che, le masse rotazionali dei singoli elementi, apportano usualmente al risultato finale, un contributo minimo e perciò trascurabile da un punto di vista pratico. Con questa ulteriore ipotesi semplificativa la matrice di massa  $[m]^{el}$  dell'elemento monodimensionale di Figura 2.7 diviene una matrice diagonale a soli contributi traslazionali. Essa può essere espressa come:

$$[m]^{el} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.33)$$

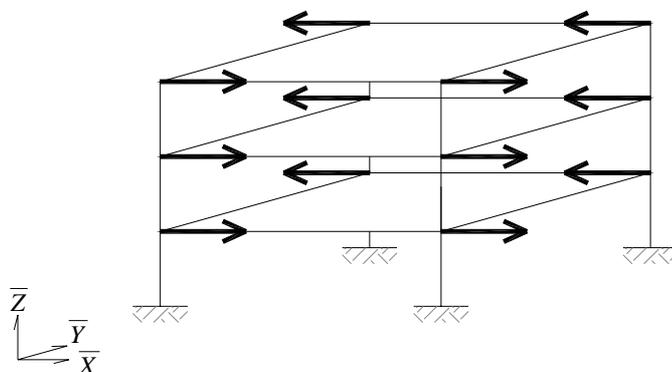
La modellazione strutturale dettagliata, sia tridimensionale che bidimensionale, può essere a questo punto semplificata se si introduce l'ipotesi di piano rigido, ipotesi realistica quando si ha a che fare con tipologie di orizzontamenti in latero-cemento con cappa integrativa, piuttosto che solette piene in c.a. e solai in acciaio o legno con getto integrativo di calcestruzzo. L'ipotesi di piano rigido inibisce gli spostamenti membranali relativi tra nodi dello stesso orizzontamento, lasciando libere le rotazioni nodali e le traslazioni lungo l'asse Z di Figura 2.6a. Utilizzando tale ipotesi il movimento nel piano del singolo orizzontamento può essere realisticamente descritto mediante due traslazioni lungo X e lungo Y e dalla rotazione attorno a Z comportando una drastica riduzione dei gradi di libertà complessivi del sistema con conseguente beneficio in termini di onere computazionale (Figura 2.6c). Lo stesso succede per il telaio bidimensionale con le banali semplificazioni (Figura 2.6d). Si può a questo punto porre una seconda semplificazione al modello ipotizzando che le travi di piano sia rigide, infinitamente rigide, e tali da non permettere la rotazione lungo gli assi X e Y ai nodi del piano. Questa seconda semplificazione, adottabile nei casi in cui le travi siano molto più rigide dei pilastri, porta ad avere telai reagenti secondo uno schema del tipo *shear-type* in cui i pilastri si deformano per carico orizzontale secondo uno schema di incastro-incastro scorrevole, maturando una sollecitazione di momento flettente anti-simmetrico e di sforzo di taglio costante lungo la loro altezza. Con questa ulteriore ipotesi si riducono ulteriormente i gradi di libertà del sistema sia nel caso tridimensionale che bidimensionale. Nel caso tridimensionale le uniche componenti cinematiche che sopravvivono sono tre traslazioni e una rotazione (attorno all'asse Z) per ciascun piano (Figura 2.6e). Nel caso bidimensionale invece, le componenti cinematiche che rimangono sono le due traslazioni nel piano del telaio (Figura 2.6f). L'inserimento di queste successive semplificazioni può essere ottenuto in due diversi modi. La prima strada percorribile è quella che prevede, partendo dal modello 3D (o 2D) iniziale a sei (o tre) gradi di libertà per nodo, di andare a porre dei vincoli sugli spostamenti relativi o assoluti dei gradi di libertà dei nodi interessati. Questo obiettivo può essere perseguito andando a sopprimere numericamente determinati gradi di libertà per vincolare dei movimenti assoluti, piuttosto che andando ad inserire dei *constraints* numerici, cioè dei legami nodali del tipo *master-slave*, per vincolare i movimenti relativi tra nodi. La filosofia che usualmente viene utilizzata in questi casi è quella di inserire un nodo *master* in corrispondenza del baricentro geometrico del solaio e pensare come nodi *slave* tutti gli altri nodi di piano.

La seconda strada che può essere seguita, nel caso in cui non si vogliano condurre analisi su un modello tridimensionale (o bidimensionale) "impoverito" di gradi di libertà, è quella di utilizzare un modello equivalente che, riprendendo la definizione data in FEMA 440, è noto come *stick model*. Tale classe di modelli si prefigge lo scopo di permettere di condurre analisi

sismiche (dinamiche ma eventualmente anche statiche) a basso costo computazionale poiché i gradi di libertà del sistema sono notevolmente inferiori rispetto a quelli di un modello dettagliato.

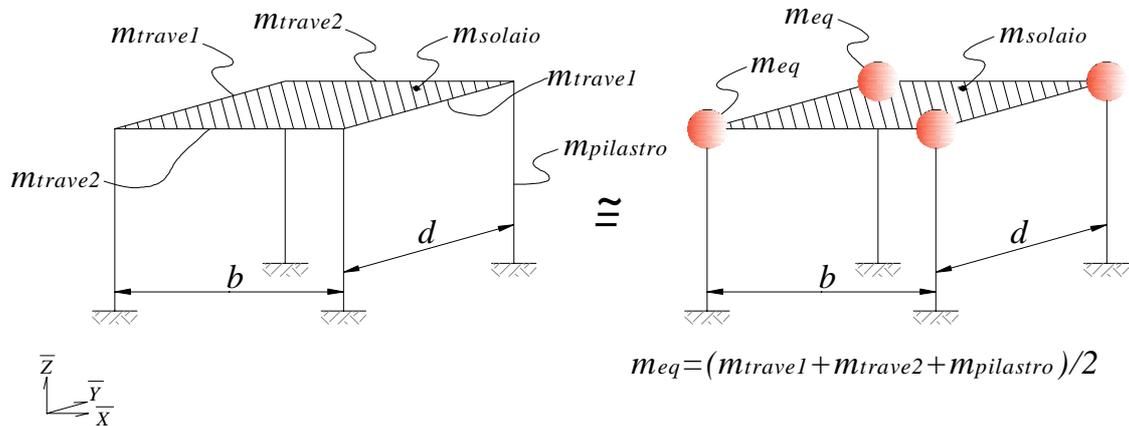
Nei modelli equivalenti tipo *stick* i gradi di libertà presenti, sono localizzati a livello di ciascun solaio di piano e le masse traslazionali totali di ciascun orizzontamento sono concentrate nei nodi sede dei movimenti di piano (Figura 2.6g - Figura 2.6h).

Una puntualizzazione da fare riguarda la possibilità di utilizzare questi modelli per analisi sismiche con componente del sisma che induce rotazione attorno all'asse Z (unica rotazione che generalmente assume importanza in un'analisi sismica). A questo proposito, per cogliere correttamente sia le frequenze traslazionali che rotazionali del sistema reale e le relative deformate modali, occorre inserire oltre alle rigidezze, le opportune masse traslazionali e rotazionali, equivalenti in valore a quelle della struttura reale. Si è detto in precedenza che la massa rotazionale può essere trascurata nella generazione della matrice *lumped* del singolo elemento e che le sole componenti di massa traslazionale possono essere considerate da un punto di vista pratico. Tale considerazione è vera poiché la matrice di massa del singolo elemento considerata in precedenza, è scritta nel sistema di riferimento locale dell'elemento stesso. Quando si pensa però alle frequenze di vibrazione naturale dell'intera struttura, ci può essere la situazione per cui, un determinato modo di vibrare, movimentata una porzione di massa (considerata traslazionale), in un verso e, contemporaneamente, una aliquota di massa (sempre traslazionale), nella medesima direzione però nel verso opposto (ad esempio la direzione X di Figura 2.8). La traslazione di aliquote di massa lungo la medesima direzione ma in verso opposto, origina frequenze e modi torsionali. In tali situazioni si può ricadere anche quando si realizzano analisi dinamiche di strutture in presenza di eccentricità tra il baricentro delle masse e i baricentri di rigidezza e resistenza (per approfondimenti a tal riguardo si rimanda al Capitolo 4 della presente tesi).



**Figura 2.8** - Indicazione degli spostamenti di piano originati da modi di vibrare torsionali.

Per riuscire a cogliere il comportamento torsionale della struttura reale anche con i modelli equivalenti (quando questo comportamento è giudicato essere importante e quindi da considerare nelle analisi), oltre alla massa traslazionale totale di piano, occorre inserire nei modelli *stick*, il momento di inerzia rotazionale  $I_z$  del singolo piano.



**Figura 2.9** - Calcolo del momento di inerzia rotazionale  $I_z$  relativo ad un generico piano.

Tale parametro può essere calcolato per il singolo solaio, come sommatoria dei contributi rotazionali dati dalle masse dei singoli elementi (strutturali e non) che conferiscono al solaio in questione. Il valore di  $I_z$  deriva quindi dalla somma dei contributi dati dalle masse dell'orizzontamento e dalle masse discrete dei singoli elementi orizzontali e verticali. Esso può essere computato, ad esempio per il caso mostrato in Figura 2.9, con l'espressione (2.34).

$$I_z = I_z^{solaio} + I_z^{travi+pilastri} = m_{solaio} \left( \frac{b^2 + d^2}{12} \right) + 4m_{eq} \left[ \left( \frac{b}{2} \right)^2 + \left( \frac{d}{2} \right)^2 \right] \quad (2.34)$$

# 3

## MODELLAZIONE ANELASTICA DELLE STRUTTURE

### 3.1) IL PROBLEMA DELLA PERDITA DI LINEARITA' NELLE STRUTTURE

Il fenomeno della perdita di elasticità nel comportamento di un materiale è una problematica nota già ai tempi di Leonardo quando la meccanica del continuo era ancora ad uno stadio embrionale e non era ancora formulata nel modo che oggi conosciamo. Con perdita di elasticità, si intende il fenomeno che avviene nel momento in cui un corpo, un provino, una porzione di elemento strutturale, sollecitato da una azione (esterna o interna) supera la frontiera del suo dominio (o campo) elastico, entrando in campo anelastico ed esibendo una risposta in termini deformativi che non è più linearmente proporzionale all'azione applicata. Da questo consegue che la perdita di elasticità è un fenomeno che è proprio del materiale e, se vogliamo, è direttamente collegato al legame costitutivo del materiale stesso.

E' consuetudine parlare di comportamento anelastico delle strutture ben sapendo però che tale comportamento è derivato da una perdita di elasticità del materiale componente gli elementi strutturali del sistema.

Può essere utile in questa fase, tenere distinto l'analisi del comportamento del materiale da quello strutturale, poiché anche se strettamente connessi, fanno riferimento ad un livello microscopico nel primo caso e macroscopico nel secondo. Così, se a livello microscopico il comportamento anelastico è insito nel legame costitutivo (usualmente identificato come il collegamento tra tensore delle tensioni e tensore delle deformazioni), a livello macroscopico il comportamento anelastico è di solito definibile mediante una relazione sintetica del tipo

forza-spostamento piuttosto che momento-rotazione (o momento-curvatura) e attribuibile all'intera struttura, ad un elemento del sistema o ad una porzione di uno degli elementi stessi. La scelta di rappresentare l'anelasticità in un modo piuttosto che nell'altro, dipende sostanzialmente dal livello di accuratezza che si richiede al modello e da considerazioni basate sull'onerosità delle analisi in termini di tempo computazionale e legate al tipo di fenomeno che si intende studiare.

La perdita di elasticità e l'entrata in campo anelastico, può essere identificato come il momento in cui si ha la perdita di linearità nel diagramma e si inizia ad avere un comportamento non più lineare o più semplicemente non-lineare. Riferendoci a strutture realizzate in cemento armato, materiali quali il calcestruzzo e l'acciaio se sottoposti a sollecitazione, esibiscono un comportamento non-lineare profondamente diverso risultando tipicamente di tipo fragile con ramo *softening* il primo e di tipo duttile con ramo *hardening* il secondo.

Per quanto concerne la definizione della reologia del calcestruzzo, numerosi autori hanno proposto legami costitutivi anelastici basandosi su dati sperimentali derivanti da prove di carico monodimensionale ma anche per stati di sollecitazione bidimensionale e più di rado tridimensionale.

La bibliografia sull'argomento è davvero vasta e riuscire a citare tutti i lavori reperiti è impresa quanto mai ardua. Si menzioneranno nel seguito solo le pubblicazioni ritenute maggiormente attinenti alle problematiche affrontate nella presente tesi. Così in Richart et al. (1928) sono riportati i risultati di una vasta campagna di test a rottura condotti su provini di calcestruzzo soggetti a stati di tensione pluri-assiali. Da Hognestad et al. (1955) si ricavano delle distribuzioni di tensione per le zone compresse di provini soggetti a pressoflessione. L'interazione tra la micro-fessurazione e la distribuzione delle tensioni sulla sezione trasversale di provini inflessi sono studiati in Sturman et al. (1965) arrivando alla conclusione che sollecitazioni di flessione associata alla compressione ritardano l'insorgere delle fessure rispetto al caso di compressione pura. Shah e Winter (1966) analizzano il comportamento anelastico del conglomerato cementizio facendo uso di un modello semplificato definito "unità strutturale" (*structural unit*) utilizzato per spiegare l'insorgere delle fessurazioni. Kupfer e Hilsdorf (1969) hanno condotto test sperimentali su piastre quadrate di calcestruzzo soggette a diverse combinazioni di sforzo biassiale trovando incrementi di resistenza per compressione biassiale molto limitati, rispetto al caso monodimensionale. In Wang et al. (1978) i risultati di una campagna di prove a compressione su provini di calcestruzzo alleggerito e normal-peso sono utilizzati per tarare una legge tensione-deformazione analitica a quattro costanti e di derivazione sperimentale.

Il fenomeno del degrado delle proprietà del calcestruzzo per fatica se sottoposto a carico ciclico, e oggetto di diffusa sperimentazione, è trattato in Nordby (1958) fornendo una ampia bibliografia dei lavori fino ad allora prodotti. In Sinha et al. (1964) e Karsan e Jirsa (1969), Lee e Willam (1997) si forniscono legami tensione-deformazione per calcestruzzo soggetto a carico ciclico di compressione e viene mostrato come la curva di involuppo della resistenza ottenuta per caricamento ciclico è prossima alla curva ricavata per carico monotono. In Popovics (1970) viene presentato un esteso confronto tra diverse formule, di calibrazione sperimentale e fornite da vari autori, arrivando alla conclusione che il rapporto di carico, il numero di cicli di carico, la magnitudo della tensione applicata per ciascun ciclo, influenzano la curva di tensione-deformazione che si ottiene sperimentalmente per carichi ripetuti. In Buyukozturk e Tseng (1984) si presentano i risultati di prove per caricamento ciclico biassiale e li si confronta con il caso monodimensionale. Aslani e Jowkarmeimandi (2012) propongono una legge isteretica per conglomerati cementizi non confinati e soggetti a carichi ciclici e monotoni, calibrata sulla base dei risultati derivanti da test sperimentali condotti da altri autori, e fornendo una legge anche per i rami di scarico e ricarica anelastico.

Espressioni per il legame costitutivo da adottare per calcestruzzi soggetti a trazione sono date in Evans e Marathe (1968), Bažant e Oh (1983), Hillerborg (1983), Wittmann (1983), Carpinteri e Ingraffea (1984), Shah (1984), Reinhardt (1984), Cornelissen et al. (1986), Yankelevsky e Reinhardt (1989), Akita et al. (2003).

Per tenere in conto della presenza del confinamento fornito dalle staffe Chan (1955), Roy e Sozen (1965), Soliman e Yu (1967) propongono delle versioni di legami costitutivi per calcestruzzo in compressione sia per carico monotono che ciclico. Kent e Park (1971) propongono un doppio legame costitutivo (in presenza oppure in assenza di confinamento) per calcestruzzo soggetto a flessione, fornendo indicazioni per la determinazione di una curva del tipo *stress-block* da usare per l'ottenimento di diagrammi momento-curvatura semplificati per sezioni in c.a.. Park et al. (1972) forniscono un metodo semplificato per la determinazione di diagrammi momento-curvatura di sezioni in c.a. soggetti a sollecitazioni di flessione ciclica derivanti da un legame costitutivo calibrato sperimentalmente. In Scott et al. (1982) il legame costitutivo proposto da Kent e Park (1971), già modificato da Park et al. (1972), viene esteso alle applicazioni in cui c'è una più elevata velocità di applicazione del carico. Mander et al. (1988) forniscono le modalità di calcolo dell'effetto del confinamento per elementi soggetti a sforzo assiale al variare della tipologia di staffatura presente, fornendo una versione più completa ed esaustiva degli studi proposti in precedenza. Watson et al. (1994) forniscono importanti considerazioni pratiche per la progettazione di elementi in calcestruzzo confinato.

Il problema della fessurazione del calcestruzzo, è stato ed è tuttora un filone di ricerca molto attraente per i ricercatori e gli studiosi viste le numerose teorie presentate in letteratura e i numerosi lavori proposti anche recentemente.

Le teorie che studiano il comportamento anelastico del calcestruzzo per carichi che possono indurre in generale tensioni pluriassiali, possono essere classificate in cinque grandi famiglie che derivano da approcci diversi (Hanganu et al. (2002)): teoria elastica non lineare; teoria plastica perfetta, *hardening* o *softening*; teoria endocronica della plasticità; teoria della frattura plastica; teoria del danno.

Da un punto di vista fisico si è visto come il danneggiamento per compressione del materiale calcestruzzo e il suo comportamento post-picco di tipo *softening* sia associato ad una concentrazione di deformazioni che investono una determinata zona del campione testato e la rottura a compressione viene raggiunta partendo da un meccanismo di danneggiamento che è di tipo locale in quanto limitato ad una porzione ben identificabile del provino stesso (da cui il nome di fenomeno di localizzazione del danno).

Numerose prove sperimentali condotte evidenziano come la zona danneggiata in provini di diverse lunghezze sia con buona approssimazione di dimensioni costanti e quindi la rottura globale del campione comunque è legata ad un incipiente danno localizzato in una porzione ristretta di provino. Queste evidenze sperimentali hanno permesso di estendere le conoscenze relative ai problemi della localizzazione per trazione al caso di sollecitazioni di compressione.

Si è visto inoltre come il comportamento post-picco del calcestruzzo e la curva tensione-deformazione che si ricava sperimentalmente è funzione delle dimensioni (lunghezza) del campione testato, rendendo la curva tensione-deformazione sperimentale dipendente dalle dimensioni iniziali del provino o *size-dependent* (Bazant (2000)). Da qui la necessità di definire dei parametri in grado di rappresentare le reali proprietà fisiche del materiale testato senza aver dipendenza dalle dimensioni del campione adottato e la necessità di avere dei modelli in grado di danneggiarsi localizzando le deformazioni. E' ad oggi assodato che una quantità che si può ritenere un parametro intrinseco rappresentativo delle proprietà del calcestruzzo è l'energia di frattura specifica di compressione, che si è visto, essere praticamente costante per medesimi calcestruzzi e quindi invariante rispetto alle dimensioni dei campioni testati. Tali conferme provengono da molteplici lavori tra cui quelli di Petersson (1980a), Petersson (1980b), Bazant e Oh (1983), RILEM 50-FMC (1985), Hillerborg (1985), Wittmann et al. (1988), Bazant e Kazemi (1991), Morcos e Bjorhovde (1995).

Lo studio del fenomeno della fessurazione e della stima dell'apertura attesa di fessura per un determinato livello tensionale è stato indagato da Reinhardt (1984) affrontando il problema con l'approccio della meccanica non-lineare della frattura e adottando le ipotesi semplificative

introdotte in Ståhle (1983). Dallo sviluppo di questa teoria vengono inoltre date proposte per una legge tensione-deformazione per il calcestruzzo e una stima dell'influenza dei carichi ciclici sul degrado della rigidità. In Cornelissen et al. (1986) inoltre sono forniti interessanti risultati derivanti da prove cicliche con carico di tipo unidirezionale su provini realizzati in calcestruzzo normale ed alleggerito e su provini aventi diversi rapporti geometrici.

Modelli per l'interpretazione delle prove sperimentali e la determinazione di curve reologiche non affette da problemi di *size-dependent* sono proposti in Rokugo e Koyanagi (1992), in Markeset e Hillerborg (1995), in Lee e Willam (1997) in Jansen e Shah (1997) e sono essenzialmente legati all'energia di frattura totale o all'energia di frattura post-picco. Campagne sperimentali condotte e i cui risultati salienti sono riportati in Borges et al. (2004) mostrano chiaramente i *size-effect* sulle curve tensione-deformazione determinate in maniera "classica" e impostando il calcolo della duttilità dipendente dalla lunghezza del provino; gli autori descrivono un metodo per risolvere questa problematica basato sull'approccio della localizzazione delle deformazioni e calcolando la deformazione totale come somma del contributo deformativo della porzione danneggiata e di quella non danneggiata (che per rispetto dell'equilibrio tenderà a scaricarsi).

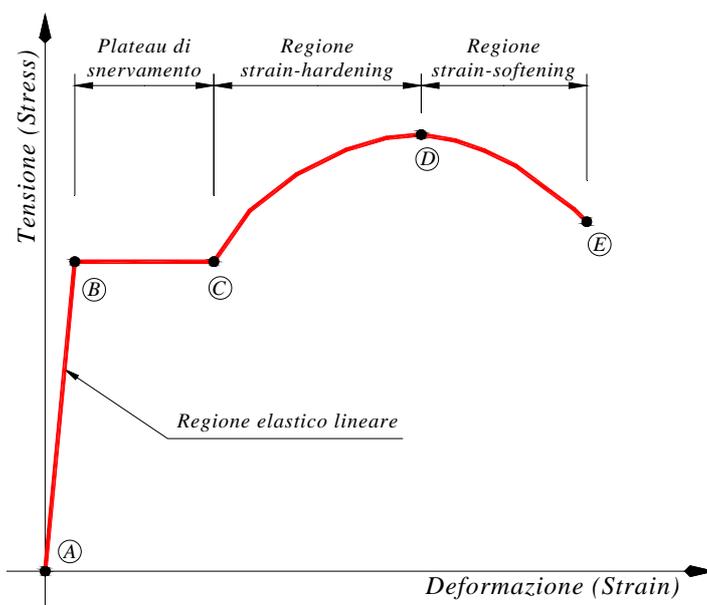
Per quanto riguarda la definizione del comportamento anelastico dell'acciaio ( si farà riferimento nel seguito a quello utilizzato per confezionare le armature degli elementi in c.a.) il compito sembra essere più agevole rispetto a quanto detto per il calcestruzzo poiché, l'acciaio, per sua natura possiede un comportamento pressoché isotropo e i valori sperimentali sono usualmente contraddistinti da minore dispersione rispetto alle più elevate varianze, che si riscontrano nel caso di materiale fortemente eterogeneo quale è il calcestruzzo.

E' ad oggi confermato da numerosi studi che, la modellazione dell'acciaio, al fine di cogliere in maniera verosimile il reale comportamento di elementi in c.a. in ambito fortemente anelastico, deve essere fatta in maniera quanto più accurata possibile anche se conseguenze negative sono da attendersi con riferimento all'onere computazionale. Anche se in alcuni lavori, l'adozione di leggi cicliche semplificate ha condotto a risultati numerici accettabili come in Aoyama (1964), in elementi in c.a. soggetti a carichi ciclici con alternanza di plasticizzazione delle barre a compressione e trazione, la legge da utilizzare dovrebbe contemplare gli effetti isteretici evidenziati sperimentalmente, di cui, di fondamentale importanza l'effetto *Bauschinger* (Agrawal et al. (1965)). Tale considerazione diventa ancora più influente quando gli elementi in c.a. studiati risultano debolmente armati.

Il comportamento dell'acciaio da cemento armato è noto dalle numerose prove sperimentali a rottura sia monotone che cicliche e documentate tra gli altri da Aktan et al. (1973), Kent e Park (1973), Ma et al. (1976), Leonhardt (1980), Naaman (1982), Panthaki

(1991), Dodd (1992), Restrepo-Posada et al. (1994), Dodd e Restrepo-Posada (1995), Nawy (1995).

La legge tensione-deformazione monotona, di derivazione sperimentale del materiale acciaio, è tipicamente caratterizzata e distinta in quattro tratti rappresentati in Figura 3.1.



**Figura 3.1** - Relazione tensione-deformazione monotona per l'acciaio da cemento armato.

La prima regione (A-B) ha comportamento elastico lineare, la seconda zona (B-C) identificata come *plateau* di snervamento (o di Lüders) ha tensione circa costante, il terzo tratto (C-D) caratterizzato da comportamento *hardening* con tensione che riprende a crescere e la porzione conclusiva (D-E) che dal picco di risposta porta al punto di collasso con un tratto di curva contraddistinta da comportamento *softening* e quindi con tensione che tende a calare.

Seguendo quanto proposto da Popov e Ortiz (1979) le leggi isteretiche per l'acciaio possono essere classificate in due categorie principali: modelli microscopici basati sulla teoria delle dislocazioni e modelli macroscopici espressi in termini di relazione tensione-deformazione (*stress-strain model*) di derivazione sperimentale. Se i primi sono molto onerosi da un punto di vista computazionale e non applicabili a modelli su larga scala, i secondi, a cui si farà riferimento nel proseguo della presente, sono maggiormente utilizzati in ambito strutturale ma risultano affetti da alcune lacune nell'interpretazione del comportamento isteretico e non colgono completamente gli effetti derivanti da fenomeni legati alla struttura molecolare del materiale. Una discussione e valutazione critica su alcuni modelli macroscopici esistenti, è data

inoltre in Aktan et al. (1973), Bate e Wilson (1986), Chang e Mander (1994a), Chang e Mander (1994b), Dodd e Restrepo-Posada (1995).

I modelli isteretici utilizzati in ambito ingegneristico, solitamente sono rappresentati nello spazio delle tensioni e delle deformazioni, e per questo vengono definiti modelli costitutivi espliciti. Essi secondo i due possibili approcci possono essere del tipo:

$$\varepsilon = f(\sigma) \quad (3.1)$$

oppure:

$$\sigma = f(\varepsilon) \quad (3.2)$$

I primi, sono più indicati per essere implementati in elementi finiti formulati in flessibilità (con una approssimazione sulla distribuzione di forza), mentre i secondi, computazionalmente si adattano meglio ad elementi finiti formulati in rigidità (quindi con approssimazione sul campo di spostamento).

Sono numerose le proposte di legame costitutivo del tipo *stress-strain* per la modellazione dell'acciaio a trazione (e compressione) in strutture da c.a.. Si citano tra le più rappresentative quelle derivanti dai lavori di Ramberg e Osgood (1943) autori della celeberrima proposta di "legame costitutivo a tre parametri", Agrawal et al. (1965), Giuffrè e Pinto (1970), Menegotto e Pinto (1973), Chang e Mander (1994a) e Dodd e Restrepo-Posada (1995).

Per quanto riguarda il comportamento a compressione monotona, le evidenze sperimentali mostrano qualche piccola differenza di comportamento, rispetto al caso di trazione monotona, ma per semplicità la legge tensione-deformazione viene usualmente assunta identica per trazione e compressione (come ad esempio in Nadai (1950), Marin (1962), Park et al. (1972), Aktan et al. (1973), Ma et al. (1976), Filippou et al. (1983), Balan et al. (1998)). Un raffinamento del legame costitutivo per l'acciaio deriva dal considerare un diverso comportamento a trazione e a compressione come proposto ad esempio in Mander et al. (1984) e ulteriormente, dall'inserire la possibilità data alle barre di instabilizzarsi per carico di compressione come proposto in Monti e Nuti (1992).

Per quanto riguarda invece il comportamento dell'acciaio quando sottoposto a carico ciclico, le problematiche si complicano principalmente per l'insorgere di quello che è noto come effetto Bauschinger (dal nome dello studioso tedesco che per primo lo teorizzò in Bauschinger (1887)). Modelli monoassiali per acciaio sollecitato da carico ciclico sono teorizzati da Park et al. (1972), Aktan et al. (1973), Ma et al. (1976), Filippou et al. (1983), Chang e Mander (1994a), Balan et al. (1998) e sono basati principalmente sulla legge di Ramberg-Osgood che fornisce un

legame del tipo *stress-strain* analitico o sulla curva di Menegotto-Pinto con curva di origine sperimentale.

L'aver definito distintamente il comportamento anelastico di calcestruzzo e acciaio ci fornisce gli strumenti per la definizione della risposta globale di una sezione non omogenea quale è quella di una sezione in calcestruzzo armato. Avere la risposta della sezione in c.a., ipotizzata che sia la geometria e l'armatura, necessita l'assunzione di una ipotesi sul mutuo comportamento dei due materiali. L'ipotesi che si fa usualmente, e questo lavoro non fa eccezione, è la ben nota ipotesi di perfetta aderenza tra i due materiali.

Quanto detto fino ad ora ci ha permesso di definire quale sia la sorgente di anelasticità identificandola nel comportamento non lineare dei materiali calcestruzzo e acciaio. Ci sono a questo punto però, due considerazioni da fare. La prima riguarda il fatto che, i legami costitutivi descritti, per la maggior parte dei casi fanno riferimento ad un modello costitutivo monodimensionale, poiché ricavati da test o da approcci monodimensionali. Per poter estendere tali legami costitutivi ad elementi bi o tridimensionali, intesi come elementi del sistema strutturale da studiare e non come elementi finiti utilizzati per le analisi, idonee generalizzazioni vanno fatte (si veda Dafalias e Popov (1975)). La seconda considerazione riguarda il modo in cui la sorgente di anelasticità viene inserita nel modello da utilizzare, in riferimento alla problematica da studiare. A tal proposito è utile ricordare il fatto che, il modello numerico è un modello approssimato ed interpretativo del comportamento della struttura reale e per cercare di avere qualche indicazione su quali possono essere le scelte più opportune da un punto di vista di modellazione si può sempre fare utile riferimento alle evidenze sperimentali. In merito a tale questione, dall'interpretazione delle prove sperimentali si possono trarre utili indicazioni relativamente alla tipologia di comportamento anelastico che il sistema reale esibisce.

Altra questione di indubbio interesse, e che i test sperimentali possono indirizzare nella comprensione, riguarda la posizione e l'estensione della zona sede di deformazioni anelastiche che possono portare all'insorgere di quella che in letteratura è nota come zona di cerniera plastica.

La modellazione dell'anelasticità può essere esplicitata con riferimento a parametri fisico-strutturali più generali e derivanti dall'integrazione di quelli elementari, finora definiti e identificati in tensioni e deformazioni. Così, dall'integrazione sulla sezione trasversale dei legami costitutivi anelastici possiamo trovare i legami anelastici da attribuire alla sezione (ad esempio i diagrammi momento-curvatura di una sezione). E dall'integrazione, lungo la lunghezza dell'elemento considerato, delle leggi anelastiche sezionali è possibile ricavare le leggi di risposta anelastiche riferite al singolo elemento strutturale (ad esempio del tipo momento-rotazione o forza-spostamento). Tali leggi, se assemblate in maniera opportuna o

condensate in gruppi di elementi, possono diventare delle leggi rappresentative del comportamento globale della struttura o di sue porzioni (ottenendo ad esempio un diagramma forza-spostamento della struttura o riferito ad un piano). Quanto appena riportato altro non è che una serie di esempi, di complessità differente, di modelli anelastici equivalenti applicabili ai modelli numerici che verranno presentati nei prossimi paragrafi.

### **3.2) MODELLAZIONE NUMERICA DELL'ANELASTICITA'**

Per realizzare dei modelli numerici in grado di cogliere, in maniera adeguata, il comportamento anelastico delle strutture, esistono molteplici possibilità legate essenzialmente al dettaglio richiesto dalla problematica da studiare.

Seguendo la classificazione data in Taucer et al. (1991) si possono suddividere i modelli di calcolo agli elementi finiti in: modelli “globali” in cui la non-linearità è confinata in determinati gradi di libertà fissati a priori; modelli “discreti” in cui si modellano gli elementi strutturali principali con elementi finiti mono o bidimensionali e la modellazione dell'anelasticità (definita a livello di elemento oppure a livello di sezione) risiede, anche se in diverse possibili forme, negli elementi finiti che realizzano il sistema; modelli definiti “microscopici” che richiedono la modellazione sia degli elementi strutturali che dei collegamenti mediante molteplici elementi finiti (usualmente tridimensionali), e con l'anelasticità descritta a livello di legame costitutivo dei singoli elementi finiti ed eventualmente anche a livello di interfaccia tra i diversi elementi. Il presente ordine di presentazione è accompagnato da un aumento di complessità e di accuratezza nella modellazione gravata, però da un più elevato costo computazionale e da un crescente numero di gradi di libertà. Nel presente capitolo e in quelli che seguiranno si farà riferimento quasi esclusivamente alle prime due classi di modelli sopra citati, vista, la loro buona accuratezza in riferimento alle problematiche da studiare, unita ad una limitata onerosità computazionale rispetto agli ultimi descritti. In Taucer et al. (1991) è riportata una estesa bibliografia in merito alle principali proposte di modellazione numerica del comportamento anelastico delle strutture. Si richiameranno nel seguito le più importanti in merito alle problematiche affrontate nei successivi capitoli della presente tesi.

La rappresentazione del comportamento anelastico di elementi strutturali mediante modelli di tipo discreto, può essere ottenuta partendo da due diversi approcci: si può utilizzare una modellazione dell'anelasticità di tipo concentrato, o come è più frequentemente riportato in letteratura, a plasticità concentrata (o *lumped plasticity*) oppure una modellazione a plasticità distribuita (o *distributed plasticity*).

La modellazione a plasticità concentrata, diffusasi per prima da un punto di vista cronologico, ha avuto ampia diffusione principalmente per la facilità di implementazione legata ad un basso onere computazionale. Essa traduce numericamente il fatto che, in una struttura intelaiata soggetta ad azione sismica le plasticizzazioni sono localizzate principalmente alle estremità degli elementi resistenti. La prima formulazione proposta da Clough et al. (1965) prevede di determinare la matrice di rigidezza dell'elemento anelastico complessivo come la somma di due elementi in parallelo, uno elastico e uno elasto-perfettamente plastico, permettendo la definizione di una relazione momento-rotazione di tipo bi-lineare alle due estremità. La sua estensione al caso multi-lineare è data in Takizawa (1976). Giberson (1969) teorizza la formulazione per un elemento anelastico composto da più componenti in serie e composto da un tratto centrale elastico e due molle rotazionali anelastiche equivalenti alle due estremità che sfruttano quelli che sono definiti elementi del tipo *zero-length* (cioè a lunghezza nulla). La matrice di flessibilità dell'intero elemento è ottenuta come somma delle flessibilità dei singoli elementi in serie e la matrice di rigidezza dell'elemento finito è ottenuta per inversione della matrice di flessibilità dello stesso.

Sulla scorta di questi due modelli precursori, numerose altre formulazioni sono sorte percorrendo principalmente due filoni di ricerca paralleli. Il primo avente l'obiettivo di raffinare il comportamento isteretico da applicare alle molle di estremità, il secondo per cercare di cogliere gli effetti di interazione tra le sollecitazioni agenti sugli elementi strutturali.

Così ad esempio nel primo gruppo possono essere inseriti i lavori aventi come scopo quello di inserire il degrado della rigidezza per flessione e sforzo di taglio tra cui Takeda et al. (1970), Brancaloni et al. (1983) piuttosto che il fenomeno del *pinching* per caricamento ciclico (Banon et al. (1981) e Brancaloni et al. (1983)); la rotazione di estremità dovuta allo scorrimento delle barre non efficacemente ancorate ( Otani (1974), Filippou e Issa (1988)); fornire una curva continua da assegnare alle molle rotazionali invece che poligonale a tratti (come in Ozdemir (1981)).

Nel secondo filone invece si possono ritrovare i contributi di Prager e Hodge (1951) che seguendo un approccio classico derivante dalla teoria della plasticità, considerano l'effetto di interazione tra sforzo assiale e flessione definendo una superficie di snervamento e una regola di flusso plastico associato; tale teoria è estesa da Takayanagi e Schnobrich (1979) per considerare la presenza di molteplici superfici di snervamento in funzione dei carichi agenti alle estremità; il modello di Lai et al. (1984) fornisce una ulteriore possibilità di considerare tale interazione definendo un elemento avente un elemento elastico centrale in serie a due elementi anelastici di estremità aventi sezione definita da cinque molle isteretiche indipendenti. In Powell e Chen (1986) la definizione di una cerniera "generalizzata" basata sulla teoria della plasticità offre la

possibilità di considerare l'interazione tra momenti flettenti, torcenti e sforzo assiale in analisi tridimensionali. In Pincheira e Dotiwala (1996) viene data una estensione della formulazione di Giberson (1967) per rendere applicabile tale modello ad elementi con limitate capacità di duttilità rotazionale quali sono le sezioni debolmente armate e in presenza di deboli staffature.

Estese indicazioni sull'applicabilità dei modelli *lumped* in ambito strutturale sono fornite in Iwan (1978). Tra le limitazioni più pesanti che affliggono questi modelli, vi è la forte dipendenza dai parametri assunti nella definizione delle cerniere stesse, il che rende i risultati vincolati a specifiche distribuzioni di carico (Anagnostopoulos (1981)). Tra le altre inoltre, vi è la difficoltà di stimare il danneggiamento del materiale e di legare la resistenza flessionale alle variazioni di sforzo normale (presenti frequentemente nei pilastri durante un evento sismico), e dovendo affrontare questa fase a priori nel momento della calibrazione della legge isteretica.

Questa serie di problematiche, accompagnata da un progressivo sviluppo dei calcolatori ha portato i ricercatori e gli studiosi verso criteri di modellazione più raffinati e realistici, quali sono gli elementi a plasticità distribuita, introducendo però nuove problematiche numeriche. Questo perché, attraverso i modelli *distributed plasticity* è possibile avere una descrizione più realistica del comportamento anelastico del singolo elemento, permettendo alle deformazioni plastiche di diffondersi lungo la lunghezza dell'elemento. Proprio il fatto di stabilire per quanto si possono estendere le deformazioni anelastiche all'interno di un elemento, è uno dei problemi numerici che, associati a legami costitutivi di tipo *softening*, portano al problema della localizzazione "numerica" delle deformazioni. Tale problema ha natura diversa da quella analizzata e incontrata al paragrafo precedente quando si è parlato di localizzazione delle deformazioni su prove sperimentali, ma la posizione della zona di localizzazione, in un modello fedele, è all'incirca la stessa ed è sostanzialmente la porzione di un elemento o di una struttura in cui si manifesta una consistente perdita di linearità nel comportamento del materiale. In modelli *distributed plasticity* la determinazione della risposta interna dell'elemento (in termini di forze e momenti) come la valutazione delle sue componenti deformative (in termini di spostamenti e rotazioni) avviene mediante integrazione numerica che si traduce da un punto di vista pratico, in una somma pesata della risposta di ciascuna sezione di controllo dell'elemento, estesa a tutte le sezioni di controllo adottate per il singolo elemento. Il numero delle sezioni di controllo (o punti di integrazione) e la tecnica di quadratura da utilizzare, sono i due parametri di modello fondamentali, perché indicano quante e in quale posizione sono le sezioni di monitoraggio che stiamo considerando, per permettere la diffusione delle deformazioni anelastiche. Una delle prime versioni di elemento finito a plasticità diffusa è presentata in Otani (1974). Nella sua formulazione, il singolo elemento strutturale (trave o pilastro) viene modellato mediante due distinti elementi finiti a mensola aventi una lunghezza effettiva tale per cui, il

punto di collegamento tra i due elementi deve corrispondere con il punto di momento nullo (flesso nella deformata). La deformata complessiva dell'elemento deriva dalla somma delle deformate dei due singoli elementi con implicazioni numeriche e di modellazione poco pratiche e soprattutto derivate da una distribuzione di momento nota a priori che porta a perdita di generalità dell'elemento.

In Soleimani et al. (1979) e in Meyer et al. (1983) poi esteso da Roufaiel e Meyer (1987) la diffusione delle deformazioni anelastiche all'interno dell'elemento viene legata mediante una funzione, al livello di carico raggiunto e viene introdotto il concetto di *effective length*, una sorta di lunghezza caratteristica da fissare per la completa definizione delle leggi momento-curvatura dell'elemento e di cui gli autori forniscono valori di riferimento.

Darvall e Mendis (1985) propongono di modellare il comportamento anelastico dell'elemento mediante la definizione di una molla trilineare di estremità, in cui la componente elasto-plastica rimane concentrata alle estremità appunto, e solo la componente *softening* o *hardening* del terzo tratto si può diffondere all'interno dell'elemento per una lunghezza che rimane costante durante l'analisi.

Un approccio alternativo è dato in Takayanagi e Schnobrich (1979) e Filippou e Issa (1988). Approccio che per i primi si basa sulla divisione dell'elemento strutturale in più elementi finiti di lunghezze determinate e alle cui estremità vengono applicate delle cedevolezze rotazionali di tipo *lumped* realizzando una sorta di tanti sotto-elementi in serie tra di loro. I secondi suddividono il comportamento del singolo elemento strutturale in tanti sotto-elementi e a ciascuno dei sotto elementi viene demandato il compito di simulare un preciso effetto. In entrambi i casi per poter avere la risposta globale dell'elemento si sfrutta una procedura di condensazione statica dei gradi di libertà.

Una nuova generazione di elementi finiti, formulati in flessibilità piuttosto che in rigidità, ha ottenuto però ampia popolarità negli ultimi vent'anni dopo la pubblicazione dei lavori di Taucer et al. (1991), Spacone et al. (1992), Spacone et al. (1996a), Spacone et al. (1996b), Spacone et al. (1996c). Il fatto che gran parte degli elementi finiti formulati in rigidità possedeva funzioni di interpolazione degli spostamenti trasversali di tipo polinomiale cubico e quindi a curvatura al massimo lineare lungo l'elemento, si traduce in una seria difficoltà per tali elementi di cogliere i comportamenti fortemente anelastici governati da elevati gradienti di curvatura tipici delle zone di cerniera plastica in strutture intelaiate in c.a. o acciaio. Questo problema fa sì che per cogliere in maniera adeguata il comportamento anelastico, un singolo elemento strutturale debba essere suddiviso in più elementi finiti formulati in rigidità. Gli elementi formulati in flessibilità invece, basandosi sull'interpolazione delle forze all'interno dell'elemento a partire dalle forze nodali applicate, risultano essere computazionalmente più

competitivi non necessitando di suddivisioni dell'elemento strutturale. Il limite presto esibito dagli elementi formulati in rigidità aveva trovato nei lavori di Menegotto e Pinto (1977) e Mahasuverachi (1982) due proposte migliorative delle versioni originarie ma che non risolvono del tutto i difetti insiti in tale strumento.

Seguendo quindi la strada tracciata in Kaba e Mahin (1984) che per primi definiscono un elemento finito formulato in flessibilità e con sezioni divise in fibre (*flexibility-based fiber element*), dapprima Ciampi e Carlesimo (1986) propongono una nuova metodologia per la *state-determination* degli elementi, ovvero per la determinazione della risposta deformativa locale del singolo elemento quando soggetto ad una distribuzione di spostamenti o di forze nodali imposte. Successivamente Zeris e Mahin (1991) estendono la formulazione al caso bidimensionale proponendo inoltre una soluzione al problema della rappresentazione di elementi con legge di tipo *softening*. Però è solo con i lavori di Taucer e dei suoi coautori, che tale formulazione assume l'odierna potenzialità. Questo grazie alla definizione di una *state-determination* derivante da un approccio matematico robusto e ben identificato e dalla predisposizione di algoritmi di risoluzione *ad hoc* per strutture modellate con elementi formulati in flessibilità.

Come anticipato in precedenza, gli elementi finiti a plasticità distribuita, sia del tipo *force-based* che del tipo *displacement-based*, soffrono del problema della localizzazione numerica delle deformazioni. Tale aspetto si manifesta in presenza di comportamenti sezionali di tipo *softening*, tipico per elementi strutturali in c.a.. Tale localizzazione si manifesta a livello di elemento nel caso di formulazione in rigidità, e a livello sezionale (quindi di punto di integrazione) nel caso di formulazione in flessibilità. La conseguenza più gravosa di tale problematica, si riscontra in quello che è il fenomeno definito come *mesh-dependent*, in cui la soluzione, varia al variare della *mesh*, ed è legata al tipo di discretizzazione realizzata (fenomeno noto anche con il nome di *non-objective response*). In Scott et al. (2004) è fornito un valido criterio di stima di tale fenomeno.

In Coleman e Spacone (2001) a tal riguardo, il problema della localizzazione numerica è affrontato, e discusso per elementi del tipo *force-based*, e due proposte di tecniche di regolarizzazione numerica basate sul concetto di energia di frattura piuttosto che sul concetto di cerniera plastica, sono descritte e valutate. Altre proposte derivano dai lavori di Scott e Fenves (2006), i quali, basandosi sul concetto di "lunghezza di cerniera plastica" forniscono un metodologia alternativa di integrazione basata su uno schema di quadratura del tipo Gauss-Radau modificato, al fine di limitare gli effetti di localizzazione mostrata dai metodi di quadratura più convenzionali e maggiormente diffusi quali quello di Gauss-Legendre o di Gauss-Lobatto.

Un interessante confronto critico tra i risultati forniti da analisi con elementi formulati in flessibilità e formulati in rigidità è dato in Neuenhofer e Filippou (1997) e in Papaioannou et al. (2005) e come detto in precedenza, le risposte ottenute confermano le superiori potenzialità computazionali degli elementi del tipo *force-based* rispetto ai più datati *displacement-based*. In Barbato e Conte (2005) i risultati di una estesa campagna di indagine numerica confermano ulteriormente quanto appena detto sulle due tipologie di elementi.

Estensione della teoria di Taucer et al. (1991) a problemi in grandi spostamenti è data in Alemdar e White (2005) i quali, utilizzando un approccio co-rotazionale per la descrizione del processo deformativo, gettano le basi per l'applicazione di tali elementi in problemi non-lineari per geometria (oltre che per materiale).

Modelli di elementi finiti a plasticità diffusa più efficienti ed accurati sono in fase di studio e di calibrazione. Essi cercano allo stesso tempo, di superare i problemi numerici di cui gli attuali elementi soffrono (Lee e Filippou (2009)). Un giusto compromesso tra accuratezza del risultato e facilità di controllo e calibrazione dell'elemento, è però obiettivo da auspicarsi per gli elementi di nuova generazione.

Per concludere questa breve introduzione su quelli che sono gli strumenti numerici a disposizione allo stato attuale, si può affermare che i modelli del tipo *lumped plasticity* sono ancora oggi ampiamente utilizzati ed attraenti perché oltre ad essere apprezzabili un punto di vista di risparmio computazionale, permettono la realizzazione di modelli più stabili e più facilmente convergenti rispetto ai più sofisticati del tipo *distributed plasticity*. Nel proseguo del presente lavoro si farà uso di entrambi i tipi di elementi, con l'intento ambizioso di cercare di condensare la risposta sismica anelastica di modelli realizzati con elementi più raffinati, ritenuta anche se impropriamente, la risposta numericamente "esatta", in modelli a pochi gradi di libertà più economici e stabili computazionalmente.

### **3.3) MODELLI ISTERETICI PER LE STRUTTURE IN C.A.**

La necessità di realizzare analisi sismiche di tipo dinamico in maniera estesa e ripetitiva necessita di modelli di calcolo che siano, possibilmente, poco dispendiosi da un punto di vista computazionale ma rappresentativi dei fenomeni di degrado che le inversioni di carico ciclico provocano sulle strutture. A tal riguardo, riferendoci soprattutto a strutture in c.a., il danneggiamento cumulativo dovuto al carico ciclico può essere interpretato come un degrado delle proprietà del sistema strutturale legato alle deformazioni anelastiche che gli elementi strutturali subiscono. La risposta del sistema, ad un determinato istante, è quindi legata alla

storia di carico ( o di spostamento) che lo stesso sistema ha subito in passato. In tal senso si può dire che i sistemi isteretici hanno memoria di carico o di sollecitazione.

Le deformazioni elastiche, classicamente reversibili, non portano a degrado strutturale, il quale viene solitamente collegato ai soli cicli che comportano per gli elementi escursioni in campo plastico, quindi con dissipazione di energia identificata come energia di “plasticizzazione” o isteretica. Le evidenze sperimentali reperite e presentate in Joh e Shibata (1984), Nordby (1958), Aoyama (1964), Agrawal et al. (1965), Bertero et al. (1969), Takeda et al. (1970), Giuffrè e Pinto (1970), Brown e Jirsa (1971), Park et al. (1982), Krawinkler e Popov (1974), Ma et al. (1976), Park et al. (1982), Filippou et al. (1983), Mander (1983), Low e Moehle (1987), Saatcioglu e Ozcebe (1989), Park (1994), Bousias et al. (1995), Priestley e Benzoni (1996), Mo e Wang (2000), Lam et al. (2003) mostrano come il danneggiamento da carico ciclico per strutture intelaiate in c.a. usualmente colpisca sia i valori della rigidità che della resistenza del sistema.

Negli anni, modelli interpretativi, del comportamento dei sistemi degradanti sono stati proposti da numerosi autori in varie forme. Tali modelli sono classificati in due categorie: una contenente i modelli ad andamento poligonale e l'altra invece ospita quelli a funzione continua e prive di punti spigolosi. Alcuni di essi hanno una base sperimentale, mentre altri sono di origine matematica e per certi di essi non ci sono basi sperimentali giustificative appropriate.

Tra i più rappresentativi della classe dei modelli poligonali troviamo i modelli bilineare ed elastoplastico, i modelli trilineare e tetralineare degradanti, il modello di Clough (teorizzato in Clough (1966)), il modello Takeda (in Takeda et al. (1970) e il modello Q-hyst (da Saiidi e Sozen (1979)).

Della classe dei modelli continui fanno parte tra i più noti il modello di Ramberg-Osgood (in Ramberg e Osgood (1943)), il modello di Masing (da Masing (1926)), il modello di Wen-Bouc (Wen (1980)) e il modello di Casciati (descritto in Casciati (1987)).

I lavori di calibrazione e messa a punto di modelli isteretici degradanti sono ad oggi in corso, vista l'importanza della problematica in questione e tra gli studi più rappresentativi ricordiamo quelli di Iwan (1966), Wen (1976), Asano e Iwan (1984), Baber e Wen (1981), Suzuki e Minai (1984), Sues et al. (1988), Park et al. (1986), Baber (1986), Dutta e Das (2002).

I modelli isteretici sono impiegati talvolta per rappresentare il comportamento globale di strutture in c.a. (quando sono usati in modelli globali); in altri casi invece, essi sono utilizzati per la modellazione anelastica del comportamento di elementi in c.a. venendo applicati alle cerniere plastiche di modelli discreti (ad esempio in elementi finiti del tipo *lumped*), che dopo opportuna calibrazione, si prefiggono l'obiettivo di rappresentare la risposta della sezione in c.a. reale.

Proposte per la modellazione isteretica di dettaglio dei nodi di strutture in c.a. e acciaio sono stati forniti in alcuni lavori tra cui quello di Filippou et al. (1983).

Alcuni confronti critici e valutazioni delle differenze nei risultati che si ottengono dall'uso di un tipo di modello piuttosto che di un altro sono dati in Solnes e Sigbjörnsson (1974), Krawinkler e Popov (1974), Saiidi (1982), Otani (1984), Thyagarajan (1989), Zaiming e Katukura (1990), Sivaselvan e Reinhorn (2000), ma considerazioni a valenza generale sono difficili da dare, possedendo ciascun modello, peculiarità che si possono adattare o meno a determinate tipologie di strutture piuttosto che certi tipi di analisi o di azione sollecitante. La scelta di quale sia il modello più adatto per lo studio qui proposto verrà affrontata nei successivi paragrafi.

# 4

## ANALISI DI MODELLI STRUTTURALI EQUIVALENTI

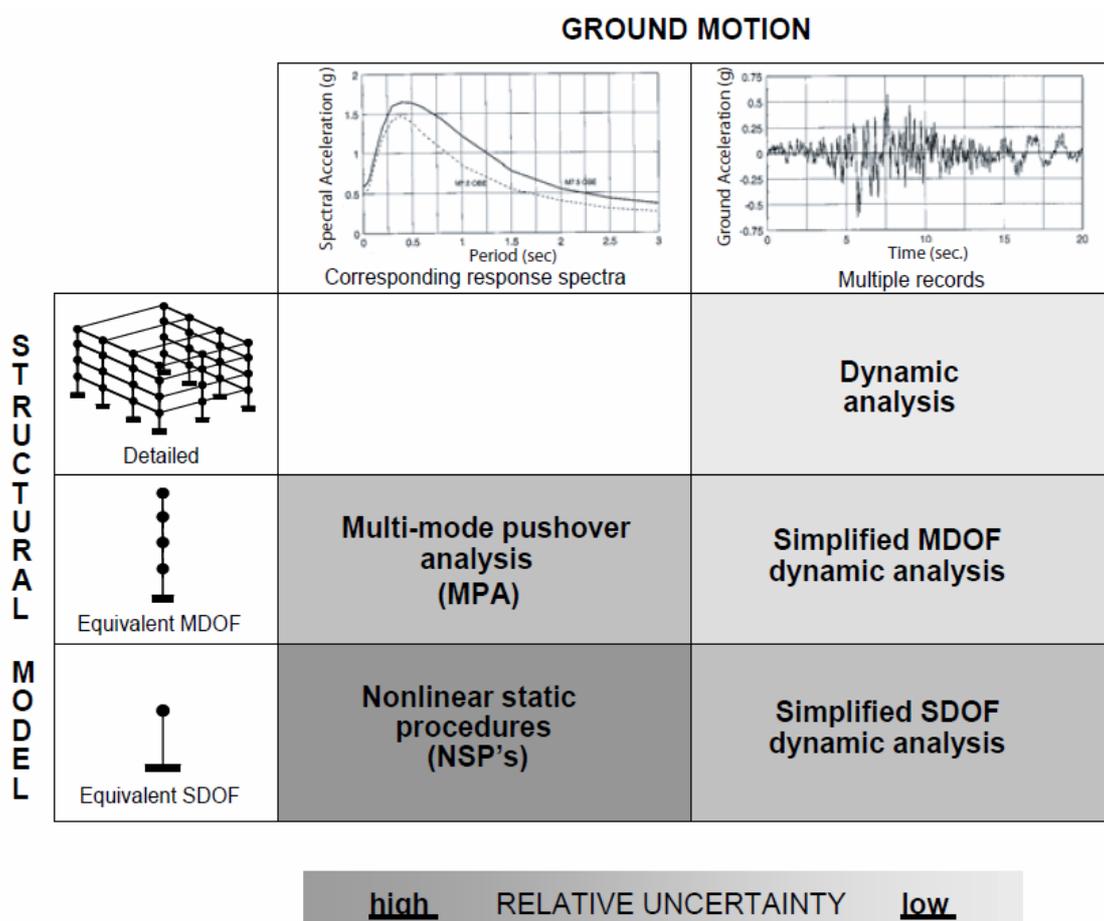
### 4.1) IL CONCETTO DI STRUTTURA EQUIVALENTE

Un modello strutturale equivalente potrebbe essere pensato come un modello numerico, interpretativo e sostitutivo della struttura reale e utilizzato per la previsione della risposta deformativa che una determinata struttura avrebbe fornito se sottoposta ad una determinata azione agente. Quello che ci si aspetta da un modello equivalente, è avere una stima sufficientemente precisa di quella che è la risposta globale e locale di una struttura soggetta ad una certa azione (in questo caso sismica). Quando si parla di risposta sismica si intendono, oltre ai vettori incogniti nelle equazioni del moto del sistema, quindi spostamento, velocità e accelerazione (per ogni istante di tempo considerato e per ogni punto di interesse), anche le forze agenti negli elementi strutturali e non. In tal modo la risposta sismica è definita compiutamente sia in termini cinematici (spostamenti e rotazioni) che statici (forze e momenti) e in tal modo entrambe le verifiche, sia in termini di capacità deformativa che di capacità resistente possono essere impostate.

Si ritiene implicitamente che, il modello numerico dettagliato della struttura, in accordo alla definizione del § 2.4 della presente tesi, sia il più realistico e vicino al comportamento reale della stessa e quindi, quando non si dispone di risultati di prove sperimentali condotte, il confronto della bontà di modellazioni alternative viene fatta nei confronti di questo modello. Tale modellazione risulta però, anche la più onerosa computazionalmente e poco conveniente, nel caso in cui si debbano compiere parecchie analisi dinamiche del tipo *time-history*. Per questo, la necessità di realizzare analisi sismiche complesse e computazionalmente dispendiose quali le *time-history* su strutture in ambito anelastico, ha favorito negli anni, la ricerca e il

proliferare di metodi per la messa a punto di sistemi equivalenti in grado di semplificare le problematiche da risolvere. Non è semplice dare dei criteri e delle indicazioni per la classificazione dei modelli equivalenti esistenti, né tanto meno definire con un criterio generale per definirne l'accuratezza nei riguardi della stima della risposta sismica.

Una strada molto pragmatica e sostanziale per superare tale inconveniente, è suggerita nella norma americana FEMA 440 che, ritenendo l'analisi *time-history* di strutture modellate dettagliatamente, l'analisi sismica di riferimento, classifica tutte le varianti a tale analisi in funzione della modalità di simulazione dell'azione sismica piuttosto che delle semplificazioni adottate nella scelta del modello. Seguendo questa indicazione e riportando la tabella proposta in FEMA 440 (riportata in Figura 4.1), si può vedere quali siano le possibili scelte per modellazioni e analisi sismiche con una indicazione su quello che è il grado di incertezza del risultato finale.



**Figura 4.1** - Matrice delle possibili procedure inelastiche di analisi sismica al variare del modello strutturale adottato e del tipo di input sismico con indicazione del livello di incertezza nei risultati.

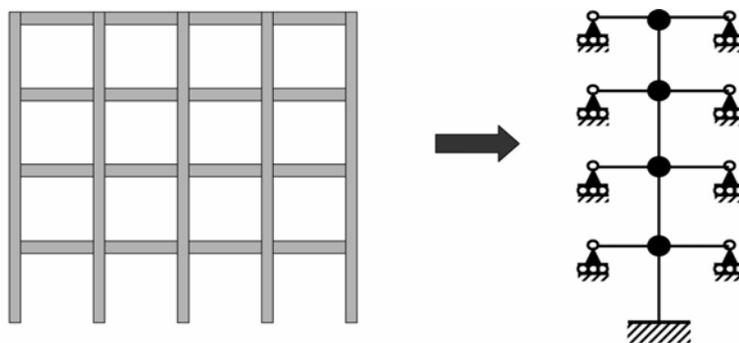
Da queste considerazioni si evince che ci possono essere due diverse strade da poter percorrere per la semplificazione del problema dinamico: la prima prevede di semplificare il modello usato per la ricerca della risposta sismica; la seconda prevede di adottare oltre a dei modelli semplificati, l'utilizzo di input sismici alternativi agli accelerogrammi quali ad esempio gli spettri di risposta.

Le migliori *performance* in termini di contenimento delle incertezze sui risultati, dopo le analisi *time-history* su strutture modellate in maniera dettagliata, sono fornite dalle stesse ma condotte su strutture equivalenti a più gradi di libertà (MDOF) e poi su sistemi equivalenti a un grado di libertà (SDOF). Le analisi di tipo statico non lineare (o analisi di *pushover*) sembrano essere secondo tale matrice le più incerte nel risultato finale fornito. L'unica giustificazione che porta a propendere per la scelta di realizzare un'analisi di *pushover* rispetto ad una qualsiasi analisi dinamica sembra essere quella della maggior semplicità di implementazione e realizzazione della stessa. E' implicitamente sottointeso che, le analisi dinamiche sarebbero quindi da auspicarsi per una più precisa valutazione della risposta sismica di una struttura.

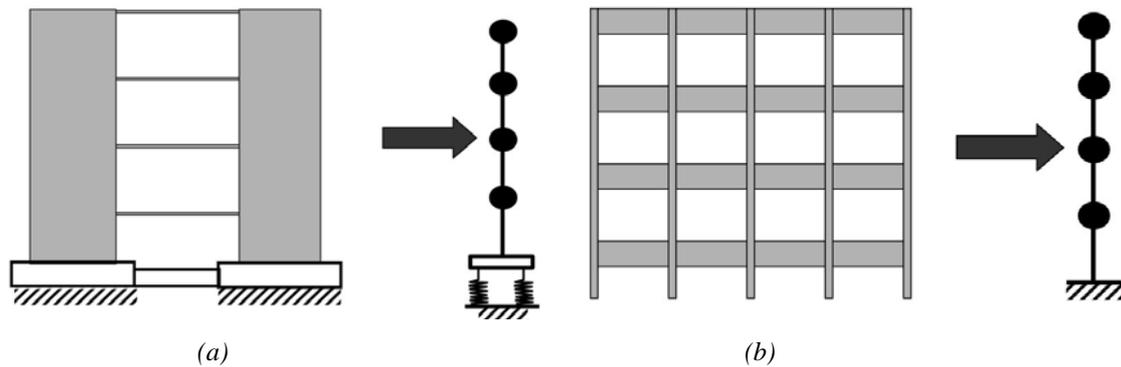
Tra i modelli equivalenti a più gradi di libertà, il documento FEMA 440 cita due tra le tipologie di modelli maggiormente diffusi: i *fish-bone model* e gli *stick model*.

I primi rappresentati in Figura 4.2 sono impiegati per lo studio di pilastrate di telai in cui le rigidezze delle travi sono confrontabili con quelle dei pilastri.

Gli *stick model*, rappresentati in Figura 4.3, sono invece impiegati per lo studio di elementi strutturali verticali quando la rigidezza delle travi è trascurabile rispetto a quella degli elementi verticali (Figura 4.3a) o quando tale rigidezza invece, è infinitamente più grande di quella dei pilastri (Figura 4.3b). Questa seconda famiglia di modelli rappresenta quindi alternativamente due casi limite con nodi che nel primo caso possono ruotare mentre nel secondo caso non possono ruotare come è ipotizzato del resto nella risoluzione dei telai del tipo *shear-type*.

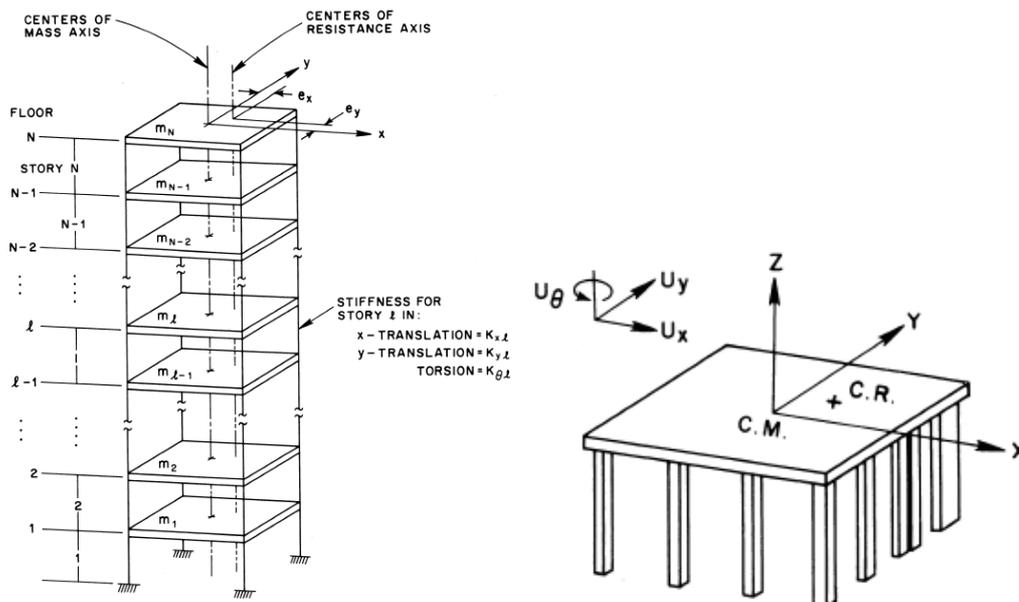


**Figura 4.2** - Modelli equivalenti MDOF tipo "fish-bone" secondo FEMA 440



**Figura 4.3 - Modelli equivalenti MDOF tipo "stick" secondo FEMA 440:**  
 (a) caso di travi a rigidezza flessionale trascurabile; (b) caso di travi a rigidezza flessionale infinita.

Tra i modelli equivalenti che sono stati proposti merita di essere ricordato sia per la sua particolarità, che per il potenziale utilizzo applicativo nella presente tesi, il metodo proposto da Kan e Chopra (in Kan e Chopra (1976) e Kan e Chopra (1979)). Tale metodo, trasversale agli argomenti che verranno trattati nei prossimi paragrafi, mediante l'utilizzo dell'analisi perturbativa delle frequenze di vibrazione e delle deformate modali, consente di esprimere le prime frequenze di una struttura asimmetrica, classicamente modi roto-traslazionali misti, come combinazione lineare di tre modi di vibrare, di un modello equivalente simmetrico in entrambe le direzioni, e quindi con tre modi disaccoppiati. Una rappresentazione del modello dettagliato della struttura reale e del modello equivalente trovato è data in Figura 4.4.



**Figura 4.4 - Immagine dei modelli applicativi, del metodo proposto in Kan e Chopra (1976).**

I tre modi calcolati per il sistema equivalente, e le frequenze ad essi associati, sono ovviamente due modi traslazionali lungo le direzioni principali e un modo rotazionale. I tre modi sono tra loro disaccoppiati. La teoria descritta consente di scomporre dinamicamente una struttura anche complessa e di poterla studiare mediante tre soli modi di vibrare che opportunamente combinati sono capaci di ricostruire ciascun modo di vibrare importante della struttura principale. Le applicazioni di tale teoria potrebbero essere utili per estendere lo studio presentato nella presente tesi o per fornire una strada alternativa nella determinazione del modello equivalente *stick* i cui modi di vibrare devono essere il più simile possibile a quelli della struttura modellata in maniera dettagliata.

Si fa da ultimo un breve cenno al modello del tipo SDOF, modello ad un grado di libertà, definito anche “oscillatore semplice”, in quanto dotato di una sola frequenza e quindi di un solo periodo proprio. Per caratterizzare l’oscillatore, oltre al suo periodo, bisogna assegnare la legge forza-spostamento. Tale sistema, il più semplice che possa essere concepito per l’analisi dinamica di una struttura, è stato diffusamente utilizzato negli anni, vista la sua estrema economicità computazionale. Di tale modello si discuterà ampiamente nei paragrafi successivi in quanto sia le analisi statiche non-lineari (o analisi *pushover*) che gran parte delle analisi dinamiche non-lineari presenti in letteratura, fanno riferimento a risultati derivanti da tale, semplice, sistema.

Si riporta nel seguito una breve rassegna dei modelli anelastici che sono stati messi a punto negli anni per potervi condurre analisi statiche e dinamiche.

## 4.2) METODOLOGIE DI ANALISI STATICA NON LINEARE DEGLI EDIFICI

L'analisi statica degli edifici soggetti ad azione sismica, come visto al Capitolo 2, è un caso semplificato della più generale analisi dinamica e prevede tipicamente l'applicazione di un sistema di forze avente distribuzione nota, e tale da simulare l'effetto dell'azione sismica in termini di spostamento orizzontale della struttura e in termini di parametri di sollecitazione sui singoli elementi strutturali. La metodologia di analisi, che prevede l'applicazione della forza sismica in maniera statica, sta alla base di una delle classi di analisi statiche non-lineari di maggiore successo, nota con il nome di analisi di spinta o analisi di *pushover*.

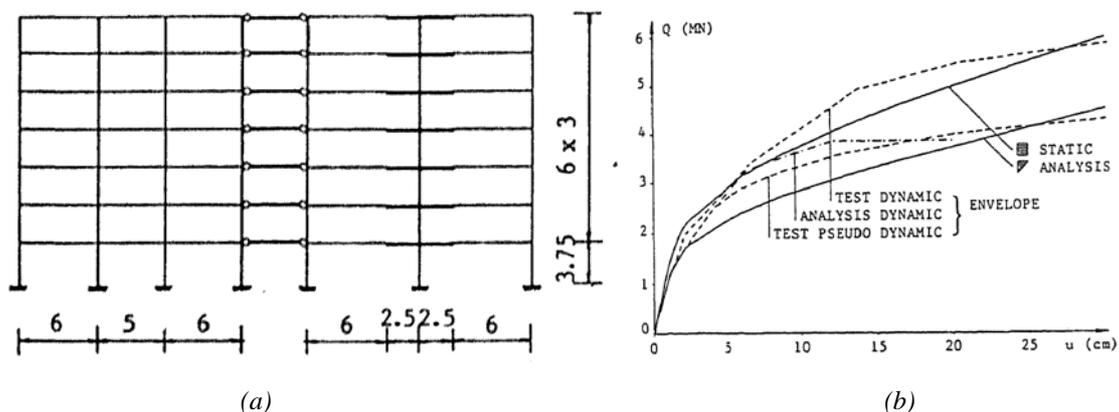
A tale metodologia, non si attribuisce un padre fondatore, ma le prime applicazioni di tale analisi risalgono agli anni 60-70' (Blume et al. (1961)) quando le metodologie di analisi sismica sono state messe a punto e presentate nella versione che ad oggi utilizziamo. L'analisi di *pushover* nasce originariamente per sopperire alla carenza di elaboratori capaci di realizzare in tempi ragionevoli analisi dinamiche del tipo *time-history* di strutture anelastiche: la preparazione del modello, la scelta degli accelerogrammi, la preparazione dell'input sismico da assegnare alla base, il tempo di calcolo e la successiva rielaborazione della gran mole di risultati che si ottengono da una analisi *time-history* rendeva, e forse rende ancora, tale tipo di analisi non conveniente da un punto di vista pratico-applicativo ed è allo stato attuale impiegata quasi esclusivamente per scopi di ricerca.

In questo contesto ospitale e favorevole, l'analisi statica non-lineare trova una sua collocazione come metodo equivalente, se vogliamo anche approssimato delle analisi dinamiche, in quanto questo tipo di analisi non ha un *background* teorico robusto e dimostrato. Infatti, in estrema sintesi, la procedura di analisi di *pushover* "convenzionale" si pone come obiettivo quello di ricavare, se esiste, il punto di intersezione tra una curva di capacità resistente della struttura, ottenuta incrementando una determinata distribuzione di forze orizzontali applicate alla struttura, e una curva di domanda sismica che è funzione del livello di *performance* voluto. Tale punto, ricercato usualmente nel grafico "taglio alla base-spostamento in sommità" della struttura, è il valore in corrispondenza del quale si ricavano i parametri ingegneristici da utilizzare nelle verifiche dei meccanismi duttili e dei meccanismi fragili, quali ad esempio gli spostamenti totali, gli spostamenti differenziali tra i piani (o *interstorey drift*), le rotazioni in corrispondenza dei nodi degli elementi strutturali, oltre ai valori dei parametri di sollecitazione quali sforzo normale, sforzo di taglio, momento flettente, in corrispondenza delle

sezioni di interesse in elementi orizzontali e verticali. Le ipotesi di base, e forse anche limiti del metodo, sono quelle di scegliere una distribuzione di forze orizzontali da far crescere monotonamente senza cambiare la forma della distribuzione nel tempo, non seguendo quindi quella che è la reale risposta dinamica della struttura, che in ambito anelastico può variare per effetto del deterioramento e delle plasticizzazioni indotte dai carichi; la risposta del sistema MDOF è correlata a quella di un sistema SDOF equivalente scelta una adeguata legge isteretica; questo implica che la risposta dinamica del sistema MDOF è condensata in un modello SDOF avente un unico modo di vibrare e la forma di questo modo, è pensata rimanere costante durante l'analisi non variando con il livello di deformazione raggiunto.

C'è da dire inoltre, a conferma delle potenzialità espresse dal metodo, che la procedura per l'implementazione e la conduzione di analisi di pushover è stata recepita ed inserita nella normativa tecnica nazionale di paesi europei (e non) tra cui quella italiana (NTC (2008) e Circolare n° 617 (2009)), in norme tecniche europee tra cui gli Eurocodici (EC 8), nelle FEMA 356, FEMA 357, FEMA 273, FEMA 274 e FEMA 440 statunitensi oltre ad essere già presente in un documento pionieristico come è il rapporto ATC 40.

Uno dei primi lavori in cui si forniscono indicazioni per la realizzazione di una analisi statica non-lineare su edifici è quello di Fajfar e Fischinger (1989). In tale articolo si delinea la procedura per l'applicazione del metodo N2 originario, applicato a strutture regolari e oscillanti dinamicamente secondo un modo fondamentale. Tale metodologia prevede l'applicazione di un sistema di forze orizzontali al modello strutturale anelastico predisposto che vengono accresciute secondo un moltiplicatore di carico prefissato, mantenendo costante la forma della distribuzione al crescere delle forze stesse (da qui il nome di distribuzioni invariante).



**Figura 4.5** - (a) Modello matematico MDOF utilizzato in Fajfar e Fischinger (1989); (b) Curve di capacità ottenute per diverse distribuzioni di carico e confronto con analisi dinamiche non lineari.

Al crescere delle forze applicate, si monitora lo spostamento di un punto rappresentativo della struttura, di solito il baricentro del solaio dell'ultimo piano e si traccia una curva del tipo forza-spostamento (taglio totale alla base – spostamento orizzontale del punto monitorato) che può essere vista come una curva di capacità strutturale (o curva resistente). Percorrendo tale curva, si passa dall'ambito elastico lineare della struttura, all'ambito inelastico esibito e raggiunto solitamente in alcune sezioni o porzioni strutturali sede di plasticizzazione.

Trovata la curva di capacità della struttura (riportata a titolo di esempio in Figura 4.5), si può passare a determinare la legge taglio-spostamento, per il modello SDOF equivalente, con le formule riportate nel seguito e date utilizzando la medesima simbologia presente in Fajfar e Fischinger (1989):

$$Q^* = \frac{\sum \Phi_i \Psi_i}{\sum \Psi_i} Q \quad (4.1)$$

$$u^* = \frac{\sum m_i \Phi_i^2}{\sum m_i \Phi_i} u \quad (4.2)$$

in cui:

$Q, u$  : sono rispettivamente il taglio alla base e lo spostamento della struttura MDOF;

$Q^*, u^*$  : sono rispettivamente il taglio alla base e lo spostamento della struttura SDOF;

$m_i$  : è la massa al piano  $i$ -esimo;

$\Phi_i, \Psi_i$  : sono le componenti  $i$ -esime dei vettori  $\underline{\Phi}$  e  $\underline{\Psi}$  rispettivamente;

$\underline{\Phi}$  : è il vettore rappresentante la distribuzione verticale degli spostamenti orizzontali ai piani;

$\underline{\Psi}$  : è il vettore rappresentante la distribuzione verticale di resistenza laterale ai vari piani.

La curva ricavata per il sistema SDOF va poi bilinearizzata o trilinearizzata attraverso una procedura che mantiene l'area sottesa al di sotto della curva bilineare, equivalente a quella della curva numerica SDOF originaria. Note le caratteristiche della legge bi o trilineare da assegnare all'oscillatore semplice, e scelta la tipologia di legge isteretica, è possibile realizzare un'analisi dinamica non-lineare sul sistema a un grado di libertà risolvendo un'analisi *time-history* che fornirà i valori dello spostamento massimo richiesto all'oscillatore semplice. Una procedura alternativa potrebbe essere quella di impiegare uno spettro di risposta anelastico, che fornisce in altro modo, lo spostamento dell'oscillatore nota la sua frequenza. Ricavato tale spostamento  $u_{max,SDOF}$ , è possibile risalire allo spostamento richiesto alla struttura MDOF manipolando l'espressione (4.2) in cui ora è noto  $u^*$  ed è incognito  $u$ . Da tale inversione di formula si ricava  $u_{max,MDOF}$ . Dalla conoscenza di  $u_{max,MDOF}$ , inteso come lo spostamento massimo richiesto alla struttura MDOF, ed entrando con tale valore nella curva “taglio alla base-spostamento in

sommità” è possibile ricavare il taglio alla base massimo richiesto alla struttura e avere una stima della risposta globale andando a ritroso a leggere, in corrispondenza dello step in cui si arriva al determinato taglio alla base, quelli che sono i parametri di interesse per impostare poi le verifiche di capacità deformativa o di capacità resistente.

Una versione alternativa al *pushover* proposto in Fajfar e Fischinger (1989) è rappresentata dal Metodo dello Spettro di Capacità o *Capacity Spectrum Method* (CSM). Nato come metodo speditivo nell’ambito di un progetto pilota riportato in Freeman et al. (1975) è stato poi esteso e correlato al comportamento degli edifici soggetti ad azione sismica in Freeman (1978) e Freeman (2004). Tale approccio è stato successivamente inserito inoltre nel *report* ATC 40, dove è diffusamente descritta la procedura del CSM, la quale prevede che il punto di intersezione tra curva di capacità e curva di domanda, definito punto di funzionamento (o *performance point*) sia ricercato nel grafico dello spettro di risposta in formato ADRS (*Acceleration-Displacement Response Spectrum*.) Di tale procedura è data anche una interessante interpretazione grafica iterativa, che mostra come la ricerca del punto di funzionamento sia ottenibile con buoni risultati in forma approssimata mediante una procedura grafica. Una forma più raffinata di tale metodologia è data inoltre in Gencturk e Elnashai (2008).

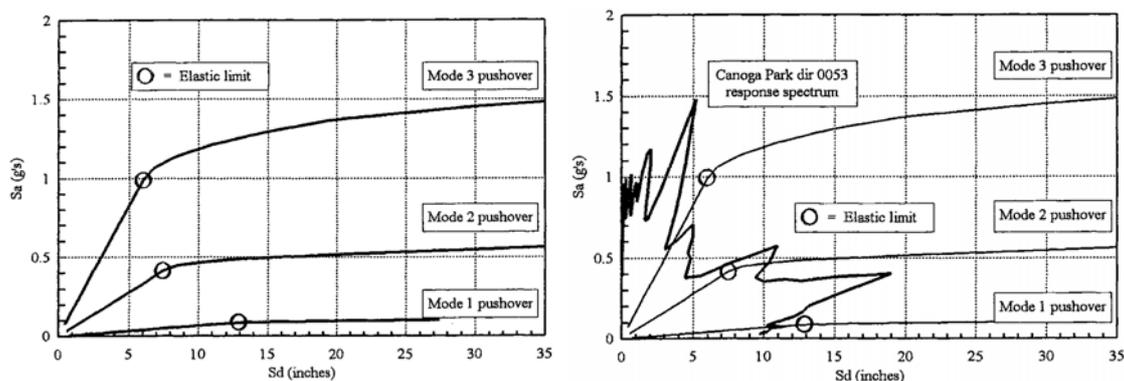
Una ulteriore versione di analisi *pushover* è rappresentata dal “Metodo dei Coefficienti di Spostamento” o *Displacement Coefficient Method* (DCM) descritto diffusamente in FEMA 273 e che sfrutta i risultati di analisi dinamiche non-lineari su modelli SDOF e corregge il valore dello spostamento massimo atteso mediante quattro diversi coefficienti  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  e  $C_3$ , tarati analiticamente per tenere in conto di quattro diversi aspetti, che nel passaggio da una struttura SDOF ad una MDOF modificano lo spostamento massimo richiesto in sommità all’edificio.

Un’altra tipologia di analisi statica non-lineare che però ha riscosso meno successo di quelle sopra descritte, è il metodo delle secanti (o *secant method*) proposto nel codice COLA (1995).

Possiamo ritenere questo elenco esaustivo, anche se non completo, di quelle che sono le principali procedure di analisi statica non-lineare che si possono definire “convenzionali”. Convenzionali sia in riferimento al periodo storico in cui sono state formulate o sono sorte, sia in merito alla medesima filosofia di fondo che le accomuna. Il *pushover*, che come abbiamo detto nasce come metodo sostitutivo delle analisi *time-history* divenne presto popolare nell’ambito della ricerca accademica mediante applicazioni a casi studio di edifici soggetti all’azione sismica. Dalla diffusione e crescente attrazione che tale metodologia ha destato nel corso degli ultimi quarant’anni, si sono sviluppate diverse e nuove metodologie aventi lo scopo di affinare la bontà dei risultati delle “convenzionali”, oltre che di estendere tale metodologia

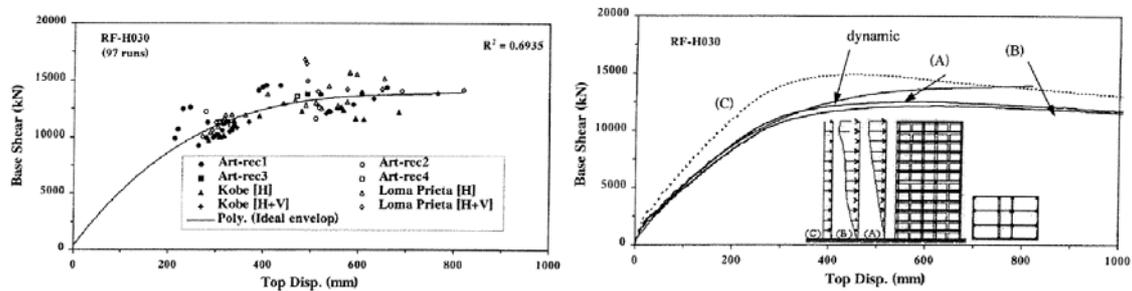
alle strutture reali, che nella stragrande maggioranza non sono propriamente regolari e soprattutto per costruzioni alte, non sono governate da un solo modo di vibrare per direzione.

Nel corso degli anni, numerose proposte per tenere in conto degli effetti dei modi superiori sono state date nei lavori di Paret et al. (1996), Sasaki et al. (1998), Moghadam e Tso (2000), Chopra e Goel (2001), Chopra e Goel (2002), Jan et al. (2004), Kalkan e Kunnath (2004).



**Figura 4.6** - Esempi di curve di pushover riportate nel piano ADRS e sovrapposizione con lo spettro di risposta (Sasaki et al. (1998)).

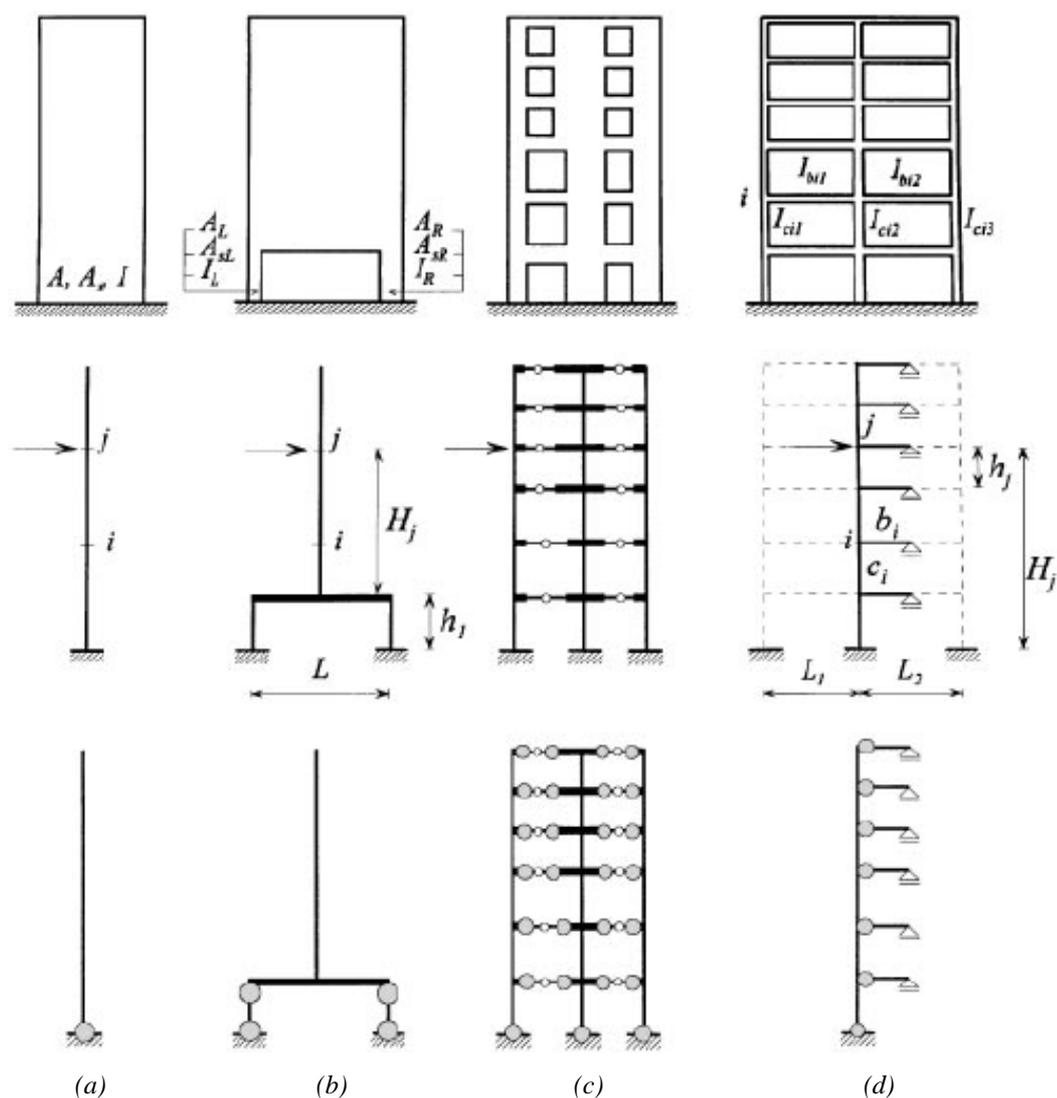
Una delle ulteriori problematiche che i metodi di *pushover* convenzionali mostrano, è l'incapacità di seguire le variazioni della risposta dinamica della struttura se confrontate con le analisi dinamiche *time-history*. Tra gli aspetti più importanti vi è la difficoltà di cogliere la variazione di distribuzione di forza che è calcolata nelle procedure convenzionali a partire dai modi di vibrare elastici delle strutture, e gli aspetti legati all'elongazione dei periodi propri legati al danneggiamento provocato dall'evento sismico. Per cercare di risolvere tali aspetti, una nuova famiglia di *pushover* "non convenzionali" è sorta. In tale metodologia di analisi, definita "adattiva" (e quindi il *pushover* è detto "adattivo"), la distribuzione di forze può variare al progredire delle plasticizzazioni seguendo quelle che sono le modifiche ai modi di vibrare della struttura per effetto delle plasticizzazioni. Tali procedure sono state messe a punto e testate in da Gupta e Kunnath (2000), Elnashai (2001), Antoniou et al. (2002), Antoniou e Pinho (2004a), Antoniou e Pinho (2004b), Pinho et al. (2005), Pinho e Antoniou (2005), Kalkan e Kunnath (2006), Shakeri et al. (2008) e sembrano portare a risultati decisamente incoraggianti e migliorativi delle procedure convenzionali, anche se uno degli aspetti che si ritrova diffusamente nei lavori citati, è che tali metodologie sembrano essere troppo penalizzanti per le strutture in quanto, al sorgere delle prime plasticizzazioni, le distribuzioni di forze tendono a concentrarsi maggiormente nelle zone degradate incrementando il danneggiamento della porzione di struttura plasticizzata in maniera molto più localizzata di quanto le *time-history* mostrino.



**Figura 4.7** - Confronto tra risultati di pushover convenzionali e time-history (tratto da Elnashai (2001)).

I limiti delle analisi di *pushover* e l'individuazione dei possibili campi di applicazione di tale analisi, sono evidenziati in parecchi lavori bibliografici anche recenti. Emblematico, a questo proposito, è il lavoro di Lawson et al. (1994) in cui gli autori si pongono tre domande sulle questioni cruciali del metodo e arrivano a dare delle risposte che rispecchiano quello che è il livello di conoscenza allo stato dei fatti e nell'ottica di dare delle indicazioni per lo sviluppo del metodo. In Krawinkler e Seneviratna (1998) si valutano pro e contro di tale metodologia, arrivando a concludere che l'analisi di pushover deve essere accompagnata da analisi dinamiche di conferma quando i modi superiori possono ritenersi importanti. In Fajfar (2002) si riportano dei confronti critici tra diverse metodologie di analisi statica non-lineare arrivando a dare delle indicazioni per migliorare il metodo N2 ed estenderlo allo studio di strutture asimmetriche. In Kazak et al. (2006) si riporta un confronto tra analisi statiche e dinamiche condotte su una struttura rigida e tozza e i risultati mostrano come la procedura statica anelastica necessita di un modello e di valutazioni progettuali accurate per poter fornire dei risultati confrontabili con quelli delle analisi *time-history*. In Kalkan e Kunnath (2007) sono confrontati i risultati derivanti da quattro diverse metodologie di analisi *pushover*; le considerazioni fatte sia in termini di parametri globali che locali mostrano come, a seconda del tipo di analisi che si impiega, i risultati possano essere molto diversi tra di loro, questo a significare che a seconda delle problematiche intrinseche all'edificio che si vuole studiare, tipologie di pushover si adattano probabilmente meglio di altre e la scelta di quale metodologia adoperare deve essere fatta in maniera oculata.

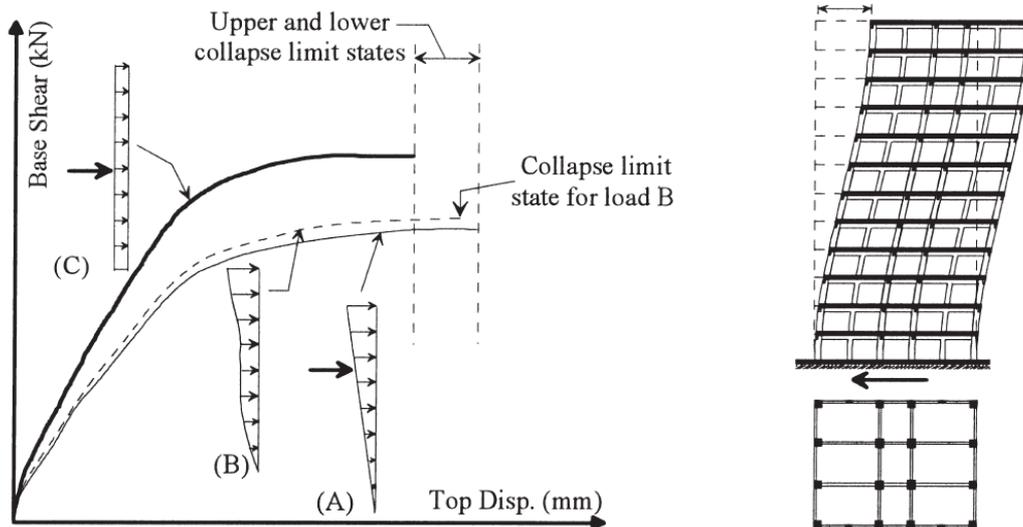
Uno degli aspetti su cui diversi autori si sono concentrati negli anni, è quello di estendere l'applicazione del pushover a strutture irregolari e con modi traslazionali accoppiati a modi torsionali. Metodologie di approccio e di risoluzione del problema sono date in Kilar e Fajfar (1997) mediante l'uso di macroelementi (rappresentati in Figura 4.8), Penelis e Kappos (2002), Zarate e Ayala (2004), Fujii et al. (2004), Fajfar et al. (2005), Penelis e Kappos (2005).



**Figura 4.8** - Modelli piani a macroelementi utilizzati in Kilar and Fajfar (1997):  
 (a) Parete; (b) Parete e colonne; (c) Pareti accoppiate; (d) Telaio regolare.

Parecchi lavori confrontano i risultati ottenuti mediante analisi di *pushover*, con quelli derivanti da analisi dinamiche non-lineari, ritenute insindacabilmente le analisi di riferimento e metro di paragone e di giudizio della bontà delle analisi statiche. In Mwafy e Elnashai (2000) si riportano casi pratici, relativi a tali confronti, con analisi statiche condotte con diverse distribuzioni di forza invarianti: da tali risultati si evince come la distribuzione uniforme produca una curva di capacità tendenzialmente superiore alla curva di valore medio delle analisi *time-history*, mentre le distribuzioni di forza proporzionale al primo modo e alle masse forniscono delle curve che usualmente sono sotto al valore medio delle dinamiche non-lineari (come mostrato in Figura 4.9).

Le due analisi di *pushover*, se condotte separatamente, possono però fornire utili indicazioni sui valori limite inferiore e superiore da attendersi da analisi dinamiche.



**Figura 4.9** - Confronto tra curve di capacità ottenute dall'utilizzo di diverse distribuzioni di forza tratte da Mwafy e Elnashai (2000).

I metodi di analisi statica non-lineare, vengono talvolta collegati alla stima del danno da attendersi per un determinato evento sismico come avviene in Fajfar e Gašperšič (1996) e in Moghadam e Tso (1996) dove si danno delle stime derivate da indicatori di danno legati agli spostamenti massimi raggiunti nelle analisi statiche.

Una metodologia di analisi statica non-lineare particolare, ricavata a partire dalla teoria dinamica di base, è descritta in Chopra e Goel (2001) e Chopra e Goel (2002). Tale procedura nota con il nome di analisi di pushover modale o *Modal Pushover Analysis* (MPA) prevede la combinazione quadratica degli spostamenti ottenuti da più analisi singole di pushover, condotte incrementando le forze di inerzia proporzionali ai primi modi di vibrare ritenuti importanti in ciascuna direzione. Tale metodo è stato poi esteso per lo studio di strutture asimmetriche in Chopra e Goel (2004).

Si vuole concludere questo rapido cenno alle metodologie di analisi statica non-lineare di tipo “convenzionale” sottolineando quelle che sono, forse, le più importanti aspettative quando si realizza un'analisi di *pushover* e quelli che sono i limiti più evidenti di tale tipologia di analisi. Riprendendo tali concetti dal parere autorevole di Kim e D'Amore (1999) e di Krawinkler e Seneviratna (1998), quando si realizza una valutazione sismica mediante analisi di *pushover* ci si aspettano stime su:

- forze che sollecitano meccanismi potenzialmente fragili in elementi strutturali;
- spostamenti attesi per meccanismi duttili in elementi strutturali;

- conseguenze sul comportamento strutturale complessivo del deterioramento in resistenza di singoli elementi strutturali;
- identificazione delle zone critiche per una struttura perché sedi di maggior danneggiamento connesso all'evento sismico;
- identificazione di variazioni di resistenza in pianta e in elevazione che possono portare ad una variazione del comportamento dinamico della struttura in ambito anelastico;
- spostamenti di interpiano che tengano conto di variazioni di resistenza e rigidità della struttura e da utilizzare per la valutazione del danno e la stima degli effetti P- $\Delta$ ;
- verifica globale della struttura in tutto il percorso di carico includendo verifiche sugli elementi strutturali portanti, sulle connessioni, sugli elementi non-strutturali che possiedono rigidità e resistenza non trascurabili, sul sistema di fondazione.

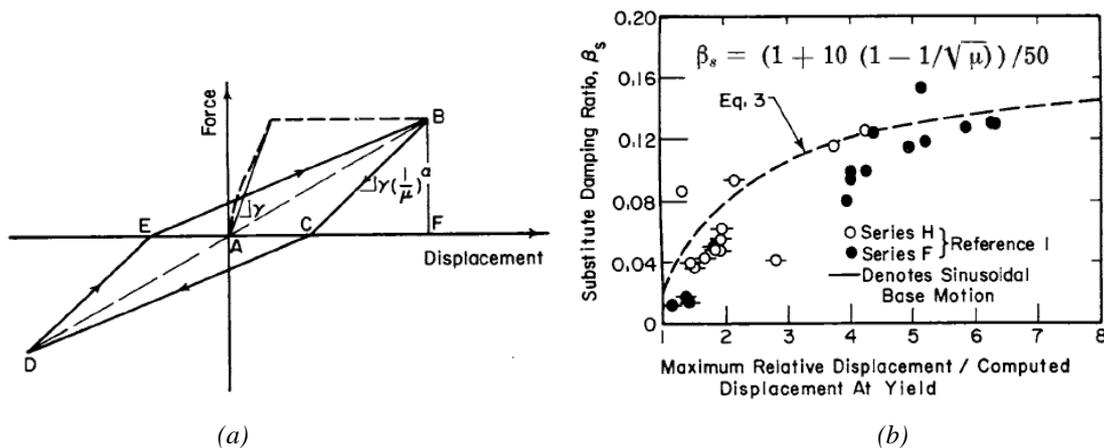
Ci sono molte buone ragioni per preferire l'analisi di *pushover* alle analisi lineari (sia statiche che dinamiche) nella previsione del comportamento sismico di una struttura (come molti dei lavori sopra citati confermano). Tuttavia, seppur tale analisi può sembrare più attraente e semplice delle *time-history*, non ci si deve dimenticare dei punti critici e degli aspetti di incertezza ancora presenti in tale metodologia.

### **4.3) ANALISI DINAMICHE SU MODELLI EQUIVALENTI ESISTENTI**

La necessità di realizzare analisi *time-history* in tempi ragionevoli, soprattutto quando tale strumento è utilizzato per realizzare indagini parametriche che devono essere risolte in maniera ricorsiva e quindi con un elevato onere computazionale, ha sempre rappresentato un problema per chi si occupa di dinamica strutturale. Anche se gli attuali elaboratori sono notevolmente più potenti di quelli di cui si disponeva negli anni 60-70', le analisi *time-history* continuano a rimanere poco attraenti, soprattutto per la pratica professionale quotidiana, se pensate realizzate su modelli dettagliati delle strutture. L'attenzione degli studiosi è stata presto rivolta, alla ricerca di metodi equivalenti semplificati, per lo studio anelastico delle strutture. I filoni e le strade intraprese sono molteplici, ma uno degli aspetti ricorrenti, presente in quasi tutti gli approcci proposti, fa riferimento alla ricerca di un modello SDOF, equivalente della struttura MDOF completa, su cui andare a realizzare le analisi. Tale approccio risulta essere molto attraente data l'estrema facilità di implementazione di un modello ad un grado di libertà e la sua economicità computazionale.

Uno dei primi lavori in cui si fa riferimento ad analisi dinamiche su strutture multipiano, è quello di Clough et al. (1965) in cui si analizza il comportamento di due diversi telai a 20 piani, soggetti all'eccitazione del sisma registrato durante il terremoto di El Centro (1940), per diversi livelli di intensità sismica e con l'ipotesi di elementi strutturali elastici e anelastici. Gli autori sottolineano che gli spostamenti di piano misurati nel caso di struttura lineare sono molto più piccoli di quelli prodotti dalla medesima struttura modellata anelasticamente, da cui la conseguente difficoltà di prevedere con analisi elastiche il comportamento non-lineare delle strutture a più piani; lo stesso discorso vale per la duttilità rotazionale richiesta dal medesimo sisma alle estremità degli elementi strutturali: l'analisi elastica la sottostima pericolosamente; inoltre essa conduce a sovrastimare quelli che sono gli sforzi nei pilastri in conseguenza di una minor energia dissipata dai cicli isteretici.

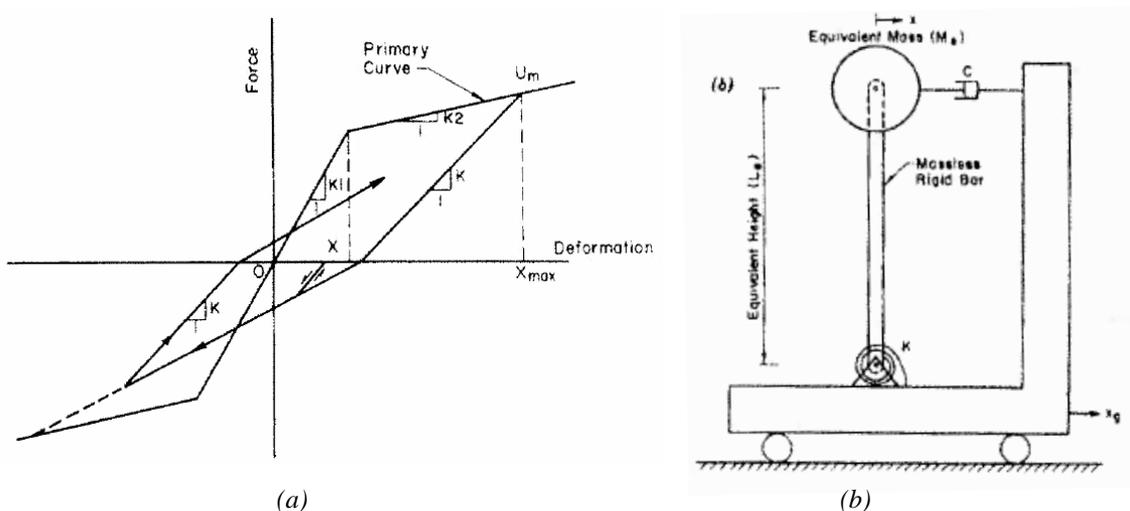
In Gulkan e Sozen (1974) si fornisce un primo esempio di modello SDOF elastico equivalente e capace di predire lo spostamento e il taglio alla base di strutture regolari in c.a.. A detta degli autori, i due aspetti fondamentali che guidano la risposta di strutture in c.a. soggette ad elevate eccitazioni sismiche, sono la riduzione in rigidità e l'aumento di capacità dissipativa. Per rendere il modello aderente alle variazioni che il danneggiamento per carico ciclico provoca, si adottano una rigidità ridotta ed uno smorzamento equivalente (da cui il nome di *substitute damping method*) a quello isteretico misurato sperimentalmente (cui fa riferimento la Figura 4.10). I risultati sembrano confermare la bontà del metodo elastico proposto come strumento di previsione della risposta inelastica di strutture in c.a..



**Figura 4.10** - Funzionamento del metodo di Gulkan e Sozen (1974);  
 (a) Determinazione della rigidità ridotta; (b) Determinazione dello smorzamento equivalente  $\beta_s$ .

In Shibata e Sozen (1976) viene enunciata la procedura per la determinazione di una struttura sostitutiva o sostituta (*substitute-structure*) della reale struttura inelastica a più gradi di libertà, e che possiede il pregio di essere ad un grado di libertà e definita mediante una legge elastica che la rende molto più pratica nell'approccio alla progettazione. La procedura proposta, sintetizzata in tre passaggi, prevede di determinare la rigidità della struttura equivalente, di calcolare le frequenze modali e lo smorzamento della stessa e da ultimo di determinare le forze di progetto mediante un'analisi dinamica modale con spettro di risposta. Basati su alcune applicazioni pratiche, i risultati numerici ottenuti mostrano come per le strutture in c.a. analizzate, il metodo sembra fornire risultati buoni e cautelativi nella stima della forza da impiegare nella progettazione.

In Saiidi e Sozen (1981) è presentata una ulteriore esemplificazione di modello equivalente denominato dagli autori *Q-model*. Tale modello, da impiegare in analisi *time-history* per il calcolo degli spostamenti di strutture, sollecitate da eventi sismici medio-forti, viene determinato mediante le due seguenti semplificazioni: primo, il modello MDOF viene condensato in uno SDOF e secondo il comportamento anelastico dell'intera struttura viene modellato mediante una singola molla anelastica (come mostra la Figura 4.11).

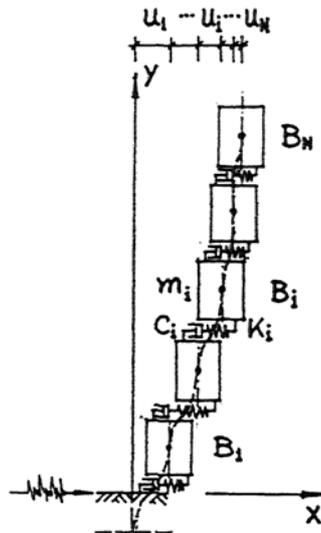


**Figura 4.11** - Schematizzazione del metodo di Saiidi e Sozen (1981): (a) Diagramma forza-spostamento qualitativo utilizzato per la molla isteretica del modello; (b) *Q-model*.

Le proprietà dell'oscillatore semplice vengono determinate sulla base delle derivazioni date in Biggs (1964) per il moto di un oscillatore semplice mentre la relazione momento-spostamento della molla, è del tipo bilineare e tiene in conto del degrado isteretico mediante leggi di scarico definite in funzione dello spostamento massimo raggiunto. Il confronto tra gli spostamenti ottenuti da analisi dinamiche sulle strutture MDOF complete e sul *Q-model*

mostrano un buon accordo nel *range* delle 8 simulazioni numeriche condotte. Il modello proposto possiede il limite di poter essere impiegato per lo studio di sole strutture piane.

In Lai et al. (1992) la teoria dei corpi rigidi (o *multi-rigid-body*) è utilizzata per la definizione di un modello equivalente discreto, per lo studio della risposta dinamica di telai con deformazione tipo *shear-type*.



**Figura 4.12-** Assemblaggio del modello a corpi rigidi proposto in Lai et al. (1992)

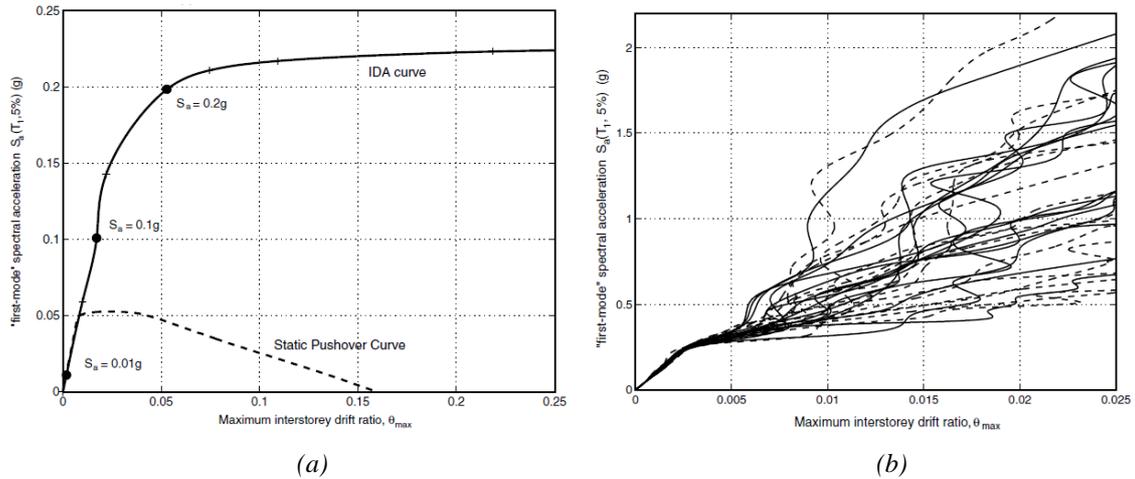
Il modello ricavato analiticamente, è risolvibile mediante le medesime procedure numeriche già viste, poiché le equazioni della dinamica scritte in forma matriciale per un corpo rigido, assumono la stessa forma di quelle che si ottengono da una discretizzazione tipica del metodo agli elementi finiti. Le indagini numeriche condotte su due telai in c.a. mostrano come il metodo proposto, anche se computazionalmente “economico” fornisca risultati sufficientemente precisi.

Si cita da ultimo una metodologia di progettazione, che non è una vera e propria proposta di modello equivalente, ma nello sviluppo della stessa, Kappos e Stefanidou (2010) fanno uso di un particolare modello detto “Modello Parzialmente Inelastico” (o *PIM - Partially Inelastic Model*) ottenuto lasciando elastiche porzioni di elementi strutturali. Gli autori propongono un metodologia di progettazione sismica basata sulla limitazione delle deformazioni (o *deformation-based*) in strutture tridimensionali in c.a.. Tale procedura sfrutta criteri di *performance* per definire dei livelli di danno ammissibile da non superare (di cui utili indicazioni in FEMA 306 e FEMA 307). Il metodo prevede la realizzazione di una prima analisi elastica convenzionale, per ottenere un primo livello di resistenza da cui partire, e da questa fase, la progettazione viene affinata mediante la realizzazione di analisi su modelli parzialmente anelastici in quanto la plasticizzazione è permessa solo in certe sezioni predeterminate. La

progettazione avviene quindi su due diversi *step* con due diverse tipologie di analisi via via più raffinate. I risultati di questo tipo di progettazione, mostrano come si possa ottenere una struttura, che sviluppando un meccanismo duttile plastico, risulta essere più economica da realizzare perché possiede sezioni ed armature ottimizzate. Le metodologie e le procedure citate appaiono come proposte per l'ottenimento di un modello equivalente SDOF su cui condurre le analisi e da utilizzare come sostitutivo di un modello dettagliato MDOF. Noto il modello MDOF quindi, l'obiettivo è quello di determinare un modello semplificato ed equivalente ad un grado di libertà, capace di fornire o eventualmente prevedere la risposta sismica della struttura reale, con conseguente risparmio in termini computazionali e di tempo.

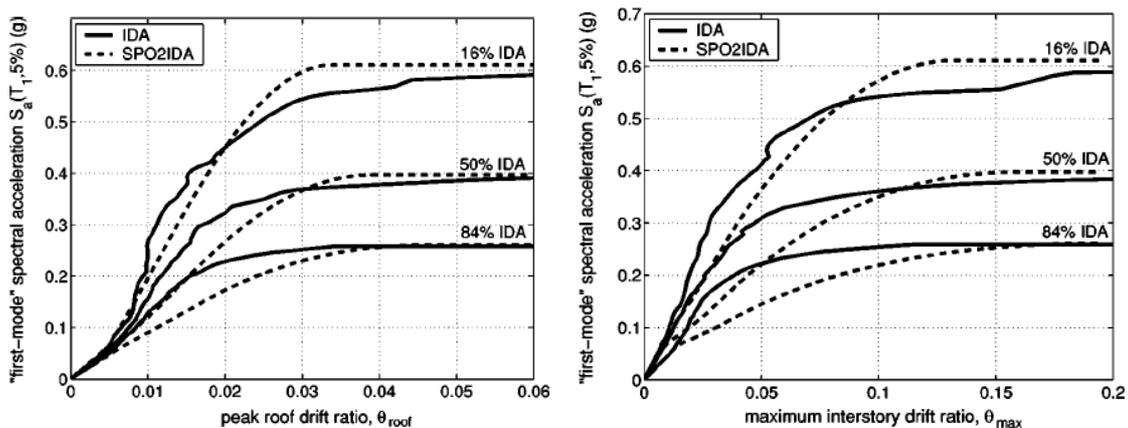
Ulteriori filoni di ricerca si sono concentrati su altre problematiche utilizzando direttamente degli oscillatori semplici, quindi modelli SDOF, non legandoli esplicitamente ad una struttura MDOF reale. In tali lavori, gli oscillatori SDOF sono impiegati come meri strumenti da utilizzare, data la loro peculiare caratteristica di economicità computazionale. In tale contesto, diverse sono le problematiche che sono state affrontate e per questo non sono facilmente raggruppabili in contenitori rigidi ed etichettabili. Si cercherà a questo proposito di dare in maniera sintetica, una panoramica di quelle che sono le applicazioni, le ricerche e i principali risultati, trovati mediante analisi dinamiche condotte su modelli semplici, per la maggior parte ad un grado di libertà (e solo teoricamente associabili a modelli MDOF equivalenti).

In Vamvatsikos e Cornell (2002) sono descritte le fasi e i fondamenti per l'applicazione di una particolare metodologia di analisi dinamica incrementale denominata IDA (*Incremental Dynamic Analysis*). Tale metodologia di indagine parametrica, si basa sui seguenti concetti: 1) scalatura dell'input sismico da utilizzare nell'analisi *time-history* (SF - *Scale Factor*) mediante la definizione di un parametro scalabile adottato come misura di intensità sismica (IM - *Intensity Measure*) che usualmente viene identificato nella PGA (*Peak Ground Acceleration*) o nella PGV (*Peak Ground Velocity*) o nell'accelerazione spettrale associata al primo periodo della struttura; 2) definizione di un parametro scalare utilizzato come misura di danneggiamento strutturale o comunque di richiesta sismica (*DM - Damage Measure*) che usualmente è identificato nel massimo taglio alla base, massima rotazione di un nodo, massimo spostamento di interpiano. Una volta selezionato il singolo *input* sismico (*Single - Record IDA Study*) l'analisi dinamica *time-history* viene eseguita in maniera ricorsiva aumentando il parametro di intensità sismica secondo una progressione prestabilita e andando a registrare per ciascuna analisi il parametro di danno che si rileva. Una curva IDA, che è un grafico del parametro di danno o dei parametri di danno prescelti al crescere del parametro di intensità sismica, può essere vista come una sorta di curva di "pushover dinamico" (Figura 4.13a).



**Figura 4.13 - Esempi di curve IDA da Vamvatsikos e Cornell (2002):**  
 (a) Confronto tra analisi IDA e analisi di pushover; (b) Esempi di IDA multi-records.

Una analisi IDA estesa che abbia una valenza statistica apprezzabile prevede l'utilizzo di più accelerogrammi (*Multi-Record IDA Study*) e quindi la realizzazione di un grafico su cui sono tracciate più curve IDA contemporaneamente (Figura 4.13b). I risultati presentati mostrano come l'analisi IDA possa essere utilizzata sia per la previsione della domanda, che della capacità sismica di una struttura. Inoltre in Vamvatsikos e Cornell (2004) e Vamvatsikos e Cornell (2005) vengono presentati ulteriori interessanti confronti con le analisi di *pushover*, e si introduce la possibilità di utilizzare modelli SDOF al posto degli MDOF (vedi Figura 4.14) per rendere la procedura applicabile a problemi pratici e idonea a fornire una soluzione alternativa nell'ambito dell'approccio di progettazione del *performance-based design*.



**Figura 4.14 - Confronto tra curve IDA ricavate con modelli SDOF (SPO2IDA) e MDOF (IDA) da Vamvatsikos e Cornell (2005).**

Una ulteriore applicazione dell'uso di modelli equivalenti ad un grado di libertà, riguarda la stima degli spostamenti, elastici ma soprattutto anelastici, di strutture reali sollecitate da azione sismica, e dei parametri che possono essere derivati dagli spostamenti assoluti come *drift* di interpiano piuttosto che richieste di duttilità per spostamenti orizzontali o richieste di capacità rotazionali per singoli elementi strutturali.

In tale ambito Qi e Moehle (1991) forniscono mediante analisi su modelli SDOF le stime di richieste di spostamento per sistemi anelastici e arrivano alla generazione di spettri di risposta elastici e anelastici mediante la "teoria del carico impulsivo". Inoltre, gli autori, estendendo le considerazioni a modelli MDOF, hanno creato dei modelli equivalenti SDOF creati a partire da quello proposto da Saiidi e Sozen (1981). Con analisi condotte su tali modelli si è potuto stimare quella che è la richiesta massima in spostamento a livello dell'ultimo piano arrivando a dare infine delle stime di richiesta di spostamenti di interpiano. Il calcolo degli spostamenti di interpiano si è dimostrato indispensabile per poter avere una stima dei livelli di danneggiamento indotti da sismi di diverse intensità da poter poi applicare in una procedura di progettazione di tipo *displacement-based*.

In Miranda e Bertero (1994) considerazioni sulla stima del fattore di riduzione delle forze  $R_\mu$ , che permette di determinare la richiesta di resistenza anelastica a partire da quella elastica, portano alla determinazione di spettri anelastici di progetto. Una estesa bibliografia su metodi alternativi esistenti è riportata. E' dimostrato inoltre che,  $R_\mu$  risulta principalmente influenzato dalla duttilità massima ammessa per gli spostamenti, dal periodo del sistema e dal tipo di sito (rigido o meno). Espressioni semplificate rispetto a quelle derivanti da Miranda (1991) e relativi grafici esplicativi (come ad esempio mostra la Figura 4.15) per la determinazione del fattore  $R_\mu$  in funzione del periodo della struttura, sono date.

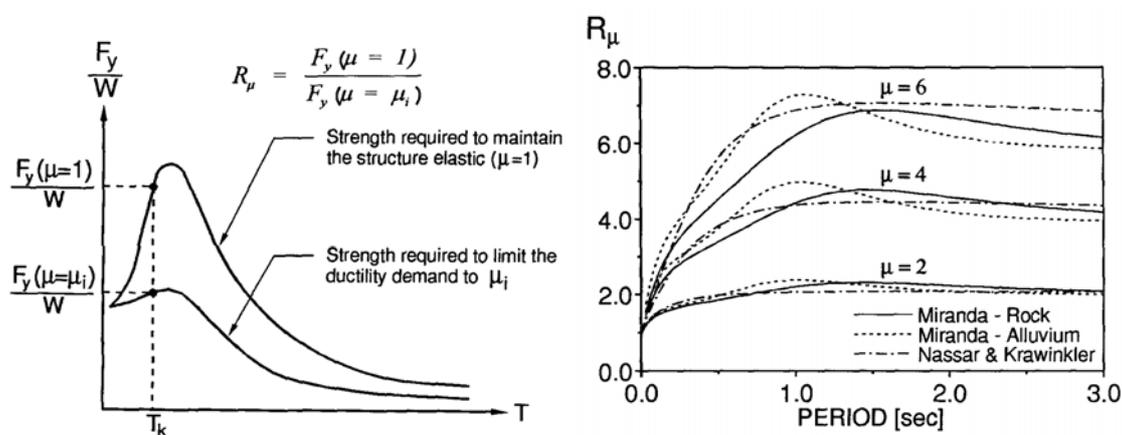


Figura 4.15 - Significato di  $R_\mu$  e variazione del fattore di riduzione per terreno roccioso e alluvionale (tratto da Miranda e Bertero (1994)).

Panagiotakos e Fardis (1999) partendo dall'assunto che, la stima di spostamenti e deformazioni, è l'aspetto chiave in una progettazione basata su criteri di *performance* legati alla limitazione del danno, utilizzano modelli MDOF per realizzare analisi per lo sviluppo di procedure adottate per la stima della domanda di deformazione anelastica in elementi strutturali, in strutture tamponate, non tamponate e parzialmente tamponate. Le analisi dinamiche non-lineari sono condotte su modelli MDOF della struttura e da questi si ricavano i valori "esatti" delle deformazioni per i vari elementi da confrontare con quelli approssimati calcolati mediante analisi elastiche di due tipi: pseudo-statica e dinamica modale con spettro di risposta.

In Miranda e Ruiz-Garcia (2002) è fornita una rivisitazione bibliografica di 6 metodi adottati per la stima della domanda di spostamento anelastica a partire dalla domanda di spostamento elastica riferita a sistemi SDOF. Quattro di questi metodi trovano fondamento nella teoria nota come *equivalent linearization* in cui il massimo spostamento anelastico, è posto pari al massimo spostamento di un sistema elastico avente rigidezza laterale ridotta e un più alto coefficiente di smorzamento rispetto a quello dell'oscillatore anelastico. Negli altri due metodi invece, il massimo spostamento anelastico è ricavato a partire da quello massimo del sistema elastico, equivalente in rigidezza e smorzamento, a quello anelastico, e amplificato da un fattore ricavato mediante regressione di analisi numeriche. Dal confronto dei diversi risultati ottenuti, sono fornite osservazioni critiche in merito all'applicabilità di uno piuttosto di quell'altro approccio, sottolineando che per taluni metodi, nonostante i valori medi siano abbastanza precisi, le dispersioni di risultati sono molto elevate.

Da considerazioni legate alla necessità di trovare una procedura semplificata da rendere di uso comune per la stima degli spostamenti e delle deformazioni, entrambi anelastici e in strutture soggette a sisma, Ruiz-Garcia e Miranda (2003) propongono i risultati di analisi condotte su modelli SDOF elastici e anelastici andando a stimare quelli che sono gli effetti sul rapporto  $C_R$  definito *inelastic displacement ratio*, tra il massimo spostamento anelastico e il massimo spostamento elastico richiesto da un evento sismico. Tale parametro è calcolato, al variare del tipo di eccitazione, andando a considerare per tre tipologie diverse di terreno, l'influenza del periodo di vibrazione, magnitudo del sisma, distanza dalla sorgente e rapporto di incrudimento della legge bilineare dell'oscillatore adottato. Le conclusioni aventi valenza statistica, permettono di risalire alla richiesta anelastica fatta ad una struttura, nota che sia quella elastica, ricavabile più agevolmente. La necessità di fare dei confronti con altri metodi esistenti porta Akkar e Miranda (2005) a realizzare uno studio statistico di confronto su cinque diversi metodi proposti in letteratura, tra cui quello proposto da Ruiz-Garcia e Miranda (2003) appena descritto, e aventi lo scopo di determinare lo spostamento massimo anelastico a partire da analisi elastiche.

Mediante il confronto dei risultati ricavati, sono forniti i vantaggi e gli svantaggi di un metodo rispetto all'altro, rimarcando come per taluni metodi i valori medi siano abbastanza precisi ma le dispersioni di risultati siano elevate.

Le analisi fin qui descritte sono relative a simulazioni numeriche condotte applicando un'azione sismica monodimensionale. In De Stefano e Faella (1996) e De Stefano et al. (1998) una versione più realistica della forzante sismica è applicata a modelli 2DOF, considerando l'input sismico orizzontale, agente contemporaneamente in due direzioni ortogonali. In tali analisi si assume una legge isteretica con limite di snervamento ellittico. La contemporaneità dell'azione agente in due direzioni, comporta la definizione di parametri bi-dimensionali sia per il controllo del danno, che dell'energia dissipata. Rispetto al caso monodimensionale si rileva che il danneggiamento dovuto alla contemporanea azione sismica è più consistente e che la necessità di far fronte all'azione biassiale può essere efficacemente approssiata progettando per azione monodimensionale e incrementando poi la resistenza ottenuta di un fattore pari a circa il 30%. Ulteriori esempi di interazione tra le componenti del sisma sono date in Nigam e Housner (1969).

La semplicità di realizzazione dei modelli SDOF e la loro economicità computazionale, derivano da inevitabili assunzioni e ipotesi semplificative che si pagano però a livello di risultato finale. Una delle conseguenze più importanti nell'utilizzo di tali modelli, sta nel perdere il contributo legato a quelli che sono chiamati "effetti multigrado di libertà" (o *MDOF effects*) che sono effetti propri di un modello MDOF e che un modello ad un grado di libertà non è in grado di cogliere. Tra gli effetti citati parte tra gli altri: tipologia di deformata globale, effetti torsionali, distribuzioni di resistenza e rigidezza in altezza, crisi locale piuttosto che crisi globale. In Seneviratna e Krawinkler (1996) e Nassar e Krawinkler (1991) gli *MDOF effects* sono stati indagati mediante la definizione di casi studio come strutture a telaio e strutture con pareti. Le informazioni date riguardano principalmente la richiesta di resistenza e di deformazione e in linea del tutto generale, si potrebbero sfruttare tali risultati per trovare dei coefficienti correttivi, atti ad inglobare tali effetti in parametri, che modificano la risposta calcolata mediante modelli SDOF.

In Han e Wen (1997) le medesime problematiche relative agli *MDOF effects* sono trattate, e inoltre sono fornite indicazioni, su due coefficienti correttivi  $R_G$  e  $R_L$  che tengono conto rispettivamente della risposta globale della struttura e della risposta locale della stessa. Le formule per il loro ottenimento sono di facile derivazione. Una seconda versione di tali coefficienti, basata su regressione statistica di dati ottenuti da analisi numeriche condotte sembra essere più adatta. I test numerici realizzati indicano una buona accuratezza per tali coefficienti che però rimangono applicabili a casi di strutture regolari.

# 5

## **DETERMINAZIONE DI UN MODELLO STRUTTURALE ANELASTICO EQUIVALENTE**

### **5.1) INTRODUZIONE DI UN MODELLO EQUIVALENTE E DI UN METODO DI ANALISI**

La stima della risposta dinamica di una struttura soggetta ad azione sismica, prevede la determinazione di spostamenti generalizzati (quali ad esempio gli spostamenti di interpiano o gli spostamenti totali piuttosto che le rotazioni degli elementi strutturali), e di forze generalizzate (forze e momenti sugli elementi strutturali). Tali grandezze saranno riferite al singolo istante, se si sta considerando l'azione sismica modellata mediante accelerogrammi, mentre saranno stimati i soli valori massimi attesi, se si procede mediante analisi statiche o pseudo-statiche. Ad ogni modo, le sole analisi dinamiche di integrazione al passo forniscono un quadro completo dei fenomeni cinematici tenendo conto del progredire del danneggiamento e del degrado isteretico. In questo senso sono perciò le analisi più complete e precise (tanto da poterle definire "esatte") per lo studio delle strutture soggette a fenomeni transitori, quale è l'azione sismica. Per avere una risposta anelastica sismica completamente definita a livello globale (struttura) e a livello locale (elemento strutturale), un modello numerico di tipo anelastico dettagliato (come da classificazione riportata in FEMA 440) deve essere utilizzato. Tali modelli risultano tipicamente onerosi computazionalmente e quando utilizzati per analisi non lineari di tipo *time-history*, problemi di convergenza non sono da escludere. Partendo dal modello dettagliato, è possibile ricavarne uno del tipo *stick*, equivalente al primo in termini di comportamento dinamico

globale, e utilizzare questo secondo, molto più economico computazionalmente e meno complesso da trattare numericamente, per la realizzazione delle analisi dinamiche *time-history* ottenendo da quest'ultimo informazioni sugli spostamenti generalizzati globali (cioè riferiti alla struttura). Il passaggio da un modello MDOF dettagliato, ad uno più sintetico del tipo *stick*, prevede l'imposizione di ipotesi semplificative. Una di queste, e forse una delle più importanti, è che gli spostamenti e la rotazione di ciascun nodo del modello *stick*, devono essere rappresentativi degli spostamenti e delle rotazioni dell'intero solaio di piano ad esso associato. Tale ipotesi è valida se il solaio è sufficientemente rigido nel suo piano, in modo che gli spostamenti relativi tra punti dello stesso orizzontamento siano nulli o comunque trascurabili rispetto agli spostamenti indotti dall'azione sismica al livello a cui appartengono.

La metodologia di analisi proposta nel presente lavoro, oltre a descrivere le fasi che portano alla definizione di un modello equivalente globale di tipo *stick* (che per brevità d'ora in poi verrà identificato come ***ESM - Equivalent Stick Model***) fornisce le indicazioni di una possibile modalità di utilizzo e applicazione del modello, che viene inserito nel contesto più ampio di un metodo di analisi nuovo (che chiameremo per semplicità e analogia di definizione ***ESMM - Equivalent Stick Model Method***) e che utilizza al suo interno un modello *ESM*.

La nuova metodologia proposta, che utilizza il modello *stick* equivalente, si articola nelle seguenti fasi principali:

- I) realizzazione del modello strutturale anelastico dettagliato;
- II) determinazione del comportamento anelastico del singolo piano;
- III) definizione del legame isteretico per ciascun grado di libertà;
- IV) determinazione della massa da attribuire a ciascun grado di libertà;
- V) assemblaggio del modello equivalente globale di tipo *stick* (*ESM*);
- VI) soluzione delle analisi *time-history* condotte sul modello *stick*;
- VII) determinazione della storia deformativa di ciascun piano;
- IIIX) stima delle risposte locali dal modello dettagliato.

Di queste otto fasi, le prime cinque fanno capo alla determinazione del modello equivalente, mentre le altre tre risultano il completamento della procedura di analisi proposta. Si daranno dapprima le indicazioni per l'ottenimento del modello e successivamente quelle per la sua applicazione nel contesto più ampio del metodo descritto.

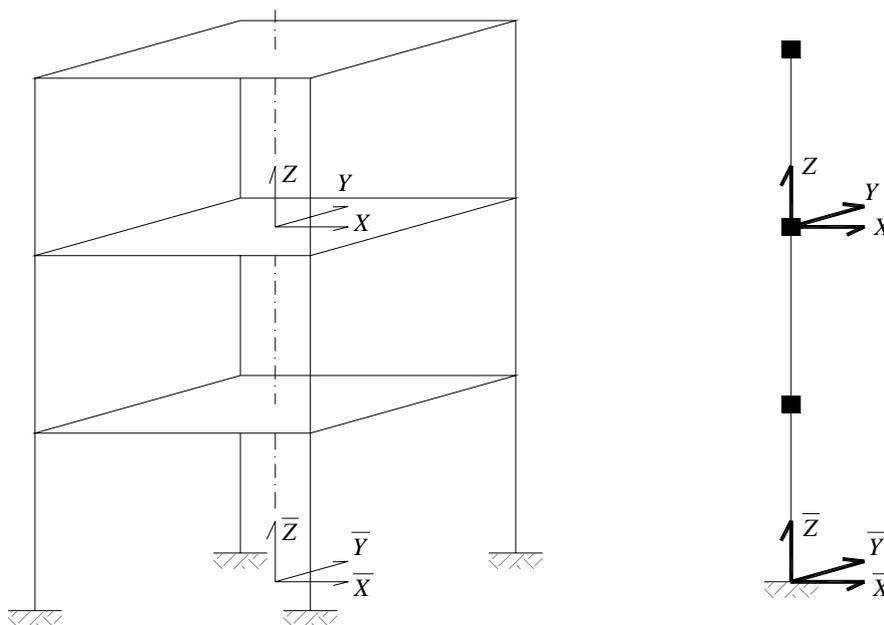
## 5.2) PROCEDURA PER LA DETERMINAZIONE DEL MODELLO

### 5.2.1) Realizzazione del modello strutturale anelastico dettagliato

La realizzazione del modello numerico dettagliato è la prima fase da realizzare. Con tale modello, verranno ricavati i parametri modali approssimati della struttura reale (frequenze, periodi, deformate modali, fattori di partecipazione) e di tale modello si ricaveranno le curve anelastiche di piano. Il modello deve essere quindi il più possibile rappresentativo delle distribuzioni di rigidezza, massa e resistenza della struttura reale.

### 5.2.2) Determinazione del comportamento anelastico del singolo piano

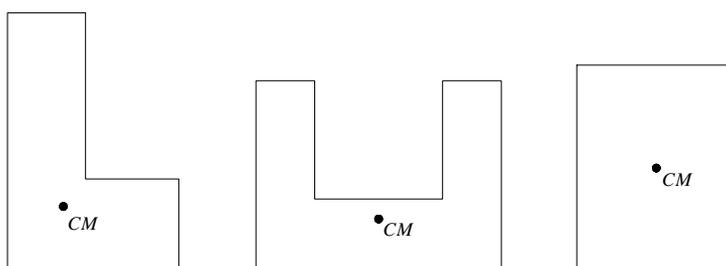
Uno dei passaggi fondamentali su cui si basa la procedura descritta prevede che la determinazione dei movimenti dei punti di un solaio dovuti ad azione sismica orizzontale, siano determinabili a partire dai movimenti di un punto identificato come rappresentativo del solaio (o in termini più ingegneristici, siano determinabili dagli spostamenti generalizzati dei gradi di libertà del nodo rappresentativo).



*Figura 5.1 - Posizione e orientamento del sistema di riferimento locale e globale*

Sia  $X$ - $Y$ - $Z$  la terna di assi ortogonali locali (riferita al generico solaio) e  $\bar{X}$ - $\bar{Y}$ - $\bar{Z}$  la terna di assi ortogonali che identifica il sistema di riferimento globale (riferito alla struttura). Tali sistemi sono localizzati e orientati secondo quanto descritto in Figura 5.1 e tali per cui gli assi  $X$  e  $\bar{X}$ ,  $Y$  e  $\bar{Y}$ ,  $Z$  e  $\bar{Z}$  siano rispettivamente paralleli tra di loro.

I movimenti di piano saranno nella situazione più generale due traslazioni, lungo le direzioni orizzontali di interesse  $X$  ed  $Y$ , ed una rotazione attorno all'asse perpendicolare al solaio assunto come asse  $Z$ . Come già detto in precedenza, l'ipotesi di condensare i movimenti di un intero orizzontamento nei movimenti di un solo punto ritenuto rappresentativo, è valevole in termini rigorosi solo se il solaio è infinitamente rigido nel suo piano. In tutti gli altri casi i risultati della soluzione ottenuta saranno una approssimazione. Il punto rappresentativo prescelto è il baricentro geometrico CG della superficie del solaio che viene ipotizzato nel presente lavoro essere anche la posizione del baricentro CM delle masse (o centro di massa) del solaio. Si assume inoltre che tutti i centri di massa dei vari piani siano allineati lungo l'asse  $\bar{Z}$ .



**Figura 5.2:** Identificazione del punto rappresentativo di piano

La definizione del comportamento cinematico bidimensionale del singolo orizzontamento, viene qui identificata da tre curve di piano anelastiche, pensate ricavate mediante un'analisi statica incrementale, in cui si fanno crescere delle distribuzioni di forza  $f_x$  ed  $f_y$  applicate al piano di interesse. Possiamo tracciare tali curve di capacità di piano monitorando la forza applicata in una certa direzione, al crescere dello spostamento che il punto di controllo CM ha nella medesima direzione e calcolato rispetto al piano sottostante. Le tre curve che si considerano rappresentative del piano sono:

$$F_x - \Delta_x^{CM}$$

$$F_y - \Delta_y^{CM}$$

$$M_z - \theta_z^{CM}$$

dove si è considerato il seguente significato dei simboli:

$F_X$  risultante della distribuzione di forza  $f_x$  (agente lungo la direzione X) e applicata al piano di interesse.

$F_Y$  risultante della distribuzione di forza  $f_y$  (agente lungo la direzione Y) e applicata al piano di interesse.

$M_Z$  momento torcente applicato al piano (agente lungo la direzione Z) e dato dalle forze  $F_X$  ed  $F_Y$  per le loro rispettive distanze dal punto CM.

$\Delta_X^{CM}$  spostamento lungo la direzione X, del punto CM del piano di interesse, depurato dello spostamento del baricentro geometrico del piano sottostante (spostamento di interpiano).

$\Delta_Y^{CM}$  spostamento lungo la direzione Y, del punto CM del piano di interesse, depurato dello spostamento del baricentro geometrico del piano sottostante (spostamento di interpiano).

$\theta_Z^{CM}$  rotazione lungo la direzione Z, del punto CM del piano di interesse, depurata della rotazione del baricentro geometrico del piano sottostante (rotazione di interpiano) e derivante dalla torsione indotta dai carichi  $F_X$  ed  $F_Y$ .

Si definiscono inoltre:

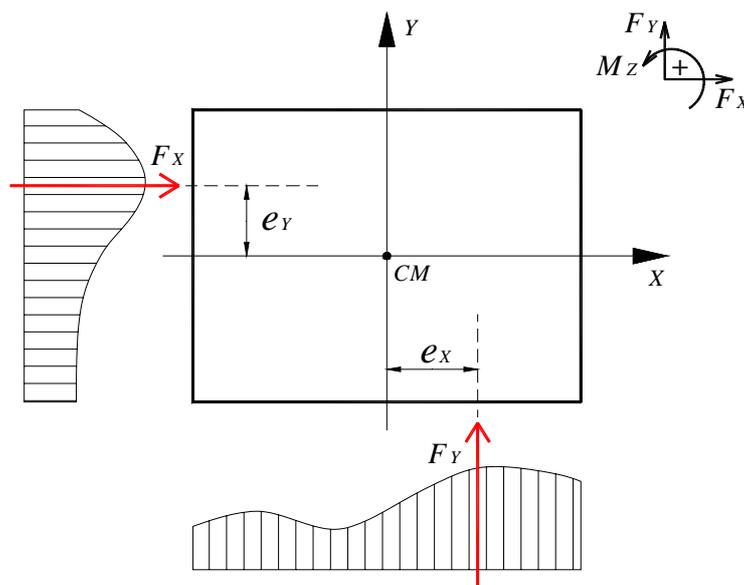
$e_Y$  ordinata della retta d'azione di  $F_X$

$e_X$  ascissa della retta d'azione di  $F_Y$

tali per cui valga la relazione (5.1):

$$M_Z = -F_X \cdot e_Y + F_Y \cdot e_X \quad (5.1)$$

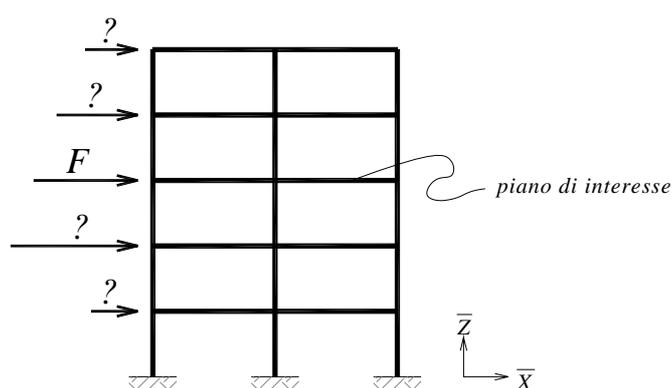
per la determinazione del valore di  $M_Z$  a partire dai valori noti di  $F_X$  e  $F_Y$  come evidenziato in Figura 5.3.



**Figura 5.3** - Convenzione di segno per forze e momenti e determinazione del momento torcente  $M_Z$ .

La distribuzione di forze può variare lungo l'asse  $Z$  identificando una distribuzione in altezza; può invece essere una distribuzione orizzontale, quando riferita a forze applicate alla superficie in pianta del generico solaio. Così per descrivere in maniera completa una distribuzione di forze occorre definire come queste ultime si ripartiscono lungo l'altezza e come la forza agente alla generica quota, sia poi applicata e distribuita a livello di solaio. La scelta della distribuzione in pianta, per il più dei casi non è un aspetto di particolare complessità. E' invece una problematica di non semplice soluzione quando riguarda la distribuzione in altezza. Questo perché, in un sistema intelaiato multipiano, studiato in ambito anelastico, le curve di capacità di un piano sono influenzate dalla distribuzione e soprattutto dall'intensità delle forze agenti ai piani superiori e in minor misura a quelli inferiori.

I valori di forza che agiscono agli altri piani però, variando in maniera indipendente da un livello all'altro durante un evento sismico, non possono essere pensati come noti a priori nella determinazione della curva di capacità del piano studiato, poiché dipendenti dall'*input* sismico che si considera. La soluzione più semplice potrebbe essere quella di fissare un determinato livello di forza sismica agente agli altri piani, e mantenerlo costante mentre si incrementa la forza al solo piano che si sta analizzando. Tale strada però, porterebbe ad una forte discrezionalità dei risultati in termini di curva di capacità in quanto, fortemente legata alla distribuzione in altezza e al livello di carico prescelto (come mostra la Figura 5.4). Inoltre, così facendo, non si terrebbe in conto del fatto che, per strutture governate da un modo di vibrare fondamentale, la distribuzione verticale di forza, cresce a tutti i livelli all'aumentare del livello di intensità sismica.



**Figura 5.4** - Discrezionalità nella scelta delle intensità delle forze ai piani.

Potrebbe essere ragionevole ipotizzare allora, una distribuzione di carichi lungo l'altezza del telaio o dell'edificio e aumentare tale distribuzione a tutti i livelli, in maniera proporzionale o anche non proporzionale tra i piani, se giustificato.

La metodologia di calcolo delle curve di capacità di piano in questa nuova ipotesi si riconduce pertanto alla realizzazione di un'analisi di tipo *pushover*. Si ricorda, come accennato al capitolo precedente, che durante le analisi di *pushover*, prima dell'applicazione dei carichi orizzontali si deve provvedere ad applicare i carichi verticali, calcolati come combinazione dei permanenti e degli accidentali presenti sulle strutture. La scelta della distribuzione in altezza più adeguata, deve cadere sulla distribuzione capace di cogliere in maniera più realistica la distribuzione di forze derivanti da un'analisi dinamica. In considerazione di quanto detto al capitolo precedente, si sono considerate tre diverse tipologie. Esse sono rappresentate schematicamente in Figura 5.5 e nell'ordine sono la distribuzione con: (a) forze proporzionali alle masse traslazionali di piano moltiplicate per la quota del piano stesso; (b) forze proporzionali ad una distribuzione uniforme di accelerazioni in altezza; (c) forze proporzionali ai tagli di piano derivanti da uno o più modi di vibrare.

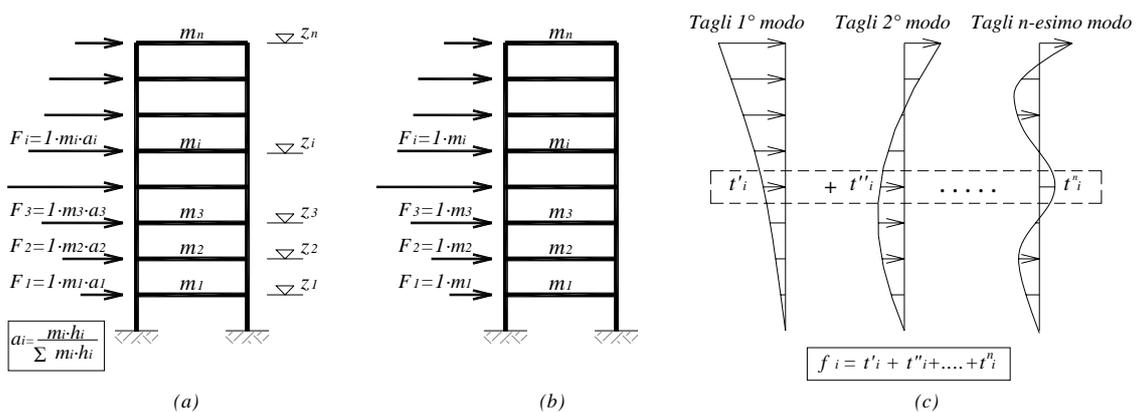
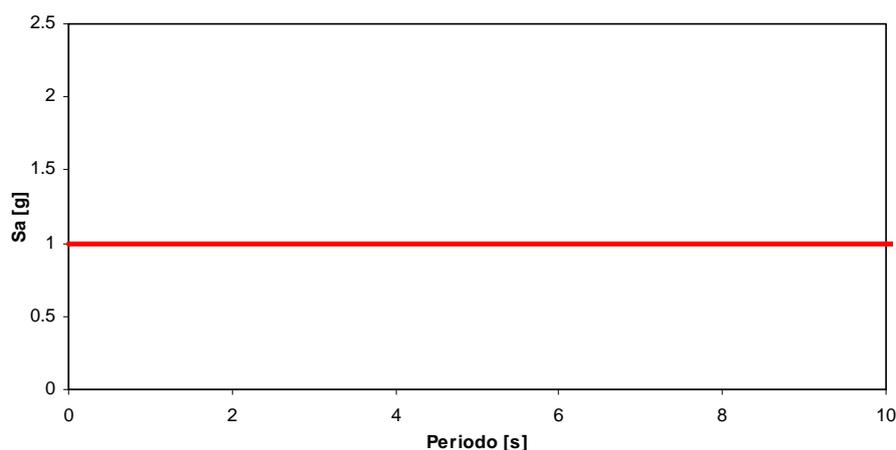


Figura 5.5 - Distribuzioni di forza adottate per la determinazione delle curve di capacità.

Per rendere la procedura di determinazione delle curve di capacità di piano indipendente dall'*input* sismico, successivamente utilizzato nelle analisi *time-history* (e quindi indipendente dallo spettro di risposta dell'accelerogramma utilizzato), nel calcolo della distribuzione di forze proporzionale a quella dei tagli di piano corrispondenti a più modi di vibrare, si è deciso di adottare uno spettro di risposta (in pseudo-accelerazione) costante e quindi indipendente dal periodo. Tale spettro è riportato in Figura 5.6.

Questa scelta è motivata dall'intenzione di mantenere la procedura di calcolo delle curve di capacità, indipendente da quella che sarà la domanda sismica richiesta da un determinato *input*. Questo per non dover determinare una diversa curva di capacità da attribuire al piano per ogni accelerogramma utilizzato come *input* sismico.



*Figura 5.6 - Spettro di risposta in termini di pseudo-accelerazione adottato nella procedura ESMM.*

### 5.2.3) Definizione del legame isteretico per ciascun grado di libertà

Dopo aver determinato le curve di capacità del singolo piano, si procede a definire come le tre leggi di piano, che per come sono state definite sono delle curve continue ricavate per carichi crescenti monotonamente, si comportano sotto l'azione di carico ciclico. Nella scelta del legame isteretico da attribuire a ciascuna curva bisogna tenere conto principalmente di due cose: il modello *stick* che si sta predisponendo è un modello che vorrebbe essere rappresentativo e sostitutivo, nelle analisi dinamiche, del modello strutturale dettagliato. A tal riguardo la legge isteretica che si decide di utilizzare, dovrebbe essere una legge di degrado che tiene conto del comportamento e del danneggiamento della struttura tridimensionale condensata in una legge di degrado relativa ad un singolo grado di libertà. Quindi, la decisione della legge isteretica più opportuna deve essere fatta in considerazione di quelli che sono i fenomeni di danneggiamento che si sarebbero voluti cogliere con il modello tridimensionale dettagliato.

Il secondo aspetto critico, che rende un po' più complessa la scelta, consiste nella difficoltà di reperire prove sperimentali che forniscano informazioni dettagliate su quello che è il comportamento sotto carico ciclico, di un intero piano preso come oggetto di studio. Questo perché l'attenzione sperimentale è usualmente attratta dallo studio del comportamento strutturale complessivo e non è così semplice risalire alla risposta locale, nella fattispecie del singolo piano, avendo a disposizione informazioni solo sul comportamento strutturale globale. Gli studi sulle leggi isteretiche di sistemi in c.a. presenti in letteratura, hanno usualmente come scopo principale, quello di interpretare e simulare il comportamento per carico ciclico dell'intera struttura, piuttosto che fornire indicazioni sul degrado sezionale o ancora, su tratti di elementi strutturali come le zone di cerniera plastica oggetto di diffusa ricerca. Da queste indicazioni, e dalla difficoltà allo stato dei fatti di tarare e calibrare le leggi isteretiche più

complesse e raffinate, per la rappresentazione del comportamento di piano si è deciso di adottare delle formulazioni piuttosto semplici e facili da gestire numericamente. Le leggi che si sono considerate per approssimare la curva di piano continua ottenuta mediante analisi statico-incrementale sono una poligonale elastica a 4 tratti (denominata per semplicità tetralineare) e una legge isteretica poligonale a 3 tratti del tipo *peak-oriented* (denominata per semplicità trilineare). Una rappresentazione del comportamento di tali leggi per tratti di carico, scarico e ricarico è data in Figura 5.7.

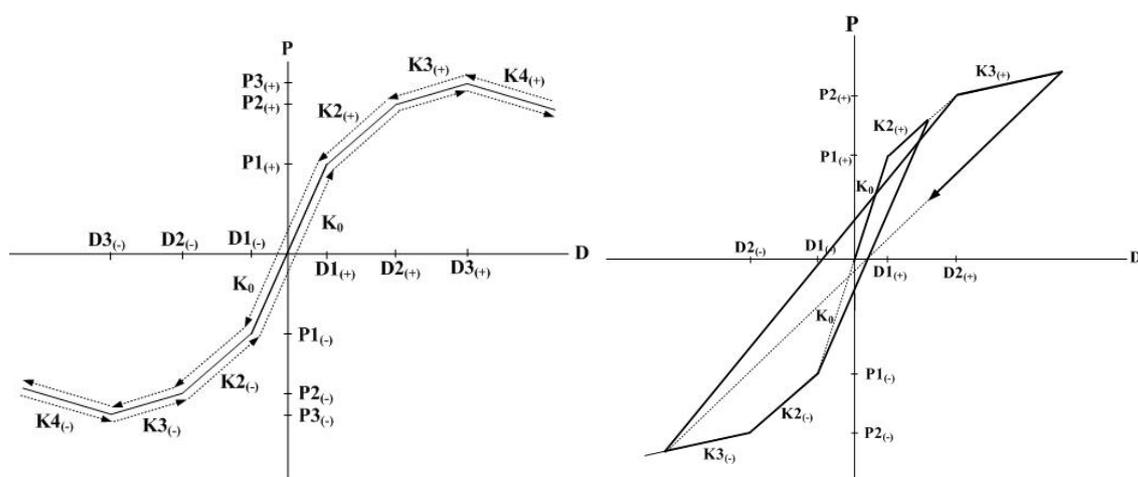


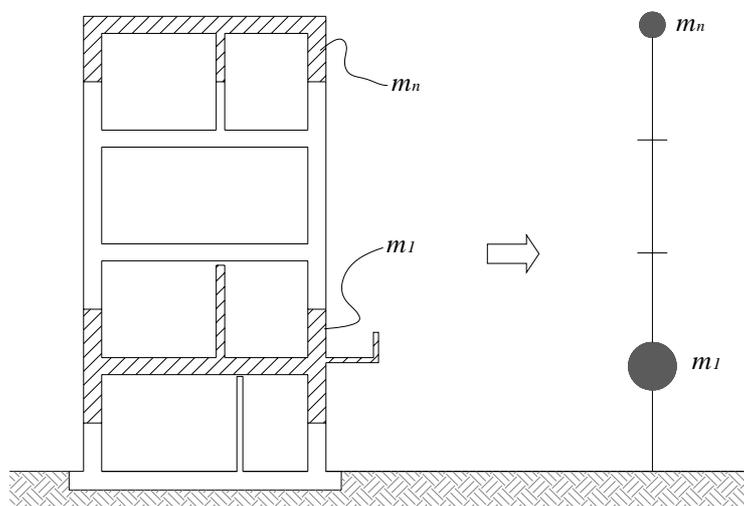
Figura 5.7 - Leggi isteretiche utilizzate: elastica a tratti (sinistra) e peak-oriented (destra).

Nella legge elastica a 4 tratti (tetralineare) la risposta del sistema strutturale avviene muovendosi su una curva poligonale di base definita *skeleton curve* sia per la fase di carico, che per lo scarico e il successivo ricarico. Tale legge non contempla comportamento isteretico di degrado del sistema poiché la risposta è sempre determinata percorrendo la curva di base senza originare cicli isteretici. La *skeleton curve* è definita mediante le coordinate dei punti 1, 2, 3 e la pendenza dell'ultimo ramo, data come percentuale del tratto elastico che unisce l'origine al punto 1. Tale curva riporta in ascissa il parametro di spostamento di interesse (spostamento o rotazione) e in ordinata la forza generalizzata agente (forza o momento). Nella legge isteretica a 3 tratti (trilineare) del tipo *peak-oriented*, la risposta del sistema strutturale viene calcolata muovendosi lungo una *skeleton curve* determinata da due punti nella fase di carico vergine; il tratto di scarico e di ricarico avviene puntando al valore di massimo spostamento per cui è già avvenuto lo snervamento dalla parte opposta del diagramma. Se il primo valore di snervamento non è ancora stato raggiunto il punto di risposta nei tratti di scarico e ricarico si muove verso il punto di primo snervamento. La *skeleton curve* è definita mediante le coordinate dei punti 1, 2 e la pendenza dell'ultimo ramo, data come percentuale del tratto elastico che unisce l'origine al

punto 1. Tale curva riporta in ascissa il parametro di spostamento di interesse (spostamento o rotazione) e in ordinata la forza generalizzata agente (forza o momento).

#### 5.2.4) Determinazione della massa da attribuire a ciascun grado di libertà

Per la completa definizione del modello equivalente da adottare nelle analisi dinamiche, è necessario stabilire come la massa, del sistema reale dapprima e del modello dettagliato poi, si distribuisca su ciascuno dei gradi di libertà di competenza. E' importante definire correttamente la distribuzione di massa poiché essa gioca un ruolo fondamentale nel cercare di approssimare al meglio la risposta dinamica della struttura reale, concorrendo alla determinazione dei periodi propri della struttura e delle deformate modali che vengono tra l'altro, utilizzate per la determinazione della distribuzione dei tagli di piano nel calcolo delle curve di piano. Come anticipato al Capitolo 4, le quantità di massa che vengono attribuite ai tre gradi di libertà nodali di ciascun livello, sono quelle che competono alle due masse traslazionali e al momento d'inerzia rotazionale. Una più chiara indicazione di come vengono calcolate le masse traslazionali da attribuire a ciascun livello è data in Figura 5.8.



**Figura 5.8** - Indicazioni per il calcolo della massa da attribuire a ciascun piano

Il calcolo della massa traslazionale da attribuire a ciascun piano viene effettuato nel presente lavoro seguendo le seguenti indicazioni:

- la massa degli elementi permanenti strutturali derivanti dalla realizzazione del solaio vengono attribuiti al piano del solaio stesso;

- la massa degli elementi permanenti non strutturali e derivante dalle azioni accidentali gravanti direttamente sul solaio vengono attribuiti al piano del solaio stesso;
- la massa di elementi strutturali che connettono due impalcati a quote diverse sono attribuiti per metà sui due diversi livelli;
- la massa di elementi non strutturali compresi tra due impalcati sono attribuiti per metà sui due diversi livelli se essi sono saldamente ancorati ad entrambi i livelli, altrimenti sono attribuiti interamente al solaio sottostante.

Per quanto riguarda invece la determinazione del momento d'inerzia rotazionale da attribuire a ciascun piano, esso viene effettuato, nel presente lavoro, seguendo le seguenti indicazioni:

- la massa che contribuisce alla determinazione del momento d'inerzia rotazionale di piano è quella degli stessi elementi che hanno attribuito al piano la loro massa traslazionale;
- il momento d'inerzia torsionale è ricavato pensando che la massa traslazionale sopra ricavata sia uniformemente distribuita sulla superficie in pianta del solaio.

### **5.2.5) Assemblaggio del modello ESM**

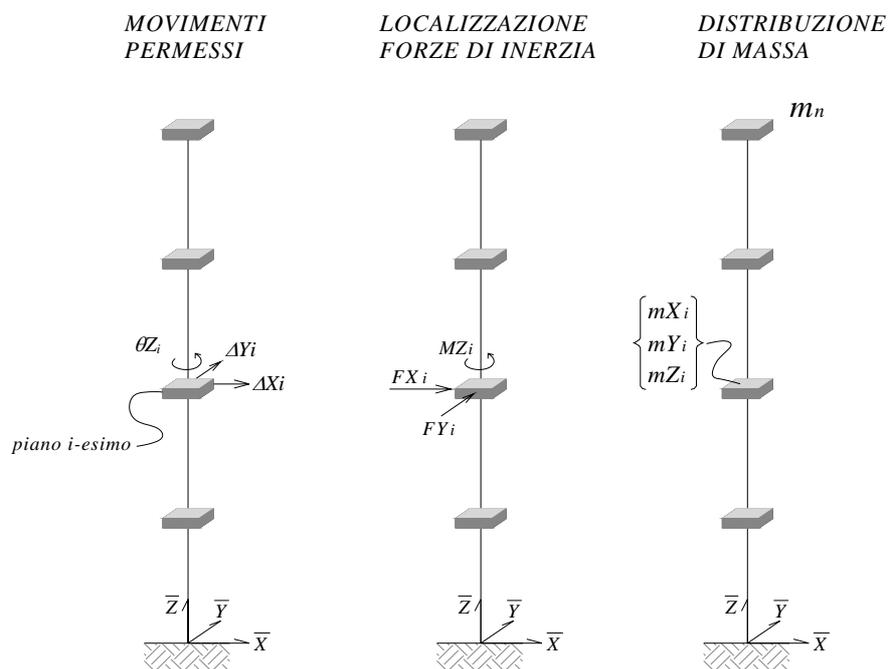
Dopo aver descritto come ottenere gli ingredienti che servono a comporre il modello ESM, non resta che assemblare il tutto, imponendo le condizioni di vincolo e scegliendo il tipo di elemento finito da utilizzare.

Rispondendo al primo dei punti rimasti da chiarire, le condizioni di vincolo che si adottano sono quella di incastro perfetto alla base del modello, come è del resto di incastro perfetto il vincolo adottato alla base dei pilastri del modello dettagliato. Se si fosse interessati a cogliere gli effetti legati a particolari fenomeni localizzati alla base della struttura, come ad esempio eventuali rotazioni delle fondazioni, occorrerebbe dapprima studiarne gli effetti e l'entità mediante il modello dettagliato, poi l'implementazione all'interno del modello *stick* potrebbe essere ottenuta mediante due strade alternative ma ugualmente percorribili: si potrebbe operare modificando il vincolo di incastro alla base del modello con uno opportunamente tarato, o alternativamente, si potrebbero modificare le leggi di risposta ai vari livelli per tenere conto del particolare fenomeno che si vuole inserire nell'analisi strutturale. Questa problematica non è oggetto del presente lavoro per cui non si forniscono ulteriori approfondimenti a tal riguardo.

Giova ricordare che, consentendo a ciascun orizzontamento le due traslazioni nel piano del solaio e la rotazione torcente (rotazione attorno all'asse ortogonale al piano di solaio), il

modello *stick* descritto, assumerà per gli elementi finiti che connettono due solai i seguenti schemi statici: incastro-incastro scorrevole per il primo elemento vincolato a terra; doppio incastro scorrevole a tutti gli altri livelli. La massa degli elementi finiti di connessione è posta nulla. Nelle analisi dinamiche le forze di inerzia che nascono sono localizzate ai soli nodi di piano e quindi agiscono direttamente sul grado di libertà di interesse. Non nascono quindi forze intermedie ai piani dei solai. Le uniche componenti cinematiche, del vettore degli spostamenti generalizzati che sopravvivono a livello di elemento finito di connessione tra due solai, sono i due spostamenti lungo X e Y e la rotazione attorno a Z (come esplicitato in Figura 5.9). L'elemento finito che si è utilizzato nella realizzazione del modello ESM è del tipo a plasticità concentrata con un elemento elastico lineare posto in serie a due cerniere non-lineari di estremità. Alle cerniere non-lineari di estremità sono assegnate le leggi isteretiche discusse in precedenza per ciascuno dei tre gradi di libertà di interesse.

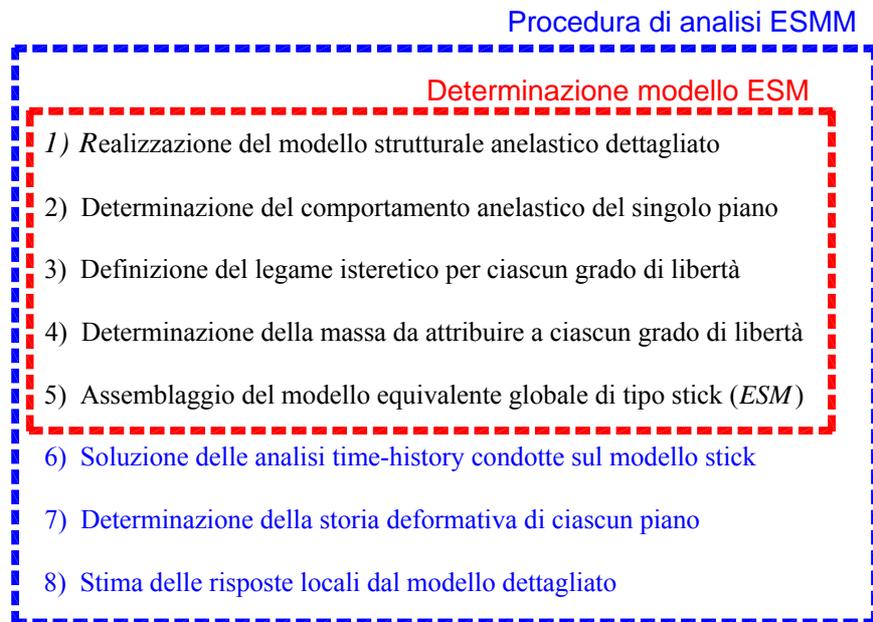
Le analisi dinamiche che si conducono sul modello equivalente prevedono l'applicazione di una azione sismica alla base del modello stesso e tale azione è modellata mediante l'attribuzione di un accelerogramma lungo le direzioni di interesse.



**Figura 5.9** - Assemblaggio del modello *stick* con definizione: (a) dei movimenti permessi; (b) forze di inerzia che nascono; (c) distribuzione di massa per ciascun piano.

### 5.3) DESCRIZIONE DEL METODO DI ANALISI

Una volta realizzato il modello equivalente, una possibile applicazione di quest'ultimo, prevede di poterlo inserire in un contesto di studio e analisi più ampio, quale è la metodologia proposta nel seguito, la quale sfrutta un modello anelastico equivalente, da sostituire a quello dettagliato, per la realizzazione di analisi dinamiche *time-history*. Tale metodologia denominata *ESMM* (a cui fa riferimento la Figura 5.10), oltre a comprendere le fasi che portano alla realizzazione del modello equivalente, prevede la realizzazione di ulteriori tre *step* di utilizzo del modello *stick* predisposto. Di seguito, si descriverà sinteticamente, il contenuto di tali tre fasi, lasciando il commento dei risultati alle applicazioni riportate al capitolo successivo.



**Figura 5.10** - Fasi della procedura di analisi *ESMM* (*Equivalent Stick Model Method*).

#### 5.3.1) Soluzione delle analisi *time-history* sul modello stick

Determinato compiutamente il modello strutturale da adottare nelle analisi, la fase successiva prevede la realizzazione delle analisi dinamiche del tipo *time-history* per la determinazione della risposta globale della struttura. L'azione sismica, applicata alla base dei modelli, è simulata mediante un accelerogramma, registrato o generato artificialmente, applicato lungo la direzione di interesse o mediante un *set* di due accelerogrammi lanciati contemporaneamente lungo le due direzioni X e Y considerate. Le analisi dinamiche eseguite e

risolte mediante i metodi visti al Capitolo 2, risultano essere molto meno onerose da un punto di vista computazionale rispetto all'analisi eseguita sul modello strutturale dettagliato poiché realizzate su sistemi a ridotto numero di gradi di libertà.

### **5.3.2) Determinazione della storia deformativa di piano**

Dalle analisi dinamiche *time-history*, è possibile ottenere la storia deformativa di ciascun piano e relativamente a ciascuno dei tre gradi di libertà considerati per ogni piano. E' possibile ottenere perciò, per l'intera durata dell'evento sismico, la storia di una serie di parametri di tipo globale (riferiti cioè alla struttura). Essi possono essere degli spostamenti totali (cioè spostamenti di un piano calcolati rispetto alla base della struttura), piuttosto che degli spostamenti di interpiano ( se calcolati rispetto al piano sottostante); lo stesso dicasi per le rotazioni torsionali che forniscono una stima della domanda anelastica sismica di rotazione ai vari piani. Un altro parametro, che è possibile determinare agevolmente e che può risultare di grande interesse, è la forza che nasce, istante per istante, a ciascun piano. Sommando via via ai vari livelli, dall'alto verso il basso, i contributi di forza originati dall'azione sismica, è possibile determinare in maniera molto semplice il taglio di piano fino ad arrivare al taglio alla base. Quest'ultimo parametro è di notevole interesse perché, se riportato in ordinata su di un grafico con in ascissa lo spostamento del punto di controllo dell'ultimo piano nello stesso istante, fornisce la curva di domanda sismica globale puntuale (istante per istante), che può essere confrontata con quella di capacità derivante da un'analisi di *pushover*.

### **5.3.3) Stima delle risposte locali dal modello dettagliato**

Note quelle che sono le stime delle massime richieste sismiche in termini di spostamento o forza a ciascun piano, è possibile impostare verifiche in termini di capacità deformativa o capacità resistente. Tali verifiche possono intendersi come verifiche locali essendo riferite al singolo elemento (strutturale e non), una sua parte o una sua sezione. Per le verifiche impostate in termini di capacità deformativa piuttosto che di capacità resistente si procederà rispettivamente a partire dagli spostamenti (netti di piano) e dalle forze di piano, entrambi noti all'istante in cui si intende realizzare la verifica.

Così, scelto il piano di solaio di cui verificare gli elementi o le sezioni, può essere ragionevole realizzare le verifiche degli elementi e dei meccanismi duttili nell'istante in cui si è raggiunto il massimo spostamento per l'elemento da verificare e quindi si è raggiunta la massima domanda di spostamento di piano; le verifiche degli elementi e dei meccanismi fragili

possono invece essere ragionevolmente impostati in termini di resistenza e quindi potrebbe essere più ragionevole prendere come istante di verifica quello in cui è raggiunta la massima forza di taglio al piano.

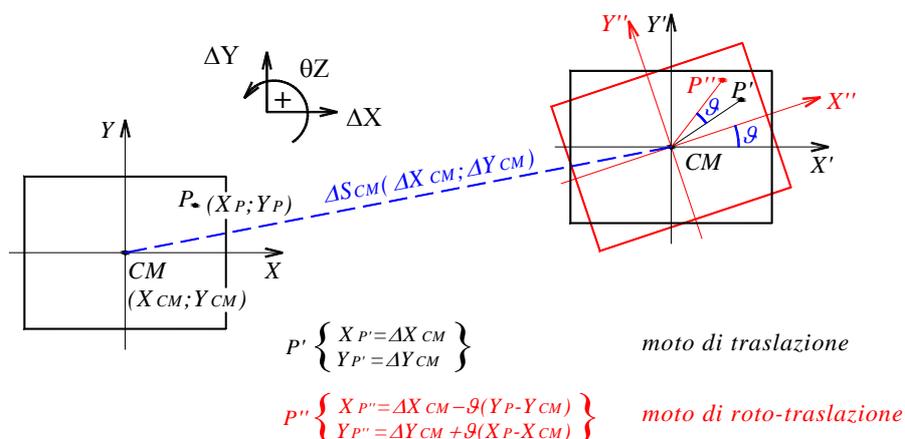
Diverse sono le strade da percorrere per il calcolo della domanda di spostamento e della domanda di resistenza. Per poter calcolare la richiesta di massimo spostamento per uno specifico punto del solaio si può sovrapporre il moto di traslazione con quello di rotazione del piano stesso e, ricostruendo il movimento del punto per tutta la durata del sisma, selezionare il massimo spostamento richiesto. Cosa diversa deve essere fatta per la determinazione della massima richiesta di forza che un determinato evento impone ad un elemento o alle sue sezioni. Selezionato il valore di massima forza di taglio al piano in questione, si può andare a ricercare tale valore sulle ordinate del diagramma ottenuto dall'analisi di *pushover* e individuato sulla curva l'incremento di carico in cui esso accade, andare a leggere a ritroso quale sia la distribuzione di domanda di forza sugli elementi resistenti, in modo da selezionare il valore di forza sollecitante massima per la sezione da verificare. La determinazione della capacità di spostamento piuttosto che della capacità resistente, di elementi e meccanismi, può essere fatta mediante i metodi previsti dalle norme tecniche nazionali (NTC (2008) e Circolare n° 617 (2009)) o normativa tecnica internazionale e di comprovata validità come ad esempio gli Eurocodici (tra cui EC2, EC3, EC8), o ancora dall'elaborazione di dati desunti da prove sperimentali e reperibili in letteratura (ad esempio Panagiotakos e Fardis (2001)).

## **5.4)        CONSIDERAZIONI SULLE IPOTESI DEL MODELLO**

Si forniscono nel presente paragrafo alcune indicazioni per varianti alla procedura generale che possono essere utili ad estendere la metodologia, semplificandola o adattandola, a strutture che rientrano in particolari condizioni.

### **5.4.1)     Strutture in assenza di piano rigido**

Il metodo introdotto, come già detto, è applicabile da un punto di vista rigoroso solo se i solai di piano sono sufficientemente rigidi e tali da poter ipotizzare che lo spostamento di un qualsiasi punto del solaio sia determinabile a partire dallo spostamento e dalla rotazione di un punto di controllo che appartiene al solaio stesso. In tale situazione lo spostamento del generico punto di un solaio è determinabile mediante semplici formule derivanti dalla cinematica dei corpi rigidi come mostra ad esempio la Figura 5.11.



**Figura 5.11** - Descrizione della cinematica di un corpo rigido

Tuttavia il problema della determinazione di rigidezze che sono nel piano del solaio (membranali), non è di così semplice soluzione, come non è facile stabilire quando un solaio sia sufficientemente rigido piuttosto che troppo deformabile nel suo piano. Indicazioni su come classificare e considerare alcune tipologie di orizzontamento possono trovarsi ad esempio nelle norme tecniche (NTC (2008), Circolare n° 617 (2009), EC8, FEMA 440) o essere derivate dai risultati di prove sperimentali, che però non rappresentano completamente il vasto panorama di tipologie di solai realizzati e presenti nel costruito. Alla luce di questa difficoltà oggettiva di rappresentare e catalogare alcune tipologie di solai che possono presentare dei comportamenti intermedi tra il molto rigido e il molto deformabile, la modellazione numerica del solaio stesso deve essere realizzata con particolare attenzione in modo da rappresentare in maniera verosimile il comportamento del solaio reale. Questa difficoltà di modellazione si traduce poi in una ulteriore complicazione relativa alla calibrazione dei valori che indicano quando un solaio, numericamente, può considerarsi rigido piuttosto che deformabile. Questa seconda problematica può essere risolta partendo direttamente dal concetto di rigidezza e di corpo rigido. In generale possiamo ritenere che un solaio sia rigido nel suo piano quando, i movimenti relativi tra punti che appartengono al solaio stesso, sono molto piccoli rispetto agli spostamenti a cui il solaio è sottoposto, in modo da avere che la forza sismica orizzontale, sia trasmessa agli elementi resistenti verticali senza essere falsata nella sua distribuzione, dalla deformazione del solaio nel suo piano.

Non si possono dare in questo ambito delle indicazioni o dei valori di soglia aventi valenza generale per la classificazione dei solai, anche perché non è obiettivo di questo lavoro. Per dare però una indicazione pratica sull'applicabilità o meno del metodo, si prova a fornire una indicazione su come è possibile procedere per valutare l'applicabilità o meno della procedura.

Realizzati due modelli numerici della struttura da indagare, differenti per la sola modalità con cui si è simulato il solaio, infinitamente rigido nel primo e con l'effettiva rigidezza di piano nel secondo, li si assoggetti mediante un'analisi dinamica lineare modale all'azione sismica. Se la differenza nei valori delle distribuzioni di forza lette sui medesimi elementi verticali, dei due diversi modelli, rimane compresa entro una soglia del 10% (in eccesso e in difetto) dei valori letti sul modello a rigidezza reale, è ragionevole ritenere che le stime ottenute dal modello ESM utilizzato nelle analisi successive siano rappresentative della struttura reale, poiché le incertezze in gioco nella scelta dell'*input* sismico sono comunque confrontabili con le incertezze che si ha nella generazione del modello.

Un controllo analogo lo si può fare prendendo come termine di confronto l'andamento degli spostamenti differenziali di piano tra punti rappresentativi dei due modelli e andando a controllare che tale valore rimanga contenuto entro una soglia indicativa del 10% dello spostamento totale del punto considerato nel modello avente solaio a rigidezza effettiva.

Si vuole tuttavia evidenziare che, anche nel caso in cui il solaio di piano risultasse troppo deformabile rispetto ai criteri indicati, gli spostamenti calcolati e previsti dal modello possono essere ritenuti comunque delle stime dei valori medi di spostamento atteso a livello dell'orizzontamento considerato. Nelle applicazioni numeriche che verranno presentate nel prossimo capitolo, si sono considerate strutture con solai sufficientemente rigidi nel loro piano e con gli stessi, modellati mediante elementi *shell* aventi rigidezza membranale e flessionale senza ricorrere all'imposizione di *constraints* numerici come ad esempio legami nodali del tipo *master-slave*.

#### **5.4.2) Strutture con travi infinitamente rigide a flessione**

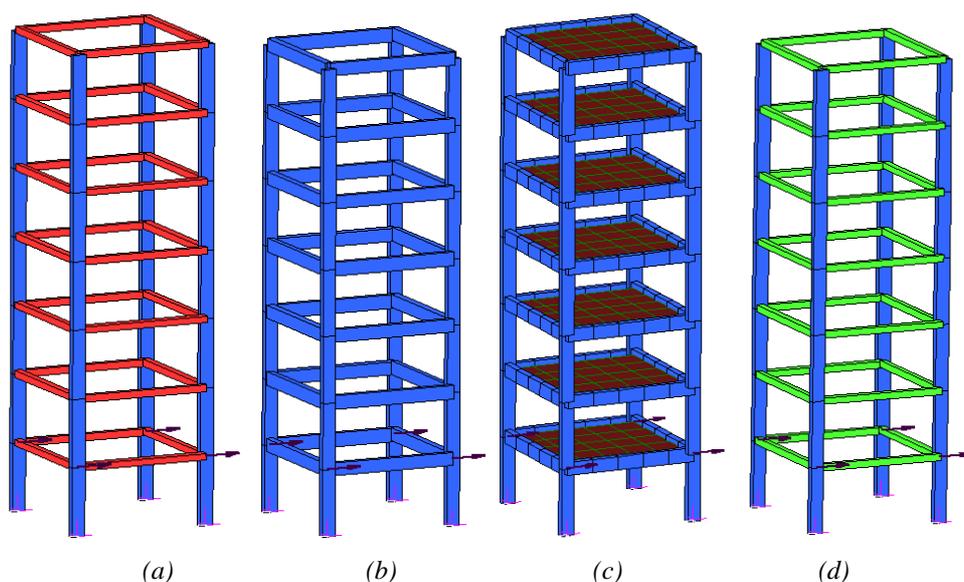
La procedura descritta al §5.2 e utilizzata per la determinazione del modello ESM, è fornita per la situazione più generale di travi deformabili anche flessionalmente. E' possibile introdurre in taluni casi, l'ipotesi semplificativa di travi infinitamente rigide a flessione, ipotesi che conduce ad avere telai con nodi che possono traslare ma non ruotare per effetto dell'azione sismica (telai tipo *shear-type*).

Con l'inserimento di tale ipotesi, utilizzata usualmente per telai che sono realizzati con travi in altezza e pilastri snelli, alcune delle fasi sopra descritte si semplificano e la procedura assume una valenza più oggettiva in quanto è possibile dimostrare che le curve di capacità di un piano diventano indipendenti da quello che è il grado di sollecitazione agli altri piani e quindi la determinazione del modello diviene indipendente dalla distribuzione (in altezza) di forza prescelta per la determinazione delle curve di piano.

In questo caso la possibile localizzazione delle cerniere plastiche sarà per ciascun piano all'estremità dei pilastri e la formazione e progressione delle stesse, sarà indipendente da quello che sta accadendo agli altri piani, non risentendo, nell'ipotesi di traversi rigidi, del grado di plasticizzazione raggiunto agli altri livelli.

Inoltre, per effetto della rotazione nulla dei nodi delle travi, saranno nulli i contributi di spostamento ai piani superiori legati alle rotazioni degli elementi di piano dei solai inferiori. Questa componente di spostamento può avere una importanza rilevante nella determinazione delle curve di piano, soprattutto ai livelli più alti, come mostrano gli esempi di Figura 5.12.

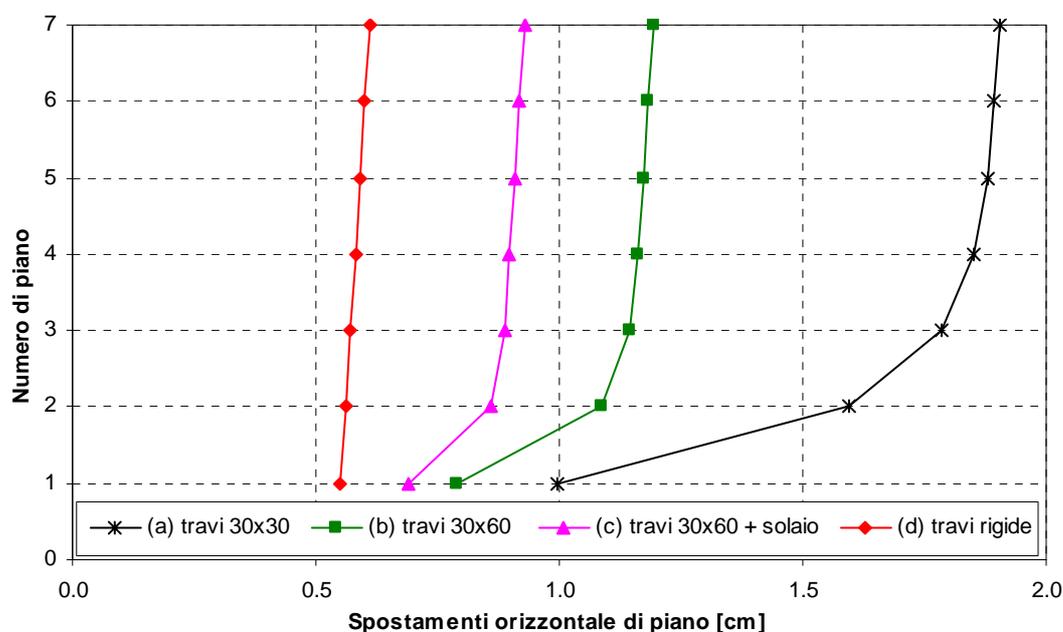
Come si può notare passando da una situazione di travi molto deformabili ad una di travi molto rigide, i valori ai piani non caricati decrescono sia in termini di spostamento che di *drift*. La forte dipendenza tra un piano e l'altro in termini di sollecitazione e di spostamento che si ha quando si è in presenza di telai con travi deformabili a flessione, vincola, sia la scelta della distribuzione di forza in altezza, che la modalità con cui si fanno crescere le forze di tale distribuzione, così come è previsto nella procedura generale descritta al §5.2.



**Figura 5.12** - Strutture utilizzate per la valutazione degli effetti in termini di spostamento orizzontale ai livelli superiori per rotazioni dei piani inferiori.

In tale figura è rappresentato un esempio utilizzato come caso esplicativo di struttura intelaiata in c.a. a sette piani, con pilastri aventi tutti medesima sezione pari a 30x60 cm e quattro diverse ipotesi di modellazione delle travi di piano. Nel caso (a) le travi di ogni piano sono state ipotizzate avere sezione trasversale pari a 30xH=30 cm; nel caso (b) invece hanno sezione trasversale pari a 30xH=60 cm; viene aggiunto nel caso (c) il solaio di piano ipotizzato essere realizzato mediante una soletta in c.a. di spessore pari a 30 cm; il caso (d) infine è lo stesso del caso (a) ma con materiale assegnato alle travi di piano, avente un modulo di elasticità  $E$  amplificato di un fattore pari a  $10^6$ , rispetto a quello utilizzato per le travi dei casi precedenti, per tendere al caso di travi infinitamente rigide. I quattro esempi di modellazione, aventi rigidità via via crescente, sono utilizzati per valutare gli effetti in termini di spostamento ai piani superiori, e legati a rotazioni che avvengono ai piani inferiori, su strutture reali.

A tali esempi di modellazione son applicati, in corrispondenza dei quattro nodi di angolo del primo impalcato, quattro forze orizzontali identiche per tutti e quattro i casi indagati. Per ciascuno degli esempi considerati, gli andamenti degli spostamenti orizzontali totali e di interpiano, sono riportati in Figura 5.13 e Figura 5.14 rispettivamente. Le figure 5.15 e 5.16 illustrano le medesime quantità delle figure 5.13 e 5.14 rispettivamente, ma adimensionalizzate al valore di spostamento e *drift* rilevato per ciascun caso al piano primo, in cui il carico orizzontale è applicato.



**Figura 5.13** - Spostamenti orizzontali registrati per gli esempi di Figura 5.12.

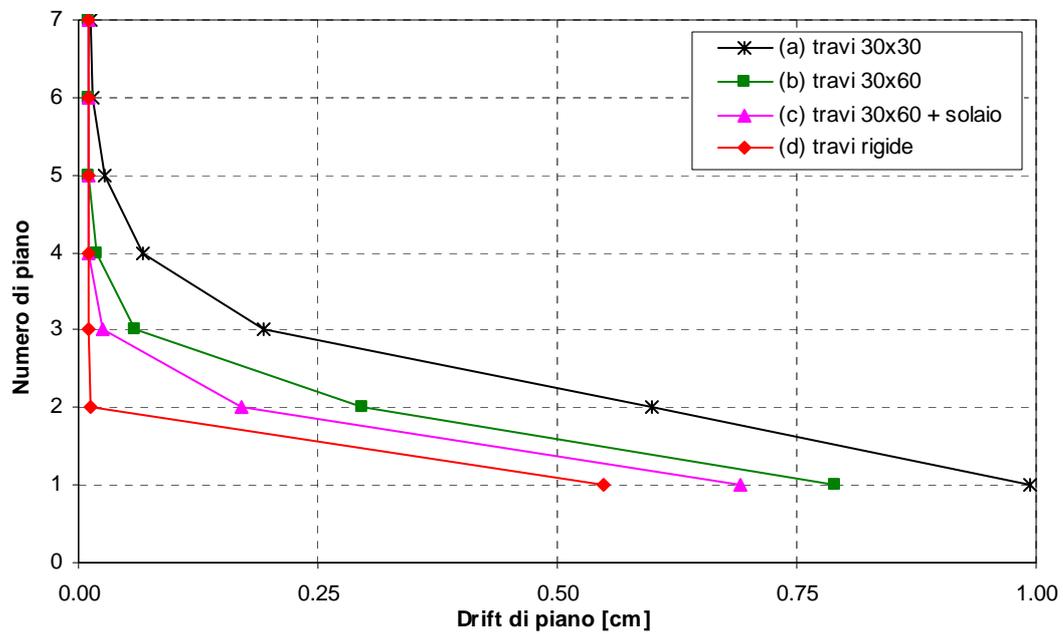


Figura 5.14 - Spostamenti di interpiano orizzontali registrati per gli esempi di Figura 5.12.

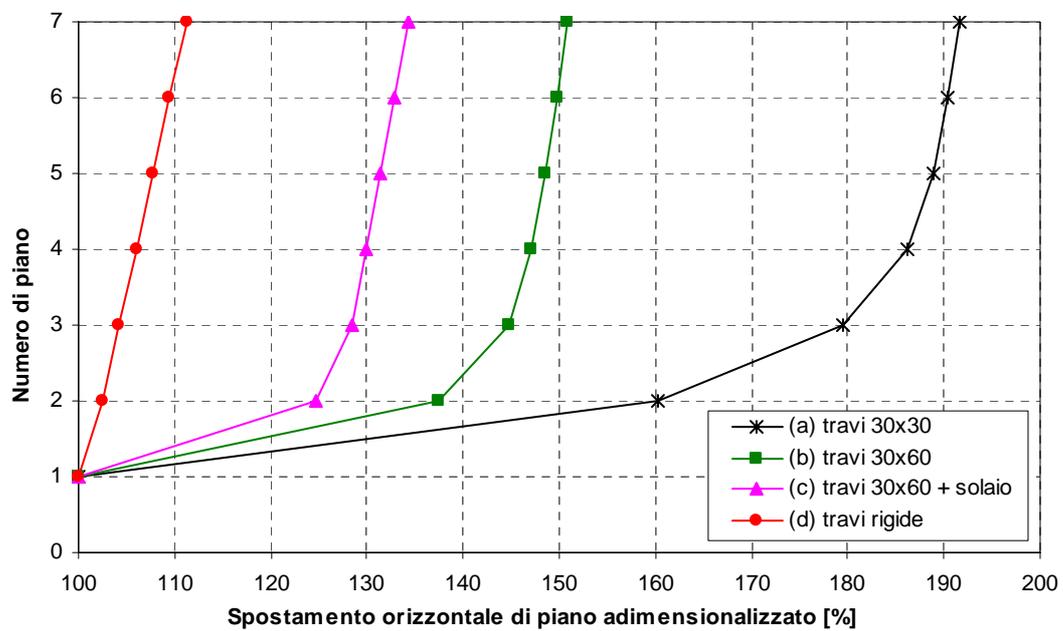


Figura 5.15 - Spostamenti adimensionalizzati e registrati per gli esempi di Figura 5.12.

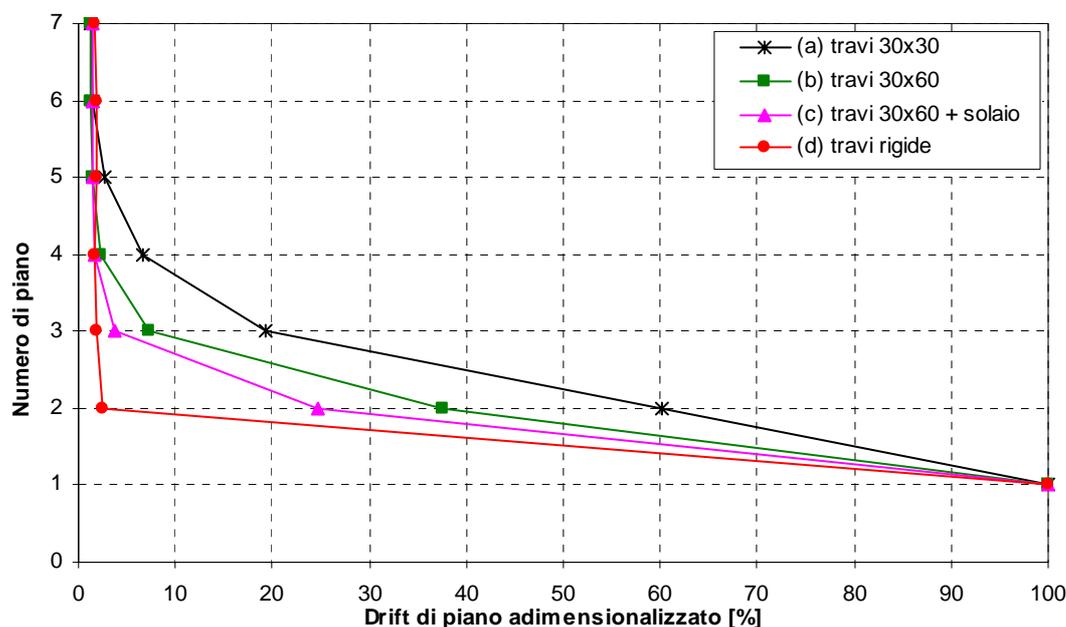


Figura 5.16 - Spostamenti di interpiano adimensionalizzati e registrati per gli esempi di Figura 5.12.

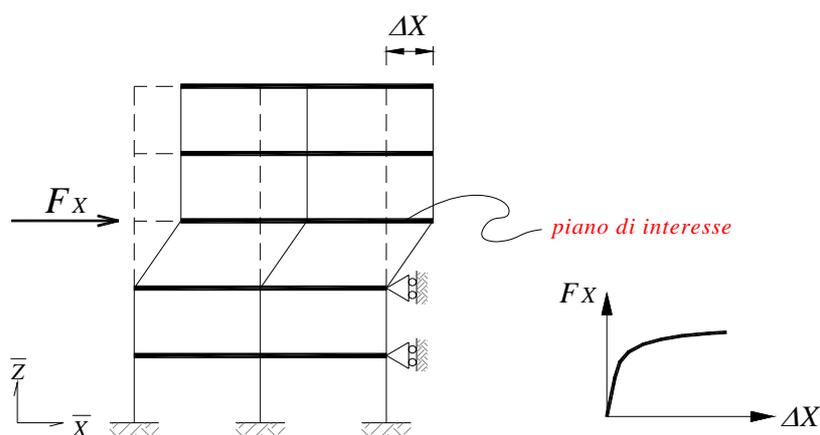
Sotto l'ipotesi di travi infinitamente rigide invece, adottare una distribuzione di forze piuttosto che un'altra, non porta effetti sulle curve di capacità poiché il comportamento di ogni piano può essere definito indipendentemente dagli altri. Infatti, le curve di piano vengono esplicitate in termini di spostamento di interpiano - forza applicata al piano stesso.

Quella che invece deve essere mantenuta e che continua ad essere vincolante è la scelta della distribuzione di forza in pianta, importante al fine di cogliere correttamente il comportamento puramente traslazionale o eventualmente roto-traslazionale del piano.

Nell'ipotesi di validità della condizione semplificativa introdotta al presente paragrafo, le curve di piano possono essere generate mediante una procedura "diretta" in cui, la forza applicata al piano di interesse viene accresciuta mantenendo bloccate, le sole traslazioni, dei piani inferiori (come descritto in Figura 5.17).

In questo modo le curve anelastiche di ciascun piano vengono ottenute direttamente una ad una, poiché gli spostamenti determinati al piano non devono essere depurati dalle traslazioni dei piani sottostanti.

Si procederà in questo modo per tutti i piani, monitorando come accade per la procedura più generale, i due spostamenti e la rotazione di piano oltre a registrare le forze applicate, i cui valori sono noti a priori.



**Figura 5.17** - Procedura "diretta" per ricavare le curve di capacità del generico piano.

Come limite da considerare per arrestare l'analisi di spinta che genera la curva di piano, ci si può riferire ad un valore dello spostamento di interpiano correlato all'altezza di piano stessa e a cui si può associare una sorta di collasso di piano, o come è più usuale il collasso di un elemento strutturale verticale. Tale valore limite può essere calcolato quindi dopo aver fissato un criterio di collasso o di crisi. Non è possibile dare dei valori di riferimento vevoli per tutte le tipologie strutturali dipendendo tale parametro da numerosi fattori. Si ritiene tuttavia che, valori ragionevoli da assumere in prima approssimazione per lo spostamento di interpiano da raggiungere nelle analisi di spinta, possano essere compresi tra  $0.02 H$  e  $0.05 H$  intendendo con  $H$  l'altezza di interpiano. E' da evidenziare che, nella procedura descritta, il valore limite assunto non interferisce in alcun modo con l'attendibilità del modello proposto, poiché la curva di piano rappresenta la curva da percorrere. Se la richiesta sismica, calcolata mediante analisi *time-history*, fosse tale da evidenziare una insufficienza (in termini di spostamento o rotazione) della curva inserita nel modello *stick*, sarà sufficiente aggiornare la legge assegnata alla cerniera plastica, derivandola da un'analisi di spinta impostata per raggiungere livelli deformativi più estesi. Lo spostamento di interpiano che porta a collasso il piano stesso, è assunto nel presente lavoro variabile tra un 2% e un 5% dell'altezza di interpiano.

### 5.4.3) Strutture con presenza di almeno un piano "debole"

La necessità di avere una curva di capacità per il singolo piano rappresentativa del fenomeno del collasso di piano, quindi estesa per ciascun livello ai valori indicativi sopra riportati, può essere una ulteriore problematica da risolvere nel caso in cui si adotti la procedura generale sotto l'ipotesi di considerare la reale rigidezza e resistenza delle travi di piano. Questo perché, nella realizzazione dell'analisi di *pushover*, potrebbe presentarsi la situazione che porta

ad un collasso prematuro un singolo piano, ad esempio sottodimensionato rispetto all'azione sismica attesa, e con gli altri piani che rimanendo in regime di piccoli spostamenti di interpiano, maturano una curva di capacità poco "estesa" (come mostrato in Figura 5.18). Questa potrebbe essere la tipica situazione che si manifesta quando si è in presenza di un meccanismo di "piano debole" (o "piano soffice") con gli altri piani lontani dall'incipiente collasso o dal loro carico sopportabile ultimo.

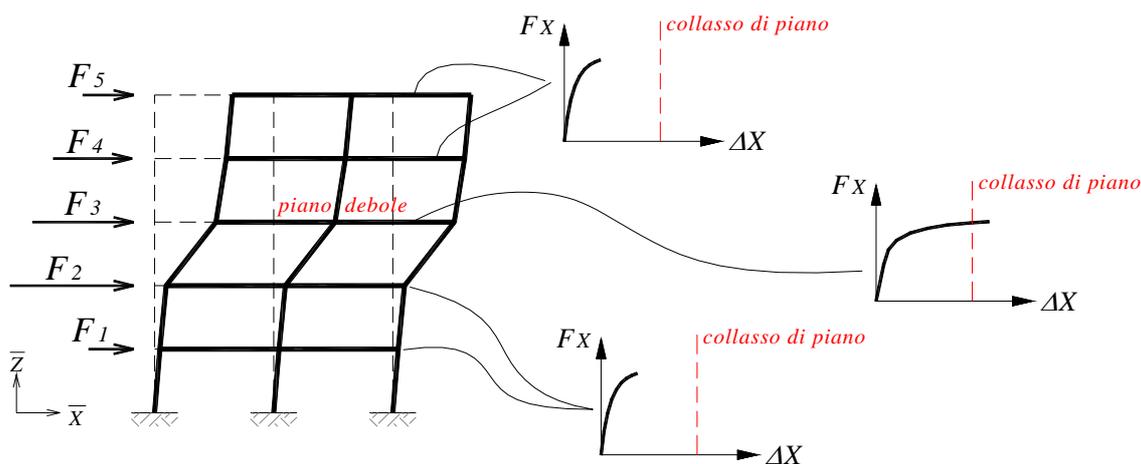
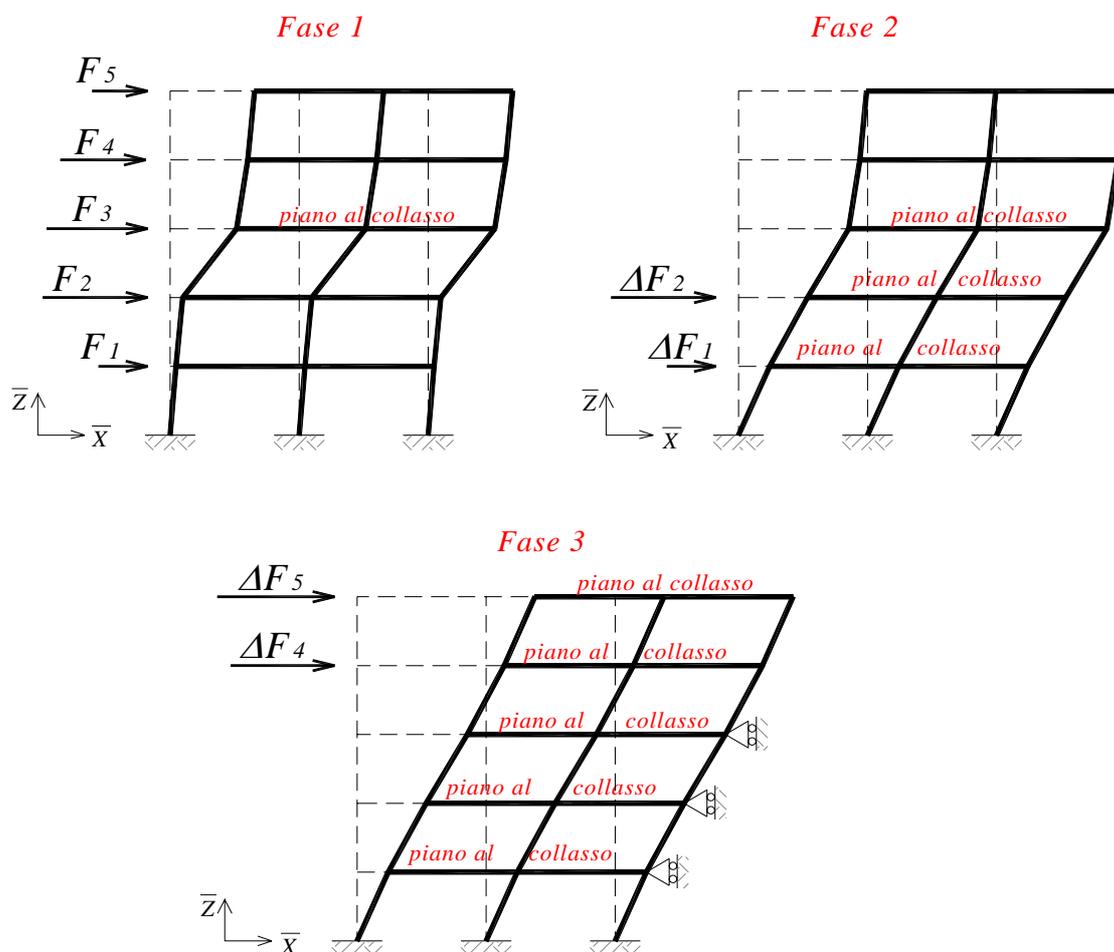


Figura 5.18 - Possibili problematiche in presenza di almeno un piano "debole"

Nelle analisi *time-history* però, per poter cogliere da un punto di vista dinamico il potenziale collasso del generico piano, le curve di capacità devono essere spinte fino ai valori indicativi sopra citati per ciascun livello. Per poter prolungare quindi le curve di quei livelli che non sono arrivate a maturare un *drift* di piano sufficiente, si potrebbe operare secondo quanto di seguito descritto e rappresentato in Figura 5.19. Partendo dalla *fase 1*, fase di carico in cui il collasso di un piano porta all'impossibilità di proseguire l'analisi di *pushover*, si passa alla *fase 2* di carico continuando ad incrementare le forze dei soli livelli al di sotto di quello in cui si è avuta la crisi di piano; tale fase prosegue fino al momento in cui si raggiunge il livello di *drift* minimo richiesto ad ogni piano. Se invece ulteriori crisi di piano si verificano, si procede come fatto in precedenza all'inizio della *fase 2* e cioè passando ad incrementare solo le forze al di sotto dei piani in cui si è raggiunta la crisi. La *fase 2* termina nel momento in cui tutte le curve di piano al di sotto dei livelli che hanno raggiunto una crisi di piano sono arrivate al livello di *drift* richiesto, o in alternativa se si è arrivati alla crisi del primo piano e quindi non sono più possibili incrementi di forze. A tal punto inizia l'ultima fase, *fase 3*, che se necessaria, prevede di bloccare le traslazioni del piano più basso arrivato a collasso e di incrementare le forze dei soli piani di livello superiore a quello bloccato, e compresi tra il piano bloccato stesso e il

successivo piano arrivato a collasso che si incontra spostandosi verso l'alto. Alla fine di questa fase, ripetuta fino ad arrivare all'ultimo livello (sommità), si dispone di curve di capacità ricavate per via statica, che ad ogni orizzontamento sono rappresentative del comportamento a collasso del piano.



**Figura 5.19** - Procedura per ricavare le curve di capacità del generico piano quando si è in presenza di almeno un piano "debole".

E' da precisare che la procedura appena descritta ha valenza generale ed è utilizzabile, se necessario, per avere delle curve di piano sufficientemente sviluppate in ambito anelastico. Nel caso in cui la struttura sia adeguatamente progettata a ciascun livello, e tralasciando i casi di particolare criticità, la procedura di determinazione della capacità di piano potrebbe terminare alla *fase 1* con la sola realizzazione dell'analisi di *pushover*. Le precisazioni e le indicazioni qua fornite, sono utili per poter estendere la procedura generale consentendo l'applicabilità del metodo a strutture con particolari problematiche, lasciando all'analisi dinamica la scelta di quale sia il piano che soffre di maggiore criticità.

#### 5.4.4) Effetti bidimensionali del sisma

Una valutazione realistica degli effetti dell'azione sismica sulle strutture dovrebbe essere condotta considerando nelle analisi, l'azione dinamica complessiva, generalmente tridimensionale. Tale approccio considera l'intero contributo dell'azione sismica, che usualmente viene riferita ad una terna di assi fra loro ortogonali ed è sintetizzabile mediante sei accelerazioni impresse alla base della struttura: tre accelerazioni unidirezionali (lungo gli assi  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$ ) e tre rotazionali (attorno agli assi  $\bar{X}$ ,  $\bar{Y}$ ,  $\bar{Z}$ ).

Con riguardo alla progettazione di un nuovo edificio piuttosto che alla verifica di uno esistente, ai fini strutturali le componenti che risultano importanti sono solitamente le tre componenti di accelerazione unidirezionale mentre si trascurano i contributi delle accelerazioni rotazionali impresse alla base.

Una ulteriore semplificazione dell'*input* sismico, frequentemente applicata ed usualmente accettabile, è quella di trascurare la componente verticale del sisma poiché i suoi effetti sulle strutture si dimostrano numericamente poco influenti rispetto a quelli che derivano dalle azioni orizzontali.

Quanto detto non vale per le situazioni o lo studio di fenomeni particolari e in cui il contributo della componente verticale gioca un ruolo importante e deve essere considerato. Tali casi sono espressamente citati ad esempio nelle norme tecniche nazionali NTC (2008). L'azione orizzontale da ultima, dovrebbe essere modellata mediante due componenti, assunte usualmente ortogonali per semplicità, che verificandosi contemporaneamente possono interagire modificando la risposta globale della struttura. In analisi dinamiche modali con spettro di risposta tale interazione viene computata, sommando a posteriori gli effetti dell'azione sismica nelle due direzioni, mediante opportuni coefficienti di combinazione forniti ad esempio nelle NTC (2008).

Quando si realizzano analisi dinamiche *time-history* invece, per simulare l'effetto orizzontale bidimensionale dell'azione sismica si applicano contemporaneamente lungo due direzioni, due accelerogrammi che possono essere registrati o generati. Il modello *stick* qui proposto, è pensato ed impiegato per applicazioni in cui l'*input* sismico viene modellato mediante una coppia di accelerazioni orizzontali, applicate alla base del modello stesso.

Può essere utile, soprattutto in fase di sviluppo o di taratura di un nuovo modello, realizzare analisi applicando l'*input* sismico in una sola direzione in modo da coglierne gli effetti senza introdurre ulteriori variabili legate all'effetto di interazione dei due accelerogrammi.

Questo con l'obiettivo di avere una risposta sismica più facilmente intuibile e più facile da confrontare con la risposta dinamica che il modello dettagliato restituisce. Tale semplificazione, adottata in numerosi lavori di ricerca, è quella che si seguirà nelle applicazioni riportate nella presente tesi, potendo giustificare tale assunzione con il fatto che, le curve di capacità che si ricavano vengono determinate separatamente per le due direzioni principali della struttura, e allo stesso modo la domanda sismica viene ricavata a partire da due analisi separate nelle due direzioni.

L'effetto di interazione tra i due accelerogrammi, non indagato in questo lavoro, può però comunque essere inserito nel modello, adottando una legge di interazione tra le cerniere plastiche isteretiche assegnate alle due distinte direzioni e applicando poi nelle analisi due *input* sismici contemporaneamente nelle due diverse direzioni. Da non confondere con l'*input* applicato è la risposta strutturale, che nel modello *stick* viene sintetizzata dai due spostamenti e dalla rotazione di piano. Questo perché, applicando un'azione sismica unidirezionale, la risposta del sistema può essere sia di tipo monodimensionale che di tipo bidimensionale a seconda che la struttura sia simmetrica (in rigidezza e resistenza) piuttosto che asimmetrica.

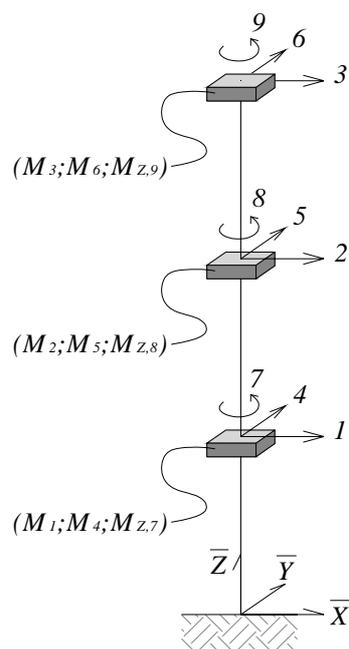
Quando si parla di risposta del tipo monodimensionale si intende che gli spostamenti della struttura sono lungo una sola direzione (quella in cui agisce l'azione sismica). Quando si parla invece di risposta bidimensionale si intende una risposta strutturale che comporta spostamenti di piano in due direzioni ed eventualmente rotazioni di piano (lungo l'asse Z).

In Tabella 5.1 sono evidenziati in grigio i movimenti di piano attesi al variare della tipologia di struttura e dell'*input* sismico considerato. In tale tabella e nel presente lavoro in generale, quando si fa riferimento a una struttura simmetrica in pianta, si intende contemporaneamente simmetrica in distribuzione di massa, di rigidezza e di resistenza, giocando un ruolo importante in ambito elastico la prima e in ambito anelastico la seconda. Ovviamente perché una struttura possa essere considerata simmetrica lo deve essere ad ogni piano. Nel momento in cui una sola delle condizioni citate dovesse venire meno, la struttura verrà identificata come asimmetrica. Gli spostamenti e le rotazioni attese come riportato in Tabella 5.1, sono riferiti ad un punto di controllo che è istantaneamente il centro di rotazione del piano, così da poter ritenere nulli gli spostamenti in direzione ortogonale a quella dell'*input* sismico e generati dalla rotazione di piano (la rotazione di piano comporta spostamenti, in entrambi le direzioni X ed Y, a tutti i punti del piano tranne che al centro di rotazione istantanea del solaio).

	Struttura simmetrica lungo X e Y			Struttura simmetrica lungo Y e asimmetrica lungo X			Struttura asimmetrica lungo X e Y		
	$\Delta_X$	$\Delta_Y$	$\theta_Z$	$\Delta_X$	$\Delta_Y$	$\theta_Z$	$\Delta_X$	$\Delta_Y$	$\theta_Z$
Input in direzione X									
Input in direzione Y									
Input bidirezionale									

**Tabella 5.1** - Movimenti attesi al centro di rotazione del piano al variare della tipologia strutturale e dell'input sismico.

Richiamando brevemente i concetti già visti al Capitolo 2, cerchiamo di scrivere il sistema di equazioni del moto, relativo al modello *stick* (rappresentato in Figura 5.20) di una ipotetica struttura asimmetrica a tre piani e soggetta ad una azione sismica bidirezionale.



**Figura 5.20** - Ipotetico modello stick di una struttura asimmetrica a tre piani.

Nel sistema di equazioni generale, le uniche due componenti di accelerazione alla base che sopravvivono alle semplificazioni, sono quelle traslazionali lungo  $\bar{X}$  e  $\bar{Y}$ . Sfruttando inoltre la relazione di legame (5.1) derivata per via statica si può pensare che la rotazione di piano sia

calcolata a posteriori una volta determinate le due forze  $F_X$  e  $F_Y$  oltre alle due rispettive ordinate  $e_Y$  ed  $e_X$ , la posizione delle rette d'azione delle due risultanti di distribuzione di forza  $f_X$  e  $f_Y$ .

Se pensiamo inoltre, sulla base delle semplificazioni già descritte, di ricavare in maniera indipendente le curve di capacità e le richieste sismiche per le due distinte direzioni, il sistema totale generale può essere scritto in maniera equivalente suddividendolo in tre sistemi di equazioni che permettono di definire la risposta del modello di Figura 5.20 a ciascun istante istesso di interesse. Essi sono:

- l'equazione del moto lungo la direzione  $\bar{X}$  :

$$\begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_1 \\ \ddot{u}_2 \\ \ddot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_1 \\ \dot{u}_2 \\ \dot{u}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & 0 \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ 0 & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_1 & 0 & 0 \\ 0 & M_2 & 0 \\ 0 & 0 & M_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{XG} \\ \ddot{u}_{XG} \\ \ddot{u}_{XG} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

- l'equazione del moto lungo la direzione  $\bar{Y}$  :

$$\begin{bmatrix} M_4 & 0 & 0 \\ 0 & M_5 & 0 \\ 0 & 0 & M_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_4 \\ \ddot{u}_5 \\ \ddot{u}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{u}_4 \\ \dot{u}_5 \\ \dot{u}_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{44} & K_{45} & 0 \\ K_{54} & K_{55} & K_{56} \\ 0 & K_{65} & K_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_4 \\ u_5 \\ u_6 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_4 & 0 & 0 \\ 0 & M_5 & 0 \\ 0 & 0 & M_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{u}_{YG} \\ \ddot{u}_{YG} \\ \ddot{u}_{YG} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

- il sistema di equazioni ricavate per via statica che a partire dal momento torcente  $M_Z$  noto ad ogni piano, permette di calcolare la rotazione  $\theta$  a ciascun livello:

$$\begin{bmatrix} K_{77} & K_{78} & K_{79} \\ K_{87} & K_{88} & K_{89} \\ K_{97} & K_{98} & K_{99} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_7 \\ \theta_8 \\ \theta_9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{Z,7} \\ M_{Z,8} \\ M_{Z,9} \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Questi sistemi di equazioni, risolti numericamente per ogni istante temporale in cui si è diviso l'intervallo di durata del sisma, permettono di calcolare la risposta dinamica del modello *stick* in termini cinematici (fornendo spostamenti e rotazioni di piano) e in termini di forze (restituendo tagli e momenti torcenti di piano) fornendo quella che è la domanda sismica che l'*input* in ingresso richiede alla struttura indagata.

# 6

## APPLICAZIONE DEL METODO A CASI STUDIO

### 6.1) INTRODUZIONE AI CASI STUDIO UTILIZZATI

#### 6.1.1) Descrizione generale delle strutture studiate

Le strutture che si sono adottate per la valutazione e la validazione della metodologia descritta nel presente studio e di cui si riportano i risultati delle analisi condotte, sono pensate realizzate in calcestruzzo armato con funzionamento a telaio in entrambe le direzioni. Gli edifici hanno tutti la medesima pianta quadrata, avente dimensioni di 6.00 m x 6.00 m. Si sono adottate strutture ad un piano e a più piani, con altezza di interpiano pari a 3.00 m. Si è ipotizzato un vincolo esterno di incastro applicato alla base dei pilastri del piano terra.

#### 6.1.2) Descrizione del software utilizzato e criteri di modellazione

Le analisi numeriche sia statiche che dinamiche, sono state condotte mediante il programma agli elementi finiti MIDAS Gen 2012 (v2.1) (di cui ai manuali in MIDAS (2012)).

Nella realizzazione del modello dettagliato, gli elementi finiti adottati per modellare travi e pilastri sono del tipo a plasticità diffusa, formulati in flessibilità e aventi sezione trasversale a fibre (Spacone et al. (1996a)). In tal modo gli effetti dello sforzo assiale sul comportamento tridimensionale del modello dettagliato sono tenuti in considerazione. Per completezza e rigore di analisi, anche le deformabilità taglianti degli elementi monodimensionali sono state considerate adottando elementi finiti avente matrice di rigidezza (o flessibilità) calcolata secondo la nota teoria di Timoshenko (Timoshenko e Young (1962)).

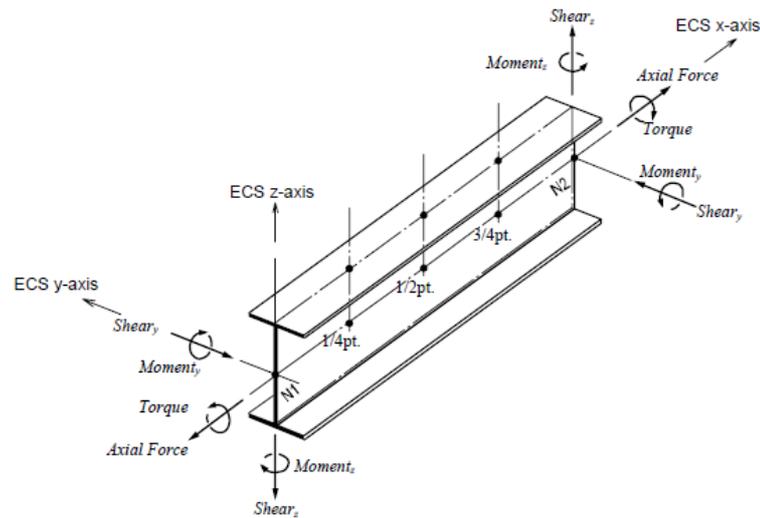
La matrice di rigidezza elastica dell'elemento monodimensionale tipo *beam*, riferita per semplicità al caso piano, è fornita nell'espressione (6.1).

$$[K_e] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12 EJ}{l^3} \frac{1}{1+12\alpha} & -\frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} & 0 & -\frac{12 EJ}{l^3} \frac{1}{1+12\alpha} & \frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} \\ 0 & \frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} & \frac{4 EJ}{l} \frac{1}{1+3\alpha} & 0 & \frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} & \frac{2 EJ}{l} \frac{1}{1-6\alpha} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12 EJ}{l^3} \frac{1}{1+12\alpha} & \frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} & 0 & \frac{12 EJ}{l^3} \frac{1}{1+12\alpha} & -\frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} \\ 0 & \frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} & \frac{2 EJ}{l} \frac{1}{1-6\alpha} & 0 & \frac{6 EJ}{l^2} \frac{1}{1+12\alpha} & \frac{4 EJ}{l} \frac{1}{1+3\alpha} \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

Essa presenta oltre alle usuali grandezze quali area della sezione trasversale  $A$ , momento d'inerzia  $J$ , lunghezza dell'elemento  $l$ , modulo di elasticità longitudinale del materiale  $E$ , anche il parametro  $\alpha$  che, come definito in (6.2), rappresenta una sorta di rapporto tra rigidezze flessionale e tagliante, in cui compare la grandezza  $A_s$  definita usualmente "area efficace a taglio" (o area di taglio).

$$\alpha = \frac{E \cdot J}{G \cdot A_s \cdot l} \quad (6.2)$$

In Figura 6.1 si riportano le convenzioni di segno per il sistema di riferimento locale (*ECS - Element Coordinate System*) dell'elemento finito monodimensionale in MIDAS Gen.



**Figura 6.1** - Sistema di riferimento locale e convenzione sui segni di forze e momenti per l'elemento 1D.

In accordo a quanto descritto al §3.2, per definire in MIDAS Gen il comportamento anelastico di un elemento a plasticità diffusa avente sezione a fibre, è necessario definire oltre a posizione e numero di fibre che realizzano la sezione trasversale, le leggi non-lineari da assegnare ai materiali associati a ciascuna fibra e il numero di punti di integrazione (o sezioni di controllo) da utilizzare nell'integrazione numerica. Nel presente lavoro si sono adottate quattro sezioni di controllo per elemento finito e si è utilizzato lo schema di quadratura numerica di Gauss-Lobatto al fine di ottenere la matrice  $F$  di flessibilità non-lineare dell'elemento che, con il significato dei simboli specificati in Figura 6.2, è calcolata come:

$$F = \int_0^L b^T(x) f(x) b(x) dx \quad (6.3)$$

in cui:

- $f(x)$  : matrice di flessibilità della singola sezione;
- $b(x)$  : matrice di distribuzione delle forze in funzione di  $x$ ;
- $L$  : lunghezza dell'elemento (trave o pilastro);
- $x$  : posizione longitudinale della sezione.

La matrice  $K$  di rigidità dell'elemento è ottenuta mediante inversione di  $F$ .

Lo schema di quadratura trasforma l'integrale dato in (6.3) nella sommatoria sintetizzata dall'espressione (6.4):

$$F = \sum_{j=1}^{nip} p_j f_j \quad (6.4)$$

in cui:

- $p$  : è il peso dato dallo schema di quadratura alla  $j$ -esima sezione;
- $f$  : è la matrice di flessibilità della  $j$ -esima sezione;
- $nip$  : è il numero di sezioni di controllo (o *integration points*) adottate.

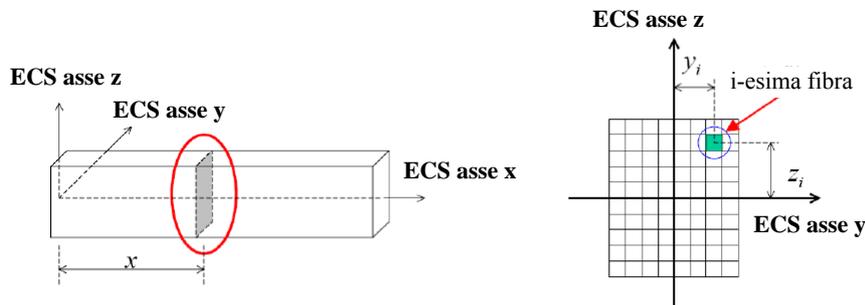


Figura 6.2 - Suddivisione di una sezione trasversale in fibre.

La matrice di flessibilità sezionale  $f$  che compare in (6.4) viene computata numericamente a partire dallo stato deformativo di ciascuna fibra, noto il materiale di cui ciascuna di queste è composta. Ogni fibra inoltre ha un comportamento monodimensionale e avrà perciò come unica deformazione possibile una deformazione assiale. La relazione che lega la deformazione della singola fibra alla matrice di deformazione della sezione, con il significato attribuito alle grandezze di Figura 6.2, è:

$$\varepsilon_i = \begin{bmatrix} -z_i & -y_i & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_y(x) \\ \phi_z(x) \\ \varepsilon_x(x) \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

dove si ha che:

$\varepsilon_i$  : deformazione della i-esima fibra;

$x$  : è la posizione longitudinale della sezione;

$\phi_y(x)$  : curvatura della sezione attorno all'asse y del sistema di riferimento ECS;

$\phi_z(x)$  : curvatura della sezione attorno all'asse z del sistema di riferimento ECS;

$\varepsilon_x(x)$  : deformazione della sezione lungo l'asse x del sistema di riferimento ECS;

$y_i$  : posizione della fibra i-esima nella sezione (ascissa);

$z_i$  : posizione della fibra i-esima nella sezione (ordinata).

Le proprietà non-lineari del materiale sono assegnate a ciascuna fibra mediante una legge del tipo tensione-deformazione monodimensionale.

Nella realizzazione del modello tipo *stick* invece, si sono utilizzati degli elementi finiti a plasticità concentrata del tipo *lumped* (formulate secondo la teoria di Giberson (1969)). Per tali elementi finiti la sorgente di anelasticità risiede nelle cerniere non-lineari di estremità. Tali cerniere possono essere implementate in MIDAS Gen per ciascun grado di libertà nodale dell'elemento monodimensionale mediante la definizione di una legge isteretica. Per i gradi di libertà traslazionali la legge è del tipo forza-spostamento, mentre per i due gradi di libertà flessionali è del tipo momento-rotazione. La formulazione prevede l'inserimento di una cerniera anelastica traslazionale o rotazionale del tipo *zero-length* (non dimensionale) che può avere quindi comportamento non-lineare, mentre il resto dell'elemento rimane elastico lineare. La cerniera plastica inserita è localizzata alle estremità dell'elemento finito. La matrice di rigidezza  $K$  dell'elemento finito complessivo (elemento elastico + cerniera plastica di estremità) è ottenuta dall'inversione della matrice di flessibilità  $F$  dello stesso:

$$[K] = [F]^{-1} \quad (6.6)$$

La matrice di flessibilità è ottenuta a sua volta come somma delle flessibilità (o cedevolezza) dell'elemento elastico  $F_{EL}$  e delle varie cerniere plastiche inserite  $F_{PL}$  e trattate quindi come cedevolezza in serie di cui all'espressione (6.7):

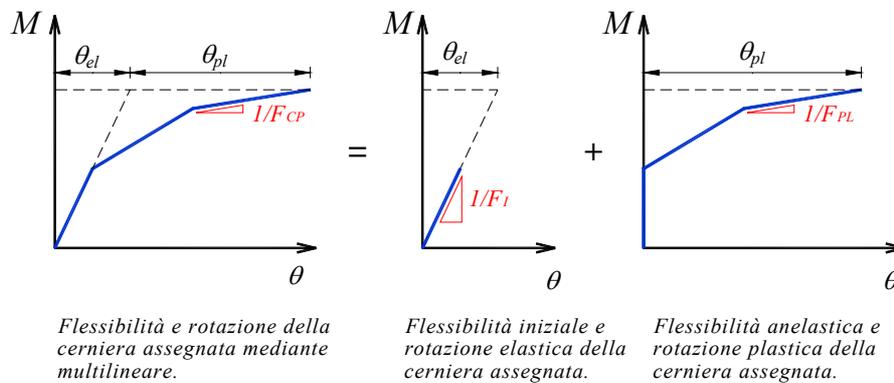
$$[F] = [F_{EL}] + \sum [F_{PL}] \quad (6.7)$$

A loro volta i contributi  $[F_{PL}]$  sono dati dalle sole componenti plastiche delle cerniere multilineari definite.

Tali contributi sono quindi ricavati, come mostrato in Figura 6.3, mediante l'espressione sintetica (6.8):

$$[F_{PL}] = [F_{CP}] - [F_I] \quad (6.8)$$

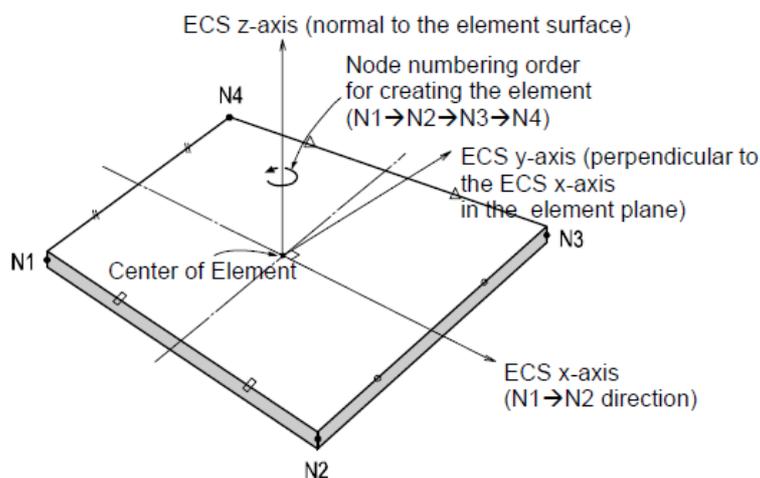
in cui si è separato, nella legge assegnata alla molla anelastica, la deformabilità elastica (del primo tratto di multilineare) da quella plastica (deformabilità dei successivi tratti di multilineare).



**Figura 6.3 - Determinazione della flessibilità della cerniera plastica**

Gli elementi finiti adottati per la modellazione del solaio sono elementi finiti aventi rigidità, sia nel piano che fuori dal piano. I valori di rigidità e il campo cinematico per i comportamenti fuori dal piano dell'elemento bidimensionale adoperato, sono del tipo *DKMQ* (*Discrete Kirchhoff Mindlin Quadrilateral*), derivati dalla teoria di Reissner-Mindlin (in Mindlin (1951)) per lo studio di elementi bidimensionali non sottili.

Per quanto riguarda il calcolo delle rigidità membranali, esse sono computate seguendo la formulazione isoparametrica in stato piano di tensione. Non si sono adottati nella modellazione *constraints* numerici di piano ma si sono assunte delle caratteristiche meccaniche per i materiali tali da garantire un funzionamento rigido dell'orizzontamento nel suo piano. In Figura 6.4 è rappresentato il sistema di riferimento locale utilizzato in MIDAS Gen per il singolo elemento quadrilatero e la numerazione progressiva dei nodi adottata dal *software* stesso nella generazione dell'elemento 2D.



**Figura 6.4** - Sistema di riferimento locale per un elemento quadrilatero 2D.

I modelli dettagliati che sono stati realizzati, hanno diaframmi di piano suddivisi in un numero di elementi finiti bidimensionali sufficienti a garantire una buona rappresentazione della distribuzione di massa della struttura reale (che è stata pensata avere massa di piano uniformemente distribuita sulla superficie del solaio). Questo per avere nelle analisi di decomposizione modale, delle risposte in termini di frequenze e fattori di partecipazione modale sufficientemente accurate, ed una risposta sismica realistica durante le analisi *time-history*. Tale discretizzazione è stata ottenuta mediante una procedura di calibrazione consistente in successive suddivisioni degli elementi finiti 2D proseguita fino al raggiungimento di una stabile determinazione delle frequenze della struttura.

### 6.1.3) Scelta dei materiali

Come detto in precedenza, ad ogni singola fibra di divisione dell'elemento finito, occorre assegnare un legame costitutivo di materiale. Considerando che le fibre, per come sono implementate nella formulazione, possiedono solamente una deformazione assiale, occorre assegnare una legge costitutiva non-lineare condensata in un campo di deformazione monodimensionale, ma in grado di restituire il comportamento tridimensionale dell'elemento. Negli elementi strutturali in c.a., abbiamo solitamente a che fare con tre diversi tipi di materiale: il calcestruzzo confinato del cuore degli elementi, che si trova all'interno del perimetro delle staffature, il calcestruzzo non confinato di copriferro e l'acciaio delle barre di armatura. Per tutti e tre i diversi materiali occorrerà selezionare una legge tensione-deformazione in grado di rappresentare verosimilmente, il comportamento del singolo materiale anche in campo

anelastico. Per il calcestruzzo (confinato e non) si è adottato il modello noto come modello di Kent e Park (1971) così come modificato in Scott et al. (1982) mentre per l'acciaio delle barre d'armatura si è utilizzato il modello di Menegotto e Pinto (1973).

Il modello teorizzato da Menegotto e Pinto è computazionalmente efficiente e approssima con buona precisione i risultati sperimentali di prove di carico ciclico condotte su campioni di barre d'acciaio. Il modello assume nella sua forma originaria la legge tensione-deformazione data da:

$$\sigma^* = b \cdot \varepsilon^* + \frac{(1-b) \cdot \varepsilon^*}{(1 + \varepsilon^{*R})^{1/R}} \quad (6.9)$$

dove si definisce il parametro di deformazione:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r} \quad (6.10)$$

e il corrispondente valore di tensione dato da:

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r}{\sigma_0 - \sigma_r} \quad (6.11)$$

La relazione (6.9) rappresenta una curva di transizione da una retta asintotica con pendenza  $E_0$  ad un'altra retta con pendenza  $E_1$  (rispettivamente rette (a) e (b) in Figura 6.5). I valori  $\sigma_0$  ed  $\varepsilon_0$  rappresentano rispettivamente il valore di tensione e quello di deformazione che identificano il punto in cui i due asintoti del ramo considerato si intersecano (punto B di Figura 6.5). Analogamente  $\sigma_r$  ed  $\varepsilon_r$  rappresentano i valori di tensione e deformazione del punto in cui avviene l'ultima inversione di deformazione con ugual segno di tensione (punto A di Figura 6.5);  $b$  è il rapporto di incrudimento della legge, cioè il rapporto fra la pendenza  $E_1$  ed  $E_0$ . Il parametro  $R$  invece influenza la forma della curva di raccordo e permette una buona rappresentazione dell'effetto *Bauschinger* (1887).

Le coppie di valori  $(\sigma_0, \varepsilon_0)$  e  $(\sigma_r, \varepsilon_r)$  sono aggiornati dopo ciascuna inversione di sforzo; il parametro  $R$  è considerato dipendente dalla differenza di deformazione tra il punto di intersezione dell'asintoto (punto A in Figura 6.5) ed il precedente punto di inversione del carico con deformazione massima o minima a seconda che la tensione nell'acciaio sia positiva o negativa (punto B in Figura 6.5). L'espressione per determinare il valore di  $R$  assume la forma:

$$R = R_0 - \frac{a_1 \cdot \xi}{a_2 + \xi} \quad (6.12)$$

nella quale  $\xi$  è aggiornato seguendo un'inversione di deformazione,  $R_0$  è il valore del parametro  $R$  durante il primo carico,  $a_1$  ed  $a_2$  sono parametri determinati sperimentalmente e da definire assieme a  $R_0$ . La definizione di  $\xi$  rimane valida nel caso in cui il ricarico si presenti dopo uno scarico parziale.

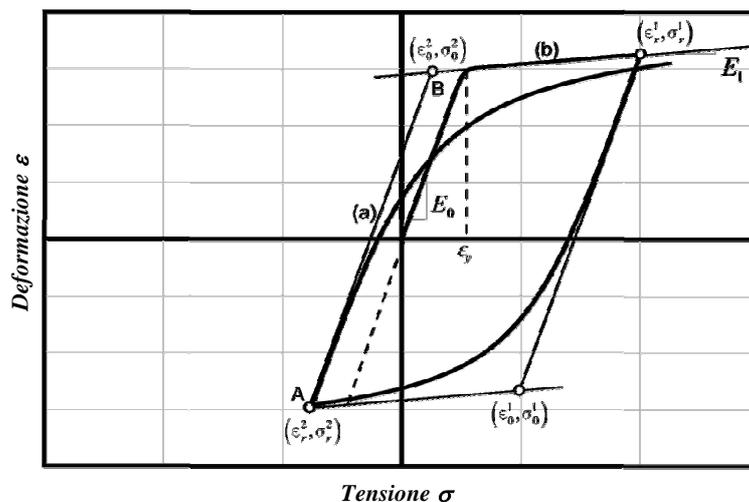


Figura 6.5 - Modello di Menegotto e Pinto (1973) per l'acciaio.

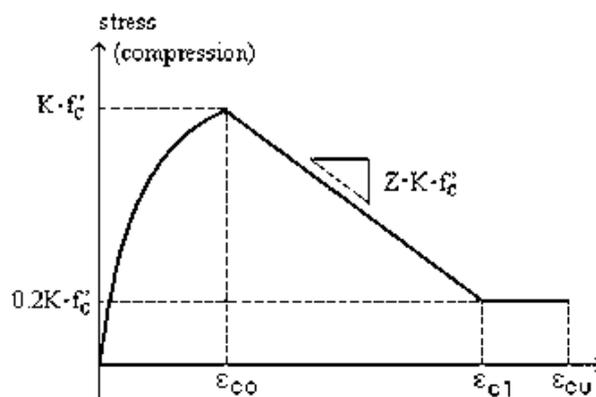
Una precisazione necessaria riguarda le regole per lo scarico ed il ricarico che completano le relazioni da (6.9) a (6.11) e valgono per una storia di carico generica. Se il modello numerico avesse completa memoria, e quindi estesa a tutti i precedenti rami della storia di tensione-deformazione incontrati, il solutore seguirebbe il ramo di ricarico già incontrato non appena la nuova curva di ricarico lo raggiungesse. Ciò richiederebbe al modello numerico di memorizzare tutte le informazioni necessarie per seguire tutte le precedenti curve di ricarico che sono state percorse e lasciate incomplete. Tale situazione è poco pratica da un punto di vista computazionale e molto onerosa in termini di memorizzazione di tutte le informazioni richieste. Per limitare tale onerosità, la memoria della storia passata in termini di tensione-deformazione, viene quindi limitata ad un numero predefinito di curve di controllo quali:

- memorizzazione dell'involuppo monotónico;
- memorizzazione del ramo superiore della curva ascendente che inizia al punto di inversione con più piccolo valore di  $\varepsilon$ ;
- memorizzazione del ramo inferiore della curva discendente che inizia al punto di inversione con più grande valore di  $\varepsilon$ .

Questa semplificazione rende la differenza fra il modello numerico ed il comportamento sperimentale molto piccola, come discusso ampiamente in Balan et al. (1998). L'implementazione quindi, seguendo il modello appena descritto, è posta nella sua forma più semplice e prevede che gli asintoti elastici allo snervamento siano assunti essere linee rette; la posizione degli asintoti che corrispondono alla superficie di snervamento è assunta essere fissa ad ogni istante e la pendenza  $E_0$  rimane costante durante la storia di carico.

Nonostante questa semplicità nella formulazione, il modello è capace di riprodurre adeguatamente i risultati sperimentali.

Per la modellazione del comportamento del calcestruzzo si è adottato un modello di materiale in grado di considerare l'effetto del confinamento dato dall'armatura trasversale, perché nei casi di sollecitazioni cicliche elevate, quali ad esempio quelle derivanti da sismi di elevate intensità, le prove sperimentali hanno evidenziato come il confinamento della sezione sia di fondamentale importanza per aumentare la duttilità dell'elemento strutturale. Il modello proposto fornisce il legame tensione-deformazione del calcestruzzo a compressione diviso in tre regioni governate da comportamento e da espressioni matematiche diverse. Tale legame è rappresentato in Figura 6.6.



**Figura 6.6** - Relazione tensione-deformazione per il calcestruzzo secondo il modello Kent e Park (1971)

La legge originaria di Kent e Park (1971) propone di considerare la differenza tra il comportamento del calcestruzzo confinato e quello non confinato, adottando coefficienti diversi per le costanti da inserire all'interno delle equazioni costitutive proposte. Ne risulta un modello molto semplice, in grado di sviluppare l'uno o l'altro comportamento cambiando il valore della pendenza  $Z$  del ramo di *softening* post-picco. Nella versione modificata da Scott et al. (1982), oltre a fornire una formula per il calcolo di  $Z$ , si introduce nel modello numerico, l'evidenza sperimentale che un calcestruzzo confinato mostra raggiungendo un valore di resistenza di picco maggiore dello stesso calcestruzzo, ma non confinato.

Si riportano per completezza le relazioni derivate da Scott et al. (1982) date per le tre zone a diverso comportamento, precisando che ponendo  $K = 1$  nelle relazioni da (6.13) a (6.15) ci si riconduce al modello originario di Kent e Park.

$$\text{per } \varepsilon_c \leq \varepsilon_0 \quad \sigma_c = K \cdot f'_c \left[ \left( \frac{2\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right) - \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^2 \right] \quad (6.13)$$

$$\text{per } \varepsilon_0 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_1 \quad \sigma_c = K \cdot f'_c [1 - Z(\varepsilon_c - \varepsilon_0)] \quad (6.14)$$

$$\text{per } \varepsilon_1 \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_u \quad \sigma_c = 0.2 \cdot K \cdot f'_c \quad (6.15)$$

dove:

$\varepsilon_0$  : deformazione del calcestruzzo corrispondente alla massima tensione  $f'_c$ ;

$\varepsilon_1$  : deformazione del calcestruzzo corrispondente ad una tensione pari a  $\sigma = 0.2 K f'_c$  nel ramo *softening*;

$\varepsilon_u$  : deformazione ultima del calcestruzzo;

$K$  : fattore che rappresenta l'aumento di resistenza dovuto al confinamento;

$Z$  : pendenza del ramo di *softening*;

$f'_c$  : resistenza cilindrica a compressione del calcestruzzo (in MPa).

Nella lavoro di Scott, sono stati introdotti inoltre i seguenti nuovi parametri di modello:

$$K = 1 + \frac{\rho_s \cdot f_{yh}}{f'_c} \quad (6.16)$$

$$\varepsilon_0 = 0.002 K \quad (6.17)$$

$$Z = \frac{0.5}{\frac{3 + 0.29 \cdot f'_c}{145 \cdot f'_c - 1000} + 0.75 \cdot \rho_s \cdot \sqrt{\frac{h'}{s_h}} - 0.002 \cdot K} \quad (6.18)$$

in cui le grandezze utilizzate hanno il seguente significato:

$f_{yh}$  : tensione di snervamento delle barre (in MPa);

$\rho_s$  : rapporto fra volume di staffe e calcestruzzo confinato;

$h'$  : altezza di calcestruzzo confinato e misurata dal bordo esterno delle staffe;

$s_h$  : interasse tra le staffe.

Per una sezione rettangolare di calcestruzzo confinato mediante staffe, si può inoltre utilizzare la relazione (6.19) utile per il calcolo della deformazione ultima del calcestruzzo:

$$\varepsilon_u = 0.004 + 0.9 \cdot \rho_s \cdot (f_{yh} / 300) \quad (6.19)$$

La resistenza a trazione viene trascurata dal modello, poiché essa influenza la risposta di una sezione in c.a. solamente nei cicli di carico prima della fessurazione.

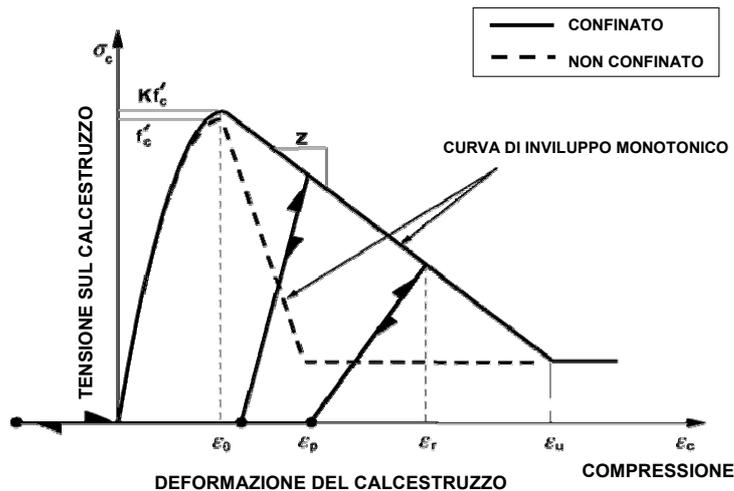
Il modello proposto, valevole per un carico monotonamente crescente, viene completato con le leggi di scarico e ricarico per essere impiegato in analisi con carico ciclico.

A tal proposito in MIDAS Gen si utilizzano per il percorso di scarico e ricarico le relazioni ricavate da Karsan e Jirsa (1969) e di seguito riportate:

$$\text{per } \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}\right) < 2 \quad \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_0} = 0.145 \cdot \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}\right)^2 + 0.13 \cdot \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}\right) \quad (6.20)$$

$$\text{per } \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0}\right) \geq 2 \quad \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_0} = 0.707 \cdot \left(\frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_0} - 2\right) + 0.834 \quad (6.21)$$

Allo scarico dell'elemento, il percorso seguito è definito dalle relazioni (6.20) e (6.21) e termina quando la tensione si annulla e arriva all'asse delle deformazioni. Se una volta raggiunto l'asse delle deformazioni lo scarico continua, si raggiunge il punto di deformazione richiesta, muovendosi con il percorso di scarico lungo l'asse delle deformazioni (quindi a tensione nulla). In Figura 6.7 sono raffigurate le leggi di scarico-ricarico appena descritte.



**Figura 6.7** - Rappresentazione delle leggi di scarico e ricarico di Karsan e Jirsa (1969) per il calcestruzzo.

Al ricarico, la tensione si mantiene nulla finché la deformazione rimane minore della deformazione raggiunta allo scarico (cioè finché la deformazione è inferiore al valore di  $\varepsilon_p$  in Figura 6.7). Una volta che la deformazione del calcestruzzo supera tale valore, il ricarico segue lo stesso percorso utilizzato precedentemente nello scarico come la Figura 6.7 evidenzia. Prove sperimentali hanno evidenziato che in realtà scarico e ricarico seguono percorsi non-lineari differenti formando piccoli cicli isteretici.

#### 6.1.4) Selezione dell'input sismico e del metodo di integrazione numerica

Gli accelerogrammi utilizzati nel presente lavoro sono di tipo registrato e sono gli *input* sismici riassunti in Tabella 6.1. Tali registrazioni hanno i valori di accelerazione rappresentati nelle Figure dalla 6.8 alla 6.11. Nelle Figure dalla 6.12 alla 6.15 si riportano gli spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per gli *input* sismici descritti e ricavati per valori del rapporto di smorzamento  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.

Assunti al valore registrato (quindi con *Scale Factor* - SF = 1), piuttosto che scalati in termini di *PGA* (*Peak Ground Acceleration*), sono stati applicati sia ai modelli dettagliati che ai modelli *ESM* delle strutture, per testare l'attendibilità del metodo *ESMM* per diverse intensità dell'evento sismico. Dal confronto tra i risultati ottenuti dai modelli dettagliati ritenuti esatti e quelli dei modelli *stick* assunti approssimati, considerazioni sull'affidabilità e stabilità del metodo al crescere dell'intensità sismica, sono date.

Identificativo input sismico	Denominazione evento sismico	Stazione di registrazione	Anno	Durata [s]	PGA [g]
Input 1	<i>El Centro</i>	El Centro Site, 270 deg	1940	53.72	0.3569
Input 2	<i>Loma Prieta</i>	Oakland Outer Wharf, 0 deg	1989	39.98	0.2199
Input 3	<i>Taft</i>	Lincoln School, 69 deg	1952	54.38	0.1557
Input 4	<i>Northridge Santa Monica</i>	City Hall Grounds, 0 deg	1994	59.98	0.3703

Tabella 6.1 - Input sismici utilizzati nelle analisi time-history.

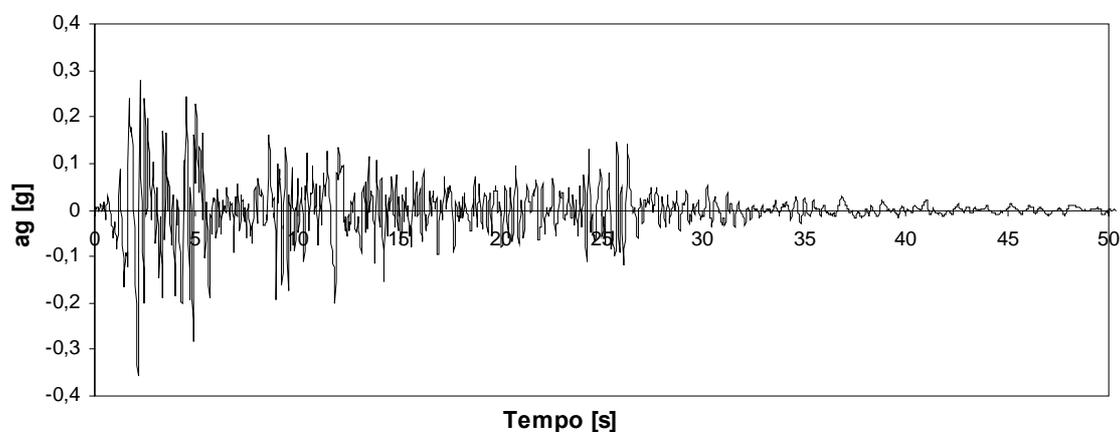
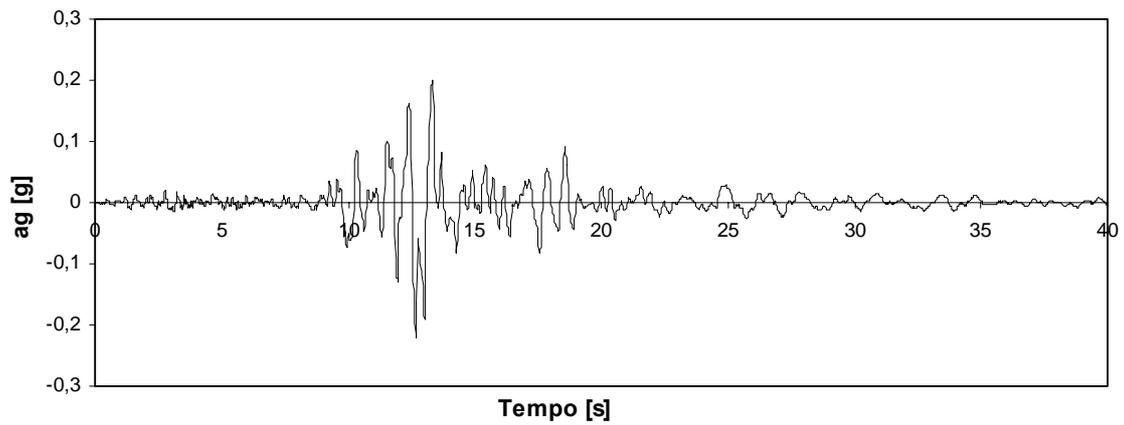
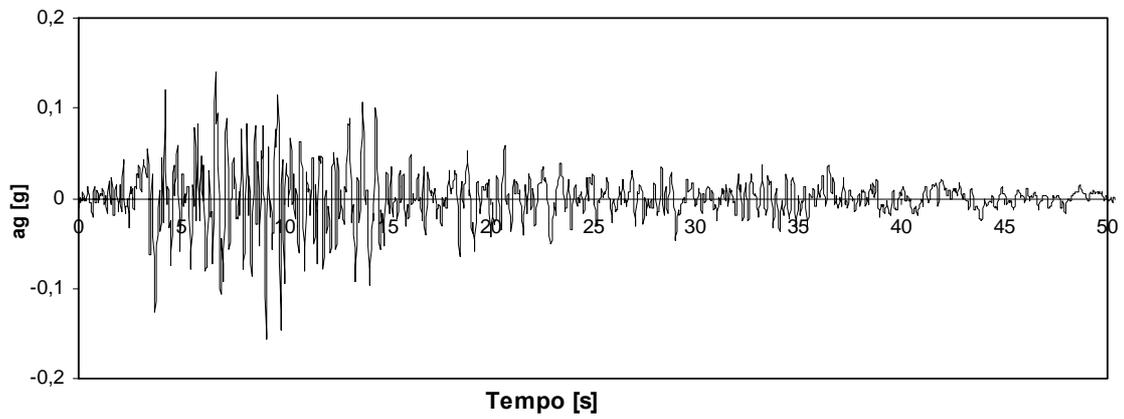


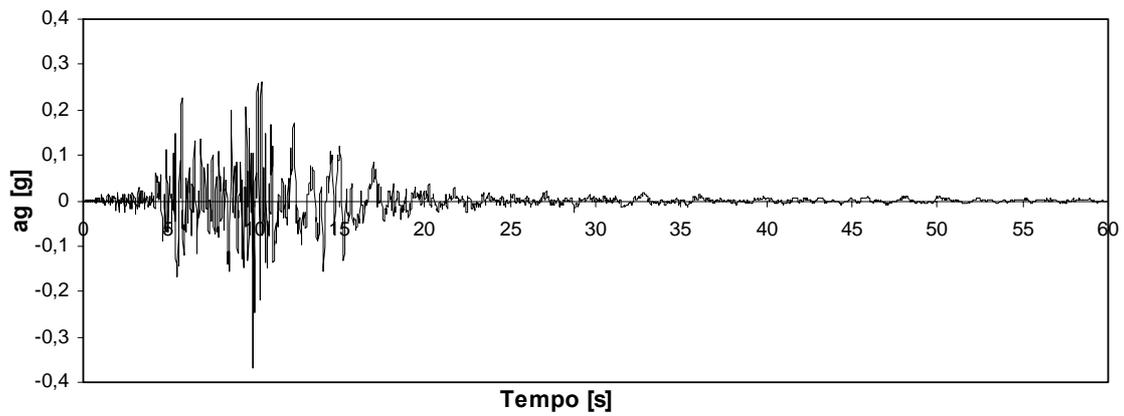
Figura 6.8 - Input 1: accelerogramma registrato.



*Figura 6.9 - Input 2: accelerogramma registrato.*



*Figura 6.10 - Input 3: accelerogramma registrato.*



*Figura 6.11 - Input 4: accelerogramma registrato.*

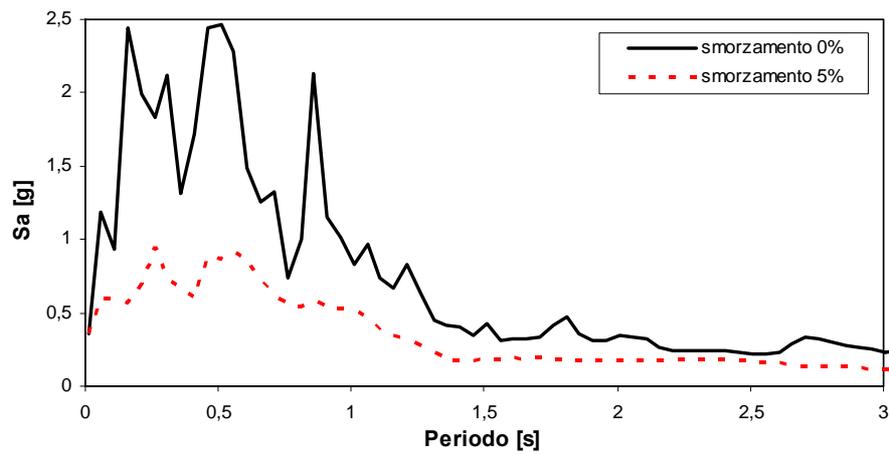


Figura 6.12 - Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 1 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.

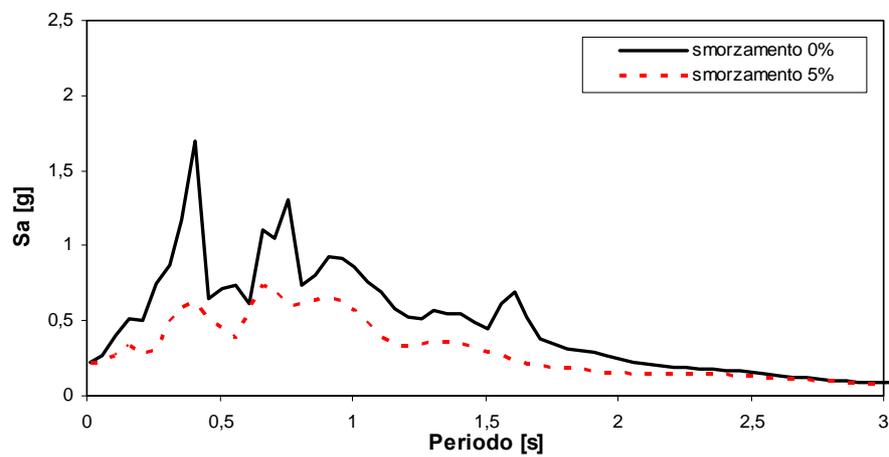


Figura 6.13 - Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 2 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.

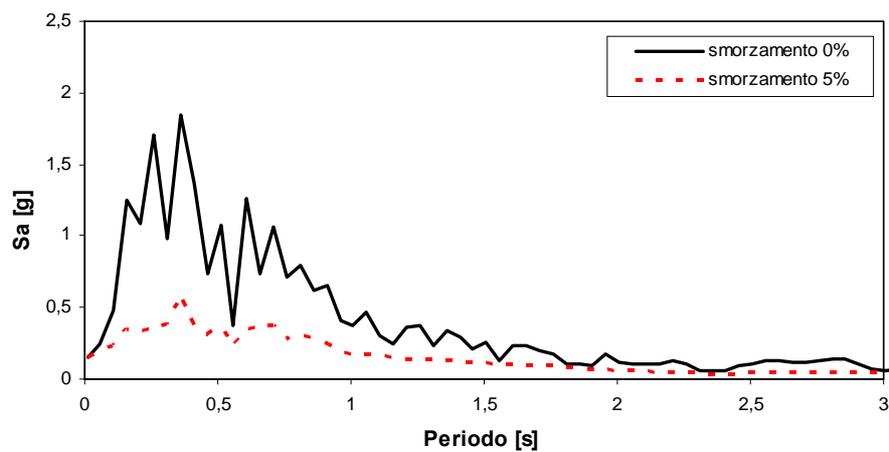
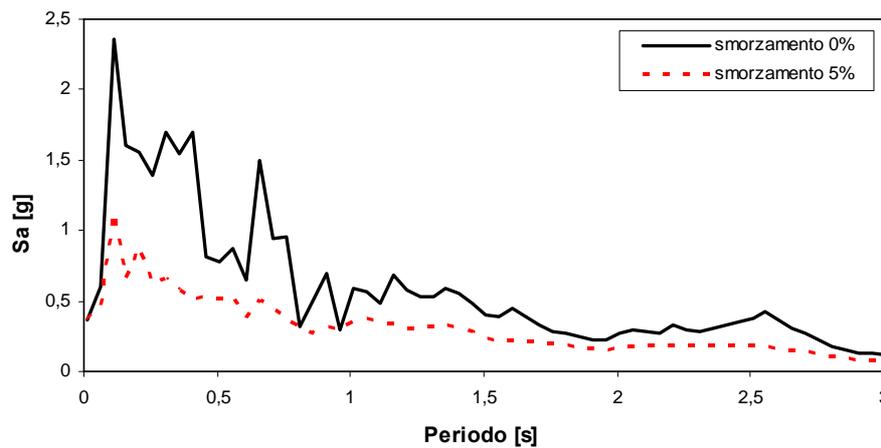


Figura 6.14 - Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 3 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.



**Figura 6.15** - Spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione per l'input 4 per  $\zeta$  pari a 0 e 0.05.

Il metodo di risoluzione numerica, delle equazioni del moto adottato nelle analisi *time-history* è il metodo di integrazione diretta proposto in Newmark (1959). I valori  $\beta$  e  $\gamma$ , parametri che definiscono la legge con cui varia l'accelerazione all'interno dell'intervallo considerato, sono stati assunti rispettivamente pari a 0.25 e 0.4. La scelta fatta porta all'assunzione di un'accelerazione costante per l'intera durata dell'intervallo corrente e pari al valore medio tra i due valori che si registrano ai due estremi dell'intervallo. All'interno dello stesso intervallo temporale considerato il metodo iterativo utilizzato è quello dello schema di Newton-Raphson. Il raggiungimento della convergenza è impostato mediante la limitazione della norma del vettore degli spostamenti al di sotto di una specifica tolleranza (assunta pari a  $10^{-5}$ ).

Nelle analisi statiche non-lineari invece, utilizzate sia per l'applicazione dei carichi verticali alle strutture che per la determinazione delle curve di capacità di piano, l'azione esterna è rappresentata mediante forze orizzontali o verticali applicate. Il sistema di equazioni numeriche da risolvere deriva da una semplificazione del più generale adottato nelle analisi dinamiche a cui vengono inibiti gli effetti dovuti ai carichi dinamici e quindi i vettori velocità e accelerazione nodali. Il carico esterno applicato, viene suddiviso in più incrementi di carico successivi, fino al raggiungimento del valore prefissato. La procedura adottata è in controllo di carico (o *load-control*). La medesima procedura iterativa di Newton-Raphson è stata utilizzata nella risoluzione del sistema di equazioni non-lineare. La convergenza è governata nuovamente mediante il controllo della norma del vettore degli spostamenti (assunta pari a  $10^{-5}$ ).

## 6.2) STRUTTURA AD UN PIANO SIMMETRICA IN ENTRAMBE LE DIREZIONI

### 6.2.1) Determinazione delle curve di capacità di piano

La prima struttura che si introduce, i cui risultati delle analisi dinamiche non-lineari sono utilizzati per la validazione della metodologia proposta, è un edificio doppiamente simmetrico e ad un solo piano. Si ipotizza per semplicità, e per avere un modello di calcolo più facile da controllare, che tale edificio sia assoggettato ad un *input* sismico unidirezionale e nello specifico agente lungo la direzione X di Figura 6.16, la quale descrive il modello dettagliato della struttura. Da tale modello, si ricaveranno le curve di capacità di piano da utilizzare per la definizione del modello equivalente *stick*. La struttura adottata ha pilastri aventi sezione trasversale di 60x25 cm, travi di piano identiche in entrambi le direzioni e aventi sezione di 50x25 cm (base x altezza). Le sezioni sono state suddivise in fibre in entrambi le direzioni e la suddivisione adottata è riportata in Figura 6.17. I valori dei parametri adottati, per la definizione dei materiali di travi e pilastri, sono riassunti in Tabella 6.2 per il calcestruzzo (con il significato dei simboli di Figura 6.6) e Tabella 6.3 per l'acciaio (con il significato dei simboli descritti al § 6.1.3). Tali valori sono i medesimi per tutti i casi studio qui riportati. I solai sono pensati realizzati con una soletta in c.a. dello spessore di 20 cm. Nelle analisi, oltre al peso degli elementi che compongono i telai in c.a. assunti avere un peso specifico pari a  $25 \text{ kN/m}^3$ , si considera un carico verticale permanente, uniformemente distribuito sul solaio, pari a  $6 \text{ kN/m}^2$  (comprensivo di pesi strutturali e non strutturali) e un carico accidentale pari a  $2 \text{ kN/m}^2$ . Nelle analisi il valore del carico accidentale è stato computato al 30%.

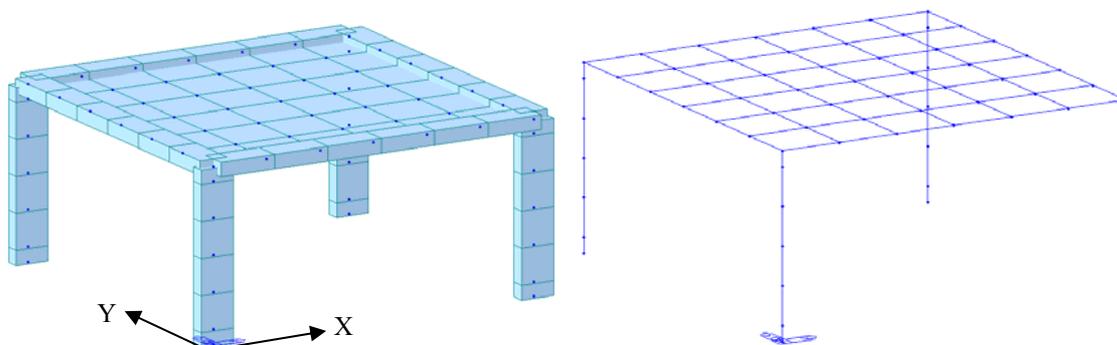


Figura 6.16 - Vista tridimensionale del modello dettagliato relativo al caso studio 1.

CALCESTRUZZO	$f'_c$ [MPa]	K	$\epsilon_{co}$	$\epsilon_{cu}$	Z
Calcestruzzo confinato	25.0	1.0	0.002	0.006	266.67
Calcestruzzo non confinato	25.0	1.0	0.002	0.0035	1600.0

Tabella 6.2 - Parametri adottati per la definizione del calcestruzzo.

ACCIAIO	$f_y$ [MPa]	E [MPa]	b	R <sub>o</sub>	a1	a2
Acciaio d'armatura	500.0	200000.0	0.005	20.0	18.5	0.15

Tabella 6.3 - Parametri adottati per la definizione dell'acciaio.

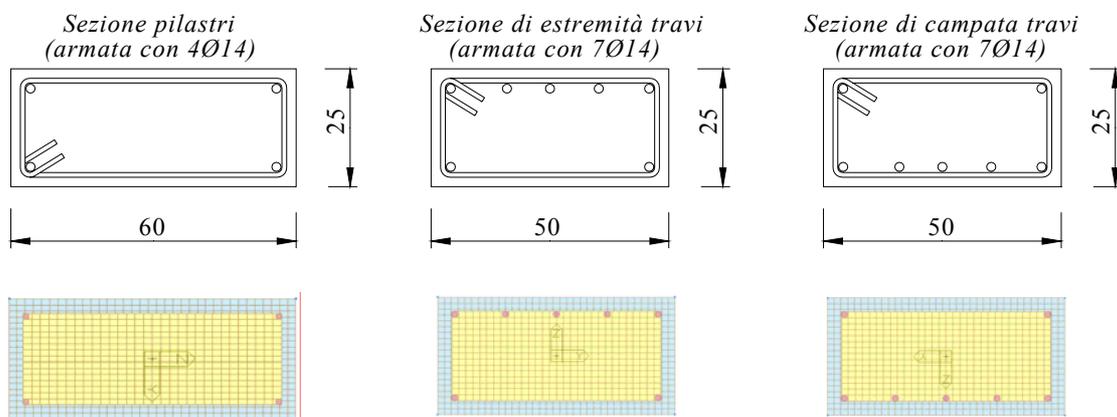


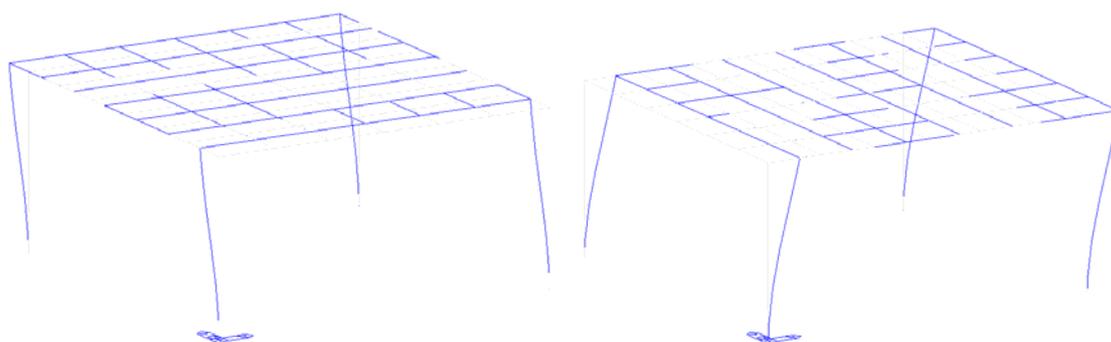
Figura 6.17 - Sezione trasversale di pilastri e travi adottate nel caso studio 1: dimensioni geometriche e suddivisione a fibre adottata nel modello dettagliato.

Essendo la struttura ad un solo livello, le curve di capacità da determinare sono, in linea generale tre (una per ciascuno dei gradi di libertà del piano). Con l'ipotesi semplificativa di considerare il sisma come unidirezionale e in direzione X, seguendo quanto riportato in Tabella 5.1, si ha che l'unico parametro di spostamento che rimane è lo spostamento  $\Delta_x$  in direzione X. La determinazione della sola curva di capacità in direzione X, atta a descrivere il comportamento anelastico del livello indagato, viene ottenuta mediante l'applicazione di un sistema di forze orizzontali applicate al solaio stesso. Nella fattispecie si adotta una distribuzione di forze proporzionali ai tagli di piano che nascono da un'analisi dinamica modale della struttura.

I risultati dell'analisi di decomposizione modale sono riassunti in Tabella 6.4 mentre i primi due modi di vibrare fondamentali, il primo in direzione Y ed il secondo in direzione X, sono rappresentati in Figura 6.18.

Modo n°	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	% Massa Trasl. X	% Massa Trasl. Y	% Massa Trasl. Z	% Massa Rot. X	% Massa Rot. Y	% Massa Rot. Z
1	4.8639	0.2056	0.0	95.2889	0.0	0.1705	0.0	0.0
2	8.8141	0.1135	94.4281	0.0	0.0	0.0	0.1151	0.0
3	10.6189	0.0942	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	89.9182
4	10.9022	0.0917	0.0	0.0	72.0867	0.0	0.0	0.0
5	19.1233	0.0523	0.0221	0.0	0.0	0.0	50.8424	0.0
6	21.8416	0.0458	0.0	0.0165	0.0	50.9965	0.0	0.0
7	22.7814	0.0439	0.0	0.0	0.7316	0.0	0.0	0.0
8	41.9685	0.0238	0.0	0.0	6.7364	0.0	0.0	0.0
9	46.6799	0.0214	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
10	49.7442	0.0201	0.0	0.3208	0.0	1.7572	0.0	0.0

**Tabella 6.4** - Risultati dell'analisi di decomposizione modale della struttura (caso studio 1).

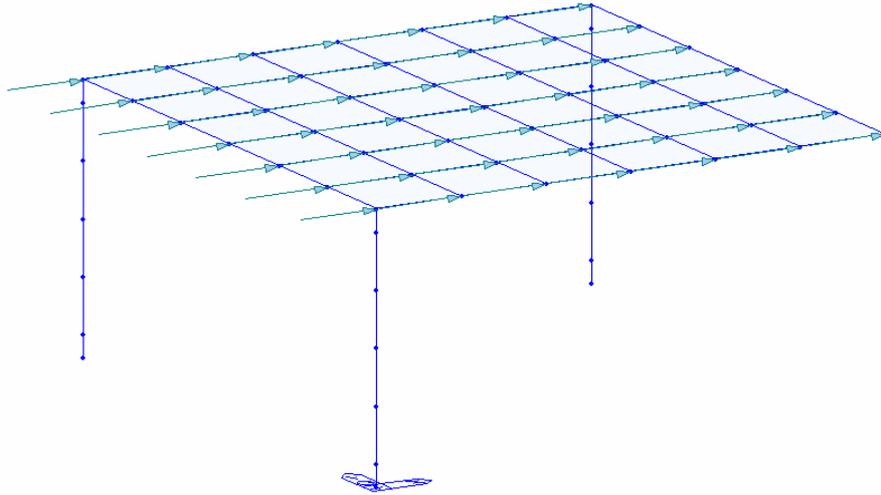


**Figura 6.18** - Deformate modali dei primi due modi naturali della struttura (caso studio 1).

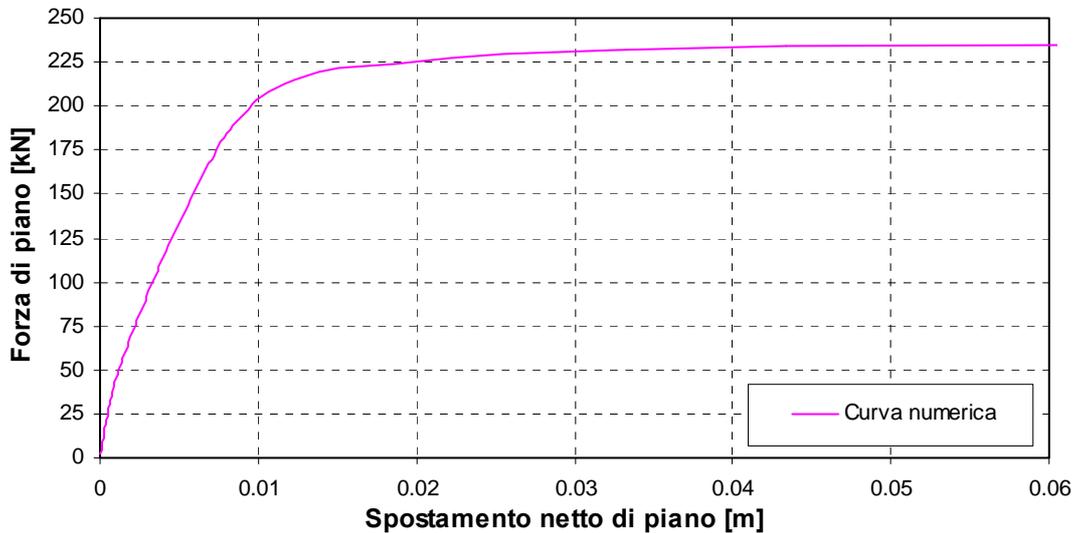
Lo spettro di risposta in termini di pseudo-accelerazione assunto per la determinazione della distribuzione di forze è rappresentato in Figura 5.6 ed è caratterizzato dall'aver ordinate costanti e pari al valore unitario per tutti i periodi (come già descritto al § 5.2.2). Nella fattispecie si considerano le forze che derivano dal secondo modo di vibrare (modo fondamentale in direzione X). Non si considerano i contributi dei modi di vibrare superiori perché aventi contributi in termini di massa trascurabili. La distribuzione di forza applicata ha l'andamento rappresentato qualitativamente in Figura 6.19 e ha componenti nella sola direzione X.

La curva di capacità numerica  $F_X - \Delta_X^{CM}$ , ricavata mediante analisi statica incrementale delle forze orizzontali, è riportata in Figura 6.20. Tale curva, ha sull'asse delle ascisse lo spostamento in direzione X del punto identificato come rappresentativo di piano (baricentro geometrico CG del piano che coincide con il baricentro CM delle masse) e sulle ordinate il valore della risultante in direzione X della distribuzione di forza applicata al piano.

In Figura 6.21 è rappresentata inoltre la curva poligonale che meglio approssima la curva numerica ottenuta. Tale curva sarà utilizzata per determinare la legge da assegnare alle cerniere anelastiche di estremità che definiscono il comportamento del modello *stick* in direzione X. Tali curve sono interrotte ad un valore pari al 2% dell'altezza di interpiano e ipotizzando che per tale valore si raggiunga la crisi di piano.



**Figura 6.19** - Distribuzione di forza usata per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 1).



**Figura 6.20** - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  numerica (caso studio 1).

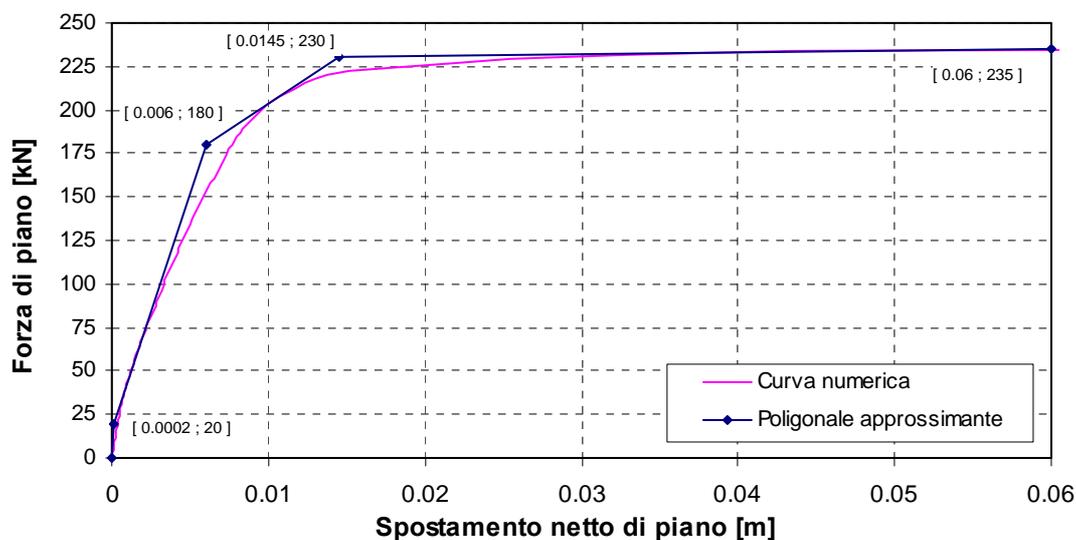


Figura 6.21 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  poligonale approssimante (caso studio 1).

### 6.2.2) Assemblaggio del modello stick globale

Per la completa definizione del modello globale *stick*, rimane da determinare la massa della struttura afferente all'unico grado di libertà che si considera. Tale massa, stimata con i criteri descritti al § 5.2.4, è di tipo traslazionale ed è pari a  $mX_1 = 35.8118$  T.

L'assemblaggio del modello equivalente avviene mediante la definizione delle proprietà dell'elemento finito che simula il comportamento dell'intero piano, mediante la definizione dei vincoli esterni e l'inserimento nel modello delle leggi anelastiche ricavate.

La legge isteretica applicata è la medesima per carico positivo e negativo ed agente lungo l'asse X. Questo in considerazione del fatto che il comportamento per le due condizioni di carico è il medesimo vista la simmetria della struttura.

Le proprietà dell'elemento finito sono fissate in modo che, il modello *stick* possieda la medesima rigidità traslazionale elastica, e modi di vibrare aventi medesime frequenze, del modello dettagliato.

In Figura 6.22 sono riassunte le caratteristiche fondamentali del modello *stick* equivalente predisposto mentre in Tabella 6.5 si riportano i risultati dell'analisi di decomposizione modale condotta su tale modello predisposto.

Si può notare il buon accordo tra frequenze del modo fondamentale confrontando il modo 1 di Tabella 6.5 con il modo 2 di Tabella 6.4.

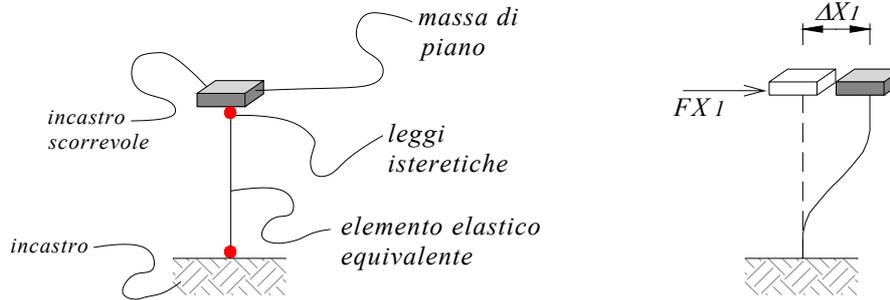


Figura 6.22 - Definizione del modello stick equivalente (caso studio 1).

Modo n°	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	% Massa Trasl. X	% Massa Trasl. Y	% Massa Trasl. Z	% Massa Rot. X	% Massa Rot. Y	% Massa Rot. Z
1	8.8141	0.1135	100	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Tabella 6.5 - Risultati della decomposizione modale del modello stick equivalente (caso studio 1).

### 6.2.3) Valutazione dei risultati di analisi time-history sul modello stick

Il modello così predisposto viene utilizzato per la realizzazione delle analisi *time-history* che forniscono la stima della domanda sismica globale (spostamenti e forze richiesti ai vari piani) per ciascuno degli *input* applicati. Il vantaggio di utilizzare un modello equivalente a pochi gradi di libertà, permette di realizzare analisi dinamiche non-lineari con una consistente riduzione dell'onere computazionale. Per la validazione del modello *ESM* proposto, si realizzano le analisi dinamiche sia sul modello dettagliato che sul modello *stick* equivalente assemblato. Nel seguito si riportano i risultati delle analisi condotte adottando i diversi *input* sismici e le due diverse tipologie di leggi isteretiche citate al § 5.2.3.

I parametri di interesse, utilizzati per il confronto della risposta sismica globale valutata mediante i due diversi modelli, sono l'andamento dello spostamento del punto rappresentativo di piano del modello dettagliato (spostamento di CM) e lo spostamento del nodo di sommità del modello *stick*. Inoltre si confronteranno le forze sismiche che nascono in ciascuno dei due modelli, valutandole come somma dei tagli che nascono alla base di ciascun elemento verticale, nel caso del modello dettagliato, e come taglio registrato sul singolo elemento verticale nel caso del modello *stick*. Tale taglio è per ragioni di equilibrio identico in valore alla forza sismica che istante per istante nasce a livello di piano. I risultati di tali grafici ("Spostamento di piano vs Tempo" e "Forza di piano vs Tempo") sono riportati nell'Appendice A1 della presente tesi.

Per ragioni di brevità si riportano qui i grafici delle analisi condotte, posti in termini di “Forza di piano vs Spostamento di piano” registrati per ciascun istante dell’evento sismico dai due modelli, poiché sintetizzano maggiormente quelli che sono i risultati salienti ottenuti.

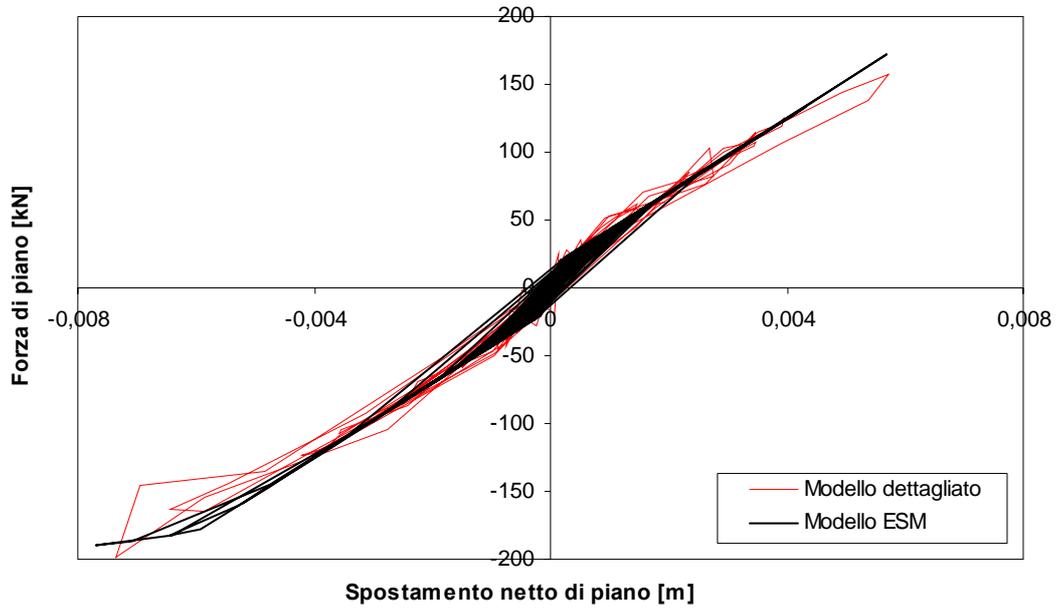
Si riportano dalla Figura 6.23 alla Figura 6.26 l’andamento delle curve “Forza di piano vs Spostamento di piano” ricavate dai due modelli (dettagliato ed *ESM*) per diversi *input* sismici adottando per le cerniere plastiche inserite nel modello *stick* alternativamente una legge isteretica del tipo tetralineare elastica (*TLE*) senza degrado ciclico della rigidità piuttosto che una trilineare del tipo *peak-oriented* (*TLPO*) con degrado ciclico.

Le Figure dalla 6.23 alla 6.26 mostrano come il modello *ESM* riproduca con buona approssimazione quello che è il comportamento dinamico globale della struttura studiata, riuscendo a cogliere in maniera adeguata e sufficientemente precisa i valori massimi richiesti al singolo piano, sia in termini di spostamento richiesto che di forza orizzontale. Tali grafici mostrano inoltre come, nonostante il metodo si prefigga come obiettivo principale quello della stima dei valori massimi (o minimi) richiesti ad una struttura da un singolo *input* sismico in termini di spostamento e di forza, il modello è capace di prevedere con sufficiente approssimazione anche l’andamento della curva di involuppo dei valori massimi del modello dettagliato che, ricordiamo, è considerato il modello in grado di fornire la soluzione esatta.

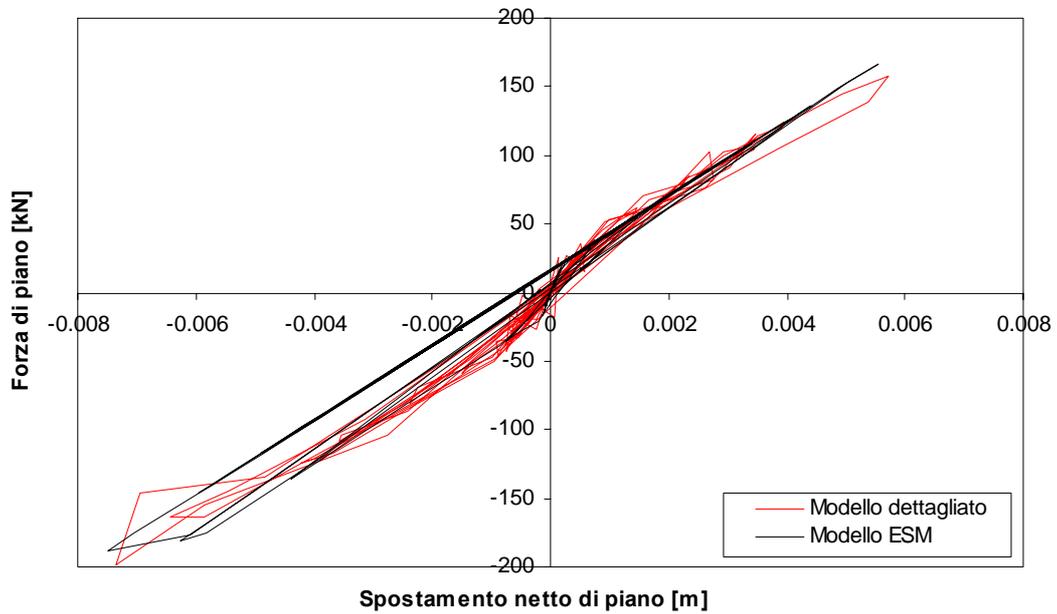
Le Figure 6.27 e 6.28 riportano i risultati delle analisi *time-history* condotte adottando come accelerogramma l’*input 2*, già utilizzato, ma con un diverso *scale factor* (*SF*), al fine di testare la capacità del modello di prevedere la risposta dinamica della struttura al crescere dell’intensità sismica. I risultati mostrano che, anche per eccitazioni dinamiche che portano la struttura a scenari deformativi fortemente anelastici, il modello possiede buona accuratezza.

Il presente caso studio mostra come non ci siano differenze importanti nella risposta fornita dalle due diverse leggi isteretiche adottate nella previsione dei valori massimi (o minimi) di spostamento e forza.

E’ da evidenziare che, la scelta delle leggi isteretiche adottate, dettata dalla necessità di poter dare facili interpretazioni ai risultati ottenuti, non consente di cogliere puntualmente il comportamento delle strutture durante le fasi di diminuzione ed eventuale inversione della forza (tratti di scarico nei diagrammi “Forza vs Spostamento”). Tale obiettivo nel caso fosse di interesse, potrebbe essere perseguito modificando la tipologia di legge isteretica assegnata alle cerniere plastiche dei modelli *stick*.



*Figura 6.23 - Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 1 ( $SF=1$ ) per legge isteretica TLE.*



*Figura 6.24 - Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 1 ( $SF=1$ ) per legge isteretica TLPO.*

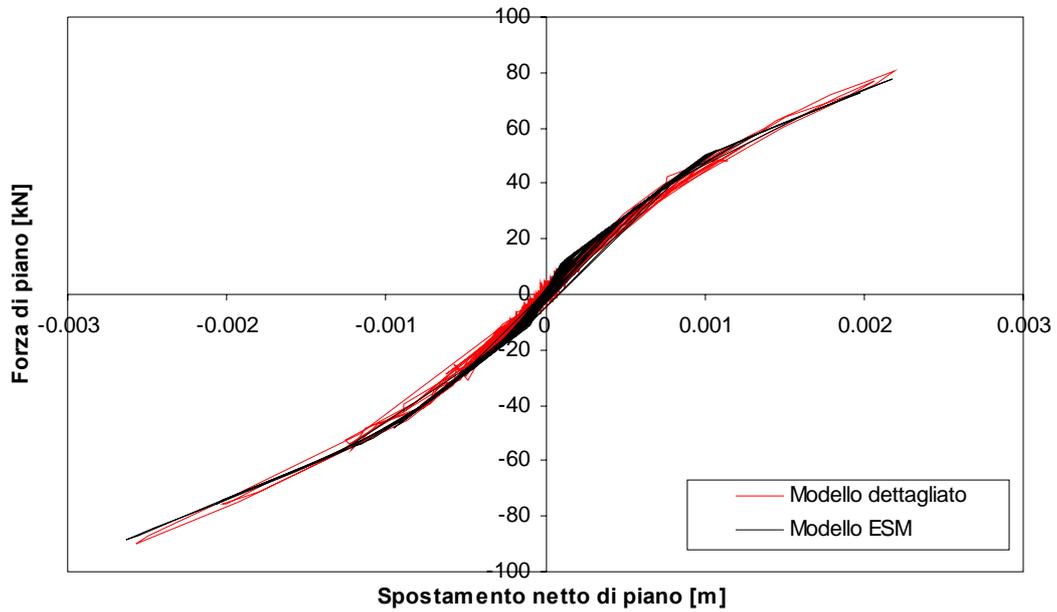


Figura 6.25 - Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 ( $SF=1$ ) per legge isteretica TLE.

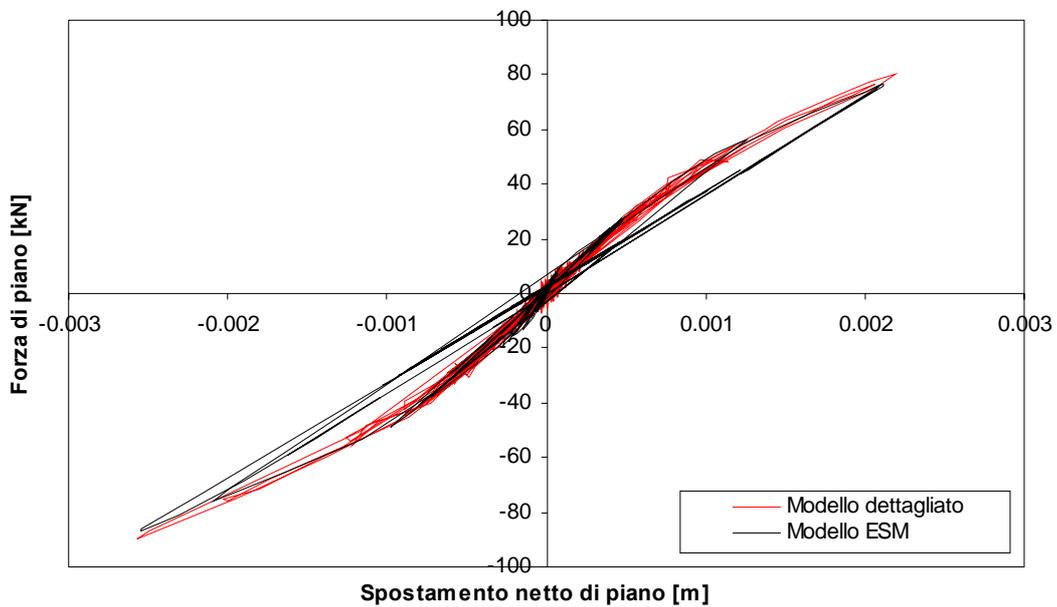
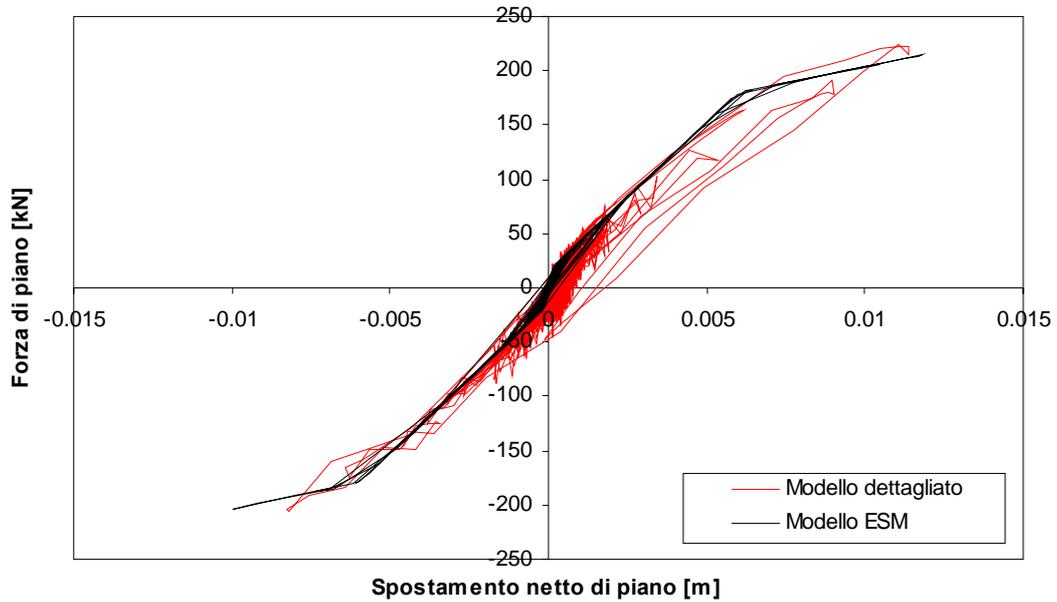
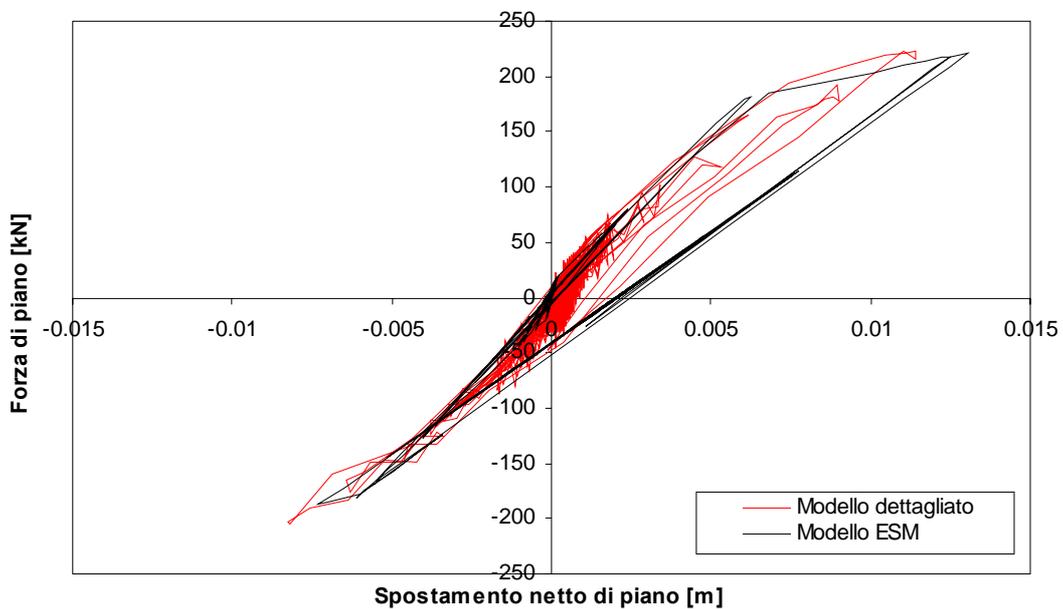


Figura 6.26 - Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 ( $SF=1$ ) per legge isteretica TLPO.

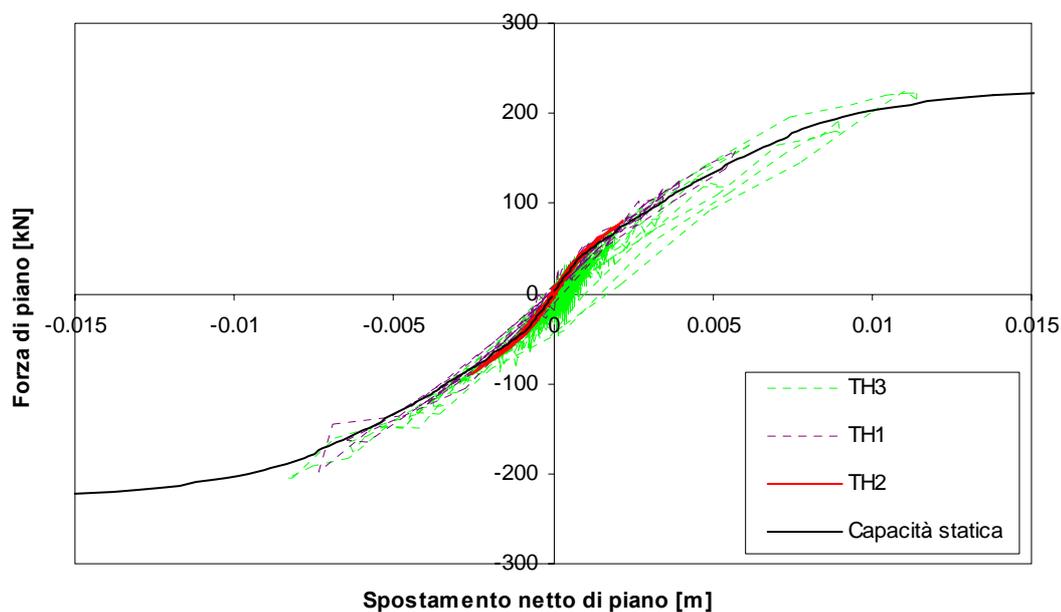


*Figura 6.27 - Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 ( $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLE.*



*Figura 6.28 - Grafico Forza di piano - Spostamento di piano per l'Input 2 ( $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLPO.*

Si riporta da ultimo un confronto, sempre in termini di “Forza di piano vs Spostamento di piano”, ottenuto sovrapponendo le risposte delle analisi dinamiche *time-history* e della statica non-lineare di *pushover* (utilizzata per la determinazione della curva di capacità di piano) condotte sul modello dettagliato. Da tale confronto, riportato in Figura 6.29, si evince come la curva di capacità ricavata per via statica rappresenti una buona approssimazione della richiesta dinamica, fatta dai singoli accelerogrammi, alla struttura. Più tale curva risulta precisa e fedele nella rappresentazione della richiesta dinamica, più il modello equivalente *stick* che la utilizza sarà affidabile. Nel caso in cui più *input* sismici siano utilizzati, le risposte dinamiche ottenute possono essere anche sensibilmente diverse tra loro e, per riuscire ad avere un modello capace di rappresentare fedelmente il singolo *input*, si potrebbe lavorare sulla determinazione della curva di capacità legandola al singolo a quest’ultimo. Tale procedura diverrebbe però, come già discusso al §5.2.2 alquanto onerosa, in quanto occorrerebbe determinare una curva di capacità statica specifica per il singolo accelerogramma. Tuttavia, come la Figura 6.29 mostra, utilizzare la curva di capacità statica ricavata mediante l’analisi di *pushover* descritta sembra rappresentare un compromesso accettabile.



**Figura 6.29** - Confronto tra capacità e domanda valutate sul modello dettagliato rispettivamente per via statica (*pushover*) e via dinamica (*time-history*).

#### 6.2.4) Valutazione delle risposte locali

I valori delle grandezze determinate mediante il modello *stick*, consentono di ricavare per il singolo *input* sismico, quella che è la richiesta dinamica in termini di forza e di spostamento al singolo piano. Tale richiesta può essere utilizzata direttamente per condurre le opportune (o necessarie) verifiche da un punto di vista globale.

Può essere interessante (o necessario) in taluni casi, risalire a quello che è lo stato di sollecitazione o deformazione di un singolo elemento strutturale piuttosto che di una sua sezione o porzione. Usualmente poi, per le verifiche, sono di interesse i soli valori estremali (massimi e minimi). A tal riguardo, per avere una stima dei valori di sollecitazione o deformazione estremali indotti dall'azione sismica sul singolo elemento strutturale (per questo motivo definita risposta locale), si può seguire la procedura sotto descritta ed esemplificata.

Conoscendo quello che è il massimo (positivo e negativo) spostamento orizzontale richiesto al nodo rappresentativo di solaio e in assenza di rotazioni di piano, come nel caso studio in esame, è noto quindi, lo spostamento richiesto in sommità a ciascun pilastro. Riportando il valore di tale spostamento sulla curva di capacità di piano, è possibile individuare lo *step* di carico dell'analisi di *pushover* in cui tale spostamento viene raggiunto. Dall'analisi dei risultati ottenuti in corrispondenza di quell'incremento di carico è possibile determinare infine quella che è la risposta strutturale in corrispondenza dell'istante di massima richiesta di spostamento.

I valori così ricavati sono una stima dei massimi (o dei minimi), che si sarebbero ottenuti per il singolo elemento o per la singola sezione, conducendo un'analisi *time-history* sul modello dettagliato.

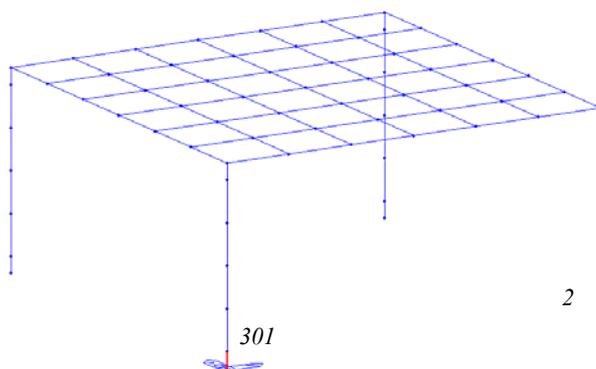
Tale panorama di deformazioni e sollecitazioni può essere utilizzato per impostare verifiche in termini di capacità di deformazione (solitamente per meccanismi / elementi duttili) piuttosto che in termini di capacità resistente (di solito per meccanismi / elementi fragili). Per lo *step* selezionato infatti, è possibile leggere spostamenti o rotazioni in corrispondenza dei nodi di interesse. Da tali spostamenti e rotazioni è possibile poi ricavare, ad esempio, la domanda in termini di rotazione alla corda per i singoli elementi verticali piuttosto che la domanda di rotazione alle estremità delle travi, ed impostare le verifiche confrontando la domanda con la capacità di rotazione degli stessi. Queste ultime possono essere ricavate dalle formule indicate nelle norme tecniche nazionali (NTC (2008) e Circolare n° 617 (2009)) piuttosto che da documenti tecnici internazionali (EC2, EC3, EC8) o ancora mediante formule di comprovata validità reperibili in letteratura (come ad esempio in Panagiotakos e Fardis (2001)).

E' possibile inoltre ricavare, dal modello dettagliato sottoposto ad analisi di *pushover*, quello che è il panorama di sollecitazioni che agiscono sui vari elementi ed impostare verifiche in termini di forza. Così ad esempio è possibile ricavare sollecitazioni di taglio sugli elementi verticali ed orizzontali e confrontarle con il taglio resistente per effettuare le verifiche dei meccanismi fragili.

La determinazione dei valori, secondo la procedura appena descritta, può essere effettuata per qualsiasi istante dell'analisi *time-history* in questione e l'istante più adeguato deve essere scelto in base al tipo di parametro a cui si è interessati (se una forza o una deformazione). Nella fattispecie, in conseguenza della scelta adottata per le tetralineari di piano (con tratti di deformazione sempre *hardening*), l'istante di massimo (o minimo) spostamento orizzontale corrisponde anche all'istante di massima (o minima) richiesta di forza che l'*input* sismico fa alla struttura. Se si fossero adottate delle leggi tetralineari di piano con tratti di comportamento *softening*, e si fosse registrato durante l'analisi *time-history* un comportamento di piano discendente in forza, per avere una stima del massimo sforzo di taglio sui pilastri, sarebbe stato più opportuno, probabilmente, selezionare l'istante di massima forza piuttosto che l'istante di massimo spostamento.

Le sollecitazioni e le deformazioni ricavate seguendo la procedura descritta, come già detto, rappresentano una stima di quelle massime ottenibili mediante analisi dinamiche condotte direttamente sul modello dettagliato, in quanto, ricavate mediante un'analisi statica che non tiene conto degli effetti di danneggiamento ciclico né delle modificazioni delle caratteristiche dinamiche della struttura.

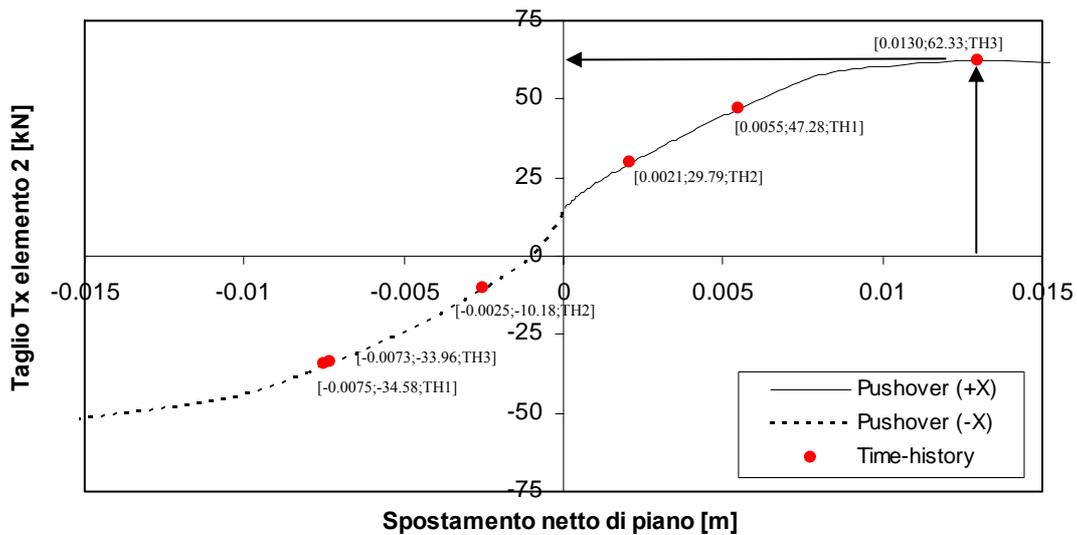
Si considerano a titolo di esempio, gli elementi finiti di base della struttura evidenziati in rosso in Figura 6.30 (corrispondenti agli elementi finiti 2 e 301 del modello dettagliato).



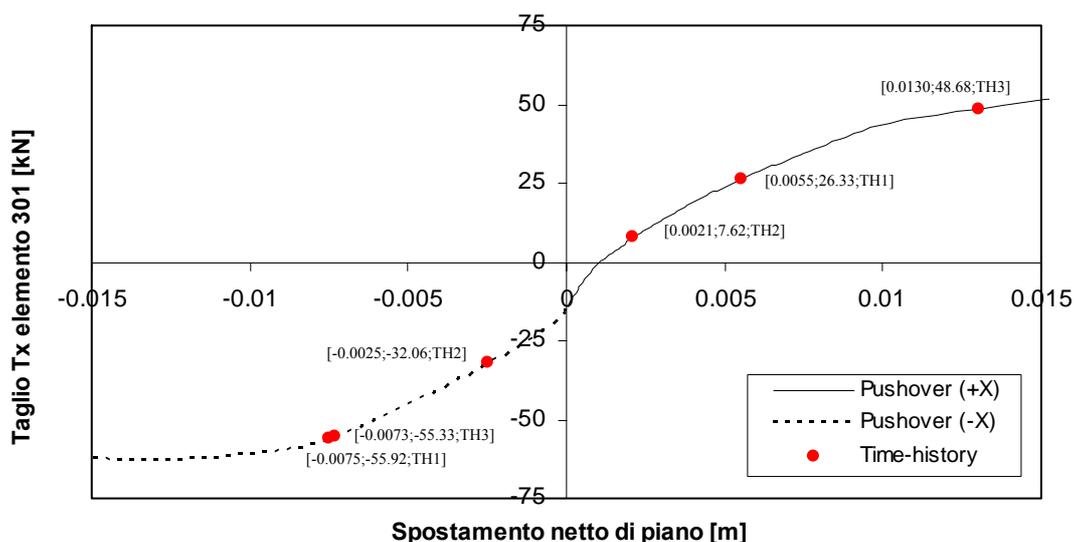
**Figura 6.30** - Elementi finiti individuati per la valutazione delle risposte locali (caso studio 1).

Di tali elementi, si rappresentano in Figura 6.31 e Figura 6.32 gli andamenti dei valori dello sforzo di taglio alla base in direzione X, e desunti dall'analisi di *pushover* condotta sul modello dettagliato. In tali figure sono riportati inoltre (con pallini rossi) i valori di sforzo di taglio che si ottengono per i due elementi in corrispondenza degli *step* in cui sono raggiunti i valori di spostamento massimo (e minimo) per le analisi *time-history* condotte sul modello *stick* (vedi figure 6.24, 6.26 e 6.28). Per semplicità e sintesi di rappresentazione, si riportano solo i risultati ottenuti dall'utilizzo delle leggi isteretiche del tipo *peak-oriented* potendo estendere però il ragionamento anche ai risultati ottenuti mediante la legge tetralineare elastica.

Entrando quindi nei grafici di Figura 6.31 e Figura 6.32 con i valori di spostamento massimo e minimo ottenuto dalla singola *time-history*, si trovano dei valori di taglio derivanti da considerazioni statiche (analisi di *pushover*) che possono considerarsi delle stime dei valori di taglio che si sarebbero ottenuti, sulle medesime sezioni o sugli stessi elementi, mediante analisi *time-history* condotte sul modello dettagliato.



**Figura 6.31** - Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 2 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 1).



**Figura 6.32** - Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 301 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacità di piano (caso studio 1).

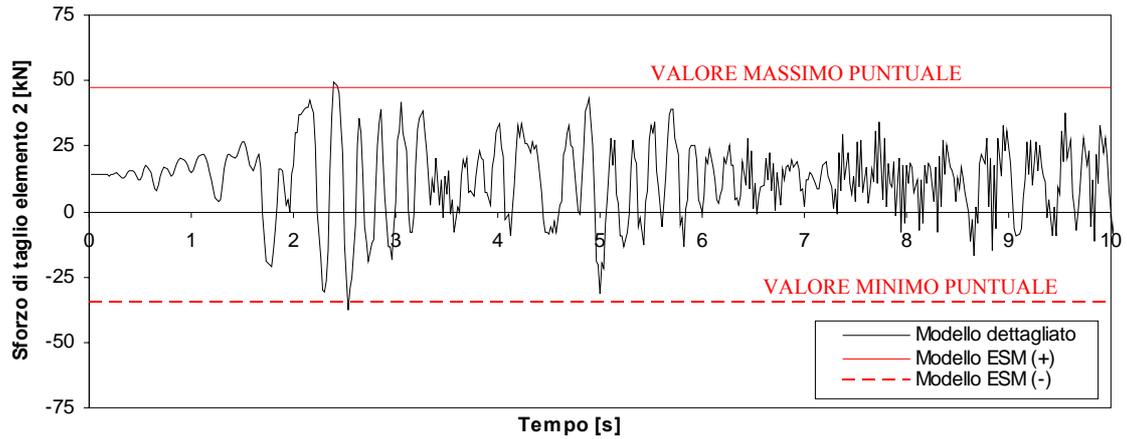
In corrispondenza dei punti individuati è riportata anche l'indicazione dell'analisi *time-history*, condotta sul modello *stick*, che conduce a tale valore di spostamento (valore massimo o minimo che sia). I valori di taglio così determinati possono considerarsi la domanda sismica che l'*input* fa all'elemento strutturale, o più precisamente ad una sua sezione, in termini di sforzo di taglio ed è a questo punto, possibile impostare le verifiche di resistenza, calcolando la capacità resistente della sezione come detto sopra.

Per verificare la precisione e testare la rispondenza della procedura proposta, si confrontano i valori appena ricavati con i valori di sforzo tagliante desunti dalle analisi *time-history* condotte sul modello dettagliato che, come già più volte ripetuto, forniscono i risultati considerati esatti. Si riportano a tal riguardo dalla Figura 6.33 alla Figura 6.38 gli andamenti nel tempo delle sollecitazioni taglianti registrate alla base in direzione X per i medesimi *input* sismici già considerati al § 6.2.3. Nelle stesse figure è riportato il valore dello sforzo di taglio ricavato mediante la procedura sopra descritta e che, in linea teorica, dovrebbe fornire una approssimazione del valore massimo o minimo registrato dal modello dettagliato.

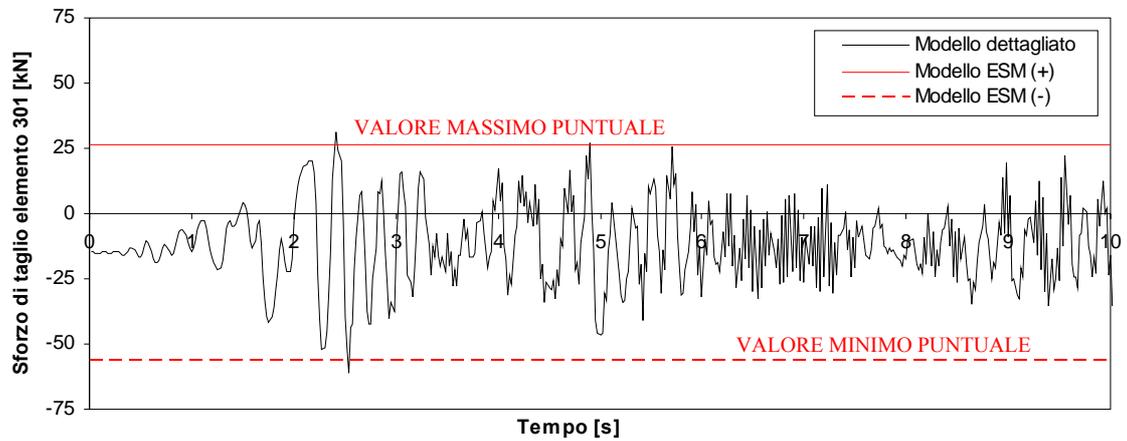
I grafici nel seguito riportati evidenziano che i valori limite, superiore ed inferiore, determinati mediante la rielaborazione dei risultati ottenuti dal modello *ESM* seguendo la procedura descritta, approssimano abbastanza bene quelli che sono i valori massimi e minimi degli sforzi di taglio attesi e determinati mediante analisi *time-history* condotte sul modello dettagliato della medesima struttura.

Da quanto ricavato emerge che le verifiche di resistenza possono così essere impostate anche a livello locale utilizzando informazioni che derivano dai modelli *ESM* predisposti ed analizzati.

Input 1

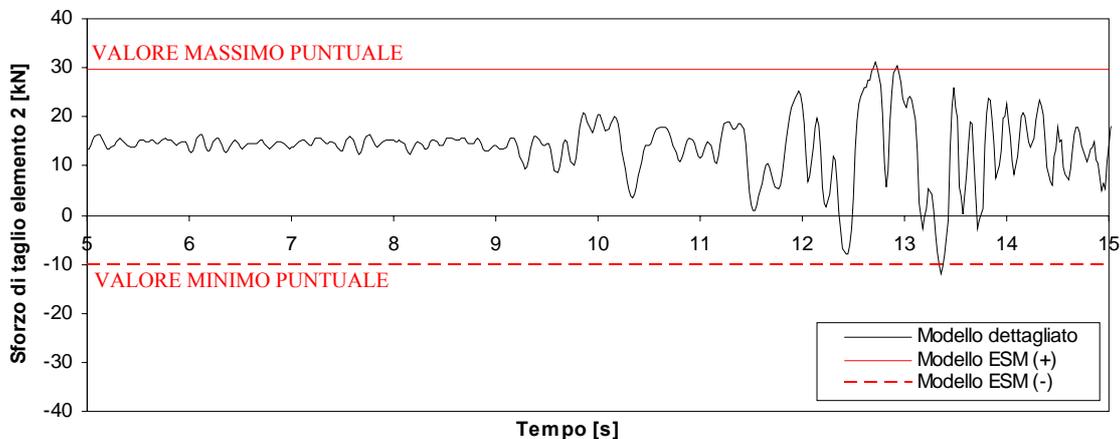


**Figura 6.33** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 ( $SF = 1$ ) per il caso studio 1.

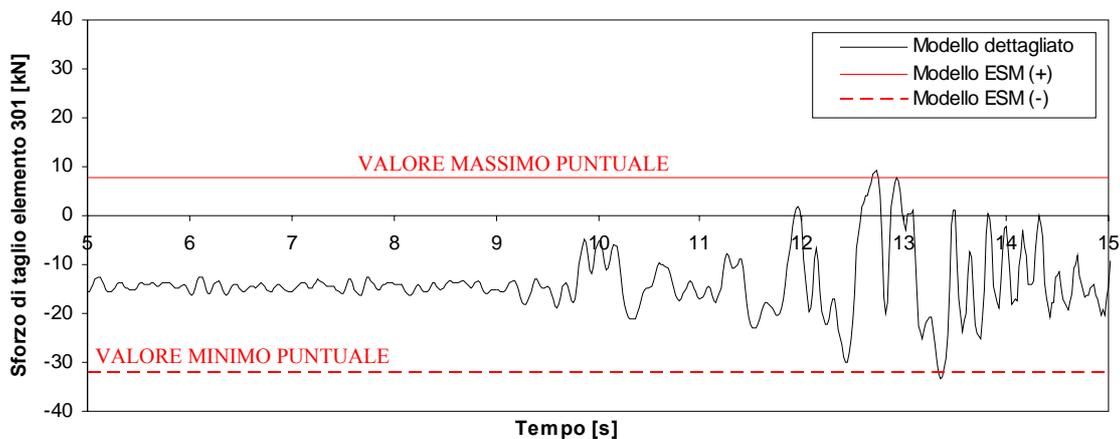


**Figura 6.34** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 ( $SF = 1$ ) per il caso studio 1.

*Input 2*

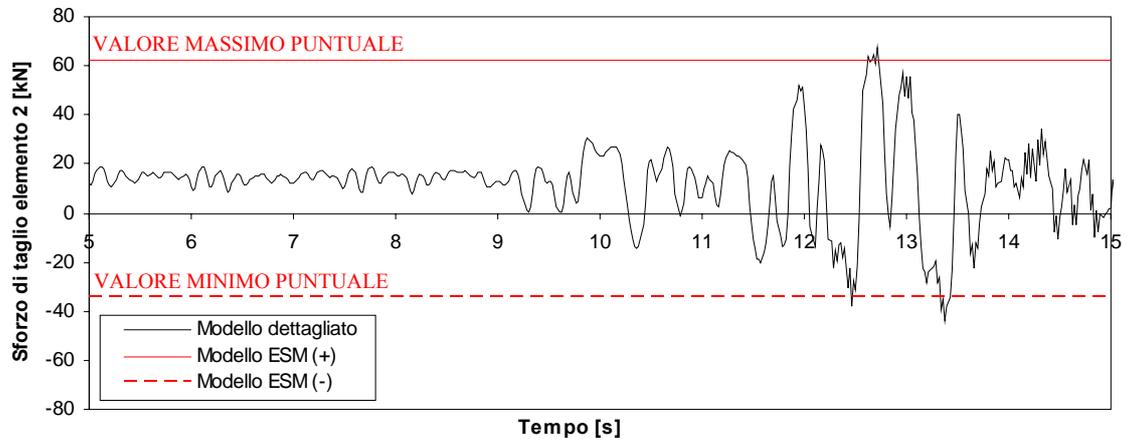


**Figura 6.35** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 (SF =1) per il caso studio 1.

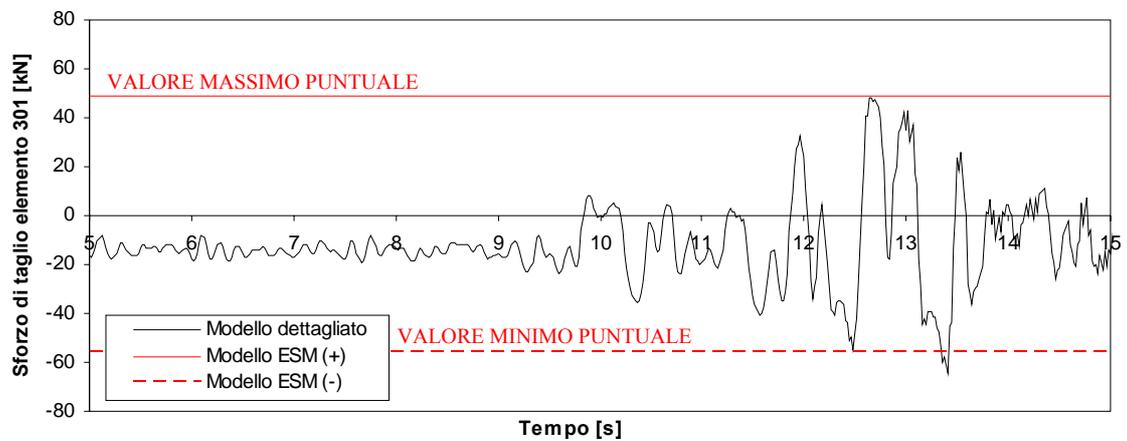


**Figura 6.36** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 (SF =1) per il caso studio 1.

*Input 3*



**Figura 6.37** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 ( $SF = 2.65$ ) per il caso studio 1.

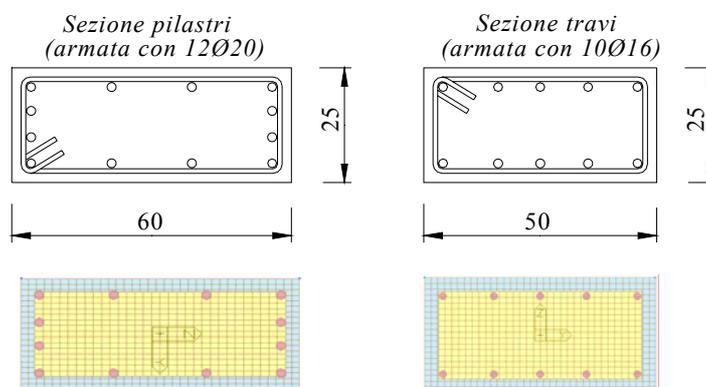


**Figura 6.38** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 ( $SF = 2.65$ ) per il caso studio 1.

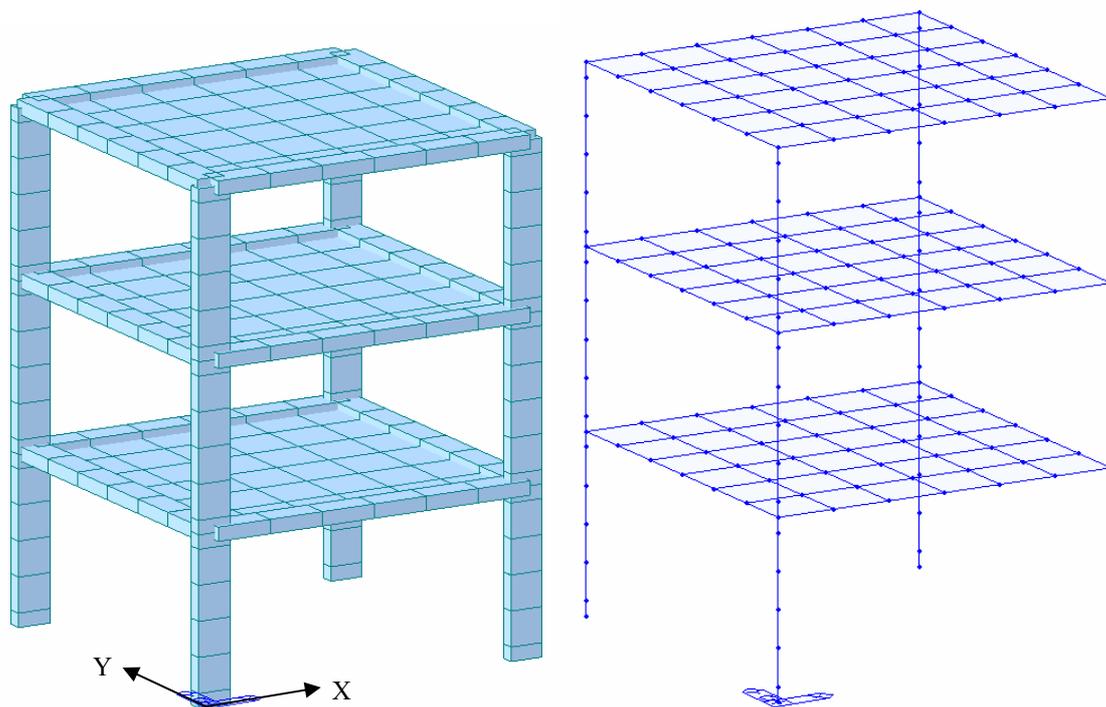
## 6.3) STRUTTURA A PIU' PIANI SIMMETRICA IN ENTRAMBE LE DIREZIONI

### 6.3.1) Determinazione delle curve di capacità di piano

La seconda struttura analizzata è un edificio doppiamente simmetrico a tre piani. Si ipotizza anche in questo caso, per avere un modello di calcolo più facile da controllare, che tale edificio sia soggetto ad una azione sismica unidirezionale e nello specifico agente lungo la direzione X di Figura 6.40 che descrive il modello dettagliato della struttura. Da tale modello si ricaveranno le curve di capacità di ciascun piano da utilizzare per la definizione del modello equivalente *stick*. La struttura adottata ha pilastri aventi sezione trasversale di 60x25 cm e travi di piano, identiche in entrambi le direzioni, aventi sezione di 50x25 cm (base x altezza). Le sezioni sono state suddivise in fibre in entrambe le direzioni e la suddivisione adottata è riportata in Figura 6.39. I valori dei parametri adottati per la definizione dei materiali di travi e pilastri sono i medesimi del caso precedente e sono riassunti, per il calcestruzzo in Tabella 6.2 (con il significato dei simboli di Figura 6.6) e per l'acciaio in Tabella 6.3 (con il significato dei simboli descritti al § 6.1.3). I solai sono pensati realizzati mediante una soletta in c.a. dello spessore di 20 cm. Nelle analisi, oltre al peso degli elementi che compongono i telai in c.a. assunti avere un peso specifico pari a  $25 \text{ kN/m}^3$ , si è considerato un carico verticale permanente uniformemente distribuito sul solaio pari a  $6 \text{ kN/m}^2$  (comprensivo di strutturali e non strutturali) e un carico accidentale pari a  $2 \text{ kN/m}^2$ . Nelle analisi sismiche il valore del carico accidentale è stato computato anche in questo caso al 30%.



**Figura 6.39** - Sezione trasversale di pilastri e travi adottate nel caso studio 2: dimensioni geometriche e suddivisione a fibre adottata nel modello dettagliato.



**Figura 6.40** - Vista tridimensionale del modello dettagliato relativo al caso studio 2.

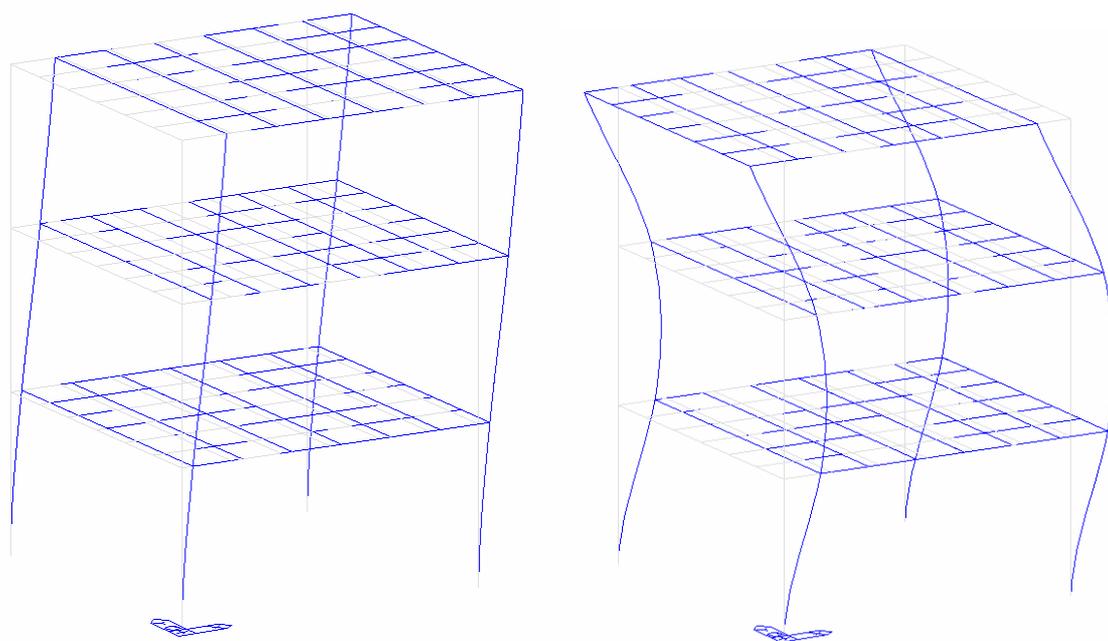
Essendo la struttura a tre livelli, le curve di capacità da determinare sono, in linea generale nove (una per ciascuno dei tre gradi di libertà dei tre piani). Con l'ipotesi semplificativa di considerare il sisma come unidirezionale e agente in direzione X, seguendo quanto riportato in Tabella 5.1 si ha che l'unico parametro di spostamento che rimane è lo spostamento  $\Delta_X$  in direzione X. La determinazione delle tre curve di capacità in direzione X è quindi sufficiente per la descrizione del moto della struttura. Esse vengono ottenute mediante l'applicazione di un sistema di forze orizzontali applicate ai solai. Nella fattispecie si considerano tre diverse distribuzioni verticali di forza al fine di testare quale sia la più precisa per il metodo adottato. Si sono considerate le seguenti distribuzioni verticali convenzionali:

- distribuzione di forze derivanti da una distribuzione uniforme di accelerazioni lungo l'altezza (che indicheremo nel seguito come “uniforme”);
- distribuzione di forze proporzionali alle forze statiche come indicato al § 7.3.3.2 delle NTC (2008) (che indicheremo nel seguito come “pseudo-triangolare”);
- distribuzione di forze corrispondente alla distribuzione dei tagli di piano calcolati in un'analisi dinamica lineare (che indicheremo come “proporzionale ai tagli di piano”).

I risultati dell'analisi di decomposizione modale sono riassunti in Tabella 6.6 mentre i primi due modi di vibrare fondamentali in direzione X di interesse, sono rappresentati in Figura 6.41.

Modo n°	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	% Massa Trasl. X	% Massa Trasl. Y	% Massa Trasl. Z	% Massa Rot. X	% Massa Rot. Y	% Massa Rot. Z
1	1.7575	0.5690	0.0	85.3729	0.0	8.1807	0.0	0.0
2	2.5689	0.3893	79.5936	0.0	0.0	0.0	11.566	0.0
3	3.2557	0.3071	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	79.7119
4	5.5321	0.1808	0.0	10.5106	0.0	41.1116	0.0	0.0
5	9.2994	0.1075	0.0	2.5884	0.0	4.1171	0.0	0.0
6	9.5682	0.1045	14.3172	0.0	0.0	0.0	34.1021	0.0
7	10.511	0.0951	0.0	0.0	22.553	0.0	0.0	0.0
8	11.3941	0.0878	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	12.99
9	11.4195	0.0876	0.0	0.0	15.1031	0.0	0.0	0.0
10	11.7524	0.0851	0.0	0.0	38.1406	0.0	0.0	0.0

**Tabella 6.6** - Risultati dell'analisi di decomposizione modale della struttura (caso studio 2).



**Figura 6.41** - Deformate modali del secondo (sinistra) e sesto (destra) modo naturale della struttura (caso studio 2).

Lo spettro di risposta in termini di pseudo-accelerazione assunto per la determinazione delle distribuzioni di forze è lo stesso rappresentato in Figura 5.6. Nel presente caso studio non si sono considerati nel calcolo delle distribuzioni di forza i contributi dei modi di vibrare superiori perché ritenuti di importanza relativamente inferiore.

Le distribuzioni di forza applicate per i tre casi hanno gli andamenti rappresentati in Figura 6.42 e hanno componenti nella sola direzione X.

Il grafico in Figura 6.42 mostra inoltre gli andamenti delle distribuzioni di forze utilizzate e adimensionalizzate al valore massimo registrato per ciascun caso.

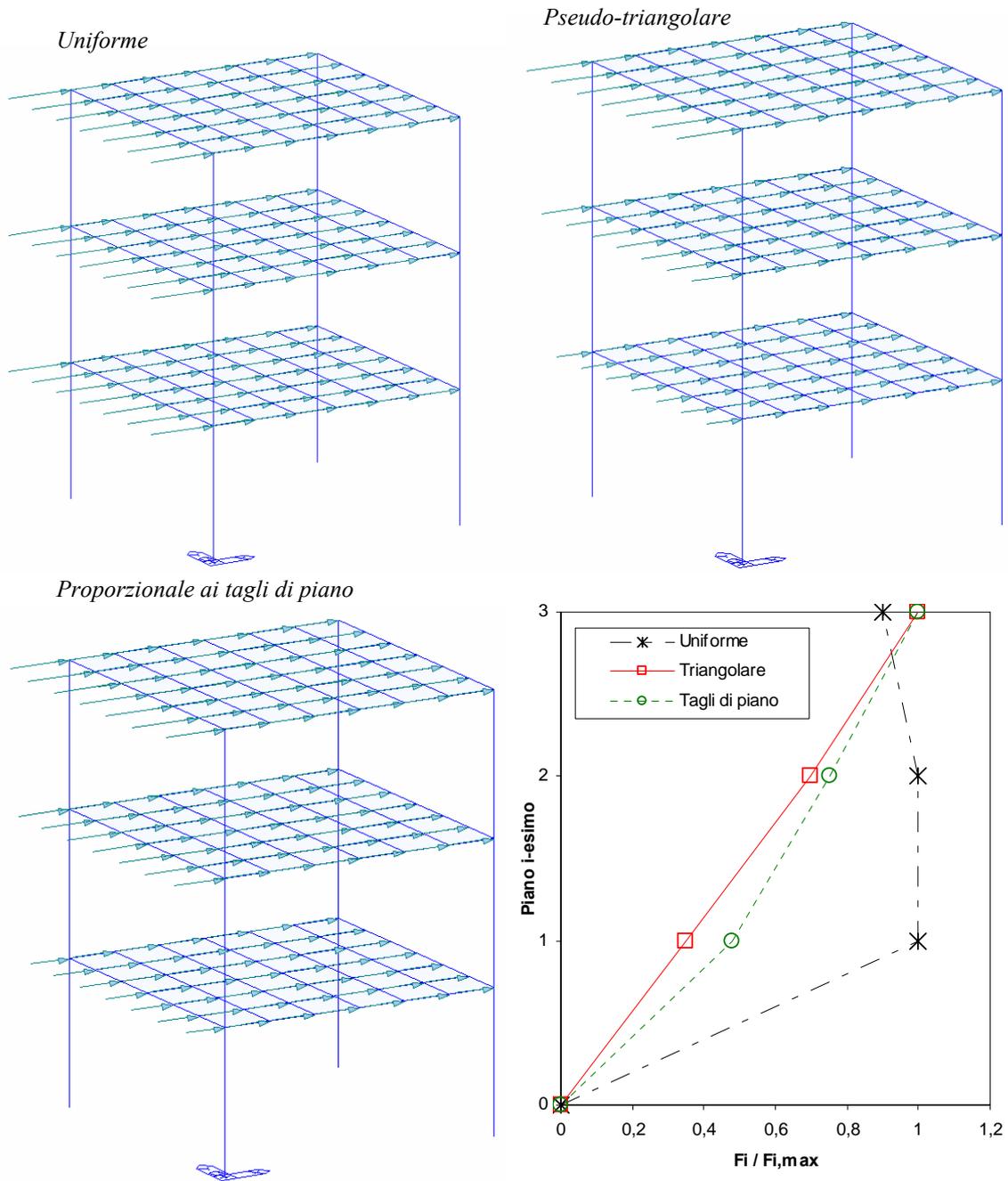
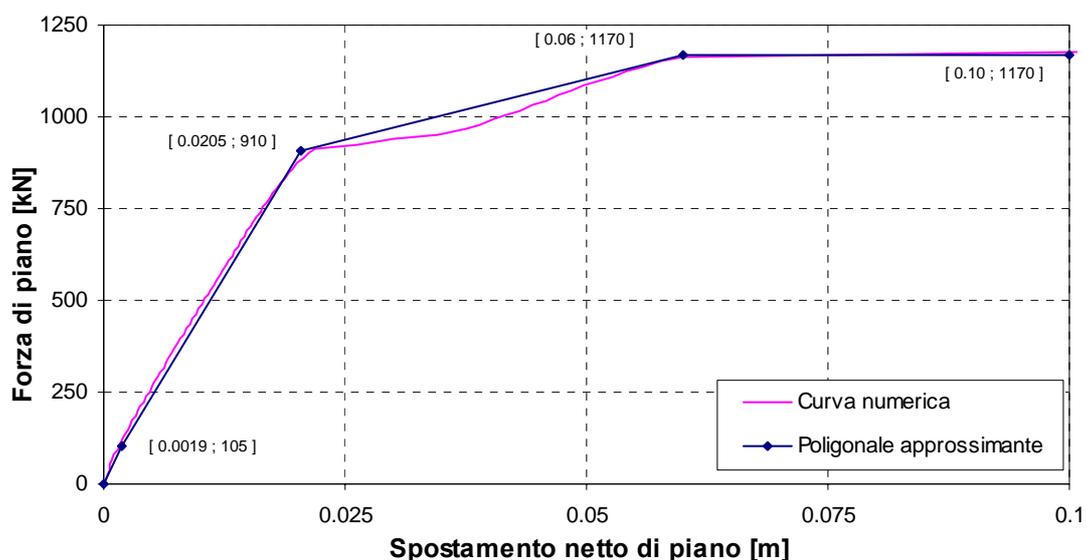


Figura 6.42 - Distribuzioni di forze utilizzate per determinare le curve di capacità (caso studio 2).

Le curve di capacità numerica  $F_X - \Delta_X^{CM}$ , ricavate per ciascuna distribuzione, mediante analisi statica incrementale delle forze orizzontali accresciute monotonamente dopo l'applicazione dei carichi verticali, sono riportate da Figura 6.43 a Figura 6.51. Tali curve riportano nuovamente sull'asse delle ascisse lo spostamento netto di piano in direzione X (o spostamento di interpiano) del punto identificato come rappresentativo di ciascun piano (baricentro geometrico CG del piano che coincide con il baricentro CM delle masse), e sulle ordinate il valore della risultante in direzione X della distribuzione di forza applicata al piano. Nelle medesime figure sono sovrapposte alle curve numeriche ricavate, le curve poligonali che le approssimano e che sono state adottate nel seguito. Da tali curve saranno ricavate le leggi da assegnare alla cerniere anelastiche che definiscono il comportamento dei modelli *stick* in direzione X.



**Figura 6.43** - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 1 ottenuta con distribuzione uniforme con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

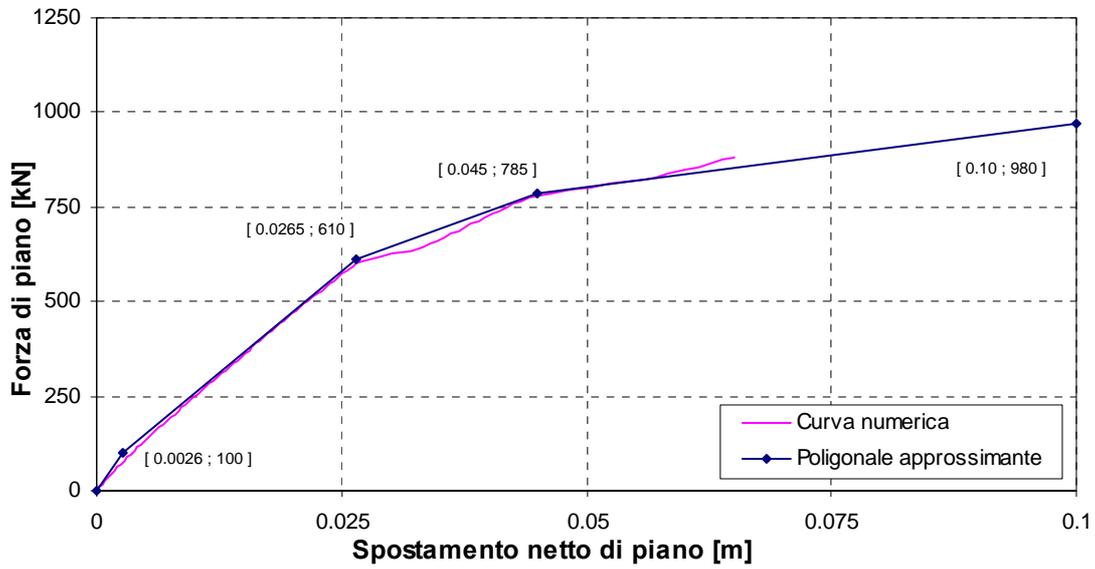


Figura 6.44 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 2 ottenuta con distribuzione uniforme con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

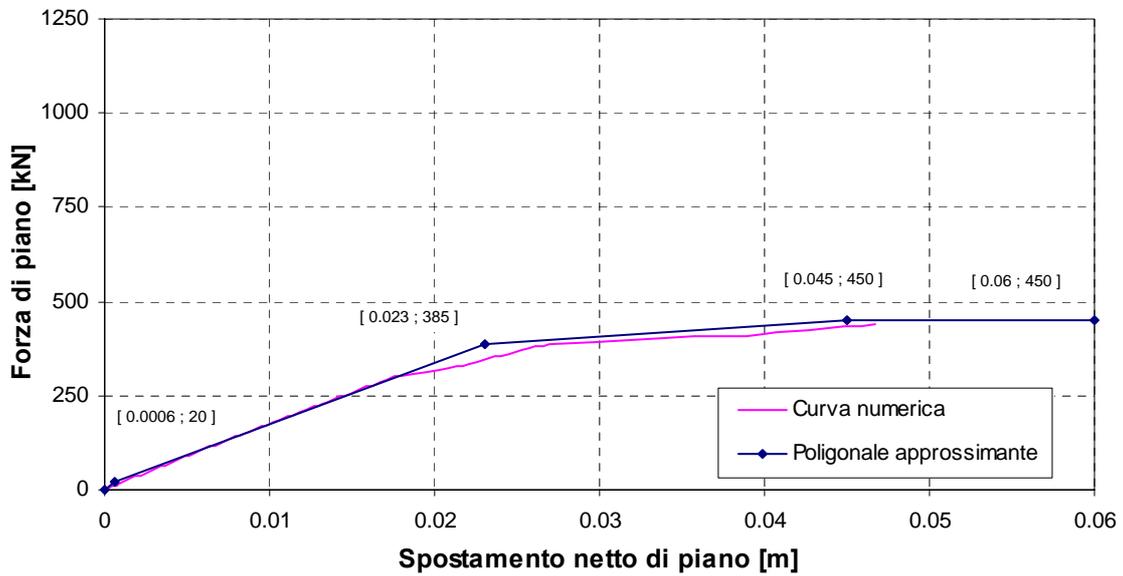


Figura 6.45 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 3 ottenuta con distribuzione uniforme con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

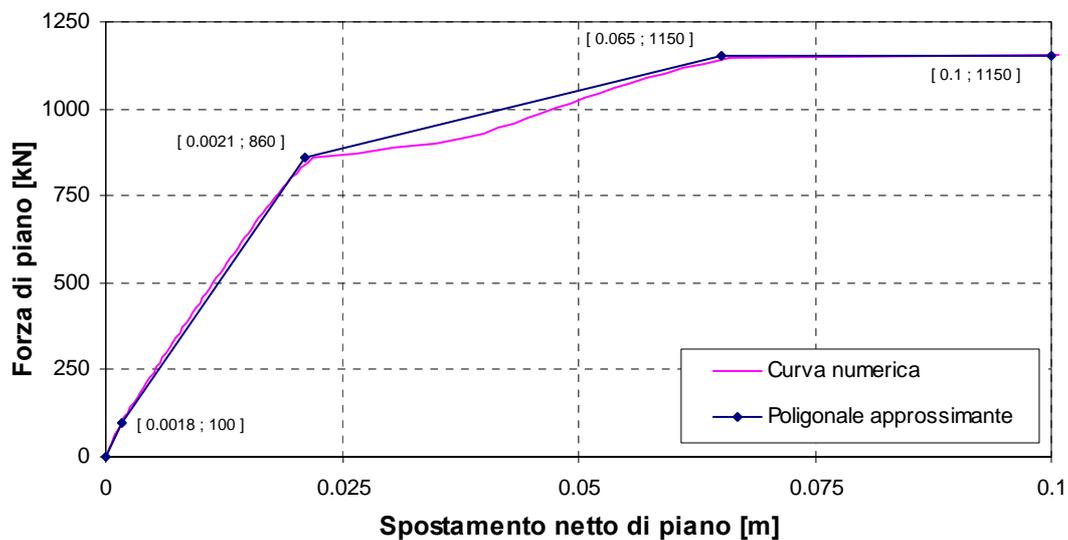


Figura 6.46 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 1 ottenuta con distribuzione pseudo-triangolare con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

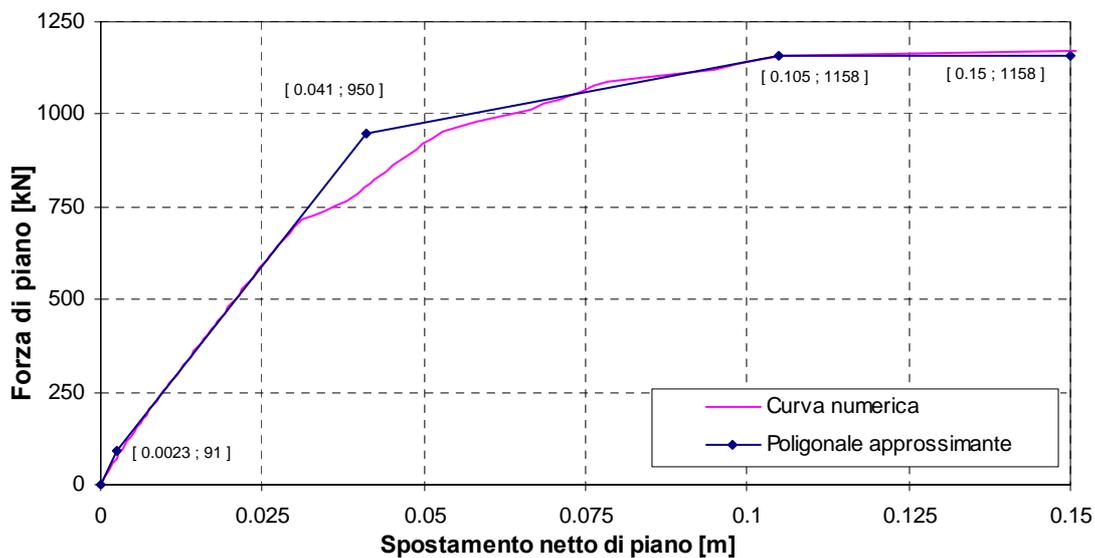


Figura 6.47 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 2 ottenuta con distribuzione pseudo-triangolare con sovrapposta poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

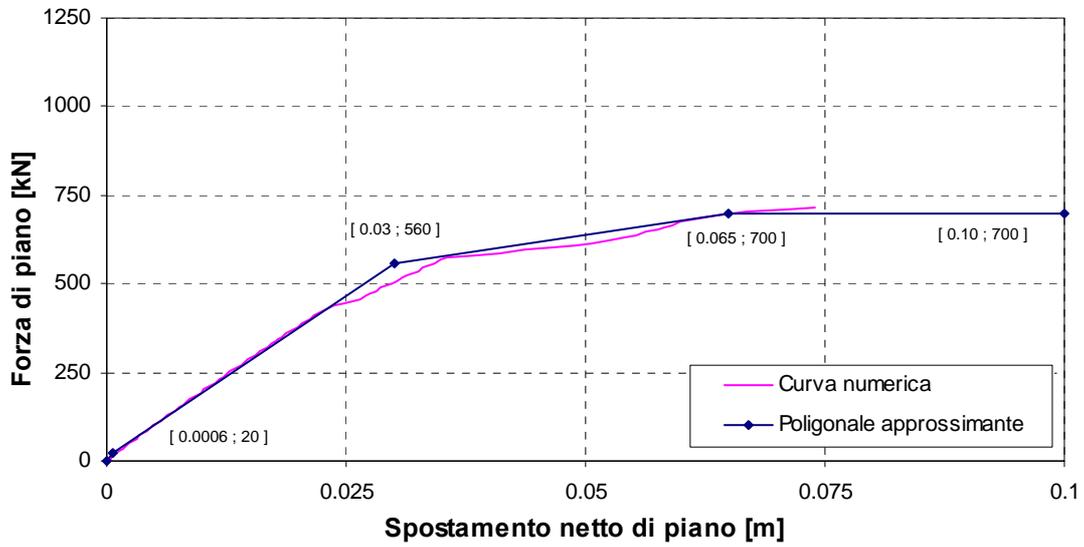


Figura 6.48 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 3 ottenuta con distribuzione pseudo-triangolare con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

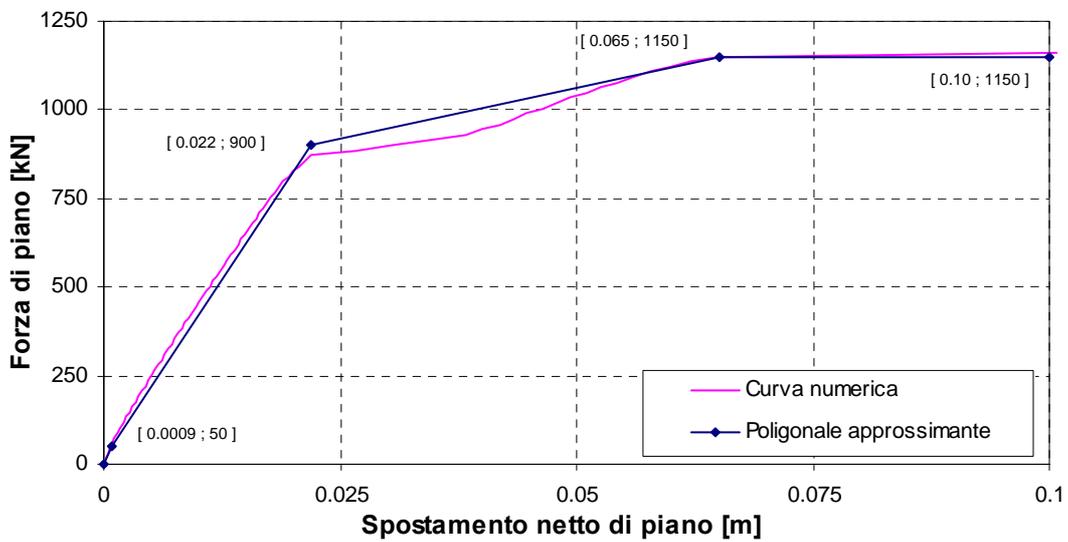


Figura 6.49 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 1 ottenuta con distribuzione proporzionale ai tagli di piano con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

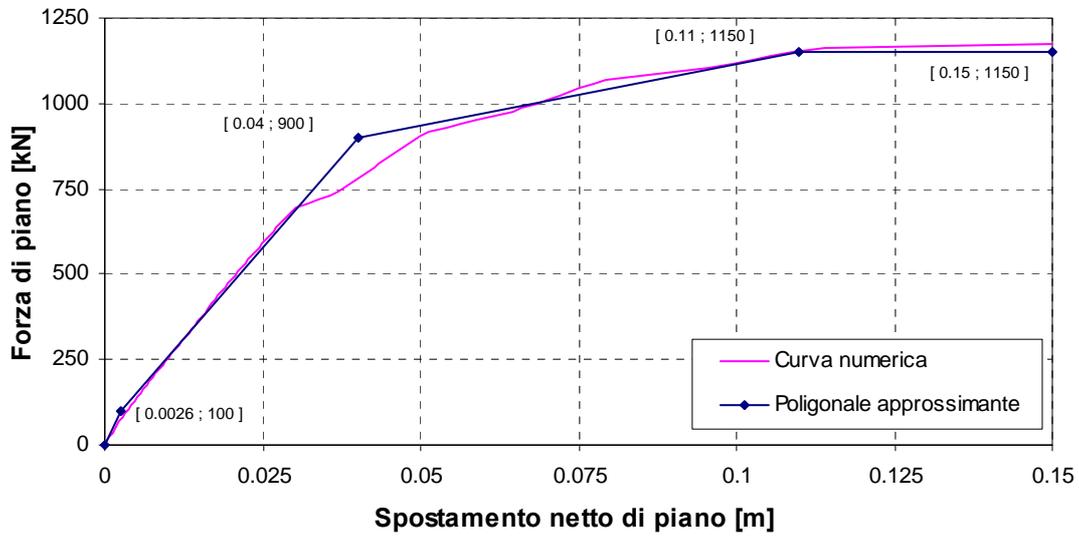


Figura 6.50 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 2 ottenuta con distribuzione proporzionale ai tagli di piano con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

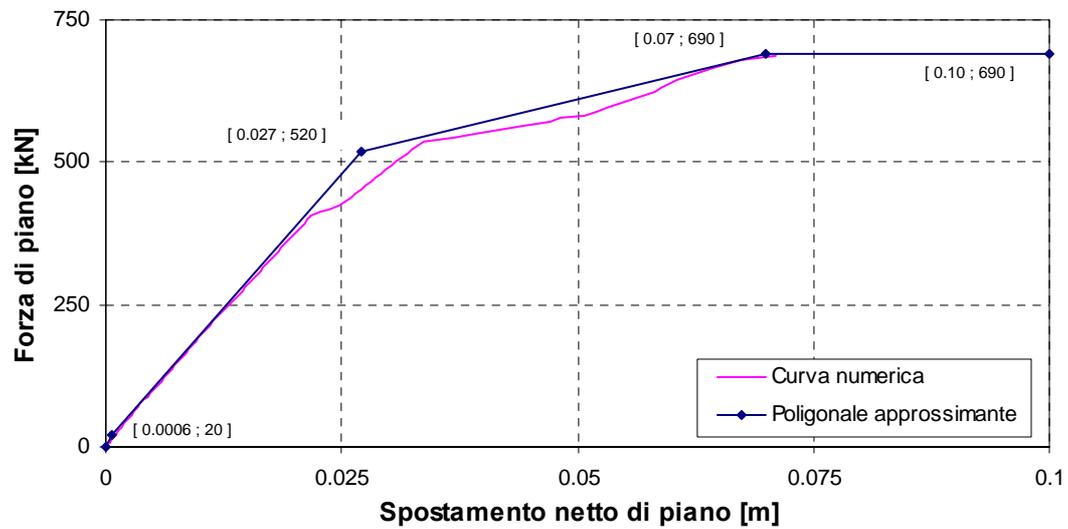
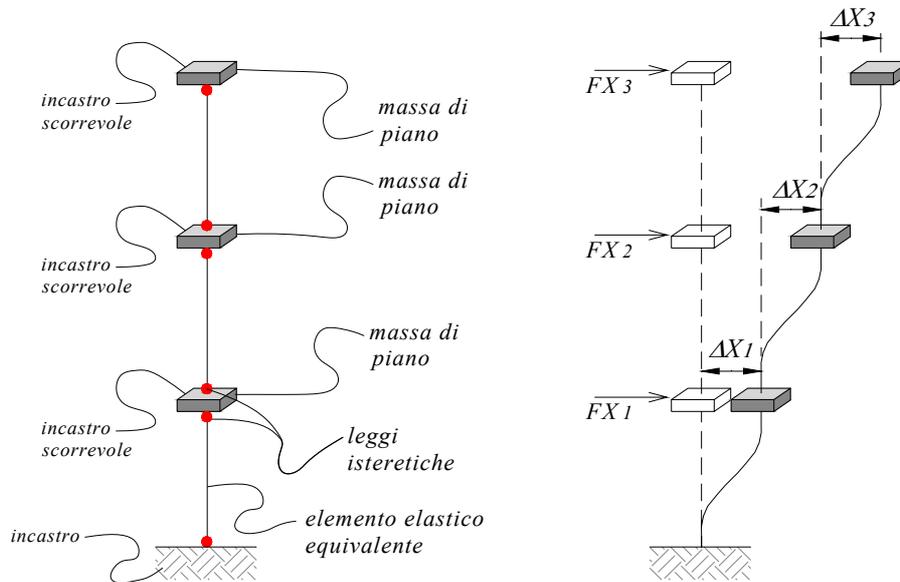


Figura 6.51 - Curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$  del piano 3 ottenuta con distribuzione proporzionale ai tagli di piano con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 2).

**6.3.2) Assemblaggio del modello stick globale**

Per la definizione del modello globale tipo *stick*, rimane da determinare la massa della struttura afferente a ciascuno dei tre gradi di libertà considerati. Tale massa, stimata con i criteri descritti al § 5.2.4, è di tipo traslazionale ed è pari a  $m_{X_1} = m_{X_2} = 35.94$  T e  $m_{X_3} = 33.69$  T.

L'assemblaggio del modello equivalente avviene, mediante la definizione delle proprietà degli elementi finiti che simulano il comportamento dell'intero piano e dei vincoli esterni, e con l'inserimento nel modello, delle leggi anelastiche prima ottenute. Le proprietà dell'elemento finito sono fissate in modo che il modello *stick* possieda la medesima rigidità traslazionale elastica, e modi di vibrare aventi medesime frequenze del modello dettagliato. In Figura 6.52 sono riassunte le caratteristiche fondamentali del modello equivalente predisposto mentre in Tabella 6.7 si riportano i risultati dell'analisi di decomposizione modale condotta sul modello *stick* predisposto. Si può notare il buon accordo tra frequenze del modo fondamentale confrontando il modo 1 di Tabella 6.7 con il modo 2 di Tabella 6.6.



**Figura 6.52 - Definizione del modello stick equivalente (caso studio 2).**

Modo n°	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	% Massa Trasl. X	% Massa Trasl. Y	% Massa Trasl. Z	% Massa Rot. X	% Massa Rot. Y	% Massa Rot. Z
1	2.5254	0.3960	86.1611	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	6.7033	0.1492	10.3997	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	9.5494	0.1047	3.4392	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

**Tabella 6.7 - Risultati dell'analisi di decomposizione modale del modello equivalente (caso studio 2).**

### 6.3.3) Valutazione dei risultati di analisi time-history sul modello stick

Per la validazione del modello predisposto, come fatto per il caso studio precedente, si realizzano le analisi dinamiche sia sul modello dettagliato che sul modello *stick* equivalente assemblato. Nel seguito si riportano i risultati delle analisi condotte adottando i diversi *input* sismici descritti al §6.1.4 e le due diverse tipologie di leggi isteretiche citate al § 5.2.3.

I parametri di interesse, utilizzati per il confronto della risposta sismica globale valutata mediante i due diversi modelli, sono gli stessi commentati al § 6.2.3.

Una più ampia presentazione dei risultati delle analisi *time-history* condotte (“Spostamento di piano vs Tempo” e “Forza di piano vs Tempo”) è riportata nell’Appendice A2 della presente tesi. Per ragioni di brevità si riportano nel seguito i soli grafici “Forza di piano vs Spostamento di piano” ottenuti per ciascun istante dell’evento sismico per i due modelli, poiché sintetizzano adeguatamente quelli che sono i risultati salienti ottenuti in termini di risposta strutturale globale. Si riportano dalla Figura 6.53 alla Figura 6.124 gli andamenti di tali curve ricavate mediante i due modelli (dettagliato ed *ESM*) per i quattro diversi *input* sismici, ottenuti adottando per le cerniere plastiche del modello *stick* alternativamente una legge isteretica del tipo tetralineare elastica (*TLE*), senza degrado ciclico della rigidità, piuttosto che una trilineare del tipo *peak-oriented* (*TLPO*) con degrado ciclico.

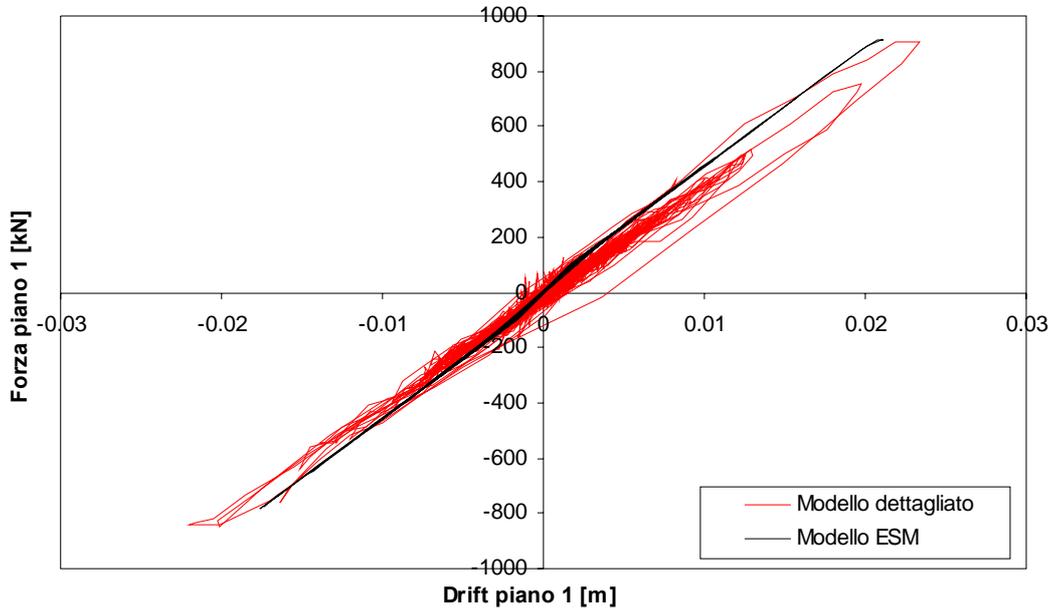
Le Figure dalla 6.53 alla 6.124 mostrano come il modello *ESM* riproduca con buona approssimazione quello che è il comportamento dinamico globale della struttura studiata, riuscendo a cogliere in maniera adeguata e sufficientemente precisa i valori massimi richiesti ai vari piani, sia in termini di spostamento richiesto che di forza orizzontale attesa.

I risultati ottenuti mostrano come, anche per eccitazioni sismiche che portano la struttura a scenari deformativi abbondantemente oltre il campo elastico, il modello possiede buona accuratezza.

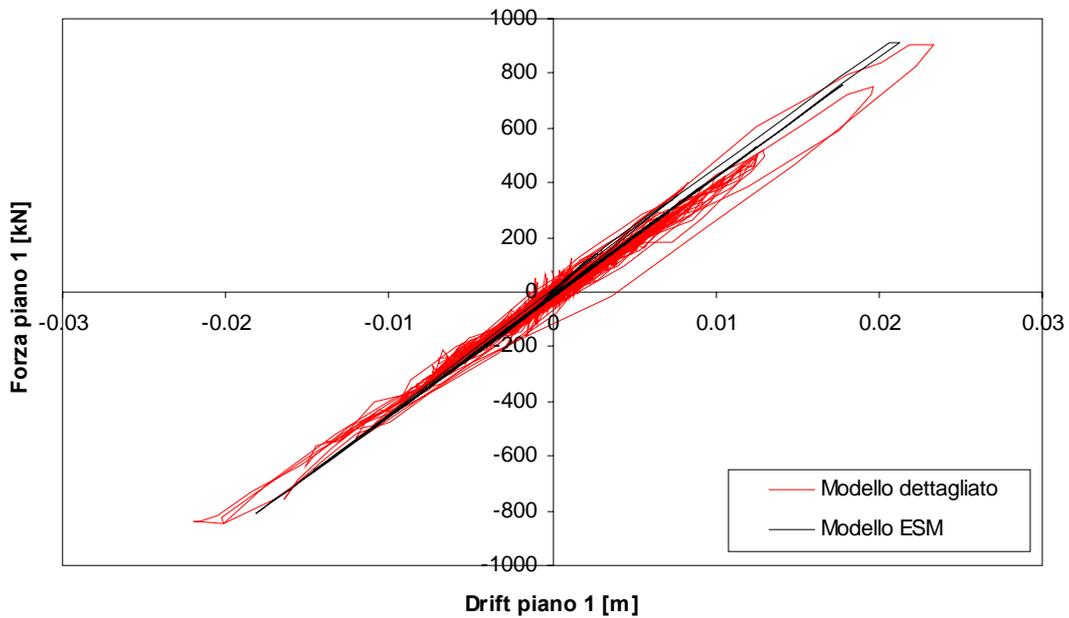
Le curve ricavate evidenziano come la legge isteretica di tipo *peak-oriented* si dimostri superiore in qualità rispetto alla tetralineare elastica nella stima della risposta dinamica globale della struttura. Tale aspetto si riscontra in maniera diffusa per quasi tutti gli *input* utilizzati e indipendentemente dal piano, salvo qualche caso particolare in cui la stima di spostamento ricavata mediante tale comportamento isteretico risulta essere troppo cautelativa.

Relativamente alla scelta della legge isteretica, da poter assegnare alle cerniere plastiche del modello, valgono le stesse considerazioni riportate al § 6.2.3. Una legge isteretica molto semplice come quella del tipo *peak-oriented* qui adottata sembra fornire comunque una sufficiente accuratezza nel rappresentare il comportamento dinamico della struttura indagata.

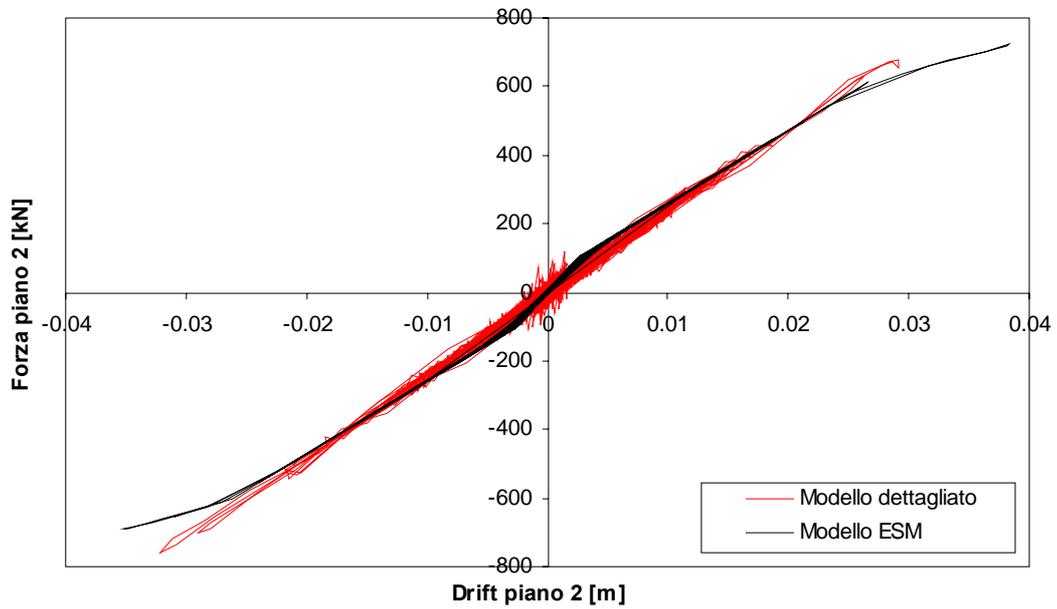
*(Risultati ottenuti adottando la distribuzione uniforme per ricavare le curve di piano)*



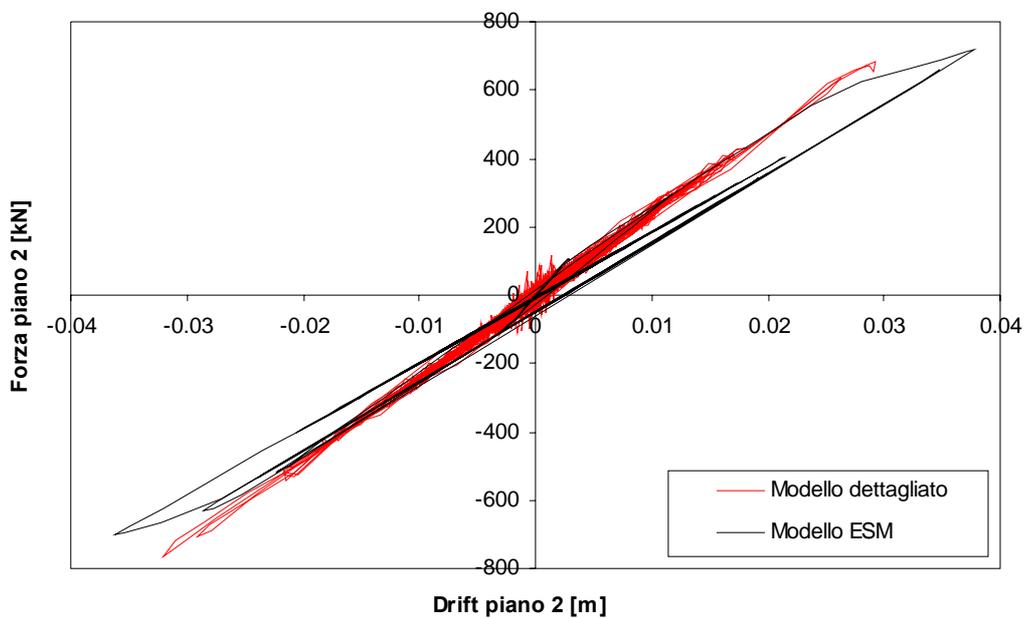
**Figura 6.53** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2)



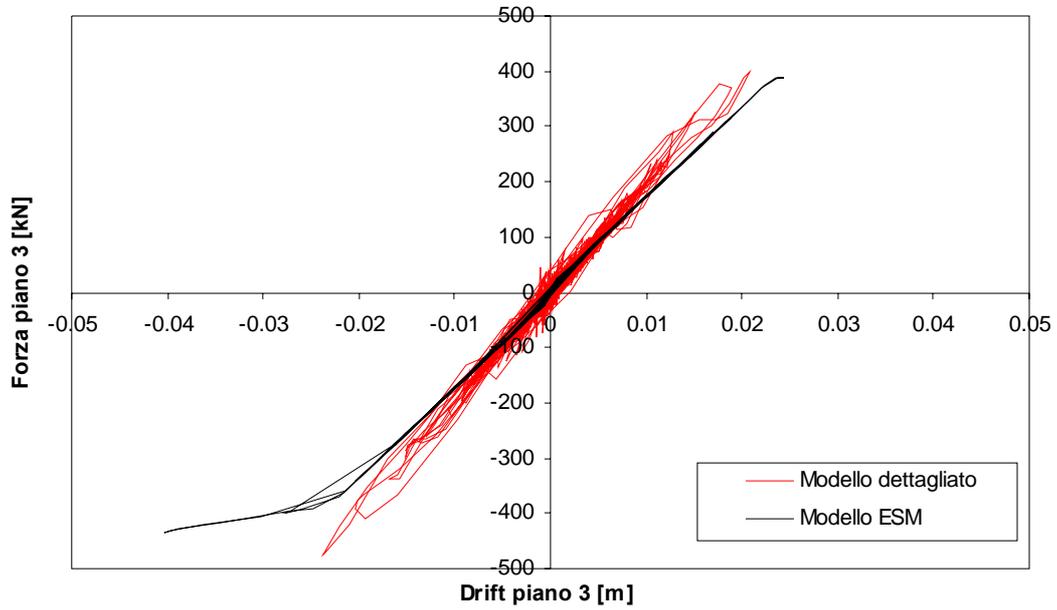
**Figura 6.54** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2)



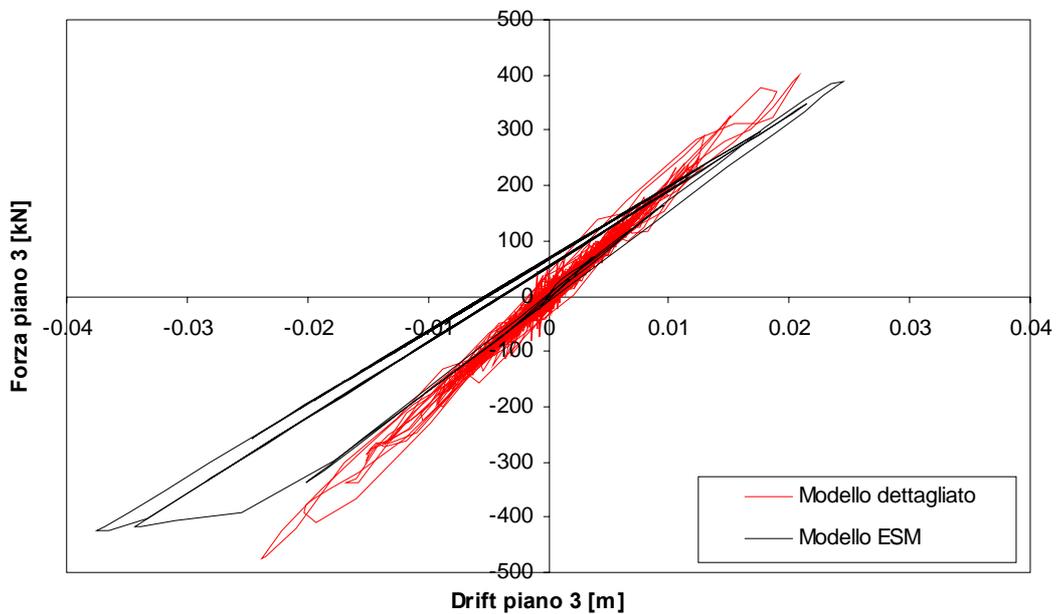
*Figura 6.55 - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*



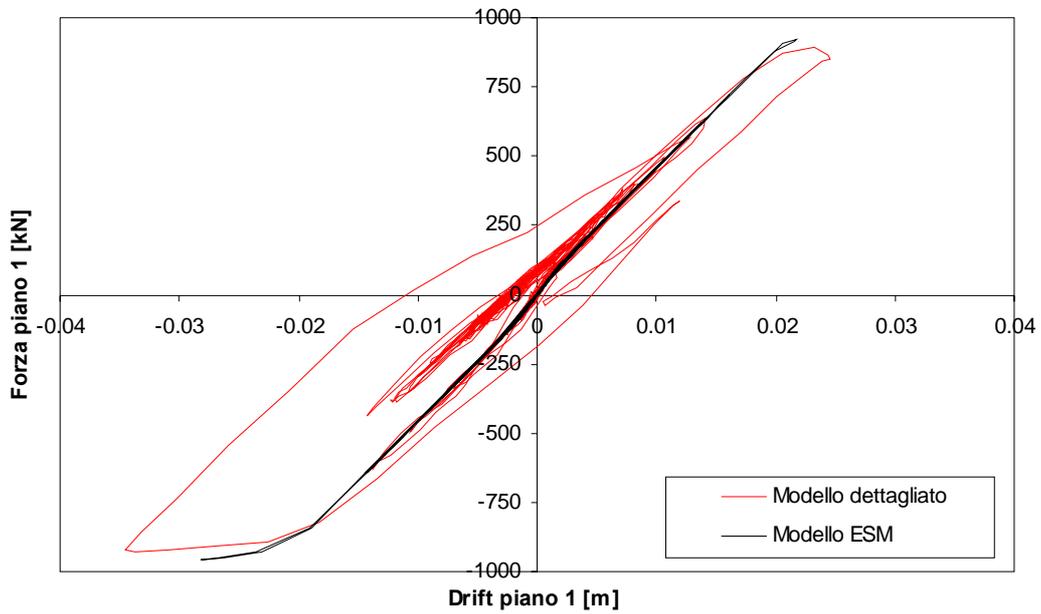
*Figura 6.56 - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*



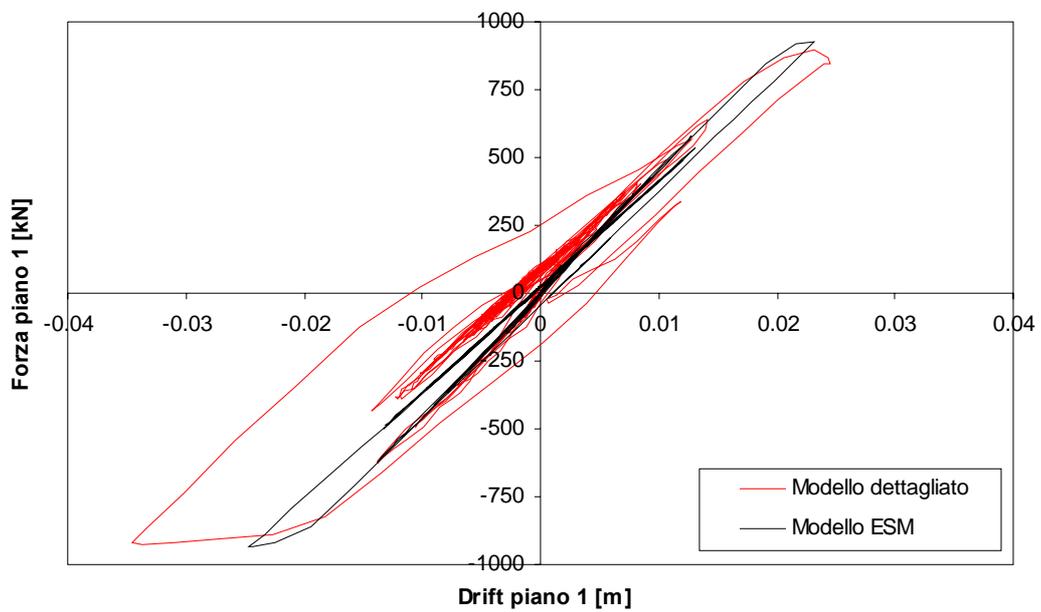
**Figura 6.57** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



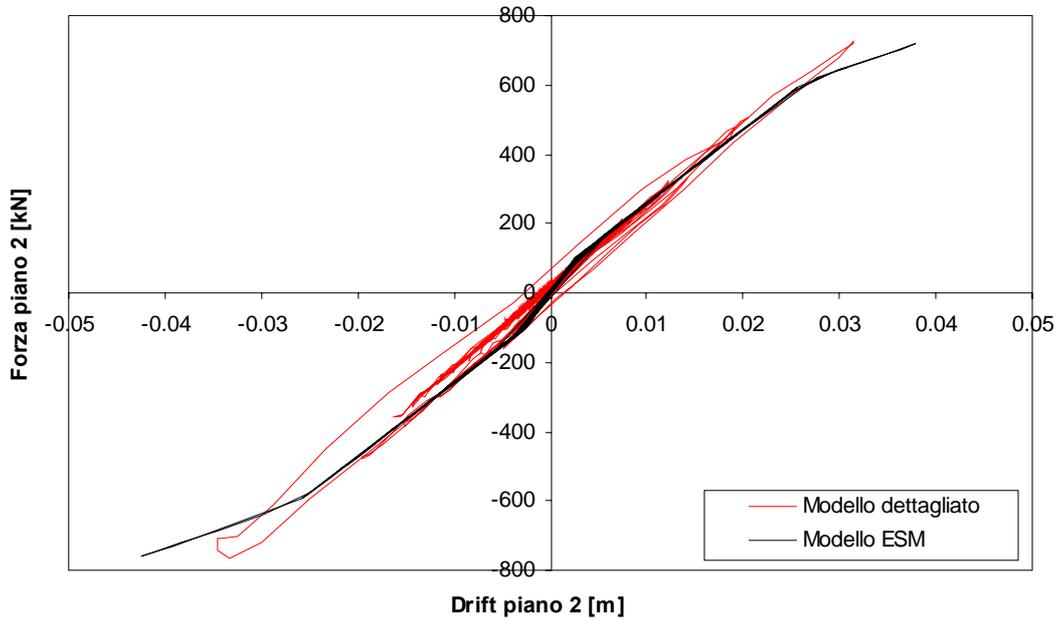
**Figura 6.58** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



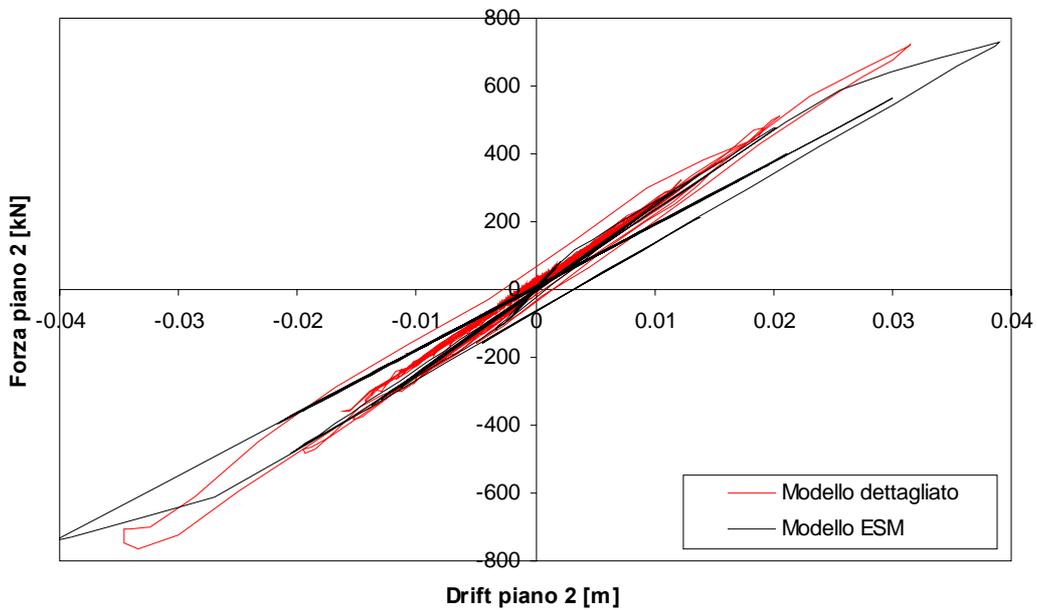
*Figura 6.59 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*



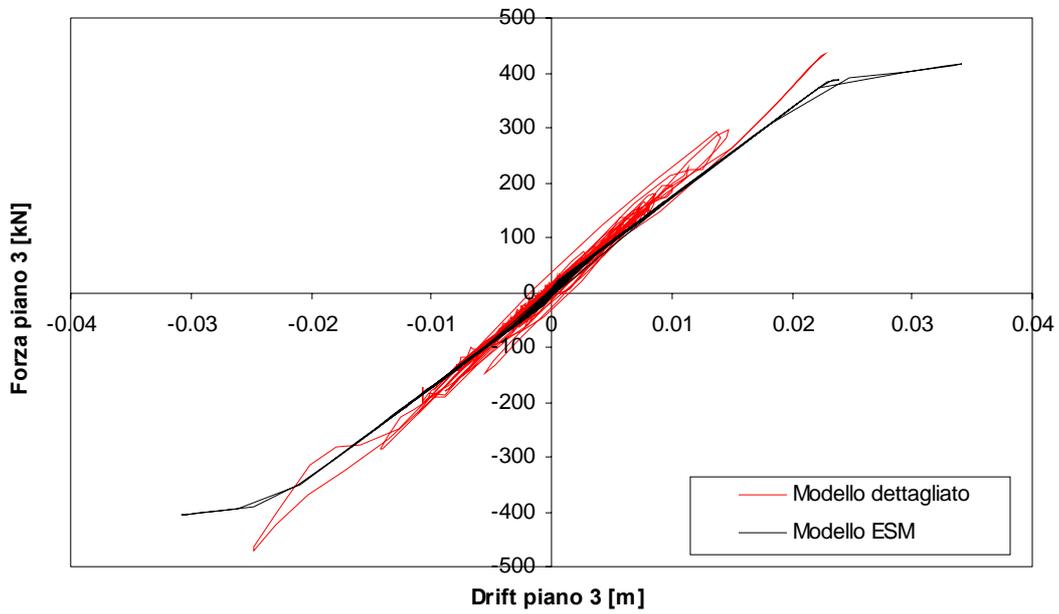
*Figura 6.60 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*



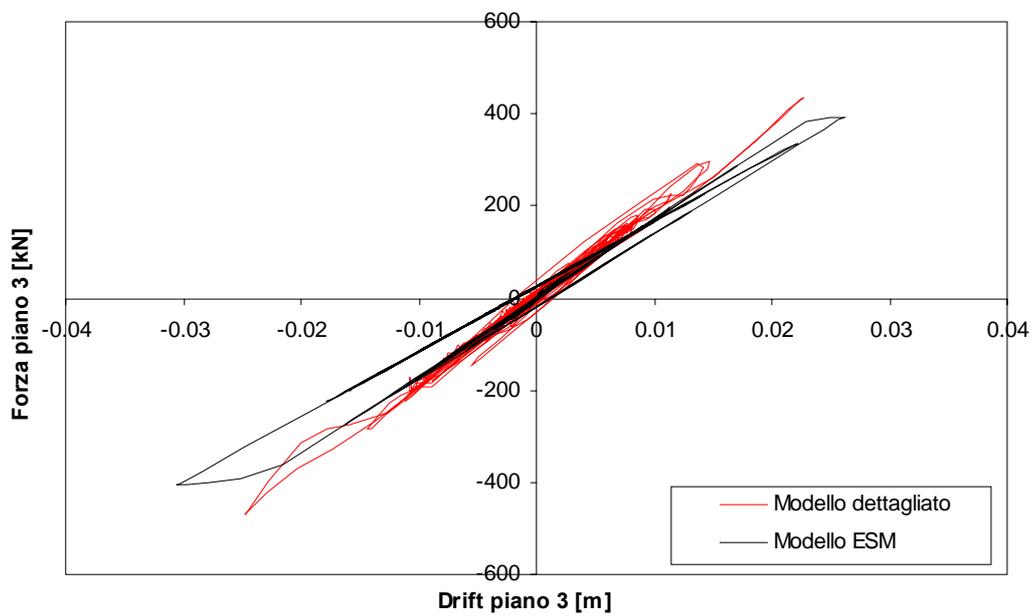
**Figura 6.61** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



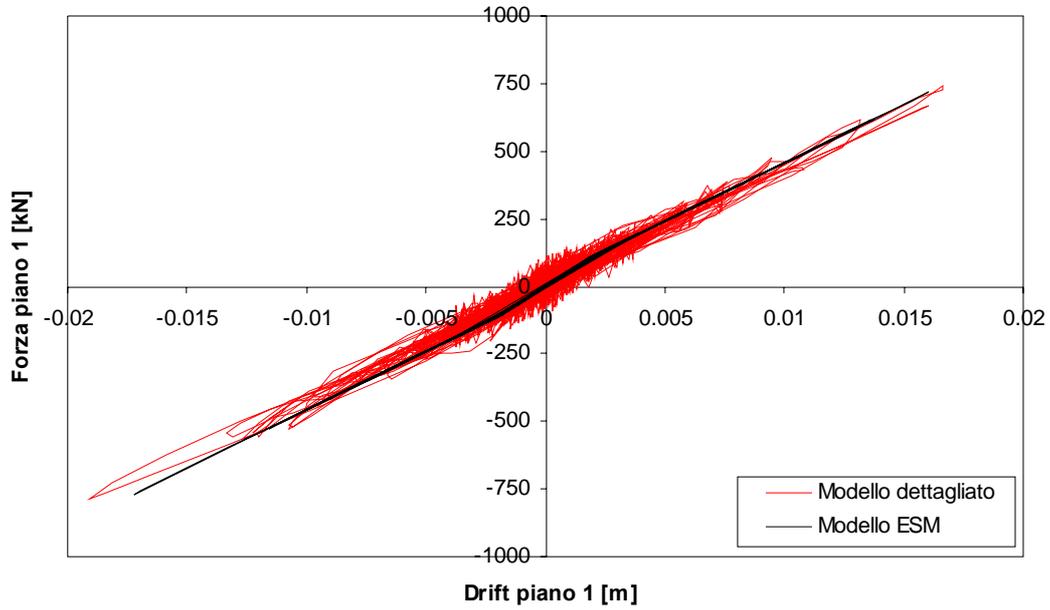
**Figura 6.62** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



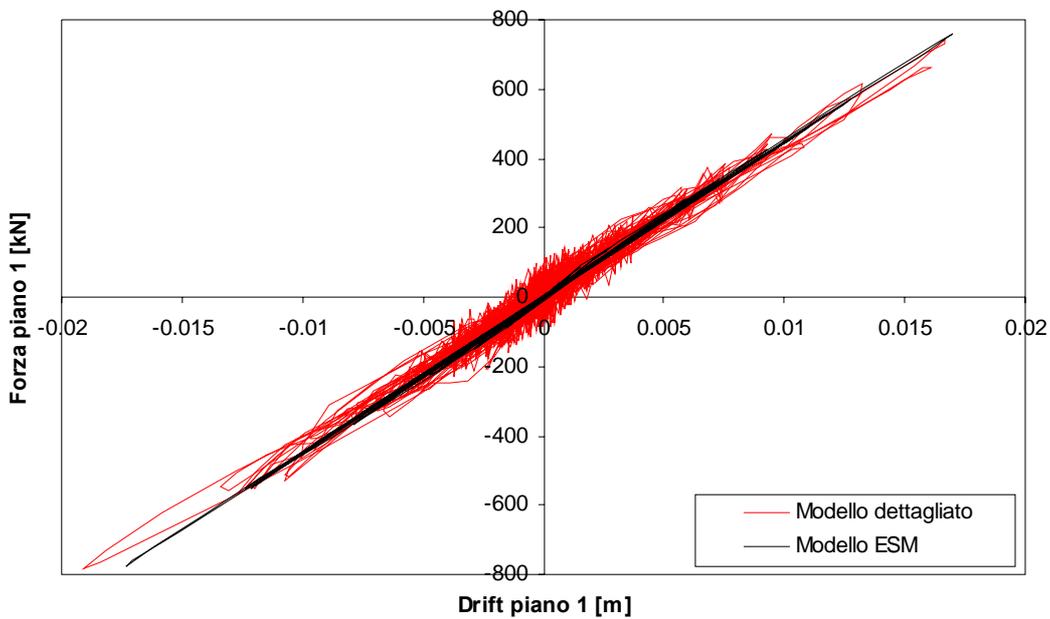
**Figura 6.63** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



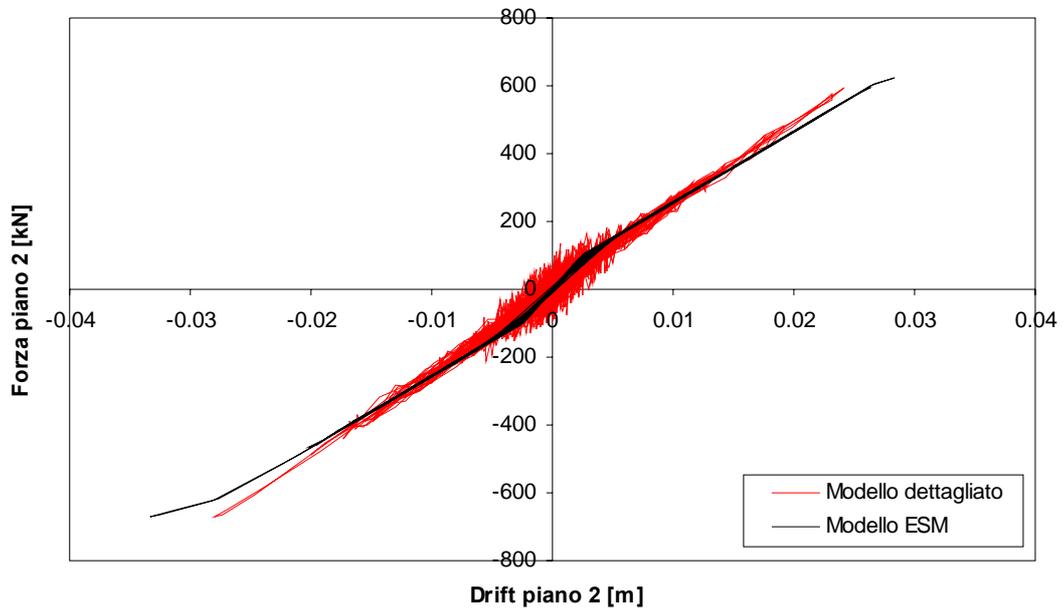
**Figura 6.64** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



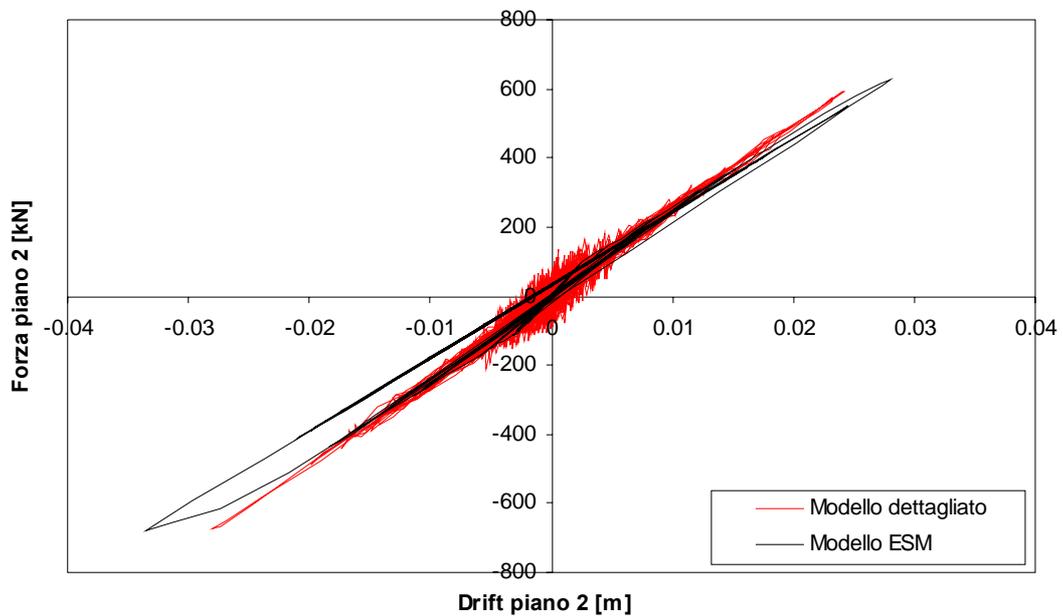
**Figura 6.65** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



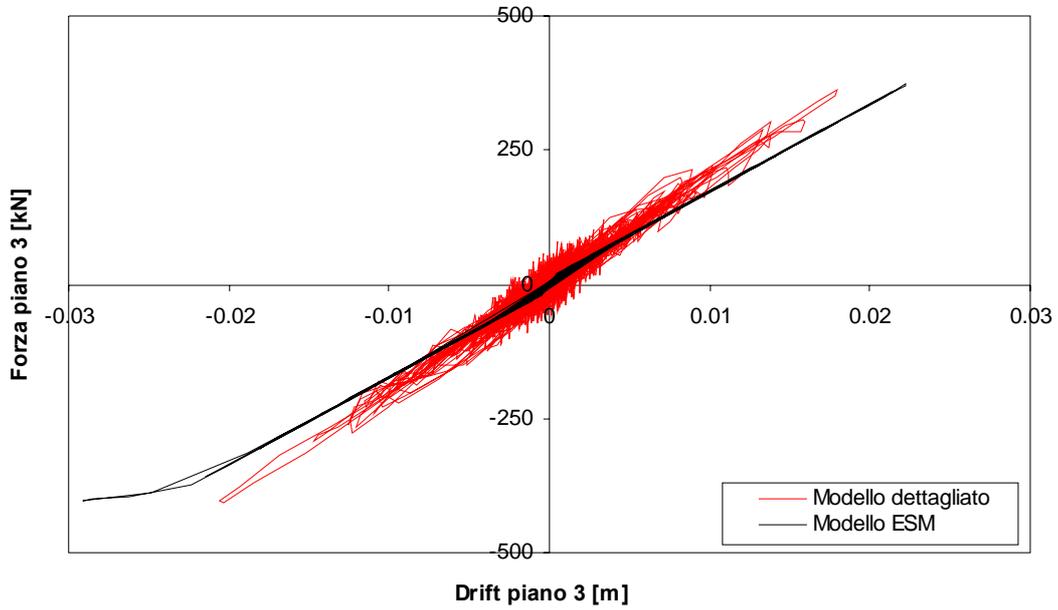
**Figura 6.66** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



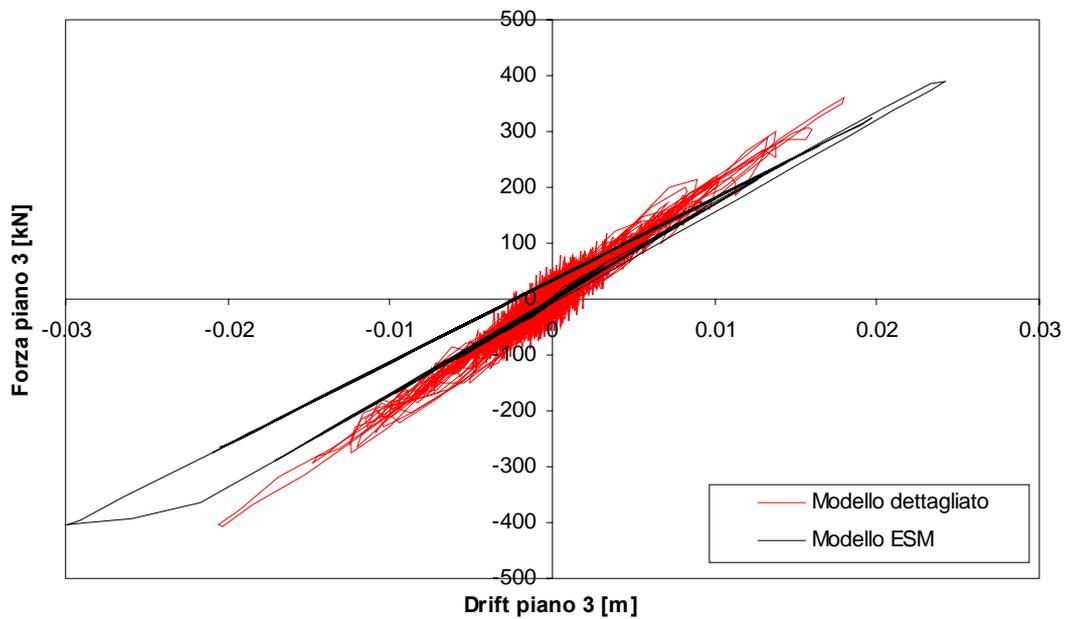
**Figura 6.67** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



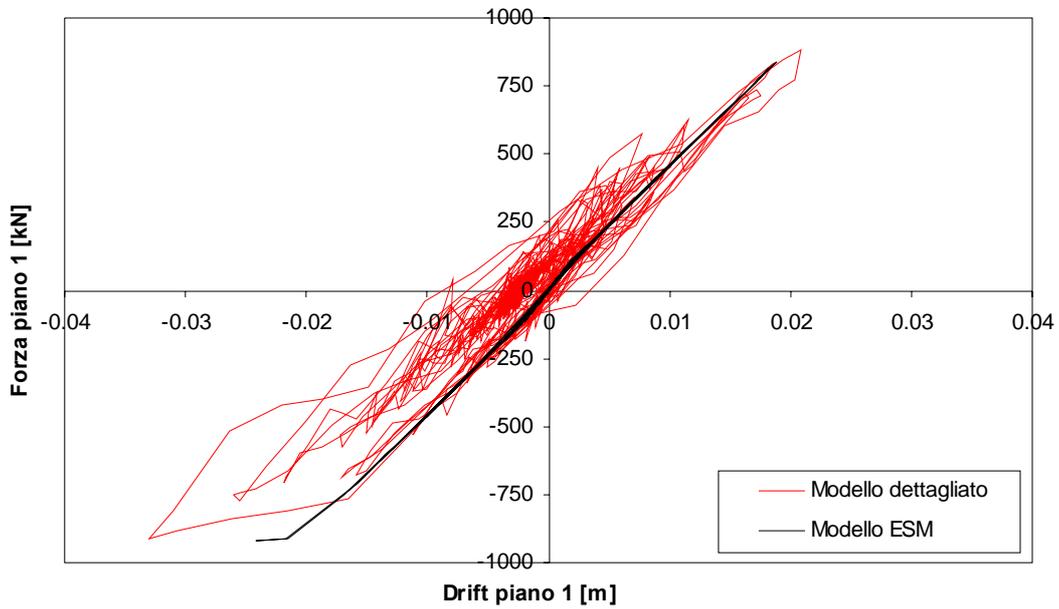
**Figura 6.68** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



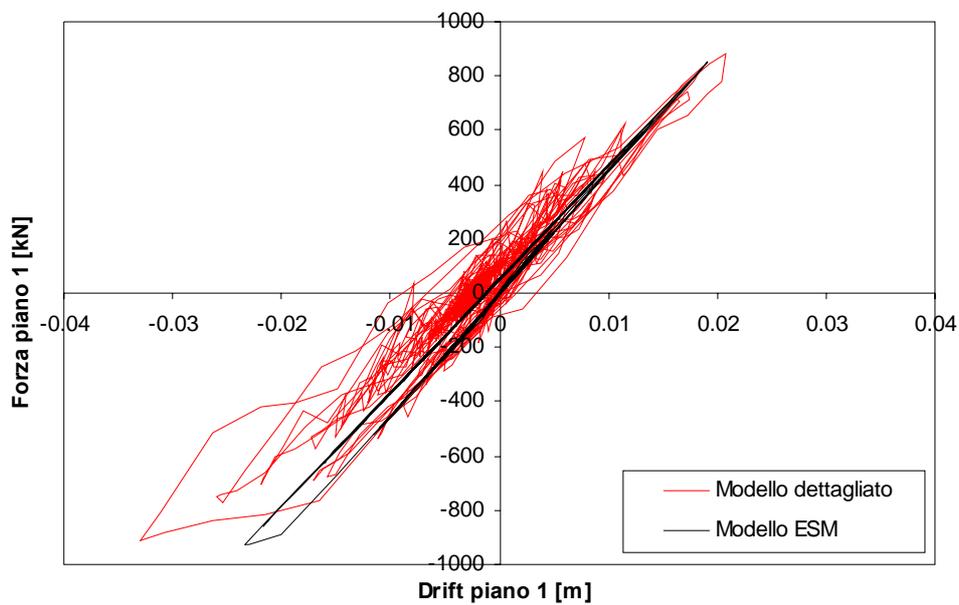
**Figura 6.69** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



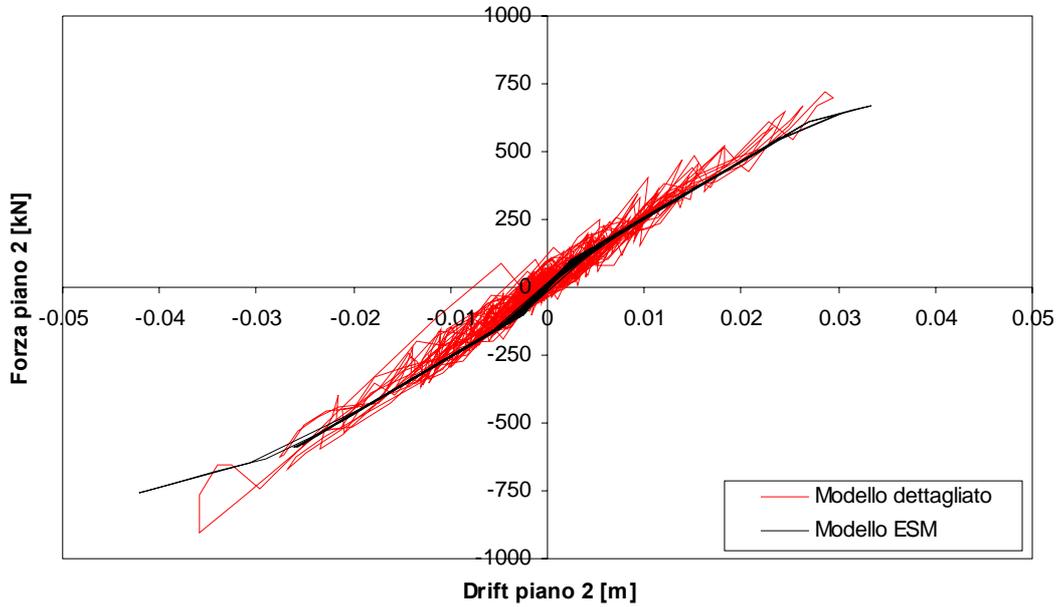
**Figura 6.70** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



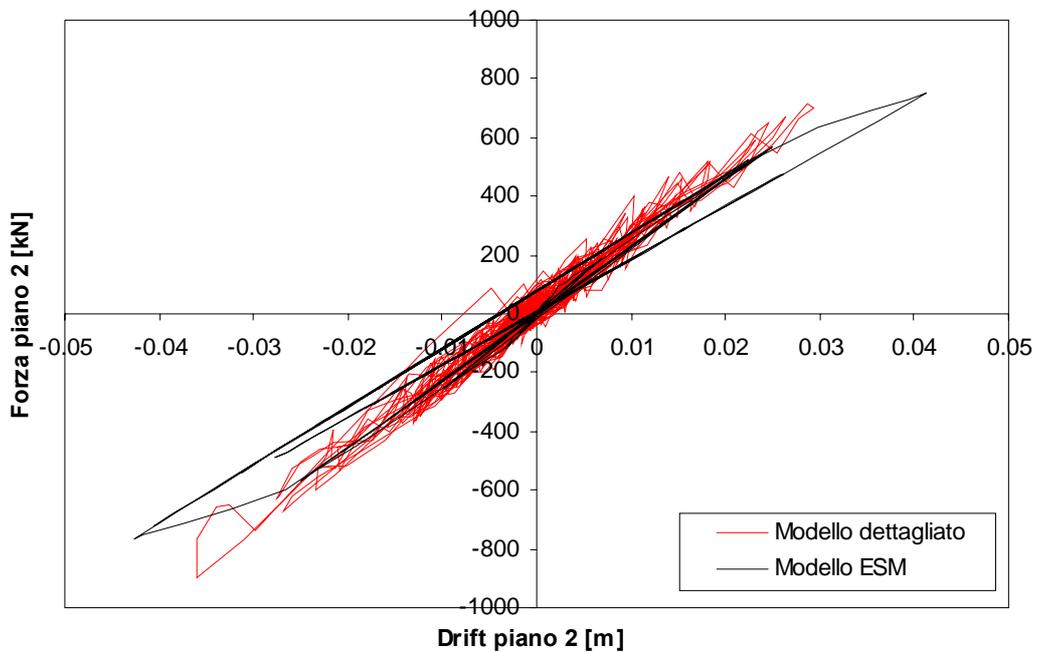
**Figura 6.71** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



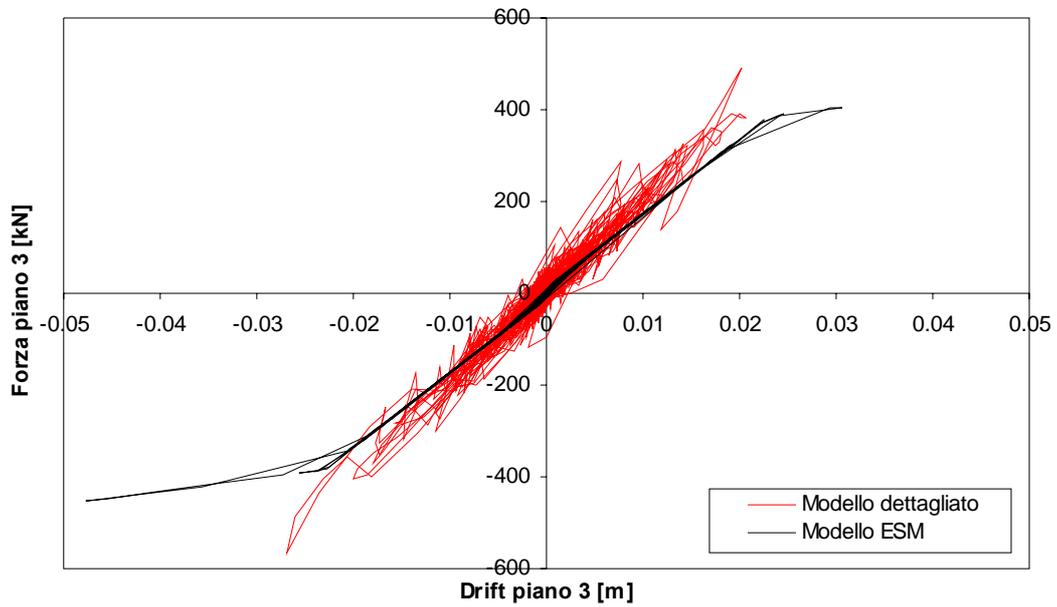
**Figura 6.72** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



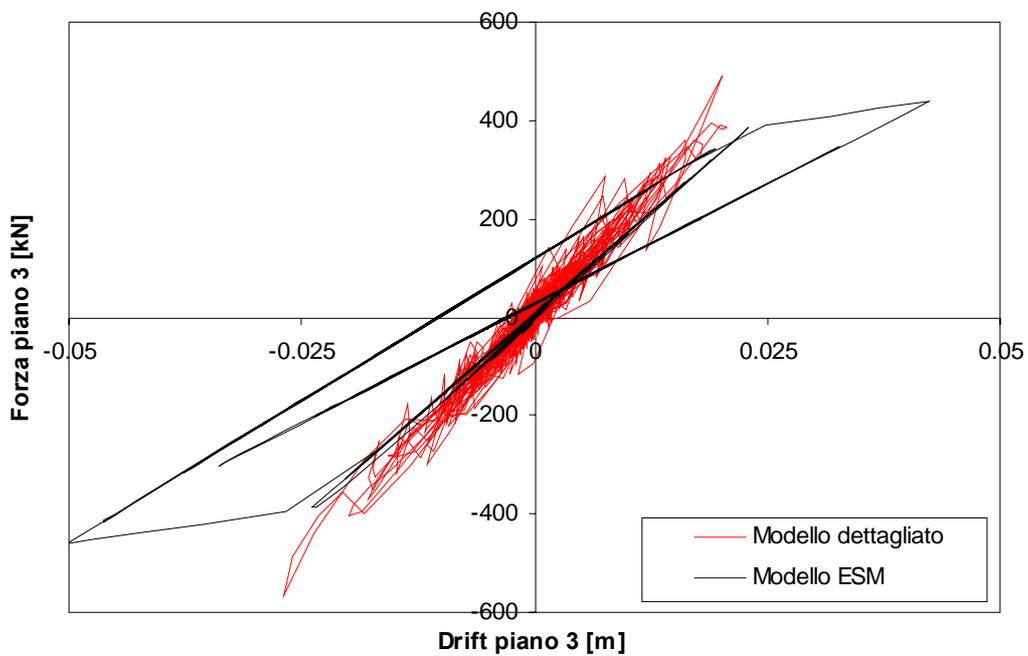
**Figura 6.73** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).



**Figura 6.74** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).

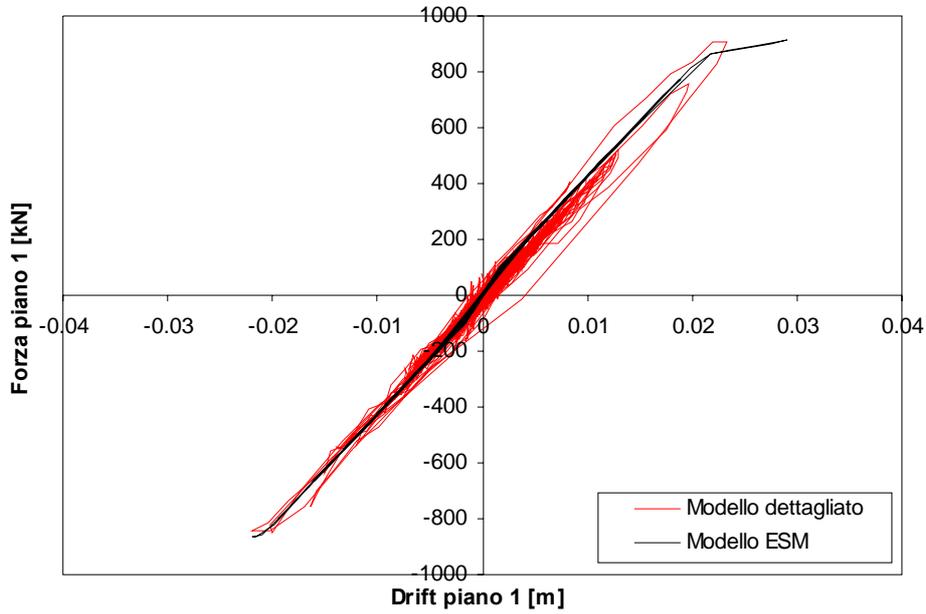


*Figura 6.75 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*

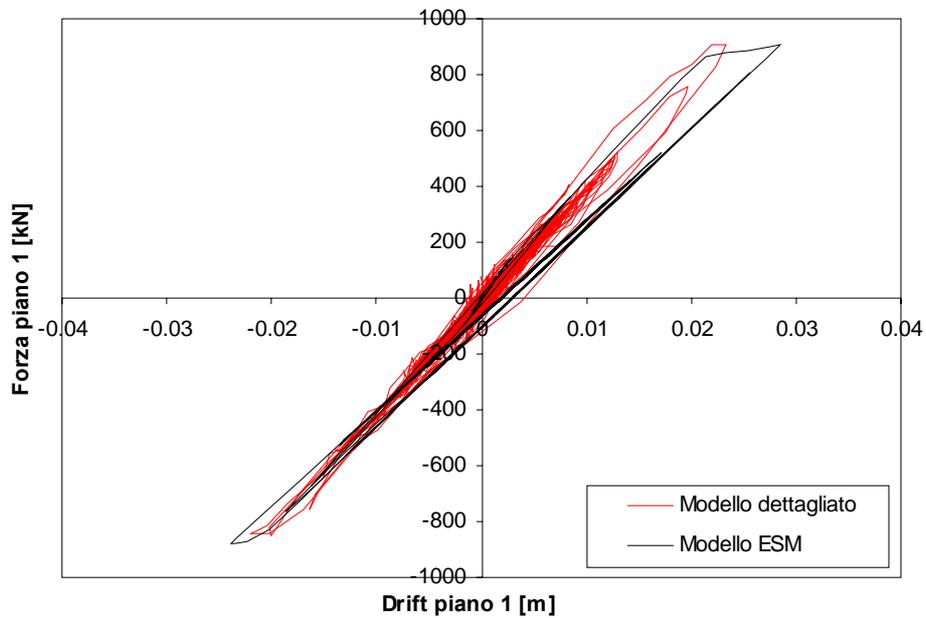


*Figura 6.76 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione uniforme (caso studio 2).*

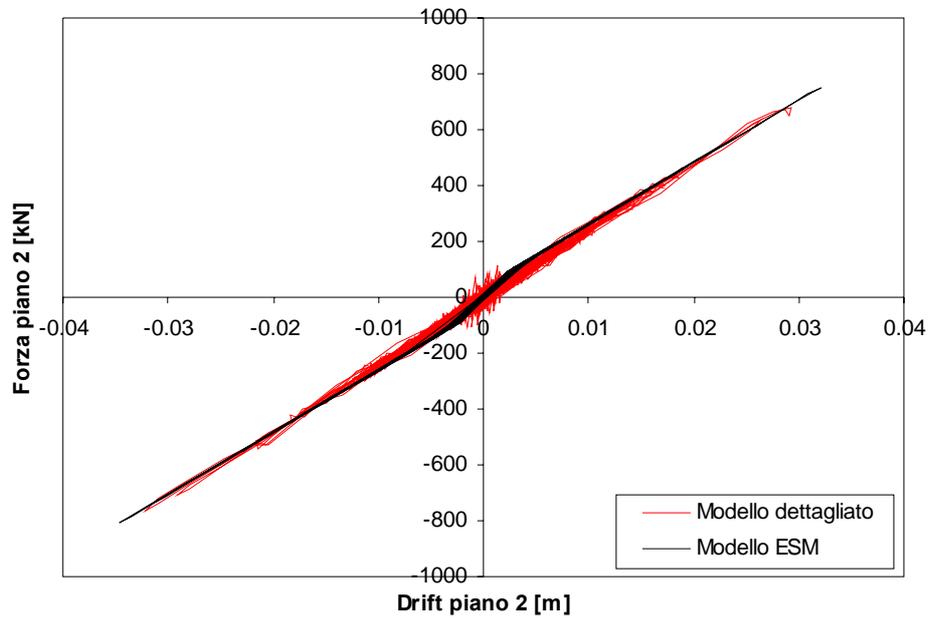
*(Risultati ottenuti adottando la distribuzione pseudo-triangolare per ricavare le curve di piano)*



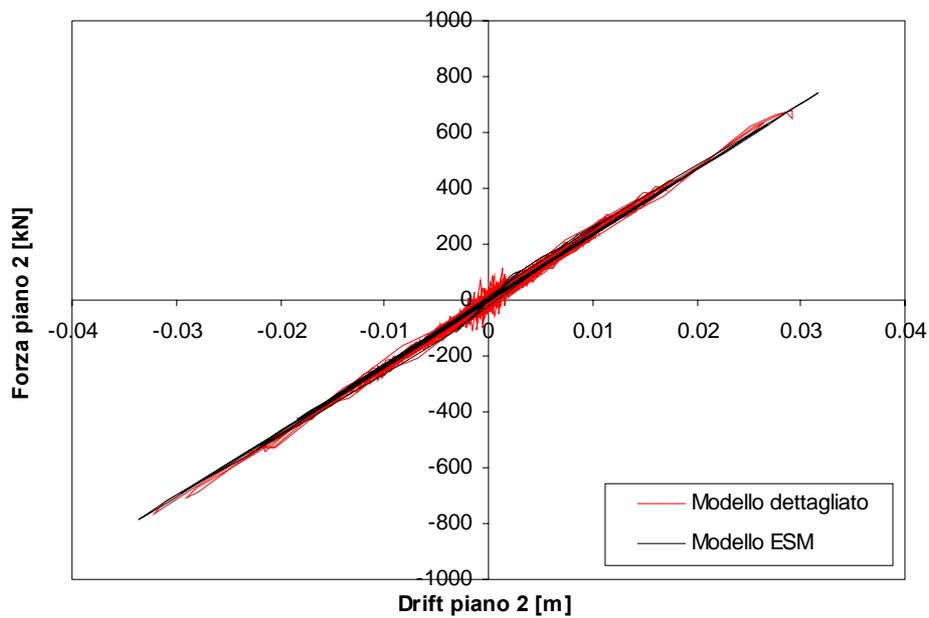
**Figura 6.77-** Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2)



**Figura 6.78 -** Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2)



**Figura 6.79** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



**Figura 6.80** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

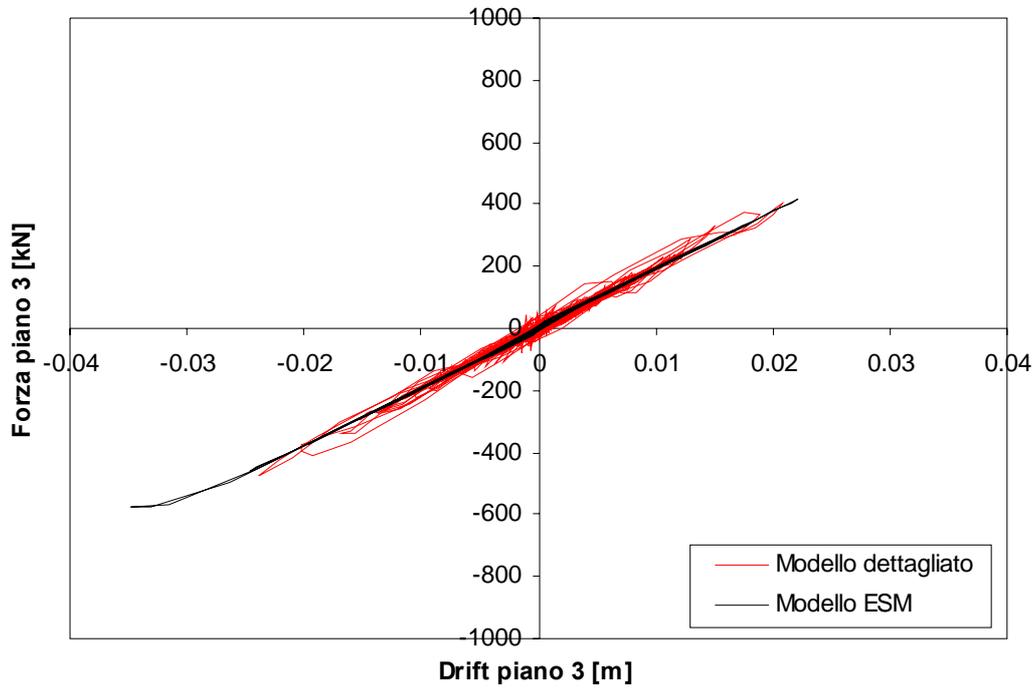


Figura 6.81 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

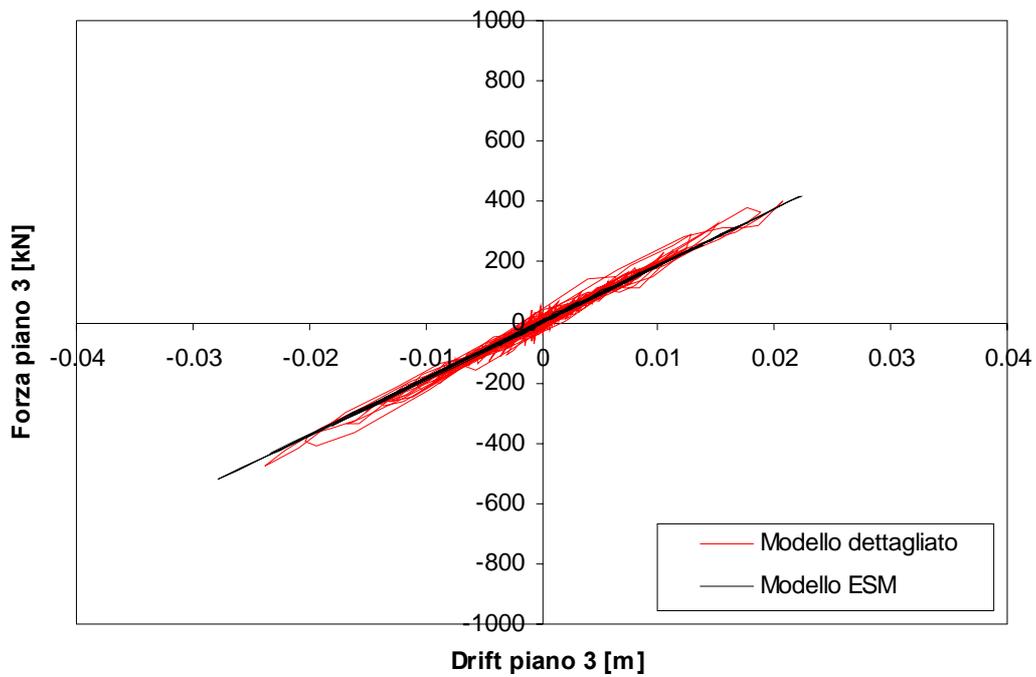


Figura 6.82 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

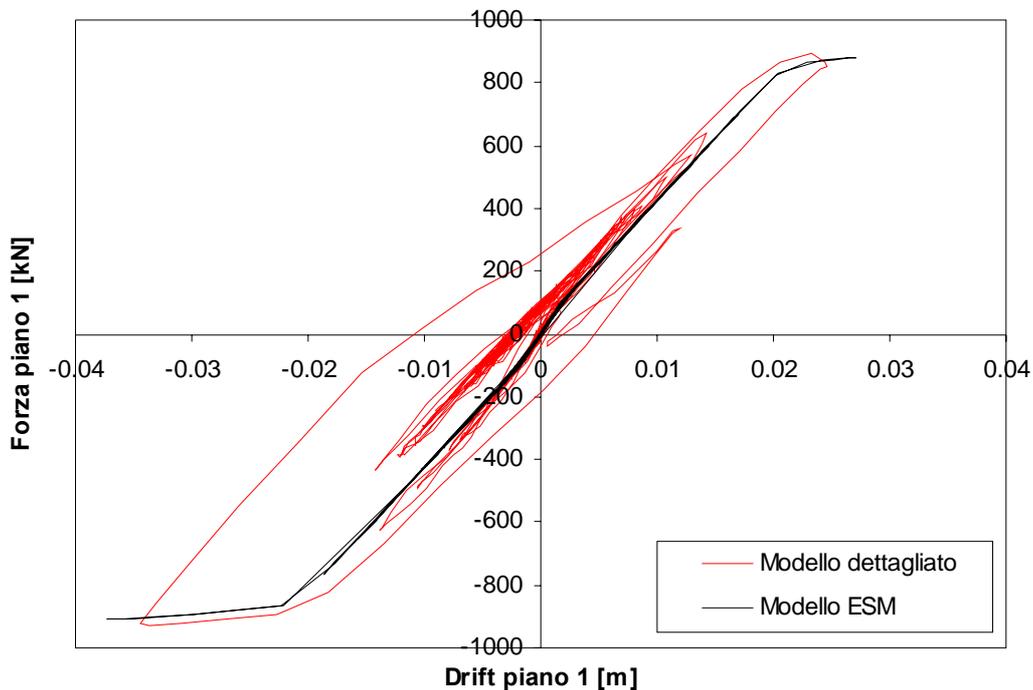


Figura 6.83 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

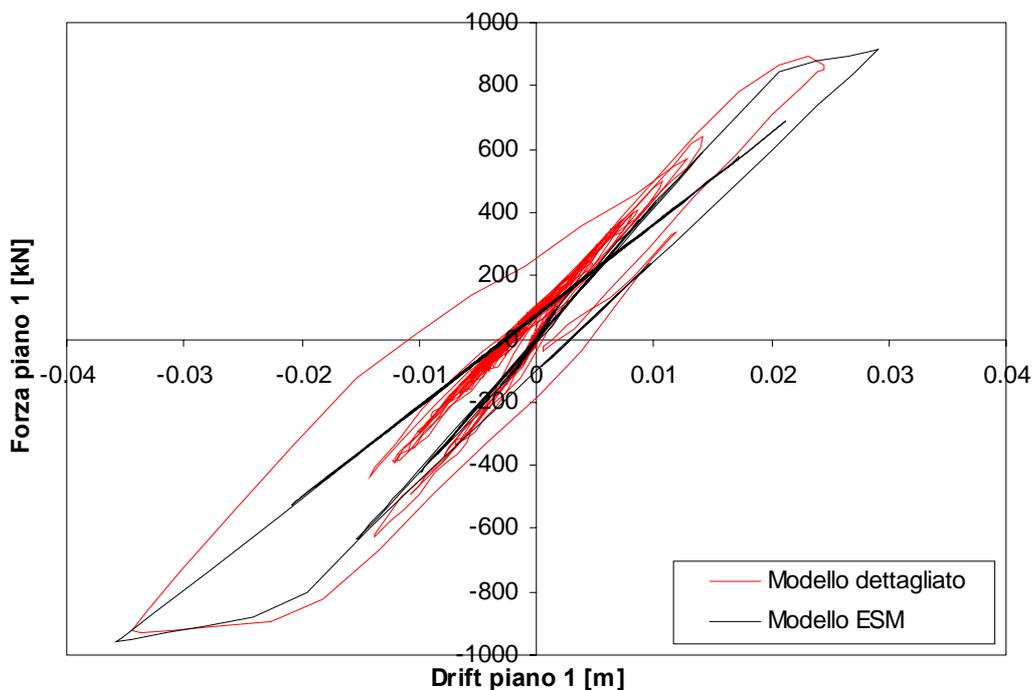
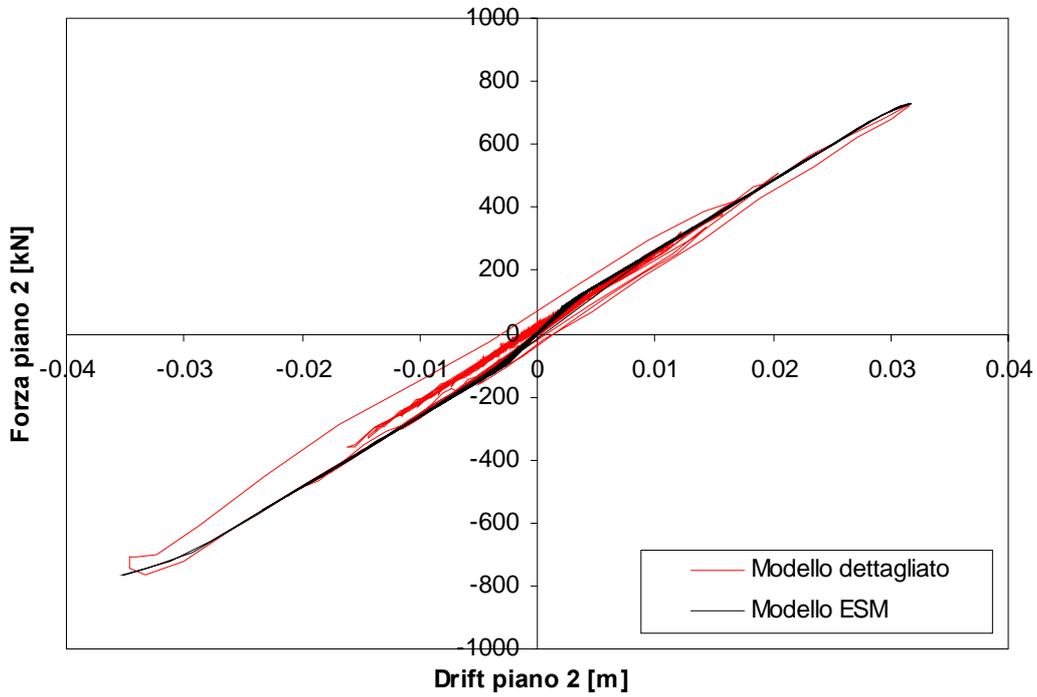
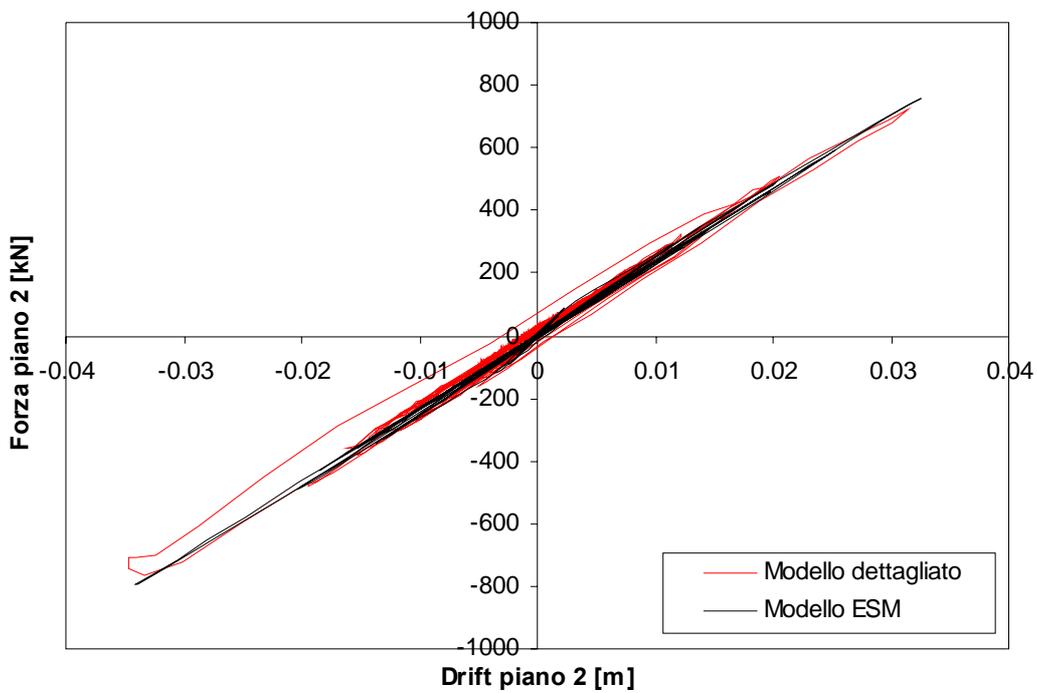


Figura 6.84 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



**Figura 6.85** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



**Figura 6.86** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

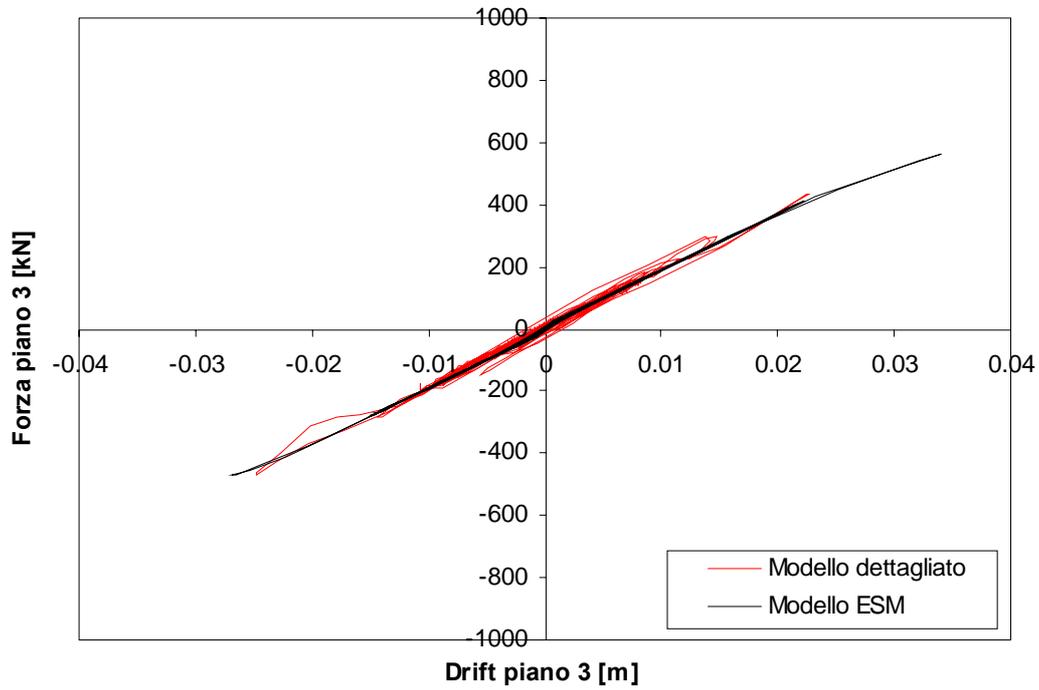


Figura 6.87 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

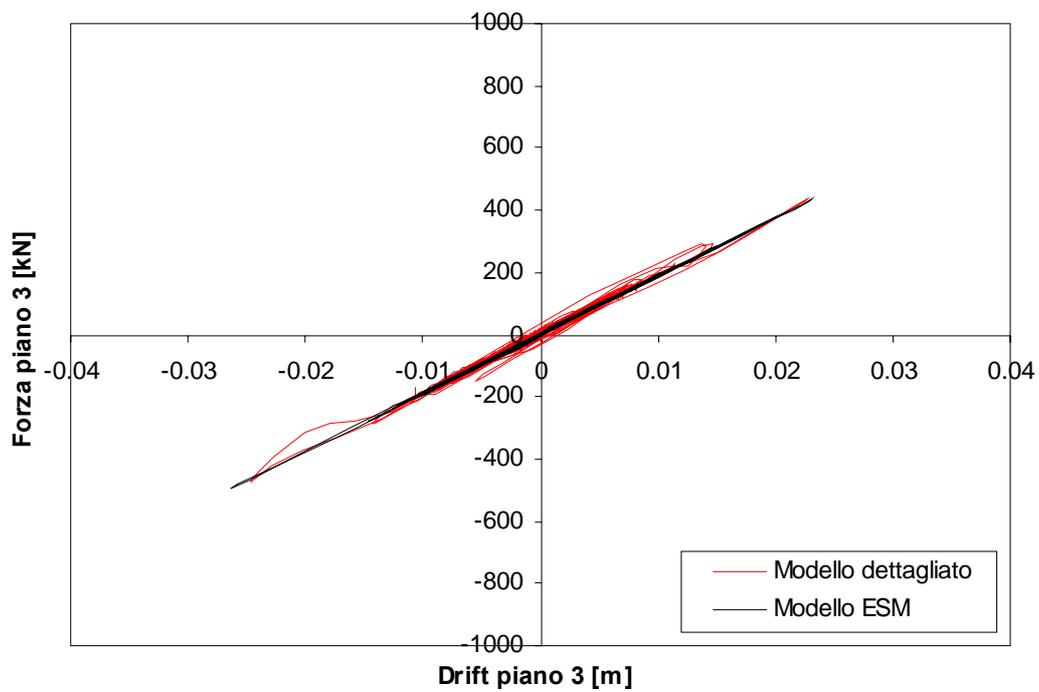
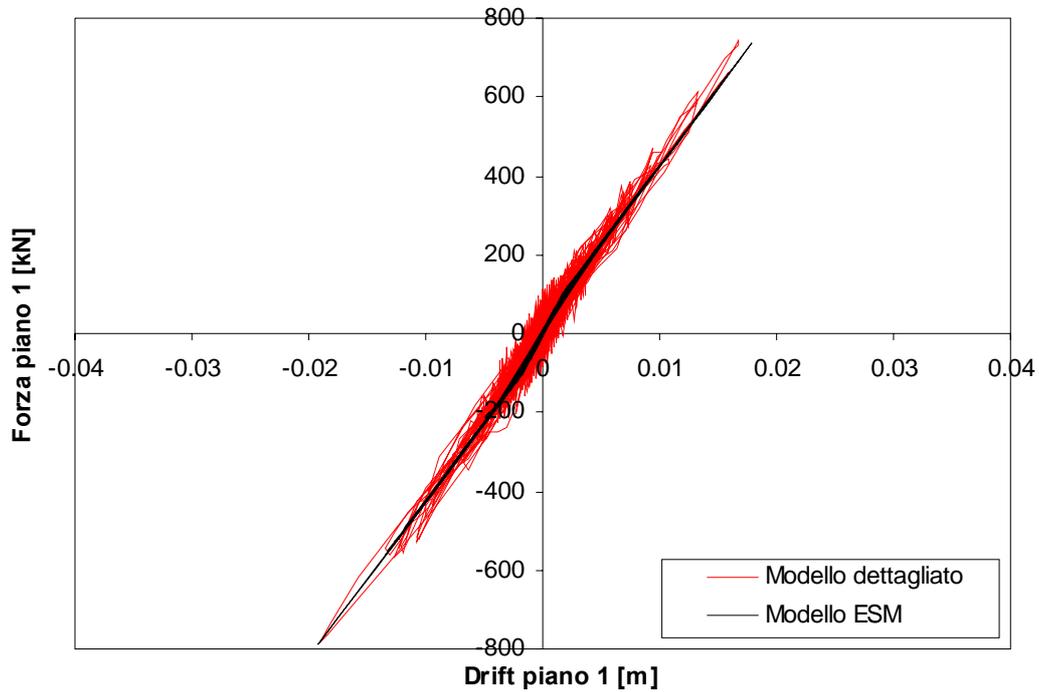
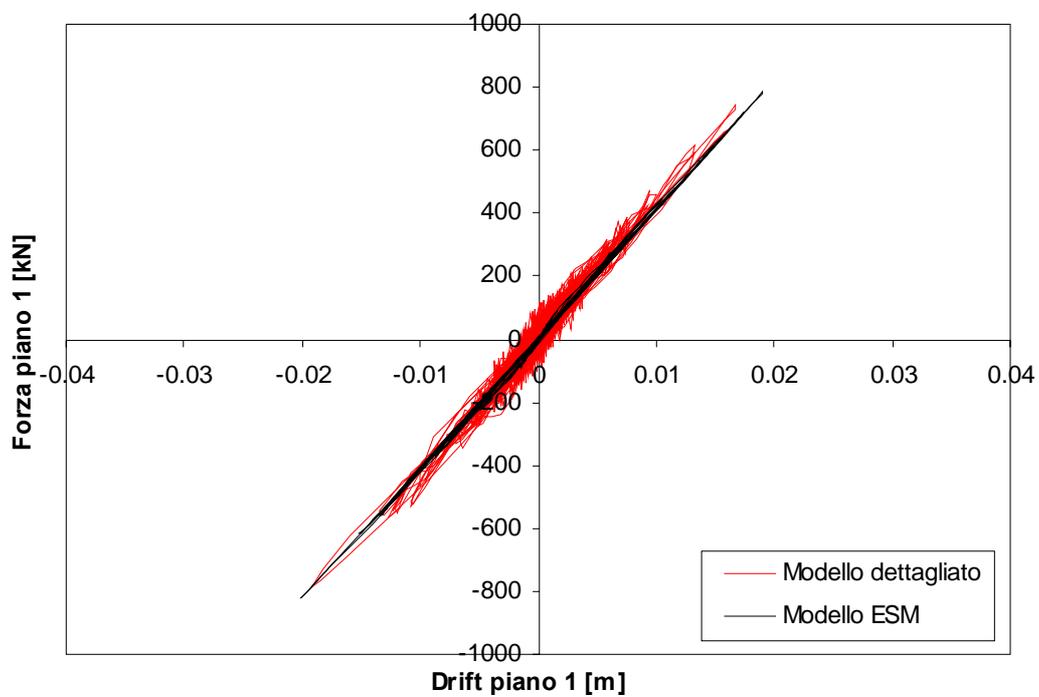


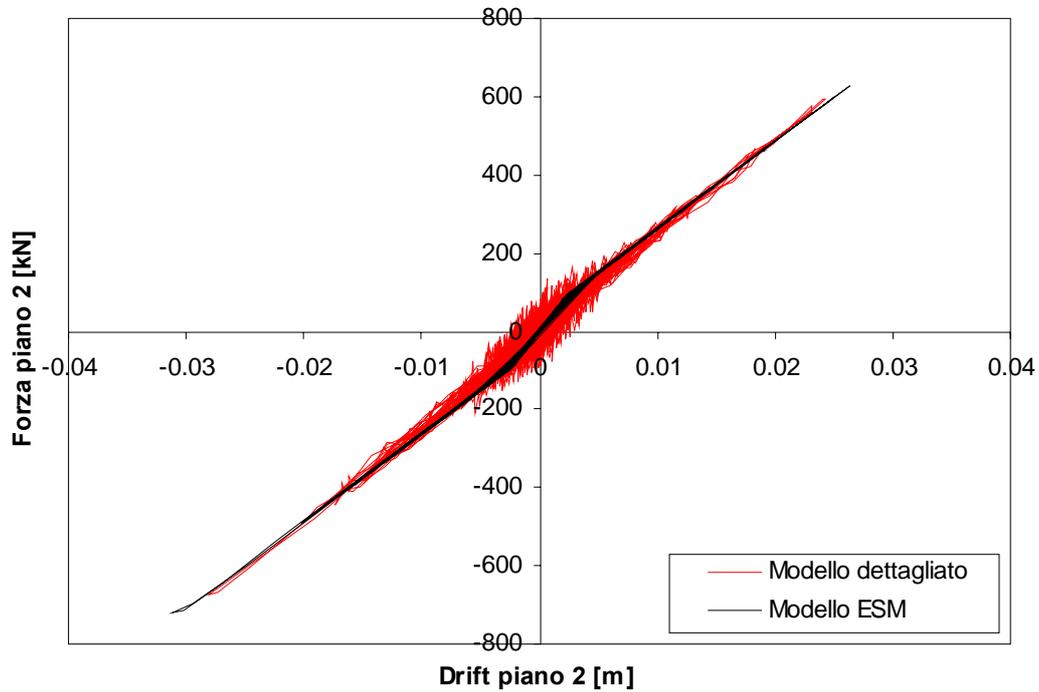
Figura 6.88 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



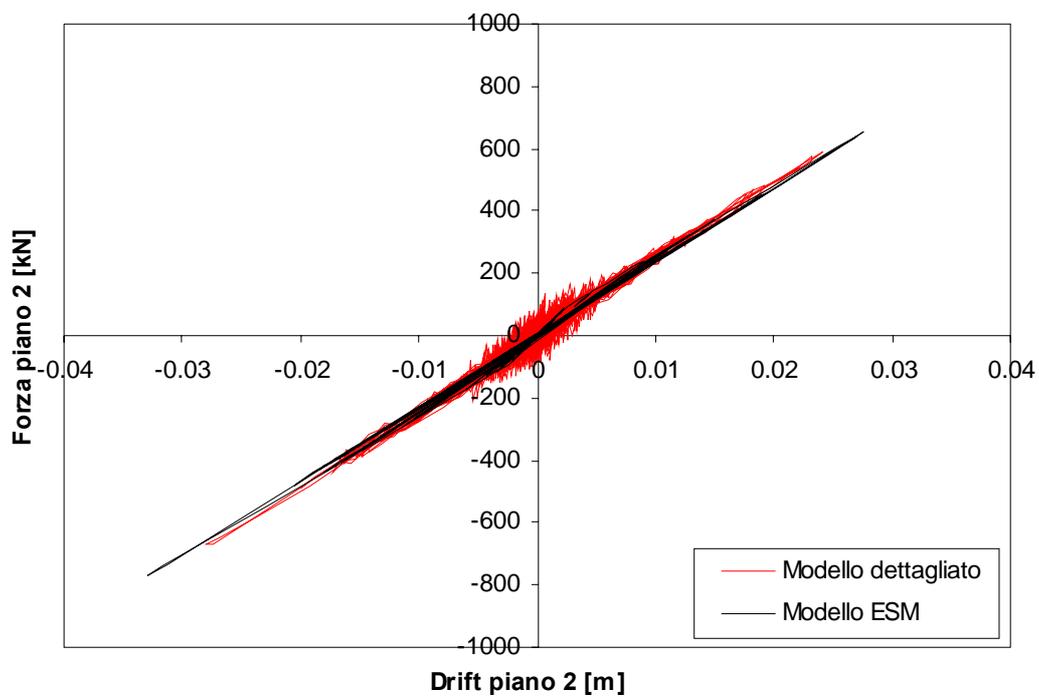
**Figura 6.89** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



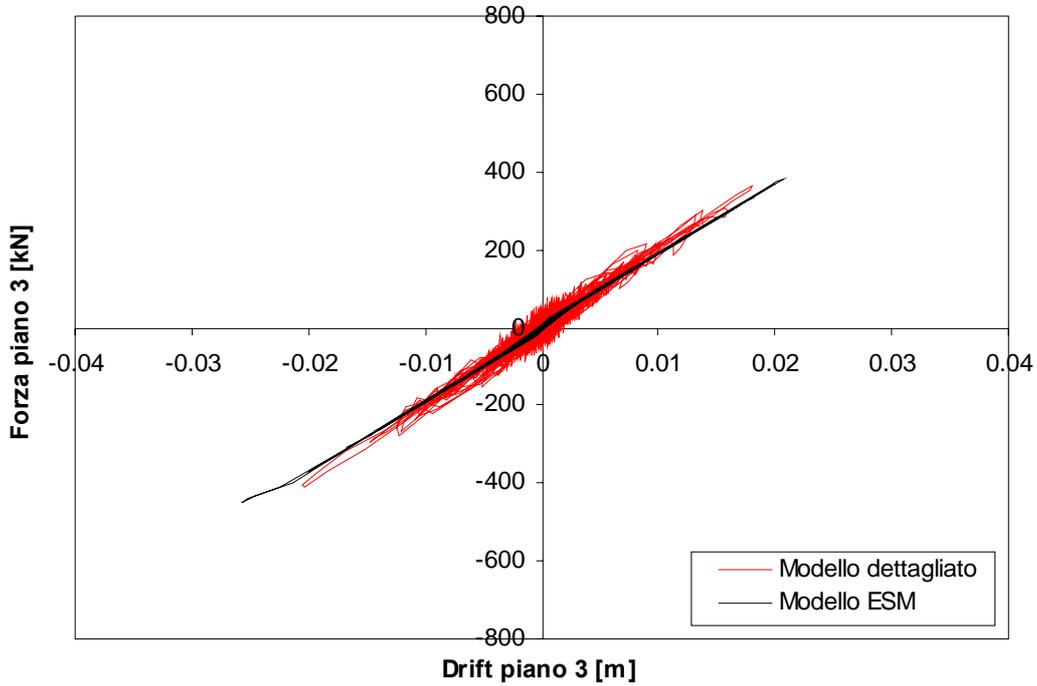
**Figura 6.90** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



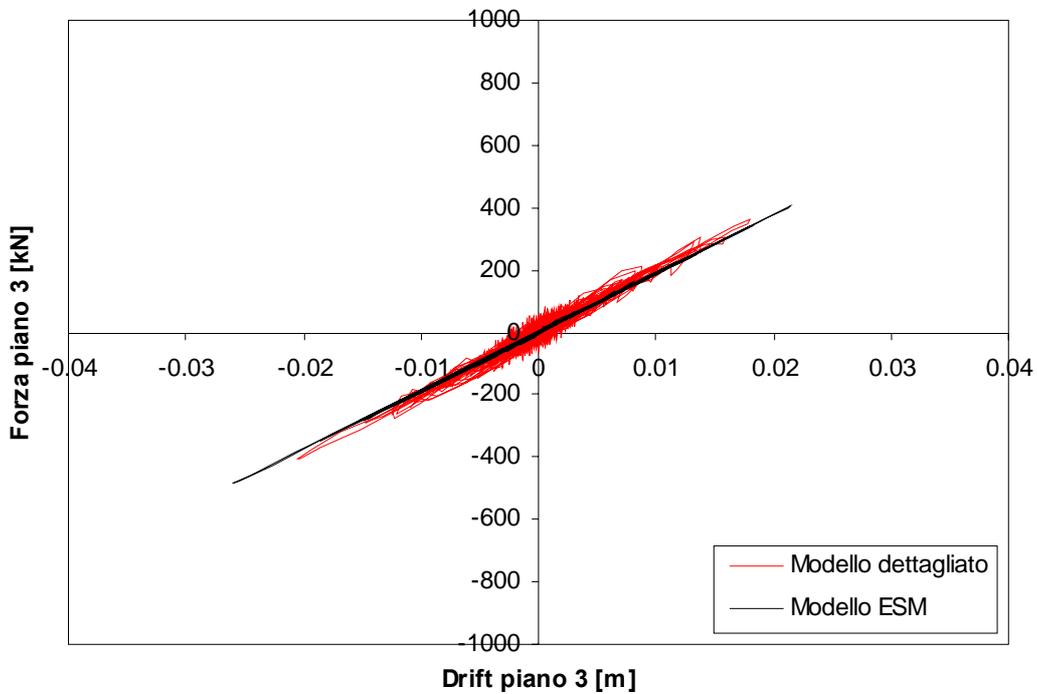
*Figura 6.91 - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*



*Figura 6.92 - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).*



**Figura 6.93** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).



**Figura 6.94** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

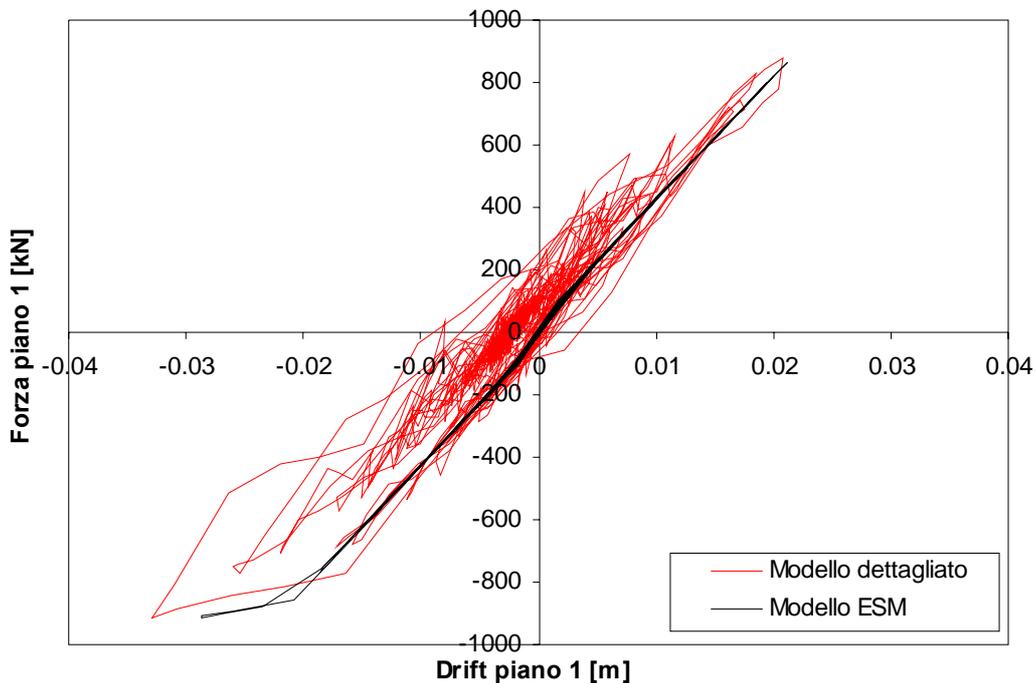


Figura 6.95 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

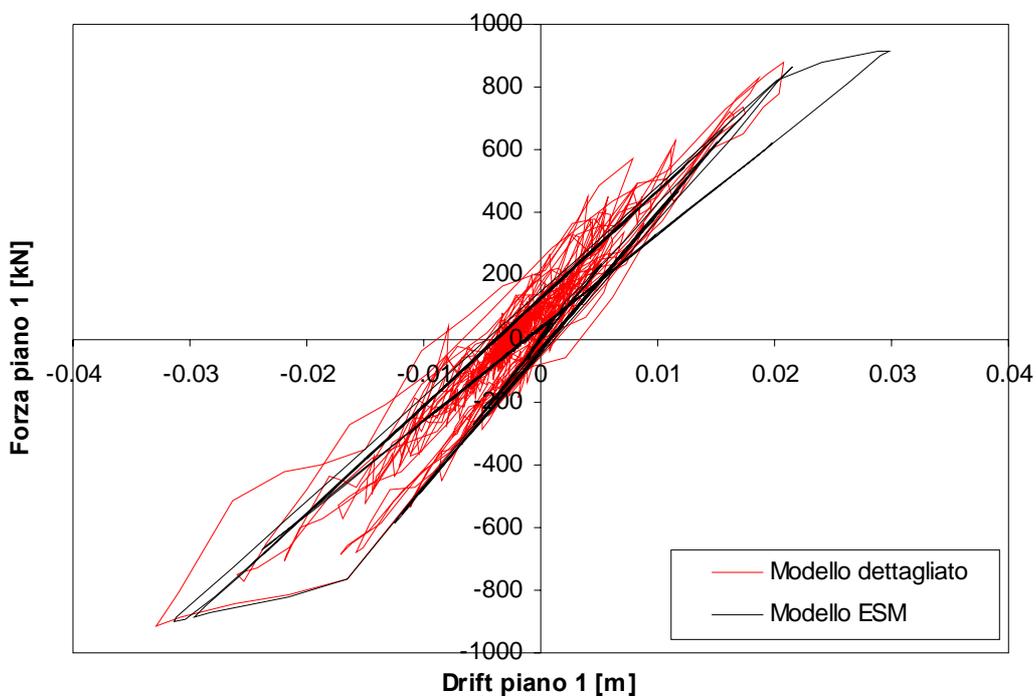


Figura 6.96 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

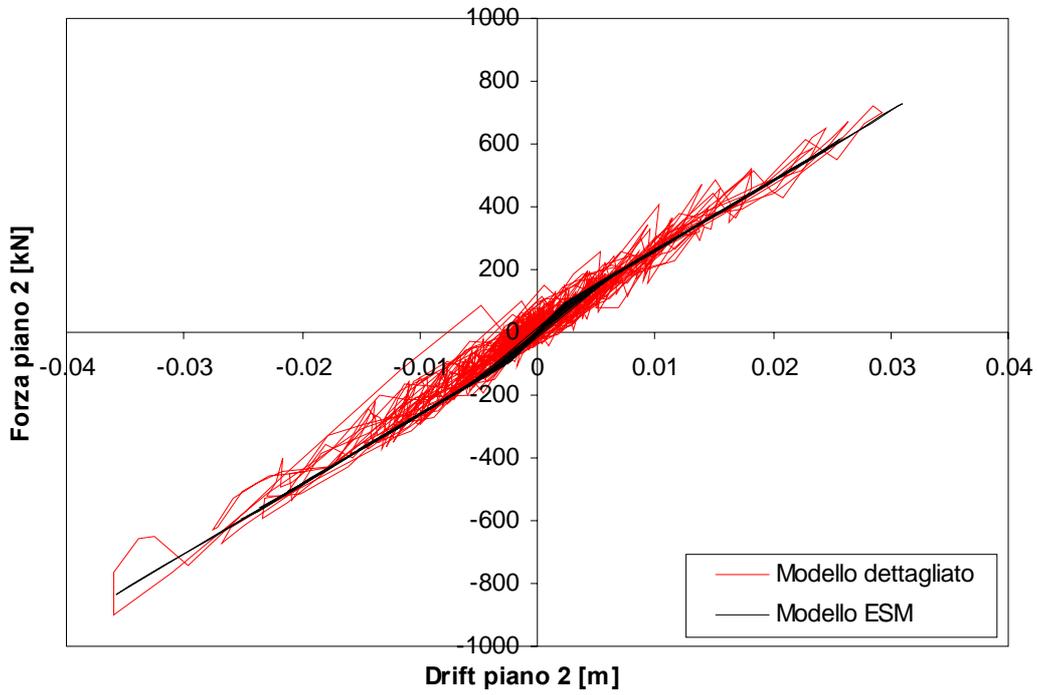


Figura 6.97 - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

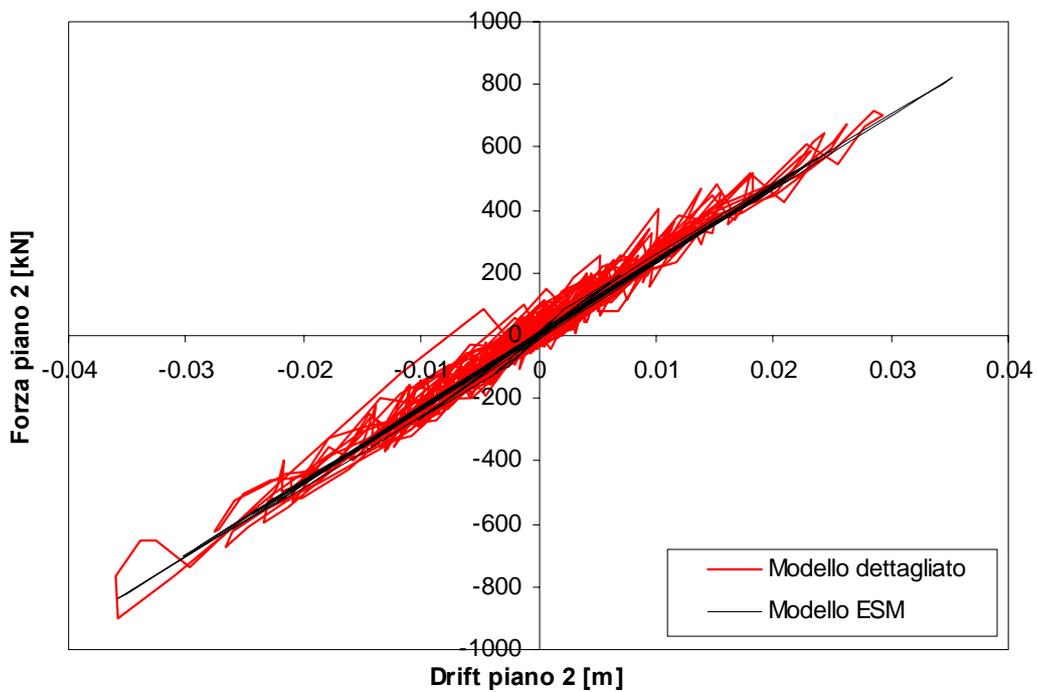


Figura 6.98 - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

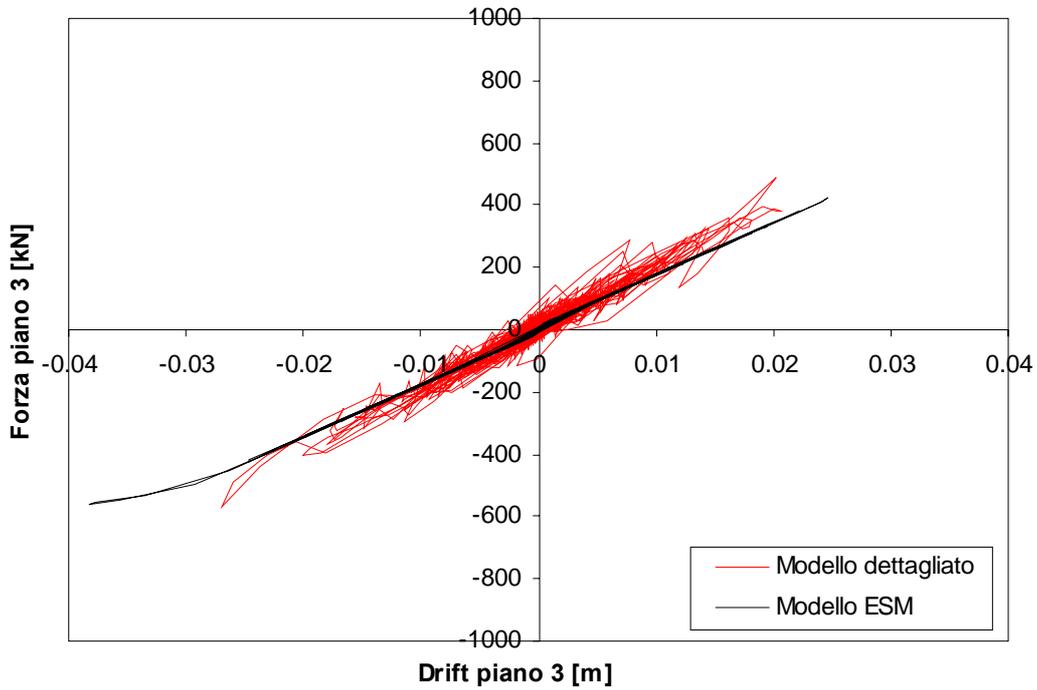


Figura 6.99 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

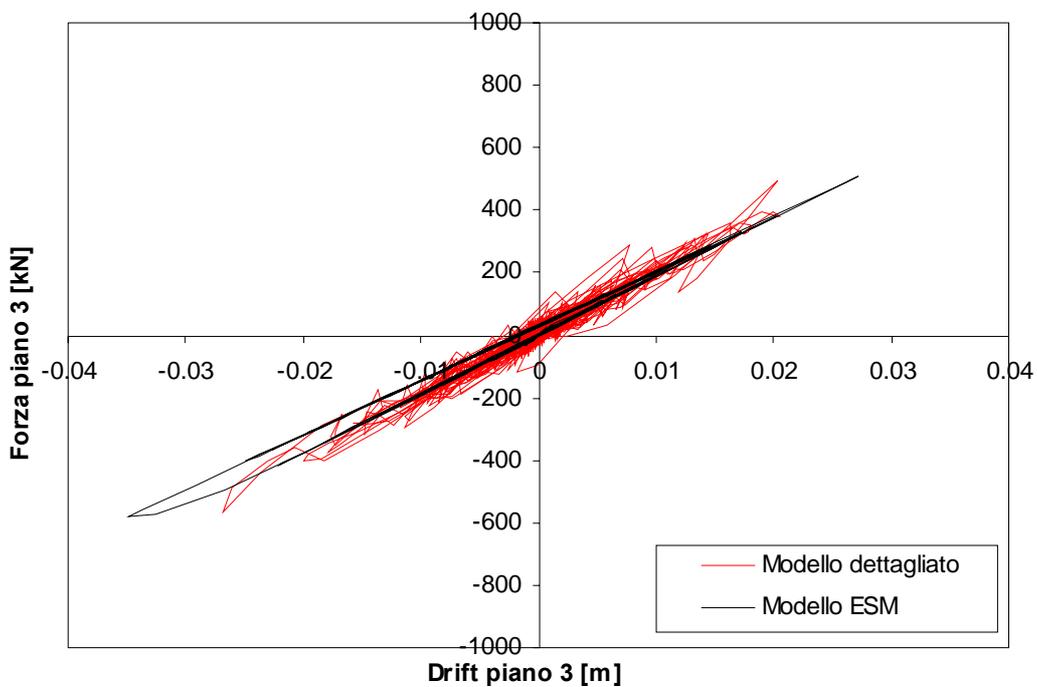
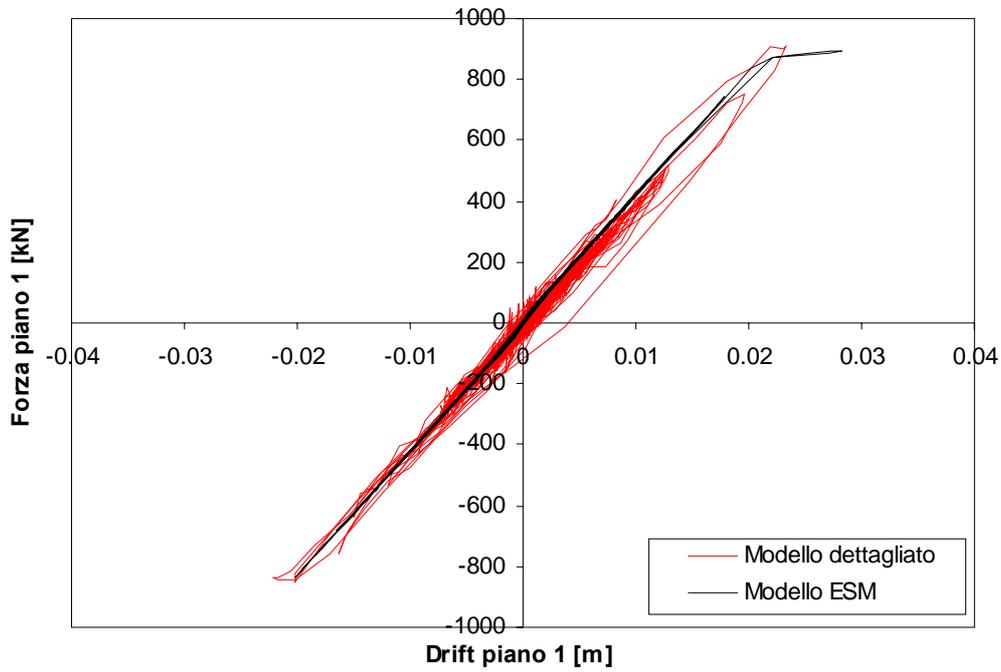
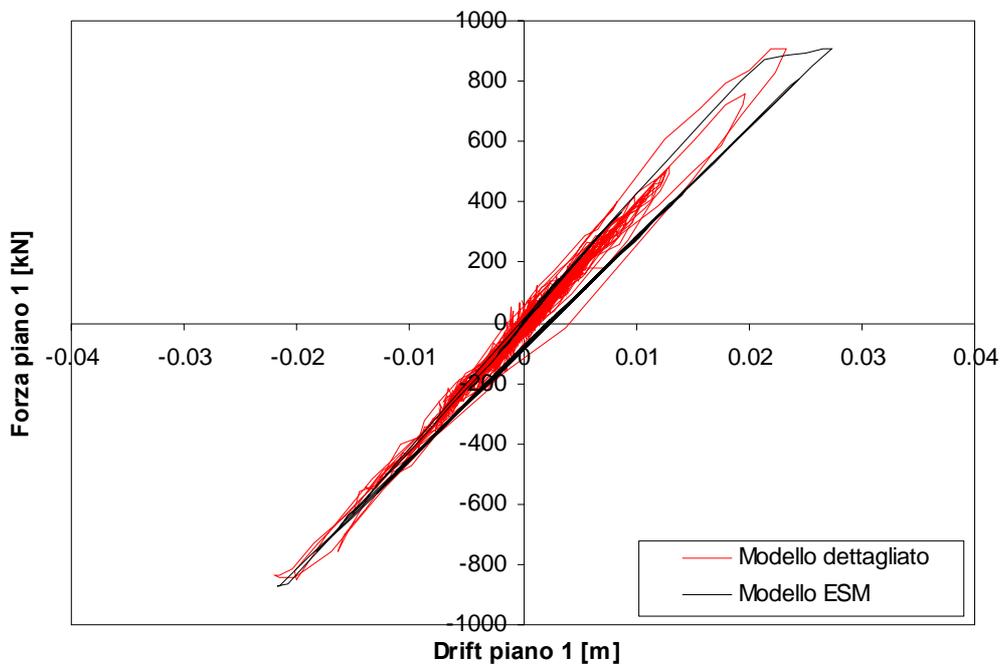


Figura 6.100 - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione pseudo-triangolare (caso studio 2).

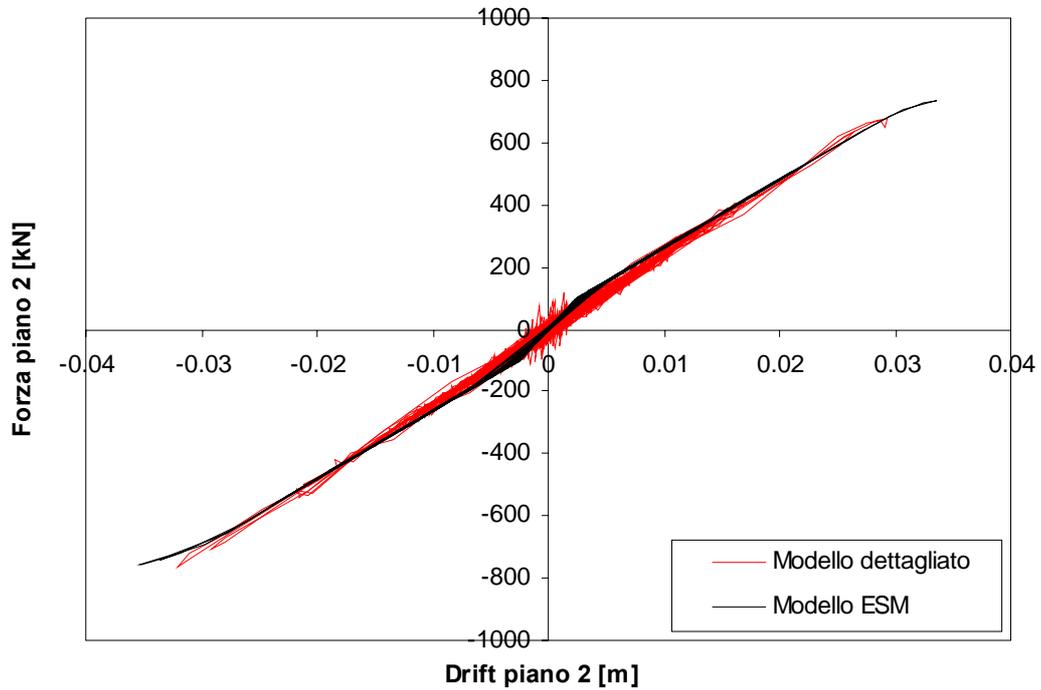
*(Risultati ottenuti adottando la distribuzione proporzionale ai tagli di piano per ricavare le curve di piano)*



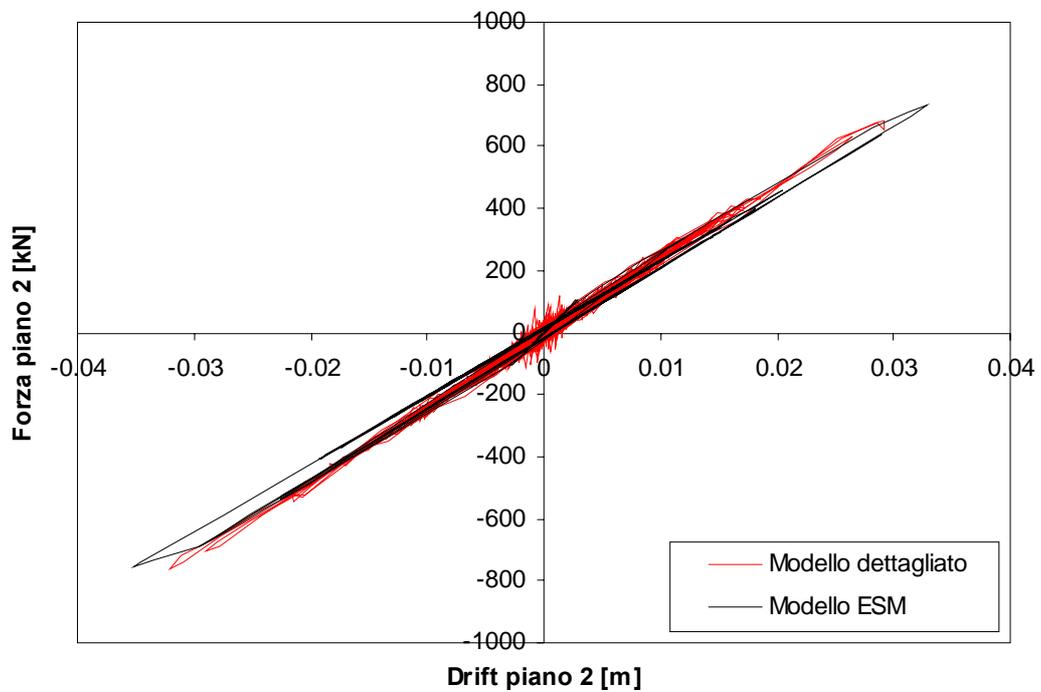
**Figura 6.101** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2)



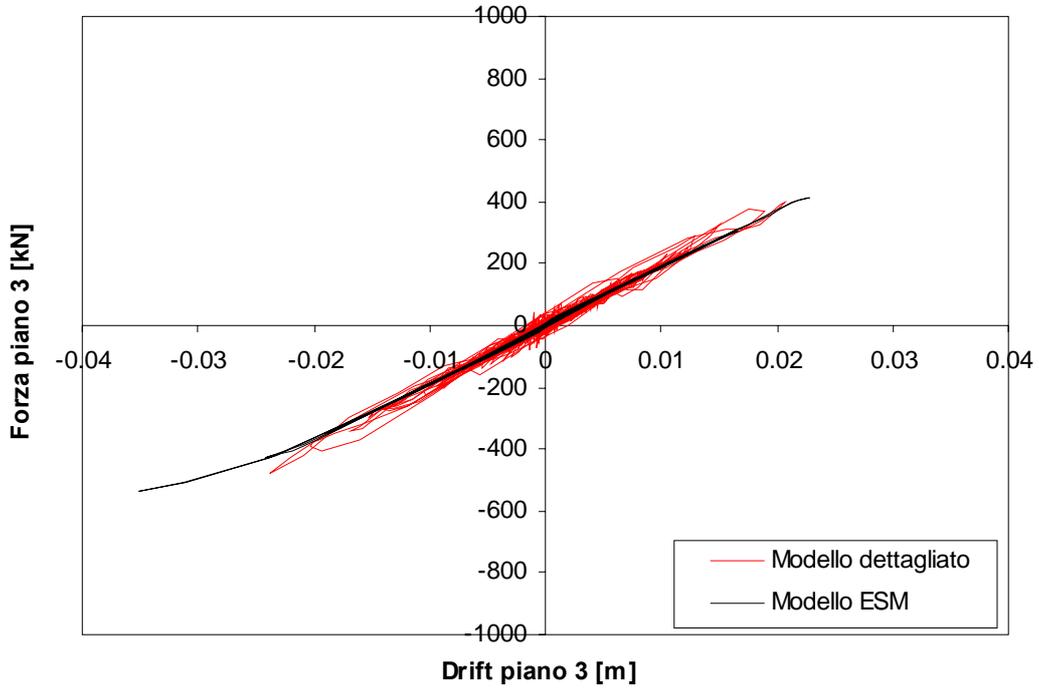
**Figura 6.102** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2)



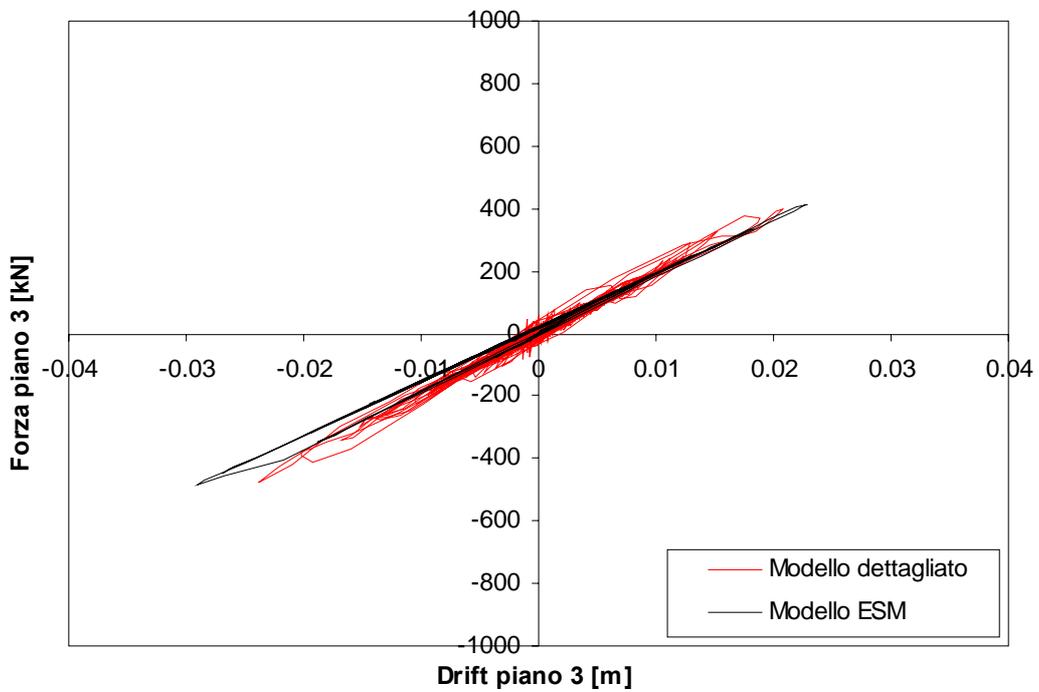
**Figura 6.103** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



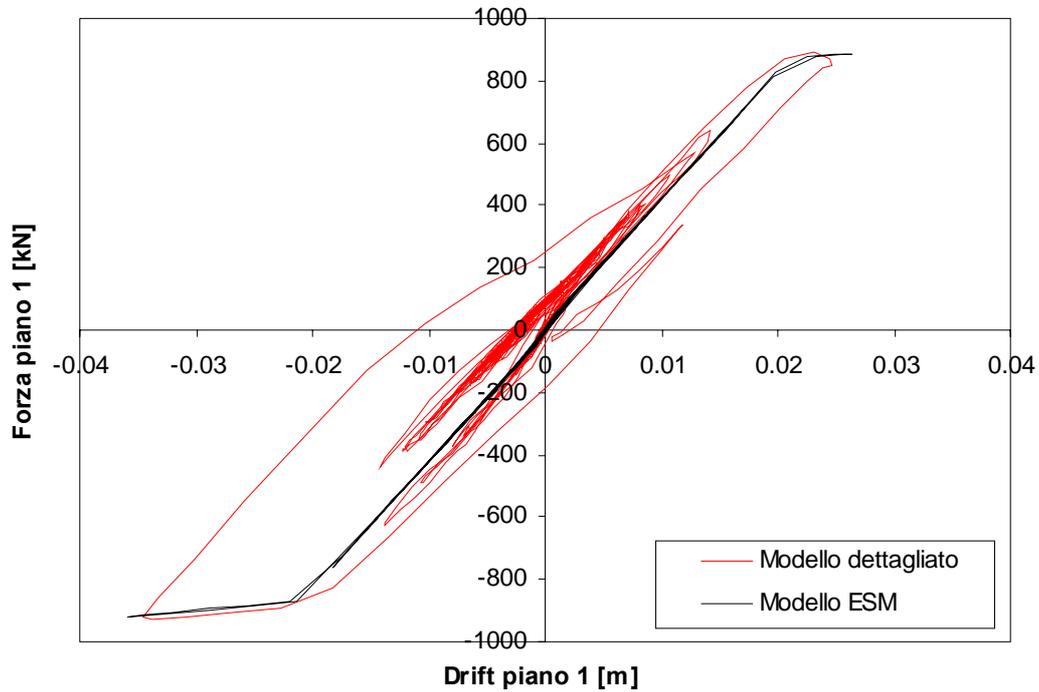
**Figura 6.104** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



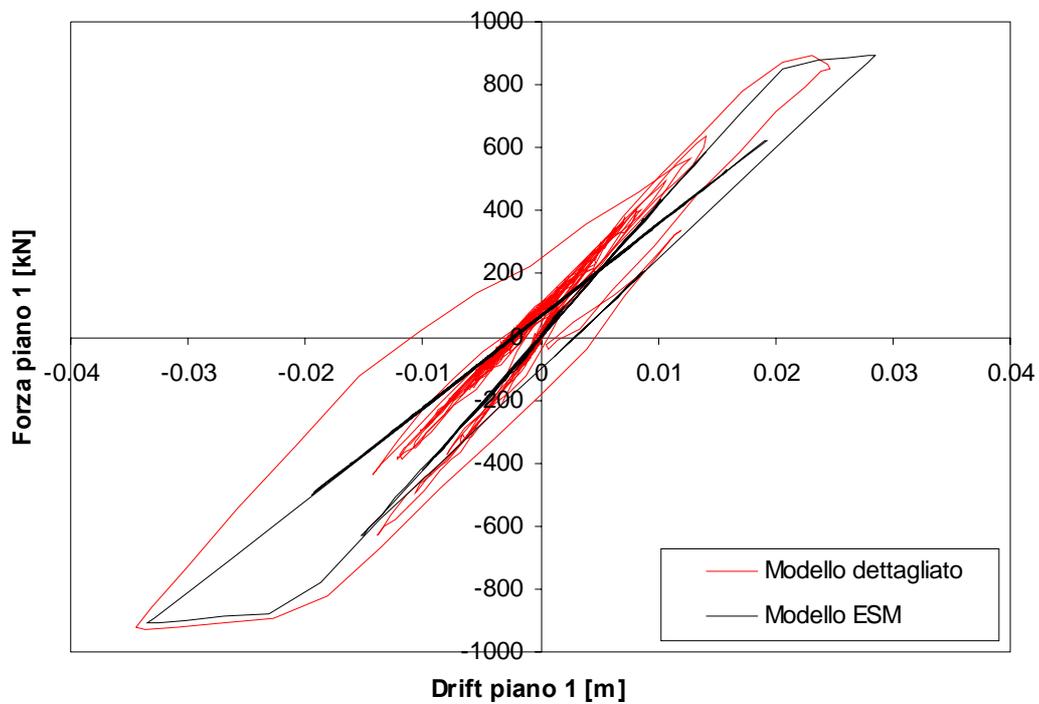
**Figura 6.105** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



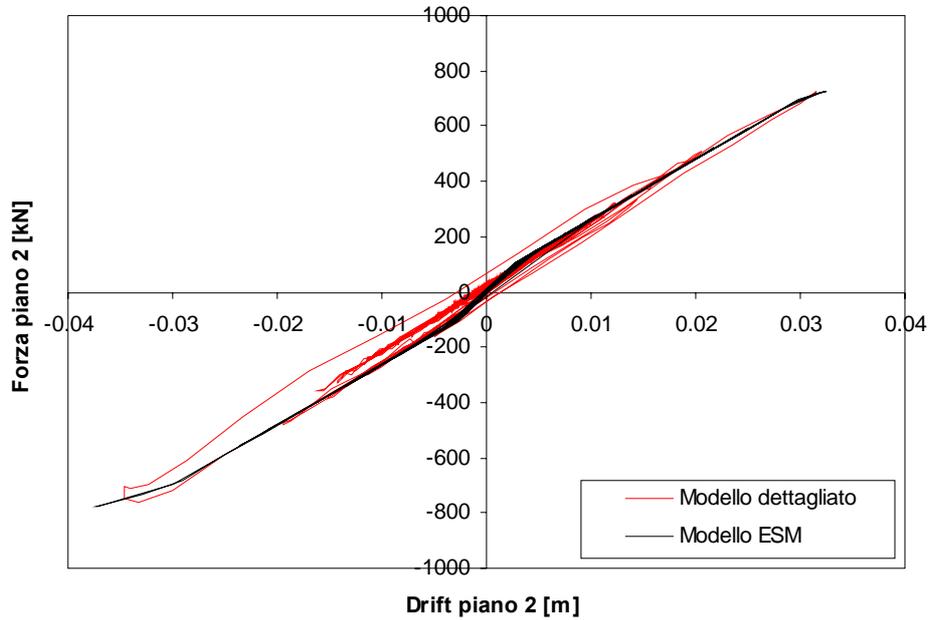
**Figura 6.106** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



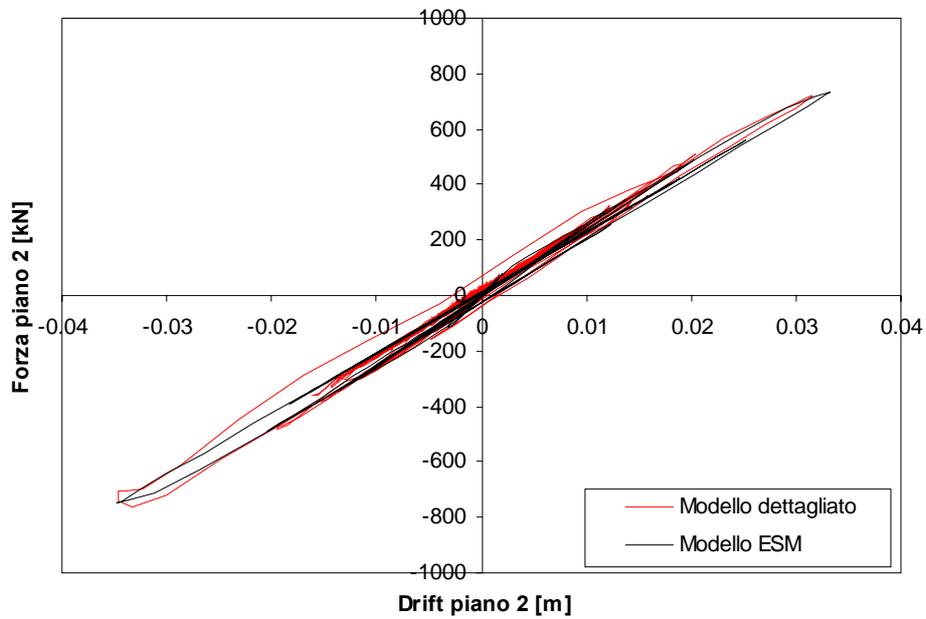
**Figura 6.107** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



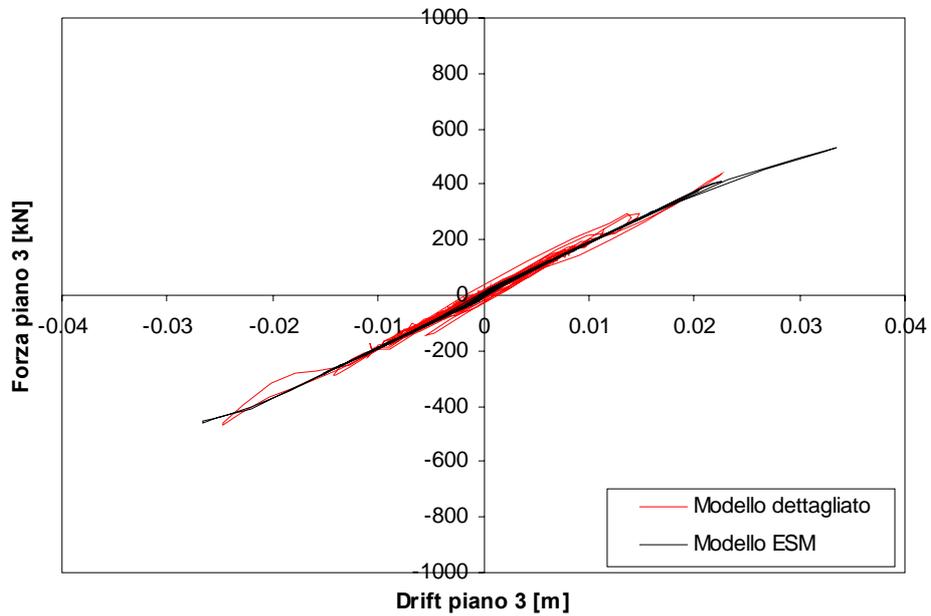
**Figura 6.108** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



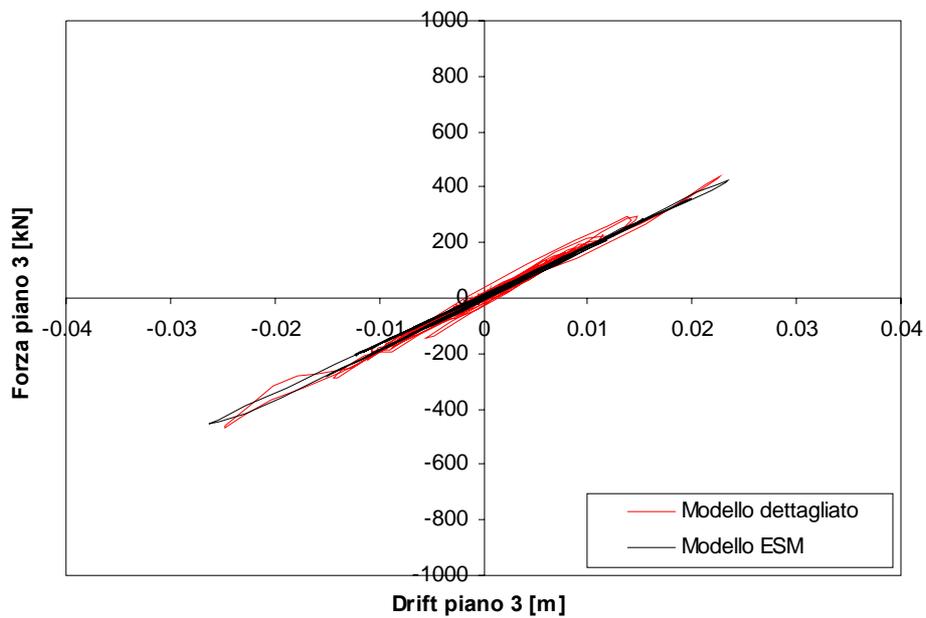
**Figura 6.109** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



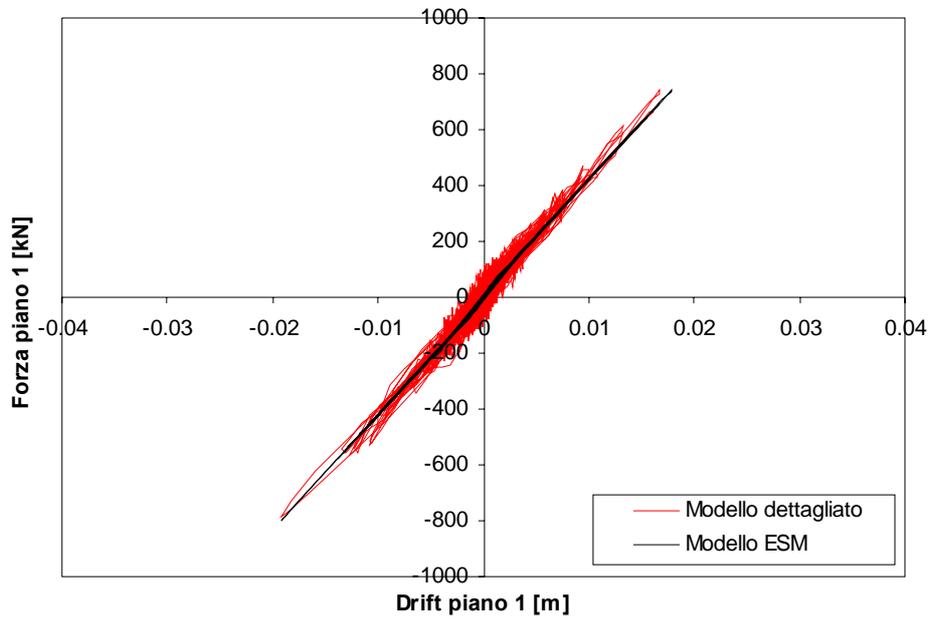
**Figura 6.110** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



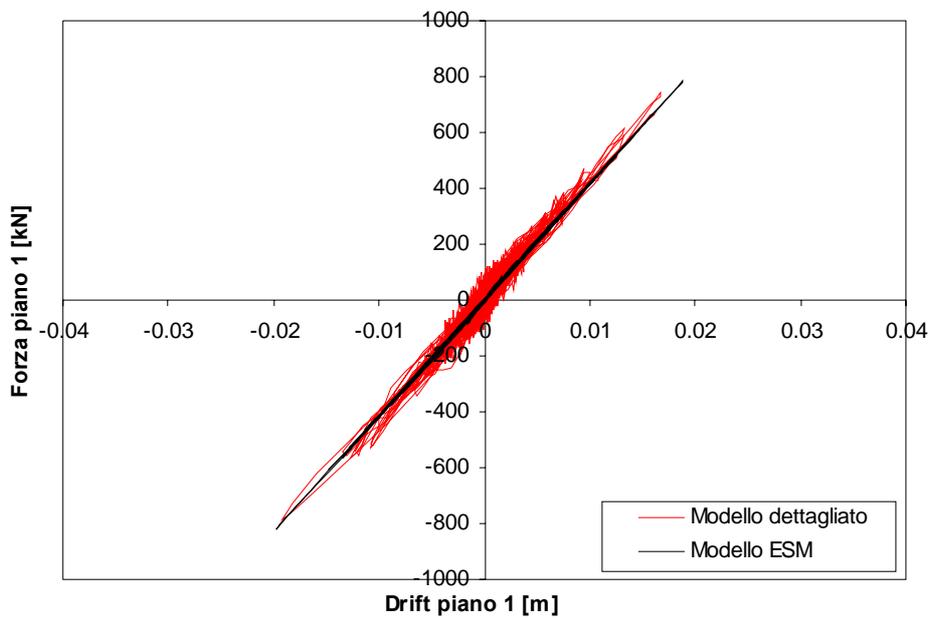
**Figura 6.111** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



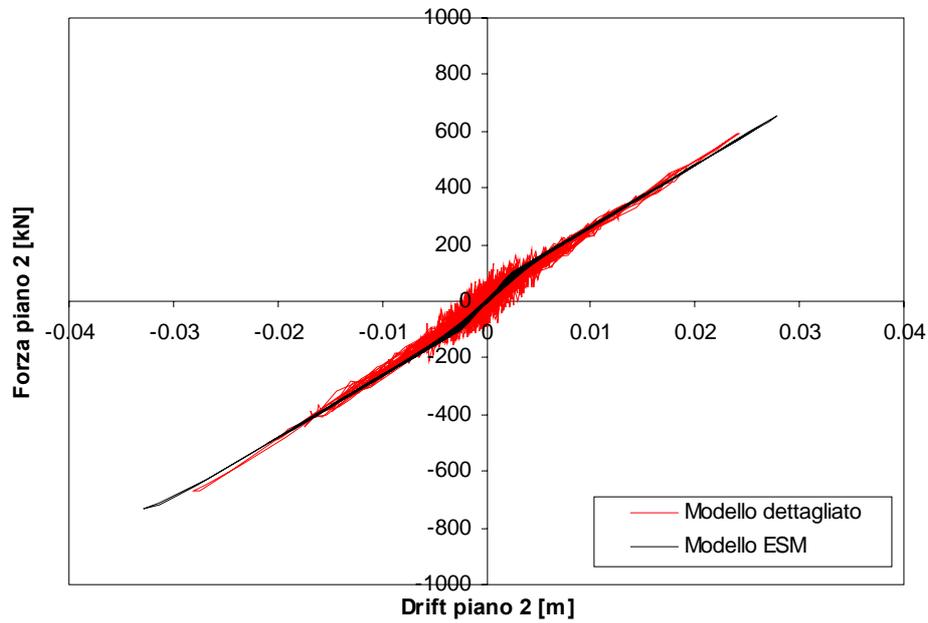
**Figura 6.112** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



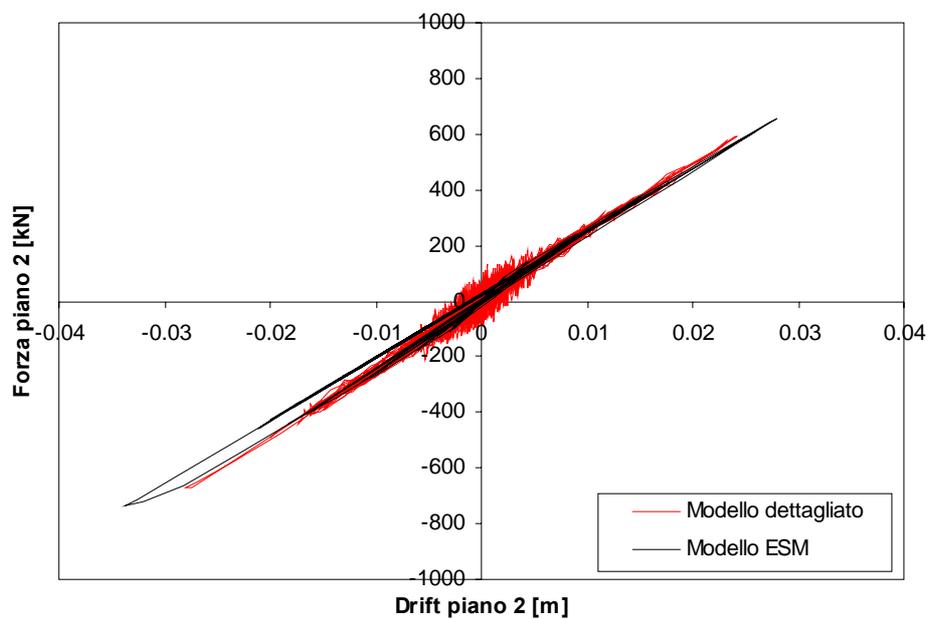
**Figura 6.113** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



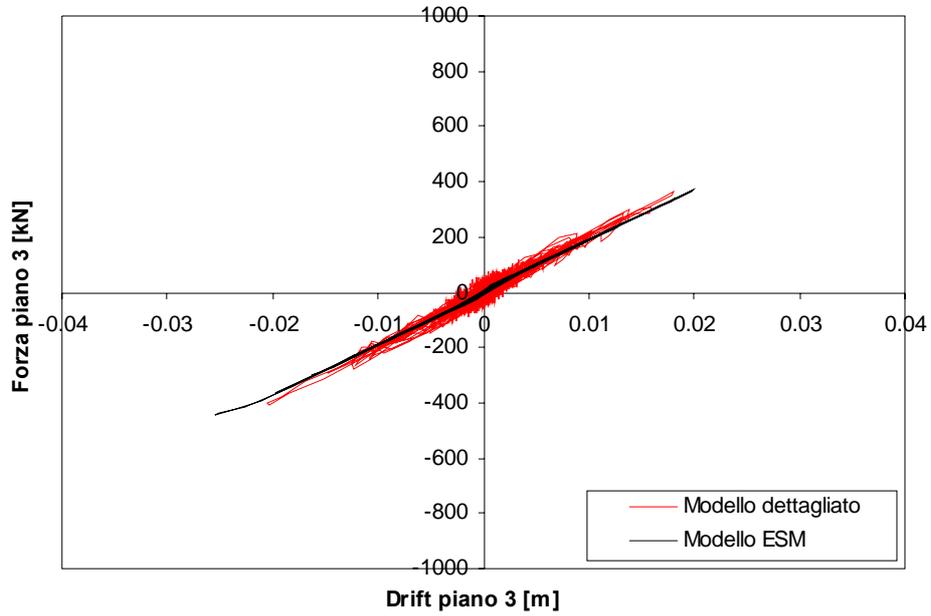
**Figura 6.114** - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



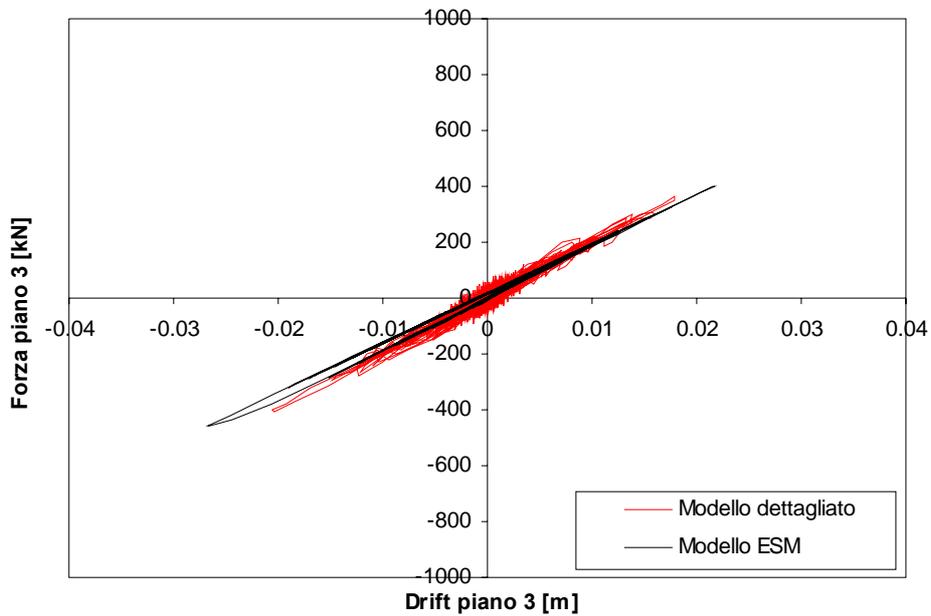
**Figura 6.115** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



**Figura 6.116** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



**Figura 6.117** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



**Figura 6.118** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).

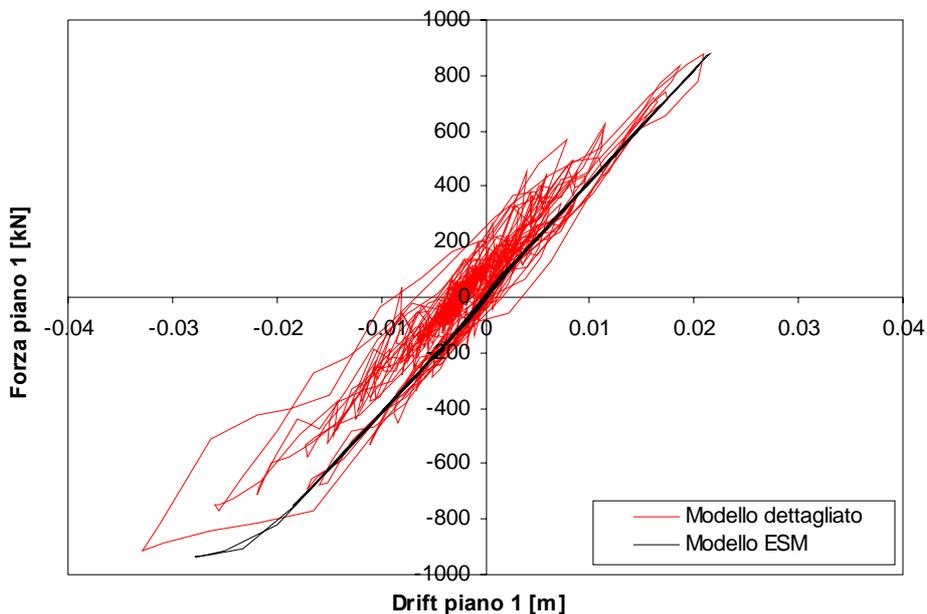


Figura 6.119 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).

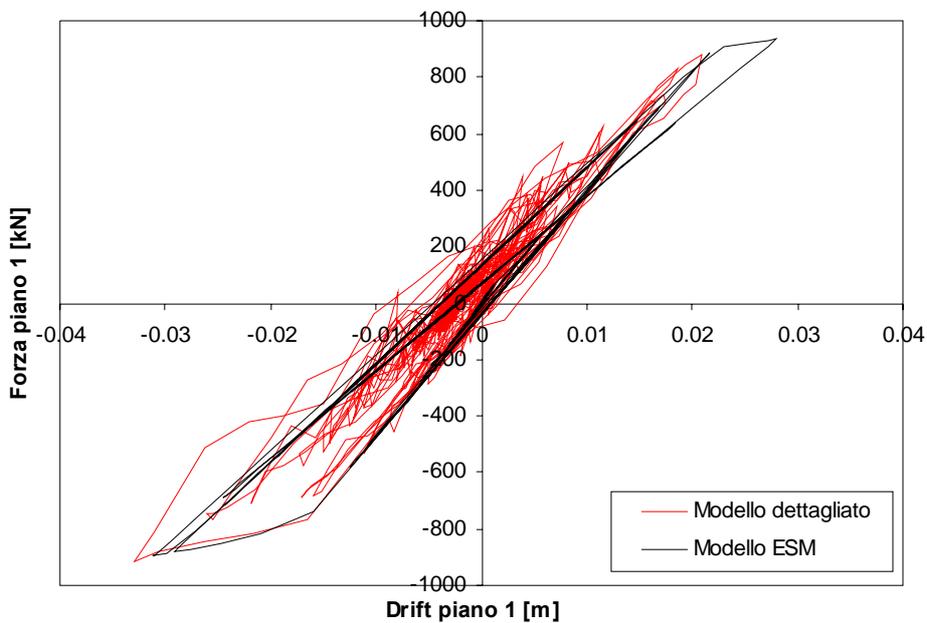
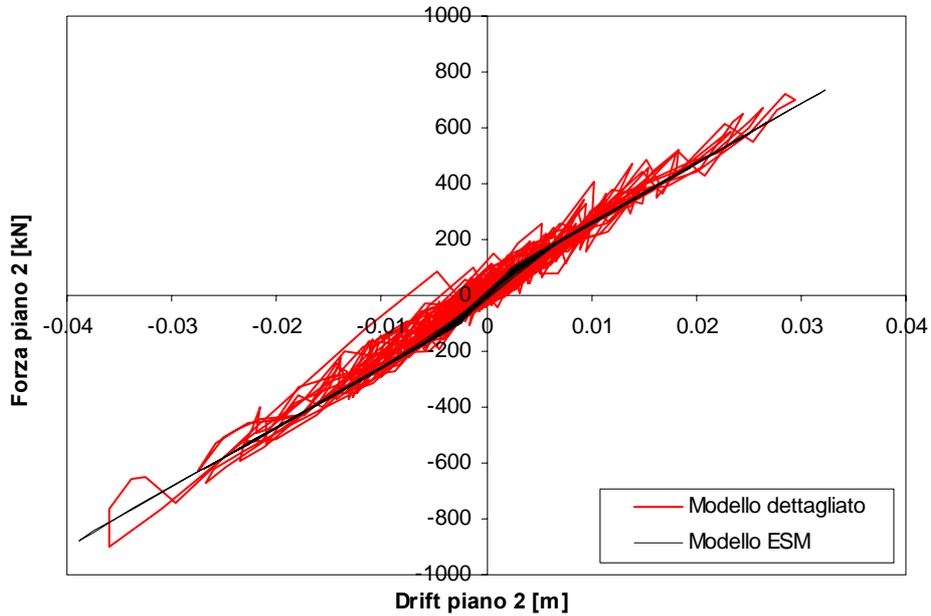
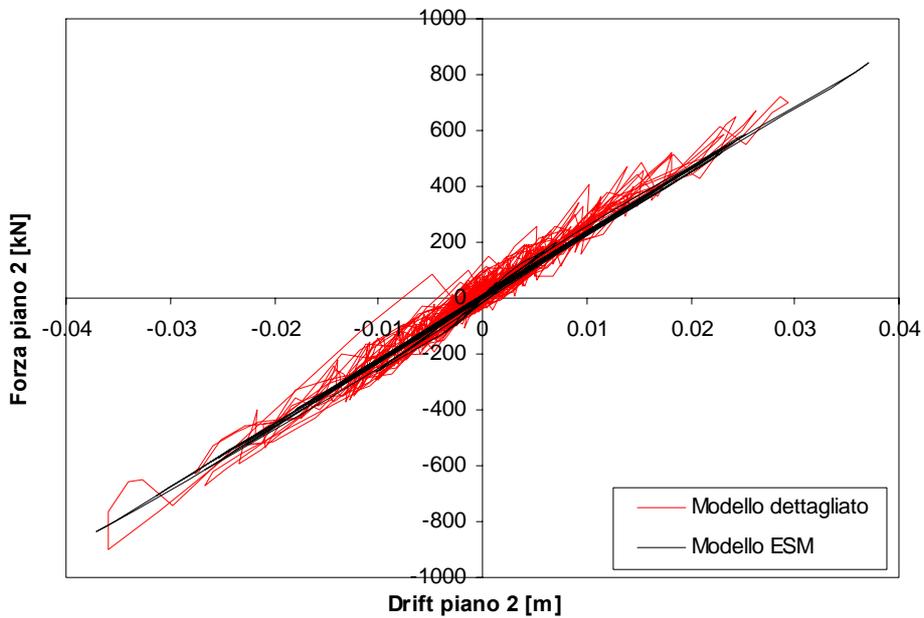


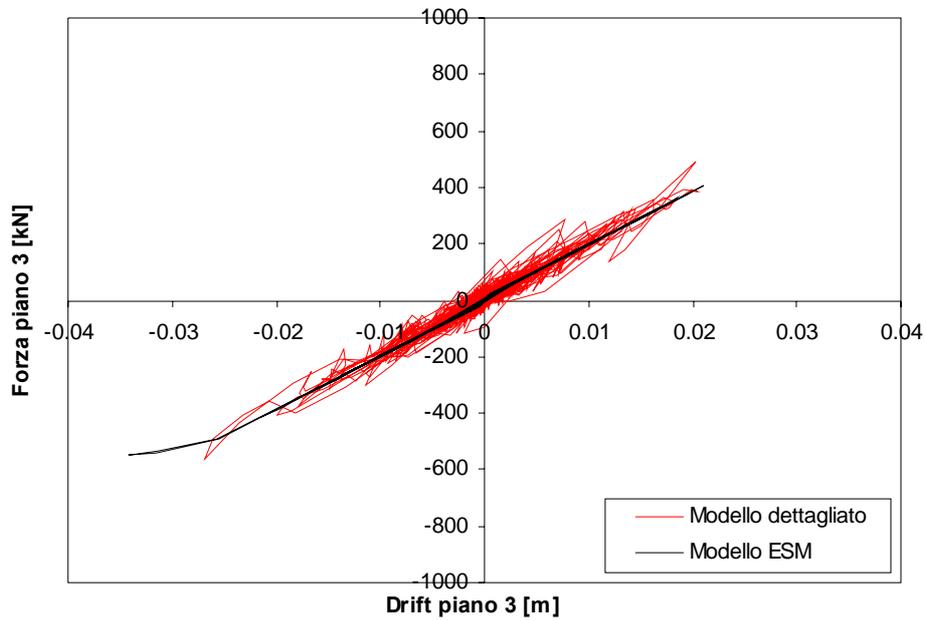
Figura 6.120 - Grafico Forza - Spostamento del piano 1 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



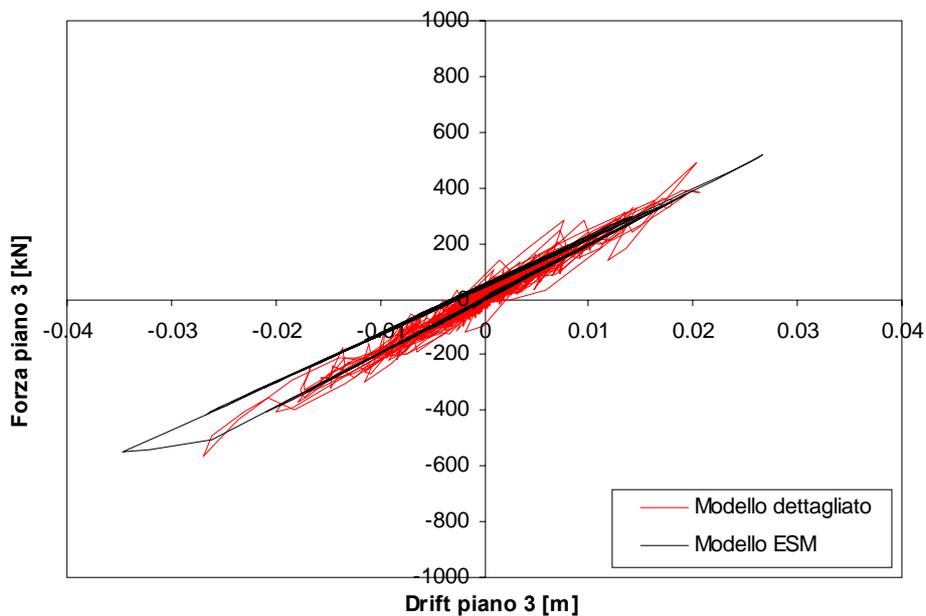
**Figura 6.121** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



**Figura 6.122** - Grafico Forza - Spostamento del piano 2 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



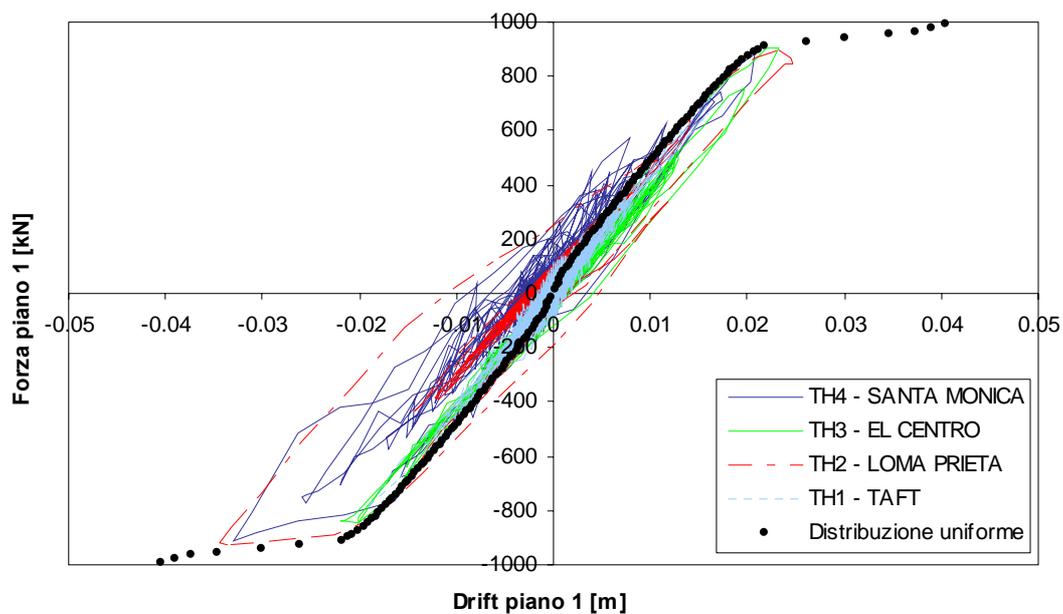
**Figura 6.123** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).



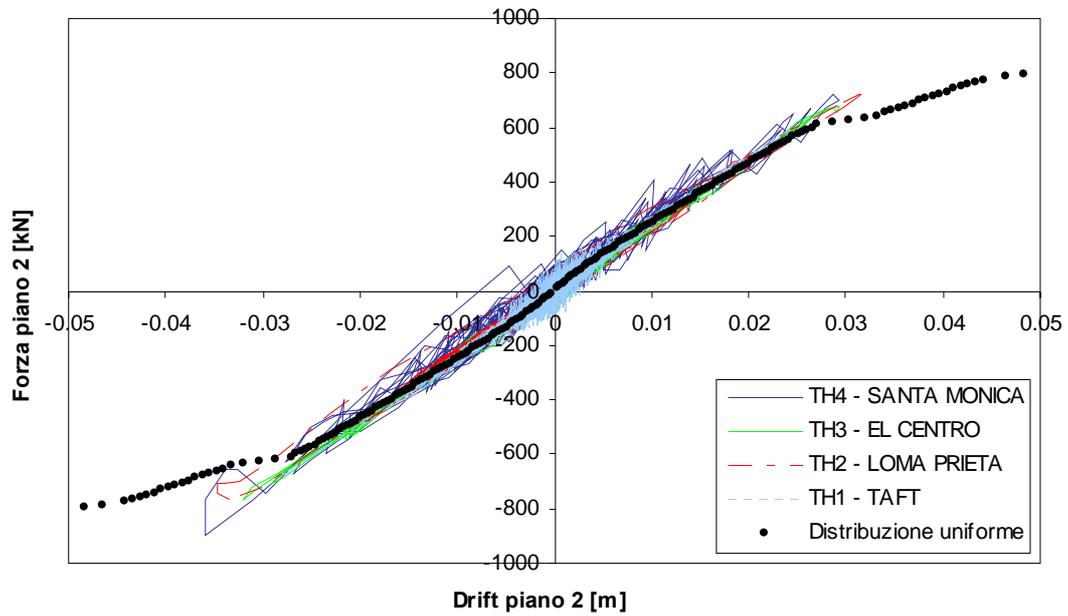
**Figura 6.124** - Grafico Forza - Spostamento del piano 3 per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano (caso studio 2).

Si riporta nel seguito, una considerazione in merito a quale sia la distribuzione di forza che permette la miglior stima, e quindi una minor approssimazione, nello studio della risposta dinamica globale della struttura sia in termini di forze che di spostamenti ai piani.

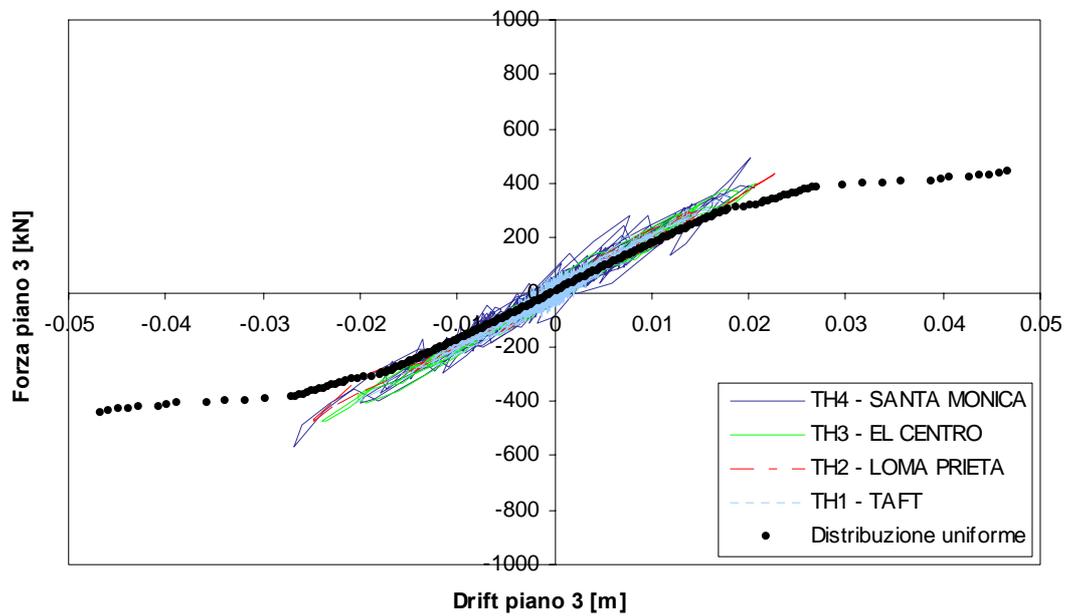
Le immagini che seguono sintetizzano il confronto, sempre in termini di grafici del tipo “Forza di piano vs Spostamento di piano”, ottenuto sovrapponendo le risposte delle analisi dinamiche *time-history* e delle statiche non-lineari di *pushover* (utilizzate per la determinazione delle curve di capacità di piano) condotte sul modello dettagliato. Le Figure 6.125 - 6.126 e 6.127 mostrano i risultati ottenuti per la distribuzione di forze uniforme per ciascuno dei tre piani; le Figure 6.128 - 6.129 e 6.130 delineano il confronto per la distribuzione di tipo pseudo-triangolare e nelle Figure 6.131 - 6.132 e 6.133 si conclude con il confronto relativo alla distribuzione di forze proporzionali ai tagli di piano del primo modo.



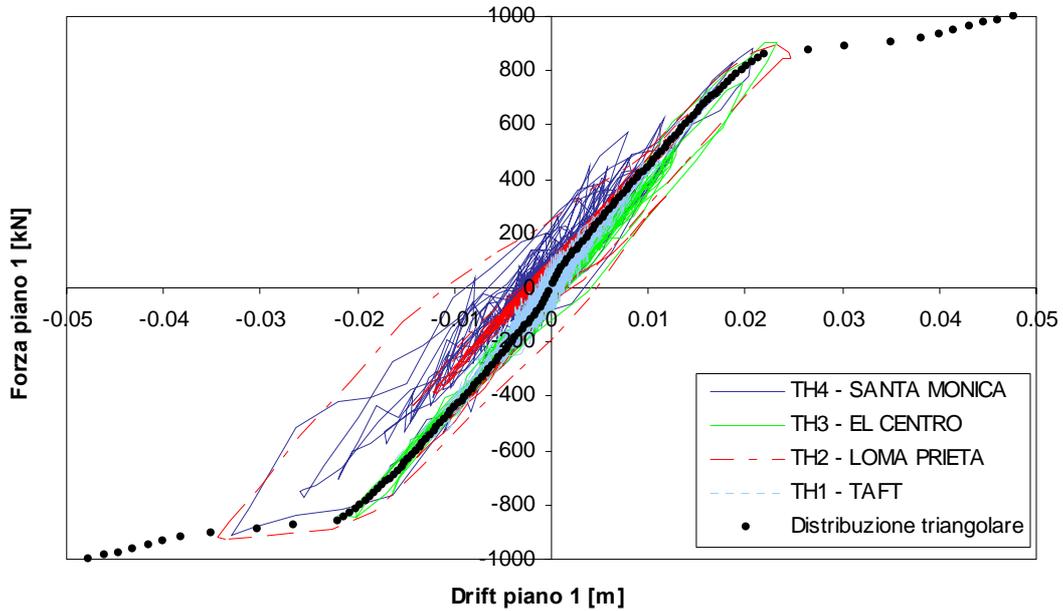
**Figura 6.125** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (*pushover* con distribuzione uniforme di forze) e via dinamica (*time-history*) per il piano 1 (caso studio 2).



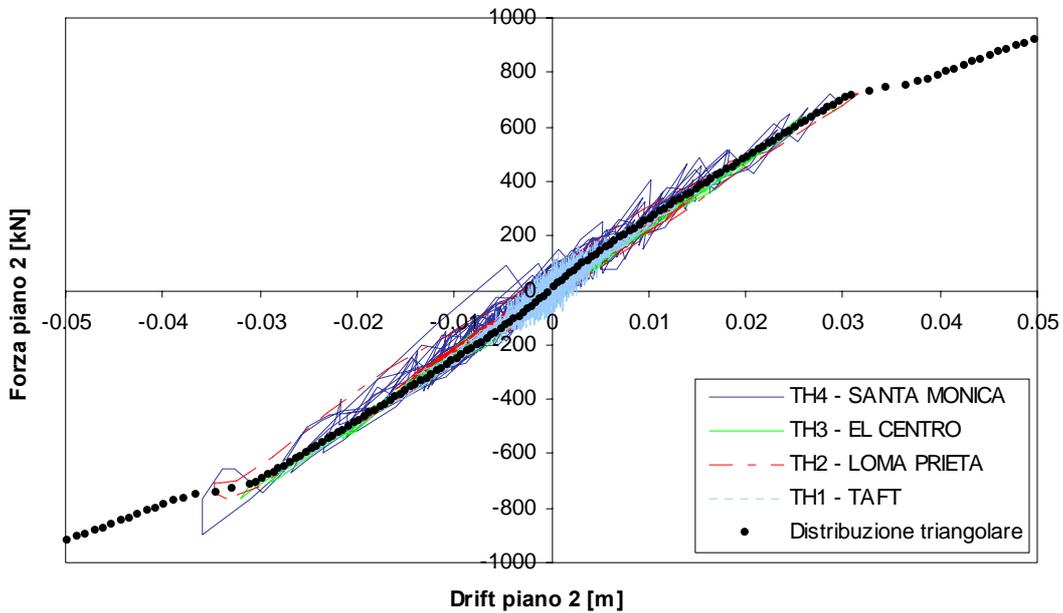
**Figura 6.126** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione uniforme di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 2 (caso studio 2).



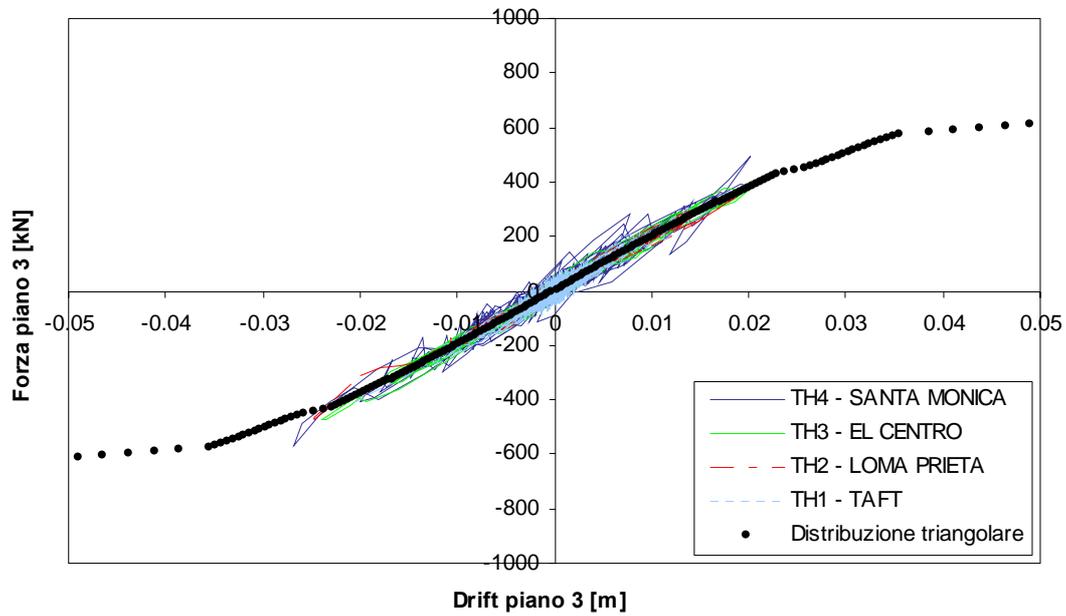
**Figura 6.127** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione uniforme di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 3 (caso studio 2).



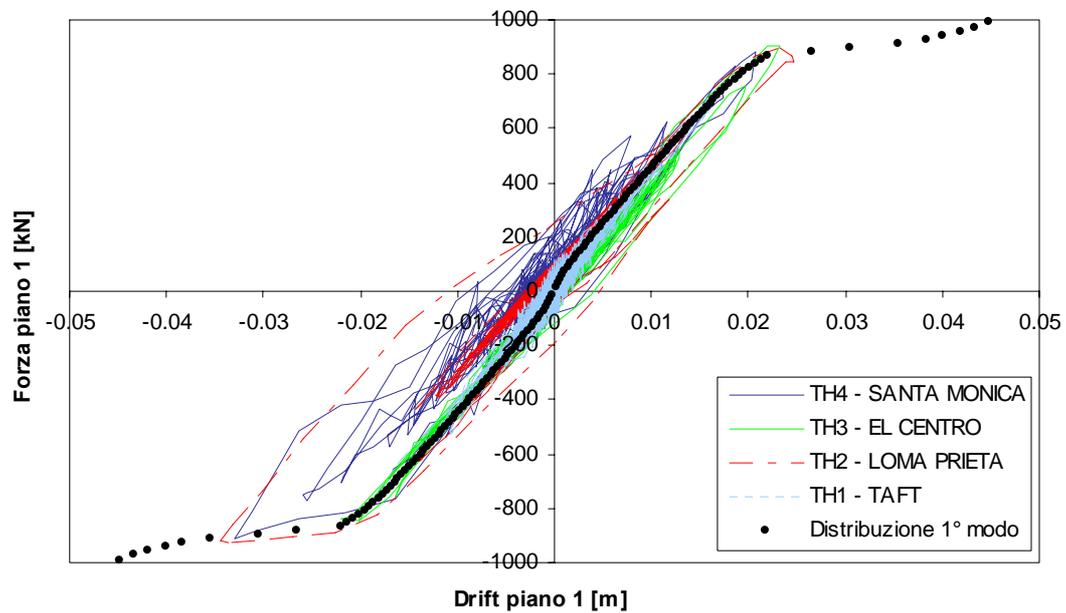
**Figura 6.128** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione pseudo-triangolare di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 1 (caso studio 2).



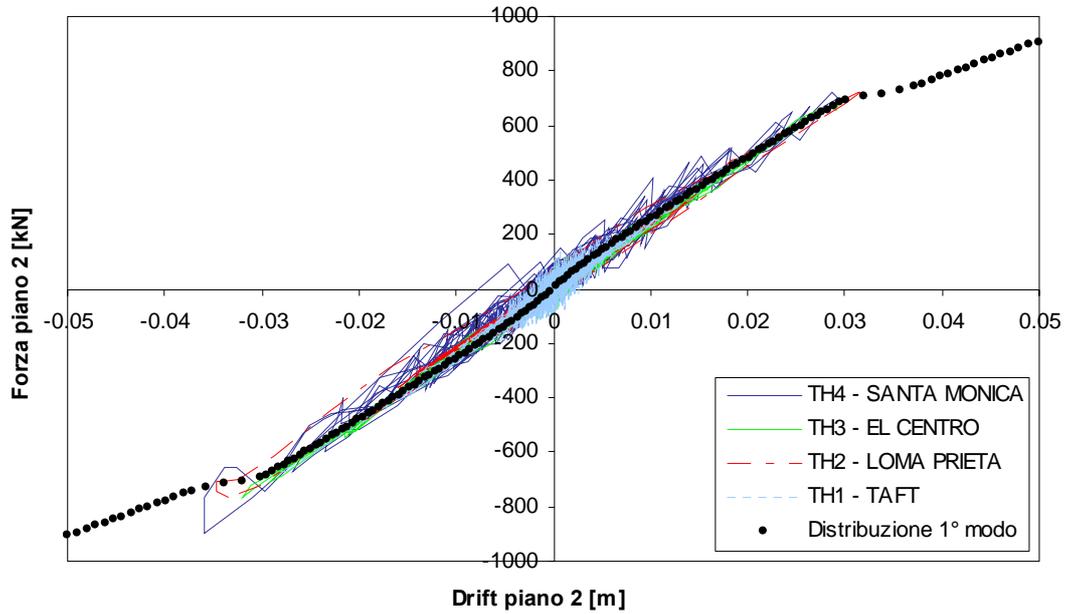
**Figura 6.129** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione pseudo-triangolare di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 2 (caso studio 2).



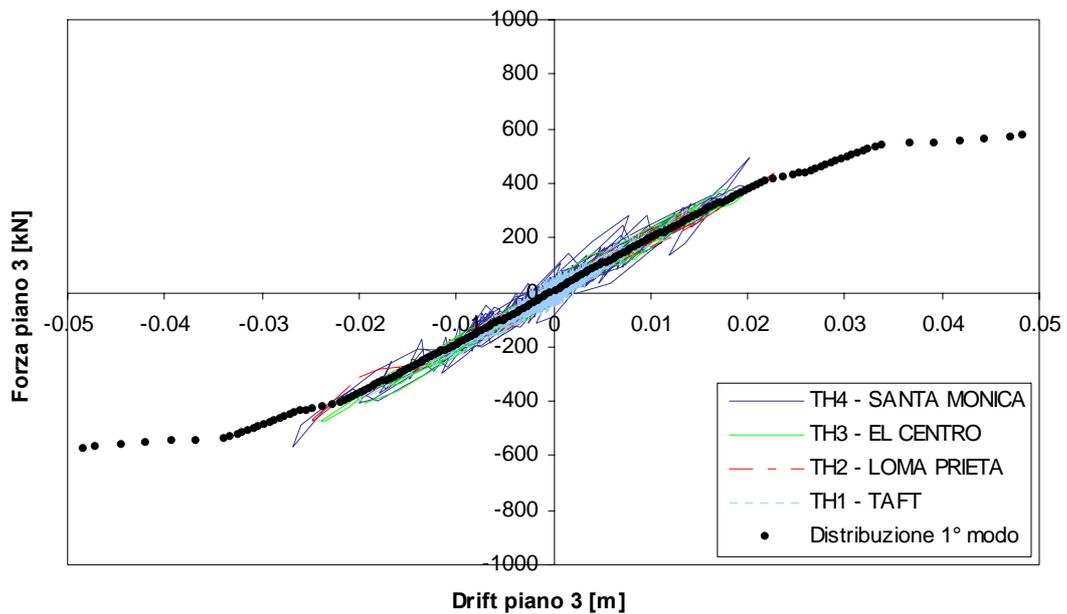
**Figura 6.130** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione pseudo-triangolare di forze) e via dinamica (time-history) per il piano 3 (caso studio 2).



**Figura 6.131** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione di forze proporzionale ai tagli di piano del primo modo) e via dinamica (time-history) per il piano 1 (caso studio 2).

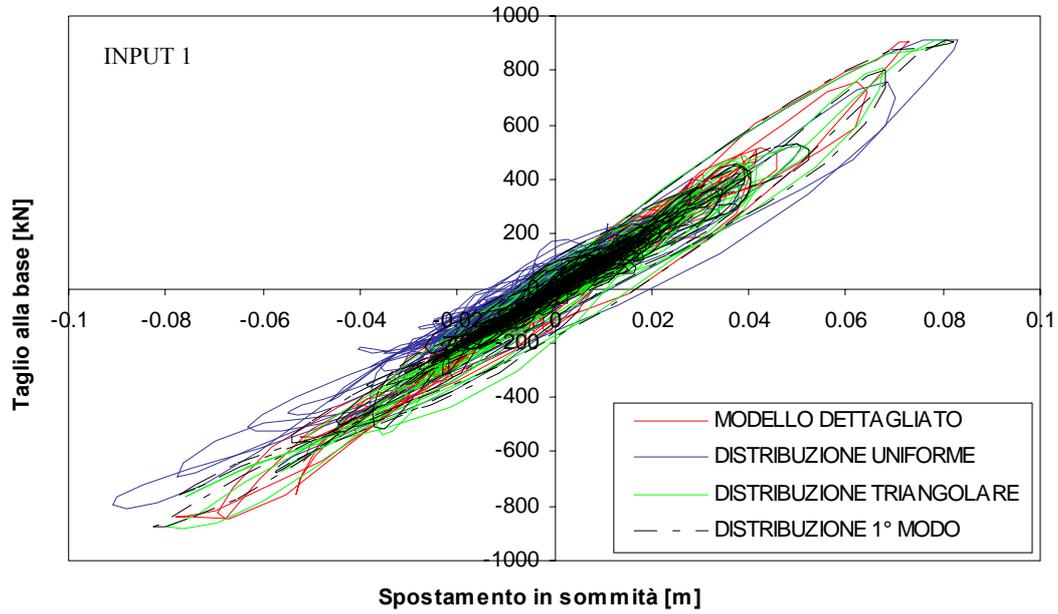


**Figura 6.132** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione di forze proporzionale ai tagli di piano del primo modo) e via dinamica (time-history) per il piano 2 (caso studio 2).

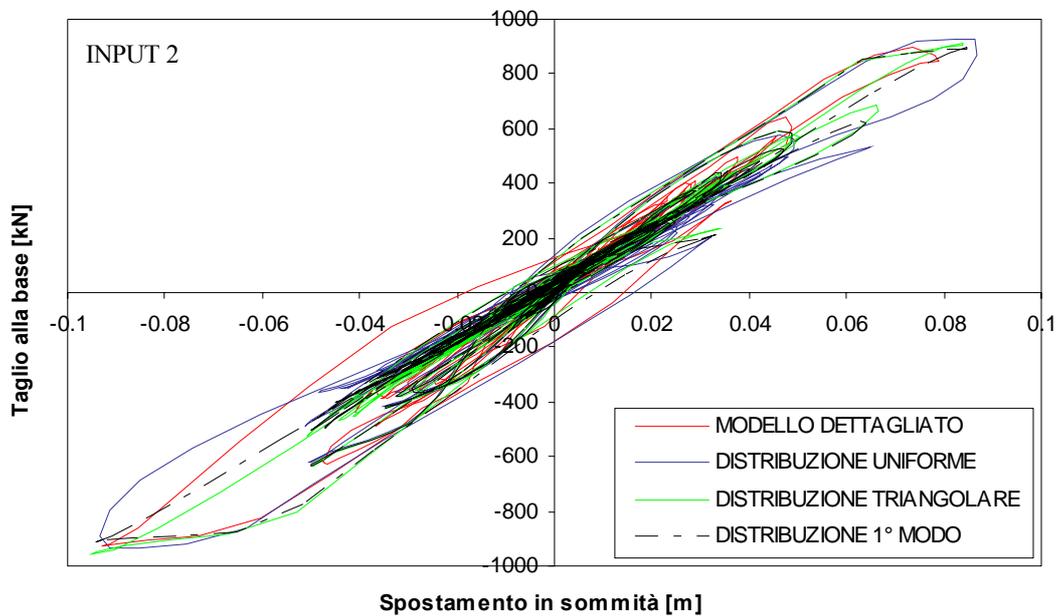


**Figura 6.133** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione di forze proporzionale ai tagli di piano del primo modo) e via dinamica (time-history) per il piano 3 (caso studio 2).

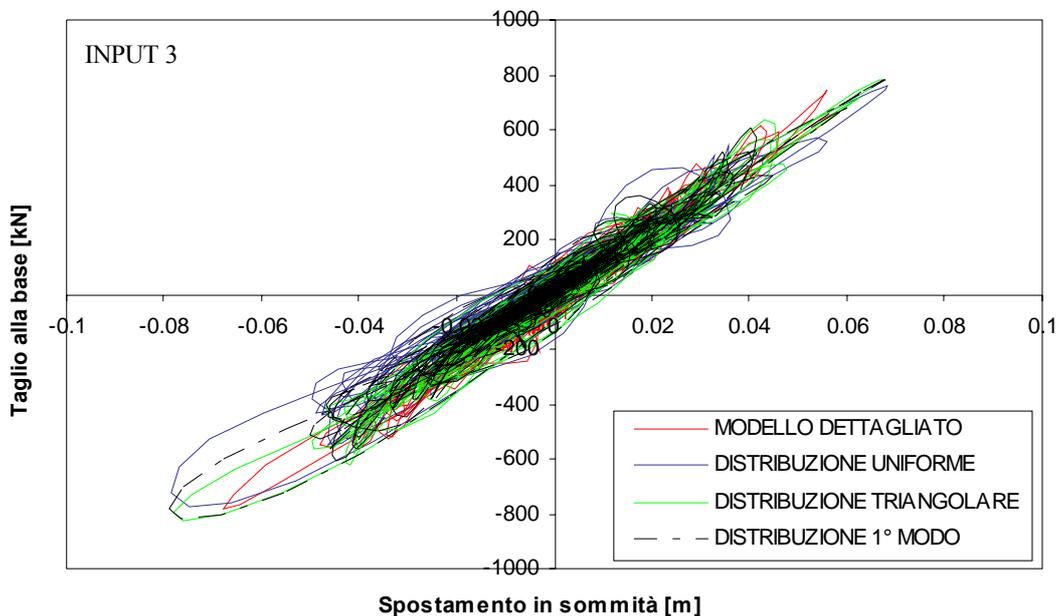
Dall'osservazione degli andamenti riportati, si può notare come le curve di capacità generate adottando la distribuzione di forze "uniforme", siano tendenzialmente "sotto" a quelle di domanda fornite dalle analisi dinamiche non-lineari e risultino quindi essere cautelative rispetto a queste ultime fornendo, a parità di forza orizzontale applicata, generalmente spostamenti stimati maggiori rispetto a quelli determinati via *time-history*. Tale situazione, maggiormente accentuata ai piani superiori e in strutture a più piani, può portare quindi ad una stima troppo grossolana della domanda sismica. I risultati ottenuti invece mediante le altre due distribuzioni (pseudo-triangolare e proporzionale ai tagli di piano derivanti dal primo modo) non sono molto diversi tra di loro visto che le due distribuzioni di forze hanno andamenti confrontabili e con differenze minime (come mostra la Figura 6.42). Se si analizzano però con spirito critico i risultati ottenuti mediante le due diverse distribuzioni e riportati nelle Figure dalla 6.53 alla 6.124, si può notare come la distribuzione proporzionale ai tagli di piano sia capace di fornire una risposta leggermente più precisa ed affidabile di quella pseudo-triangolare, risultando quest'ultima in taluni casi non conservativa nella stima degli spostamenti attesi ai piani. Tale evenienza era da attendersi, e collegandolo a quanto detto sopra per la distribuzione uniforme, si può affermare che tale situazione conferma quelli che sono i risultati numerici reperiti diffusamente in letteratura e già discussi al §4.2 in merito al confronto tra risultati ricavati mediante analisi di *pushover* e analisi *time-history* che la Figura 4.7 efficacemente sintetizza. Inoltre la distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano, proprio per come è ottenuta e generata, meglio si presta a contemplare gli effetti dei modi superiori che possono essere importanti per alcune tipologie di strutture. Così, ad esempio, si può pensare di ricavare una distribuzione di forze proporzionali ai tagli di piano che derivano dal considerare più modi di vibrare naturali e ritenuti importanti per la direzione considerata. Tale possibilità non è invece offerta dalla distribuzione pseudo-triangolare. Nel caso studio che seguirà si darà una applicazione di quanto appena detto. Le considerazioni espresse sono confermate dalle figure riportate nel seguito (da Figura 6.134 a Figura 6.137)), le quali confrontano le curve "Taglio alla base vs Spostamento in sommità" per i vari input considerati e per le varie tipologie di distribuzioni adottate. Come già discusso, si evince anche in questo caso che, la curva di capacità ricavata per via statica rappresenta una buona approssimazione della richiesta dinamica dei singoli *input* alla struttura. Più tale curva risulta precisa e fedele nella rappresentazione della richiesta dinamica, più il modello equivalente *stick* che la utilizza sarà affidabile. In virtù dei risultati ottenuti e delle considerazioni fatte, si ritiene, con valenza del tutto generale, di poter affermare che la distribuzione di forze proporzionali ai tagli di piano, derivanti dal considerare uno o più modi di vibrare, appare la distribuzione capace di fornire i risultati che meglio approssimano quelli ottenuti da analisi condotte sui modelli dettagliati delle strutture.



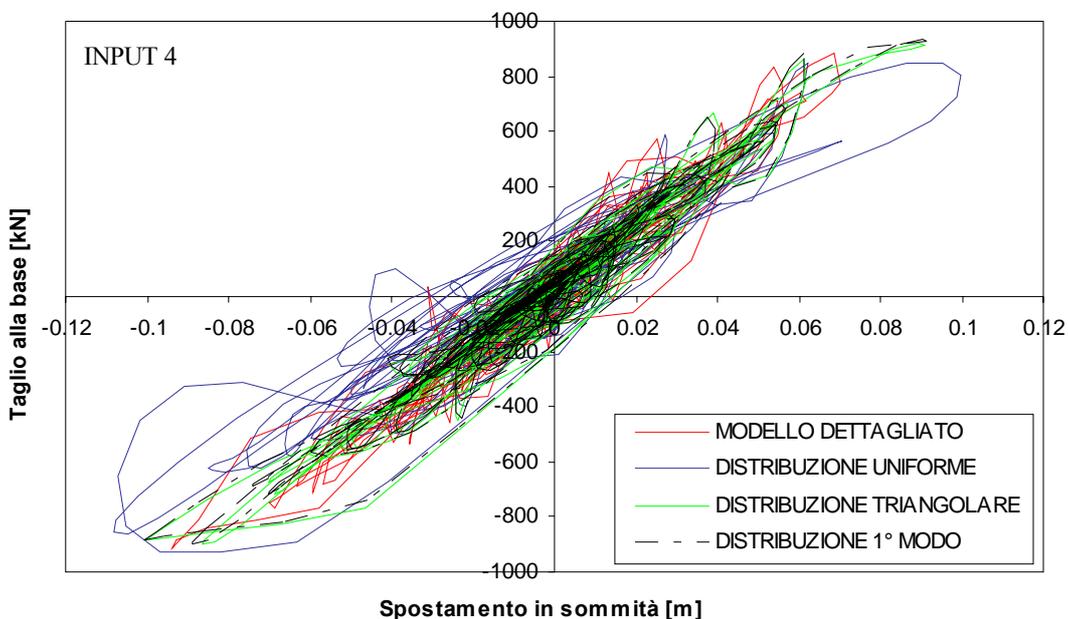
**Figura 6.134** - Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 1, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).



**Figura 6.135** - Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 1, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).



**Figura 6.136** - Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 1, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).



**Figura 6.137** - Grafico Taglio alla base - Spostamento del punto di sommità ottenuto, per l'Input 1, mediante modello dettagliato e modelli ESM, generati da diverse distribuzioni di forza (caso studio 2).

## 6.4) STRUTTURA AD UN PIANO ASIMMETRICA IN UNA DIREZIONE

### 6.4.1) Determinazione delle curve di capacità di piano

La terza struttura oggetto di studio, rappresenta un edificio ad un piano simmetrico lungo una direzione e asimmetrico lungo l'altra. Si ipotizza per semplicità, come per i precedenti casi, che tale edificio sia soggetto ad azione sismica unidirezionale agente lungo la direzione X di Figura 6.134 che descrive il modello dettagliato della struttura. Da tale modello si ricaveranno le curve di capacità di piano da utilizzare per la definizione del modello equivalente *stick*. La struttura adottata, diversamente dal caso studio 1, ha due tipologie di pilastri: i due pilastri posizionati ad una ordinata  $Y=0.0$  hanno sezione trasversale di 60x25 cm mentre i due che si trovano sull'allineamento  $Y=3.0$  m hanno sezioni trasversali pari a 25x25 cm. Le travi di piano hanno sezione di 50x25 cm (base x altezza). Le sezioni sono state suddivise in fibre in entrambi le direzioni e la suddivisione adottata è riportata in Figura 6.139. I valori dei parametri adottati per la definizione dei materiali di travi e pilastri sono quelli riassunti in Tabella 6.2 e Tabella 6.3. I solai sono pensati realizzati con una soletta in c.a. dello spessore di 20 cm. Nelle analisi, oltre al peso degli elementi che compongono i telai in c.a. assunti avere un peso specifico pari a  $25 \text{ kN/m}^3$ , si è considerato un carico verticale permanente uniformemente distribuito sul solaio pari a  $6 \text{ kN/m}^2$  (comprensivo di strutturali e non strutturali) e un carico accidentale pari a  $2 \text{ kN/m}^2$ . Nelle analisi il valore del carico accidentale è stato computato al 30%.

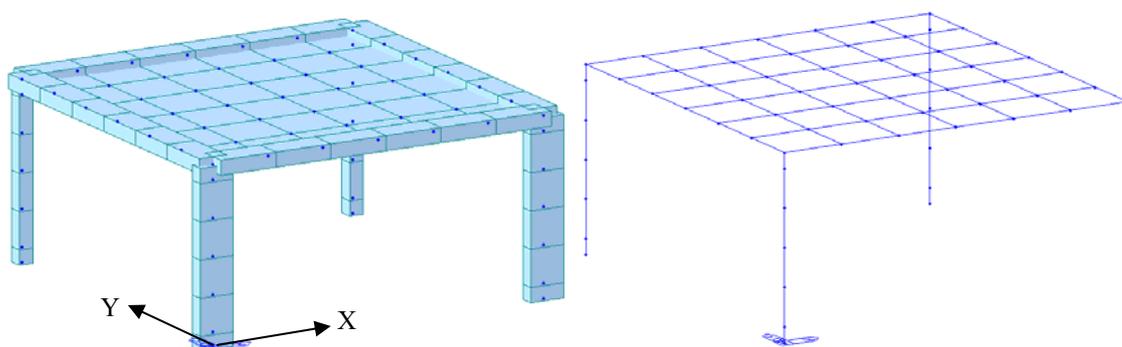
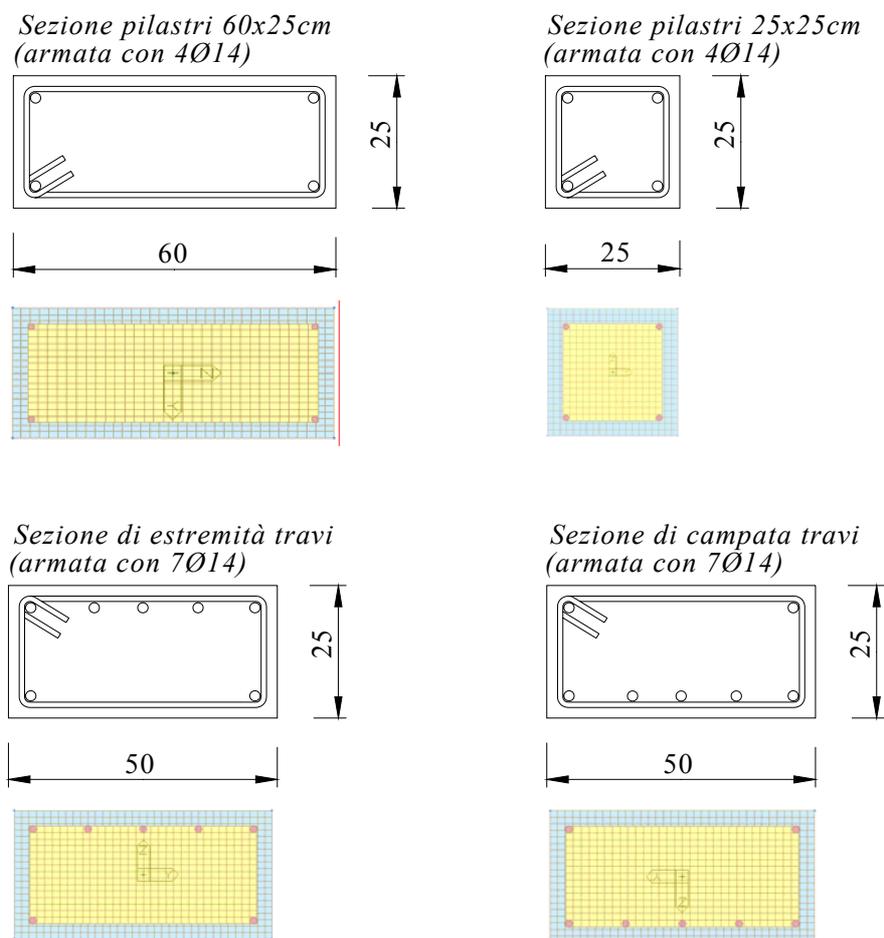


Figura 6.138 - Vista tridimensionale del modello dettagliato relativo al caso studio 3.



**Figura 6.139** - Sezione trasversale di pilastri e travi adottate nel caso studio 3: dimensioni geometriche e suddivisione a fibre adottata nel modello dettagliato.

Essendo la struttura ad un solo livello, le curve di capacità da determinare sono, in linea generale tre (una per ciascuno dei gradi di libertà dell'unico piano). Con l'ipotesi semplificativa di considerare il sisma come unidirezionale e agente lungo la direzione X, seguendo quanto riportato in Tabella 5.1, si ha che gli unici due parametri di movimento che sono da definire mediante una curva di capacità di piano sono lo spostamento  $\Delta_x$  in direzione X e la rotazione di piano  $\theta_z$ . In questo tipo di struttura, in seguito ad un evento sismico, saranno quindi da attendersi in generale per ogni punto del piano, spostamenti lungo l'asse X, rotazioni di piano e conseguentemente spostamenti anche lungo l'asse Y per effetto della rotazione stessa.

La determinazione delle due curve di capacità, preposte a descrivere il comportamento anelastico di piano, viene ottenuta mediante l'applicazione di un sistema di forze orizzontali applicate al solaio stesso. In virtù delle considerazioni fatte e delle conclusioni ottenute al §6.3.3

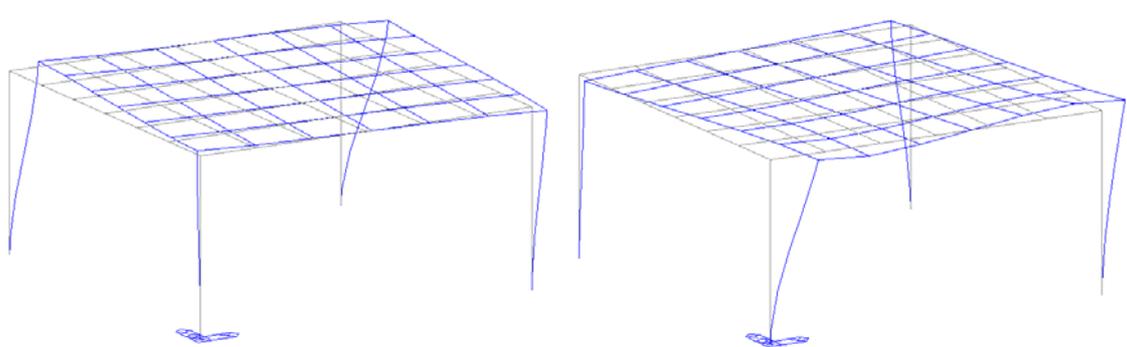
in merito alla distribuzione più opportuna per l'ottenimento delle curve di piano, si è deciso di adottare, nel presente caso studio, due diverse distribuzioni di forze orizzontali:

- la prima proporzionale ai tagli di piano, che nascono dall'analisi dinamica modale con spettro di risposta, relativi al primo modo di vibrare "importante" nella direzione di interesse.
- la seconda proporzionale ai tagli di piano, che nascono dall'analisi dinamica modale con spettro di risposta, relativi ai primi due modi di vibrare "importanti" nella direzione di interesse.

I modi che sono ritenuti "importanti" sono quelli che possiedono le più elevate percentuali di massa partecipante. I risultati dell'analisi di decomposizione modale sono riassunti in Tabella 6.8 mentre le deformate modali dei primi due modi di vibrare fondamentali in direzione X sono rappresentati in Figura 6.140. Entrambi i modi considerati (modo 2 e modo 3 di Tabella 6.8) sono di tipo roto-traslazionale ed inducono componenti di moto traslazionale e torcente.

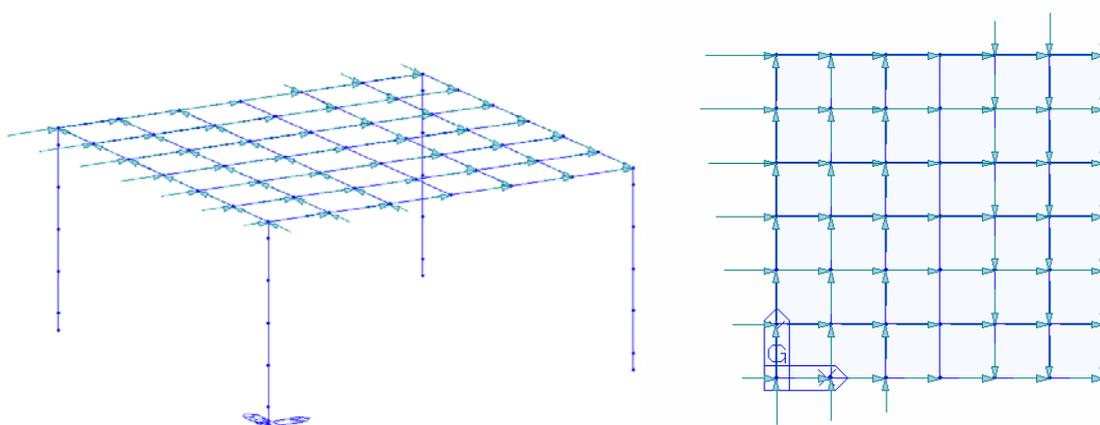
Modo n°	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	% Massa Trasl. X	% Massa Trasl. Y	% Massa Trasl. Z	% Massa Rot. X	% Massa Rot. Y	% Massa Rot. Z
1	4.1772	0.2394	0.0	96.2285	0.2568	0.1378	0.0	0.0
2	4.5876	0.2180	63.9928	0.0	0.0	0.0	0.0423	32.6288
3	9.6962	0.1031	32.1601	0.0	0.0	0.0	0.0646	59.9629
4	9.9667	0.1003	0.0	0.3259	75.4926	1.7604	0.0	0.0
5	18.4737	0.0541	0.0019	0.0	0.0	0.0	56.3412	0.0759
6	18.6777	0.0535	0.0	0.0378	0.2134	34.7155	0.0	0.0
7	22.1126	0.0452	0.0	0.0049	0.6079	20.4833	0.0	0.0
8	41.3316	0.0242	0.0	0.0022	6.6165	0.0005	0.0	0.0
9	44.2074	0.0226	0.0006	0.0	0.0	0.0	0.2952	0.0008
10	48.8649	0.0205	0.0	0.1832	0.0	2.7776	0.0	0.0

**Tabella 6.8** - Risultati dell'analisi di decomposizione modale della struttura (caso studio 3).

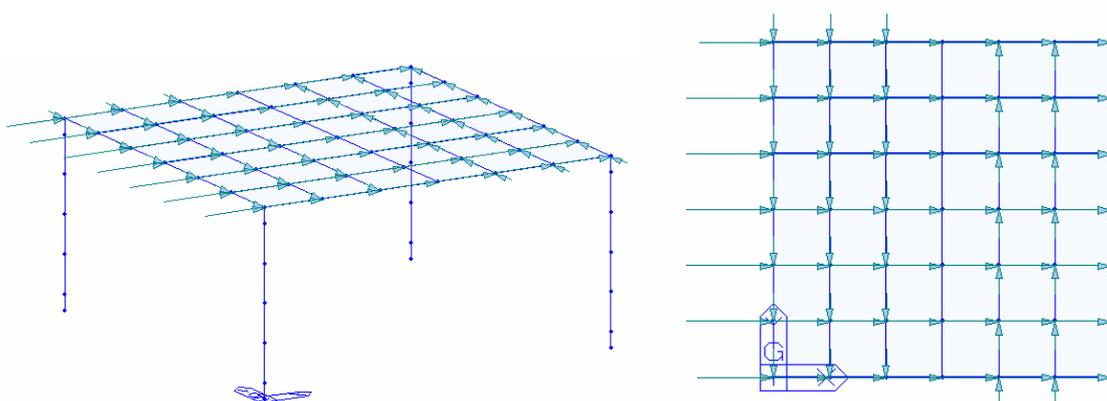


**Figura 6.140** - Deformate dei modi naturali secondo (sinistra) e terzo (destra) della struttura (caso studio 3).

Lo spettro di risposta in termini di pseudo-accelerazione assunto per la determinazione delle distribuzioni di forza è rappresentato in Figura 5.6 ed è caratterizzato dall'aver ordinate costanti e pari al valore unitario per tutti i periodi come già descritto al § 5.2.2. Le distribuzioni di forze applicate hanno l'andamento rappresentato qualitativamente in Figura 6.141 e Figura 6.142 e hanno componenti sia in direzione X che Y. La distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano derivanti dai modi 2 e 3 viene ricavata come somma algebrica delle forze in direzione X ed Y che gravano sul singolo nodo del piano.



**Figura 6.141** - Distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano derivanti dal modo 2 (caso studio 3).



**Figura 6.142** - Distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano derivanti dai modi 2 e 3 (caso studio 3).

E' da evidenziare che per la distribuzione proporzionale al solo modo di vibrare 2, il momento torcente applicato induce una rotazione di piano che è in accordo con quella imposta dalla risultante delle forze applicate in direzione X. Nel caso della distribuzione, che considera i modi di vibrare 2 e 3 invece, il momento torcente applicato induce una rotazione opposta a

---

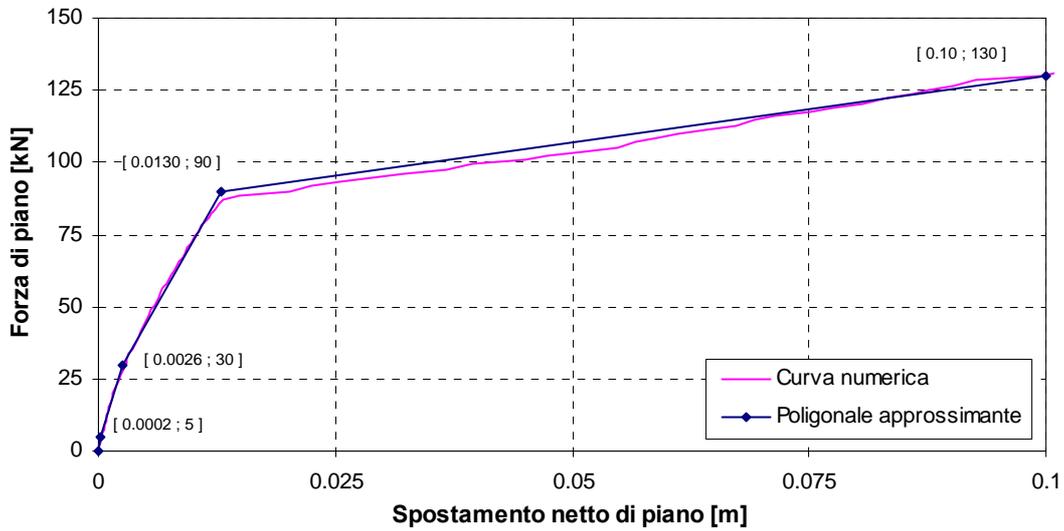
quella che la risultante delle forze applicate in direzione X impone. Questa considerazione è di importanza fondamentale perché cambia in maniera decisiva quello che è l'andamento delle curve di piano ottenute.

La curva di capacità  $F_X - \Delta_X^{CM}$ , ricavata mediante analisi statica incrementale delle forze orizzontali accresciute monotonamente dopo l'applicazione dei carichi verticali, è riportata in Figura 6.143 e Figura 6.144 per le due distinte distribuzioni (solo modo 2 e modi 2+3 rispettivamente). Tale curva ha sull'asse delle ascisse lo spostamento in direzione X del baricentro CG geometrico del piano che coincide con il baricentro CM delle masse, mentre sulle ordinate si riporta il valore della risultante, in direzione X, della distribuzione di forza applicata al piano stesso. In Figura 6.143 e 6.144 è inoltre rappresentata, per ciascuna distribuzione, la curva che approssima il grafico ottenuto via analisi statica non-lineare. Tale curva sarà utilizzata per ricavare le leggi da assegnare alle cerniere anelastiche che definiscono il comportamento del modello *stick* in direzione X. Le due curve ottenute sono profondamente diverse fin dall'inizio percorrendo anche per bassi livelli di carico storie deformative ben distinte.

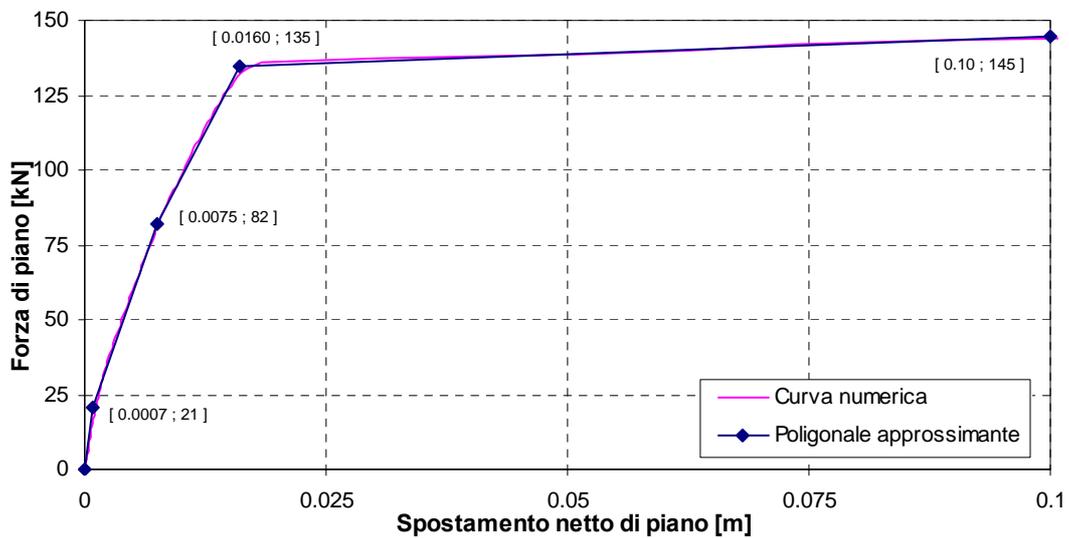
L'importanza di studiare strutture non simmetriche con analisi non-lineari, diviene evidente guardando le curve di Figura 6.145 e 6.146 le quali mostrano come l'ordinata Y del baricentro delle resistenze CV (nel sistema di riferimento locale di piano), varia al crescere delle distribuzioni di carico sopra citate e descritte. In Figura 6.145 è riportato l'andamento ottenuto per la distribuzione di forze proporzionale al modo 2 mentre in Figura 6.146 si riportano i risultati ottenuti adottando la distribuzione proporzionale ai tagli dei modi 2 e 3. Si può vedere per i due casi, come la distribuzione di forze incida sia sulla posizione iniziale del baricentro delle resistenze, che sulla sua localizzazione in ambito fortemente anelastico. Il fatto che per livelli di carico statico crescente il baricentro delle resistenze modifichi la sua posizione, porta ad una complicazione nello studio della struttura legata alla determinazione del punto di rotazione di piano per lo *step* di carico considerato. Questa problematica non sarebbe emersa se si fosse approcciato allo studio di una struttura non-simmetrica mediante analisi lineari; da qui l'importanza e la necessità di introdurre per questo tipo di strutture analisi più complesse ma allo stesso tempo più affidabili e realistiche.

Come detto, il punto CV in linea generale, non rimarrà fisso sul piano durante l'analisi, ma potrà occupare posizioni diverse anche distanti tra loro. Come è noto, e ampiamente discusso in Hejal e Chopra (1987), Hejal e Chopra (1989a), Hejal e Chopra (1989b), Paulay (2000), Marušić e Fajfar (2005), Kosmopoulos e Fardis (2007), Lucchini et al. (2009), tale punto in ambito anelastico gioca un ruolo di primaria importanza divenendo il polo attorno a cui la struttura ruota. Quanto detto è simile a ciò che avviene in ambito lineare per il baricentro CR delle rigidità di piano. Tale baricentro CR, nel momento in cui la struttura entra in campo

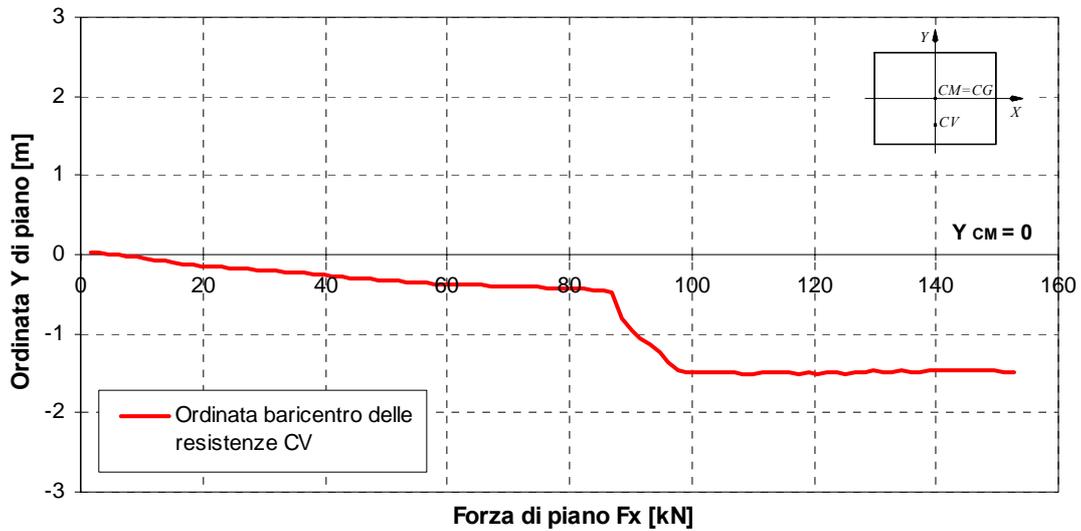
anelastico perde di importanza rispetto al baricentro CV delle resistenze che diviene il nuovo polo attorno a cui ruota la struttura.



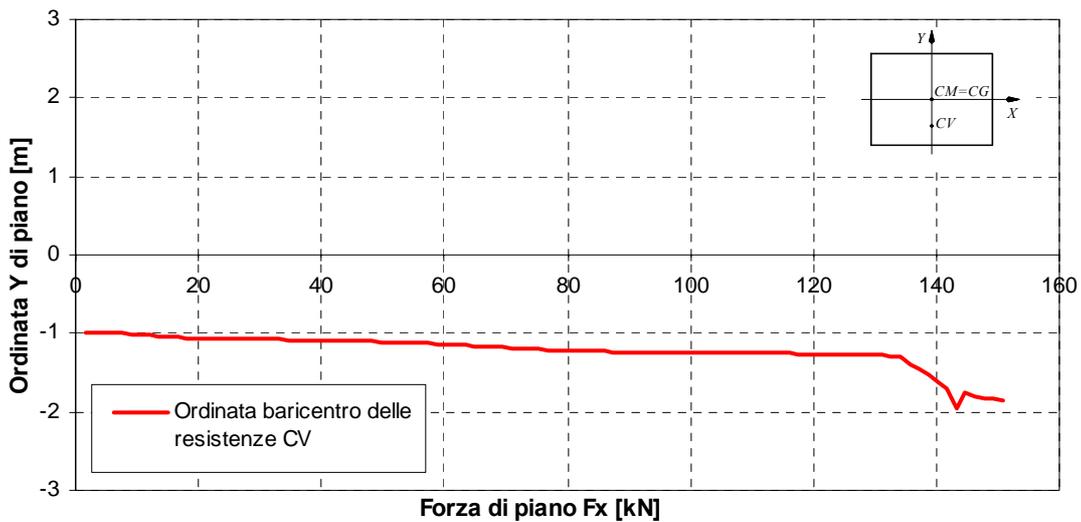
**Figura 6.143** - Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dal modo 2 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).



**Figura 6.144** - Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).



**Figura 6.145** - Posizione dell' ordinata del baricentro delle resistenze CV al crescere della forza di piano  $F_X$  applicata per la distribuzione di tagli proporzionali al modo 2 (caso studio 3).



**Figura 6.146** - Posizione dell' ordinata del baricentro delle resistenze CV al crescere della forza di piano  $F_X$  applicata per la distribuzione di tagli proporzionali ai modi 2 e 3 (caso studio 3).

Dalle analisi statico-incrementali realizzate si ricava, oltre alla curva di capacità di piano in termini di spostamento, quella che è la curva di capacità in termini di rotazione del piano. Tale curva del tipo  $M_Z - \theta_Z^{CM}$  è rappresentata, per le medesime distribuzioni già descritte precedentemente, nelle Figure 6.147 e 6.148. Esse riportano sull'asse delle ascisse la rotazione del piano attorno all'asse Z (asse di torsione del piano), mentre sulle ordinate si ha il valore del momento torcente risultante calcolato secondo quanto descritto dall'espressione (5.1).

Si evidenzia che, con il sistema di riferimento adottato e rappresentato in Figura 5.3, a forze  $F_X$  positive conseguono momenti e rotazioni di piano negative.

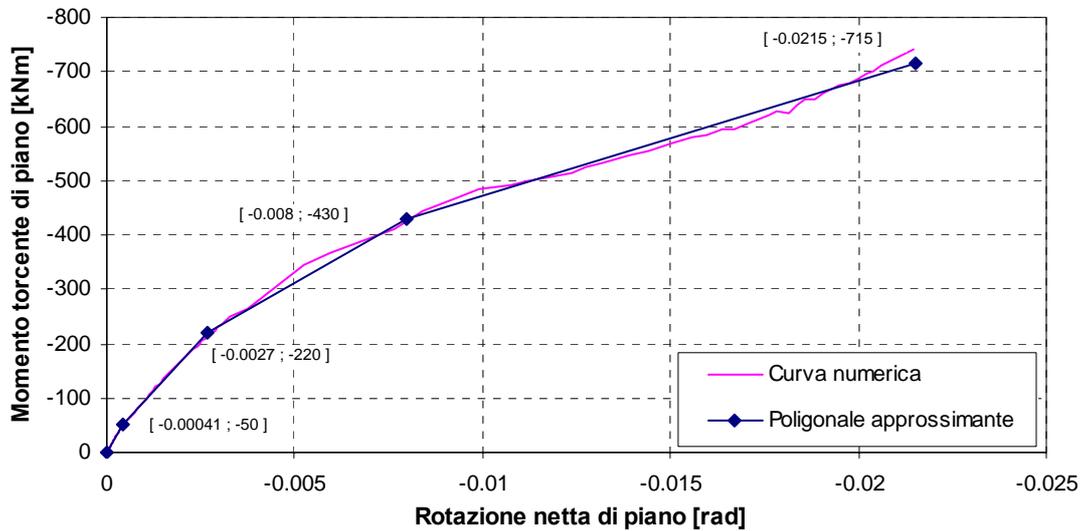


Figura 6.147 - Curva di capacità di piano  $M_Z - \theta_Z^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dal modo 2 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).

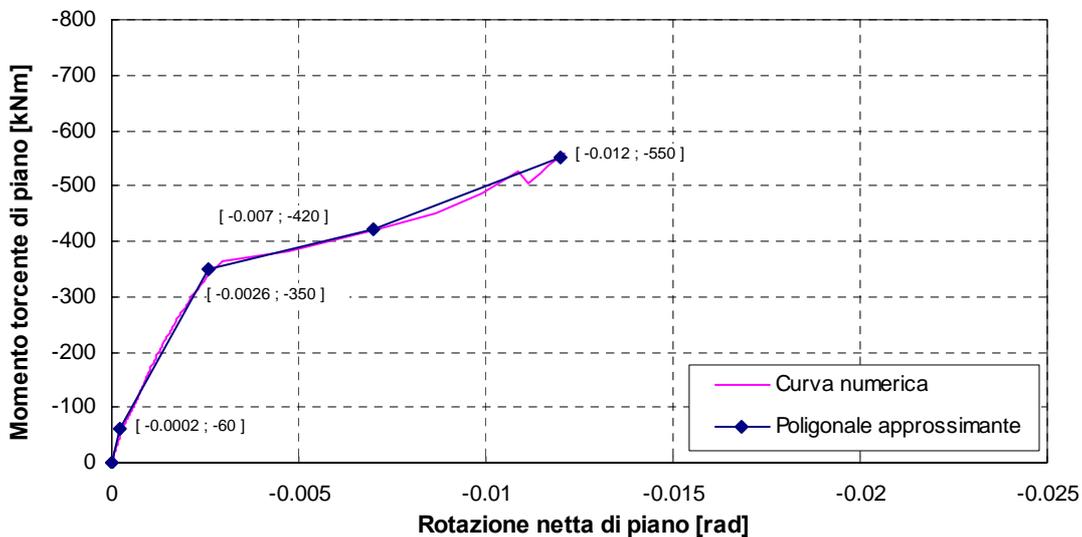


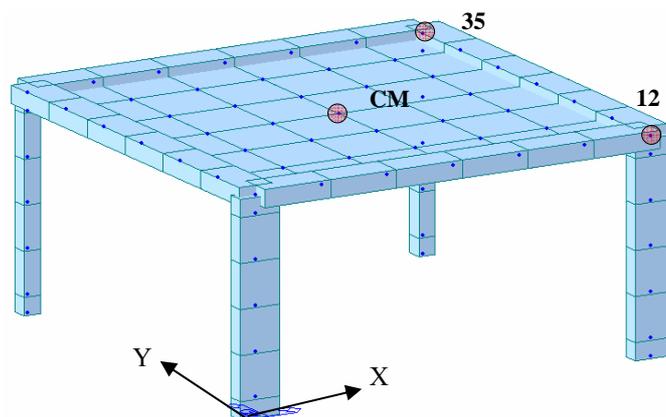
Figura 6.148 - Curva di capacità di piano  $M_Z - \theta_Z^{CM}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).

Anche in questo caso le due curve rappresentate in Figure 6.147 e Figura 6.144 hanno andamenti molto diversi ed esibiscono percorsi deformativi differenti. Lo stesso avviene di conseguenza per le tetralineari che le approssimano.

In strutture asimmetriche, come è quella qui adottata, per definire in maniera esaustiva la risposta dinamica conseguente ad un evento sismico, occorre stimare la storia degli spostamenti di tutti i punti del piano in quanto, essendo importanti gli effetti torsionali, conoscere la storia di spostamento di un punto non è sufficiente a definire in maniera adeguata la storia deformativa di tutto il piano. Con il fine ultimo di realizzare delle verifiche, di tipo globale o di tipo locale, è necessario pertanto, stimare la storia di spostamento (in linea rigorosa sia lungo X che lungo Y) in più punti ritenuti significativi e rappresentativi (quali ad esempio quelli corrispondenti ai nodi in cui convergono i pilastri se si vogliono conoscere quelli che sono i movimenti imposti agli elementi resistenti verticali).

Nel presente lavoro, si sono individuati e monitorati tre punti ritenuti caratteristici poiché rappresentativi di particolari condizioni o porzioni strutturali: si sono monitorati il centro delle masse CM (coincidente con il centro geometrico CG del solaio), perché ritenuto capace di fornire uno spostamento medio atteso al piano, e due punti aggiuntivi di cui il primo situato su uno degli spigoli rigidi dell'edificio (nodo 12 - sopra ad uno dei pilastri più rigidi), e il secondo localizzato nella porzione più deformabile dell'edificio (nodo 35 - sopra ad uno dei pilastri meno rigidi e meno resistenti).

Tali punti sono localizzati per completezza dalla Figura 6.149 e sono i punti che verranno monitorati durante le analisi *time-history* sul modello dettagliato, e i cui risultati saranno utilizzati per la validazione del modello *stick* equivalente.



**Figura 6.149** - Localizzazione dei punti monitorati nella definizione della risposta sismica del caso studio 3.

### 6.4.2) Assemblaggio del modello stick globale

Per la definizione del modello *stick*, rimane da determinare la massa della struttura afferente ai due gradi di libertà che si considera. Tali masse, stimate con i criteri descritti al §5.2.4, sono rispettivamente di tipo traslazionale pari a  $mX_I = 34.5291$  T e di tipo rotazionale pari a  $mZ_I = 299.2090$  Tm<sup>2</sup>. L'assemblaggio del modello equivalente, avviene mediante la definizione delle proprietà dell'elemento finito che simula il comportamento dell'intero piano, mediante la definizione dei vincoli esterni e l'inserimento nel modello delle leggi anelastiche prima ricavate. Le proprietà dell'elemento finito sono fissate in modo che il modello *stick* possieda la medesima rigidezza traslazionale elastica, e modi di vibrare aventi medesime frequenze, del modello dettagliato. In Figura 6.150 sono riassunte le caratteristiche fondamentali del modello equivalente predisposto mentre in Tabella 6.9 si riportano i risultati dell'analisi di decomposizione modale condotta sul modello *stick* predisposto. Si può notare il buon accordo tra le frequenze dei modi fondamentali confrontando i modi 2 e 3 di Tabella 6.8 con i modi 1 e 2 di Tabella 6.9. Si ricorda che le cerniere plastiche, inserite nei modelli *stick*, sono indipendenti l'una dalle altre e quindi tale modello non considera nelle analisi le possibili interazioni tra i due contributi deformativi. Durante una stessa analisi, si è applicata per semplicità, la medesima tipologia di legge isteretica ad ambedue le cerniere (rotazionale e traslazionale). Vista la loro indipendenza, si potevano teoricamente condurre analisi, anche con cerniere a legge isteretica diversa.

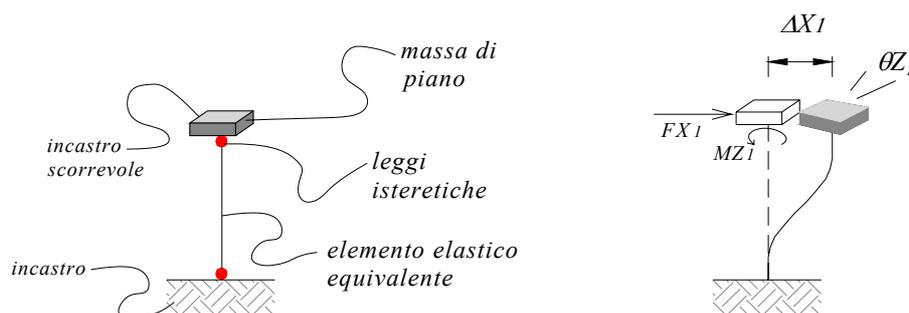


Figura 6.150 – Definizione del modello equivalente (caso studio 3).

Modo n°	Frequenza [Hz]	Periodo [s]	% Massa Trasl. X	% Massa Trasl. Y	% Massa Trasl. Z	% Massa Rot. X	% Massa Rot. Y	% Massa Rot. Z
1	8.8141	0.1135	100.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	9.7324	0.1027	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	100.0

Tabella 6.9- Risultati dell'analisi di decomposizione modale del modello equivalente (caso studio 3).

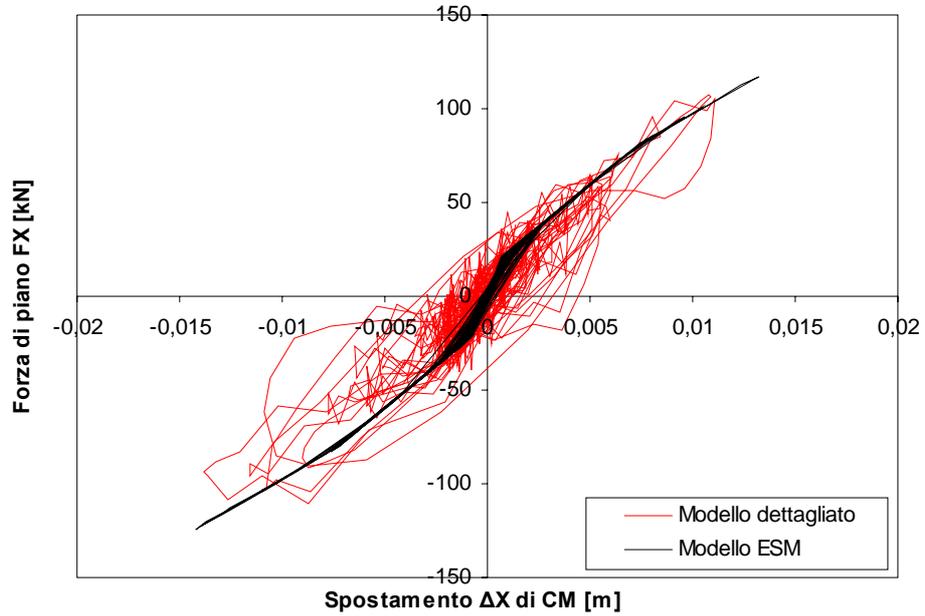
### 6.4.3) Valutazione dei risultati di analisi time-history sul modello stick

Il modello così predisposto viene utilizzato per la realizzazione delle analisi *time-history* che permettono la stima della domanda sismica globale (determinazione di spostamenti e rotazioni oltre che forze e momenti torcenti al piano) per ciascuno degli *input* applicati. Come negli esempi visti in precedenza, il vantaggio dell'utilizzo di un modello equivalente a pochi gradi di libertà, permette di realizzare analisi dinamiche non-lineari con una consistente riduzione dell'onere computazionale. Per la validazione del modello *stick* proposto si realizzano le analisi dinamiche sia sul modello dettagliato che sul modello equivalente. Nel seguito si riportano i risultati delle analisi condotte adottando i medesimi *input* sismici già introdotti, e le due tipologie di leggi isteretiche descritte al §5.2.3. I parametri di interesse del modello dettagliato, utilizzati per il confronto della risposta sismica globale valutata mediante i due diversi modelli, sono in questo caso l'andamento dello spostamento del punto di baricentro delle masse CM (coincidente nell'esempio con il baricentro geometrico CG), l'andamento dello spostamento del nodo 12 e del nodo 35 rispettivamente sull'allineamento più rigido e più flessibile della struttura, la rotazione di piano, che nell'ipotesi di orizzontamento sufficientemente rigido (come è il caso in esame), è unica e valida per tutto il piano. Gli spostamenti appena citati sono ovviamente spostamenti paralleli all'asse X del piano, essendo gli spostamenti ortogonali lungo l'asse Y di minore entità e dipendenti esclusivamente dalla rotazione del piano e quindi determinabili a posteriori dalla conoscenza della rotazione di piano stessa. Tramite il modello *stick* predisposto e a due gradi di libertà (traslazione in X e rotazione attorno a Z), è però possibile determinare solamente due delle quattro grandezze sopramenzionate; nello specifico lo spostamento di CM e la rotazione di piano. Le altre due grandezze cinematiche quali lo spostamento lungo X dei nodi 12 e 35 saranno determinate a posteriori mediante le formule introdotte al § 5.4.1, valide per la determinazione degli spostamenti di un qualsiasi punto del piano mediante le regole di roto-traslazione di un corpo rigido. Oltre a questa procedura, che apparentemente sembra la più semplice e razionale, se ne darà una alternativa che, anche se leggermene più laboriosa, sembra fornire risultati leggermente più precisi. Come per i precedenti esempi, si riportano qui i soli grafici utili a sintetizzare quelli che sono i risultati salienti ottenuti. Tali grafici sono del tipo "Forza di piano vs Spostamento di piano" registrati per il nodo di interesse, in ciascun istante dell'evento sismico dai due modelli. Si riportano inoltre gli andamenti delle rotazioni nel tempo, ottenute dal modello dettagliato e dal modello *stick*, utili a giudicare la capacità di quest'ultimo nel prevedere il parametro torsionale.

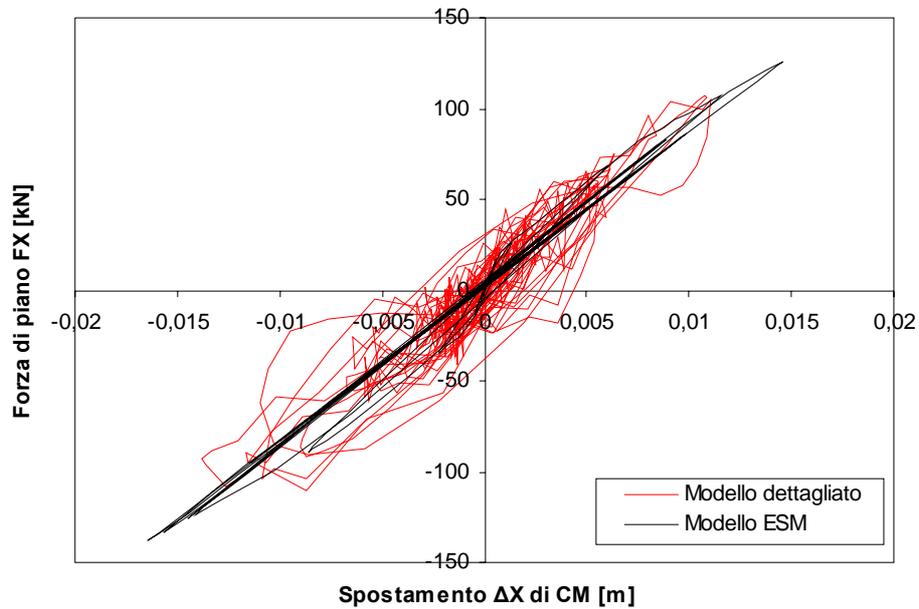
Gli ulteriori grafici ottenuti (in termini di “Spostamento di piano vs Tempo” e “Forza di piano vs Tempo”) relativi al caso studio 3, sono riportati nell’Appendice A3 della presente tesi.

Si riportano, per ciascun *input* sismico, nell’ordine il grafico “Forza di piano vs Spostamento del punto CM”, “Rotazione di piano vs Tempo”, e da ultimo i grafici “Forza di piano vs Spostamento del nodo 12” e “Forza di piano vs Spostamento del nodo 35” che completano il panorama degli spostamenti attesi al piano. Tali grafici rappresentati dalla Figura 6.151 alla 6.190 riportano i risultati ottenuti mediante i due modelli (dettagliato ed *ESM*) per i diversi *input* sismici, adottando per le cerniere plastiche inserite nel modello *stick*, alternativamente una legge isteretica del tipo tetralineare elastica (*TLE*), senza degrado ciclico della rigidità, piuttosto che una trilineare del tipo *peak-oriented* (*TLPO*) con degrado ciclico. I risultati che si riportano e si commentano dapprima, sono quelli relativi alle analisi condotte con l’impiego della cerniera plastica, approssimante la curva numerica ottenuta dalla distribuzione di forze proporzionali ai modi 2 e 3. Dall’interpretazione di tali grafici, riportati nelle figure dalla 6.151 alla 6.182, si può notare come il modello *ESM* riproduca con discreta approssimazione quello che è il comportamento globale della struttura, riuscendo a cogliere in maniera adeguata e con sufficiente precisione i valori al piano sia in termini di spostamento richiesto al centro di massa che di forza orizzontale attesa. I risultati mostrano inoltre che, anche per eccitazioni dinamiche che portano la struttura a scenari deformativi fortemente anelastici, il modello possiede nel suo complesso una accuratezza abbastanza buona. Per quanto riguarda invece l’aspetto rotazionale di piano, e quindi di conseguenza, la determinazione degli spostamenti dei nodi 12 e 35, il modello in talune situazioni si dimostra poco realistico poiché troppo conservativo in termini di spostamento previsto. Tale aspetto è particolarmente evidente in corrispondenza del nodo 12 che si trova sull’allineamento più rigido della struttura e, come mostrato dalle analisi dettagliate, è la porzione di struttura che si sposta di meno. In tale allineamento lo spostamento che si registra mediante il modello *ESM* è quasi sempre superiore rispetto a quello previsto dal modello dettagliato. Lo spostamento atteso al nodo 35 del modello dettagliato, posizionato invece sull’allineamento più flessibile della struttura, è, salvo per uno degli *input* analizzati, stimato con sufficiente precisione e mostra quindi la buona capacità di previsione del modello equivalente.

*Input 1*

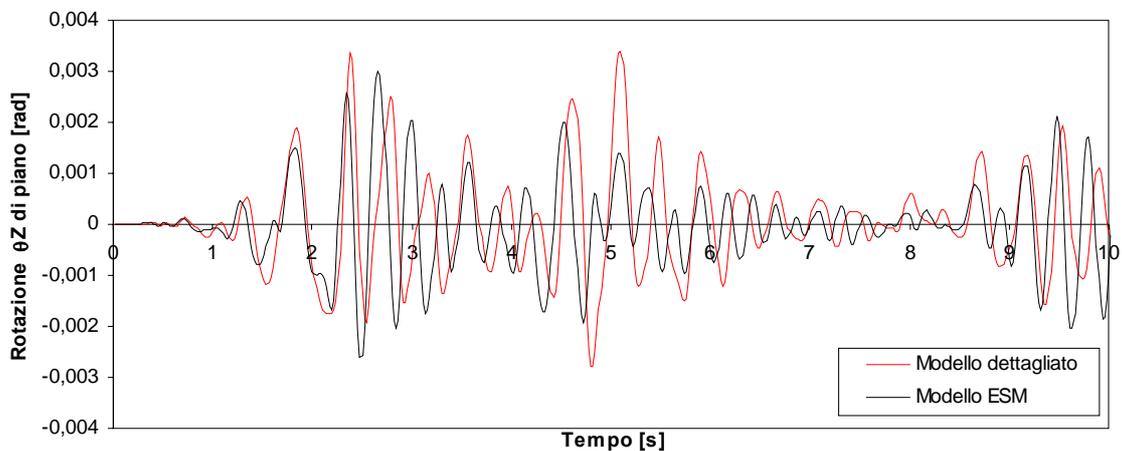


**Figura 6.151** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

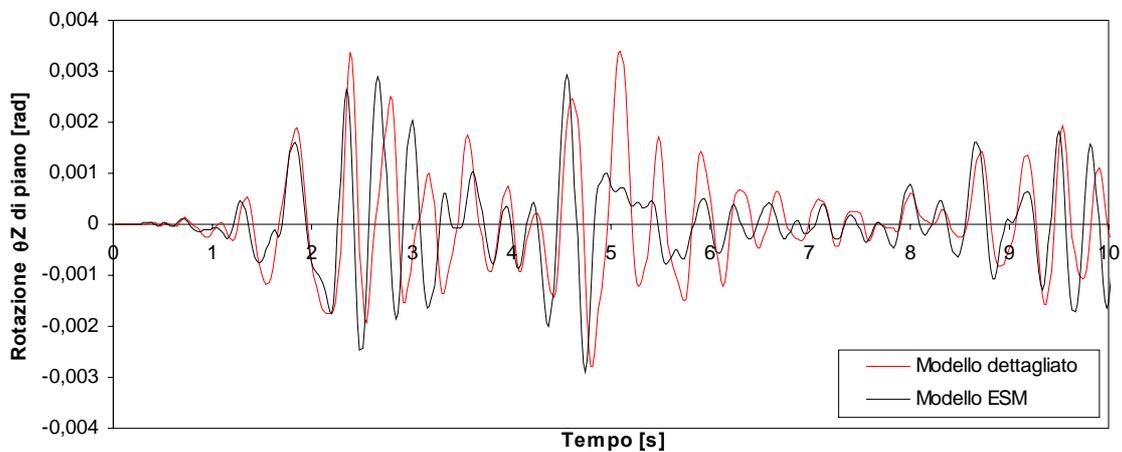


**Figura 6.152** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

Input 1

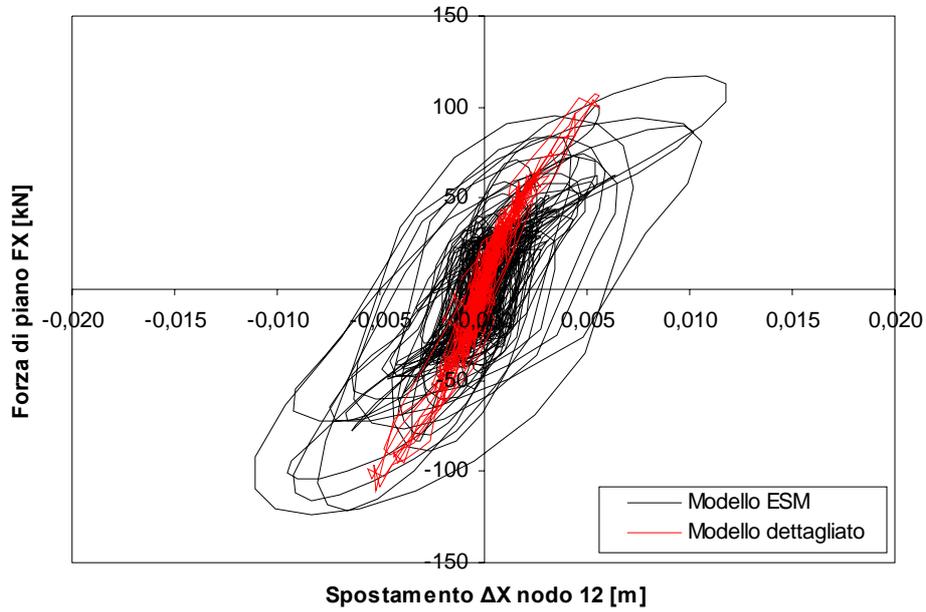


**Figura 6.153** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

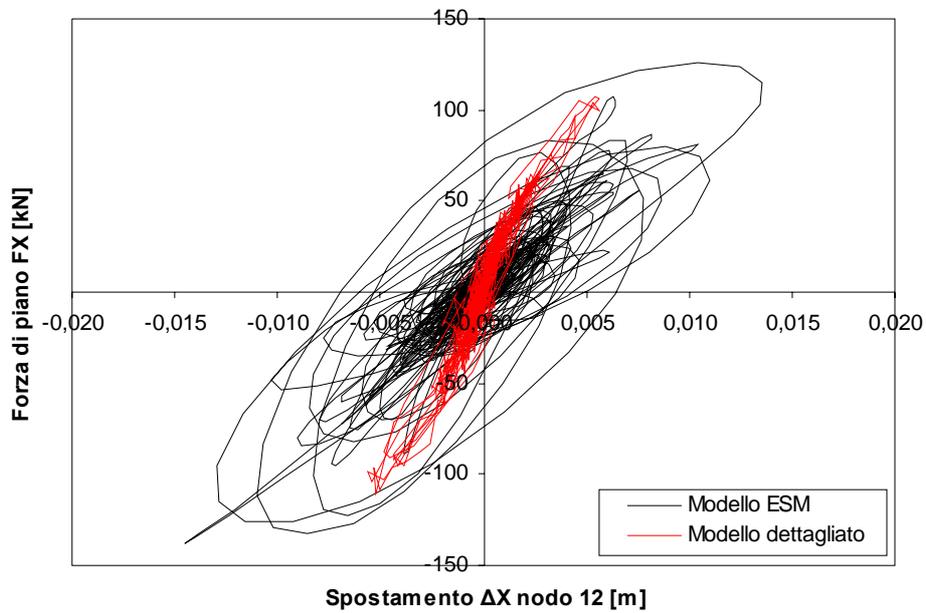


**Figura 6.154** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 1*

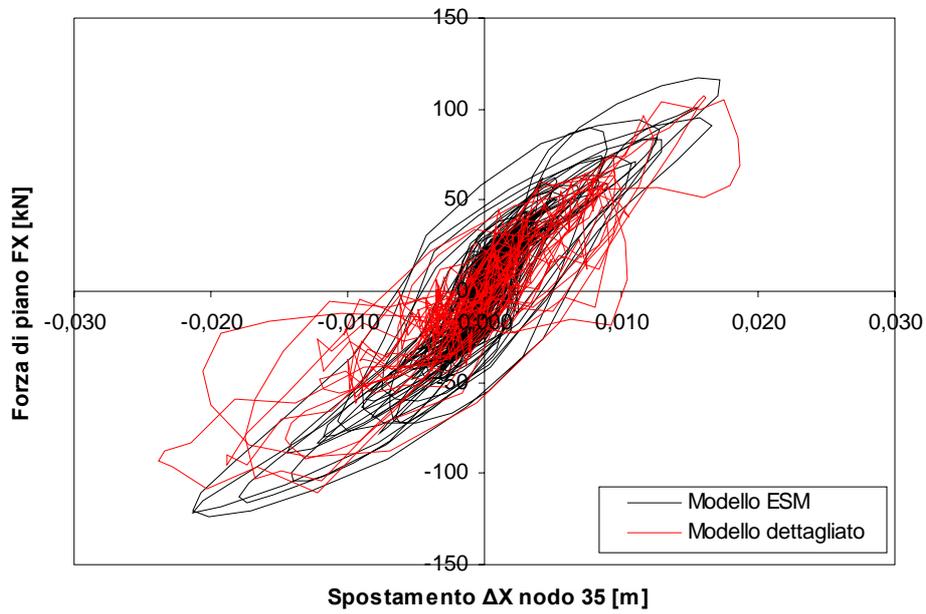


**Figura 6.155** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

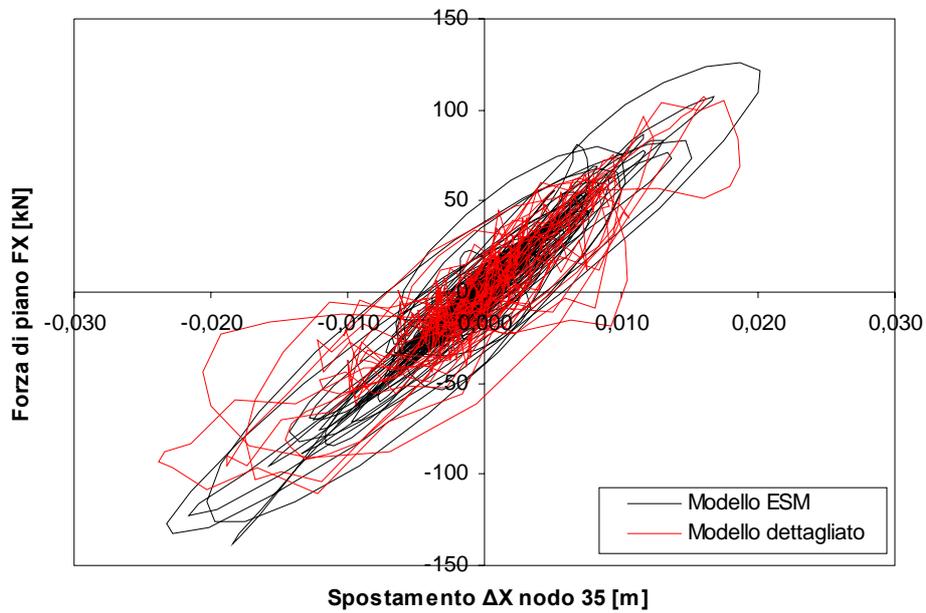


**Figura 6.156** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 1*

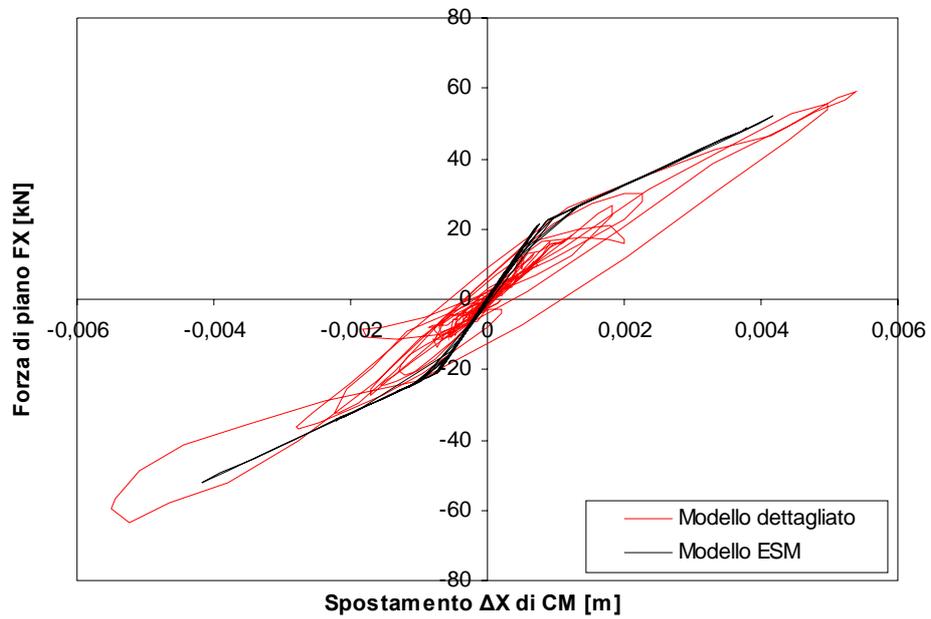


**Figura 6.157** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

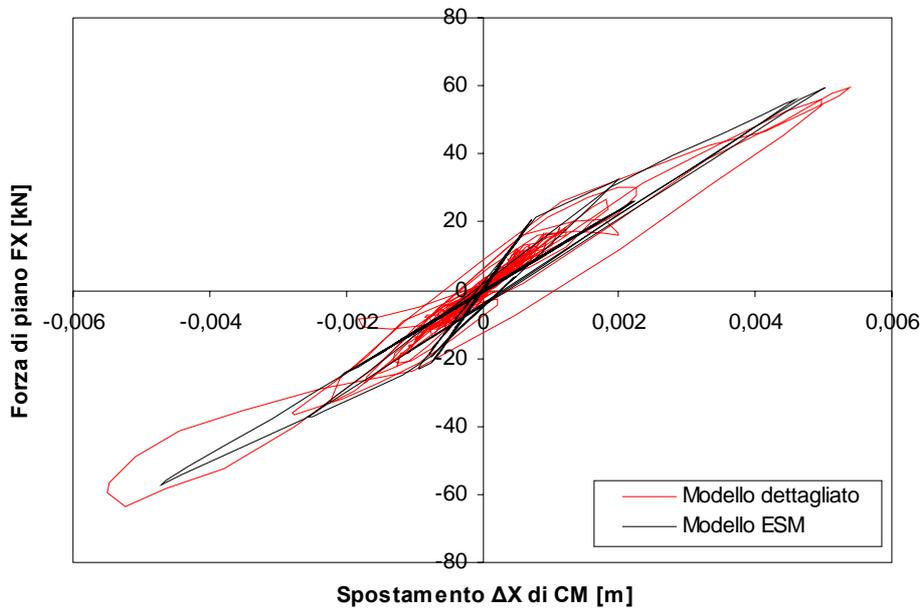


**Figura 6.158** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 2*

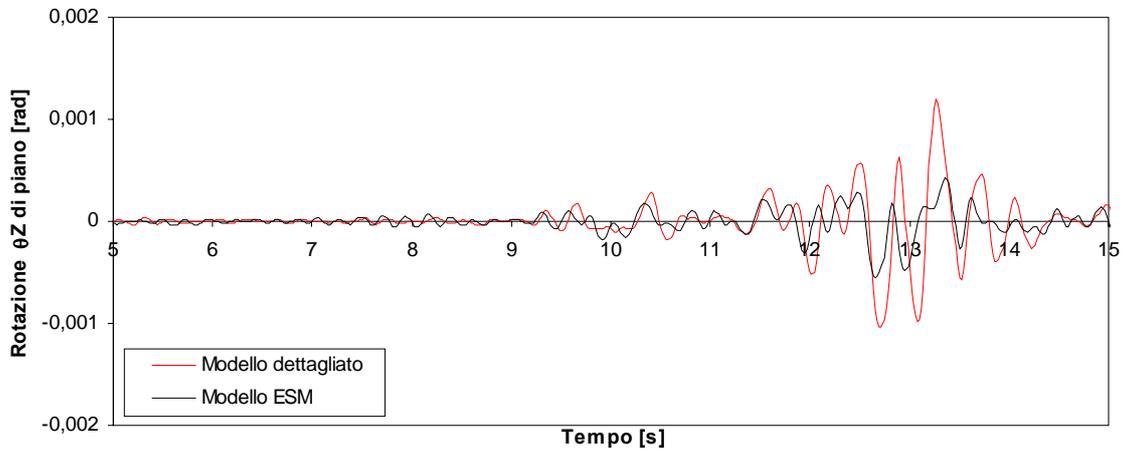


**Figura 6.159** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLE.

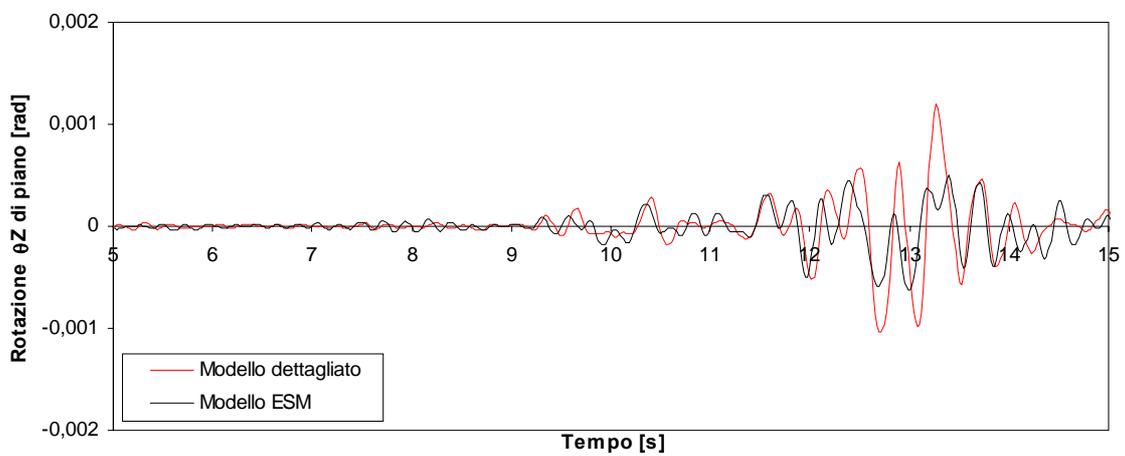


**Figura 6.160** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 2*

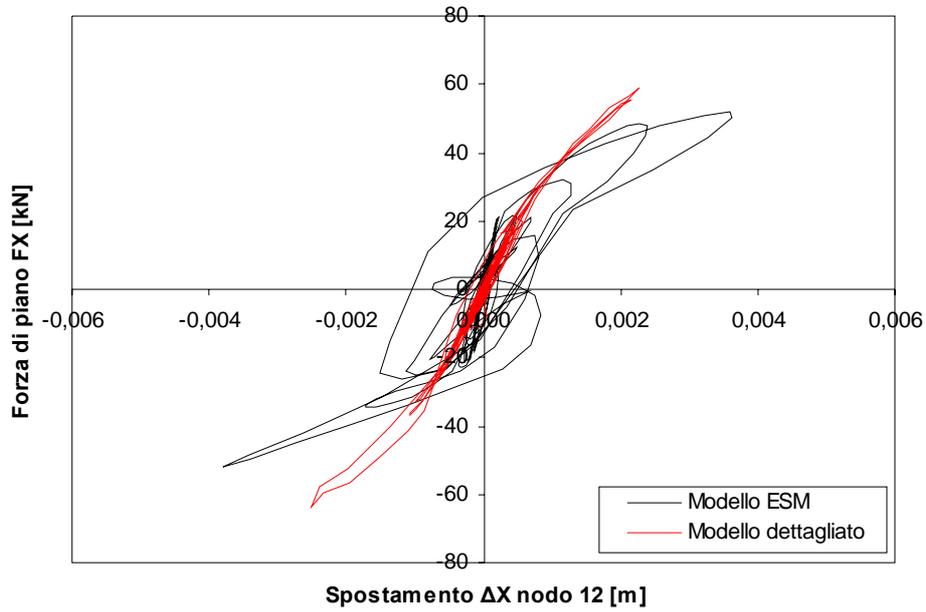


**Figura 6.161** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLE.

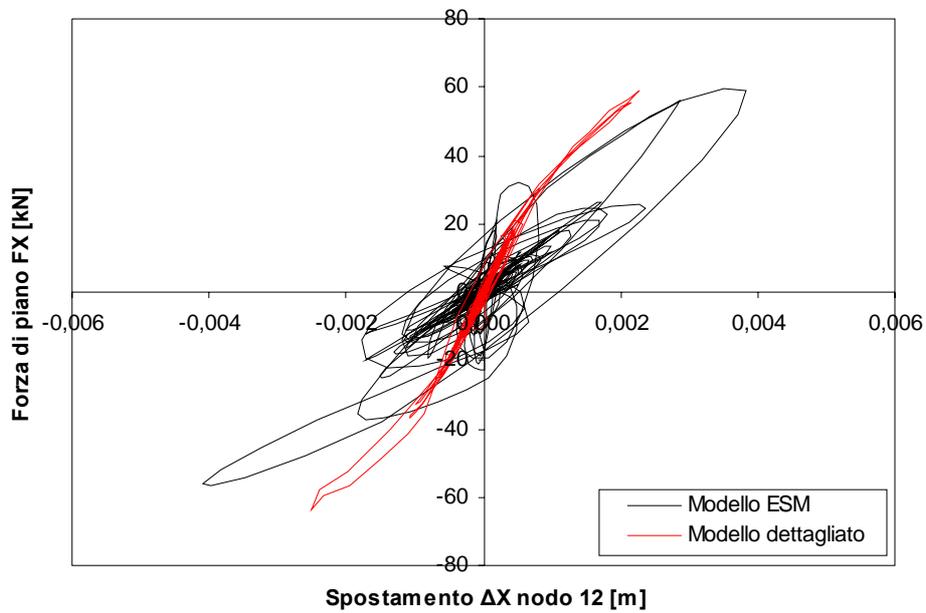


**Figura 6.162** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 2*

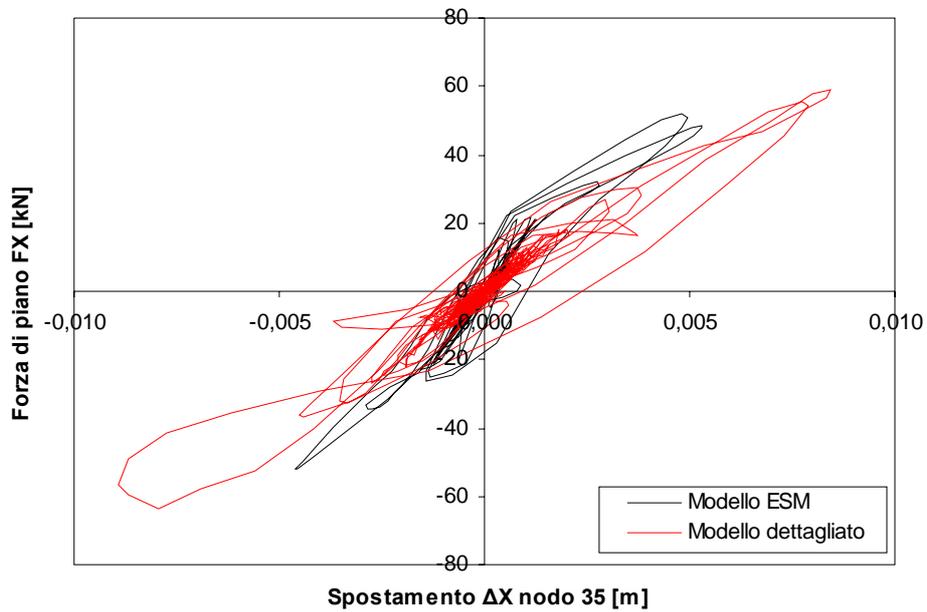


**Figura 6.163** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLE.

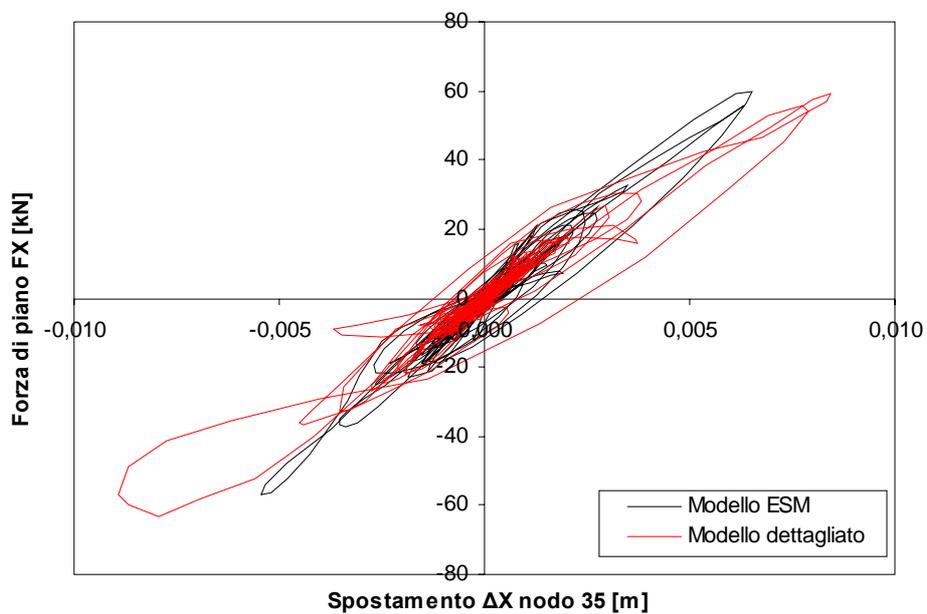


**Figura 6.164** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 2*

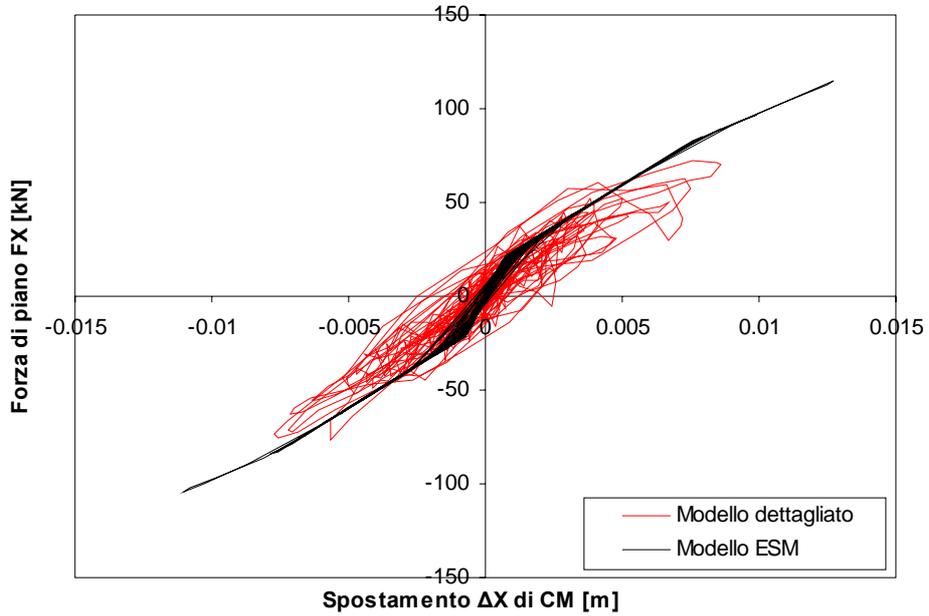


**Figura 6.165** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLE.

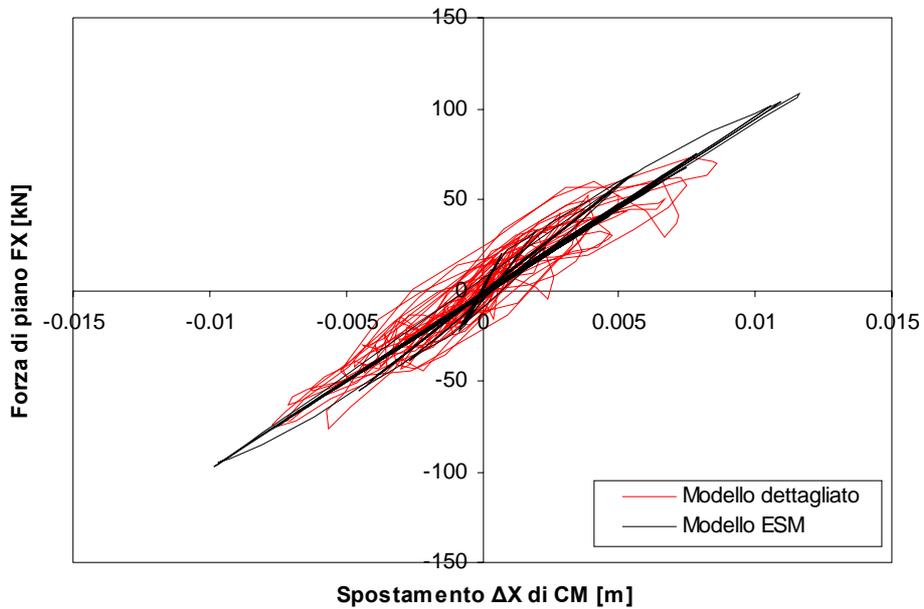


**Figura 6.166** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 3*

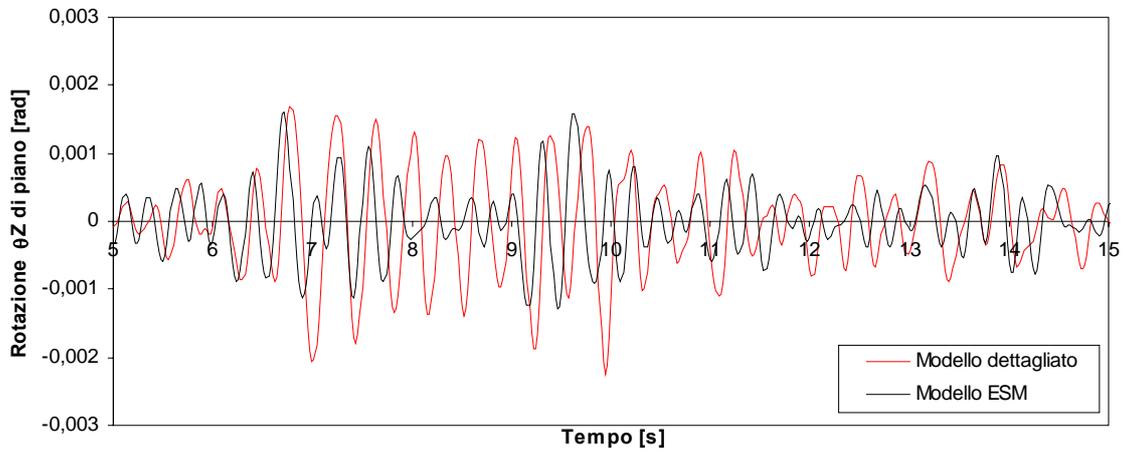


*Figura 6.167 - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLE.*

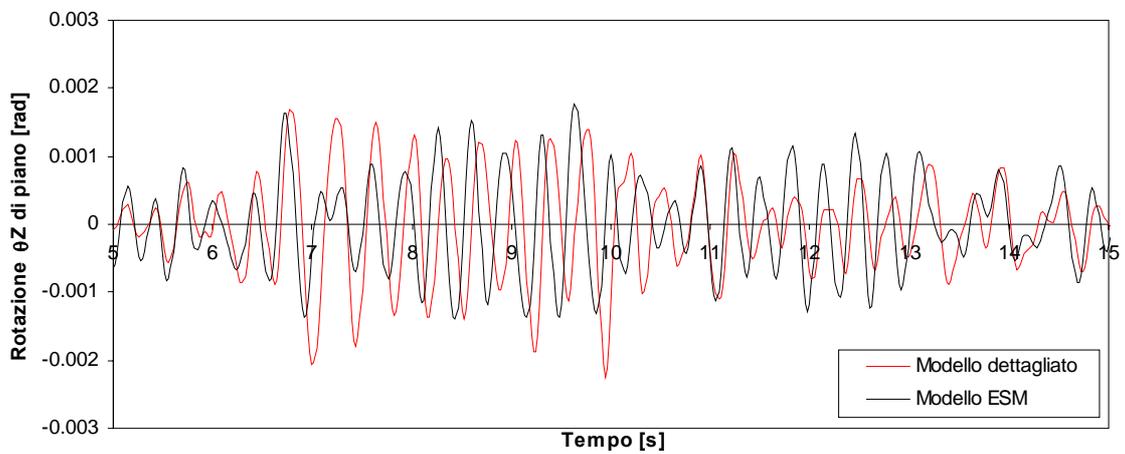


*Figura 6.168 - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLPO.*

*Input 3*

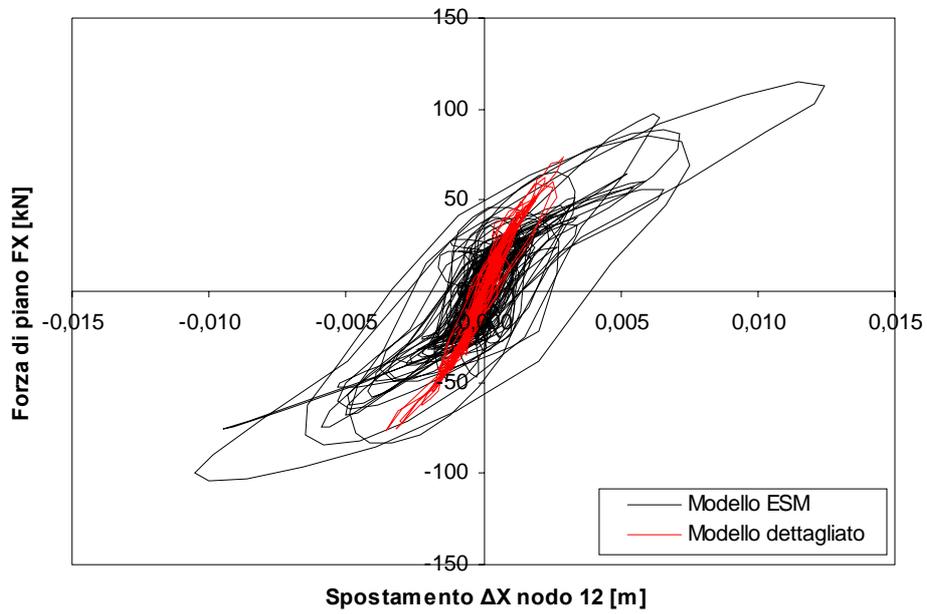


**Figura 6.169** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLE.

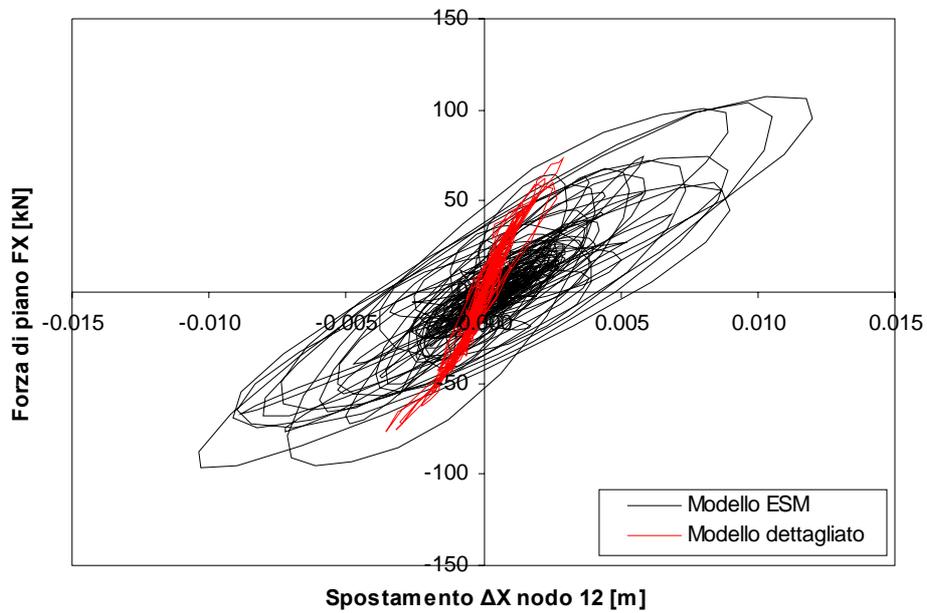


**Figura 6.170** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 3*

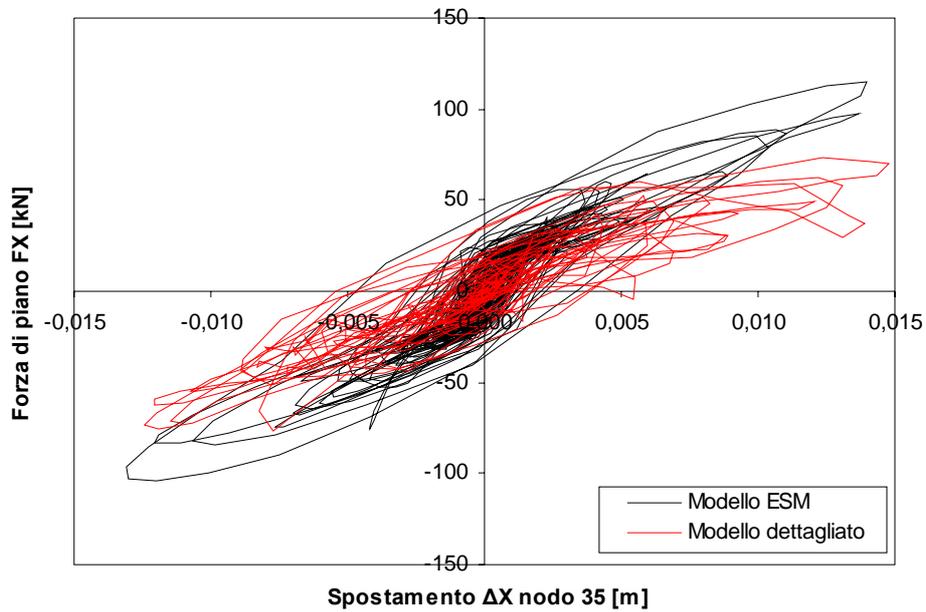


**Figura 6.171** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLE.

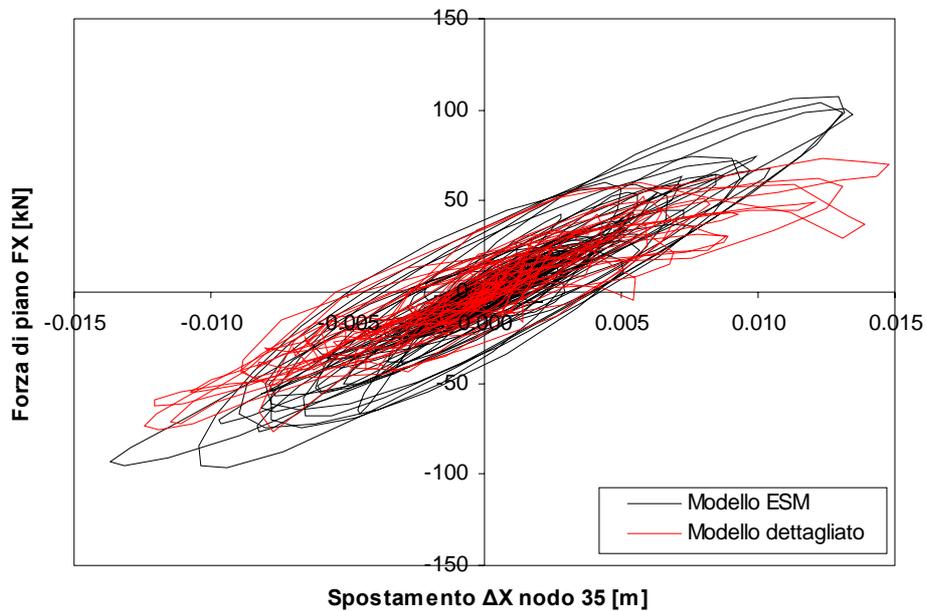


**Figura 6.172** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 3*

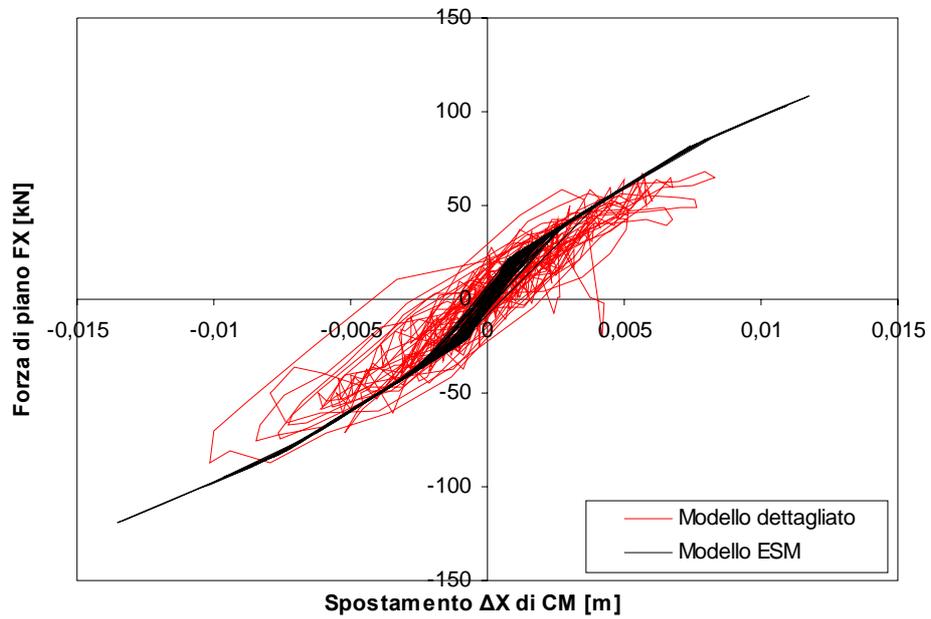


**Figura 6.173** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLE.

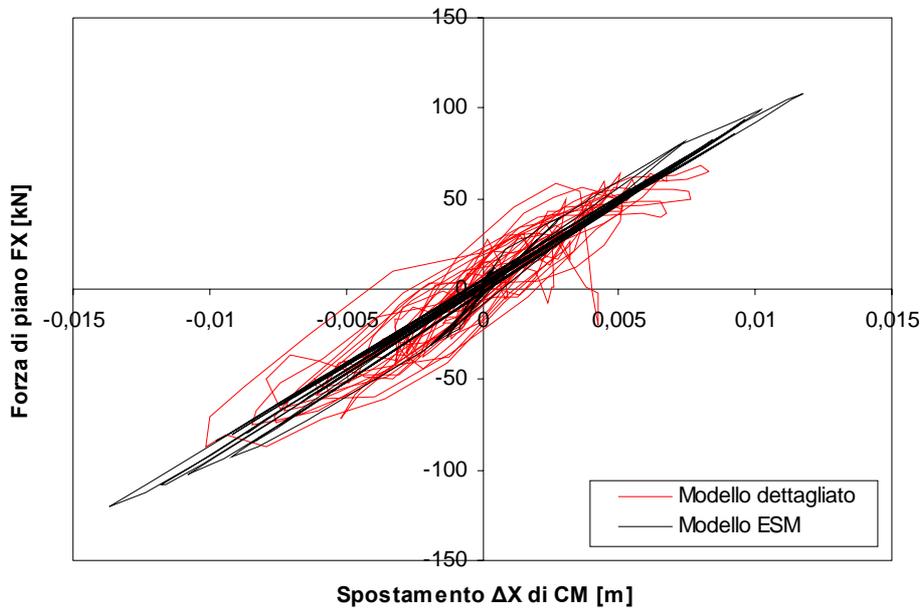


**Figura 6.174** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 4*

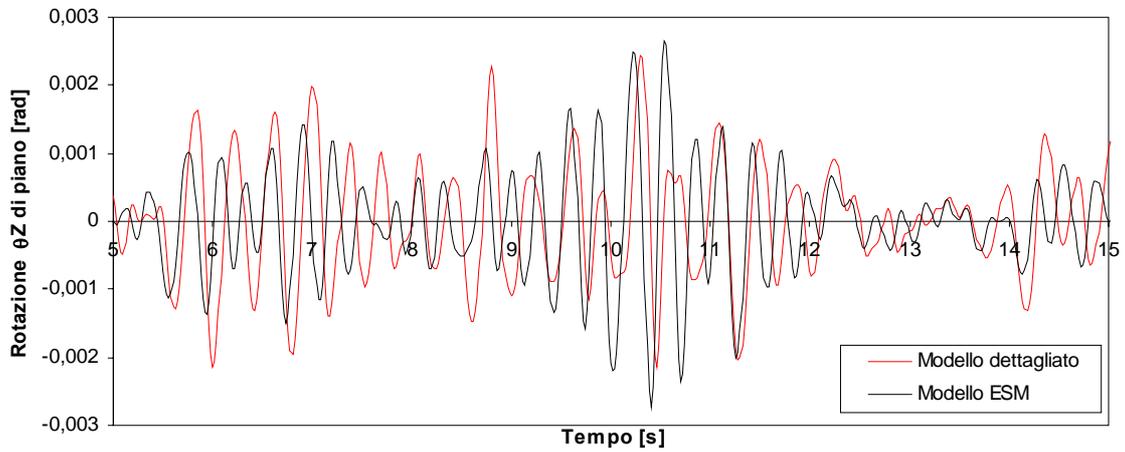


**Figura 6.175** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

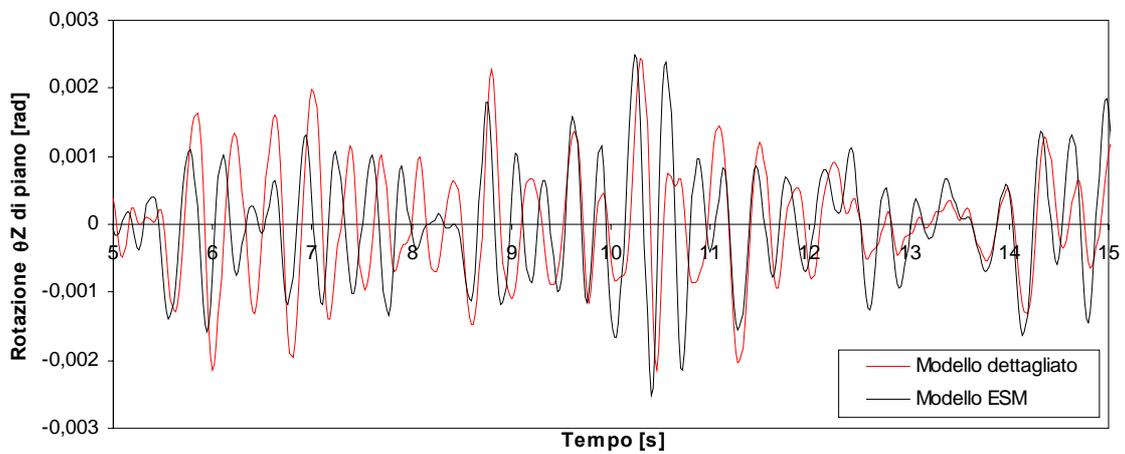


**Figura 6.176** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 4*

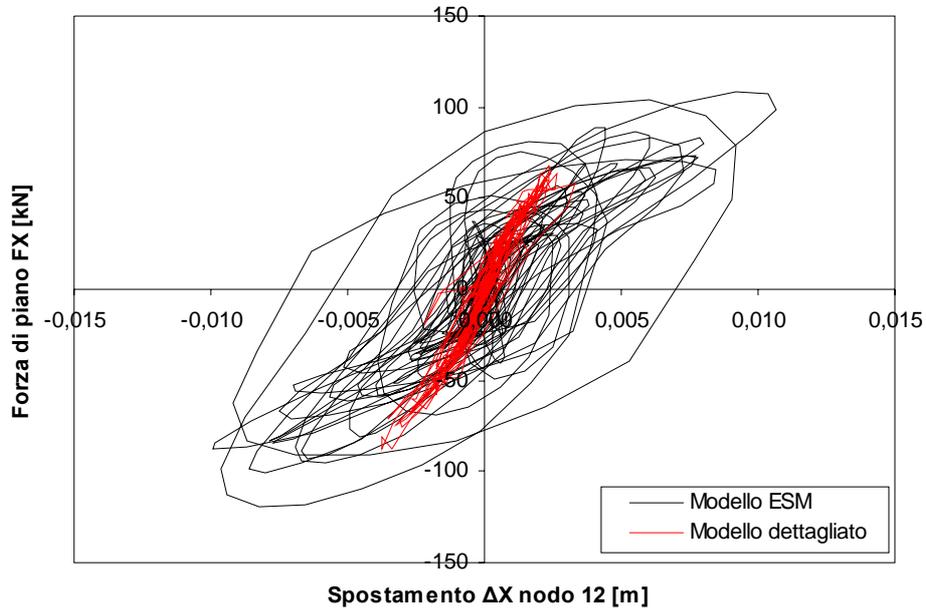


**Figura 6.177** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

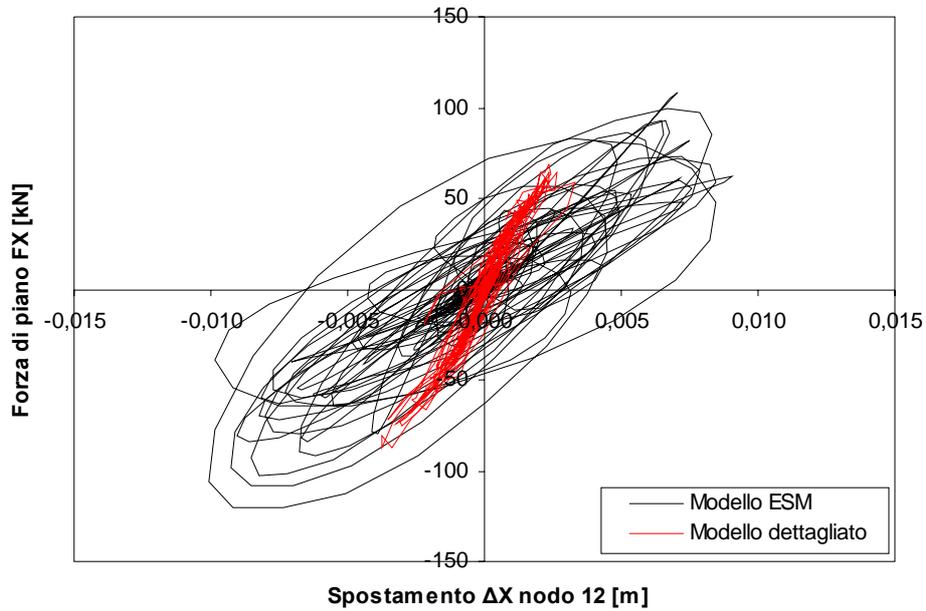


**Figura 6.178** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 4*

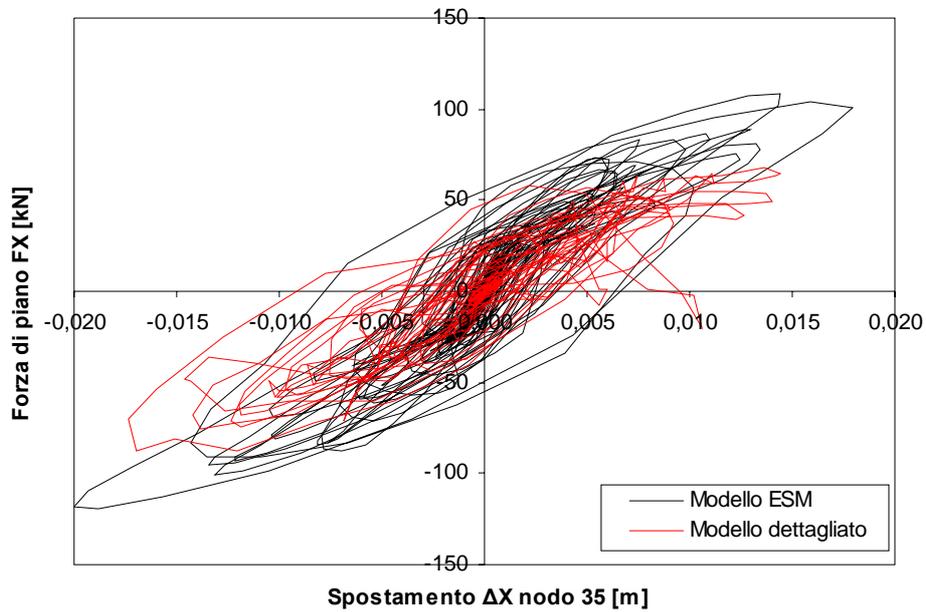


**Figura 6.179** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.

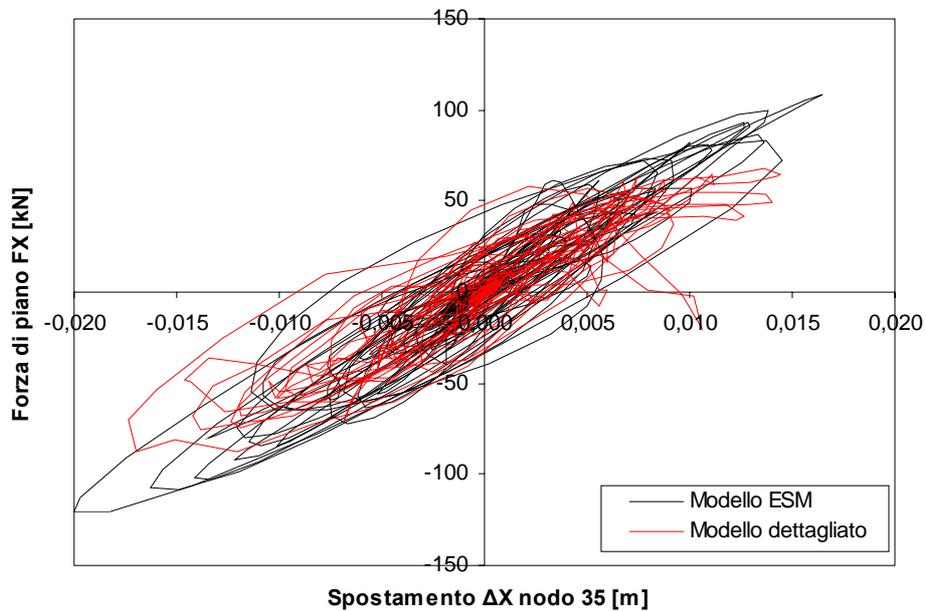


**Figura 6.180** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

*Input 4*



**Figura 6.181** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE.



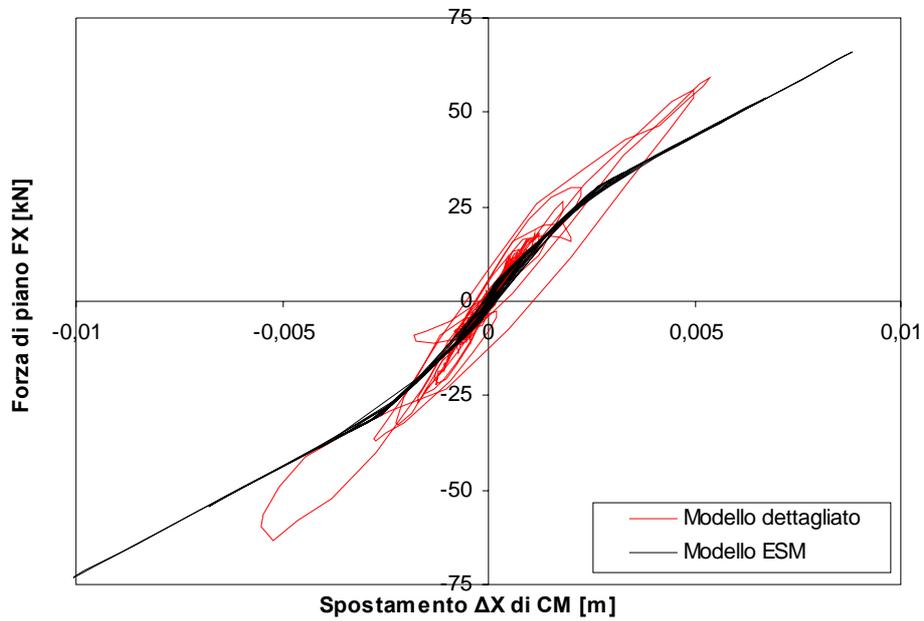
**Figura 6.182** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO.

Il presente caso studio conferma come non ci siano differenze importanti nella risposta fornita dalle due diverse leggi isteretiche adottate anche se la cerniera plastica del tipo *peak-oriented* (con danneggiamento) sembra fornire risultati leggermente più aderenti a quelli che sono i risultati forniti dal modello dettagliato e ritenuti esatti.

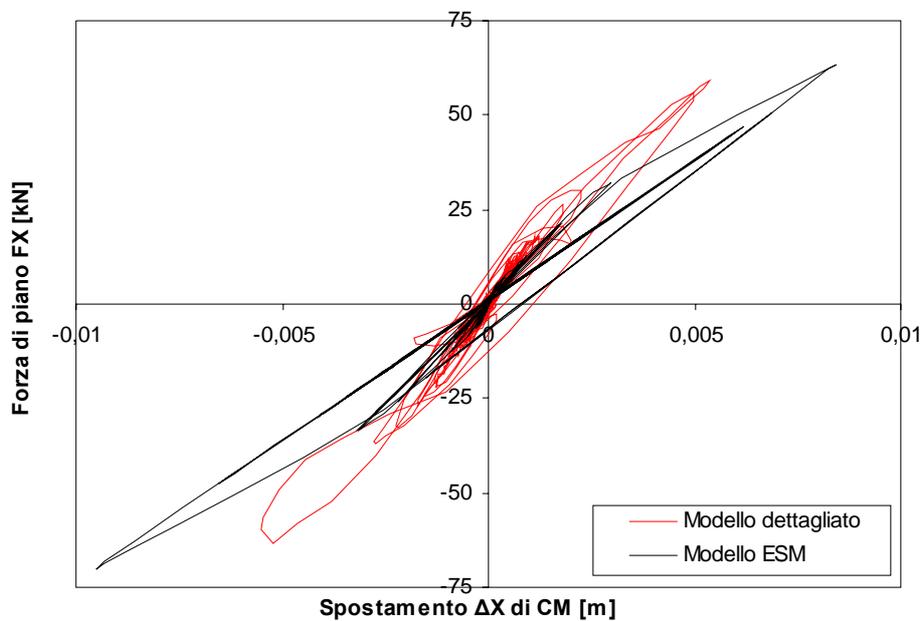
I risultati sopra presentati, come già detto, sono ricavati mediante il modello *stick* avente le leggi tetralineari approssimanti le curve ottenute dall'analisi di *pushover* che considera le distribuzioni dei tagli di piano dei modi di vibrare 2 e 3 (primi due modi naturali fondamentali in direzione  $X$ ).

Si riportano nel seguito, sintetiche valutazioni di quello che è il comportamento che si ottiene invece dal modello *stick*, se si considerano le leggi di Figura 6.143 e Figura 6.147 ricavate mediante analisi di *pushover* con distribuzione di forze proporzionale ai tagli del solo modo 2 (primo modo fondamentale in direzione  $X$ ). Le Figure dalla 6.183 alla 6.190 mostrano, a titolo di esempio, quelli che sono i risultati ottenuti dall'elaborazione dell'*input* 2 per il medesimo modello equivalente utilizzato in precedenza e a cui è stata sostituita la legge tetralineare alle cerniere plastiche. Come in precedenza si utilizzano, per necessità di sintesi, dei grafici del tipo “Forza di piano vs Spostamento del centro di massa”, “Rotazione vs Tempo”, “Forza di piano vs Spostamento del nodo 12”, “Forza di piano vs Spostamento del nodo 35”.

*Input 2*

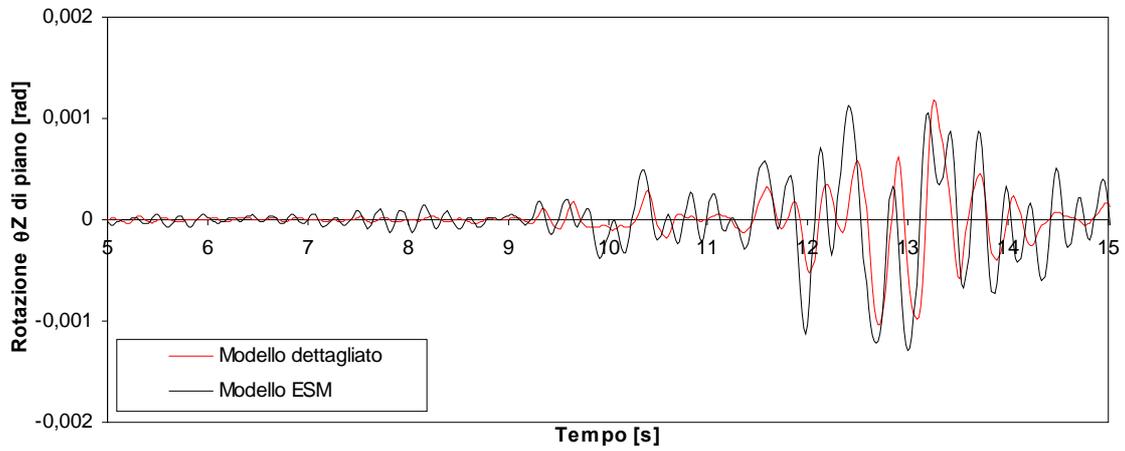


**Figura 6.183** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).

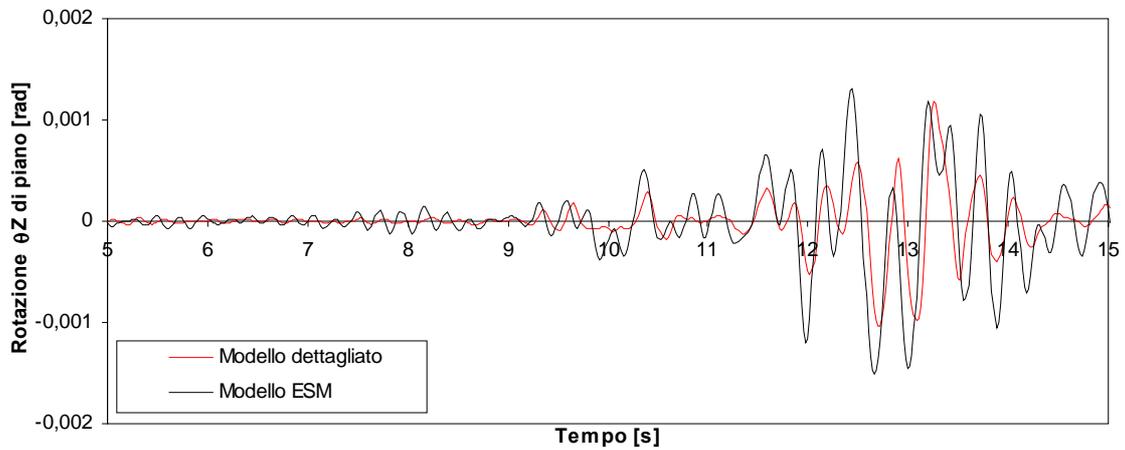


**Figura 6.184** - Grafico Forza di piano - Spostamento del punto CM per l'Input 2 ( $SF=0.50$ ) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).

*Input 2*

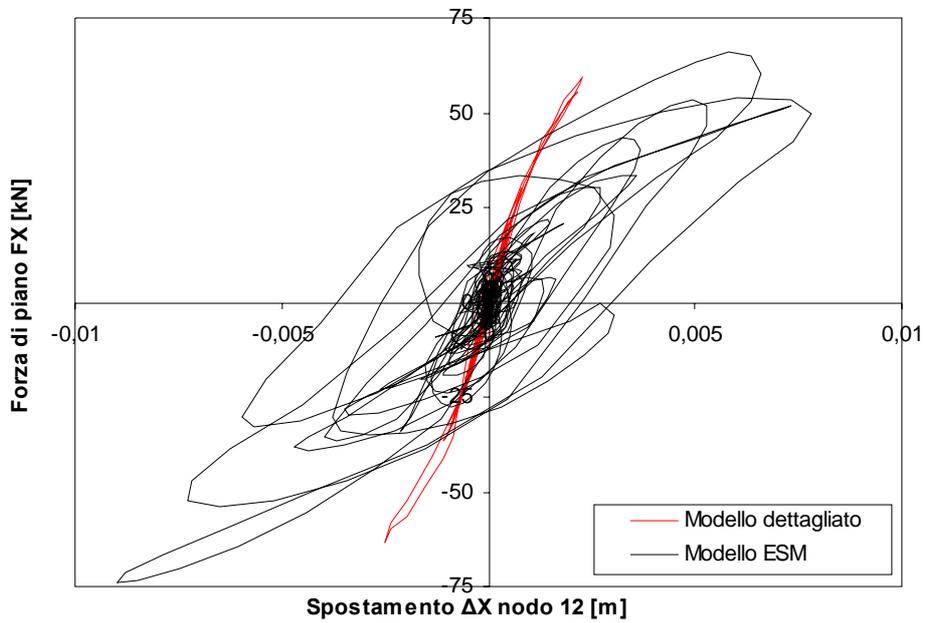


**Figura 6.185** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).

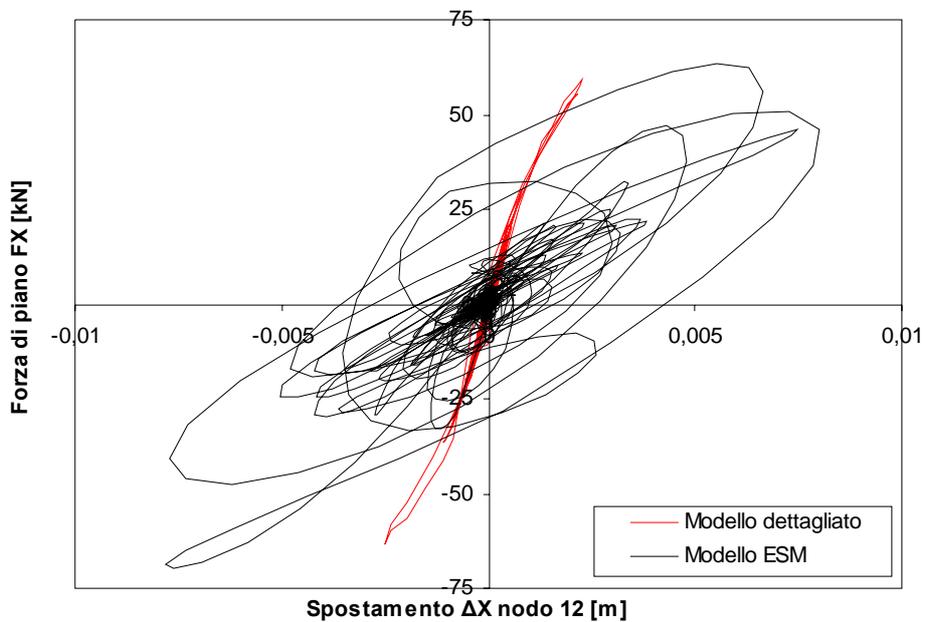


**Figura 6.186** - Grafico Rotazione di piano – Tempo per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).

*Input 2*

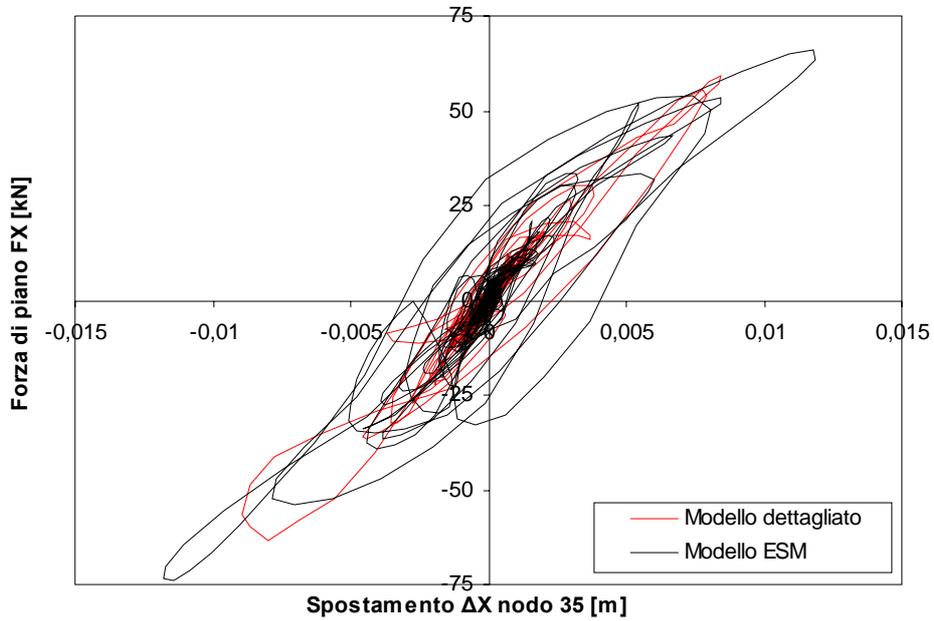


**Figura 6.187** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).

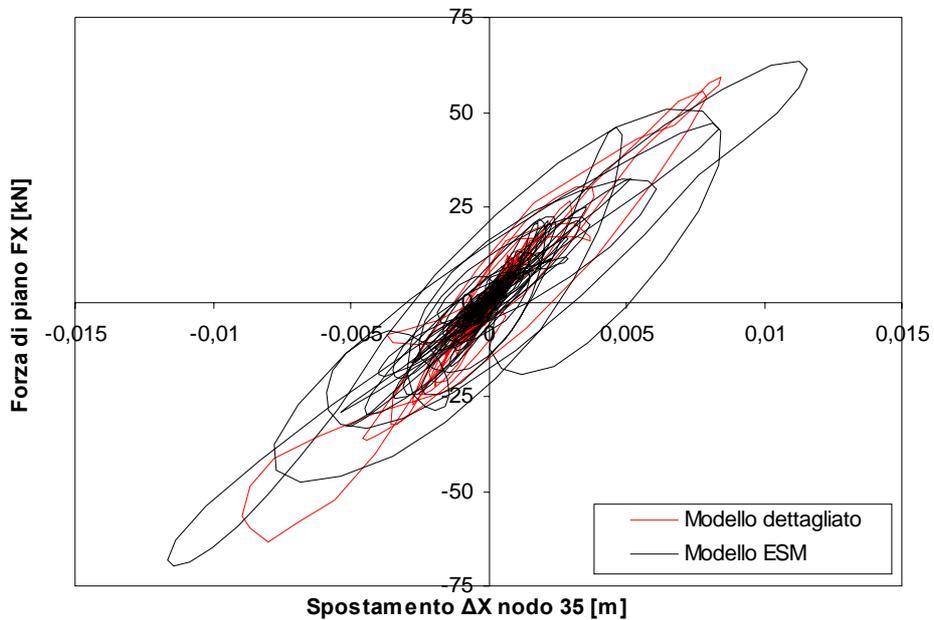


**Figura 6.188** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).

*Input 2*



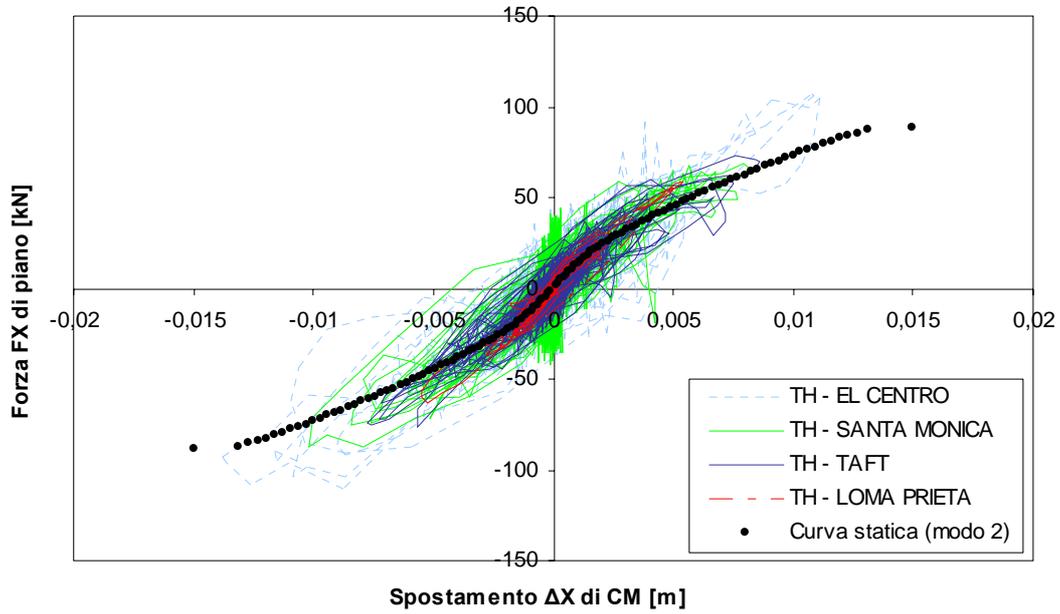
**Figura 6.189** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLE (contributo del solo modo 2).



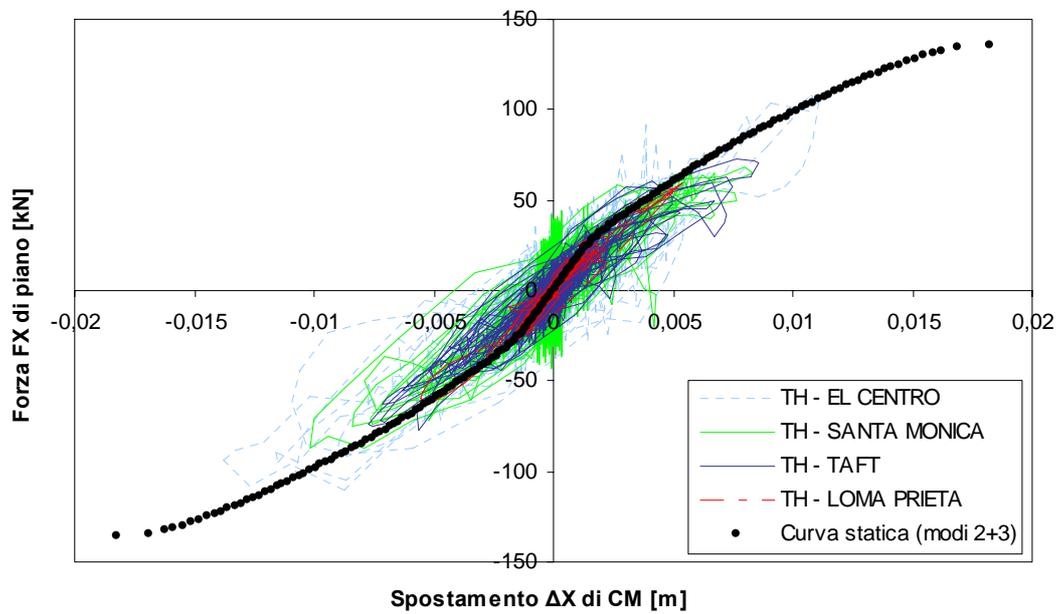
**Figura 6.190** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLPO (contributo del solo modo 2).

Come le immagini mostrano, gli andamenti ottenuti mediante l'utilizzo della distribuzione proporzionale ad un solo modo di vibrare, sono profondamente diversi da quelli che sono i risultati esatti; il modello *stick* si rivela quindi incapace di cogliere con accuratezza e precisione sufficiente il comportamento globale di piano e quindi della struttura. Per ragioni di sintesi e brevità non si riportano i risultati delle analisi per gli altri *input* sismici ma conclusioni analoghe potrebbero essere tratte. L'incapacità e la difficoltà della cerniera plastica ottenuta considerando il contributo di un solo modo di vibrare, può essere ricercata in fase di determinazione della curva di capacità di piano. Si riporta quindi nel seguito il confronto, in termini di grafico "Forza di piano vs Spostamento del centro di massa", ottenuto sovrapponendo le risposte delle analisi dinamiche *time-history* e della statica-non lineare di *pushover* (utilizzata per la determinazione della curva di capacità di piano) condotte sul modello dettagliato. Da tali confronti, riportati in Figura 6.191 e Figura 6.192 per le due analisi di *pushover* con distribuzioni proporzionali ad uno e a due modi rispettivamente, emerge come la curva di capacità ricavata per via statica utilizzando due modi di vibrare (modo 2 e 3), rappresenti una buona approssimazione della richiesta dinamica dei singoli *input* alla struttura. La curva ricavata invece, considerando un solo modo di vibrare (il modo 2), è piuttosto lontana dalla domanda, in termini di forza e spostamento, che gli accelerogrammi determinano sulla struttura studiata. Conseguenza diretta è l'incapacità del modello derivante da tale curva, di prevedere con sufficiente accuratezza i parametri che governano la risposta sismica del sistema. Ripercorrendo le considerazioni già fatte per i casi studio precedenti, più la curva di capacità statica risulta precisa e fedele nella rappresentazione della richiesta dinamica, più il modello equivalente *stick* che la utilizza sarà affidabile nel fornire la risposta sismica cercata. Come si può notare infine, i diversi *input* sismici adottati, pongono alle strutture indagate richieste dinamiche anche sensibilmente diverse tra loro e per riuscire ad avere un modello capace di rappresentare fedelmente il singolo accelerogramma, si dovrebbe vincolare la curva di capacità legandola al singolo *input*.

Come già discusso al §5.2.2, tale procedura appesantirebbe ulteriormente le fasi di determinazione ed assemblaggio del modello equivalente rendendolo a quel punto forse poco conveniente computazionalmente. Tuttavia, come la Figura 6.192 mostra, utilizzare la curva di capacità statica ricavata mediante l'analisi di *pushover* considerando più di un modo di vibrare, come qua descritto, sembra fornire un buon compromesso in termini di precisione dei risultati e onere di messa a punto del modello.



**Figura 6.191** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione proporzionale al modo 2) e via dinamica (time-history) per il piano del caso studio 3.



**Figura 6.192** - Confronto tra capacità e domanda valutate rispettivamente per via statica (pushover con distribuzione proporzionale ai modi 2 e 3) e via dinamica (time-history) per il piano del caso studio 3.

**Procedura “alternativa” per la definizione della risposta sismica globale di piano**

Per la determinazione degli spostamenti attesi, in punti del piano che non siano coincidenti con il baricentro geometrico monitorato dal modello ESM, una procedura alternativa a quella che utilizza i concetti del moto di un corpo rigido descritta sopra, viene fornita nel seguito.

Tale procedura prevede di registrare, durante la fase di determinazione delle curve di capacità di piano, gli spostamenti in più punti ritenuti significativi o di interesse. Così facendo si possono tracciare per ciascuno dei punti di interesse, curve che ne monitorano lo spostamento al crescere del carico applicato. Tali curve, espresse sempre in termini di forza applicata in una direzione e spostamento registrato nella medesima direzione, possono essere utilizzate come curve da applicare alle leggi isteretiche delle cerniere plastiche che compongono il modello *stick*. Così facendo si possono condurre le analisi *time-history* utilizzando modelli equivalenti diversi in cui viene inserita la curva di capacità approssimata e relativa al punto di interesse. In strutture fortemente asimmetriche, quale è ad esempio quella adottata nel presente caso studio, questa procedura può essere vista come procedura alternativa a quella utilizzata in precedenza per determinare gli spostamenti attesi in punti diversi del piano. L’alternativa qui fornita, è dettata dalla necessità di migliorare la qualità dei risultati nella stima degli spostamenti soprattutto per quelle porzioni strutturali in cui una adeguata stima degli effetti torsionali diviene di fondamentale importanza.

Nel presente caso studio, le curve di capacità che si ottengono per i nodi di interesse 12 e 35 già utilizzati in precedenza, sono riportate in Figura 6.193 e Figura 6.194. Tali curve di capacità, espresse come al solito nel piano “Forza FX di piano vs Spostamento  $\Delta X$ “, sono state ricavate dall’analisi di *pushover* per la distribuzione di forza proporzionale ai tagli di piano derivanti dai modi 2 e 3. Non si sono considerate le curve di piano derivanti dalla distribuzione che considera il contributo del solo modo 2, perché come già visto, tali curve risultano essere poco precise e forniscono risultati non aderenti al comportamento strutturale del modello dettagliato. Si sono realizzate quindi nuove analisi *time-history* adottando, per le cerniere plastiche del modello *stick*, la legge isteretica del tipo *peak-oriented* avente legge tetralineare che approssima la curva numerica ricavata. I risultati ottenuti per gli *input* sismici già usati in precedenza, sono sintetizzati dalle immagini riportate da Figura 6.195 a Figura 6.202 e mostrano come la nuova procedura conduca alla determinazione di spostamenti per i nodi 12 e 35 che sono indubbiamente più aderenti a quelli stimati dai modelli dettagliati, e quindi, risultano essere più attendibili ed accurati.

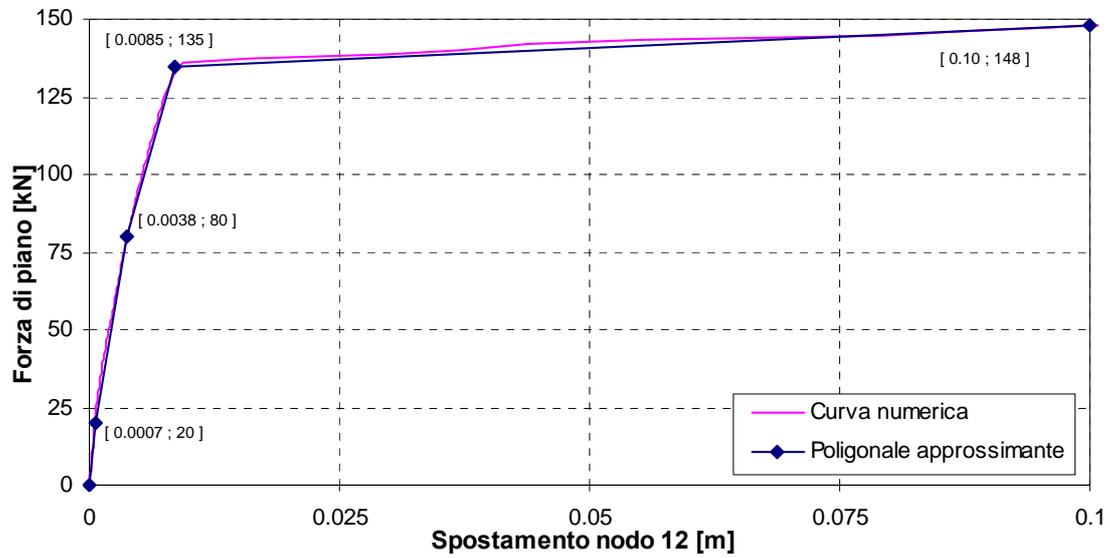


Figura 6.193 - Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{12}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).

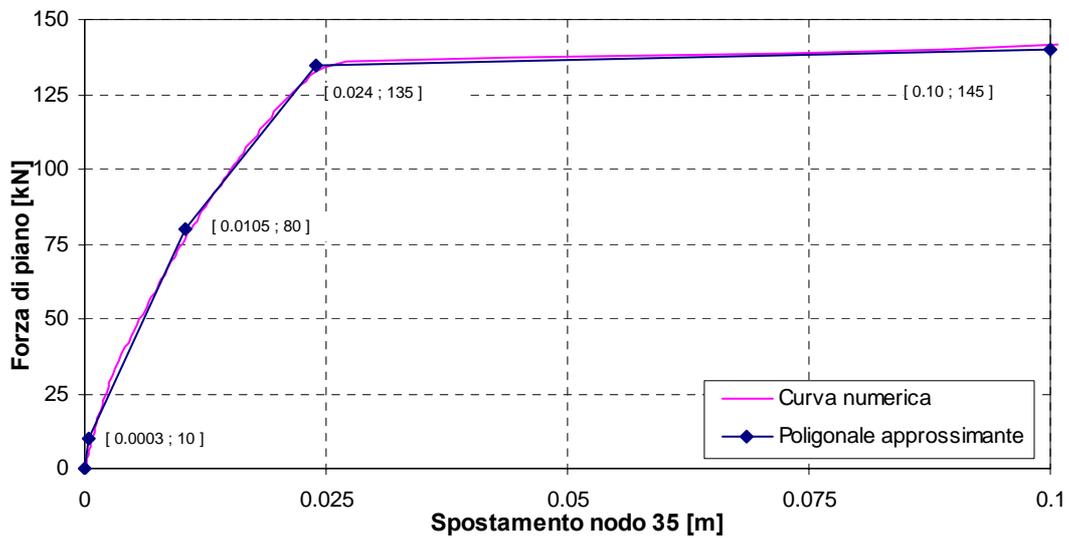
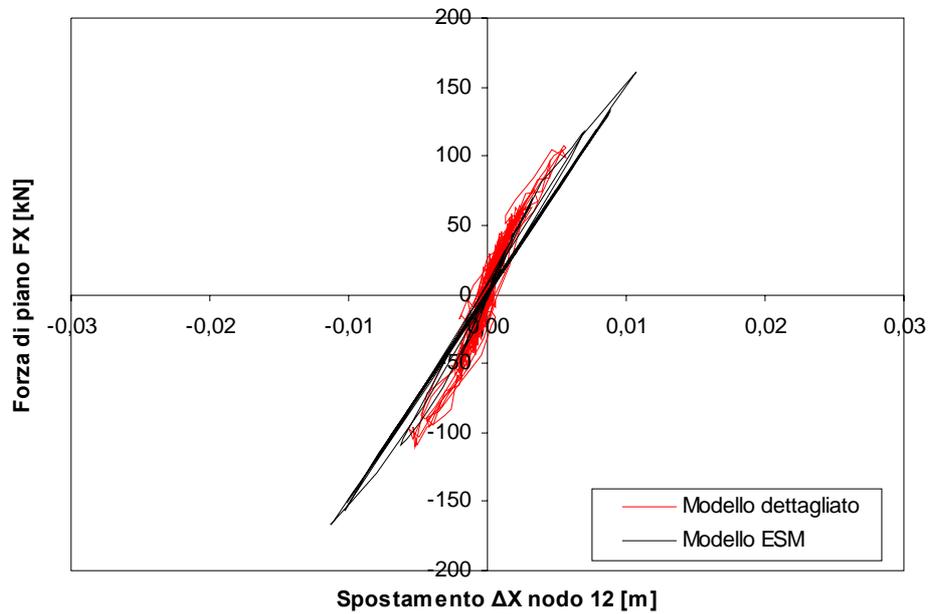
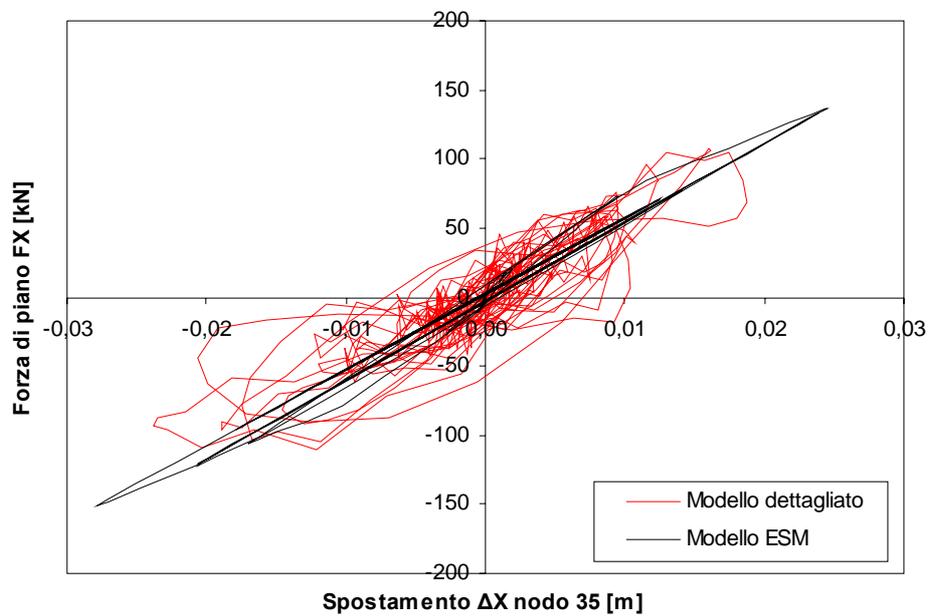


Figura 6.194 - Curva di capacità di piano  $F_X - \Delta_X^{35}$  ricavata con distribuzione di forze proporzionali ai tagli derivanti dai modi 2 e 3 con sovrapposta la poligonale approssimante adottata (caso studio 3).

*Input 1*

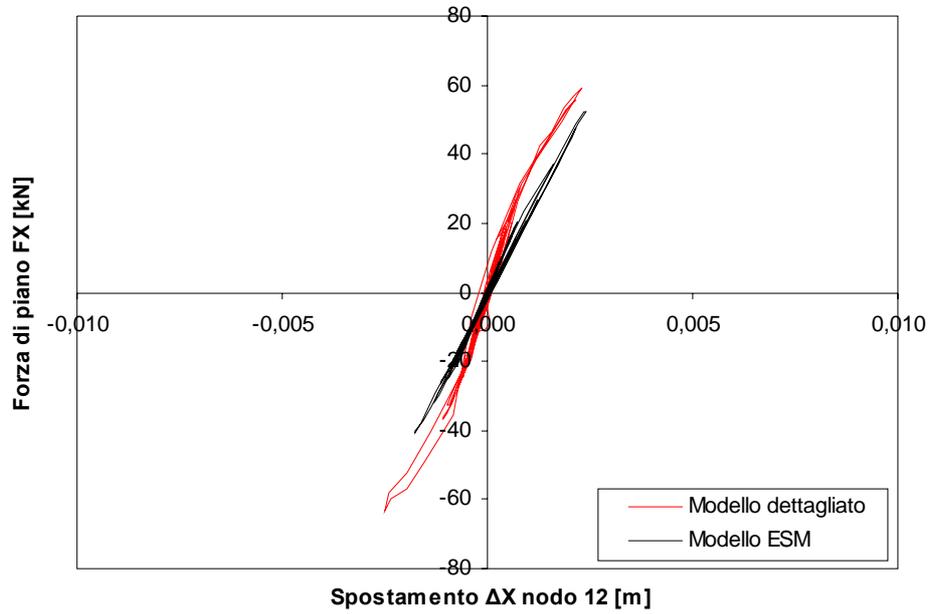


**Figura 6.195** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

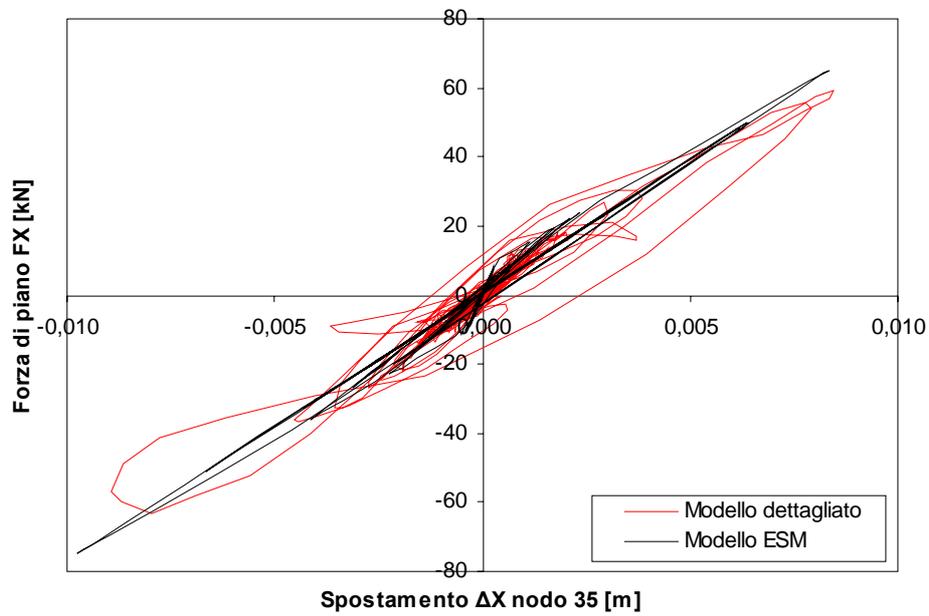


**Figura 6.196** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

*Input 2*

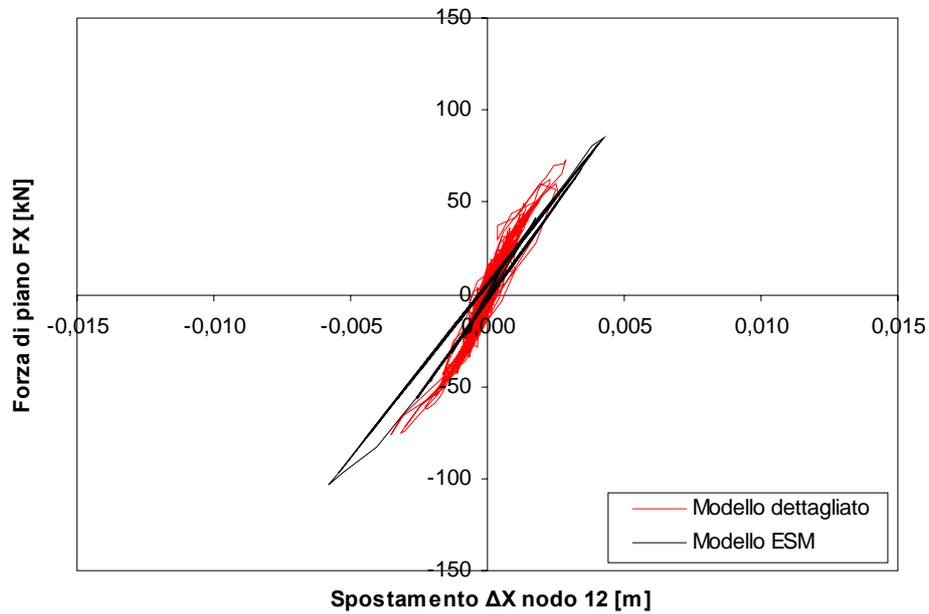


**Figura 6.197** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

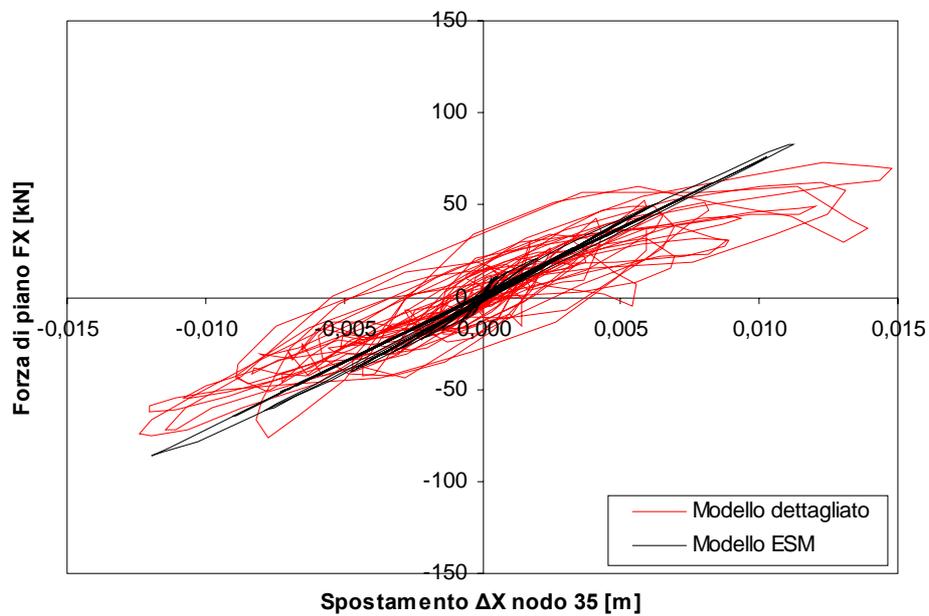


**Figura 6.198** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 2 ( $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

*Input 3*

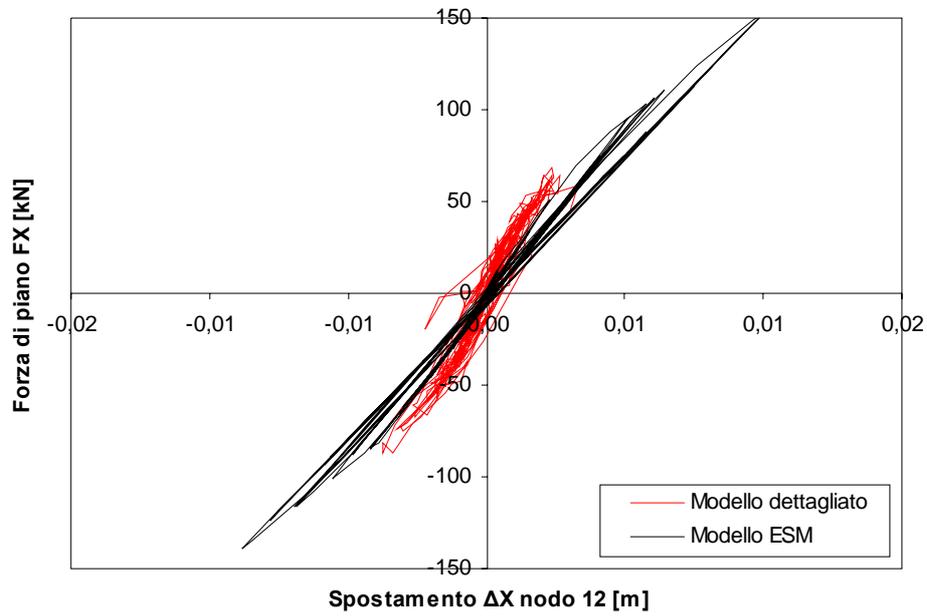


**Figura 6.199** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

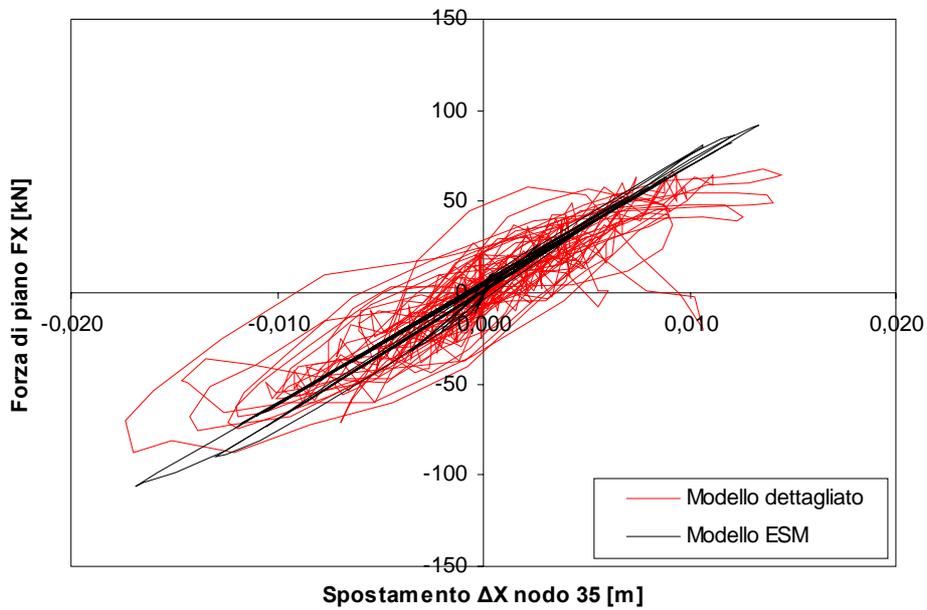


**Figura 6.200** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 3 ( $SF=1.0$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

*Input 4*



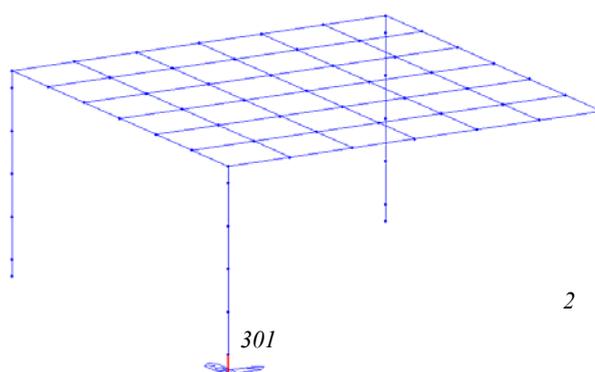
**Figura 6.201** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 12 per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).



**Figura 6.202** - Grafico Forza di piano - Spostamento del nodo 35 per l'Input 4 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO (procedura alternativa).

#### 6.4.4) Valutazione delle risposte locali

Nello spirito della procedura descritta al § 6.2.4, e al fine di testarne anche per il caso studio in questione la bontà della stima nella valutazione della risposta locale, si considerano a titolo di esempio, gli elementi finiti evidenziati in rosso in Figura 6.203 (corrispondenti agli elementi finiti 2 e 301 del modello dettagliato del caso studio 3).



**Figura 6.203** - Elementi finiti individuati per la valutazione delle risposte locali (caso studio 3).

Di tali elementi, si rappresentano in Figura 6.204 e Figura 6.205 gli andamenti dei valori dello sforzo di taglio alla base in direzione X, desunti dall'analisi di *pushover* condotta sul modello dettagliato. In tali figure sono inoltre riportati (con pallini rossi) i valori di sforzo di taglio che si ottengono per i due elementi in corrispondenza degli *step* in cui sono raggiunti i valori di spostamento massimo (e minimo) per le analisi *time-history* condotte sul modello *stick* (vedi figure 6.152, 6.160, 6.168 e 6.176). Per semplicità e sintesi di rappresentazione si riportano solo i risultati ottenuti dall'utilizzo delle leggi isteretiche del tipo *peak-oriented* utilizzando la curva di piano ricavata mediante la distribuzione di tagli proporzionale ai modi 2 e 3 che, come si è visto al paragrafo precedente, fornisce i risultati migliori in termini di accuratezza della soluzione.

Entrando quindi nei grafici di Figura 6.204 e Figura 6.205 con i valori di spostamento, si trovano valori di taglio derivanti da considerazioni statiche (analisi di *pushover*) che possono considerarsi delle stime dei valori dello sforzo tagliante che si sarebbero ottenuti, sulle medesime sezioni o sugli stessi elementi, mediante analisi *time-history* sul modello dettagliato.

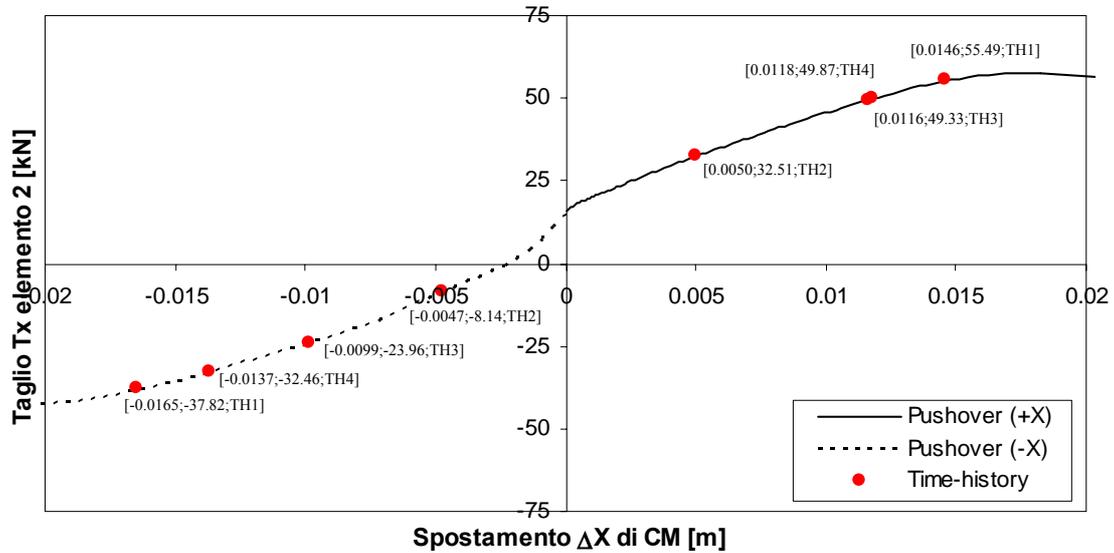


Figura 6.204 - Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 2 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacit  di piano (caso studio 3).

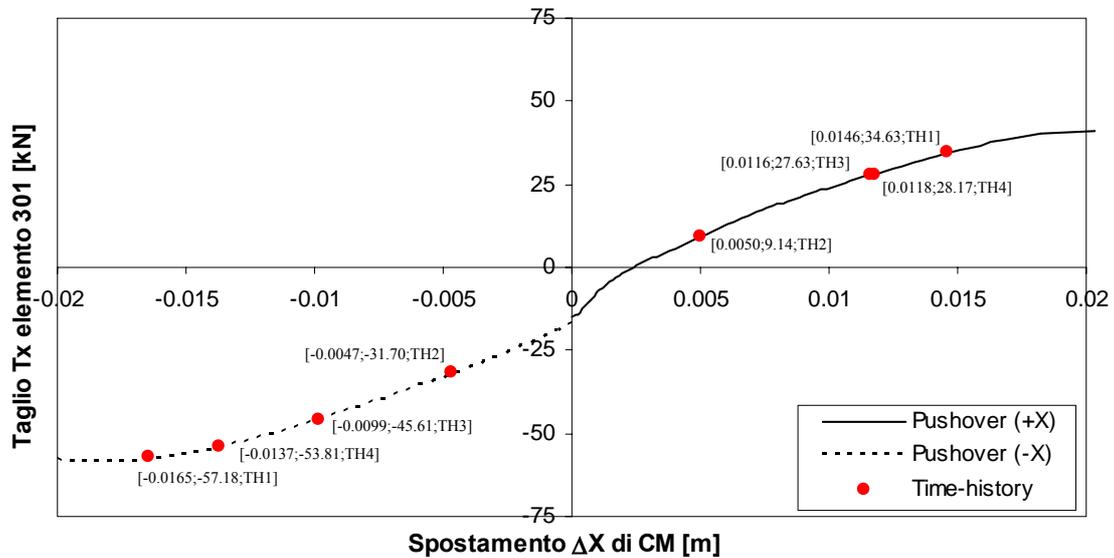


Figura 6.205 - Andamento dello sforzo di taglio in direzione X per l'elemento 301 ricavato dall'analisi di pushover condotta per determinare la curva di capacit  di piano (caso studio 3).

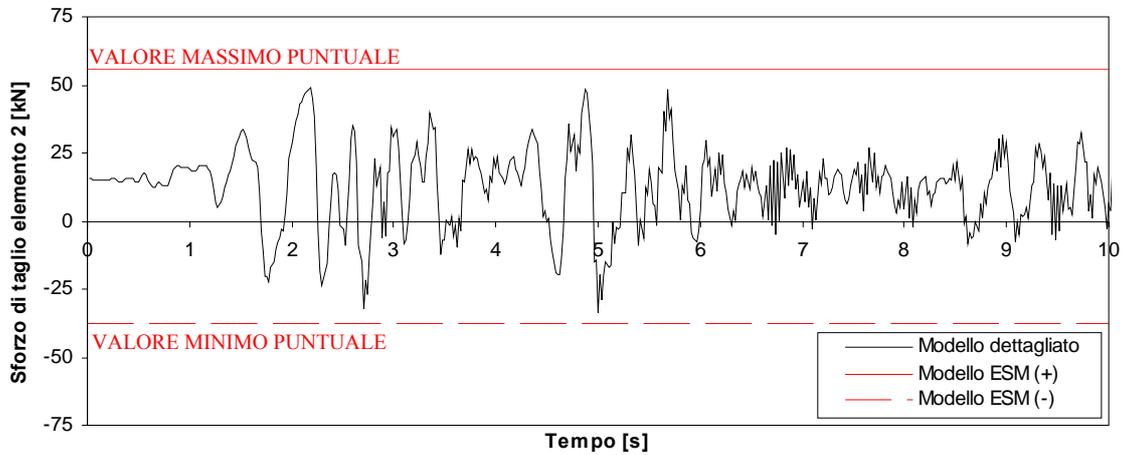
In corrispondenza dei punti individuati   riportata anche l'indicazione dell'analisi *time-history*, condotta sul modello *stick*, che conduce a tale valore di spostamento (valore massimo o minimo che sia). I valori di taglio cos  determinati possono considerarsi come la richiesta che l'*input* sismico fa all'elemento strutturale, o pi  precisamente ad una sua sezione,

in termini di sforzo di taglio e possono essere utilizzati quindi per impostare le verifiche di resistenza richieste.

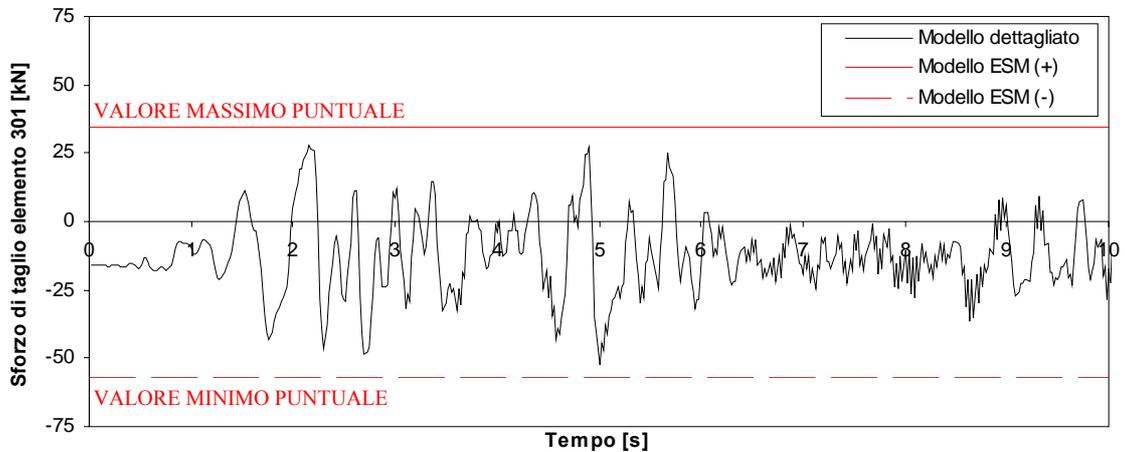
Nuovamente, al fine di verificare la precisione e testare la rispondenza della procedura proposta, si confrontano i valori appena ricavati con i valori di sforzo tagliente desunti dalle analisi *time-history* condotte sul modello dettagliato che forniscono i risultati considerati esatti. Si riportano a tal riguardo dalla Figura 6.206 alla Figura 6.213 gli andamenti nel tempo delle sollecitazioni taglienti registrate alla base in direzione X per i medesimi *input* sismici già considerati al §6.4.3. Nelle stesse figure è riportato il valore dello sforzo di taglio ricavato mediante la procedura appena descritta che, in linea teorica, dovrebbe fornire una approssimazione del valore massimo o minimo registrato dal modello dettagliato.

I grafici riportati evidenziano che i valori limite, superiore ed inferiore, determinati mediante la rielaborazione dei risultati ottenuti dal modello ESM seguendo la procedura proposta, approssimano con sufficiente precisione quelli che sono i valori massimi e minimi degli sforzi di taglio attesi e determinati mediante analisi *time-history* condotte sul modello dettagliato della medesima struttura. Da quanto ricavato emerge che le verifiche di resistenza possono così essere impostate anche a livello locale utilizzando informazioni che derivano dai modelli ESM predisposti e che tendenzialmente dovrebbero essere a favore di sicurezza in quanto le approssimazioni prodotte dal modello equivalente, salvo qualche eccezione, risultano stime per eccesso rispetto ai valori considerati esatti.

*Input 1*

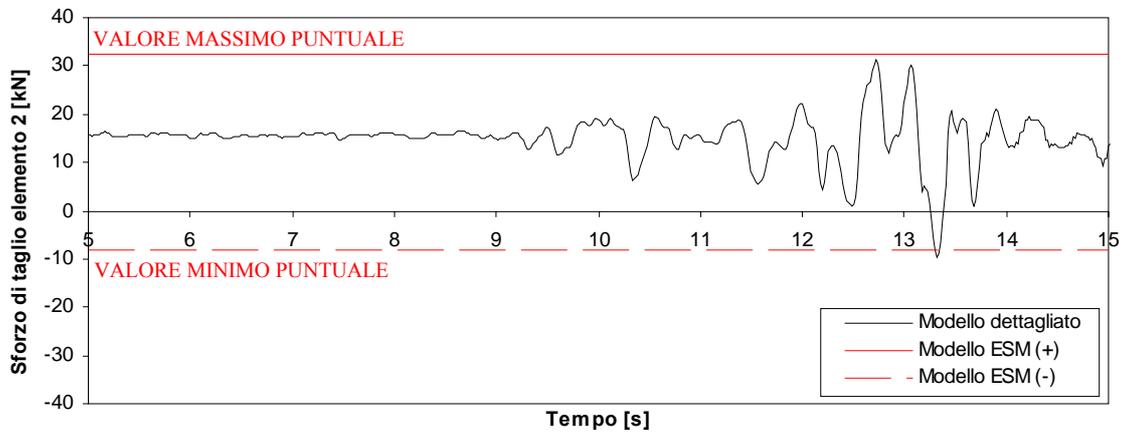


**Figura 6.206** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 ( $SF = 0.85$ ) per il caso studio 3.

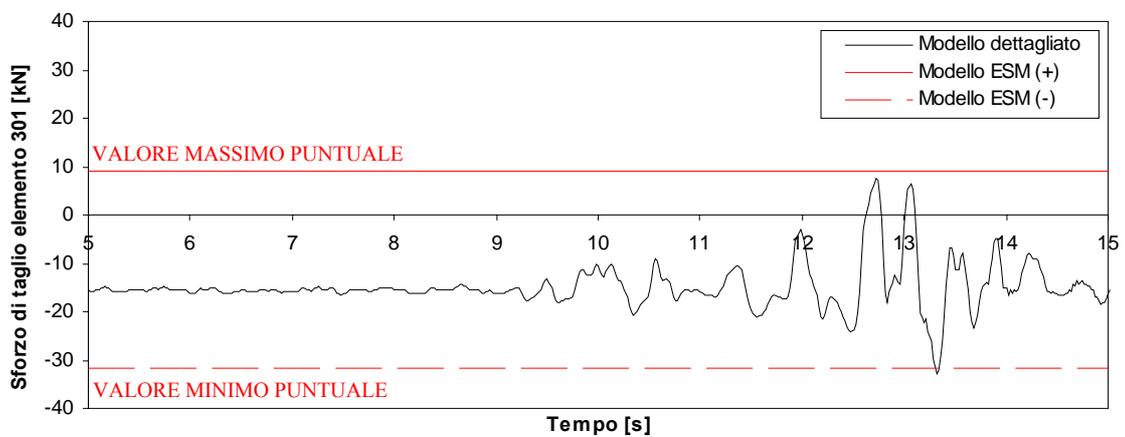


**Figura 6.207** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 1 ( $SF = 0.85$ ) per il caso studio 3.

*Input 2*

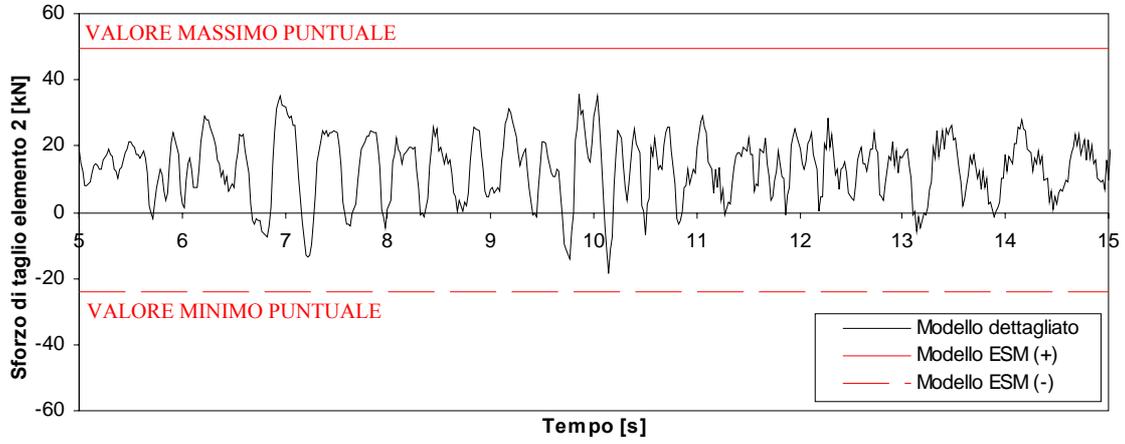


**Figura 6.208** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 ( $SF = 0.5$ ) per il caso studio 3.

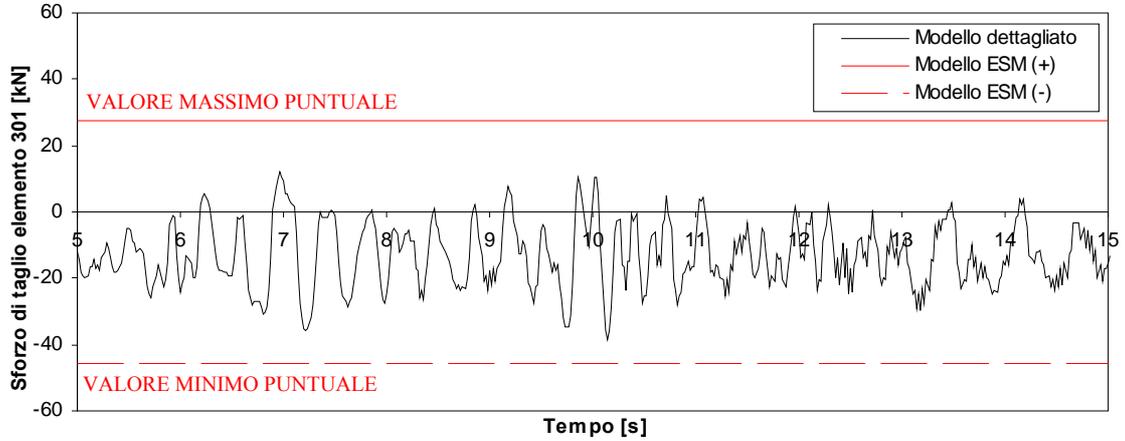


**Figura 6.209** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 2 ( $SF = 0.5$ ) per il caso studio 3.

*Input 3*

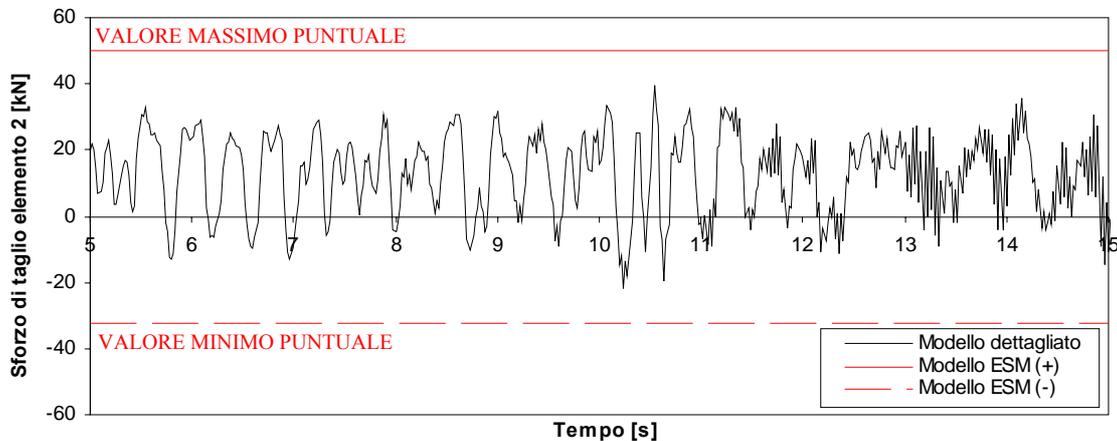


**Figura 6.210** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 ( $SF = 1.0$ ) per il caso studio 3.

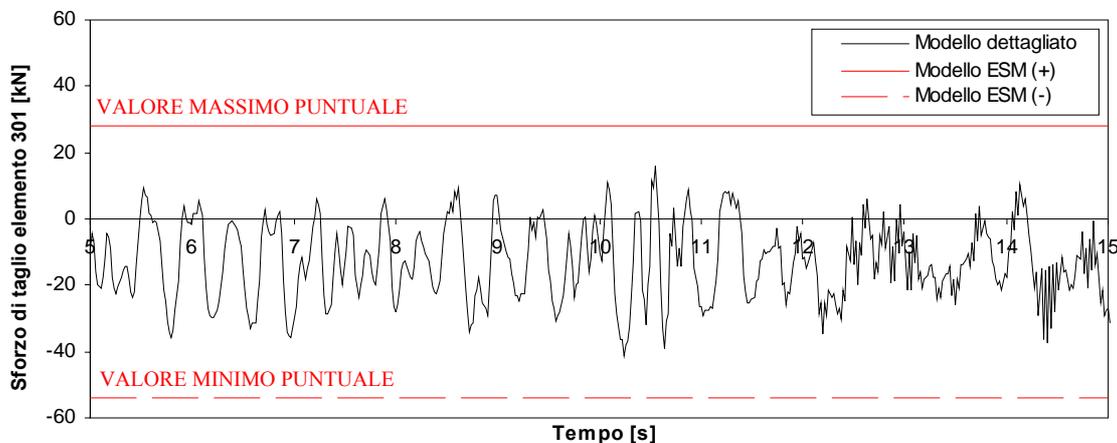


**Figura 6.211** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 3 ( $SF = 1.0$ ) per il caso studio 3.

*Input 4*



**Figura 6.212** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 2: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 4 ( $SF = 0.85$ ) per il caso studio 3.



**Figura 6.213** - Sforzo di taglio (in direzione X) per l'elemento 301: confronto tra risultati del modello dettagliato e modello ESM per l'input 4 ( $SF = 0.85$ ) per il caso studio 3.

## 6.5) CONFRONTI SULL'ONERE COMPUTAZIONALE DEI MODELLI UTILIZZATI

Uno dei vantaggi evidenti del modello equivalente discusso e predisposto nel presente lavoro, risiede nella sua limitata onerosità computazionale. Tale pregio deriva fondamentalmente dal ridotto numero di gradi di libertà che compongono i sistemi di equazioni da risolvere numericamente. La possibilità di eseguire analisi dinamiche non-lineari che richiedono per la loro soluzione un limitato tempo computazionale è un pregio di non poco conto, specie se si pensa a procedure di progettazione, piuttosto che ad analisi impiegate per la stima di valutazione di edifici esistenti o ancora ad applicazioni in ambito di ricerca in cui analisi *time-history* sono da risolversi in maniera ricorsiva e ripetitiva.

Per evidenziare quali siano le potenzialità e l'efficacia del modello ESM proposto in questa tesi, si riportano nelle tre tabelle di sintesi 6.10, 6.11 e 6.12, quelli che sono i tempi di analisi (somma del tempo di calcolo e del tempo impiegato per la fase di *post-processing* dei risultati) necessari ad un elaboratore elettronico con processore Intel®Core2™2Duo CPU E8400 @ 3.00 GHz equipaggiato con 3.00 GB di RAM per risolvere le analisi *time-history* condotte sul modello dettagliato e sul modello *stick* dei tre casi di studio, per ciascuno degli *input* considerati e risolti per la loro intera durata (specificata in Tabella 6.1).

Identificativo input sismico	Modello dettagliato			Modello ESM	
	Tempo di calcolo [s]	Tempo di post-processing [s]	Tempo di analisi totale [s]	Tempo di analisi cerniera TLE[s]	Tempo di analisi cerniera TLPO [s]
<b>Input 1</b>	1026	1022	2048	0.37	0.37
<b>Input 2 (SF=1)</b>	700	838	1538	0.26	0.28
<b>Input 2 (SF=2.65)</b>	717	764	1481	0.28	0.29

**Tabella 6.10** - Confronto su tempi computazionali per realizzare analisi *time-history* su modello dettagliato e su modello ESM del caso studio 1 per diversi input sismici.

Identificativo input sismico	Modello dettagliato			Modello ESM	
	Tempo di calcolo [s]	Tempo di post-processing [s]	Tempo di analisi totale [s]	Tempo di analisi cerniera TLE[s]	Tempo di analisi cerniera TLPO [s]
<b>Input 1</b>	2927	2081	5008 (1.39 ore)	0.83	0.80
<b>Input 2</b>	2229	1556	3785 (1.05 ore)	0.63	0.57
<b>Input 3</b>	2990	2062	5052 (1.40 ore)	0.86	0.73
<b>Input 4</b>	3547	5580	9127 (2.53 ore)	0.73	0.70

**Tabella 6.11** - Confronto su tempi computazionali per realizzare analisi *time-history* su modello dettagliato e su modello ESM del caso studio 2 per diversi input sismici.

Identificativo input sismico	Modello dettagliato			Modello ESM	
	Tempo di calcolo [s]	Tempo di post-processing [s]	Tempo di analisi totale [s]	Tempo di analisi cerniera TLE[s]	Tempo di analisi cerniera TLPO [s]
<b>Input 1</b>	2677	2373	5050	0.37	0.36
<b>Input 2</b>	626	684	1310	0.28	0.29
<b>Input 3</b>	568	665	1233	0.34	0.31
<b>Input 4</b>	1016	1009	2025	0.48	0.47

**Tabella 6.12** - Confronto su tempi computazionali per realizzare analisi *time-history* su modello dettagliato e su modello ESM del caso studio 3 per diversi input sismici.

I risultati non necessitano di commenti ulteriori poiché, come anticipato, mostrano chiaramente quale sia il risparmio in termini di tempo computazionale che l'utilizzo del modello *ESM* consente. Il tempo di risoluzione di una analisi *time-history* condotta su di un modello *stick* equivalente, come quello previsto nella procedura *ESMM* descritta nella presente tesi, è praticamente insignificante.

Il vantaggio computazionale del metodo qui proposto è evidente già nel caso in cui le analisi *time-history* siano da realizzarsi per un numero anche limitato di accelerogrammi e in maniera non ripetitiva.

# 7

## CONCLUSIONI

Nella presente tesi si è introdotto un modello anelastico da utilizzare in analisi dinamiche *time-history* di edifici intelaiati. Tale modello, come l'acronimo *ESM* (*Equivalent Stick Model*) sintetizza, ricade nella famiglia dei modelli *stick* (definiti nel documento FEMA 440) e vuole essere un modello equivalente, in termini di risposta strutturale sismica, dei più complessi modelli "dettagliati" (sempre definiti in FEMA 440), che a loro volta rappresentano modelli raffinati per l'interpretazione e lo studio del comportamento delle strutture reali. Nel presente lavoro è stata definita inoltre una specifica metodologia, denominata *ESMM* (*Equivalent Stick Model Method*) che a partire dal modello *ESM* definito, ne indica una procedura applicativa inserendolo in un contesto generale più ampio.

Il modello *stick* qua proposto prevede, per la sua realizzazione e il suo assemblaggio, la definizione di alcuni parametri che giocano un ruolo chiave nella procedura. Infatti, sono da definire:

- la scelta della tipologia di legge isteretica da assegnare alla cerniera plastica, la quale simula il comportamento sotto carico ciclico degli elementi strutturali e non;
- il punto del piano ritenuto rappresentativo e da monitorare durante le analisi statiche;
- la scelta della distribuzione di forza (sia in altezza che in pianta) da adottare, per ottenere, per via statica, delle curve di capacità di piano aventi andamento quanto più possibile vicino a quella che sarà poi la richiesta dinamica fatta alla struttura dagli *input* sismici.

La procedura per l'ottenimento del modello *stick* a partire da quello dettagliato, e per la sua applicazione nel contesto progettuale proposto, è data al Capitolo 5 mentre il Capitolo 6, riporta alcuni esempi applicativi di specifici casi studio. Tali casi particolari sono utilizzati, oltre che per mostrare in maniera pratica la procedura per l'ottenimento del modello, anche per la validazione del metodo proposto, tramite il confronto dei risultati che si ottengono dal modello *ESM* e dal modello dettagliato, e relativi al caso indagato.

I risultati numerici ottenuti mostrano come, per la scelta della cerniera anelastica isteretica da assegnare al piano, una legge semplice e poco onerosa computazionalmente, come quella tetralineare del tipo *peak-oriented* testata, conduca a risultati buoni, avendo ottenuto comunque, anche nel caso di utilizzo di una legge ancora più semplice, come quella tetralineare elastica, risultati più che soddisfacenti.

Per quanto riguarda la definizione della distribuzione di forza più opportuna, da applicare staticamente, i risultati mostrano come le distribuzioni di forza proporzionali ai tagli di piano derivanti da un'analisi modale della struttura, conducano ai risultati migliori. Nel caso in cui il comportamento strutturale, sia governato da più modi di vibrare, è opportuno tenere in conto di tali contributi combinando gli effetti dei modi ritenuti significativi nella generazione delle curve di capacità di piano.

Per quanto riguarda la scelta del punto da monitorare, in analisi sismiche unidirezionali e in assenza di componenti torsionali, tale aspetto non ha importanza vista la sostanziale traslazione uniforme del piano.

In presenza di un movimento di roto-traslazione invece, la scelta del nodo da monitorare durante il caricamento statico, gioca un ruolo fondamentale nella definizione della curva di piano e si è mostrato come le curve dei diversi nodi di interesse, possano essere usate alternativamente. In questa situazione di regime roto-traslazionale, il metodo qua proposto, nella versione standard e limitatamente ai casi studio indagati, tende a sovrastimare le richieste di spostamento che l'*input* sismico fa alla struttura, soprattutto in corrispondenza degli spigoli più rigidi di quest'ultima. Le cose vanno leggermente meglio per gli spigoli delle porzioni strutturali più flessibili. La procedura alternativa proposta, invece, migliora sensibilmente tale problematica per entrambe le situazioni.

Il modello *ESM* introdotto, e utilizzato per la risoluzione di analisi *time-history*, è in grado di fornire una stima degli spostamenti, totali e di interpiano, da attendersi per la struttura in questione, quando sottoposta ad un determinato *input* sismico. Tale modello fornisce inoltre indicazioni sull'andamento e sul valore della forza sismica attesa al singolo piano per l'*input* in questione. Tali informazioni possono essere utilmente impiegate per la realizzazione di verifiche sia in termini di capacità resistente che di spostamento. La capacità di fornire, inoltre, indicazioni sulle richieste sismiche locali, può essere altresì sfruttata per impostare le verifiche dei meccanismi fragili e duttili della struttura, potendo desumere i valori per le grandezze di interesse dal modello dettagliato predisposto e indicato al punto IIX della procedura *ESMM*.

Nei casi analizzati, e utilizzati come strumento di validazione del metodo nella sua totalità, i risultati ottenuti mediante la procedura *ESMM*, sono risultati essere usualmente in buon accordo, ottimo in certi casi, con quelli derivanti dalle analisi condotte sul modello dettagliato,

---

capace di fornire i risultati ritenuti esatti, nell'interpretazione del comportamento strutturale. Le grandezze sia globali (riferite all'intera struttura o ad un suo piano), che locali (riferite al singolo elemento strutturale o ad una sua sezione) ricavate mediante la procedura descritta, possono essere utilizzate efficacemente per impostare verifiche in termini di resistenza o di spostamento.

Il particolare pregio e peculiarità del metodo sta nel fatto che, sfruttando un modello a ridotto numero di gradi di libertà, le analisi dinamiche condotte su tale modello risultano estremamente economiche poiché poco onerose computazionalmente. I tempi di calcolo e di *post-processing* necessari per condurre analisi *time-history* sul modello strutturale *stick* della struttura, non sono nemmeno paragonabili con quelli che occorrono per eseguire la medesima analisi su di un modello dettagliato.

Gli aspetti che limitano maggiormente il metodo, e alcune problematiche riscontrate durante la definizione del modello o nella fase di validazione, hanno suggerito quelli che possono essere possibili filoni di ricerca per lo sviluppo futuro di questa tipologia di modelli, oltre che, per la loro estensione allo studio di un panorama più ampio di strutture. Tra gli obiettivi e gli sviluppi di ricerca futuri si evidenzia che:

- i casi studio qua presentati, nonostante siano stati testati per diversi *input* sismici e diverse intensità sismiche, costituiscono comunque delle informazioni puntuali. Ulteriori esempi dovranno essere testati e analizzati in modo da ampliare la popolazione delle strutture studiate e cercare di dare una valenza statistica, se possibile, ai risultati che si ottengono, generando delle statistiche per gli indicatori di errore del metodo;
- le strutture qua proposte possiedono delle semplificazioni di base che rendono più agevole il compito di interpretazione dei risultati del modello equivalente. L'estensione a strutture più complesse e generali è da auspicarsi, e le problematiche da risolvere potrebbero essere legate all'assenza di un piano sufficientemente rigido a livello di solaio, piuttosto che presenze di restringimenti e variazioni in pianta da un piano all'altro. Nel momento in cui i punti da monitorare non risultassero dunque allineati a tutti i livelli, idonee precauzioni per la risoluzione della problematica saranno da prevedere.
- una versione raffinata del metodo potrebbe essere ottenuta utilizzando delle leggi isteretiche più complesse e rappresentative di particolari fenomeni di interesse. Tali leggi da applicare alle cerniere plastiche degli elementi finiti dei modelli *stick* equivalenti, dovranno essere comunque calibrate e tarate per riuscire a cogliere fenomeni che devono essere inseriti anche nei modelli dettagliati in modo da poter confrontare i risultati e validarne la procedura;

- particolari leggi isteretiche potrebbero altresì essere calibrate, a partire dall'interpretazione di prove sperimentali condotte, sostituendo le simulazioni numeriche condotte sui modelli dettagliati;
- aspetto importante per dare ancora più generalità alla procedura, è quello di considerare nelle analisi un *input* sismico bidirezionale. Tale aspetto può essere trattato e inserito nel modello solo dopo aver adeguatamente tarato e calibrato delle leggi di interazione tra le cerniere monodirezionali di ciascun piano;
- le strutture fino ad ora studiate, sono riferite ad edifici intelaiati in c.a.. L'estensione ad edifici in acciaio intelaiati non presenta particolari problemi essendo la metodologia proposta indipendente dal tipo di materiale. Però, nel caso in cui pareti o setti siano inseriti nella struttura e a tali elementi sia demandato il compito di sopportare le azioni orizzontali o ancora, il sistema resistente che si considera, sia di tipo misto con telai e pareti interagenti ed entrambi resistenti alle azioni orizzontali, idonee modalità per tenerne in conto devono essere previste. Si potrà ad esempio lavorare sulle leggi isteretiche, o in alternativa generare due modelli *stick* separati collegati rigidamente tra di loro e rappresentanti ciascuno uno dei due sistemi resistenti ai carichi orizzontali;
- ulteriore problematica che in taluni casi potrebbe essere importante e da tenere in considerazione, è quella relativa alla possibile rotazione delle fondazioni con curve di piano modificate per effetto di tale fenomeno. Ancora una volta tale aspetto deve essere inserito, dapprima nel modello dettagliato della struttura, e successivamente debitamente considerato nelle curve di piano del modello *stick*.

---

## BIBLIOGRAFIA

### A

Agrawal G. L, Tulin L. G., Gerstle K. H. (1965) “Response of doubly reinforced concrete beams to cyclic loading”. *ACI Structural Journal*. Vol. 62, No. 7, July 1965, pp. 823-835.

Akita H., Koide H., Tomon M., Sohn D. (2003) “A practical method for uniaxial tension test of concrete”. *Matériaux et Constructions*. Vol. 36, No. 6, pp.365-371.

Akkar S. D., Miranda E. (2005) “Statistical evaluation of approximate methods for estimating maximum deformation demands on existing structures”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 131, No. 1, pp. 160-172.

Aktan A. E., Karlsson B. I., Sozen M. A. (1973) “Stress-Strain Relationships of Reinforcing Bars Subjected to Large Strain Reversals”. *Civil Engineering Studies*. Technical Report SRS-397. University of Illinois, Urbana-Champaign.

Alemdar B. N., White D. W. (2005) “Displacement, Flexibility, and Mixed Beam-Column Finite Element Formulations for Distributed Plasticity Analysis”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 131, No. 12, pp. 1811-1819.

Anagnostopoulos S. (1981) “ Inelastic Beams for Seismic Analysis of Structures”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 107, No. 7, pp. 1297-1311.

Antoniou S., Pinho R. (2004a) “Advantages and limitations of adaptive and non-adaptive force-based pushover procedures”. *Journal of Earthquake Engineering*. Vol. 8, No. 4, pp. 497-522.

Antoniou S., Pinho R. (2004b) “Development and verification of a displacement-based adaptive pushover procedure”. *Journal of Earthquake Engineering* . Vol. 8, No. 4, pp. 643-661.

Antoniou S., Rovithakis A., Pinho R. (2002) "Development and verification of a fully adaptive pushover procedure". *Proc. 12<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering*. London. Paper No. 822.

Aoyama H. (1964) "Moment-curvature characteristics of reinforced concrete members subjected to axial load and reversal of bending". *ACI Structural Journal*. SP12-06, pp. 183-212.

Asano K., Iwan W. D. (1984) "An alternative approach to the random response of bilinear hysteretic systems". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 12, pp. 229-236.

Aslani F., Jowkarmeinmandi R. (2012) "Stress-strain model for concrete under cyclic loading". *Magazine of Concrete Research*. Vol. 64, No. 8, pp. 673-685.

ATC 40 (1996) "Seismic Evaluation and Retrofit of Concrete Buildings". Report SSC96-01 of California Seismic Safety Commission. Applied Technology Council. Redwood City, California.

## **B**

Baber T. T. (1986) "Modal analysis for random vibration of hysteretic frames". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 14, No. 6, pp. 841-859.

Baber T. T., Wen Y.-K. (1981) "Random vibration hysteretic, degrading systems". *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*. Vol. 107, No. 6, pp. 1069-1087.

Balan A. T., Filippou F. C., Popov E. P. (1998) "Hysteretic model of ordinary and high-strength reinforcing steel". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 124, No. 3, pp. 288-297.

Banon H., Biggs J., Irvine M. (1981) "Seismic Damage in Reinforced Concrete Frames". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 107, No. 9, pp 1713-1729.

Barbato M., Conte J. P. (2005) "Finite Element Response Sensitivity Analysis: A Comparison Between Force-Based and Displacement-Based Frame Element Models". *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 194 (12-16), pp. 1479-1512.

---

Bate P. S., Wilson D. V. (1986) "Analysis of the Bauschinger effect". *Acta Metallurgica*. Vol. 34, No. 6, pp. 1097-1105.

Bauschinger J. (1887) "Variations in the elastic limit of iron and steel" [Summarized translation]. *Journal of Iron and Steel Research Institute*. Vol. 1, pp. 442-444.

Bausias N. S., Verzeletti G., Fardis N. M., Gutierrez E. (1995) "Load-path effects in column biaxial bending with axial force". *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*. Vol. 121, No. 5, pp. 596-605.

Bažant Z. P. (2000) "Size effect". *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 37 , pp. 69-80.

Bažant Z. P., Oh B. H. (1983) "Crack band theory for fracture of concrete". *Matériaux et Constructions*. Vol. 16, No. 3, pp. 155-177.

Bažant Z. P., Kazemi M. T. (1991) "Size dependence of concrete fracture energy determined by RILEM work-of-fracture method". *International Journal of Fracture*. Vol. 51, pp. 121-138.

Bertero V. V., Bresler B., Liao H. (1969) "Stiffness degradation of reinforced concrete members subjected to cyclic flexural moments". *UCB/EERC Report 69/12*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Biggs J.M. (1964) "Introduction to Structural Dynamics". First Edition. *McGraw-Hill Book Co. Inc.*. New York. N.Y.

Blume J. A., Newmark N. M., Corning L. H. (1961) "Design of Multistory Reinforced Concrete Buildings for Earthquake Motions". Third edition. *Published by Portland Cement Association*.

Borges J. U. A., Subramaniam K. V., Weiss W. J., Shah S. P., Bittencourt T. N. (2004) "Length Effect on Ductility of Concrete in Uniaxial and Flexural Compression". *ACI Structural Journal*. Vol. 101, No. 6, pp. 765-772.

Brancaleoni F., Ciampi V., Di Antonio R. (1983) "Rate-Type Models for Non Linear Hysteretic Structural Behavior". *EUROMECH Colloquium*. Palermo, Italy.

Brown R., Jirsa J. O. (1971) "Reinforced Concrete Beams under Load Reversal". *ACI Structural Journal*. Vol. 68, No. 5, pp. 380-390.

Buyukozturk O., Tseng T. M. (1984) "Concrete in Biaxial Cyclic Compression". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 110, No. 3, pp. 461-476.

## C

Carpinteri A., Ingraffea A. R. (1984) "Fracture mechanics of concrete: material characterization and testing". M. Nijhoff Publishers. The Hague. Netherlands.

Casciati F. (1987) "Nonlinear Stochastic Dynamics of Large Structural Systems By Equivalent Linearization". *Proc. 5<sup>th</sup> International Conference on Application of Statistic and Probability in Soil and Structural Engineering*, University of British Columbia, Vancouver.

Chan W. W. L. (1955) "The ultimate strength and deformation of plastic hinges in reinforced concrete frameworks". *Magazine of Concrete Research*. Vol. 7, No. 21, pp. 121-132.

Chang G. A., Mander J. B. (1994a) "Seismic energy based fatigue damage analysis of bridge columns. Part I: Evaluation of seismic capacity". *Technical Report NCEER-94-0006*. Department of Civil Engineering, State University of New York. Buffalo.

Chang G. A., Mander J. B. (1994b) "Seismic energy based fatigue damage analysis of bridge columns. Part II: Evaluation of seismic demand". *Technical Report NCEER-94-0013*. Department of Civil Engineering, State University of New York. Buffalo.

Chopra A. K. (2006) "Dynamics of Structure - Theory and application to Earthquake Engineering". Third edition. *Prentice Hall International, Inc.* Upper Saddle River. N.J.

Chopra A. K., Goel R. K. (2001) "A Modal Pushover Analysis Procedure to Estimate Seismic Demands for Buildings: Theory and Preliminary Evaluation". *PEER Report 2001/03*. Pacific Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California. Berkeley.

---

Chopra A. K., Goel R. K. (2002) "A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 31, No. 3, pp. 561-582.

Chopra A. K., Goel R. K. (2004) "A modal pushover analysis procedure to estimate seismic demands for unsymmetric-plan buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 33, No. 8, pp. 903-927.

Ciampi V., Carlesimo L. (1986) "A Nonlinear Beam Element for Seismic Analysis of Structures". *8<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering*. Lisbon.

Circolare n° 617 (2009) "Istruzioni per l'applicazione delle Nuove norme tecniche per le costruzioni di cui al Decreto Ministeriale 14/01/2008". *Circolare Ministero delle Infrastrutture e Trasporti*, n. 617 del 2/2/2009, G.U. n. 47 del 26/2/2009.

Clough R. W. (1966) "Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements". *UCB/SESM Report 66/16*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Clough R. W., Benuska K. L. Wilson E. L. (1965) "Inelastic earthquake response of tall buildings". *Proc. 3<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. New Zealand.

Clough R. W., Benuska K. L., Wilson E. L. (1965) "Inelastic Earthquake Response of Tall Buildings". *Proc. 3<sup>rd</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. New Zealand. Vol. 2, pp. 69-89.

COLA (1995) "Earthquake Hazard Reduction in Existing Concrete Buildings and Concrete Frame Buildings with Masonry Infills". *Division 95. City of Los Angeles*. January 31.

Coleman J., Spacone E. (2001) "Localization issues in force-based frame elements". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 127, No. 11, pp. 1257-1265.

Cornelissen H. A. W., Hordijk D. A., Reinhardt H. W. (1986) "Experimental determination of crack softening characteristics of normalweight and lightweight concrete". *Heron*. Vol. 31, No. 2, pp. 45-56.

## D

Darvall L. P., Mendis P. (1985) "Elastic-Plastic-Softening Analysis of Plane Frames". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 11, No. 4, pp. 871-888.

De Stefano M., Faella G. (1996) "An evaluation of the inelastic response of systems under biaxial seismic excitation". *Engineering Structures*. Vol. 18, No. 9, pp. 724-731.

De Stefano M., Faella G., Ramasco R. (1998) "Inelastic seismic response of one-way plan-asymmetric systems under bi-directional ground motions". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 27, No. 4, pp. 363-376.

Defalias Y. F., Popov E. P. (1975) "A model of nonlinearly hardening materials for complex loading". *Acta Mechanica*, Vol. 21, No. 3, pp. 173-192.

Dodd L. L. (1992) "The dynamic behaviour of reinforced-concrete bridge piers subjected to New Zealand seismicity". *Research Report 92-04*. Department of civil Engineering, University of Canterbury. Christchurch, New Zealand.

Dodd L. L., Restrepo-Posada J. I. (1995) "Model for Predicting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 121, No. 3, pp. 433-445.

Dutta S. C., Das P. K. (2002) "Validity and applicability of two simple hysteresis models to assess progressive seismic damage in R-C asymmetric buildings". *Journal of Sound and Vibration. Elsevier*. Vol. 257, No. 4, pp. 753-777.

## E

EC 2 "Eurocode 2: Design of concrete structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings". *EN 1992-1-1*. Brussels, Belgium, 2004.

EC 3 "Eurocode 3: Design of steel structures - Part 1-1: General rules and rules for buildings". *EN 1993-1-1*. Brussels, Belgium, 2005.

EC 8 "Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance - Part 1: General rules, seismic actions and rules for buildings". *Final draft, prEN 1998-1*. Brussels, Belgium, 2003.

---

Elnashai A. S. (2001) "Advanced inelastic static (pushover) analysis for earthquake applications". *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 12, No. 1, pp. 51-69.

Evans R.H., Marathe M. S. (1968) "Microcracking and stress-strain curves for concrete in tension". *Matériaux et Constructions*. Vol. 1, No. 1, pp. 61-64.

## **F**

Fajfar P. (2002) "Structural analysis in earthquake engineering - A breakthrough of simplified non-linear method". *Proc. 12<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering*. London. Paper No. 843.

Fajfar P. Gašperšič P. (1996) "The N2 method for the seismic damage analysis of RC buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 25, No. 1, pp. 31-46.

Fajfar P., Marusic D., Perus I. (2005) "Torsional effects in the pushover-based seismic analysis of buildings". *Journal of Earthquake Engineering*. Vol. 9, No. 6, pp. 831-854.

Fayfar P., Fischinger M. (1989) "N2 - A method for non-linear seismic analysis of regular buildings". *Proc. 9<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Tokyo-Kyoto, Japan. Vol. 5, pp. 111-116.

FEMA 273 "NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings". *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., October 1997.

FEMA 274 "NEHRP Commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings". *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., October 1997.

FEMA 306 "Evaluation of earthquake damaged concrete and masonry wall buildings - Basic Procedures Manual". *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., 1998.

FEMA 307 "Evaluation of earthquake damaged concrete and masonry wall buildings - Technical Resources". *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., 1998.

FEMA 356 "Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings". *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., November 2000.

FEMA 357 “Global Topics Report on the Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings”. *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., November 2000.

FEMA 440 “Improvement of Nonlinear Static Seismic Analysis Procedures” *Federal Emergency Management Agency*. Washington, D.C., June 2005.

Filippou F. C., Issa A. (1988) “Nonlinear analysis of reinforced concrete frames under cyclic load reversals”. *UCB/EERC Report 88/12*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Filippou F. C., Popov E. P., Bertero V. V. (1983) “Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints”. *UCB/EERC Report 83/19*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Filippou F. C., Popov E. P., Bertero V. V. (1983) “Modeling of R/C Joints under Cyclic Excitations”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 109, No. 11, pp. 2666-2684.

Filippou F. C., Popov E. P., Bertero V. V. (1983). “Effects of bond deterioration on hysteretic behavior of reinforced concrete joints”. *UCB/EERC Report 83/19*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Freeman S. A. (1978) “Prediction of response of concrete buildings to severe earthquake motion”. *Douglas McHenry International Symposium on Concrete and Concrete Structures*, SP-55, American Concrete Institute, Detroit, Michigan, pp. 589-605.

Freeman S. A. (2004) “Review of the development of the capacity spectrum method”. *ISET Journal of Earthquake Technology*. Paper No. 438, Vol. 41, No. 1, pp. 1-13.

Freeman S. A., Nicoletti J. P., Tyrell J. V. (1975) “Evaluation of Existing Buildings for Seismic Risk – A Case Study of Puget Sound Naval Shipyard, Bremerton, Washington”. *Proc. U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Earthquake Engineering Research Institute, Berkeley, California. pp. 113-122.

---

Fujii K., Nakano Y., Sanada Y. (2004) "Simplified nonlinear analysis procedure for asymmetric buildings". Proc. *13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada. Paper No. 149.

## G

Gambolati G. (2002) "Lezioni di metodi numerici per Ingegneria e Scienze Applicate". Seconda edizione. *Edizioni Libreria Cortina*. Padova.

Gencturk B., Elnashai A. S. (2008) "Development and application of an advanced capacity spectrum method". *Engineering Structures*. Vol. 30, pp. 3345-3354.

Giberson M. (1967) "The response of nonlinear multi-story structures subjected to earthquake excitations". *Ph. D. Thesis*. California Institute of Technology. Pasadena.

Giberson M. F. (1969) "Two Nonlinear beams with Definitions of Ductility". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 95, No. 2, pp. 137-157.

Giuffrè A., Pinto P. E. (1970) "Il comportamento del cemento armato per sollecitazioni cicliche di forte intensità". *Giornale del Genio Civile*, Maggio 1970.

Gulkan P., Sozen M. A. (1974) "Inelastic responses of reinforced concrete structure to earthquake motions". *ACI Structural Journal*. Vol. 71, No. 12, pp. 604-610.

Gupta B, Kunnath S. K. (2000) "Adaptive spectra-based pushover procedure for seismic evaluation of structures". *Earthquake Spectra*. Vol. 16, No. 2, pp. 367-392.

## H

Han S. W., Wen Y. K. (1997) "Method of reliability-based seismic design. I: Equivalent nonlinear systems". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 123, No. 3, pp. 256-263.

Hanganu A. D., Onate E., Barbat A.H. (2002) "A finite element methodology for local/global damage evaluation in civil engineering structures". *Computers and Structures*, Vol. 80, No. 20, pp. 1667-1687.

Hejal R. , Chopra A. (1987) “Earthquake response of torsionally-coupled buildings”. *UCB/EERC Report 87/20*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Hejal R. , Chopra A. (1989a) “Earthquake Response of Torsionally Coupled, Frame Buildings”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 115, No. 4, pp.834-851.

Hejal R. , Chopra A. (1989b) “Lateral-Torsional Coupling in Earthquake Response of Frame Buildings”. *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 115, No. 4, pp. 852-867.

Hillerborg A. (1985) “The theoretical basis of a method to determine the fracture energy  $G_F$  of concrete”. *Matériaux et Constructions*. Vol.18, No. 106, pp.291-296.

Hillerborg, A. (1983) “Analysis of one single crack”. *In Fracture Mechanics of Concrete, F.H. Wittmann (ed.)*, pp. 223-251.

Hognestad E., Hanson N. W., McHenry D. (1955) “Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design”. *ACI Structural Journal*. Vol. 27, No. 4, pp. 455-479.

## I

Iwan W. D. (1966) “A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response”. *Journal of Applied Mechanics, ASME*. Vol. 33, No. 4, pp. 893-900.

Iwan W. D. (1978) “Applications of Nonlinear Analysis Techniques”. in *Iwan W. D. ed., Applied Mechanics in Earthquake Engineering*, ASME, AMD, 8, New York. pp. 135-161.

## J

Jan T. S., Liu M. W., Kao Y. C. (2004) “An upper-bound pushover analysis procedure for estimating the seismic demands of high-rise buildings”. *Engineering Structures*. Vol. 26, No. 1, pp. 117-128.

Jansen D. C., Shah S. P. (1997) “Effect of Length on Compressive Strain Softening of Concrete”. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*. Vol. 123, No. 1, January 1997, pp. 25-35.

---

Joh D., Shibata T. (1984) "Shear Failure of Reinforced Concrete Columns Due to Biaxial Lateral Forces". *Proc. 8<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. California.

**K**

Kaba S., Mahin S. A. (1984) "Refined Modeling of Reinforced Concrete Columns for Seismic Analysis". *UCB/EERC Report 84/03*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Kalkan E., Kunnath S. K. (2004) "Method of modal combinations for pushover analysis of buildings". *Proc. 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada. Paper No. 2713.

Kalkan E., Kunnath S. K. (2006) "Adaptive modal combination procedure for nonlinear static analysis of building structures". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 132, No. 11, pp. 1721-1731.

Kalkan E., Kunnath S. K. (2007) "Assessment of current nonlinear static procedures for seismic evaluation of buildings". *Engineering Structures*, Vol. 29, pp. 305-316.

Kan C. L., Chopra A. K. (1976) "Coupled lateral torsional response of buildings to ground shaking". *UCB/EERC Report 76/13*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Kan C. L., Chopra A. K. (1979) "Linear and nonlinear earthquake response of simple torsionally coupled systems". *UCB/EERC Report 79/03*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Kappos A. J., Stefanidou S. (2010) "A deformation-based seismic design method for 3D R/C irregular buildings using inelastic dynamic analysis". *Bulletin of Earthquake Engineering*. Vol. 8, No. 4, pp. 875-895.

Karsan I. D., Jirsa J. O. (1969) "Behavior of concrete under compressive loading". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 95, No. ST12, pp. 2543-2563.

Kazaz I., Yakut A., Gulkan P. (2006) "Seismic response assessment of a stiff structure". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 35, No. 6, pp. 737-759.

Kent D. C., Park R. (1971) "Flexural Members with Confined concrete". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 97, No. 7, pp. 1969-1990.

Kent D. C., Park, R. (1973). "Cyclic load behavior of reinforcing steel". *Strain. An International Journal for Experimental Mechanics*. Vol. 9, No. 3, 98-103.

Kilar V., Fajfar P. (1997) "Simple push-over analysis of asymmetric buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 26, No. 2, pp. 233-249.

Kim S., D'Amore E. (1999) "Push-over Analysis Procedure in Earthquake Engineering". *Earthquake Spectra*. Vol. 15, No. 3, pp. 417-434.

Kosmopoulos A. J., Fardis M. N. (2007) "Estimation of inelastic deformations in asymmetric multistorey RC buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 36, No. 9, pp. 1209-1234.

Krawinkler H., Popov E. P. (1974) "Hysteretic behavior of reinforced concrete rectangular and T-beams". *Proc. 5<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Roma.

Krawinkler H., Seneviratna G. D. P. K. (1998) "Pros and cons of a pushover analysis of seismic performance evaluation". *Engineering Structures*. Vol. 20, No. 4-6, pp. 452-464.

Kupfer H., Hilsdorf H. K. (1969) "Behavior of concrete under biaxial stresses". *ACI Structural Journal*. Vol. 66, No. 8, pp. 656-666.

## **L**

Lai M., Zhang Y. L., Zhang C. (1992) "Analysis method of multi-rigid-body model for earthquake responses of shear-type structure". *Proc. 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Madrid, Spain.

Lai S.S., Will G. T., Otani S. (1984) "Model for Inelastic Biaxial Bending of Concrete members". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 110, No. 11, pp. 2563-2584.

---

Lam S. S. E., Wu B., Wong Y. L., Wang Z. Y., Liu Z. Q., Li C. S. (2003) "Drift capacity of rectangular reinforced concrete columns with low lateral confinement and high axial load". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 129, No. 6, pp. 733-742.

Lawson R. S., Vance V. L., Krawinkler H. (1994) "Nonlinear static push-over analysis - why, when, and how?". *Proc. 5<sup>th</sup> U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Chicago, Illinois. pp. 283-292.

Lee C. L., Filippou F. C. (2009) "Efficient beam-column element with variable inelastic end zones". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 135, No. 11, pp. 1310-1319.

Lee Y. H., Willam K. J. (1997) "Mechanical Properties of Concrete in Uniaxial Compression". *ACI Structural Journal*. Vol. 94, No. 6, pp. 457-471.

Leonhardt F. (1980) "Vorlesungen über Massivbau". *Springer*. Berlin, Germany.

Low S. S., Moehle J. P. (1987) "Experimental study of reinforced concrete columns subjected to multi-axial cyclic loading". *UCB/EERC Report 87/14*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Lucchini A., Monti G., Kunnath S. (2009) "Seismic behavior of single-story asymmetric-plan buildings under uniaxial excitation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 38, No. 9, pp. 1053-1070.

## M

Ma. S.-Y. M., Bertero. V. V., Popov. E. P. (1976). "Experimental and analytical studies on the hysteretic behavior of reinforced concrete rectangular and T-beams." *UCB/EERC Report 76/02*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Mahasuverachai M. (1982) "Inelastic Analysis of Piping and Tubular Structures". *UCB/EERC Report 82/27*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Mander J. B. (1983) "Seismic design of bridge piers". *Ph. D. Thesis*. University of Canterbury. New Zealand.

Mander J. B., Priestley M. J. N., Park R. (1988) "Theoretical stress-strain model for confined concrete". *Journal of Structural Engineering*. Vol. 114, No. 8, July 1988, pp. 1804-1826.

Mander J. B., Priestly M. J. N., Park R. (1984) "Seismic design of bridge piers". *Research Report 84-02*. Department of civil Engineering, University of Canterbury. Christchurch, New Zealand.

Marin J. (1962) "Mechanical behaviour of engineering materials". *Prentice Hall International, Inc.* Englewood Cliffs, N.J.

Markeset G., Hillerborg A. (1995) "Softening of concrete in compression - Localization and size effects". *Cement and Concrete Research*. Vol. 25, No. 4, pp. 702-708.

Marušić D., Fajfar P. (2005) "On the inelastic seismic response of asymmetric buildings under bi-axial excitation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 34, No. 8, pp. 943-963.

Masing G. (1926) "Eigenspannungen Und Verfestigung Beim Messing". *Proc. 2<sup>nd</sup> International Congress for Applied Mechanics*. Zurich, Switzerland. pp.332-335 (in German).

Menegotto M., Pinto P. E. (1977) "Slender RC Compressed Members in Biaxial Bending". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 103, No. 3, pp. 587-605.

Menegotto M., Pinto P.E. (1973) "Method of analysis for cyclically loaded R.C. plane frames including changes in geometry and non-elastic behavior of element under combined normal force and bending". *Proc. IABSE Symp. of Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well-Defined Repeated Loads*. International Association of Bridge and Structural Engineering. pp.15-22. Lisbon, Portugal.

Meyer C., Roufaiel M. S. L., Arzoumanidis S.G. (1983) "Analysis of damaged concrete frames for cyclic loads". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 11, pp. 207-228.

MIDAS (2012). <http://eng.midasuser.com> (sito web).

Mindlin R. D. (1951) "Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates". *Journal of Applied Mechanics, ASME*. Vol. 18, No. 1, pp. 31-38.

---

Miranda E. (1991) "Seismic Evaluation and Upgrading of Existing Buildings". *Ph. D. Thesis*. University of California. Berkeley, California.

Miranda E., Bertero V. V. (1994) "Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake-Resistant Design". *Earthquake Spectra*. Vol. 10, No. 2, pp. 357-379.

Miranda E., Ruiz-Garcia J. (2002) "Evaluation of approximate methods to estimate maximum inelastic displacement demands". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 31, No. 3, pp. 539-560.

Mo Y. L., Wang S. J. (2000) "Seismic Behavior of Reinforced Concrete Columns". *Magazine of Concrete Research*. Vol. 52, No. 6, pp.419-432.

Moehle J. P. (1992) "Displacement-Based Design of RC Structures Subjected to Earthquakes". *Earthquake Spectra*. Vol. 8, No. 3, pp. 403-428.

Moghadam A. S., Tso W. K. (2000) "Pushover analysis for asymmetric and set-back multi-story buildings". *Proc. 12<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Auckland, New Zealand. Paper No. 1093.

Moghadam A. S., Tso W. K. (1996) "Damage assessment of eccentric multistorey buildings using 3-D pushover analysis". *Proc. 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Acapulco, Mexico, 23-28 June. Paper No. 997.

Monti G., Nuti C. (1992) "Nonlinear cyclic behavior of reinforcing bars including buckling". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 118, No. 12, pp. 3268-3284.

Morcos S. S., Bjorhovde R. (1995) "Fracture modeling of concrete and steel". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 121, No. 7, July 1995, pp. 1125-1133.

Mwafy A. M., Elnashai A. S. (2001) "Static pushover versus dynamic collapse analysis of RC buildings". *Engineering Structures*, Vol. 23, No. 5, pp. 407-424.

## N

Naaman. A. E. (1982). "Prestressed concrete, analysis and design: Fundamentals". *McGraw-Hill Book Co. Inc.*. New York. N.Y.

Nadai A. (1950) "Theory of flow and fracture of solids". Second Edition. Vol. I, *McGraw-Hill Book Co. Inc.* New York., N.Y.

Nassar A. A., Krawinkler H. (1991) "Seismic demands for SDOF and MDOF systems. *John A. Blume Earthquake Engineering Center*. Report No. 95. Department of Civil Engineering, Stanford University. Stanford. California.

Nawy E. G. (1995) "Prestressed concrete: fundamental approach". Second Edition. *Prentice Hall International, Inc.* Upper Saddle River. N.J.

Neuenhofer A., Filippou F. C. (1997) "Evaluation of nonlinear frame finite element models". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 123, No. 7, July 1997, pp. 958-966.

Newmark N. M. (1959) "A method of computation for structural dynamics". *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*. Vol. 85, No EM3, pp. 67-94.

Nigam N. C., Housner G. W. (1969) "Elastic and inelastic response of framed structures during earthquakes". *Proc. 4<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Santiago del Chile, Chile.

Nordby G. M. (1958) "Fatigue of concrete - A review of research". *ACI Structural Journal*. Vol. 55, No. 8, pp. 191-219.

NTC (2008) "Norme Tecniche per le costruzioni". *Decreto Ministeriale 14/01/2008*. G.U. n. 29 del 4/2/2008.

## O

Otani S. (1974) "Inelastic Analysis of R/C Frame Structures". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 100, No. 7, pp. 1433-1449.

---

Otani S. (1984) "Hysteresis models of reinforced concrete for earthquake response analysis". *Proc. 8<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. California.

Ozdemir H. (1981) "Nonlinear Transient Dynamic Analysis of Yielding Structures". *Ph. D. Thesis*. Department of Civil Engineering, University of California. Berkeley, California.

## **P**

Panagiotakos T. B., Fardis M. N. (1999) "Estimation of inelastic deformation demands in multistorey RC frame buildings". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 28, No. 5, pp. 501-528.

Panagiotakos T. B., Fardis M. N. (2001) "Deformations of reinforced concrete members at yielding and ultimate". *ACI Structural Journal*. Vol. 98, No. 2, pp. 135-148.

Panthaki F. D. (1991) "Low cycle fatigue behavior of high strength and ordinary reinforcing steels". *Master of Science Thesis*. State University of New York, Buffalo.

Papaoannou I., Fragiadakis M., Papadrakakis M. (2005) "Inelastic analysis of frame structures using the fiber approach". *Proc. 5<sup>th</sup> GRACM International Congress on Computational Mechanics*. Limassol, Cyprus.

Paret T. F., Sasaki K. K., Eilbeck D. H., Freeman S. A. (1996) "Approximate inelastic procedures to identify failure mechanisms from higher mode effects". *Proc. 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Mexico. Paper No. 966.

Paret T. F., Sasaki K. K., Freeman S. A. (1998) "Performance-based engineering: can the engineering profession deliver the goods?". *Proc. 6<sup>th</sup> U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Seattle, Washington. May 31-June 4.

Park R. (1994) "Simulated seismic load tests on reinforced concrete elements and structures". *Proc. 10<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Madrid, Spain.

Park R., Kent D. C., Sampson R. A. (1972) "Reinforced concrete members with cyclic loading". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 98, No. 7, pp. 1341-1360.

Park R., Priestley N. J. M., Gill W. D. (1982) "Ductility of square-confined concrete columns". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 108, No. 4, pp. 929-950.

Park Y. J., Wen Y.-K., Ang A. H. S. (1986) "Random vibration of hysteretic systems under bi-directional ground motion". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 14, No. 4, pp. 543-557.

Paulay T. (2001) "Some design principles relevant to torsional phenomena in ductile buildings". *Journal of Earthquake Engineering*. Vol. 5, No. 3, pp. 273-308.

Penelis G. G., Kappos A. J. (2005) "Inelastic torsional effects in 3d pushover analysis of buildings". *Proc. 4<sup>th</sup> European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*. Thessaloniki, Greece.

Penelis G. G., Kappos A. J. (2002) "3D Pushover analysis: the issue of torsion". *Proc. 12<sup>th</sup> European Conference on Earthquake Engineering*. London.

Petersson P. E. (1980a) "Fracture energy of concrete: Method of determination". *Cement and Concrete Research*. Vol. 10, No. 1, pp. 79-89.

Petersson P. E. (1980b) "Fracture energy of concrete: Practical performance and experimental results". *Cement and Concrete Research*. Vol. 10, No. 1, pp. 91-101.

Pincheira J. A., Dotiwala F. S. (1996) "Modeling of nonductile R/C columns subjected to earthquake loading". *Proc. 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Acapulco, Mexico, 23-28 June. Paper No. 316.

Pinho R., Antoniou S. (2005) "A displacement-based adaptive pushover algorithm for assessment of vertically irregular frames". *Proc. 4<sup>th</sup> European Workshop on the Seismic Behaviour of Irregular and Complex Structures*. Thessaloniki, Greece.

Pinho R., Antoniou S., Casarotti C., Lopez M. (2005) "A displacement-based adaptive pushover for assessment of buildings and bridges". *NATO International Workshop on Advances in Earthquake Engineering for Urban Risk Reduction*. Istanbul, Turkey. May 30-June 01.

---

Popov E. P., Ortiz. M. (1979) "Macroscopic and microscopic cyclic plasticity". *Proc. 3rd Engrg. Mech. Div. Specialty Conf.* pp. 303-330.

Popovics S. A. (1970) "A Review of Stress-Strain Relationships for Concrete". *ACI Structural Journal*. Vol. 67, No. 3, March 1970, pp. 243-248.

Powell G. H., Chen P. F.-S. (1986) "3D beam-column element with generalized plastic hinges". *Journal of Engineering Mechanics, ASME*. Vol. 112, No. 7, July 1986, pp. 627-641.

Prager W., Hodge P. (1951) "Theory of Perfectly Plastic Solids". *John Wiley and Sons*. New York.

Priestley M. J. N., Benzoni G. (1996) "Seismic performance of circular columns with low longitudinal reinforced ratios". *ACI Structural Journal*. Vol. 93, No. 4, pp. 474-485.

## Q

Qi X., Moehle J. P. (1991) "Displacement design approach for reinforced concrete structures subjected to earthquakes". *UCB/EERC Report 91/02*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

## R

Ramberg W., Osgood W. R. (1943) "Description of stress-strain curves by three parameters". *National Advisory Committee on Aeronautics*. NACA Report TN-902. Washington, D.C.

Reinhardt H.W. (1984) "Fracture mechanics of an elastic softening material like concrete". *Heron*. Vol. 29, No. 2, 42 pp.

Restrepo-Posada J. I., Dodd L. L., Park R., Cooke N. (1994) "Variables Affecting Cyclic Behavior of Reinforcing Steel". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 120, No. 11, pp. 3178-3196.

Richart F. E., Brandtzaeg A., Brown R. L. (1928) "A study of the failure of concrete under combined compressive stresses". *University of Illinois Bulletin*, Vol. XXVI, No 12, November 20.

RILEM 50-FMC (1985) "Determination of the fracture energy of mortar and concrete by means of three-point bend tests on notched beams". *Matériaux et Constructions*. Vol. 18, No. 106, pp. 287-290.

Rokugo K., Koyanagi W. (1992) "Role of compressive fracture energy of concrete on the failure behavior of reinforced concrete beams". *Applications of fracture mechanics to reinforced concrete*. Carpinteri A., ed. Elsevier.

Roufaiel M. S. L., Meyer C. (1987) "Analytical Modeling of Hysteretic Behavior of R/C Frames". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 113, No. 3, pp. 429-444.

Roy H. E. H., Sozen M. A (1965) "Ductility of Concrete". *ACI Structural Journal*. SP 12-07, pp. 213-235.

Ruiz-Garcia J., Miranda E. (2003) "Inelastic displacement ratios for evaluation of existing structures". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 32, No. 8, pp. 1237-1258.

## S

Saatcioglu M., Ozcebe G. (1989) "Response of reinforced concrete columns to simulated seismic loading". *ACI Structural Journal*. Vol. 86, No. 1, pp. 3-12.

Saiidi M. (1982) "Hysteresis models for reinforced concrete" *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 108, No. 5, pp. 1077-1087.

Saiidi M., Sozen M. A. (1979) "Simple and Complex Models for Nonlinear Seismic Response of Reinforced Concrete Structures". *Civil Engineering Studies. Technical Report No. UILU-ENG-79-2013*. Structural Research Series No. 465. University of Illinois, Urbana-Champaign.

Saiidi M., Sozen M. A. (1981) "Simple Nonlinear Seismic Analysis of R/C Structures". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 107, No.5, pp.937-953.

Sasaki K. K., Freeman S. A., Paret T. F. (1998) "Multi-mode pushover procedure (MMP) –A method to identify the effects of higher modes in a pushover analysis". *Proc. 6<sup>th</sup> U.S. National Conference on Earthquake Engineering*. Seattle, Washington. May 31-June 4.

---

Scott B. D., Park R., Priestley M. J. N. (1982) "Stress-strain behavior of concrete confined by overlapping hoops at low and high strain rates". *ACI Structural Journal*. Vol. 79, No. 1, pp. 13-27.

Scott M. H., Fenves G. L. (2006) "Plastic Hinge Integration Methods for Force-Based Beam-Column Elements". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 132, No. 2, February 2006, pp. 244-252.

Scott M. H., Franchin P., Fenves G. L., Filippou F. C. (2004) "Response Sensitivity for Nonlinear Beam-Column Elements". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 130, No. 9, pp. 1281-1288.

Seneviratna G. D. P. K., Krawinkler H. (1996) "Modification of seismic demands for MDOF systems". *Proc. 11<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Acapulco, Mexico, 23-28 June. Paper No. 2129.

Shah S. P. (1984) "Application of fracture mechanics to cementitious composites". *NATO-ARW* - September 4-7, Northwestern University, U.S.A.

Shah S. P., Winter G. (1966) "Inelastic behavior and fracture of concrete". *ACI Structural Journal*. Vol. 63, No. 9, pp. 925-930.

Shakeri K., Shayanfar M. A., Asbmarz M. M. (2008) "A spectra-based multi modal adaptive pushover procedure for seismic assessment of buildings". *Proc. 14<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing, China.

Shibata A. Sozen M. A. (1976) "Substitute-Structures Method for Seismic Design in R/C". *Journal of the Structural Division, ASCE*. Vol. 102, No. 1, pp. 1-18.

Sinha B. P., Gerstle K. H., Tulin L. G. (1964) "Stress-strain relations for concrete under cyclic loading". *ACI Structural Journal*. Vol. 61, No. 2, pp. 195-212.

Sivaselvan M. V., Reinhorn A. M. (2000) "Hysteretic models for deteriorating inelastic structures". *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*. Vol. 126, No 6, June 2000, pp. 633-640.

Soleimani D., Popov E. P., Bertero V. V. (1979) "Nonlinear Beam Model for R/C Frame Analysis". *7<sup>th</sup> ASCE Conference on Electronic Computation*. St. Louis.

Soliman M. T. M., Yu C. W. (1967) "The Flexural Stress-Strain Relationship of Concrete Confined by Rectangular Transverse Reinforcement". *Magazine of Concrete Research*. Vol. 19, No. 61, pp 223-238.

Solnes J., Sigbjornsson R. (1974) "Earthquake Response of Ramberg-Osgood Systems with Gravity Effects". *Proc. 5<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Roma.

Spacone E., Ciampi V., Filippou F. C. (1992) "A beam element for seismic damage analysis". *UCB/EERC Report 92/07*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Spacone E., Ciampi V., Filippou F. C. (1996c) "Mixed formulation of nonlinear beam finite element". *Computer & Structure*. Vol. 58, No. 1, pp. 71-83.

Spacone E., Filippou F. C., Taucer F. F. (1996a) "Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: part I. Formulation". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 25, pp. 711-725

Spacone E., Filippou F. C., Taucer F. F. (1996b) "Fibre beam-column model for non-linear analysis of R/C frames: part II. Applications". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 25, pp. 727-742.

Ståhle P. (1983) "On the small crack fracture mechanics". *International Journal of Fracture*. Vol. 22, pp. 203-216.

Sturman G. M., Shah S. P., Winter G. (1965) "Effects of flexural strain gradients on microcracking and stress-strain behavior of concrete". *ACI Structural Journal*. Vol. 62, No. 7, pp. 805-822.

Sues R. H., Wen J.-K., Ang A. H.-S. (1988) "Stochastic seismic performance evaluation of buildings". *Journal of Applied Mechanics*. Vol. 114, No. 5, pp. 833-846.

---

Suzuki Y., Minai R. (1984) "A method of seismic response analysis of hysteretic structures based on stochastic differential equations". *Proc. 8<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. California. Vol. 4, pp. 459-466.

## T

Takayanagi T., Schnobrich W. (1979) "Non Linear Analysis of Coupled Wall Systems". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 7, pp. 1-22.

Takeda T., Sozen M. A., Nielsen N. (1970) "Reinforced Concrete Response to Simulate Earthquakes". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 96, No. 12, pp 2557-2573.

Takizawa H. e Aoyama H. (1976) "Biaxial Effects in Modeling Earthquake Response of R/C Structures". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 4, pp. 523-552.

Taucer F. F., Spacone E., Filippou F. C. (1991) "A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures". *UCB/EERC Report 91/17*. Earthquake Engineering Research Center, University of California. Berkeley, California.

Thyagarajan R. S. (1989) "Modeling and analysis of hysteretic structural behaviour". *Ph. D. Thesis. Report No. EERL Rep. 89-03*. California Institute of Technology , Pasadena.

Timoshenko S., Young D. H. (1962) "Elements of strength of materials". Fourth edition. *Published by D. Van Nostrand Company*. New York.

## V

Vamvatsikos D., Cornell C. A. (2002) "Incremental Dynamic Analysis". *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. Vol. 31, No. 3, pp. 491-514.

Vamvatsikos D., Cornell C. A. (2004) "Applied incremental dynamic analysis." *Earthquake Spectra*. Vol. 20, No. 2, pp. 523-553.

Vamvatsikos D., Cornell C. A. (2005) "Direct Estimation of Seismic Demand and Capacity of Multidegree-of-Freedom Systems through Incremental Dynamic Analysis of Single Degree of

Freedom Approximation". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 131, No 4, pp. 589-599.

## W

Wang P. T., Shah S. P., Naaman A. E. (1978) "Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in compression". *ACI Structural Journal*. Vol. 75, No. 11, pp. 603-611.

Watson S., Zahn F. A., Park R. (1994) "Confining Reinforcement for Concrete Columns". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 120, No. 6, pp. 1798-1824.

Wen Y.-K. (1976) "Method for Random Vibration of Hysteretic Systems". *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE*. Vol. 102, No. 2, pp. 249-263.

Wen Y.-K. (1980) "Equivalent Linearization for Hysteretic System under Random Excitation". *Journal of Applied Mechanics*. Vol. 47, No. 1, pp. 150-154.

Wittmann F. H. (1983) "Fracture Mechanics of Concrete". *Elsevier Science Publ.* Amsterdam, Netherlands.

Wittmann F. H., Rokugo K., Brühwiler E., Mihashi H., Simonin P. (1988) "Fracture energy and strain softening of concrete as determined by means of compact tension specimens". *Materials and Structures*. Vol. 21, No. 1, pp. 21-32.

## Y

Yankelevsky D. Z., Reinhardt H. W. (1989) "Uniaxial Behavior of Concrete in Cyclic Tension". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 115, No. 1, pp. 166-182.

## Z

Zaiming L., Katukura H. (1990) "Markovian hysteretic characteristics of structures". *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*. Vol. 116, No. 8, pp. 1798-1811.

Zarate G., Ayala A. G. (2004) "Validation of single storey models for the evaluation of seismic performance of multi-storey asymmetric buildings". *Proc. 13<sup>th</sup> World Conference on Earthquake Engineering*. Vancouver, Canada. Paper No. 2213.

Zeris C. A., Mahin S. A. (1991) "Behavior of Reinforced Concrete Structures Subjected to Biaxial Excitation". *Journal of Structural Engineering, ASCE*. Vol. 117, No. 9, pp. 2657-2673.

Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. (1989a) "The Finite Element Method - Vol. I: Basic Formulation and Linear Problems. Fourth Edition, McGraw Hill, London.

Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. (1989b) "The Finite Element Method - Vol. II: Solid and Fluid Mechanics, Dynamics and Non-Linearity. Fourth Edition, McGraw Hill, London.



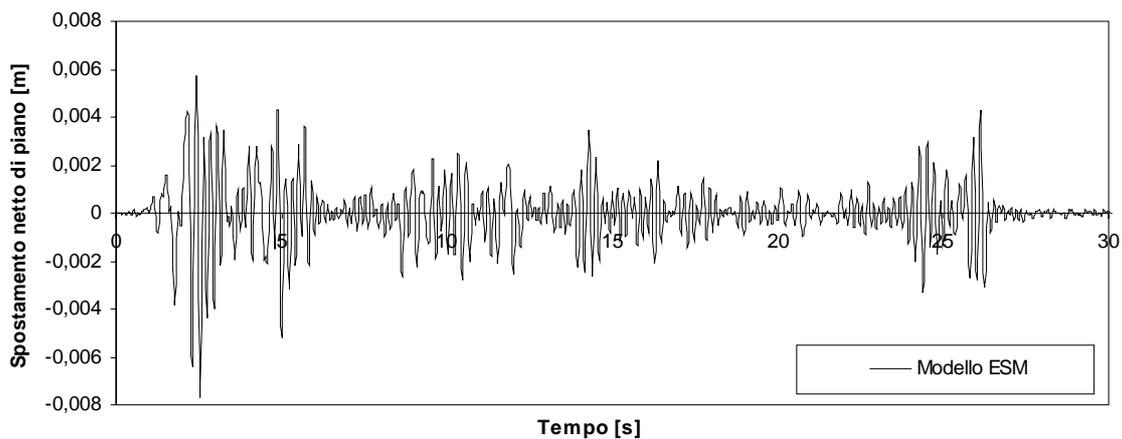
# A1

## APPENDICE 1

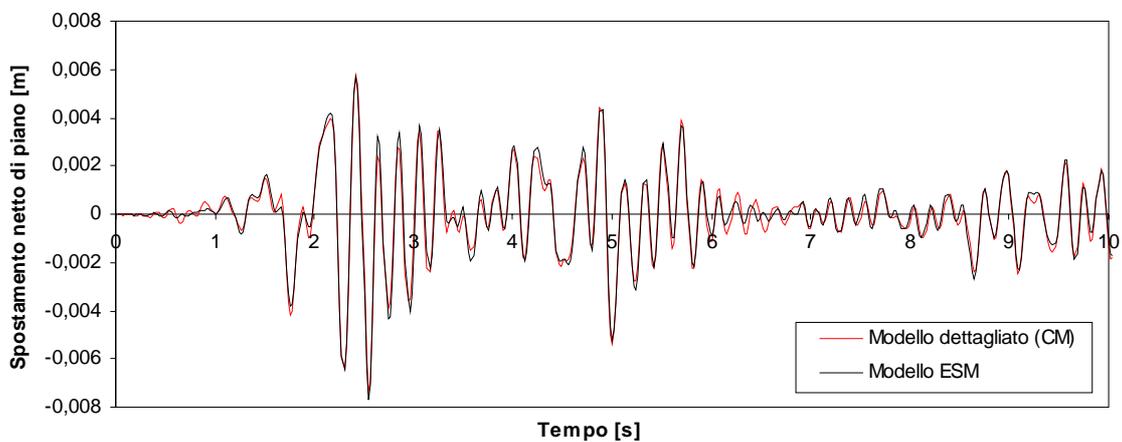
Nella presente Appendice sono riportati i risultati delle analisi *time-history* condotte sui modelli, dettagliato e *stick*, relativi alla struttura analizzata nel caso studio 1.

I grafici dei risultati numerici ottenuti sono posti in termini di “Spostamento di piano vs Tempo” e “Forza di piano vs Tempo” e integrano le risultanze già presentate al § 6.2.3.

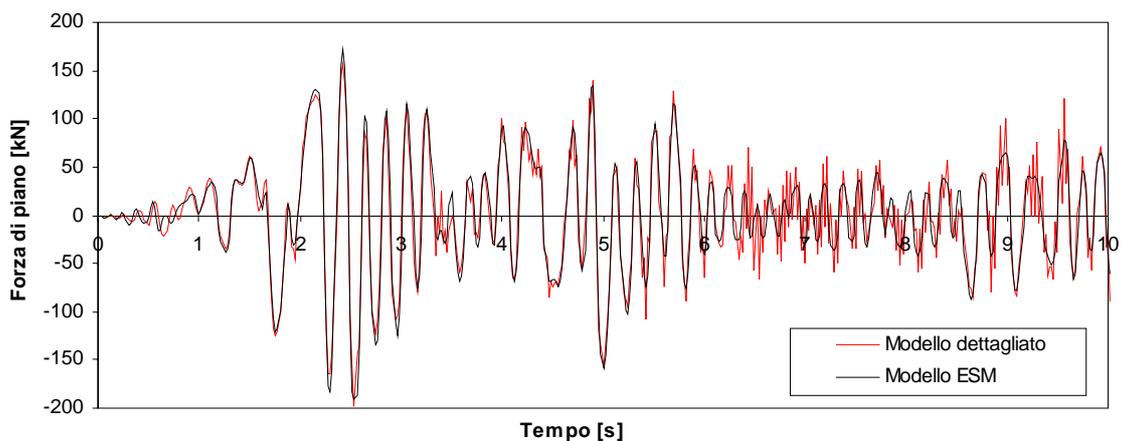
Si riportano gli andamenti di tali risultati, ricavati mediante i due modelli (dettagliato ed ESM) per i quattro diversi *input* sismici descritti al § 6.1.4, e ottenuti adottando per le cerniere plastiche del modello *stick* alternativamente una legge isteretica del tipo tetralineare elastica (*TLE*), senza degrado ciclico della rigidezza, piuttosto che una trilineare del tipo *peak-oriented* (*TLPO*) con degrado ciclico.



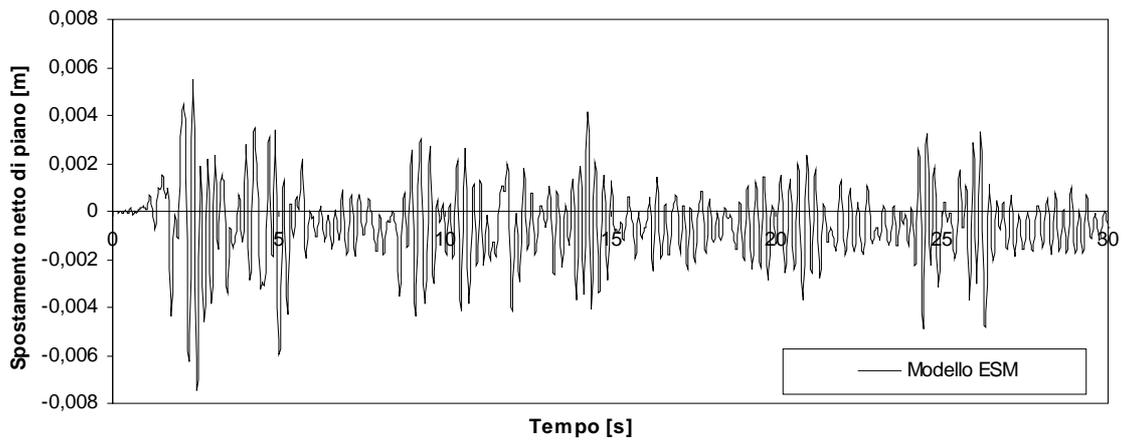
**Figura A1.1** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=1) per legge isteretica TLE



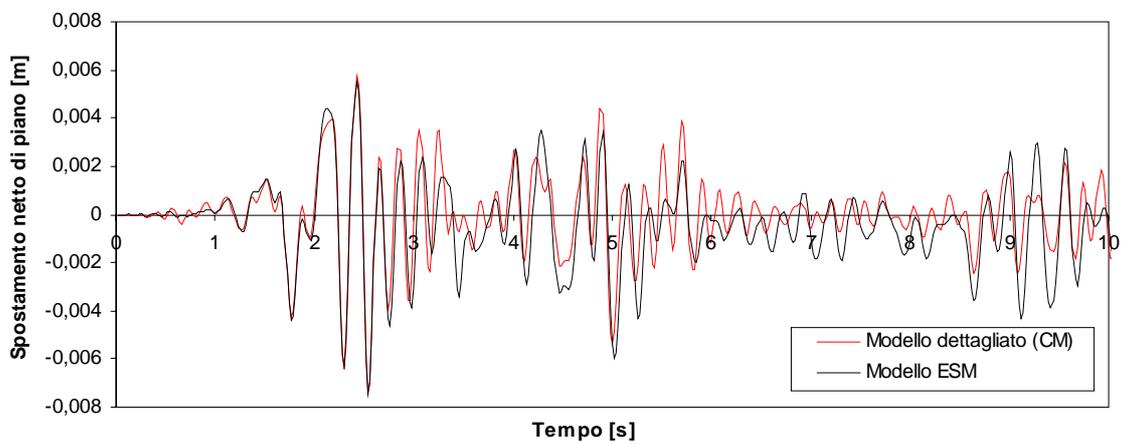
**Figura A1.2** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=1) per legge isteretica TLE



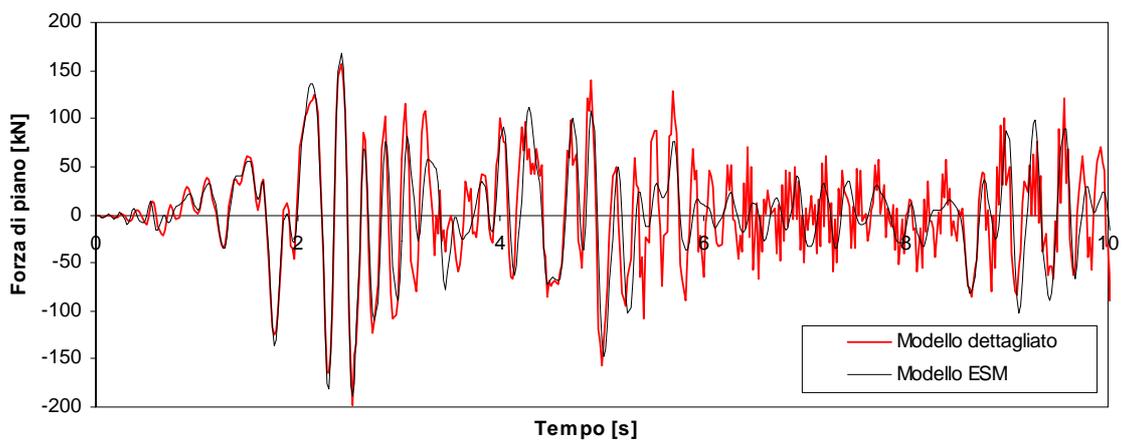
**Figura A1.3** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=1) per legge isteretica TLE



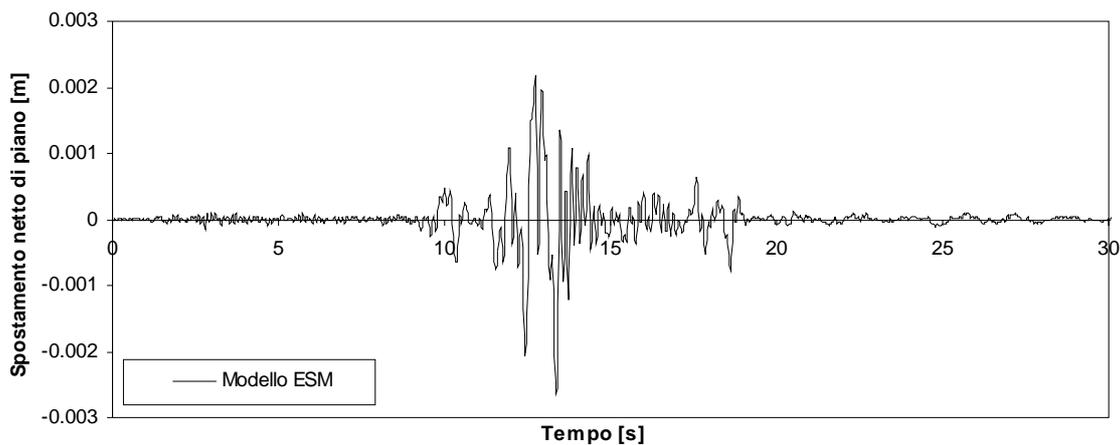
**Figura A1.4** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



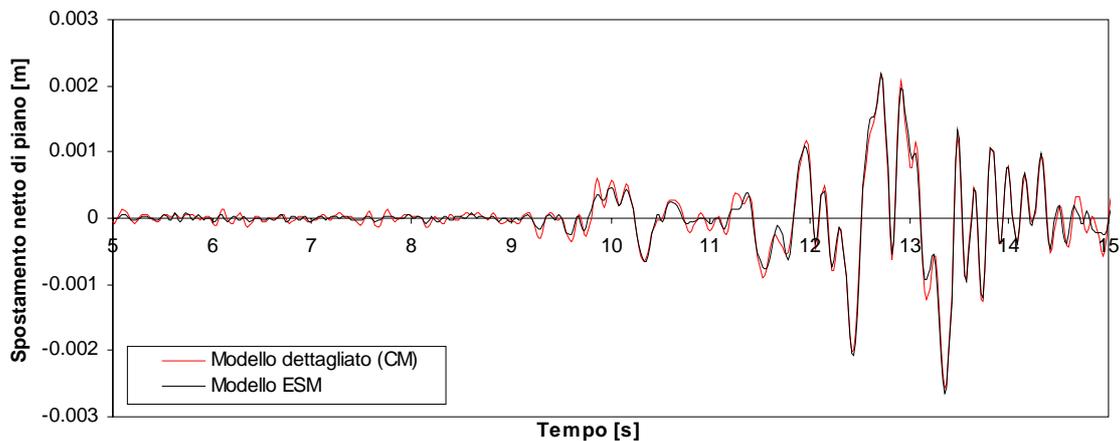
**Figura A1.5** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



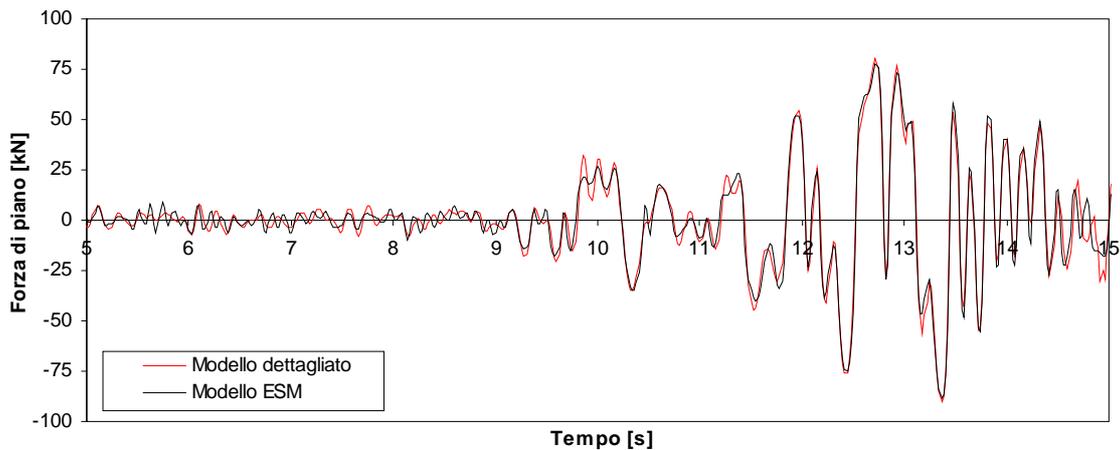
**Figura A1.6** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



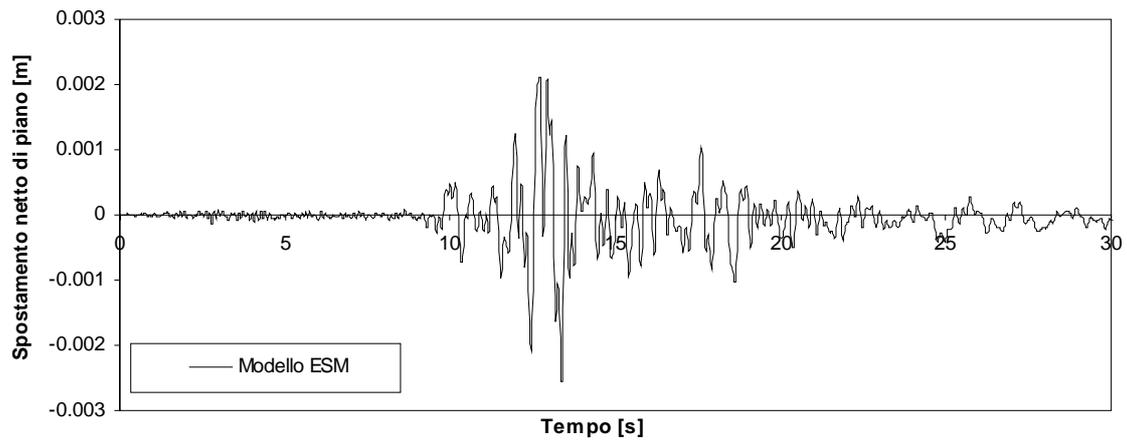
*Figura A1.7 - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 ( SF=1) per legge isteretica TLE*



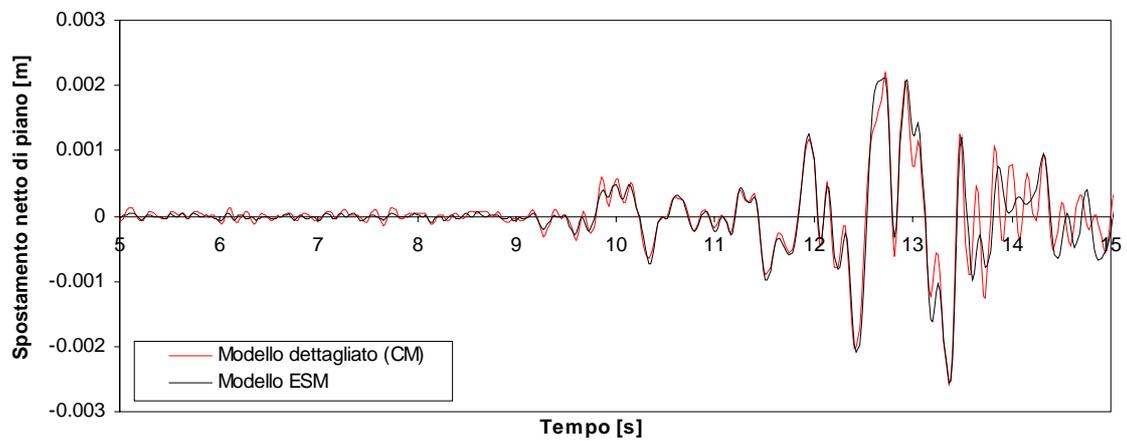
*Figura A1.8 - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 ( SF=1) per legge isteretica TLE*



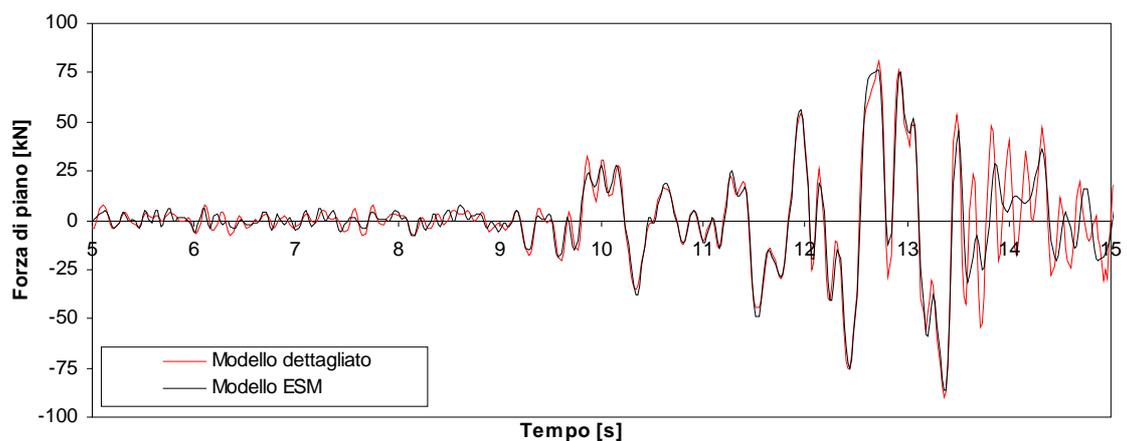
*Figura A1.9 - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 2 ( SF=1) per legge isteretica TLE*



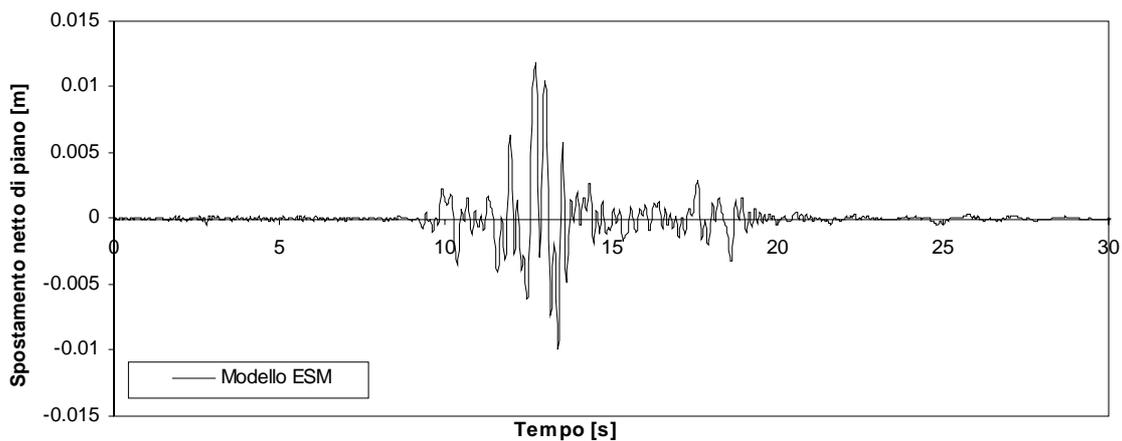
**Figura A1.10** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



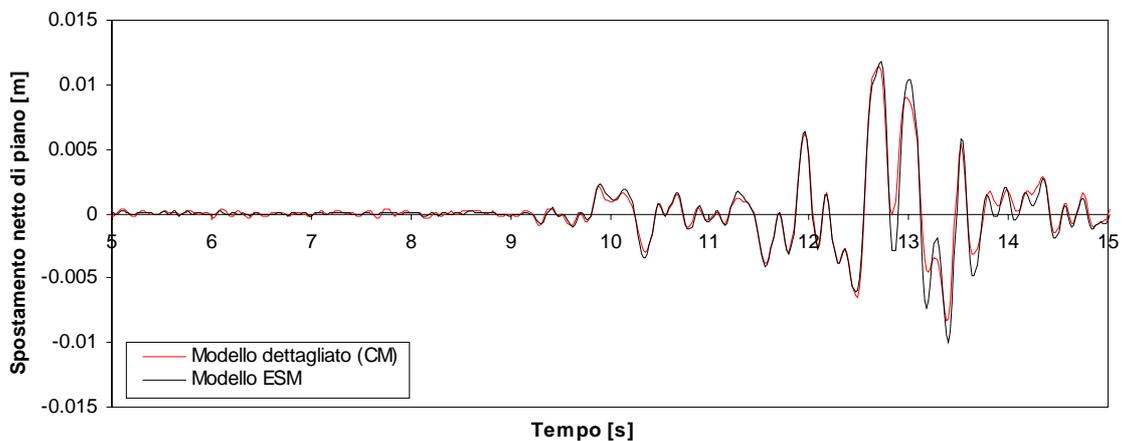
**Figura A1.11** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



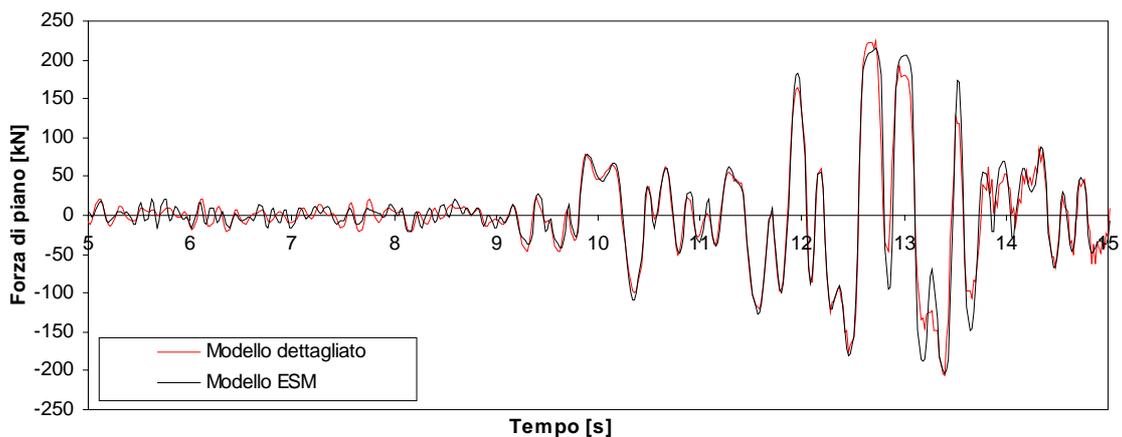
**Figura A1.12** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 2 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



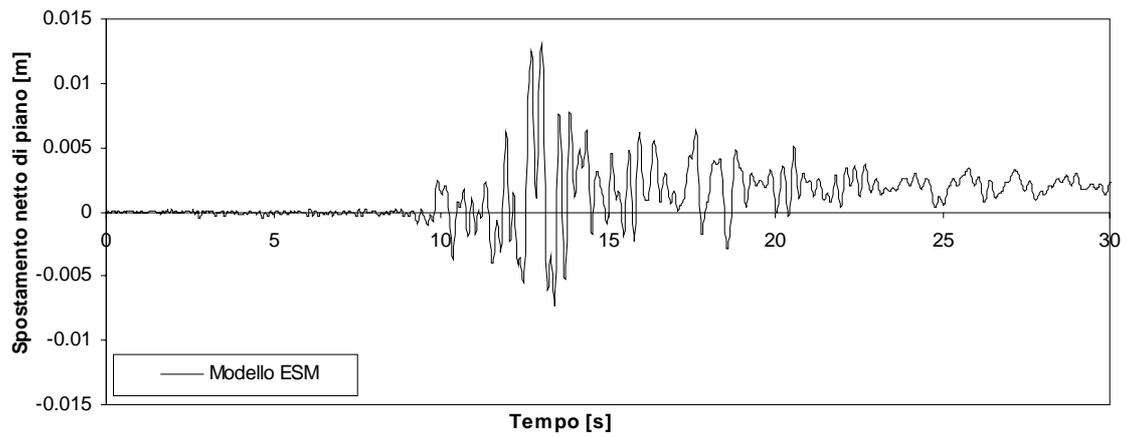
**Figura A1.13** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLE



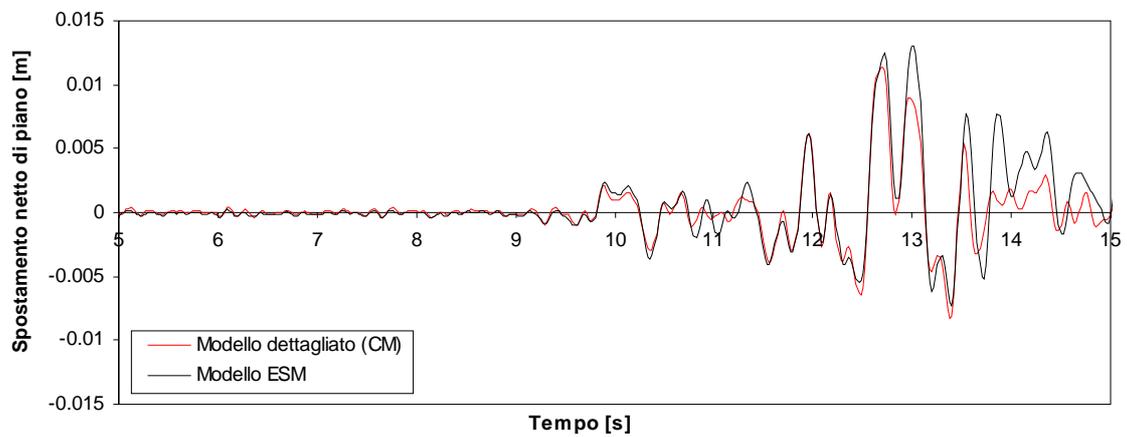
**Figura A1.14** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2(  $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLE



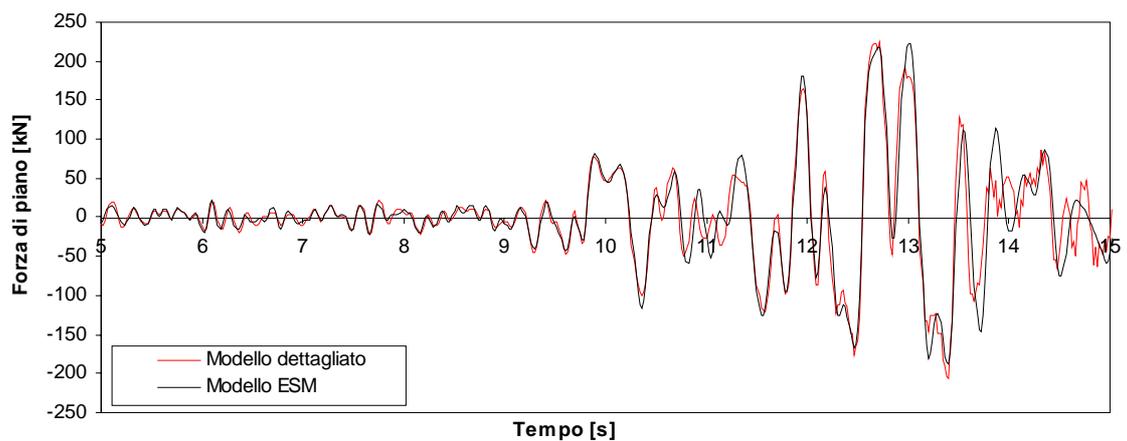
**Figura A1.15** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=2.65$ ) per legge isteretica TLE



**Figura A1.16** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=2.65$  )  
per legge isteretica TLPO



**Figura A1.17** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=2.65$  )  
per legge isteretica TLPO



**Figura A1.18** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=2.65$  )  
per legge isteretica TLPO



# A2

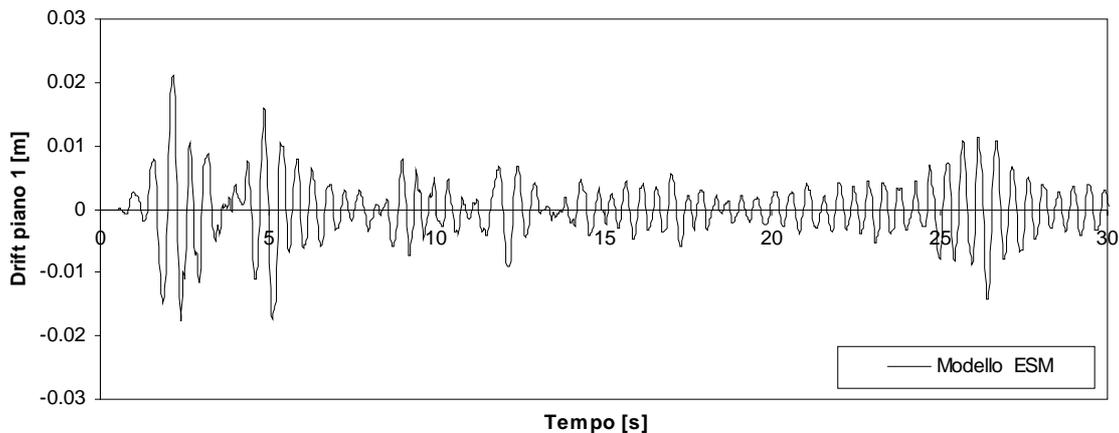
## APPENDICE 2

Nella presente Appendice sono riportati i risultati delle analisi *time-history* condotte sui modelli, dettagliato e *stick*, relativi alla struttura analizzata nel caso studio 2.

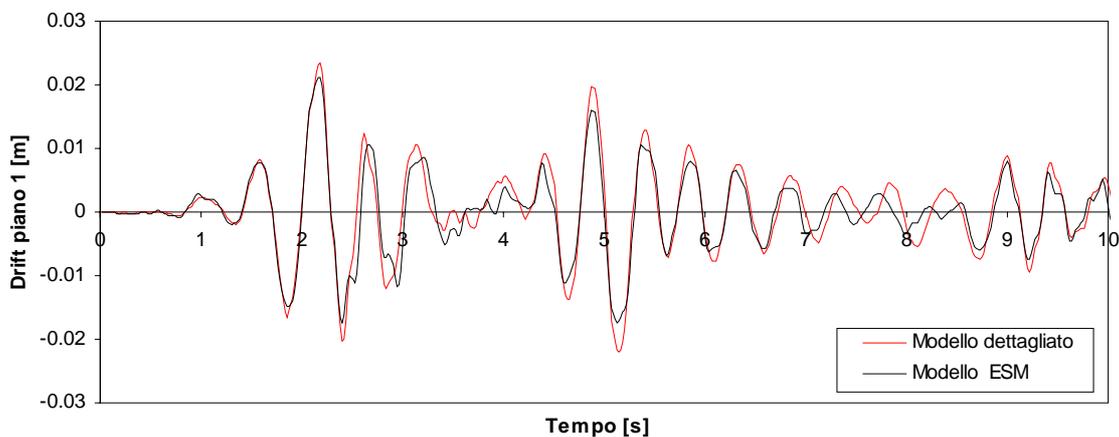
I grafici dei risultati numerici ottenuti sono posti in termini di “Spostamento di piano vs Tempo” e “Forza di piano vs Tempo” e integrano le risultanze già presentate al § 6.3.3.

Si riportano gli andamenti di tali risultati, ricavati mediante i due modelli (dettagliato ed ESM) per i quattro diversi *input* sismici descritti al § 6.1.4, e ottenuti adottando per le cerniere plastiche del modello *stick* alternativamente una legge isteretica del tipo tetralineare elastica (*TLE*), senza degrado ciclico della rigidezza, piuttosto che una trilineare del tipo *peak-oriented* (*TLPO*) con degrado ciclico.

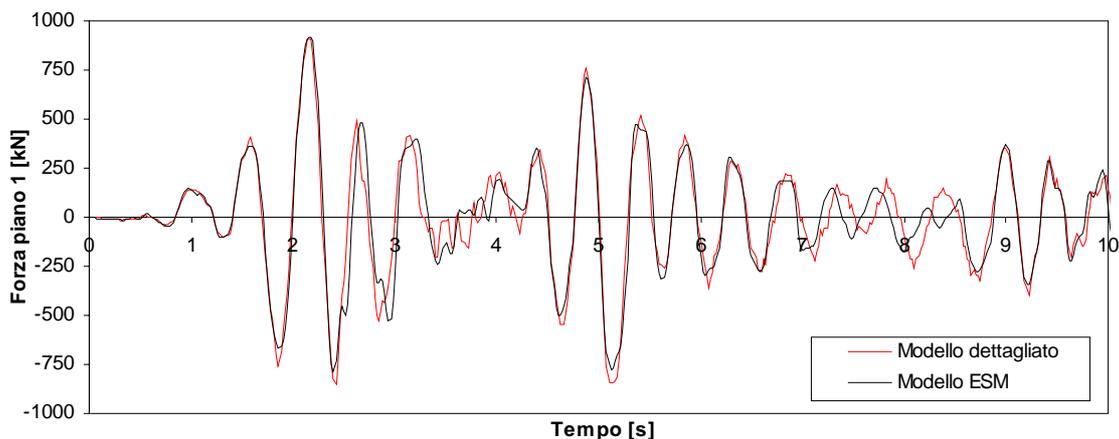
Le leggi multilineari adottate per le cerniere plastiche, derivano dall'approssimazione delle curve di capacità di piano ottenute dalle tre distribuzioni di piano già descritte al § 6.3.1.



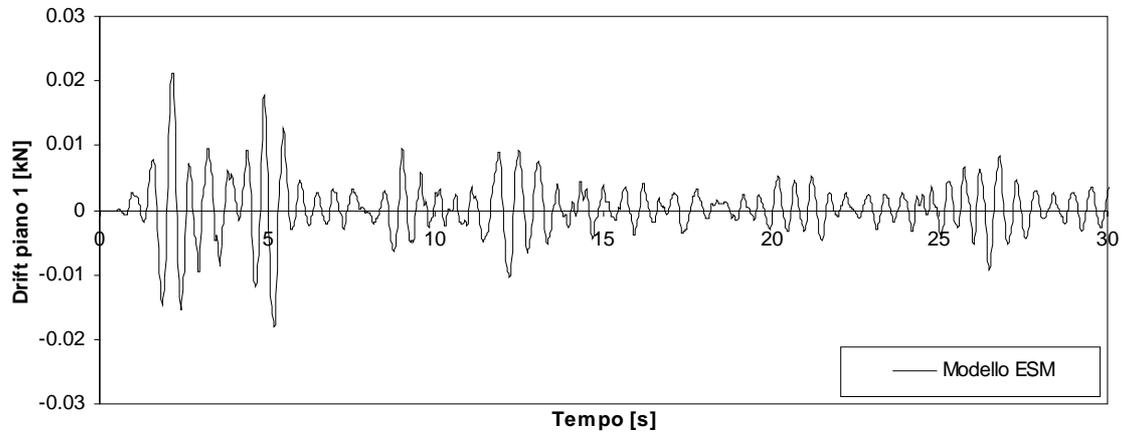
**Figura A2.1** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



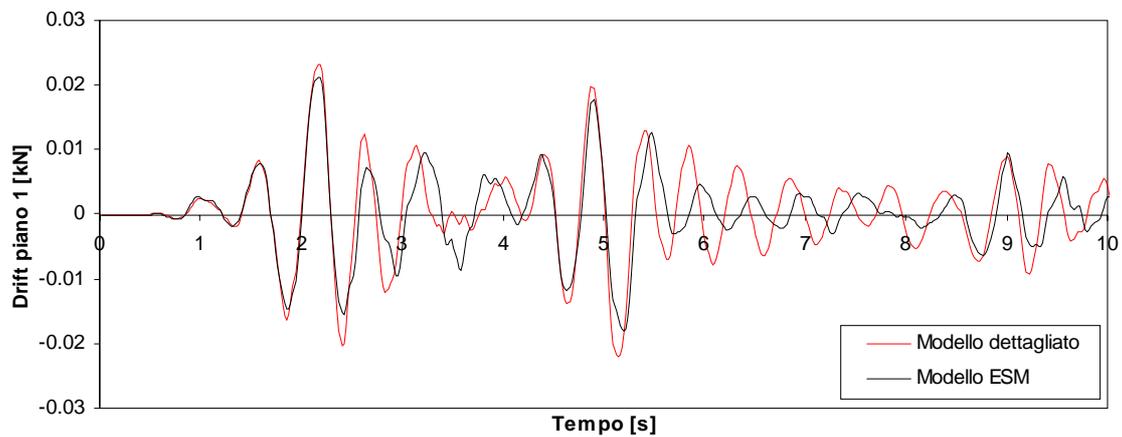
**Figura A2.2** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



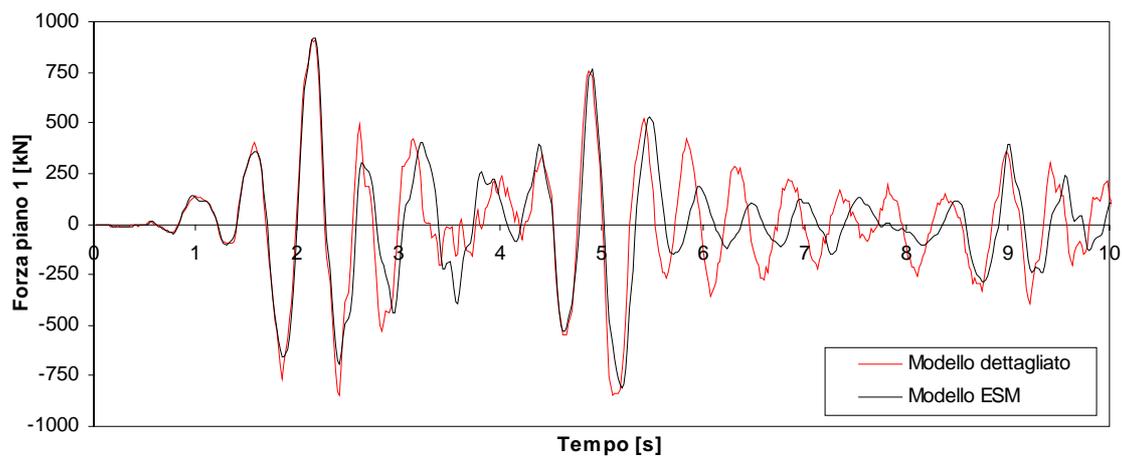
**Figura A2.3**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



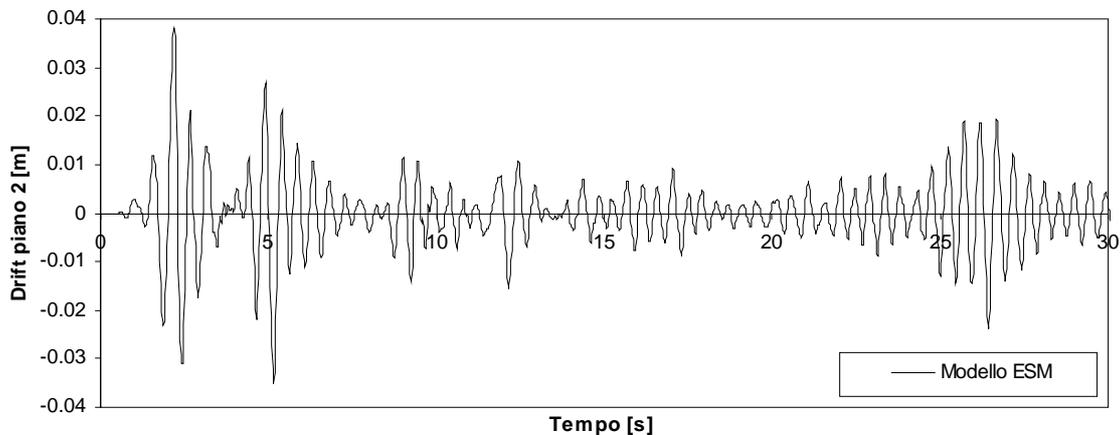
**Figura A2.4** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



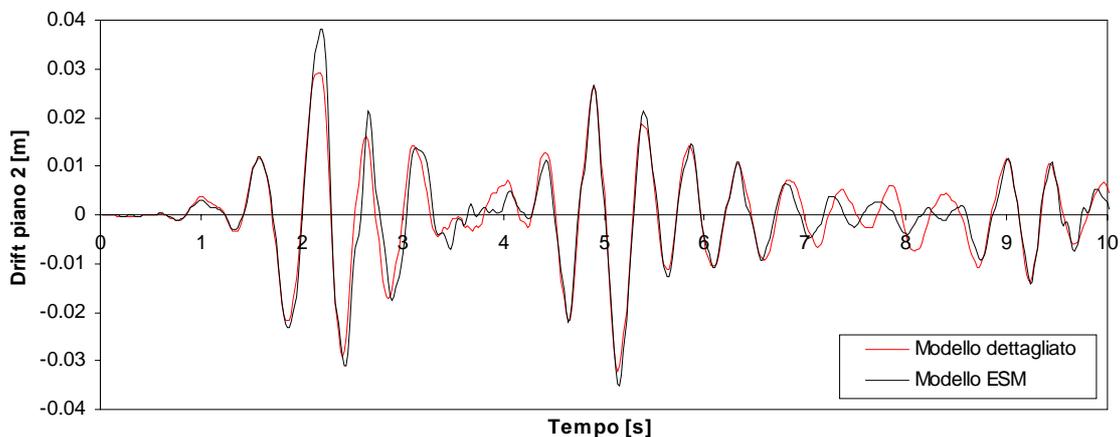
**Figura A2.5** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



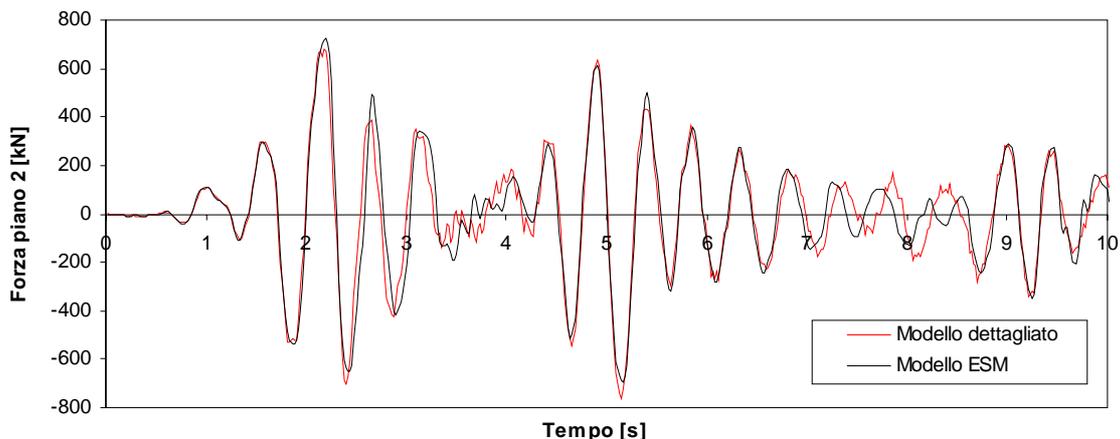
**Figura A2.6** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



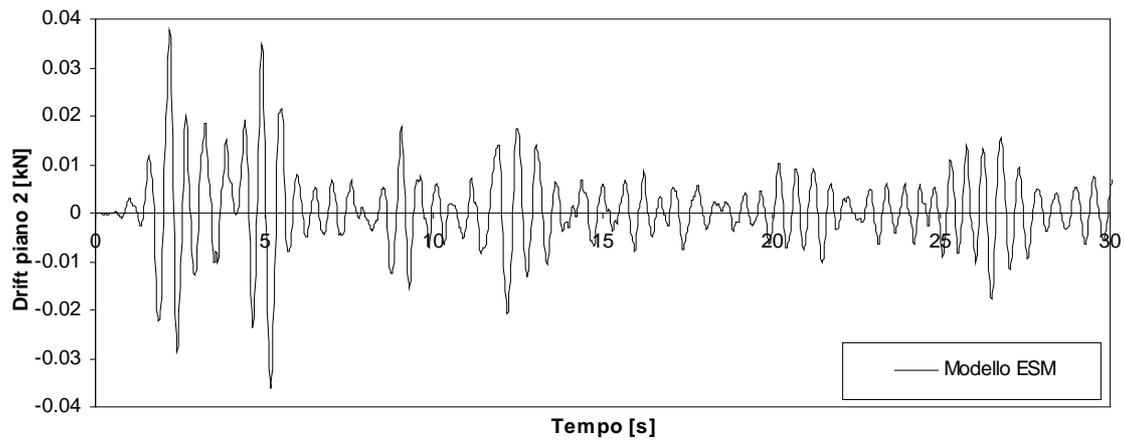
**Figura A2.7** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



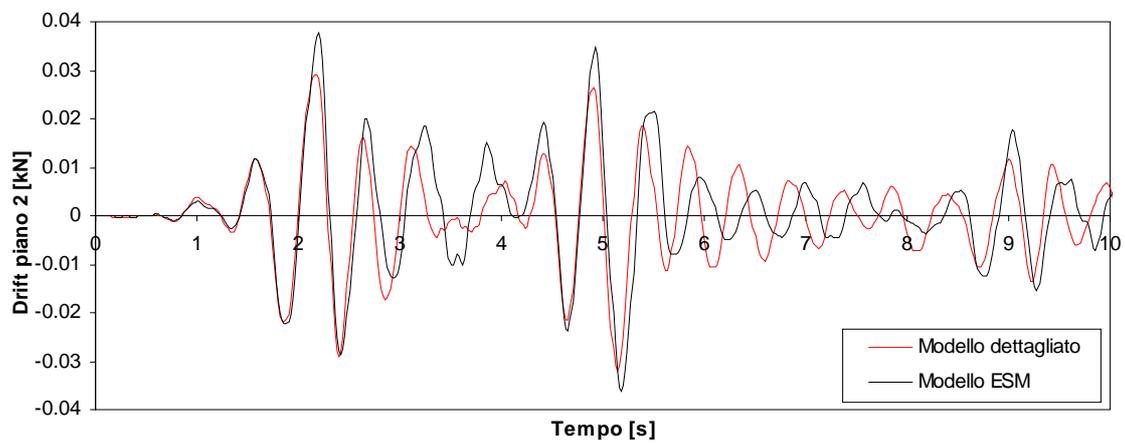
**Figura A2.8** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



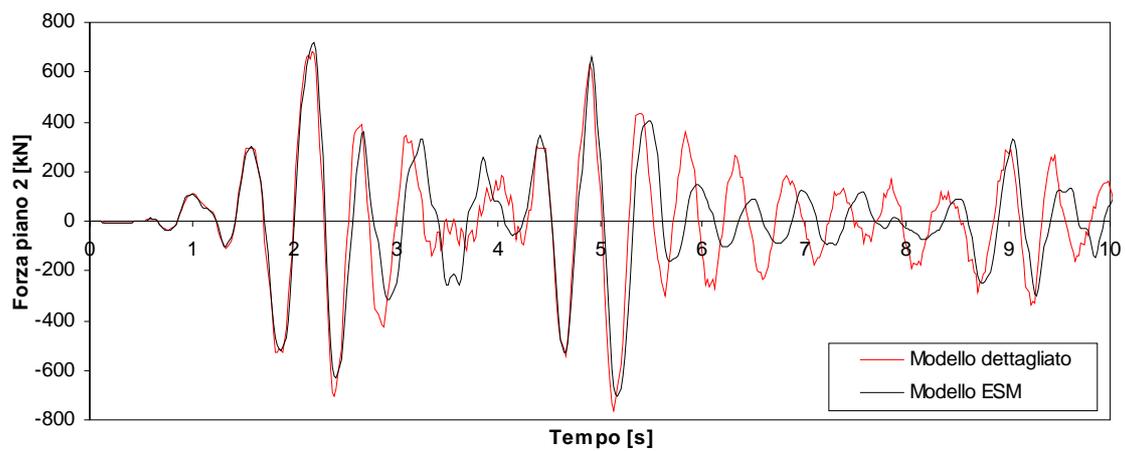
**Figura A2.9**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



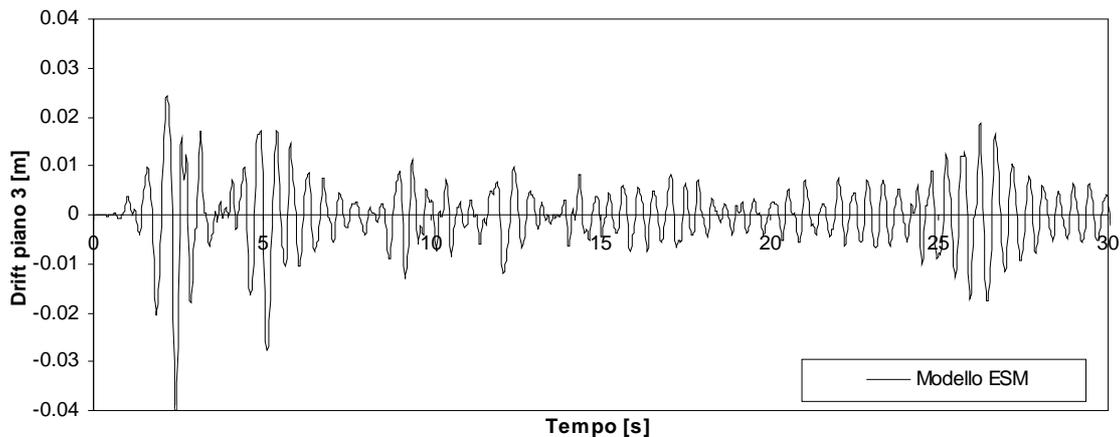
**Figura A2.10** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



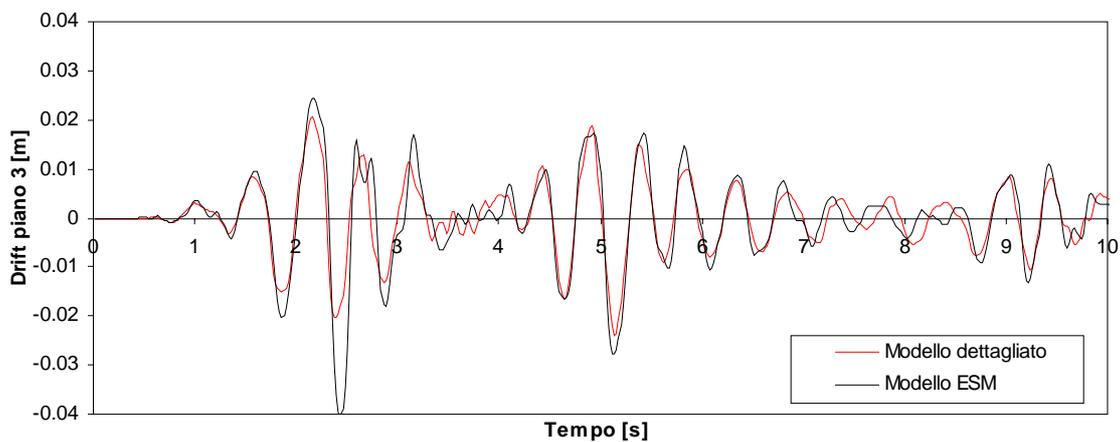
**Figura A2.11** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



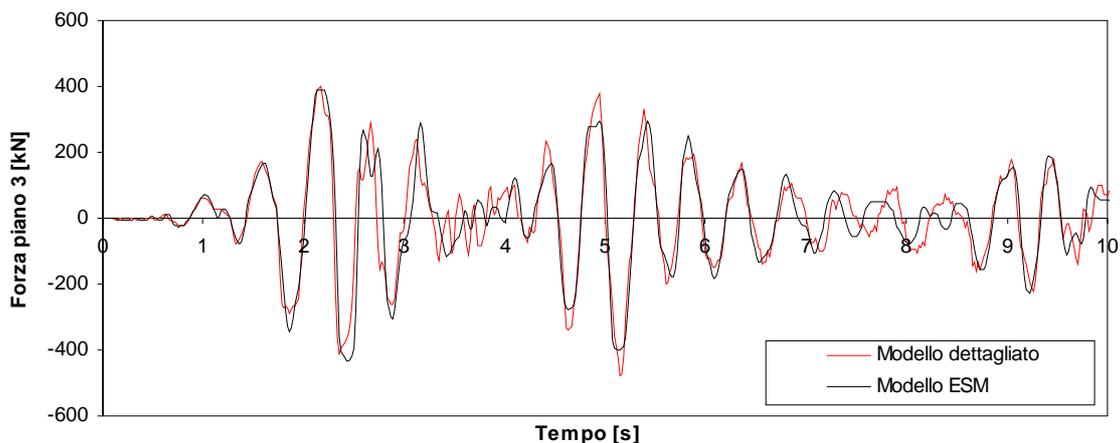
**Figura A2.12** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



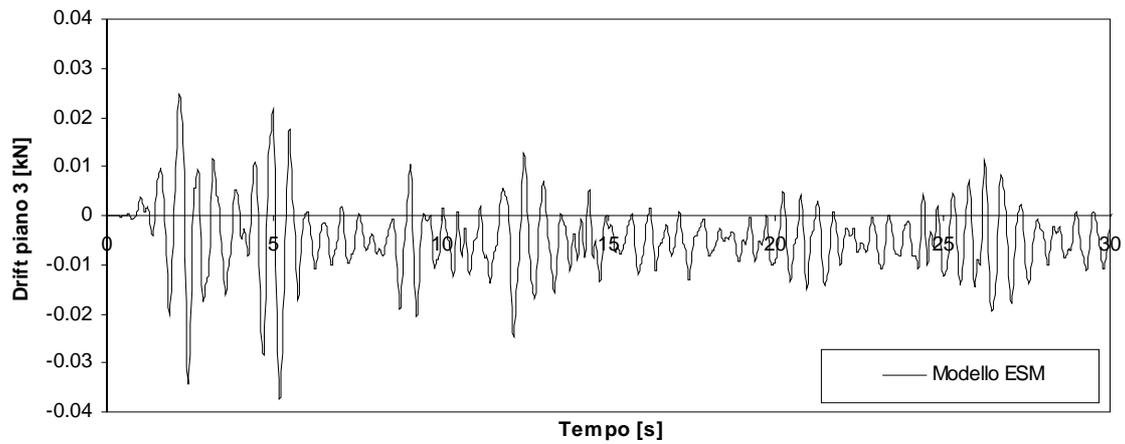
**Figura A2.13** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



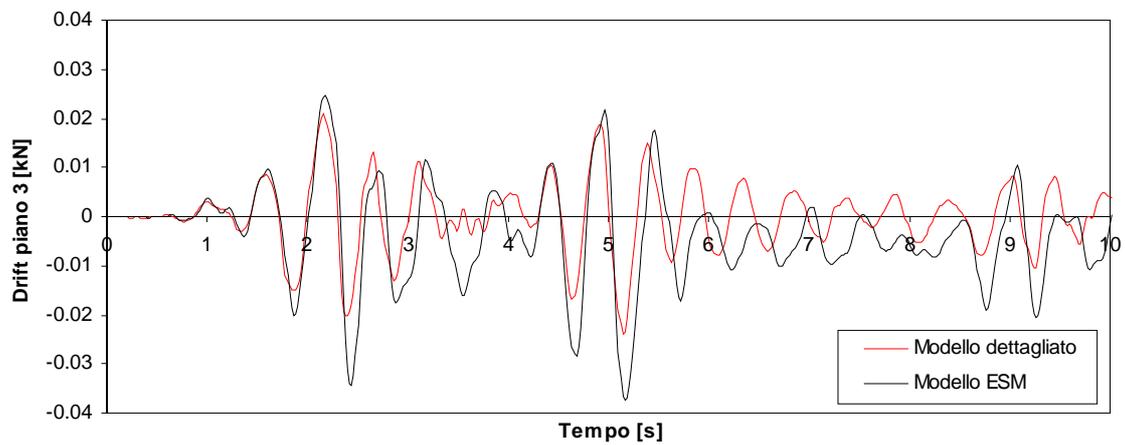
**Figura A2.14** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



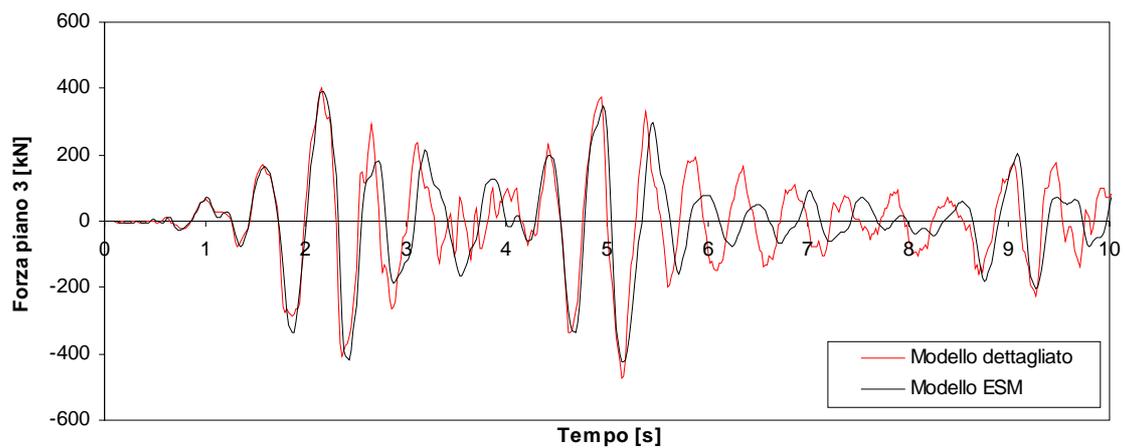
**Figura A2.15**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



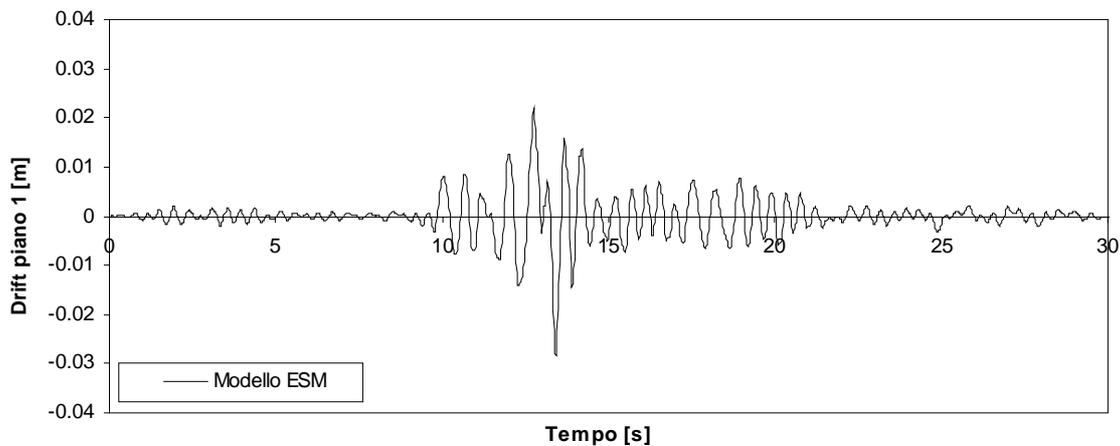
**Figura A2.16** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5)  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



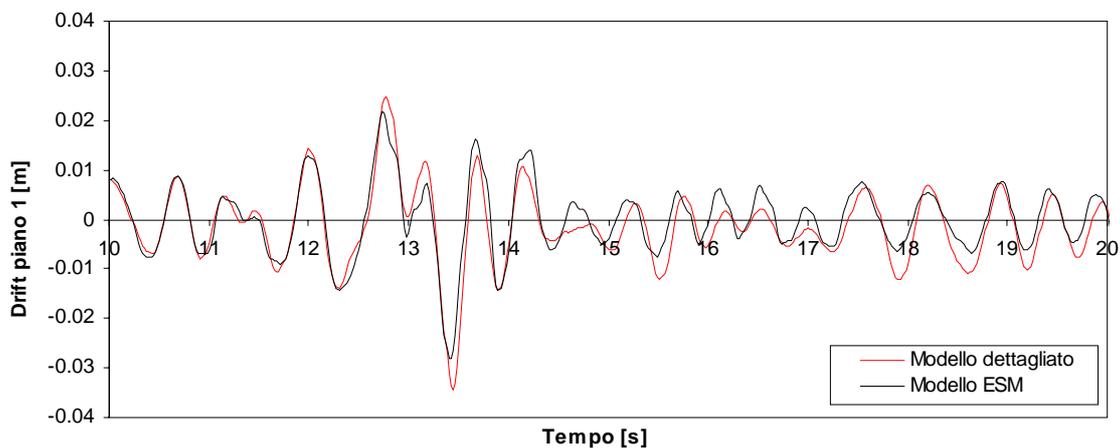
**Figura A2.17** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5)  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



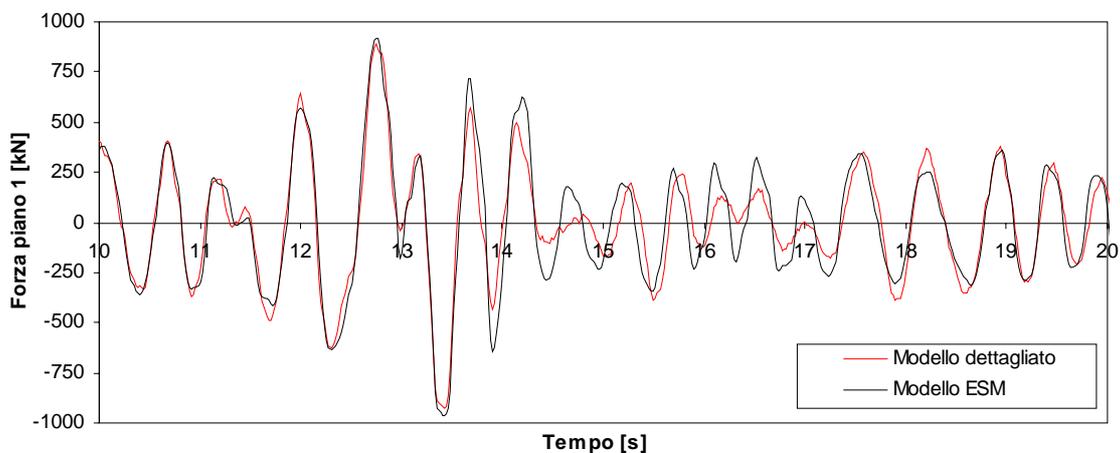
**Figura A2.18** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5)  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



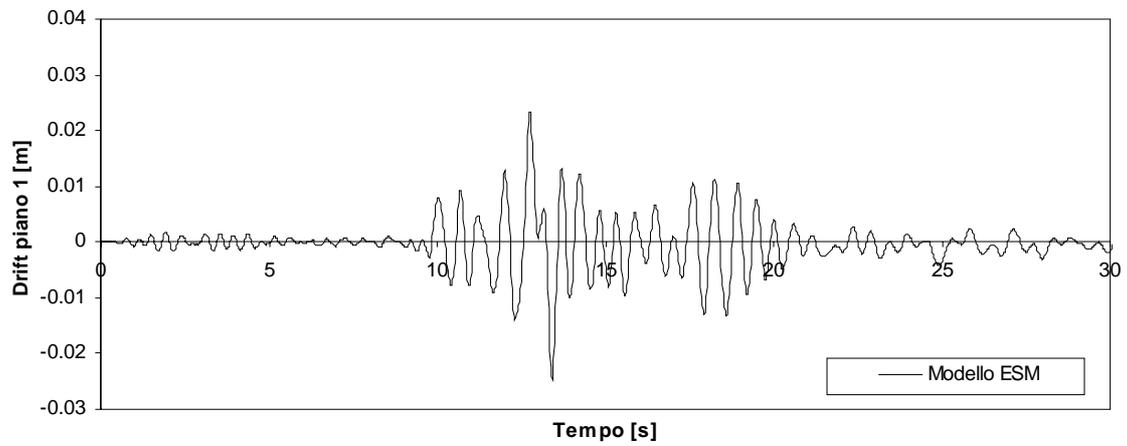
**Figura A2.19** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



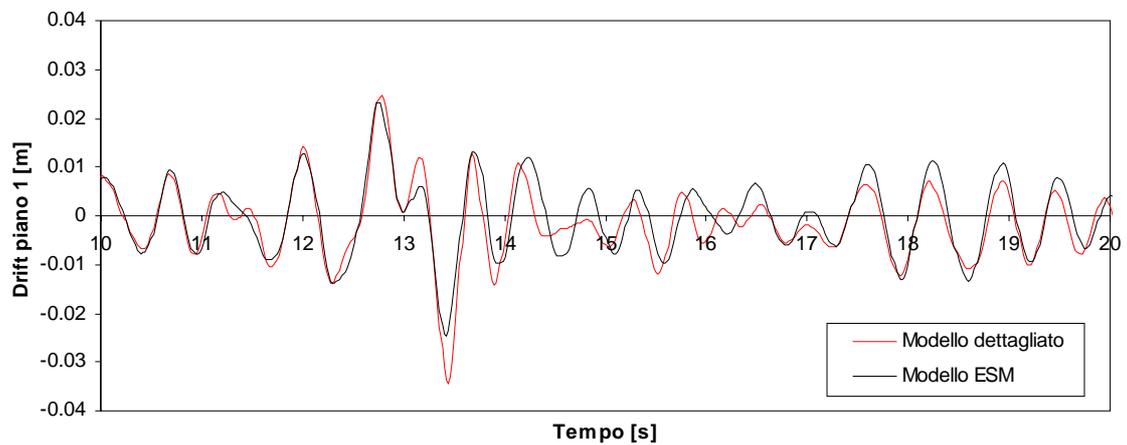
**Figura A2.20** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



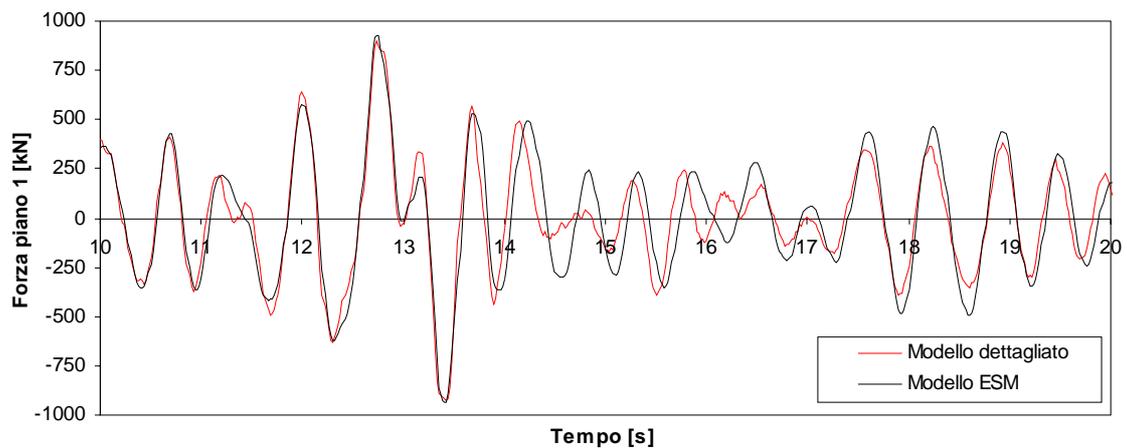
**Figura A2.21**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



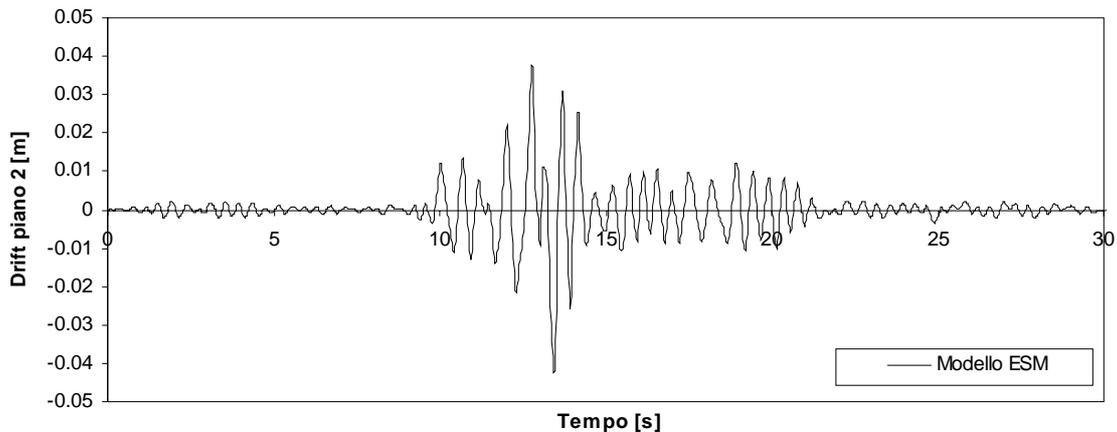
**Figura A2.22** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



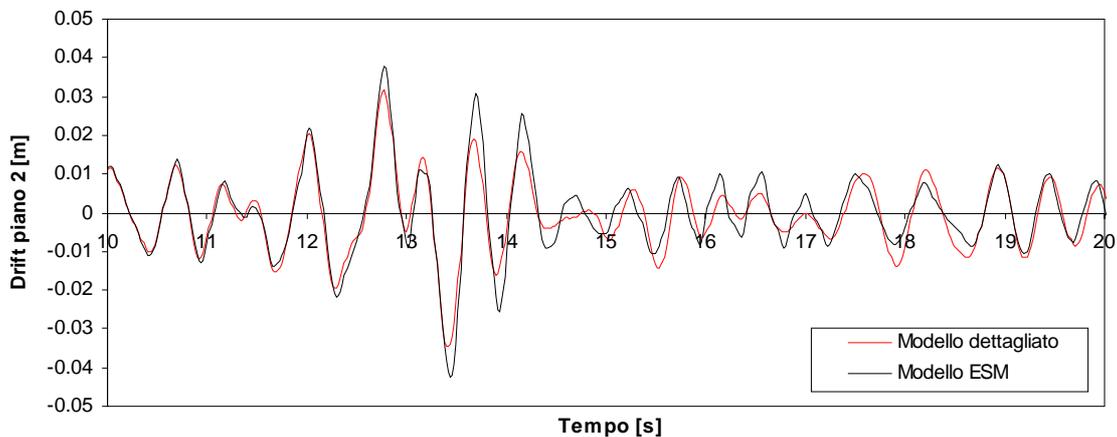
**Figura A2.23** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



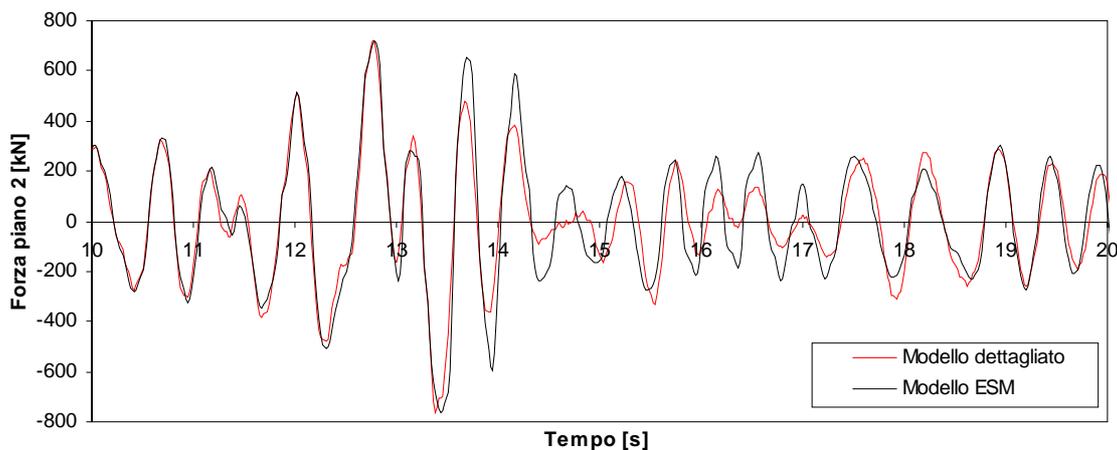
**Figura A2.24** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



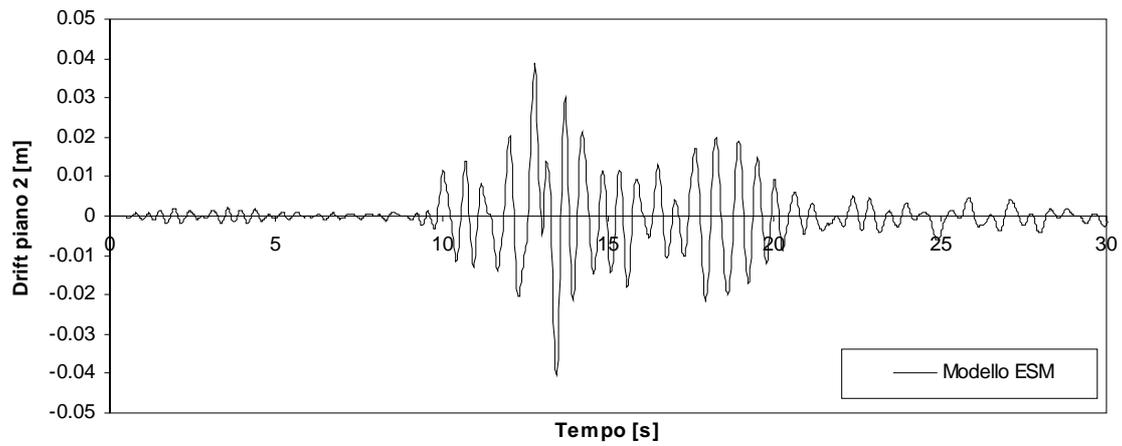
**Figura A2.25** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



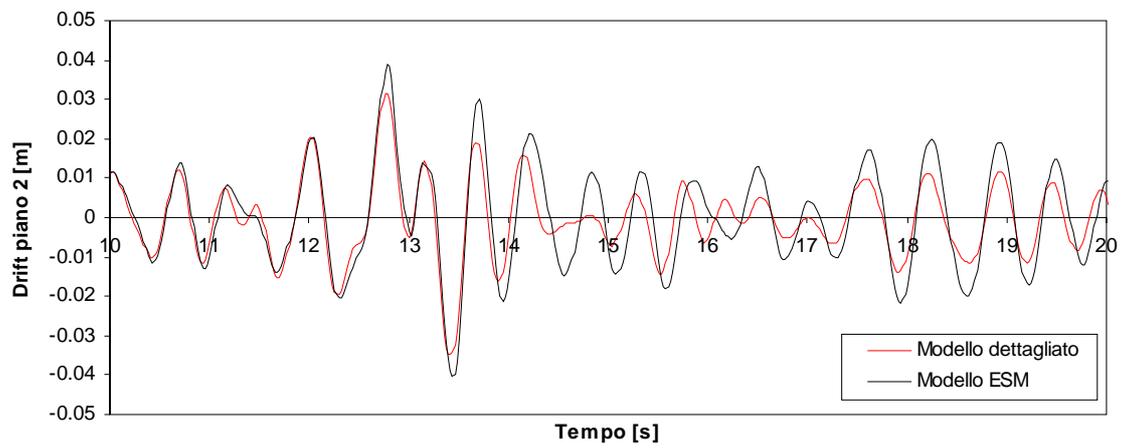
**Figura A2.26** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



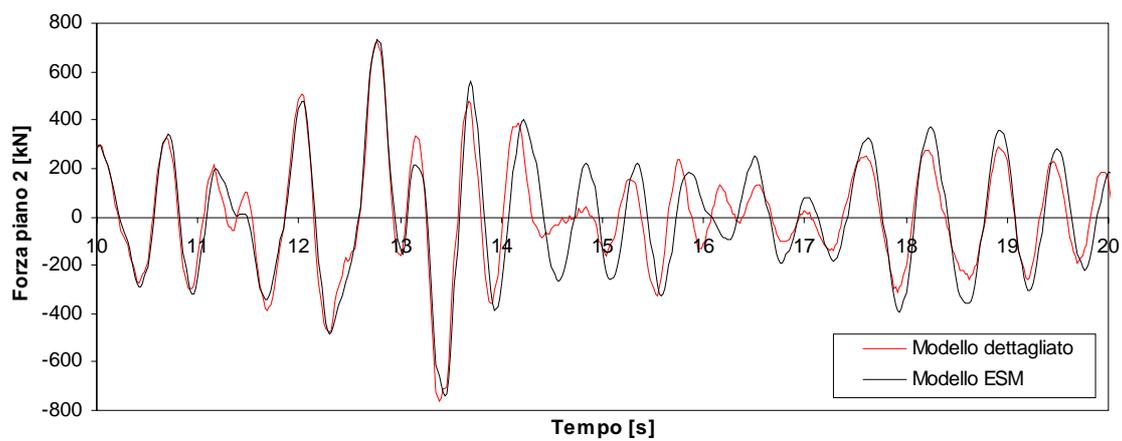
**Figura A2.27**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



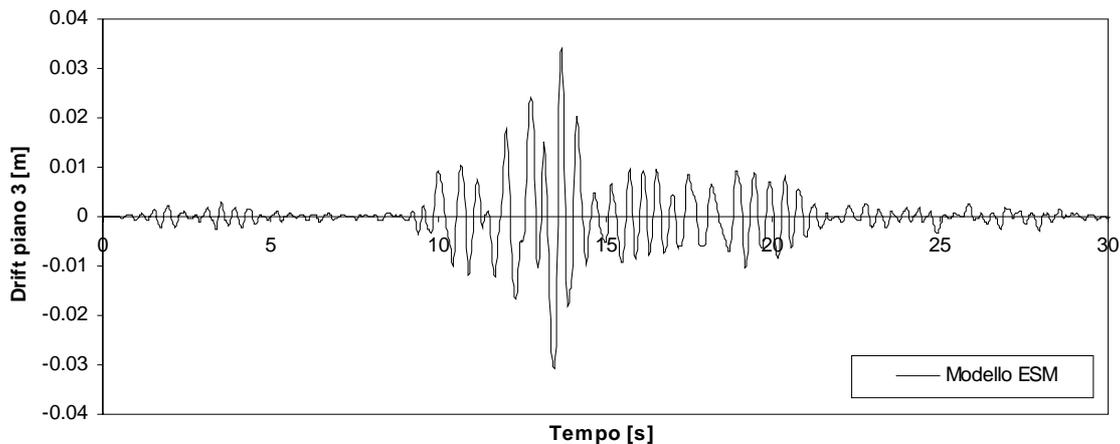
**Figura A2.28** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



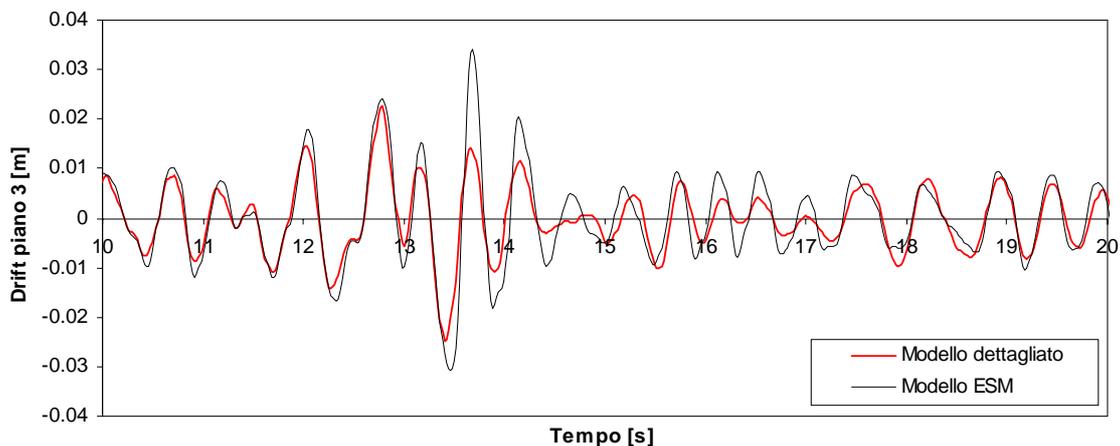
**Figura A2.29** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



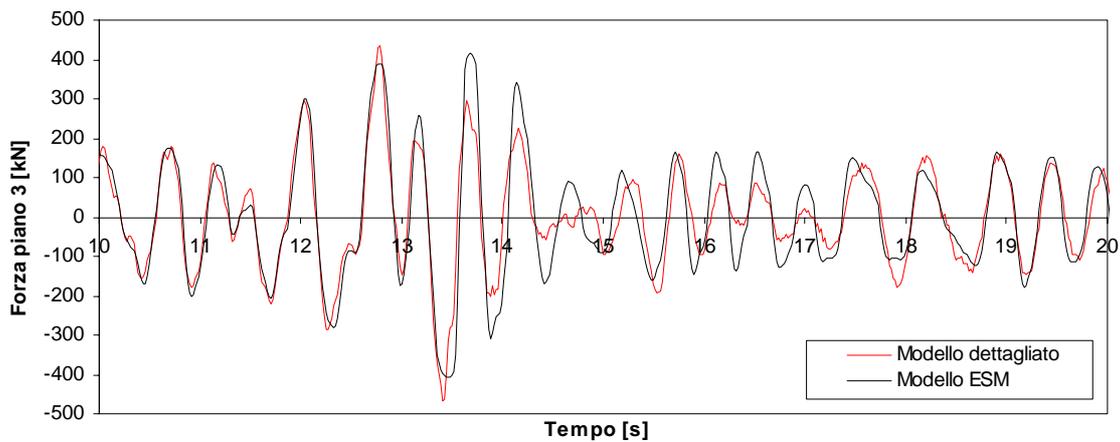
**Figura A2.30** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



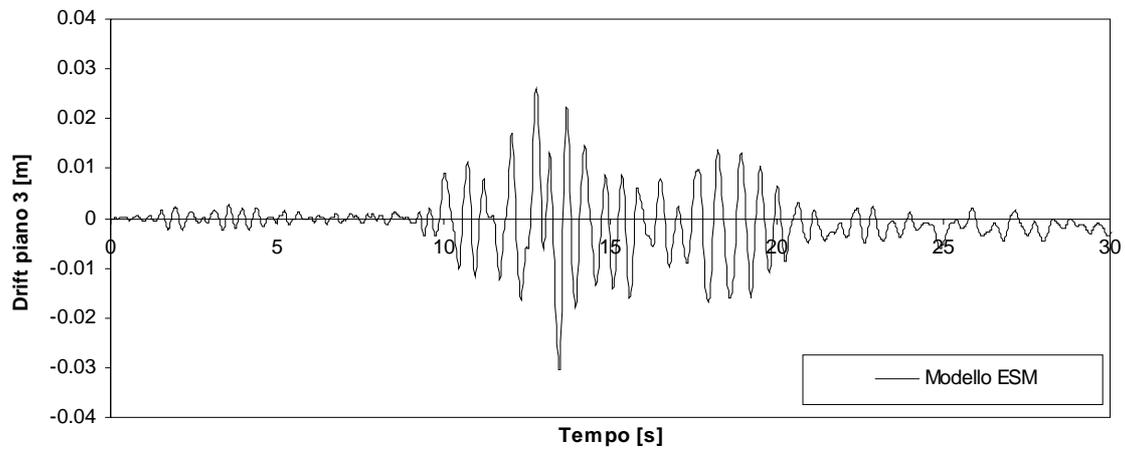
**Figura A2.31** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



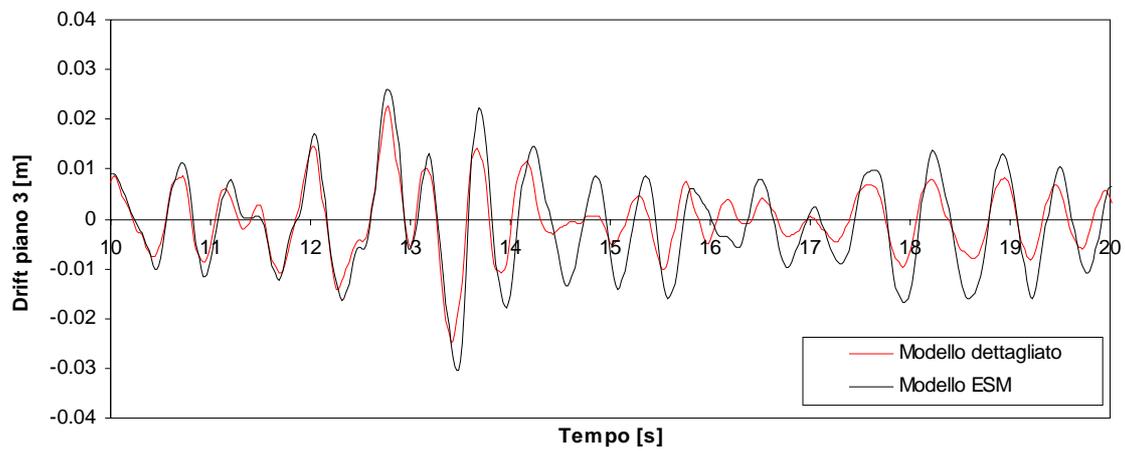
**Figura A2.32** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



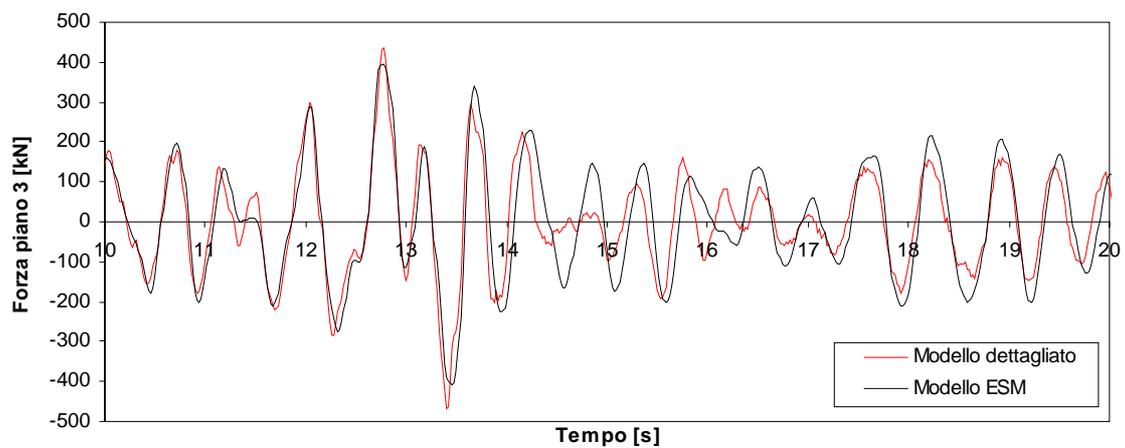
**Figura A2.33**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



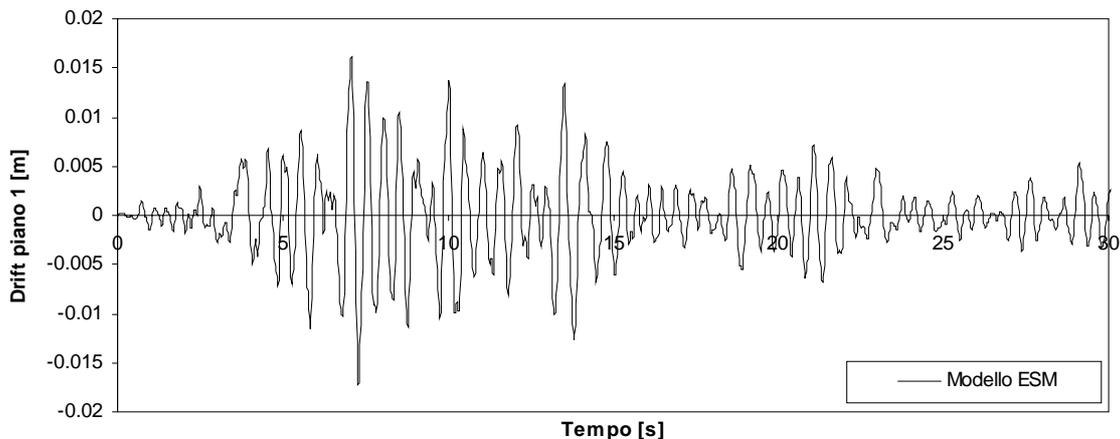
**Figura A2.34** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



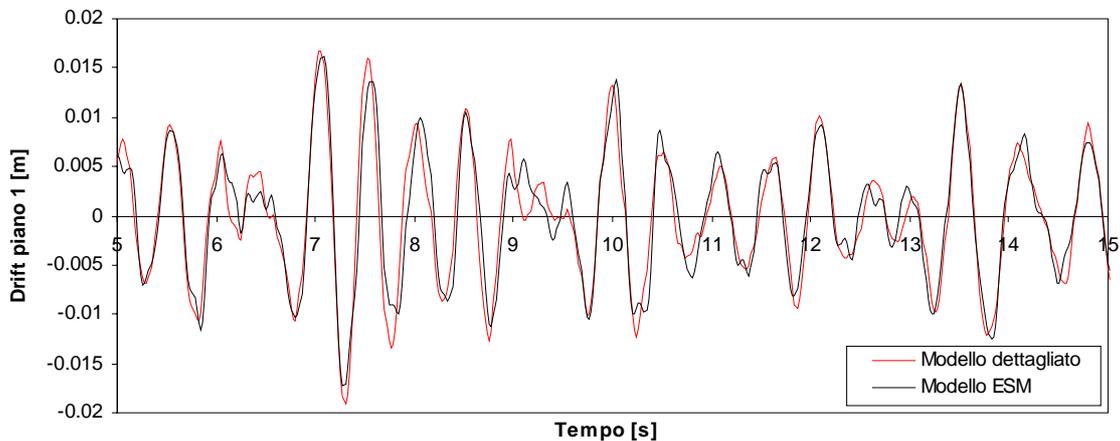
**Figura A2.35** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



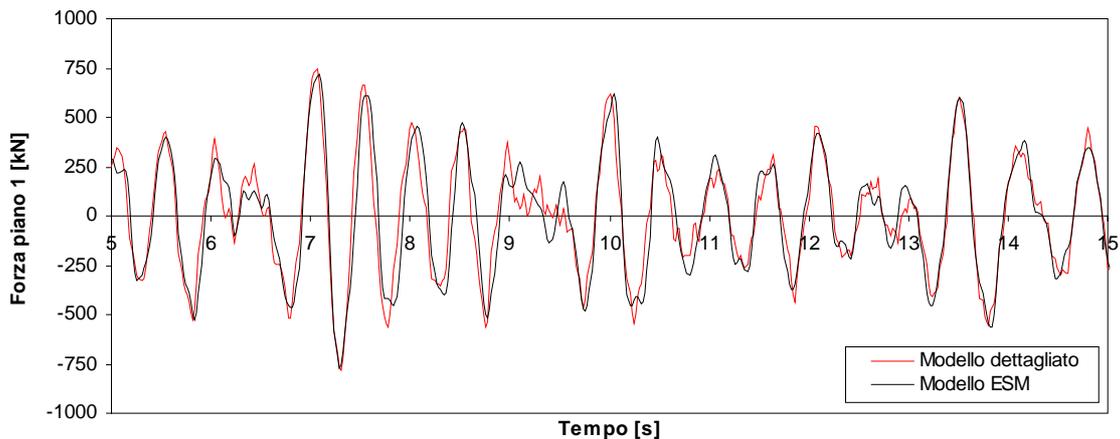
**Figura A2.36** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



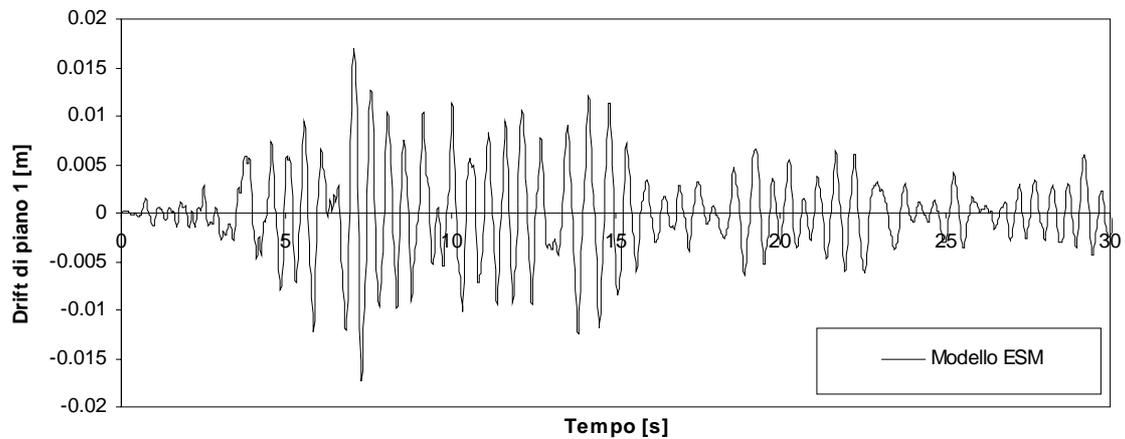
**Figura A2.37** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



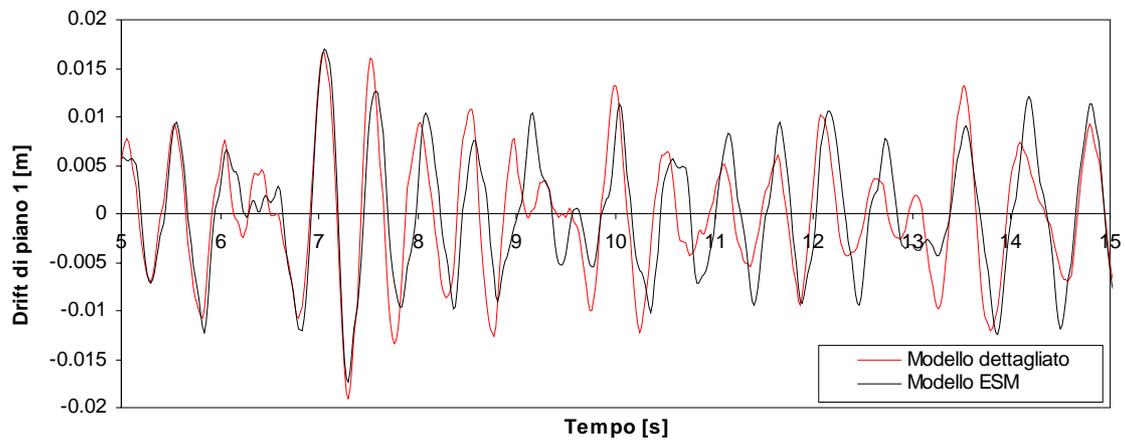
**Figura A2.38** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



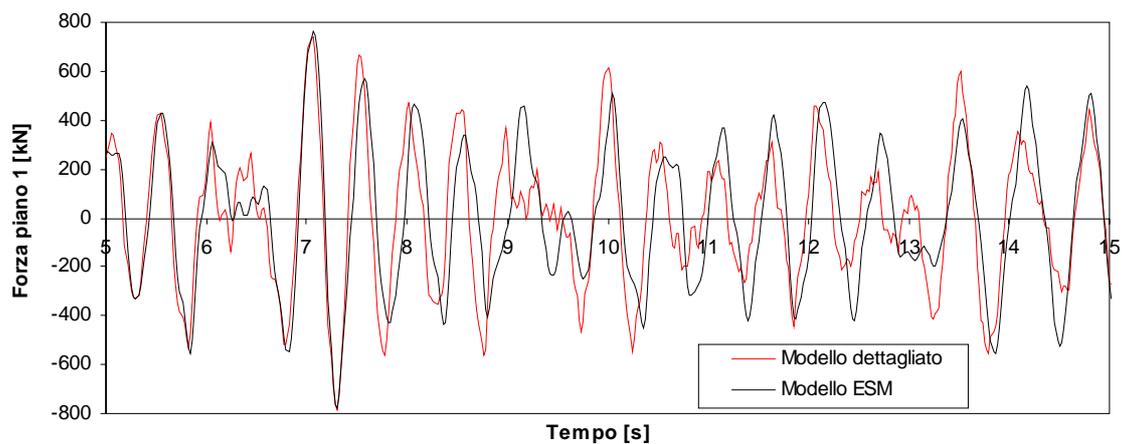
**Figura A2.39**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



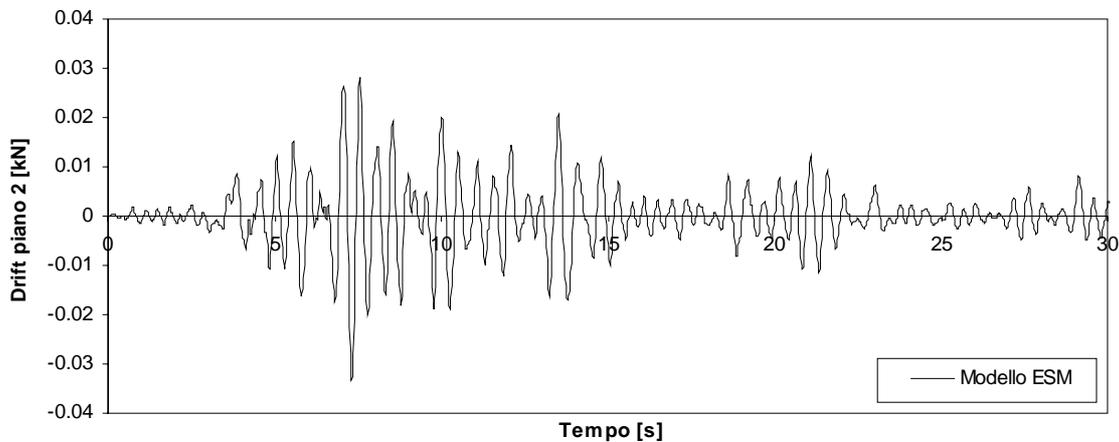
**Figura A2.40** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



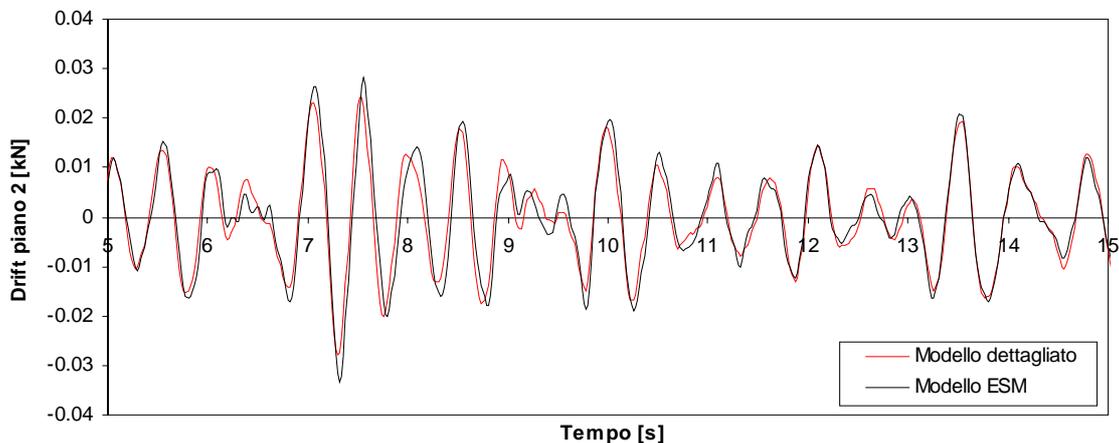
**Figura A2.41** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



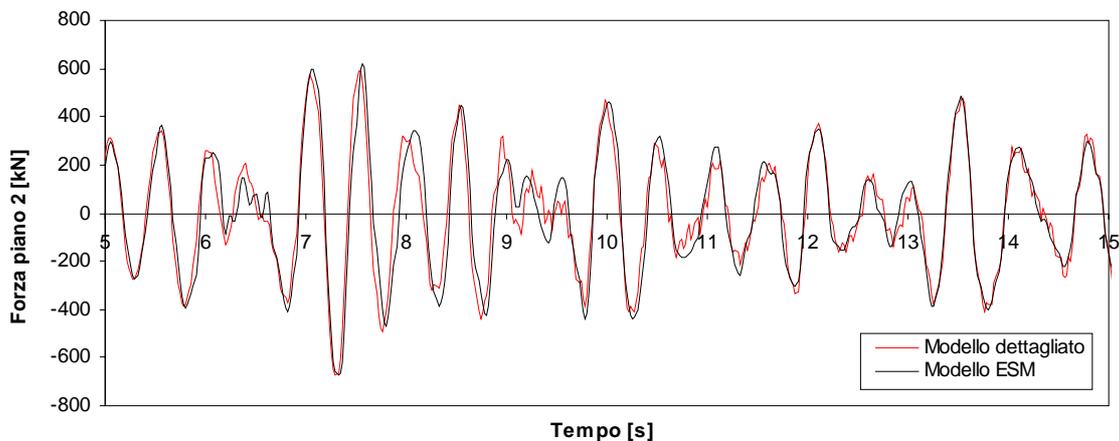
**Figura A2.42** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



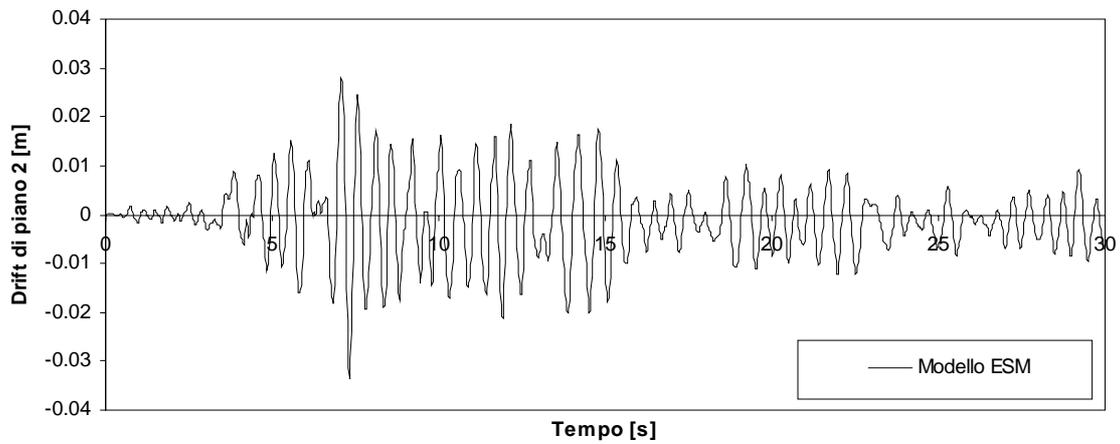
**Figura A2.43** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



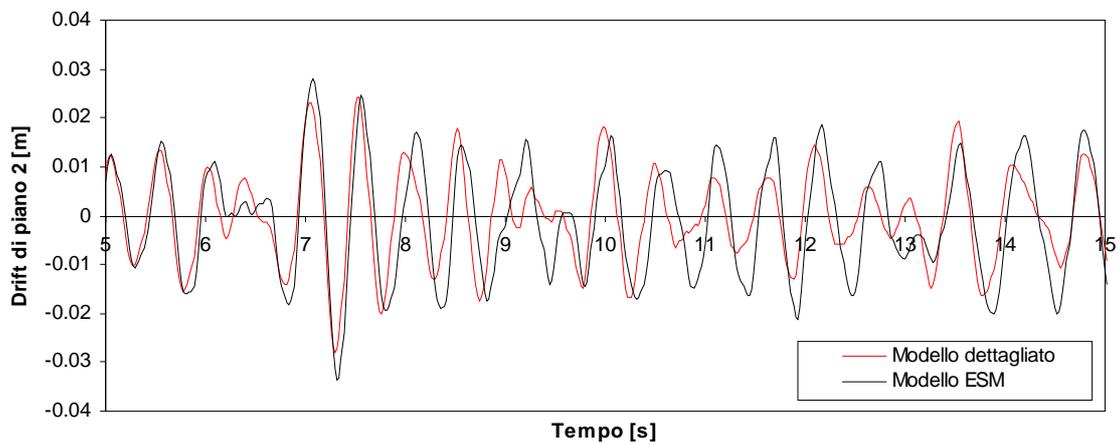
**Figura A2.44** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



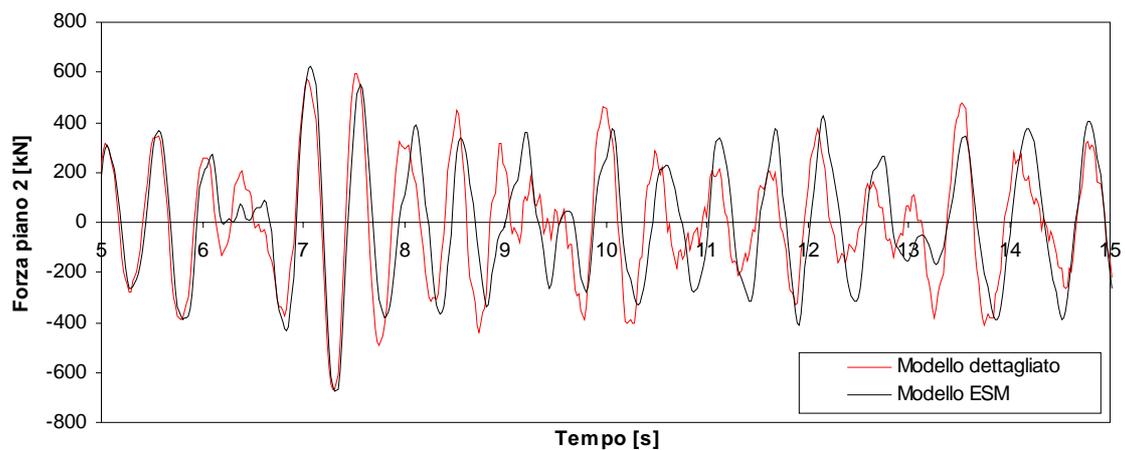
**Figura A2.45**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



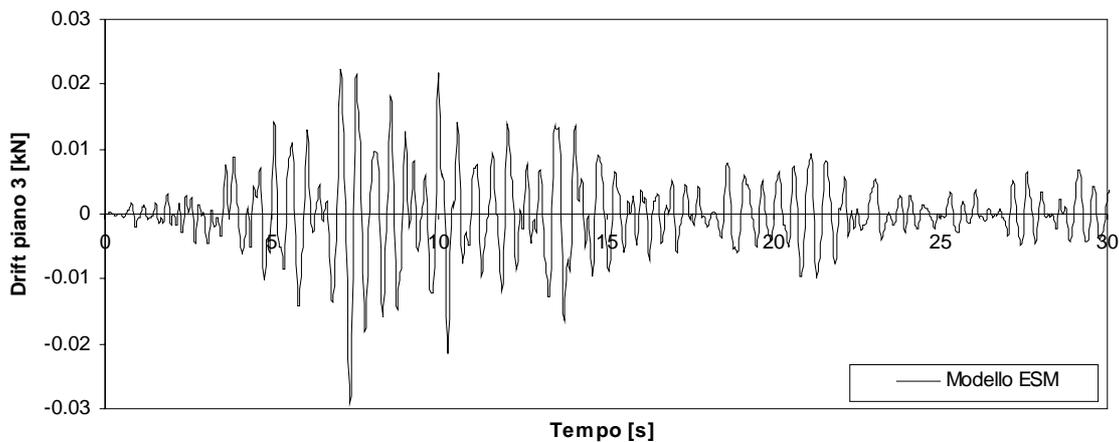
**Figura A2.46** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



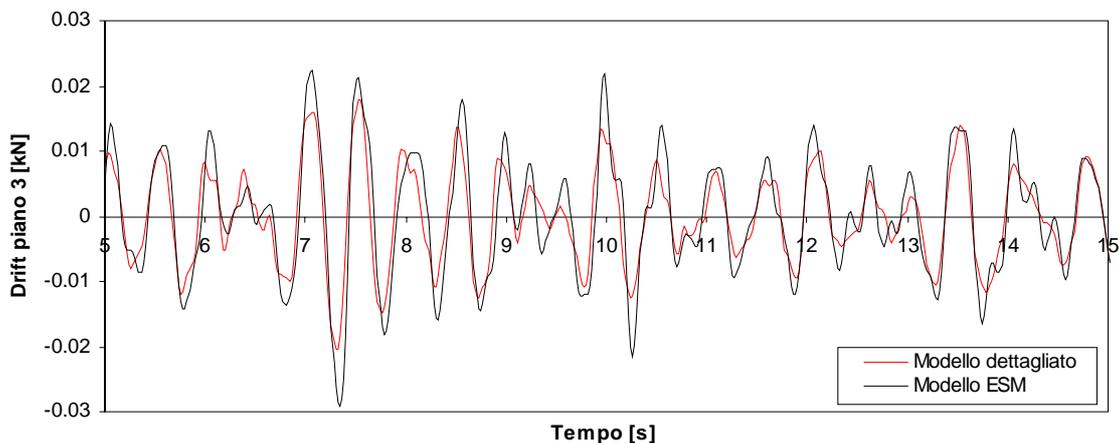
**Figura A2.47** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



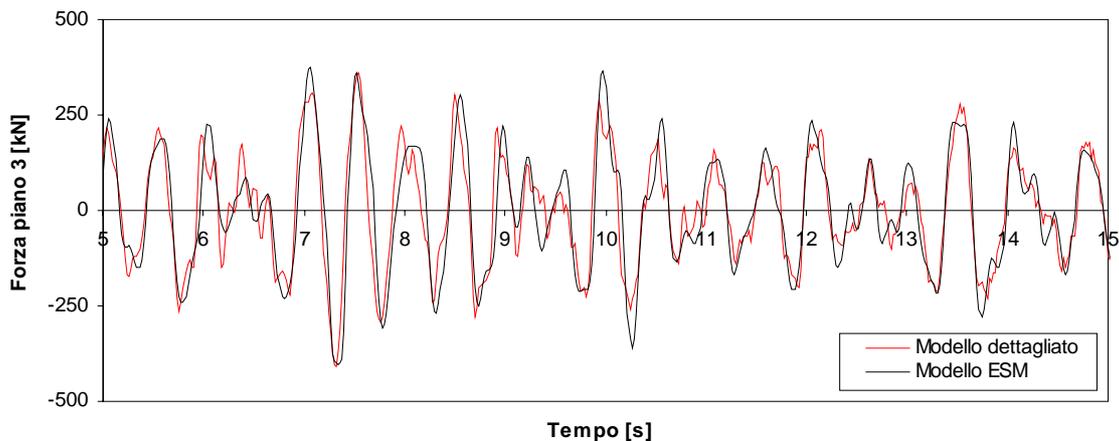
**Figura A2.48** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



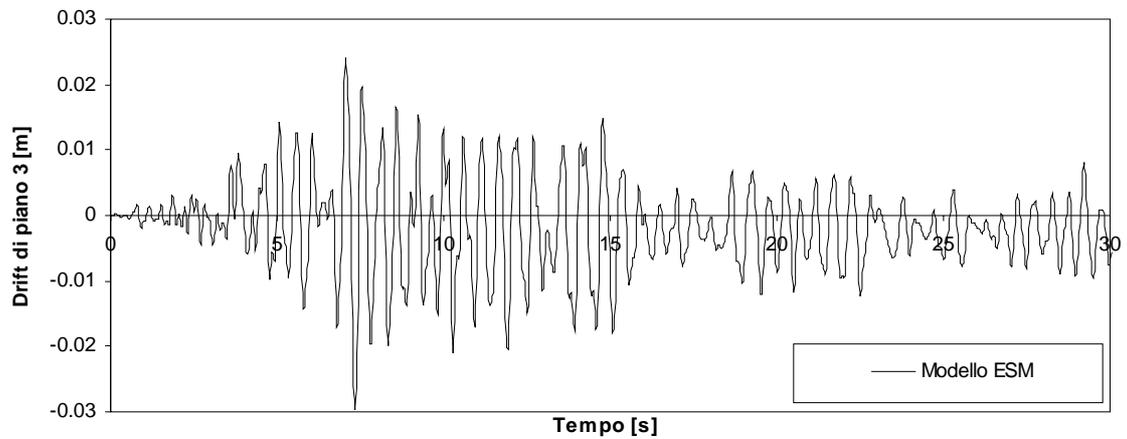
**Figura A2.49** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



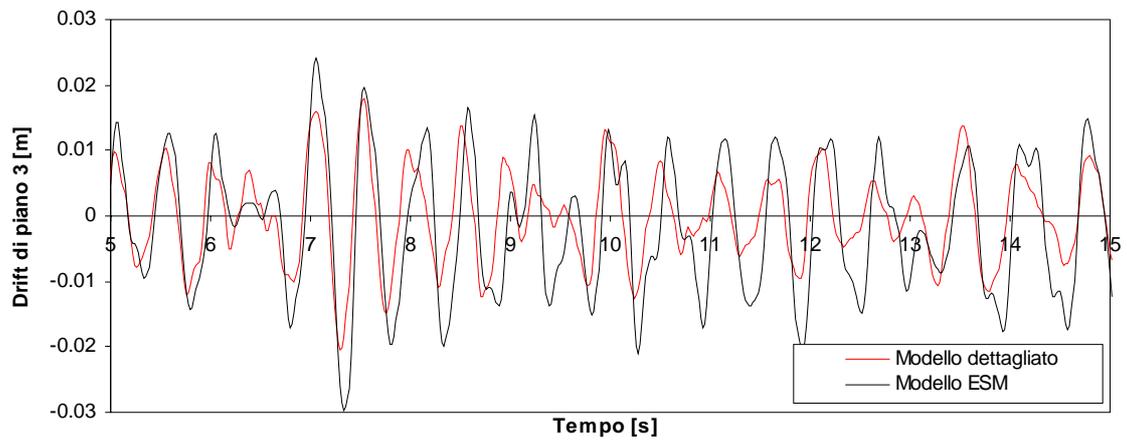
**Figura A2.50** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



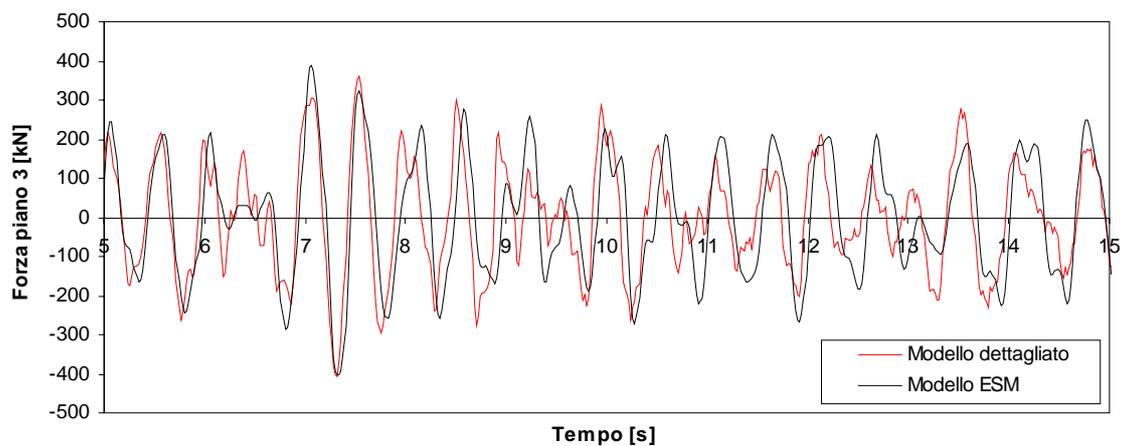
**Figura A2.51**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



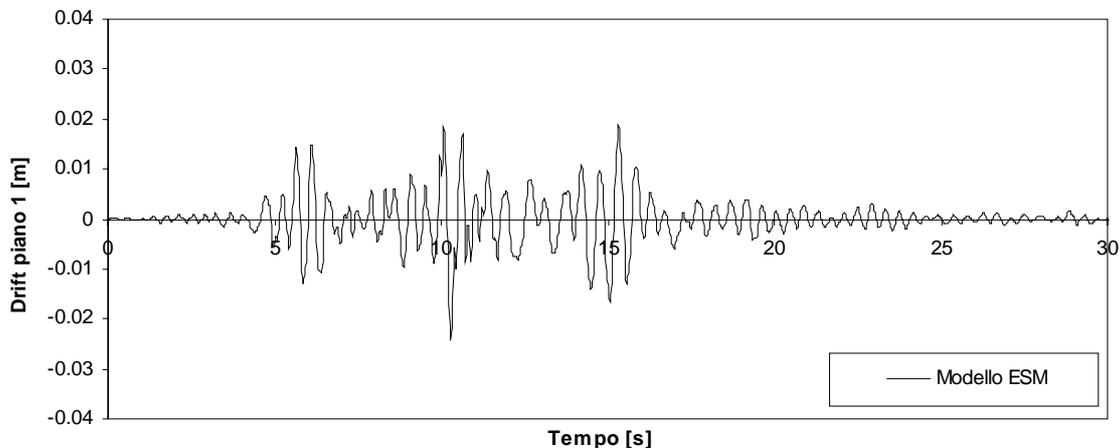
**Figura A2.52** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



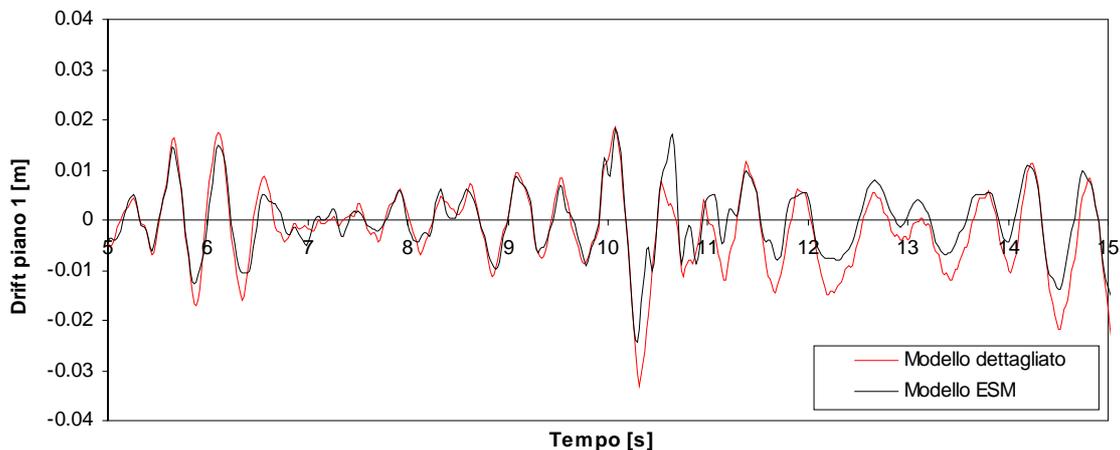
**Figura A2.53** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



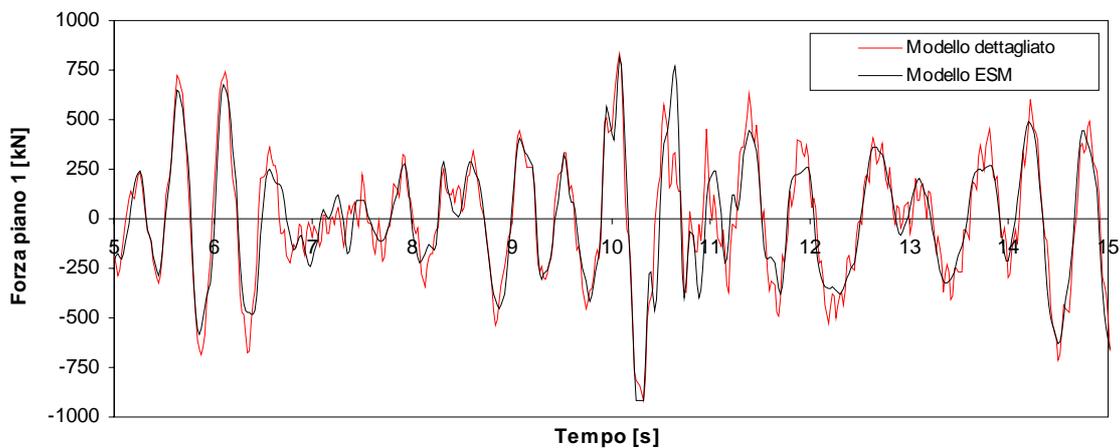
**Figura A2.54** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



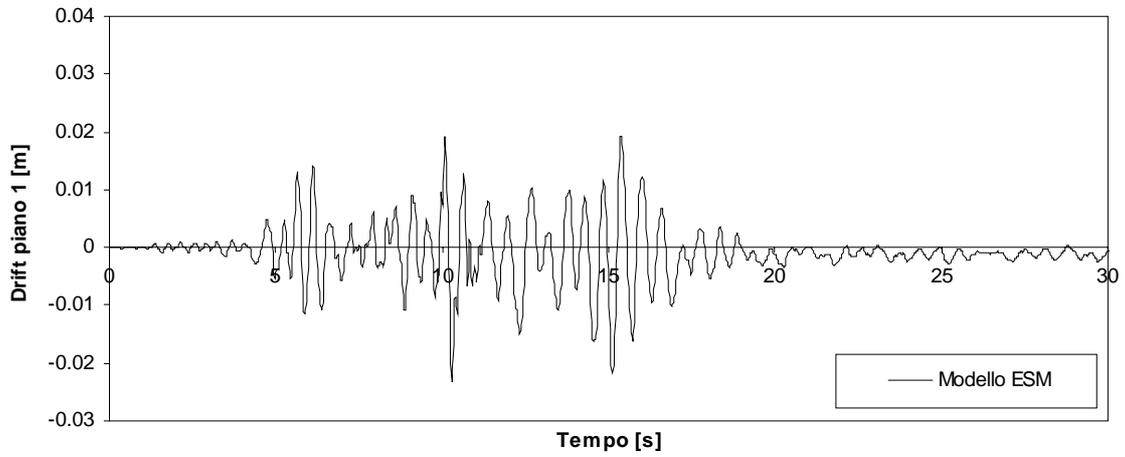
**Figura A2.55** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



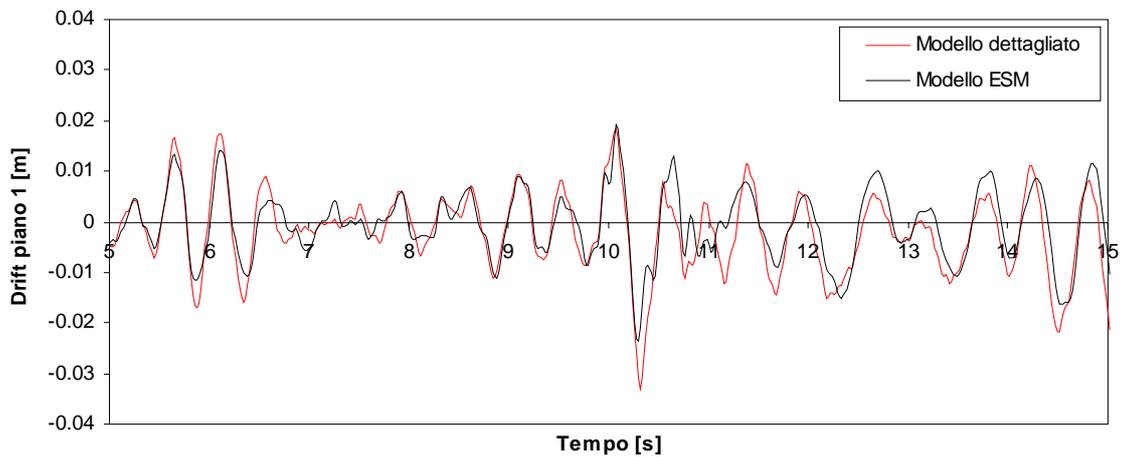
**Figura A2.56** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



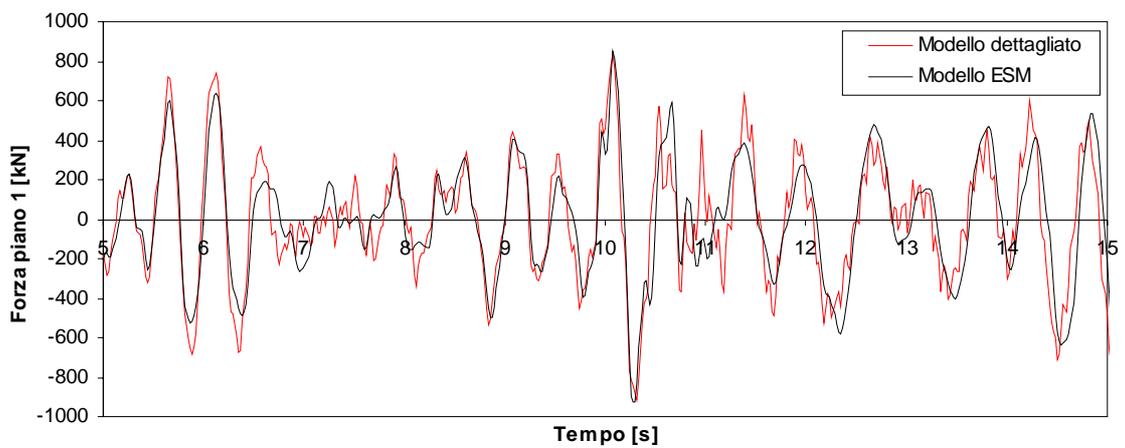
**Figura A2.57**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



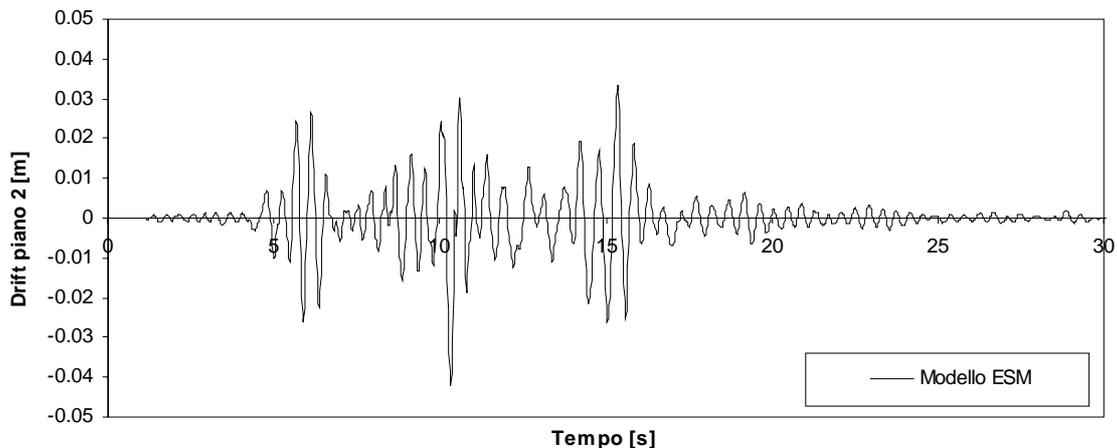
**Figura A2.58** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



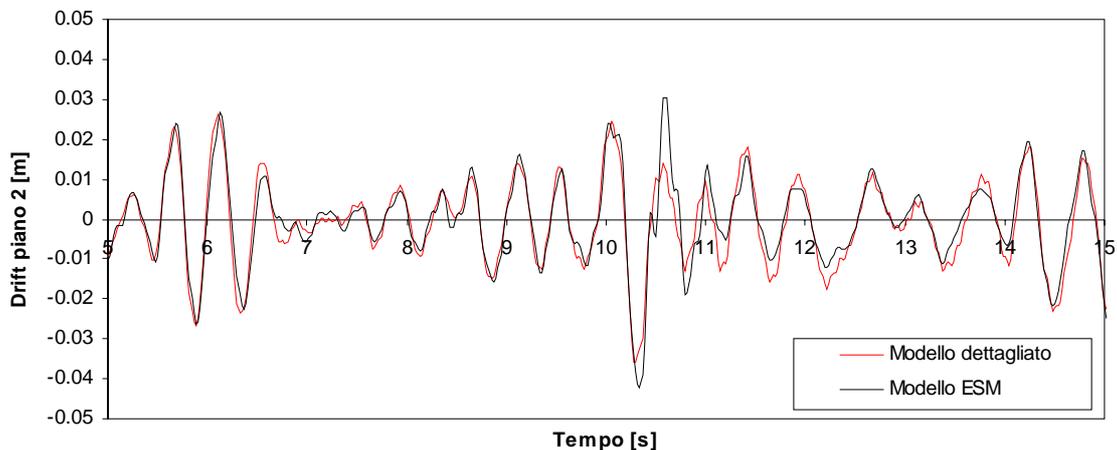
**Figura A1.59** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



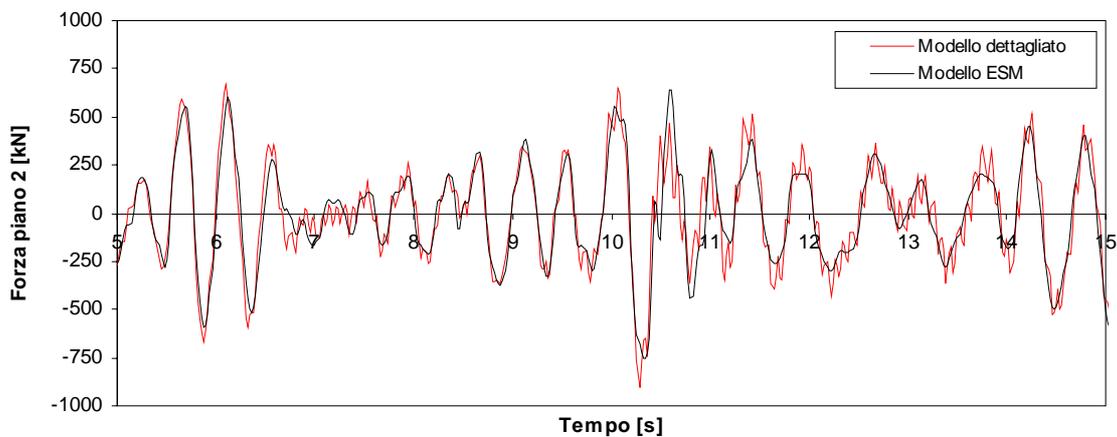
**Figura A2.60** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



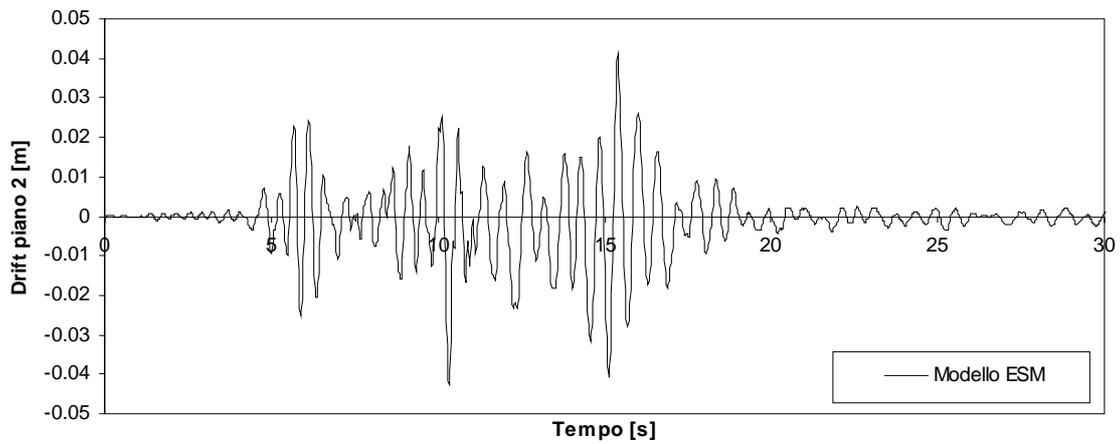
**Figura A2.61** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



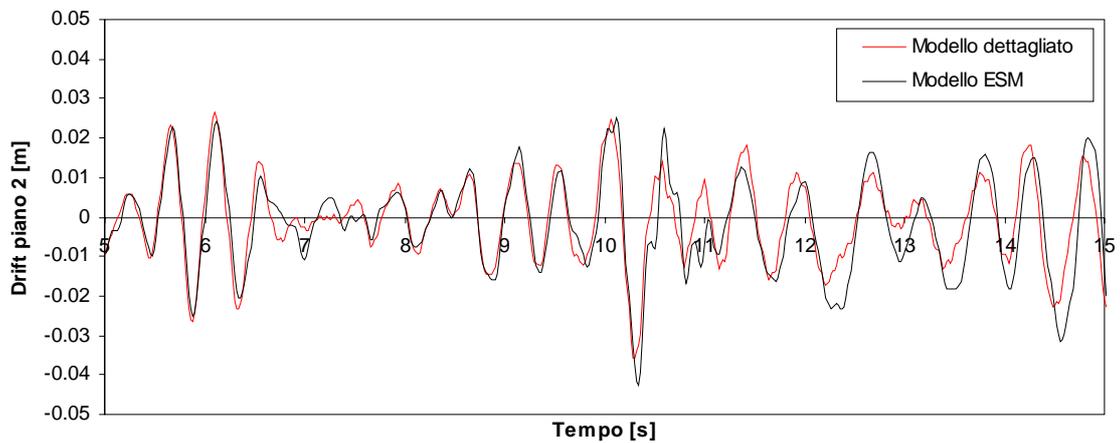
**Figura A2.62** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



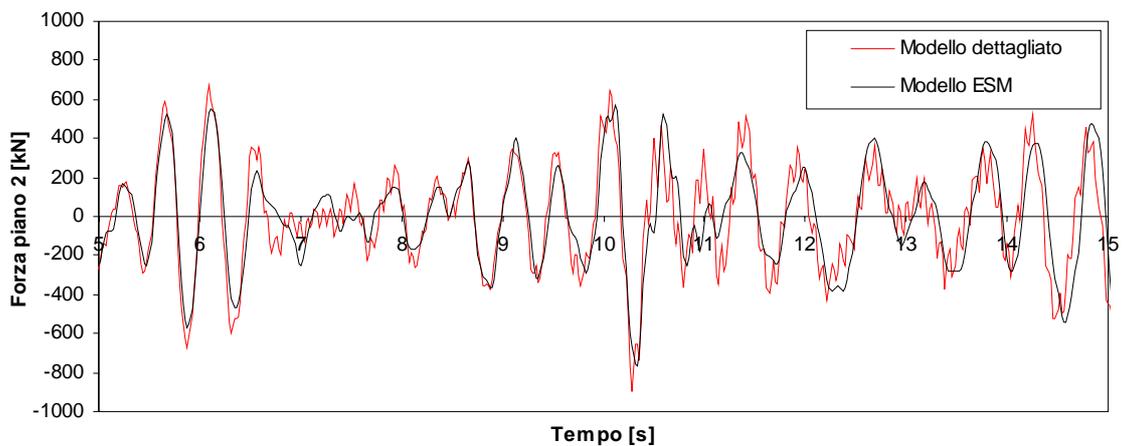
**Figura A2.63**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



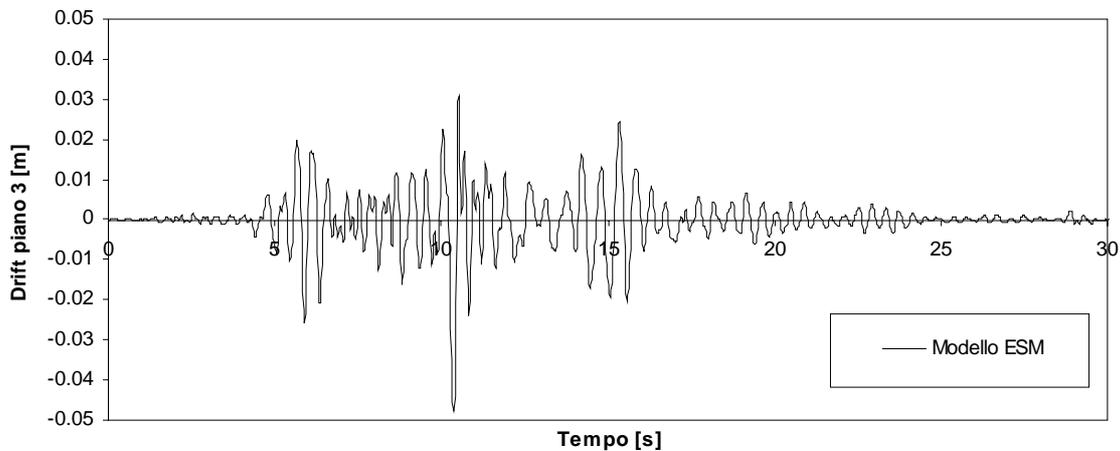
**Figura A2.64** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5)  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



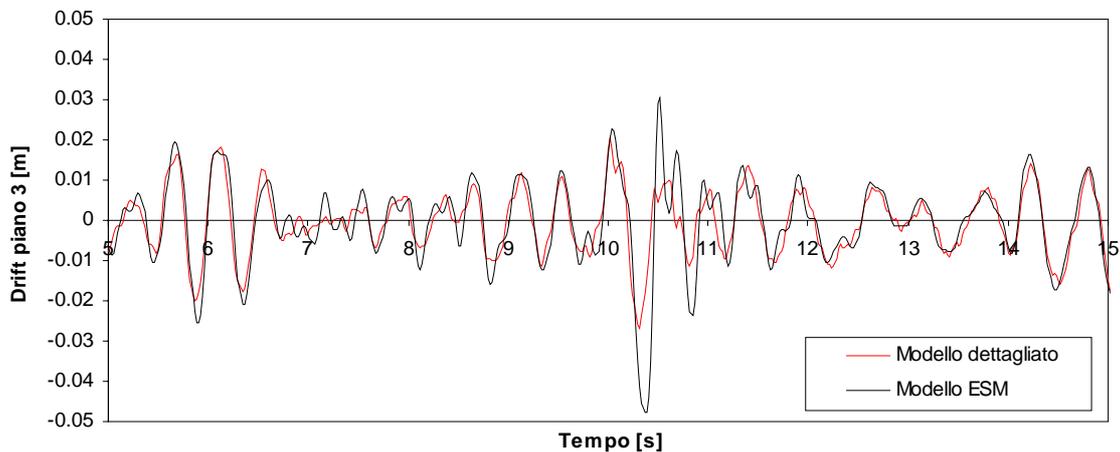
**Figura A2.65** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5)  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



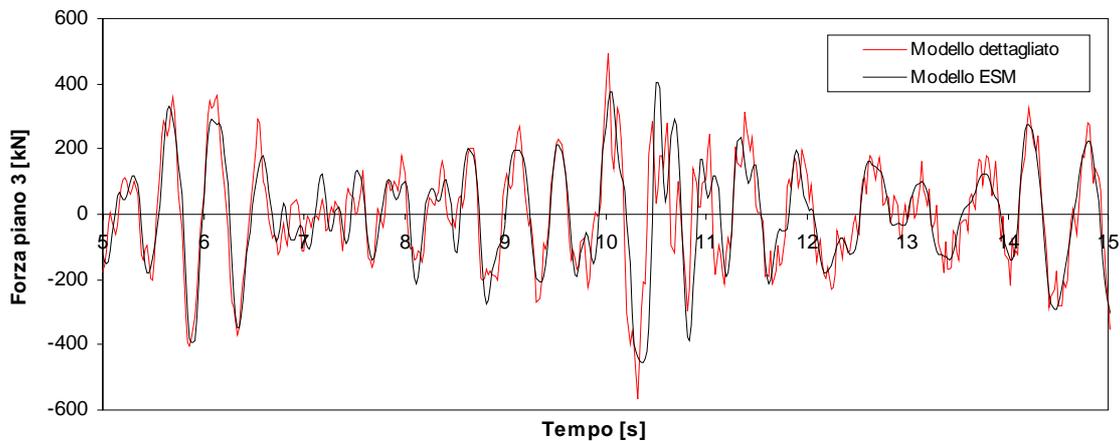
**Figura A2.66** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5)  
per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



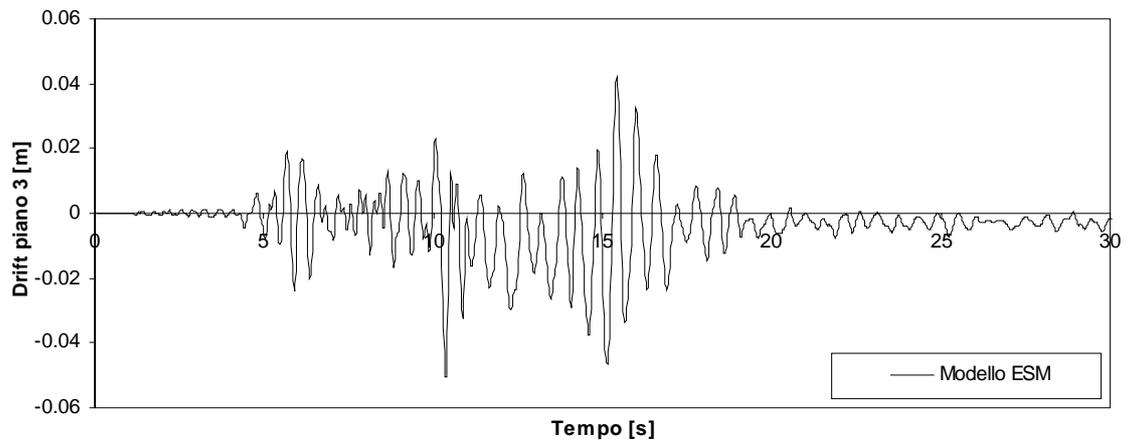
**Figura A2.67** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione uniforme.



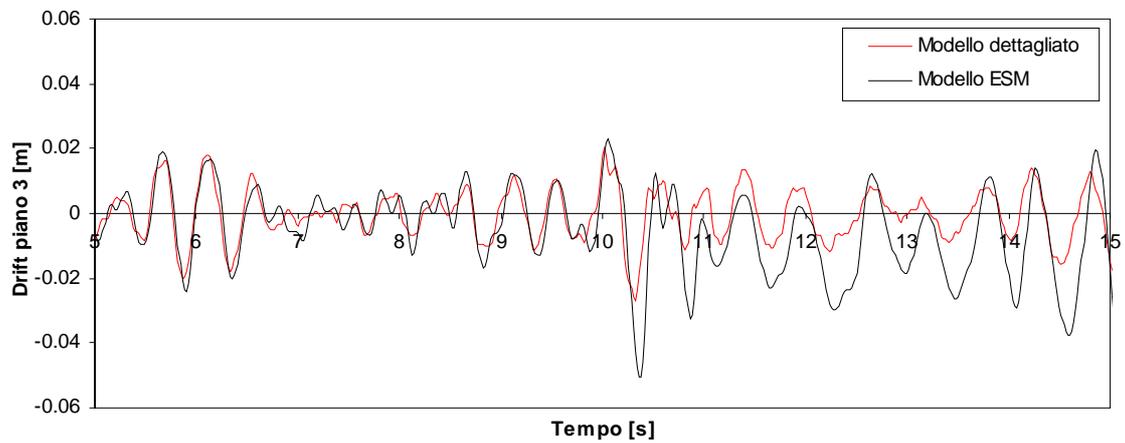
**Figura A2.68** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



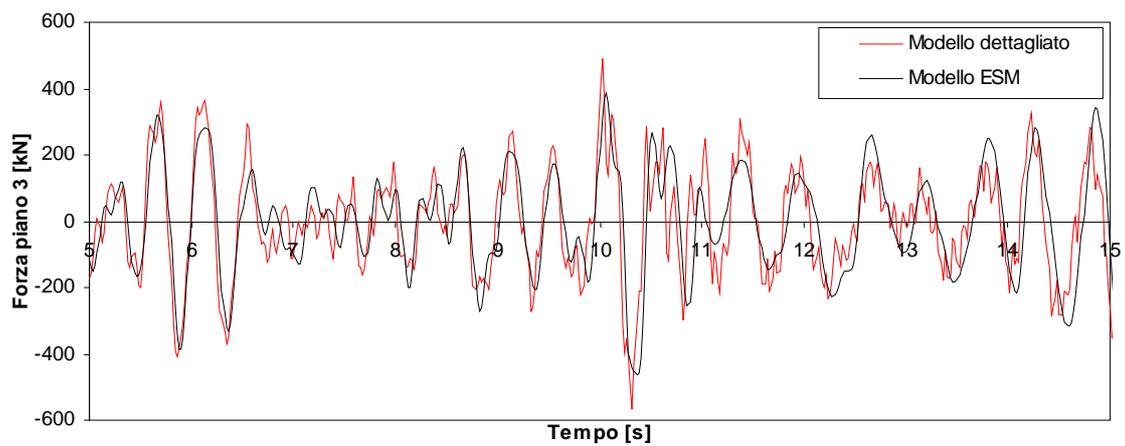
**Figura A2.69**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione uniforme.



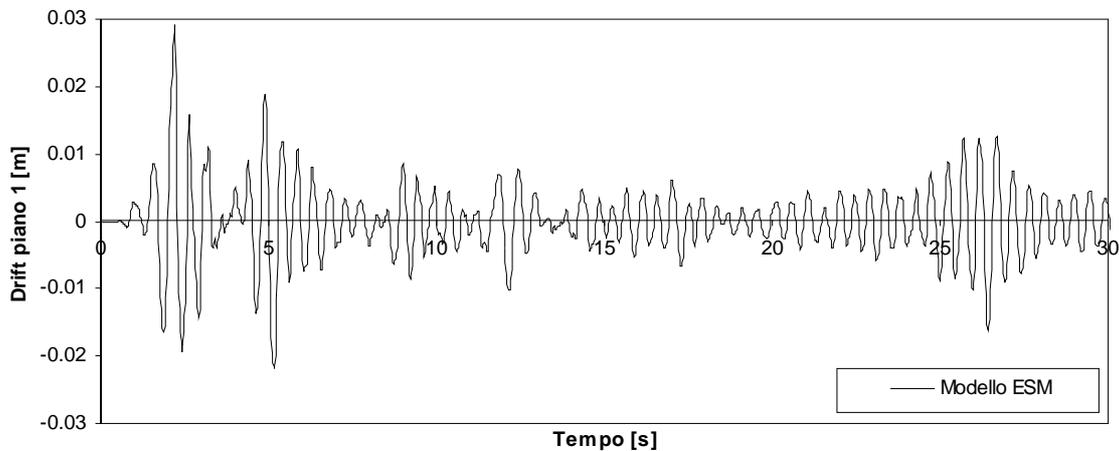
**Figura A2.70** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



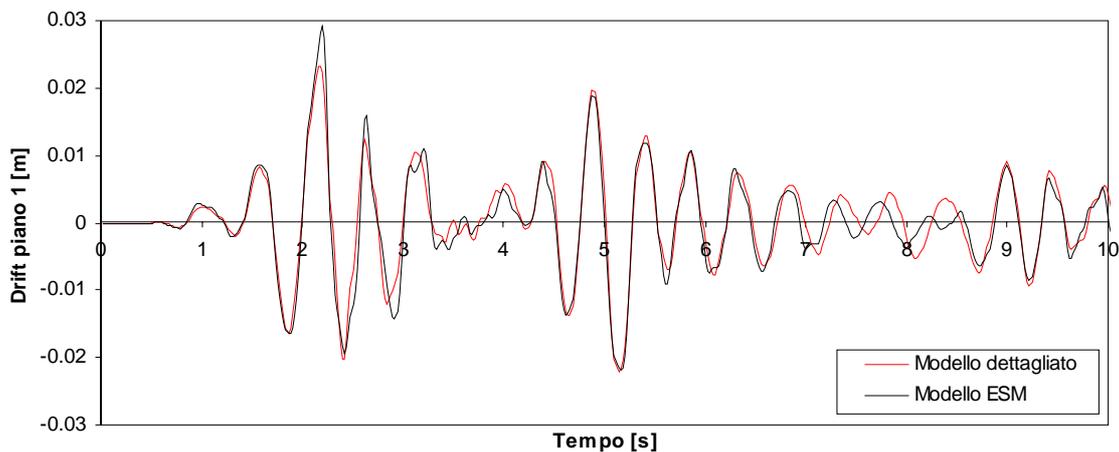
**Figura A2.71** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



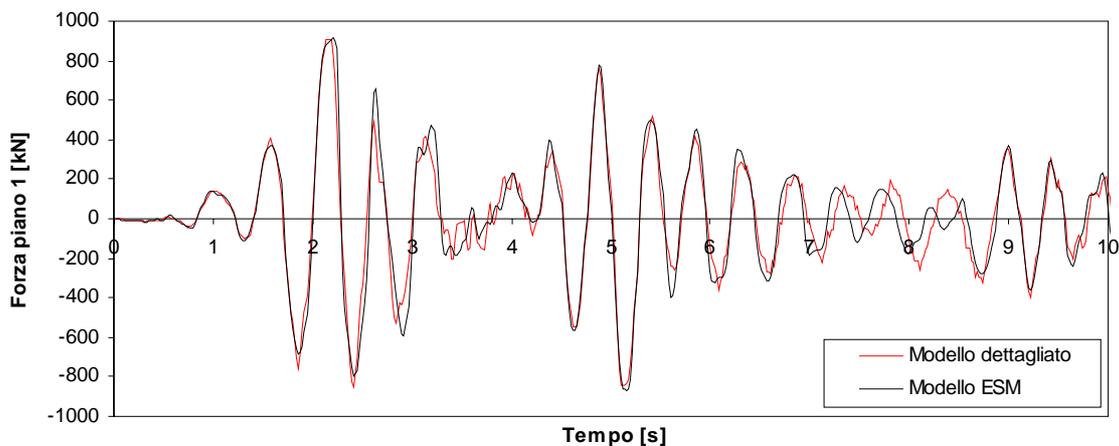
**Figura A2.72** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLPO distribuzione uniforme.



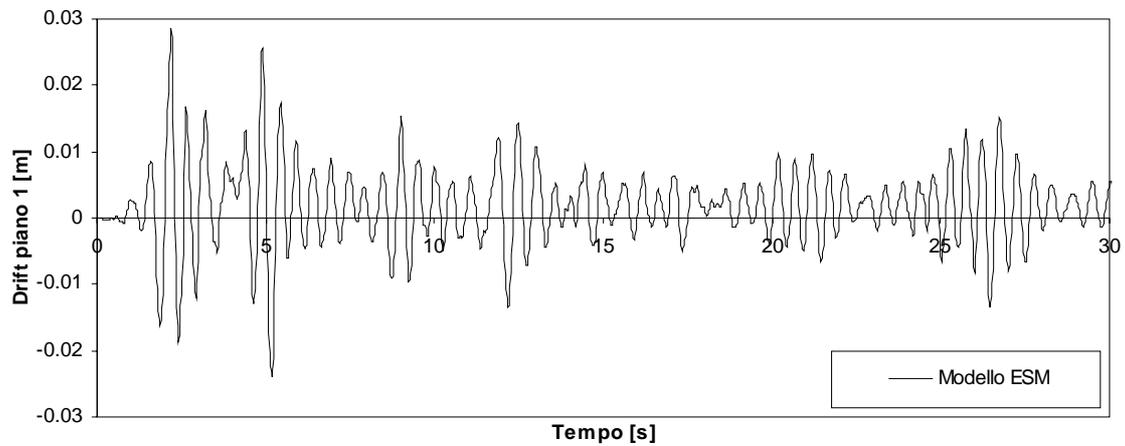
**Figura A2.73** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



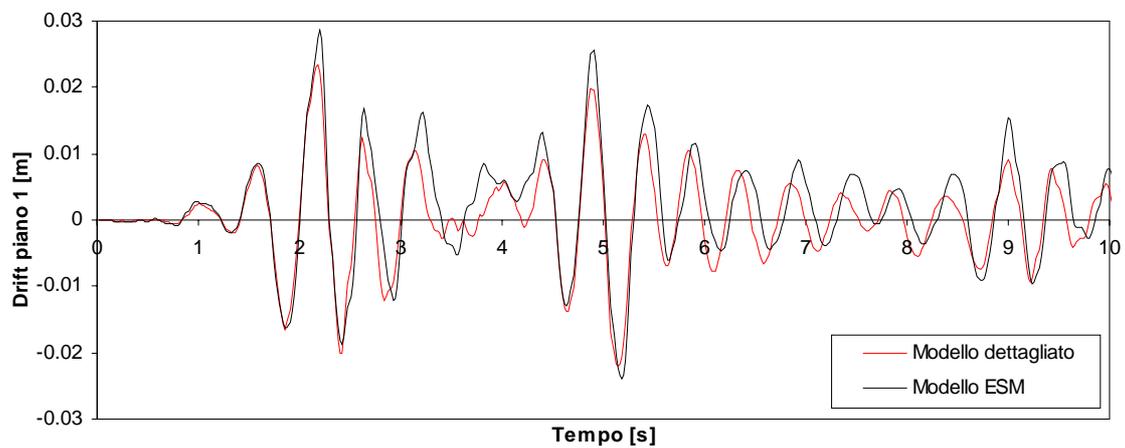
**Figura A2.74** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



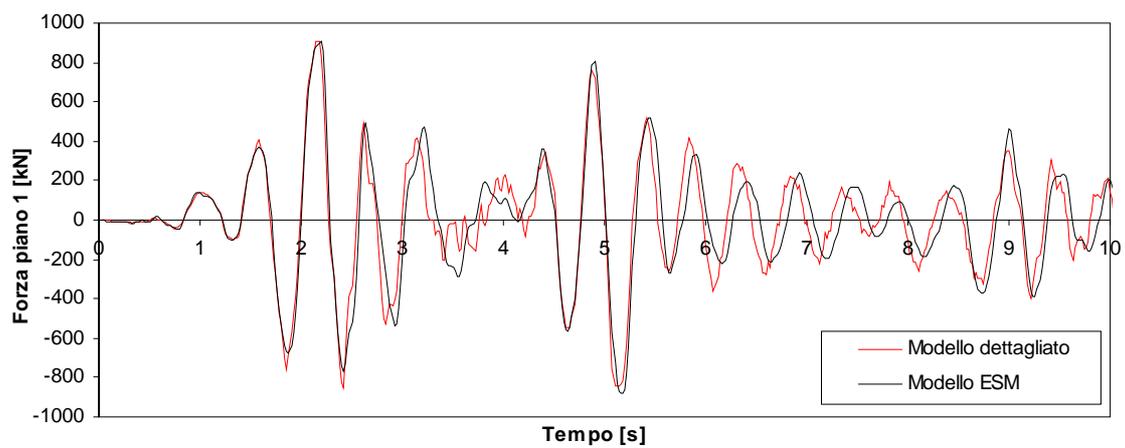
**Figura A2.75**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



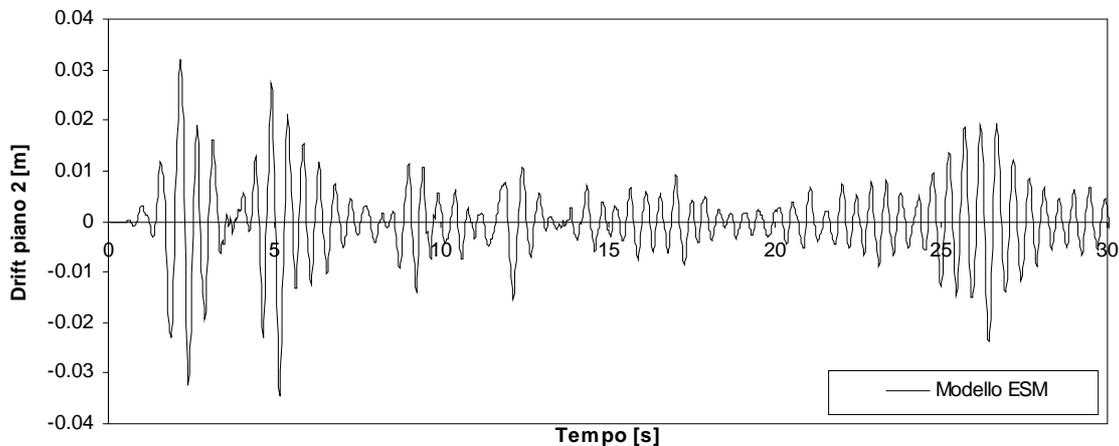
**Figura A2.76** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (SF=1.5) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



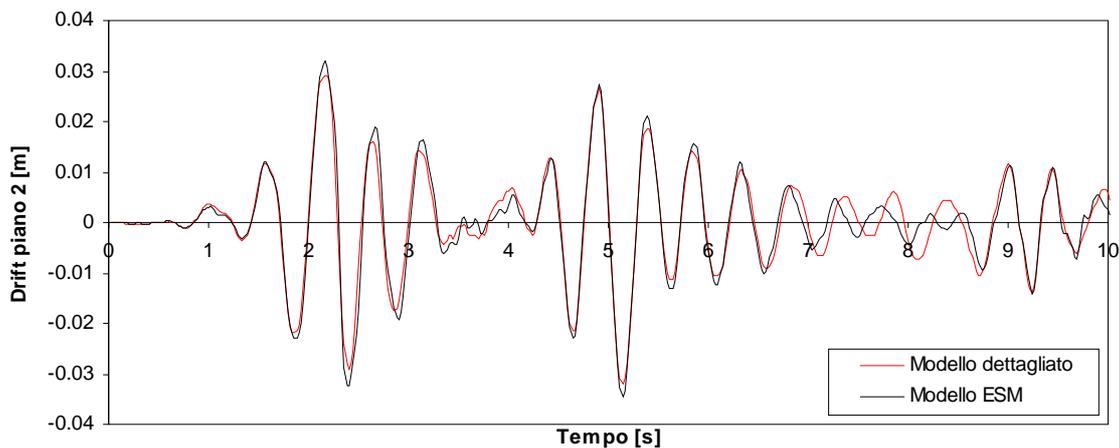
**Figura A2.77** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (SF=1.5) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



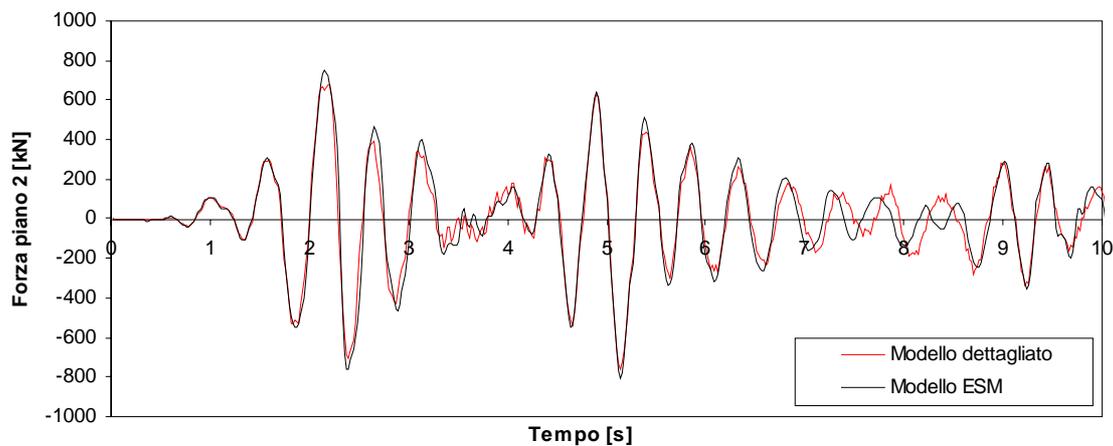
**Figura A2.78** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (SF=1.5) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



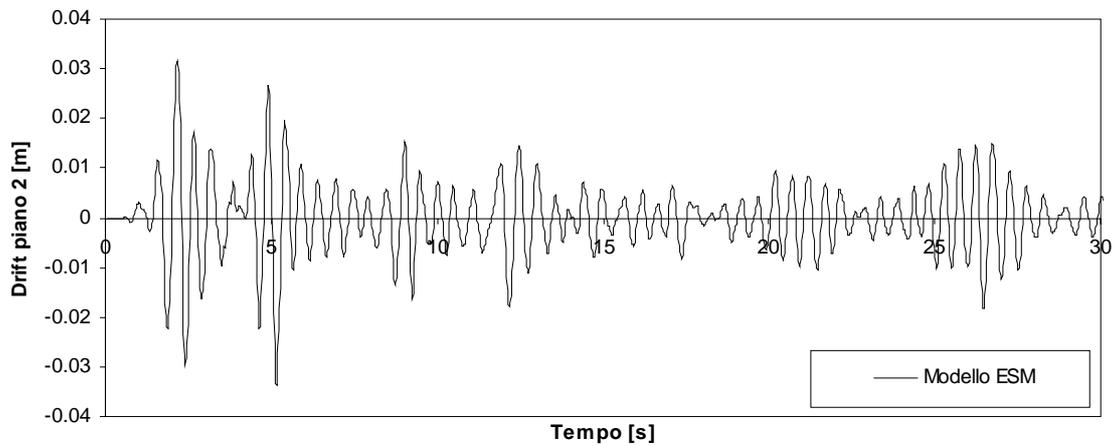
**Figura A2.79** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare



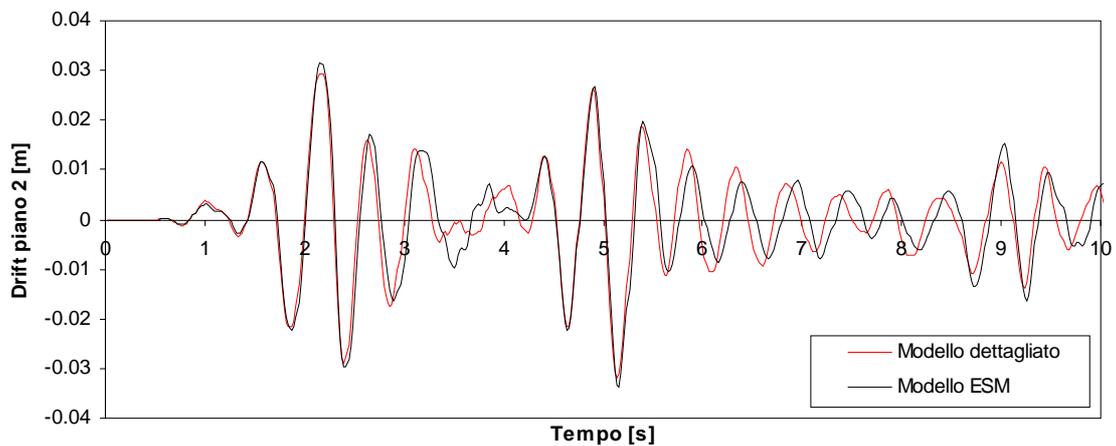
**Figura A2.80** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



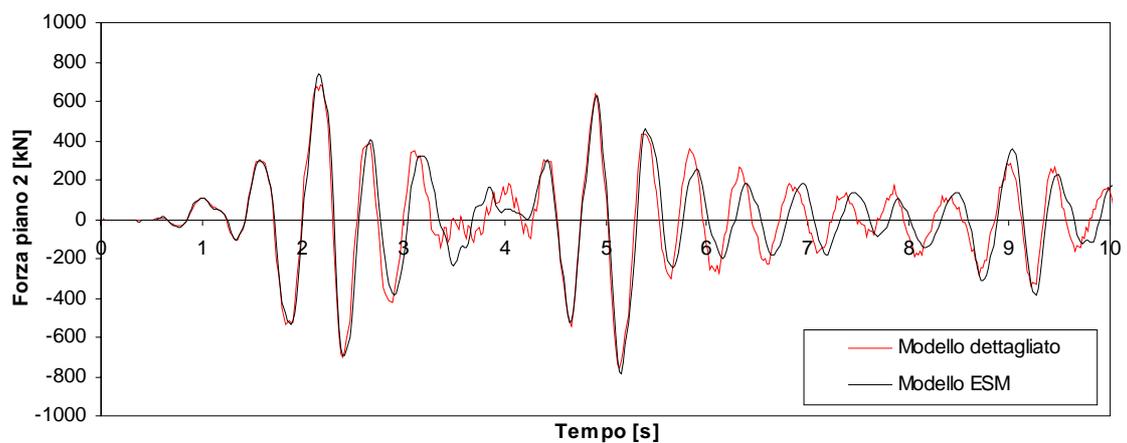
**Figura A2.81**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



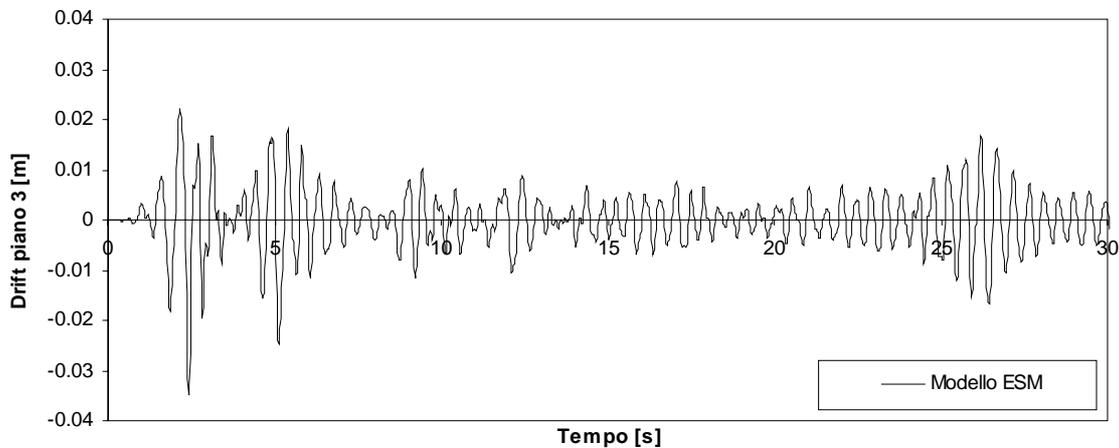
**Figura A2.82** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



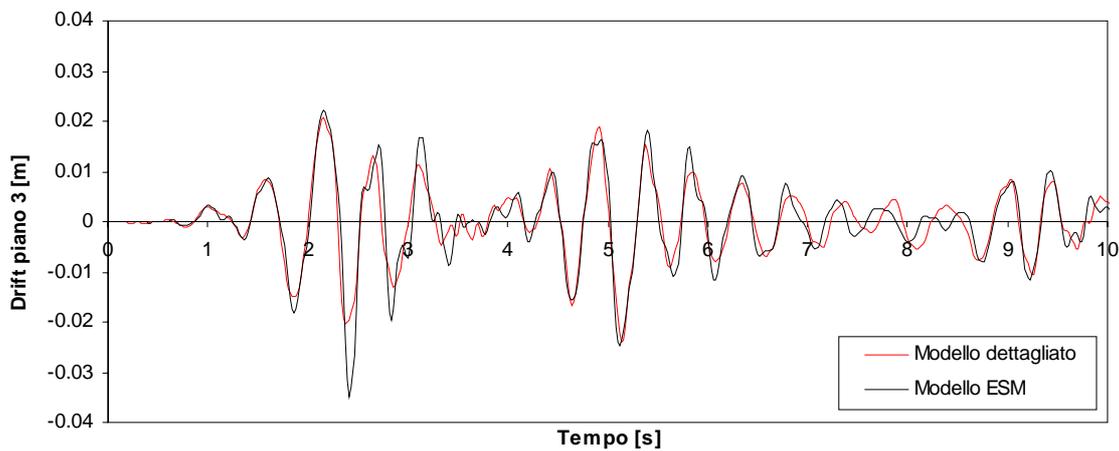
**Figura A2.83** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



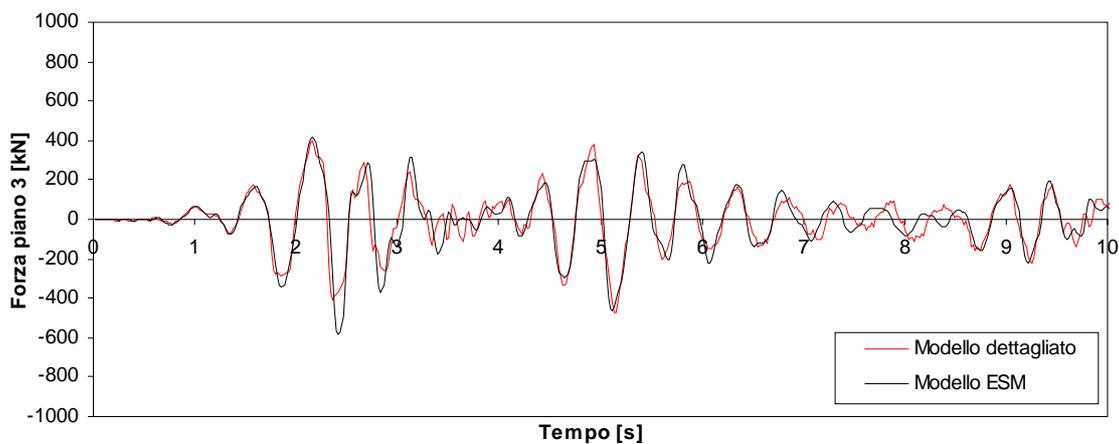
**Figura A2.84** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



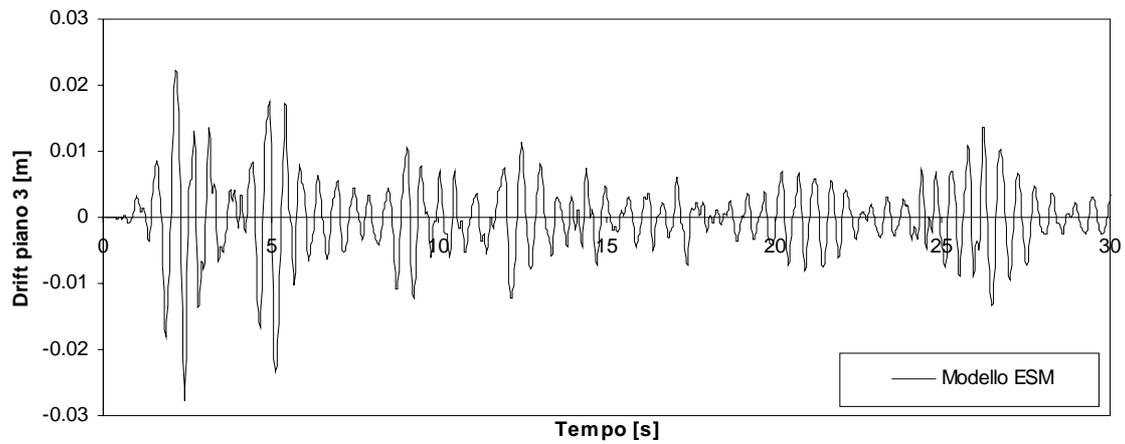
**Figura A2.85** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



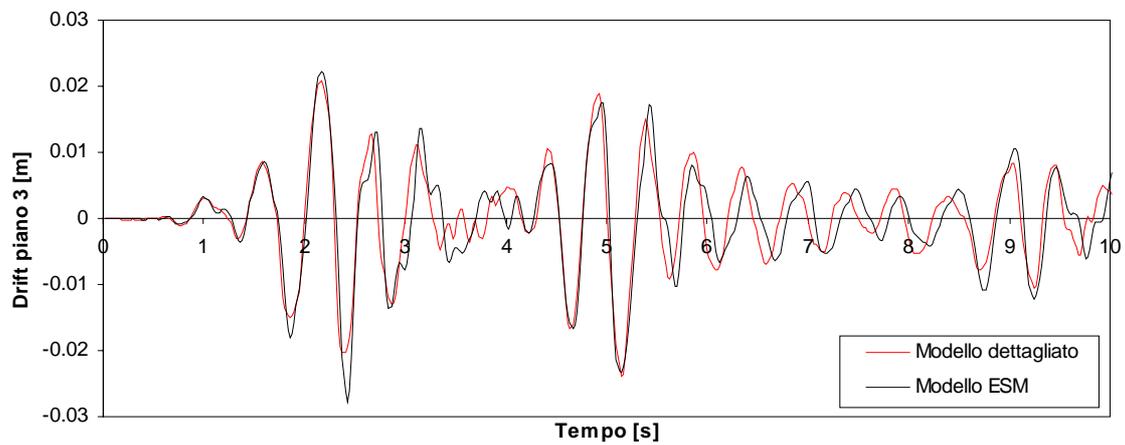
**Figura A2.86** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



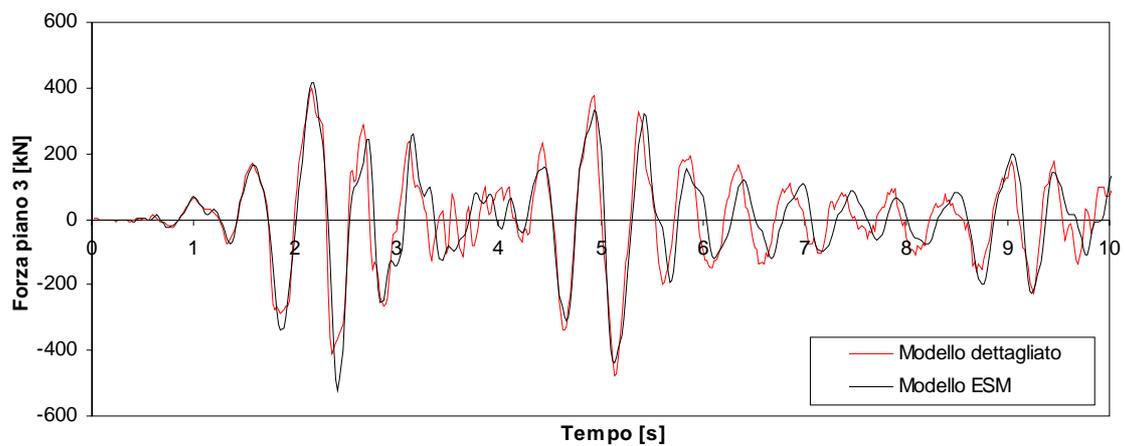
**Figura A2.87**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



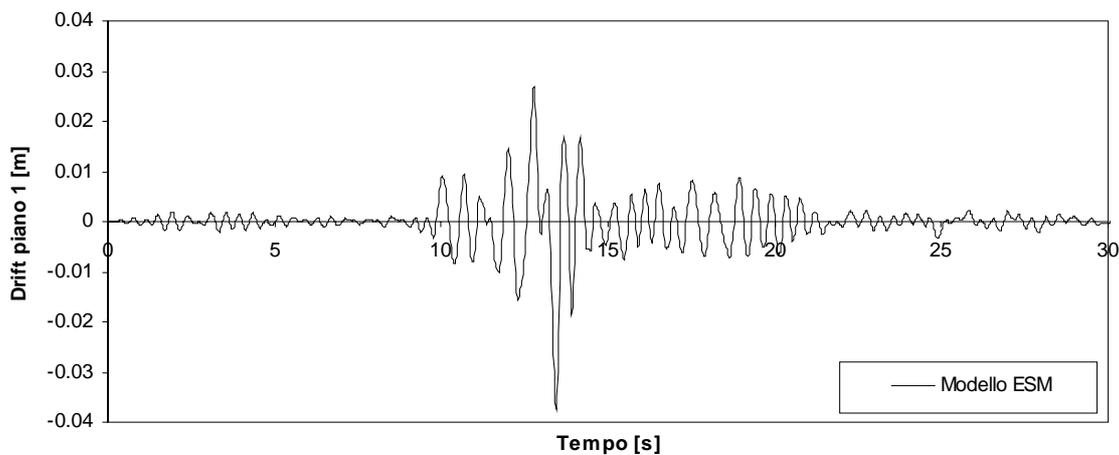
**Figura A2.88** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



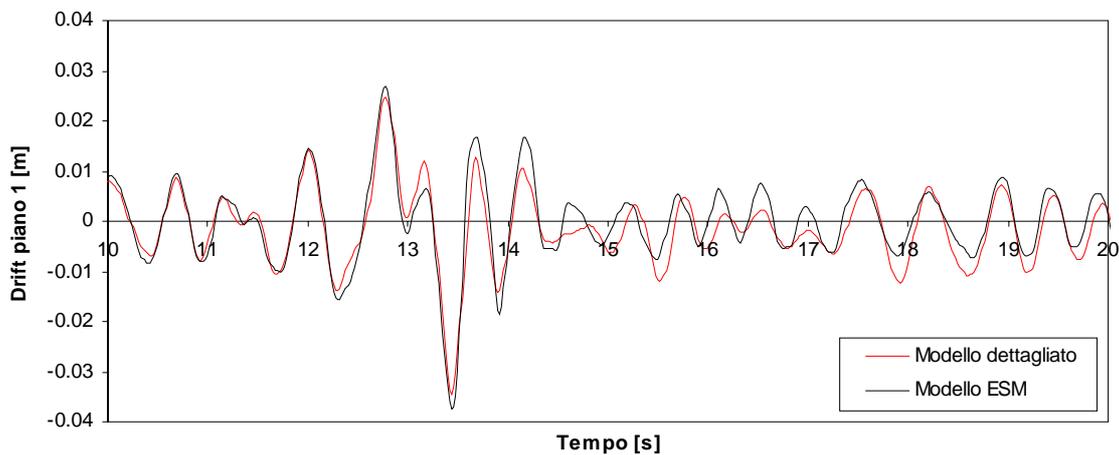
**Figura A2.89** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



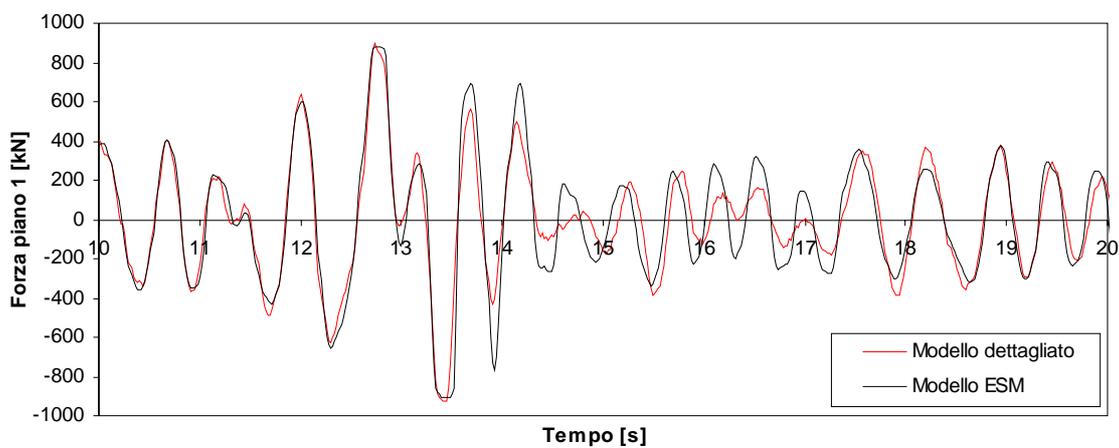
**Figura A2.90** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



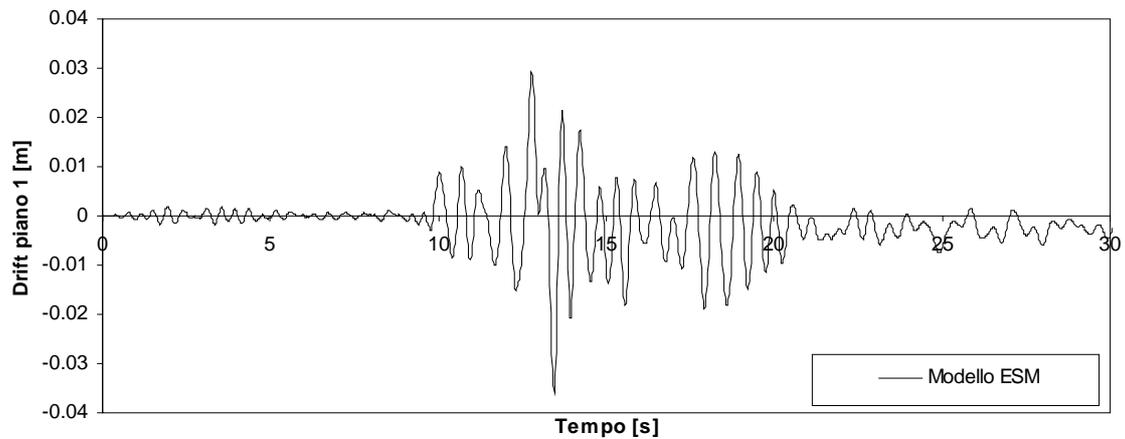
**Figura A2.91** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



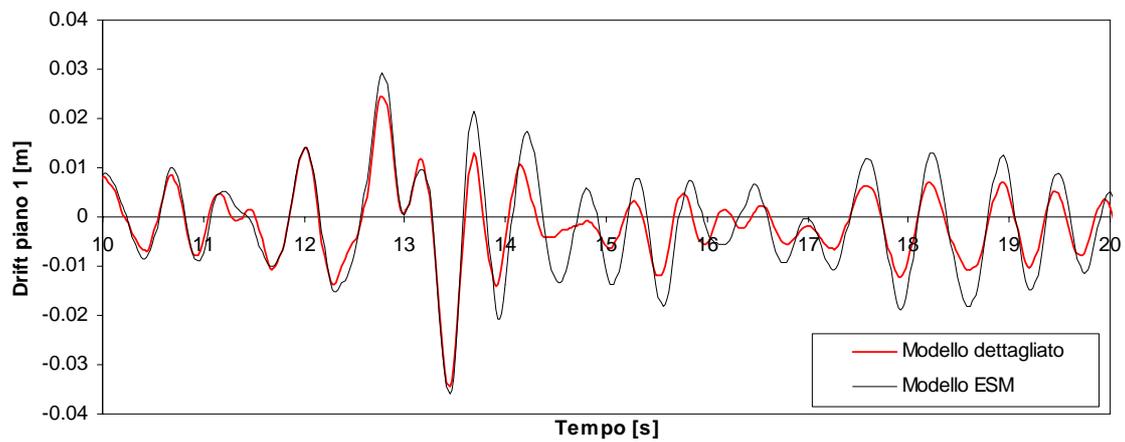
**Figura A2.92** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



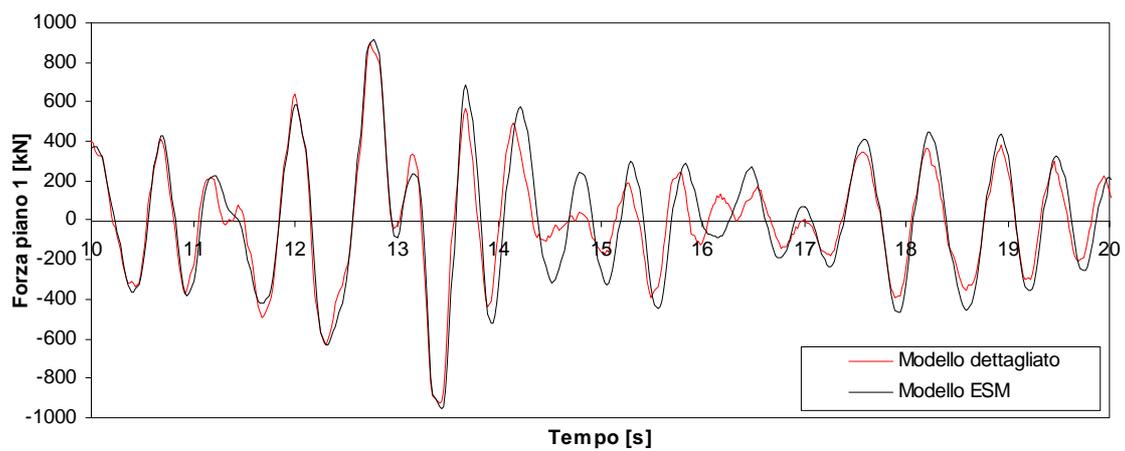
**Figura A2.93**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



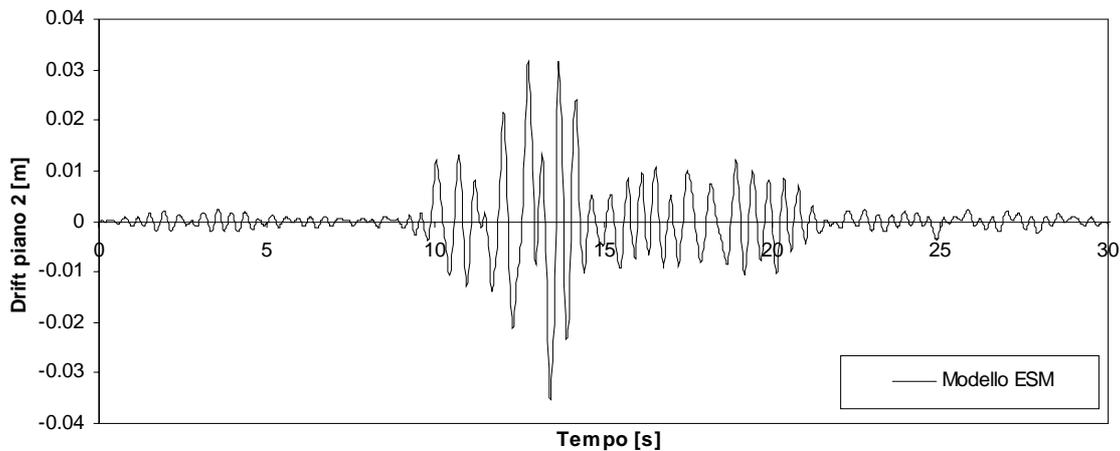
**Figura A2.94** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



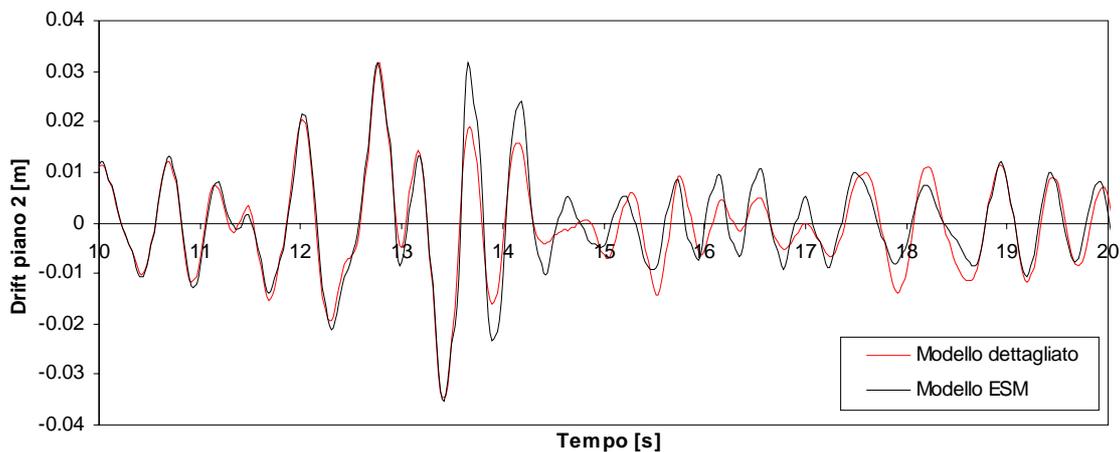
**Figura A2.95** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



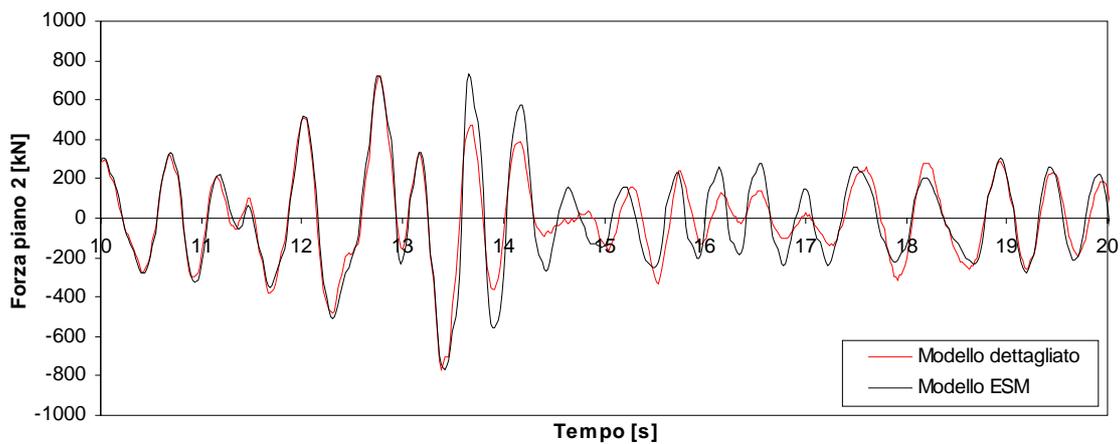
**Figura A2.96** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



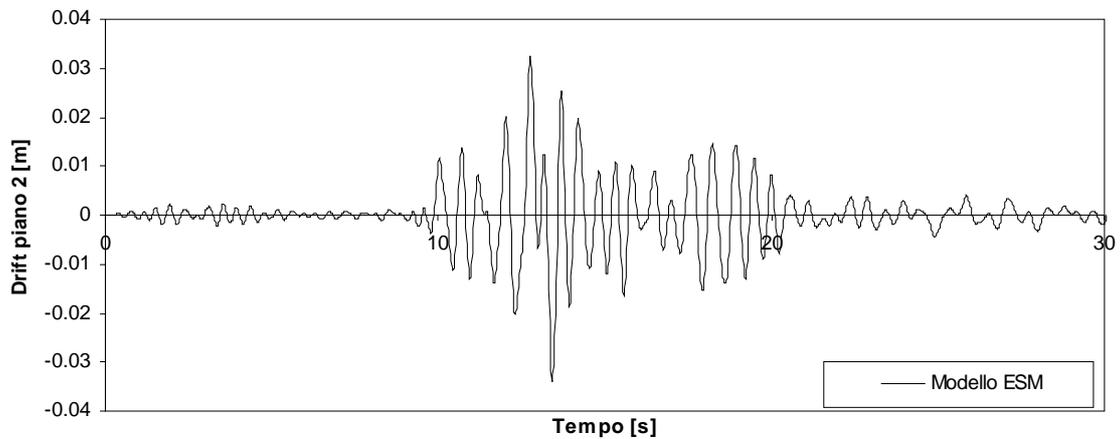
**Figura A2.97** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



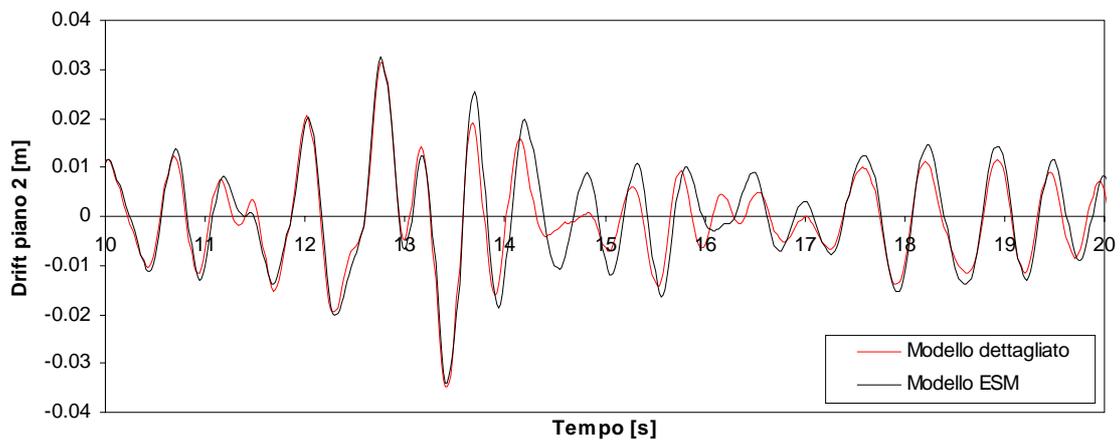
**Figura A2.98** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



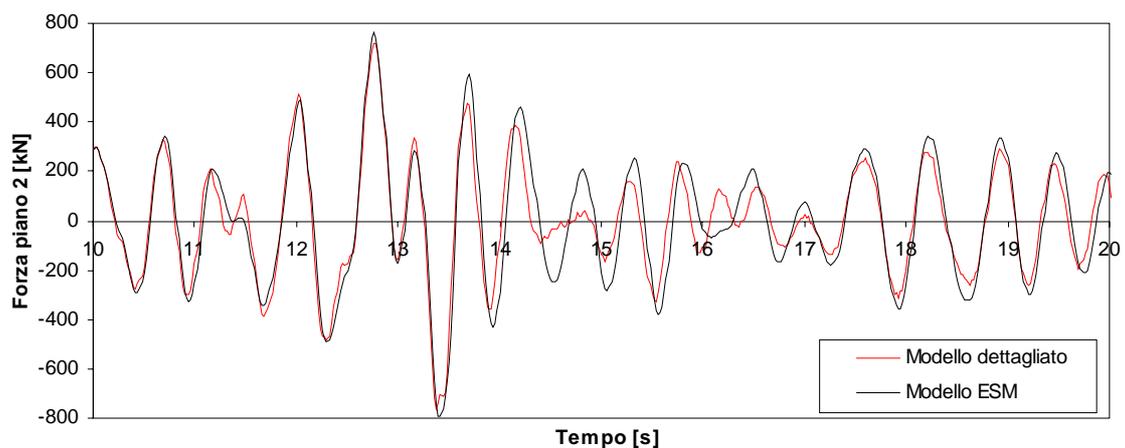
**Figura A2.99**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



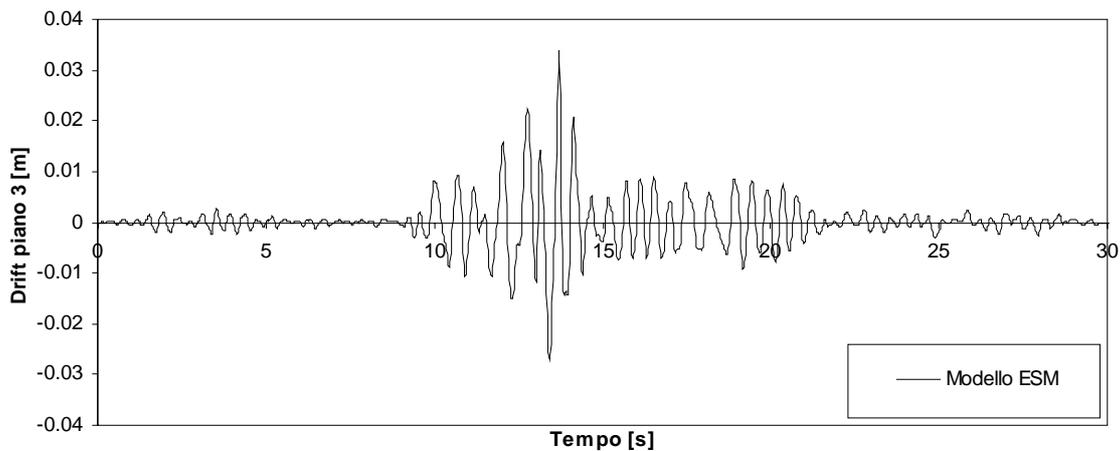
**Figura A2.100** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



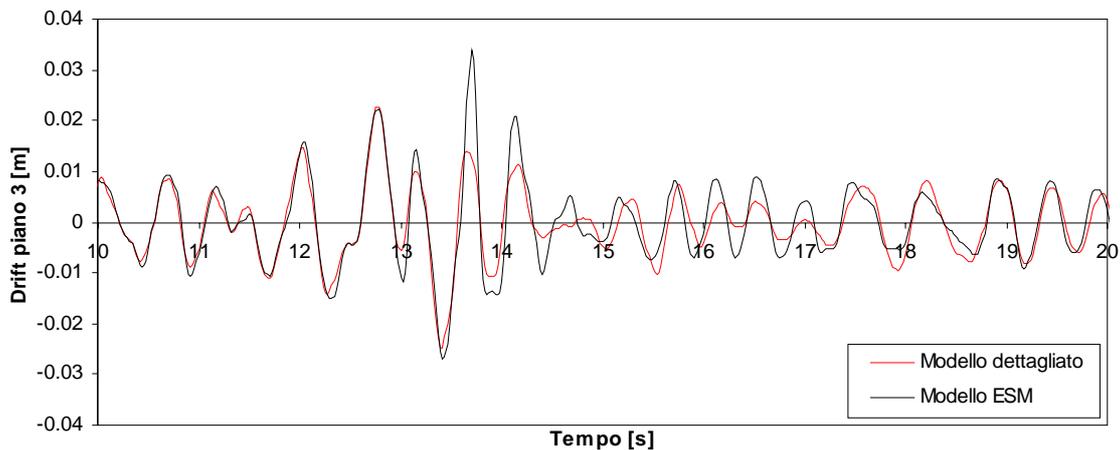
**Figura A2.101** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



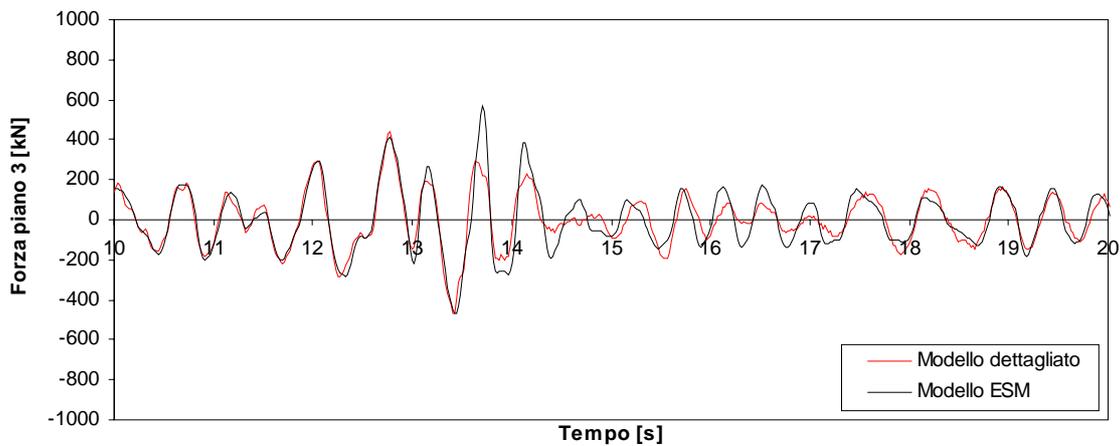
**Figura A2.102** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



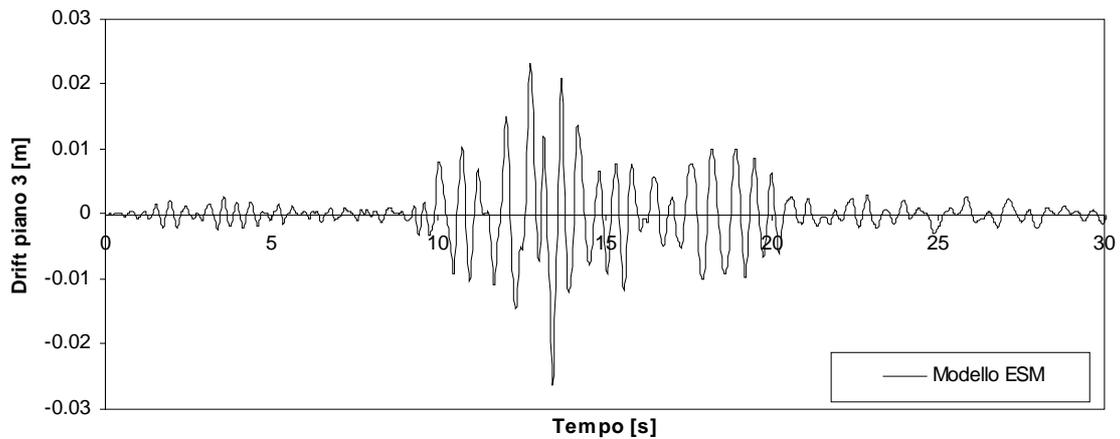
**Figura A2.103** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



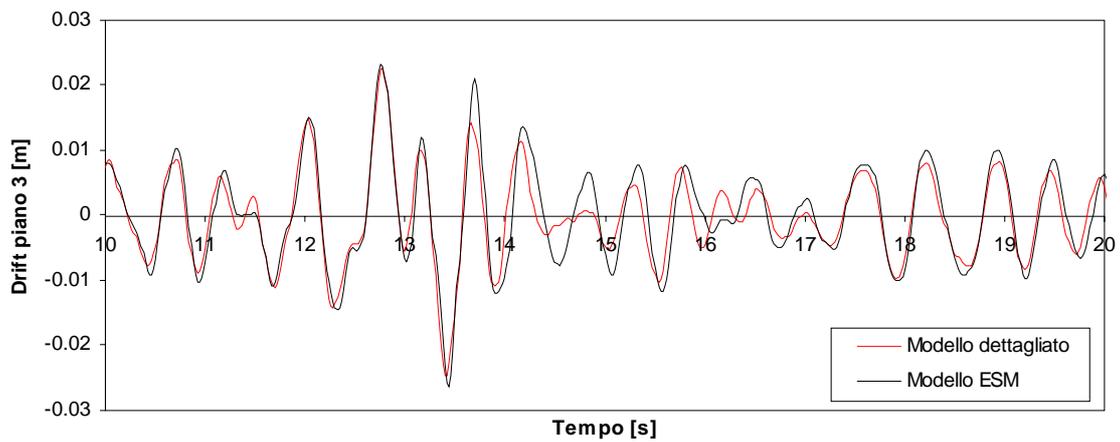
**Figura A2.104** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



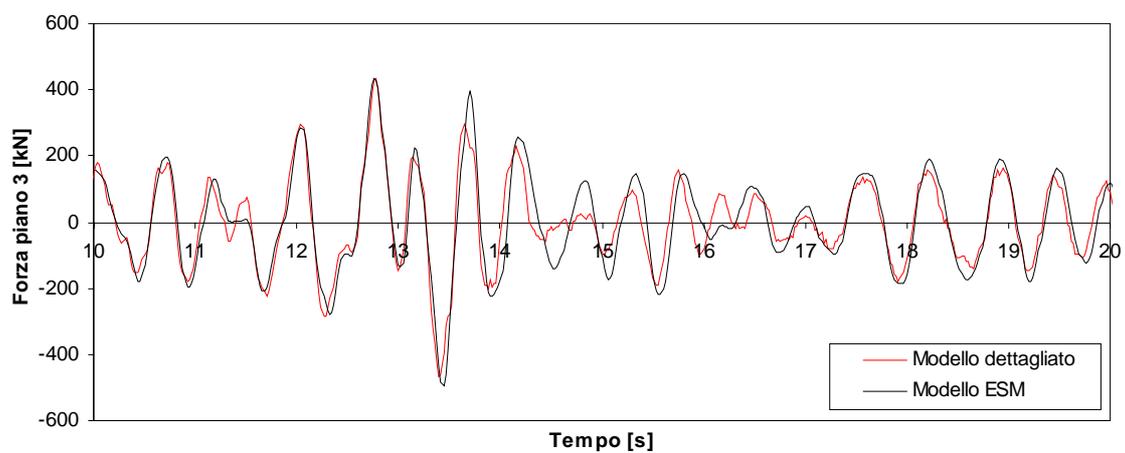
**Figura A2.105**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



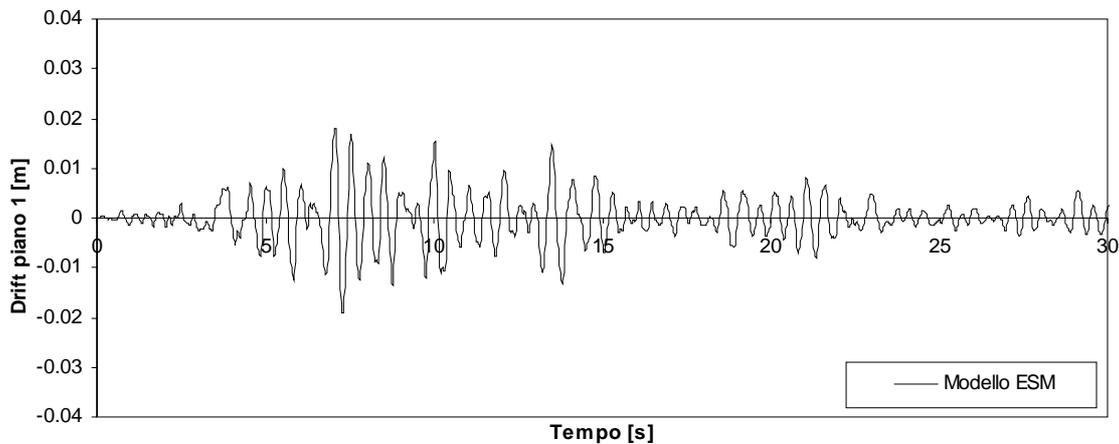
**Figura A2.106** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



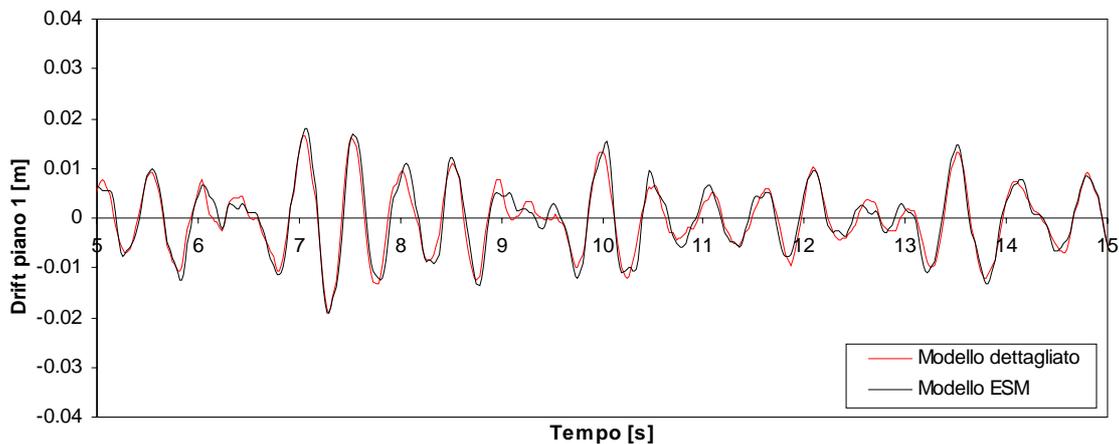
**Figura A2.107** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



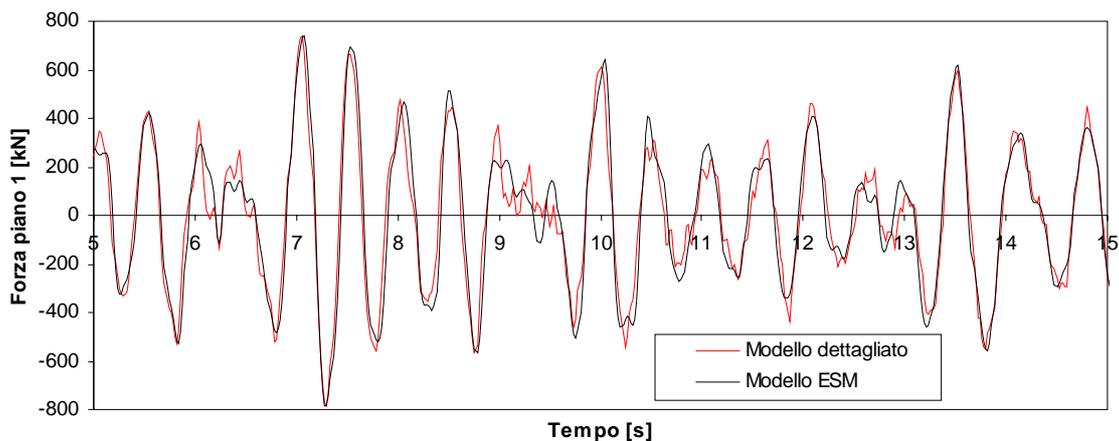
**Figura A2.108** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



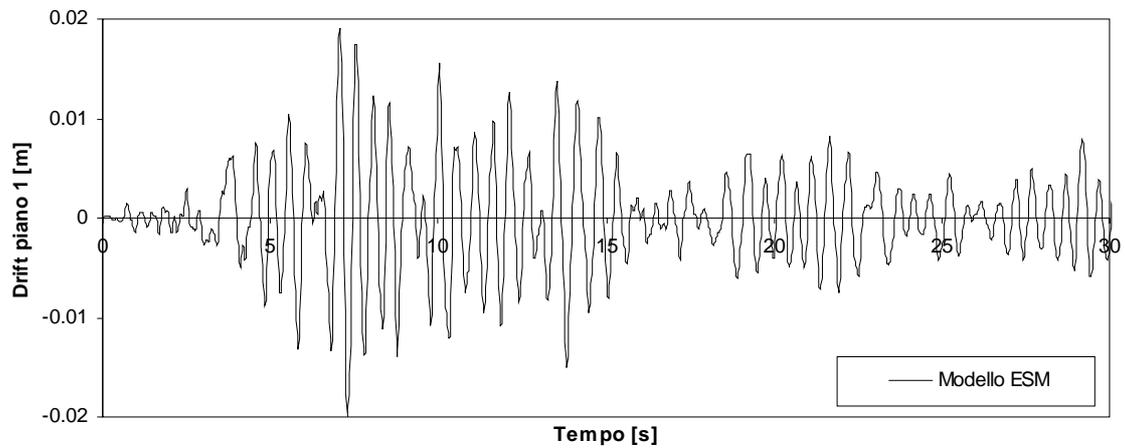
**Figura A2.109** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



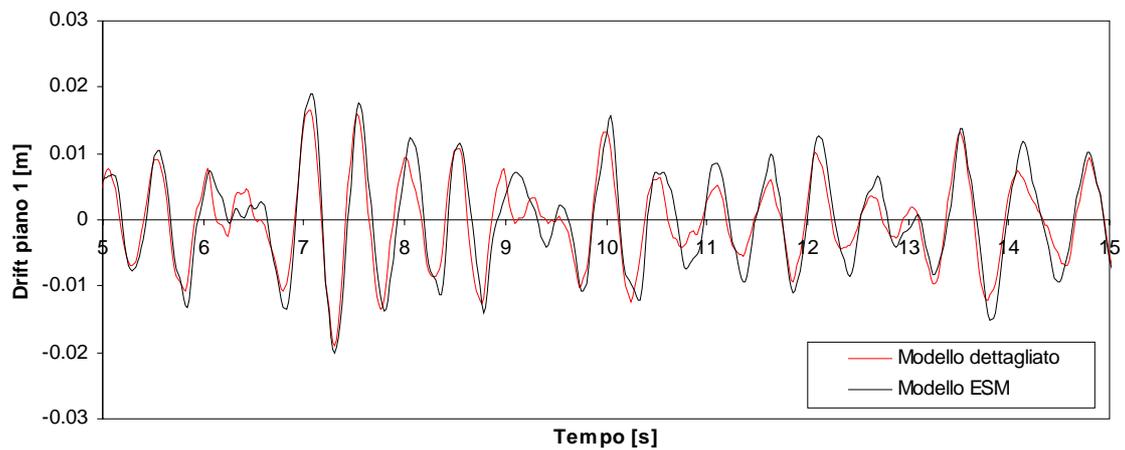
**Figura A2.110** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



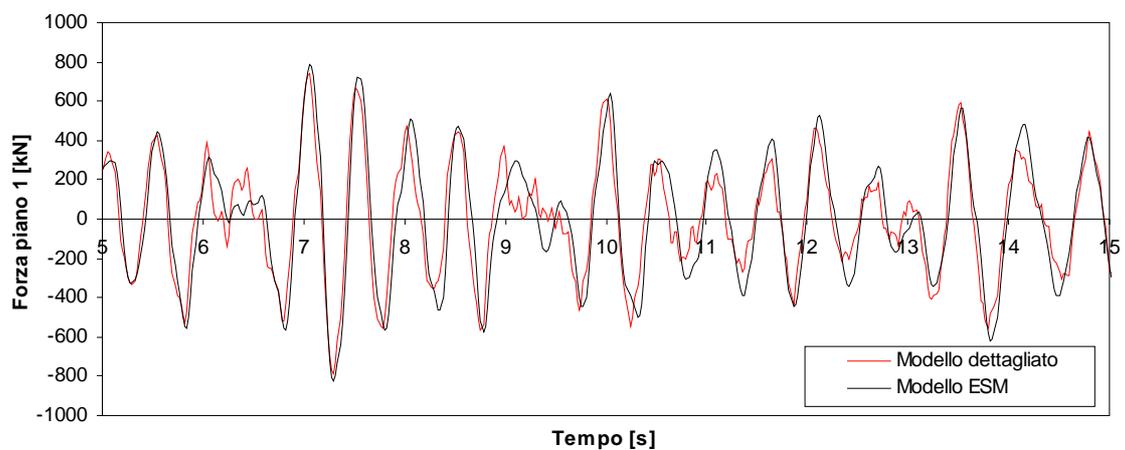
**Figura A2.111**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



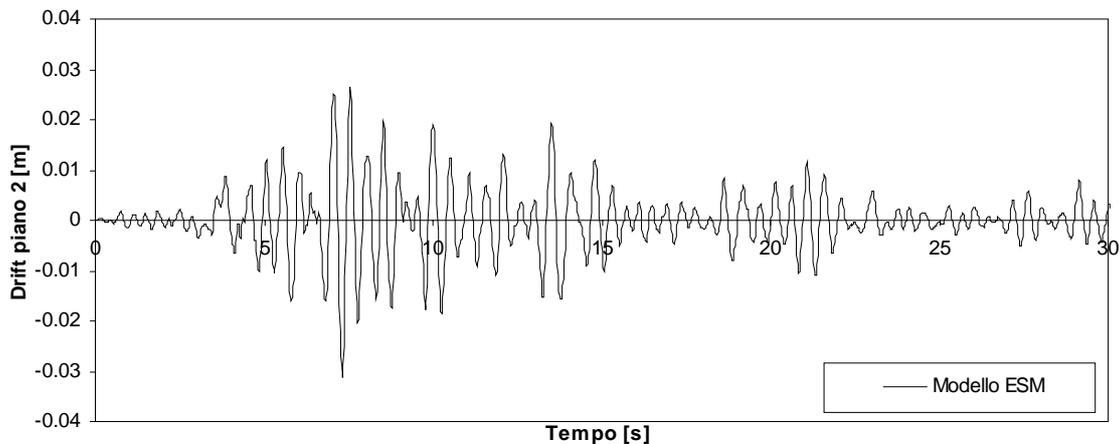
**Figura A2.112** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



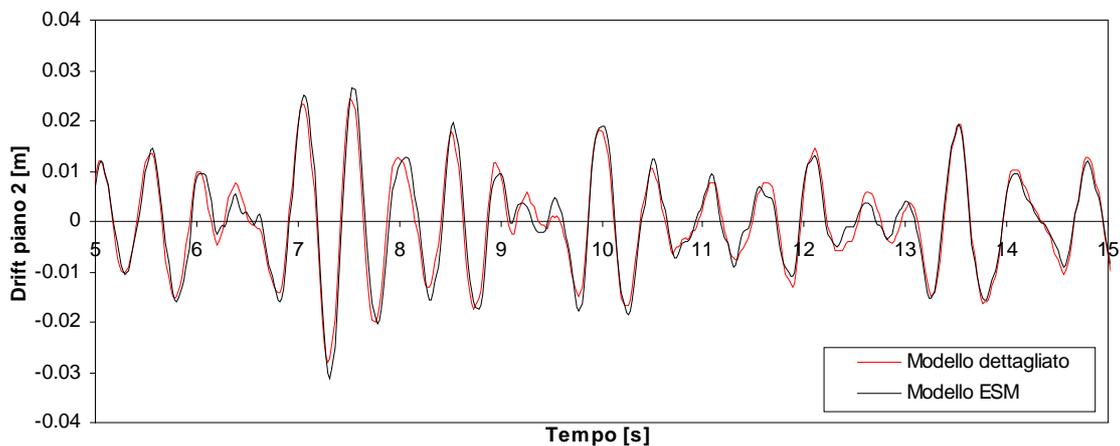
**Figura A2.113** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



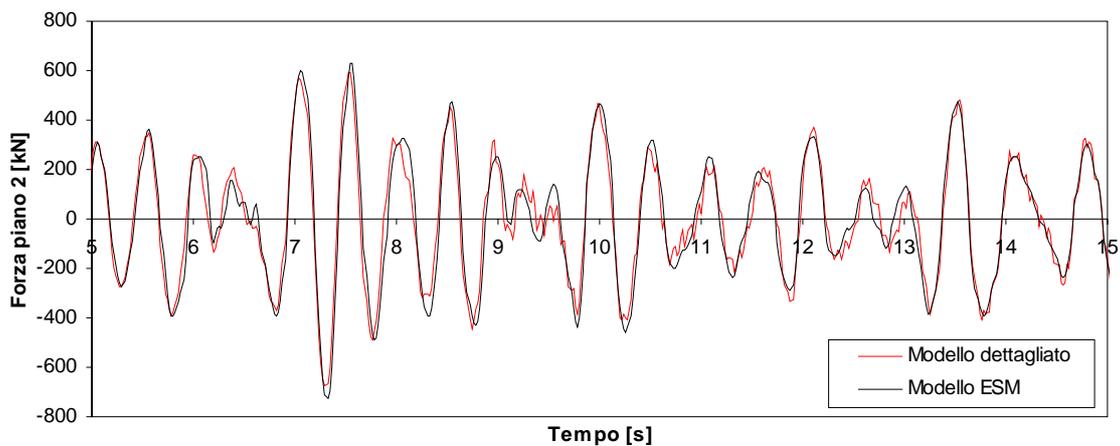
**Figura A2.114** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



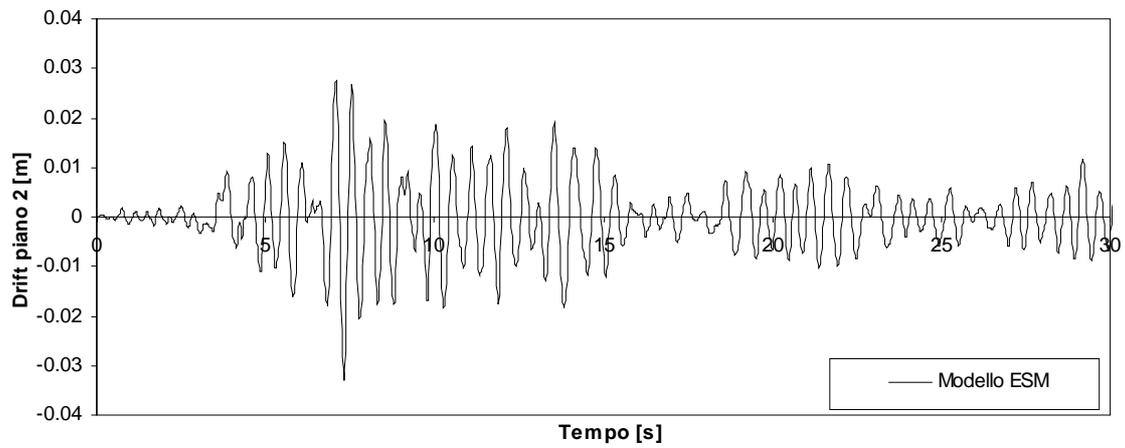
**Figura A2.115** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



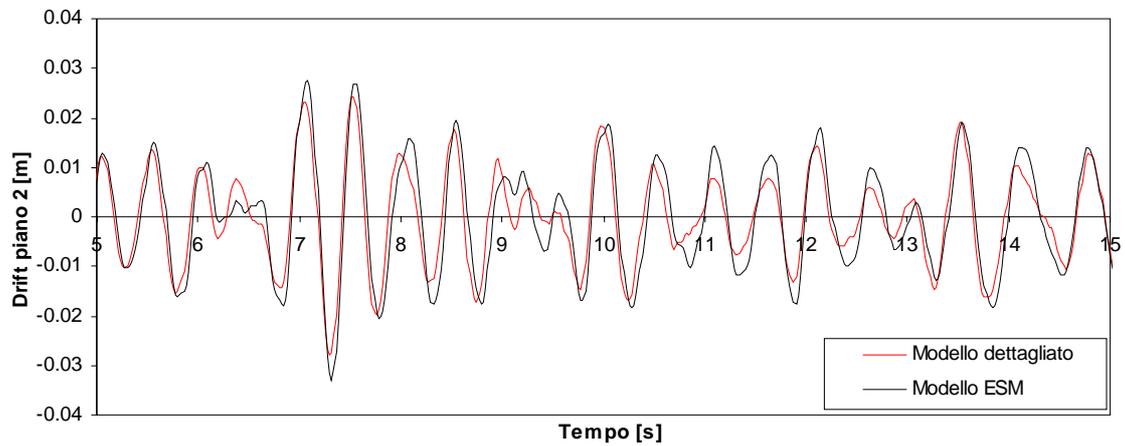
**Figura A2.116** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



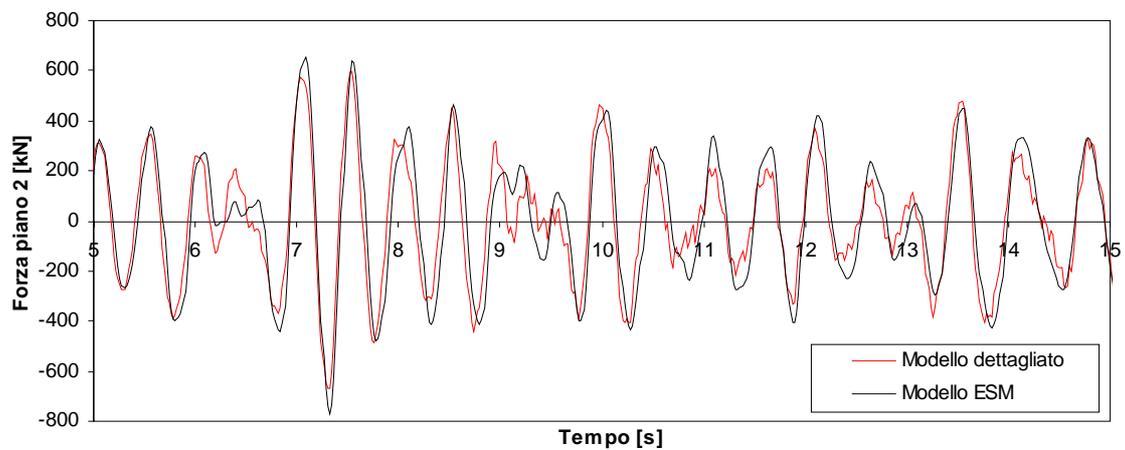
**Figura A2.117**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



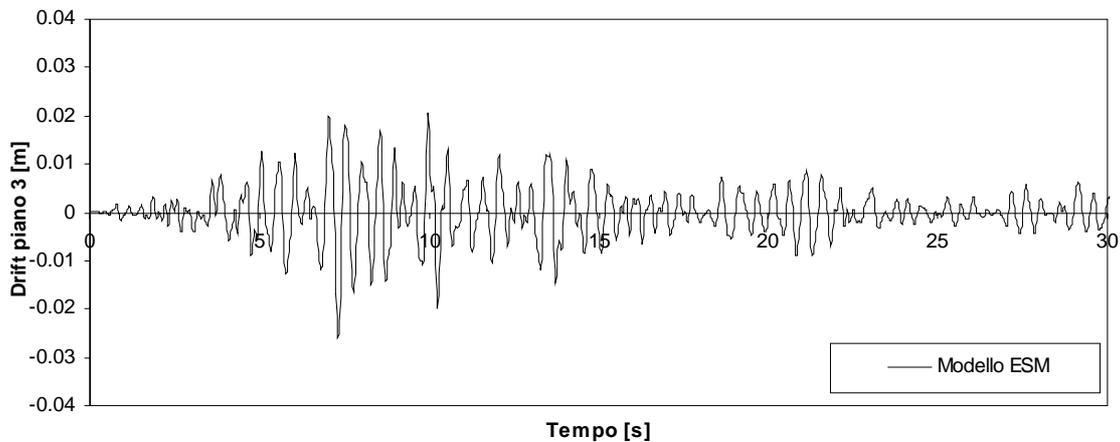
**Figura A2.118** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



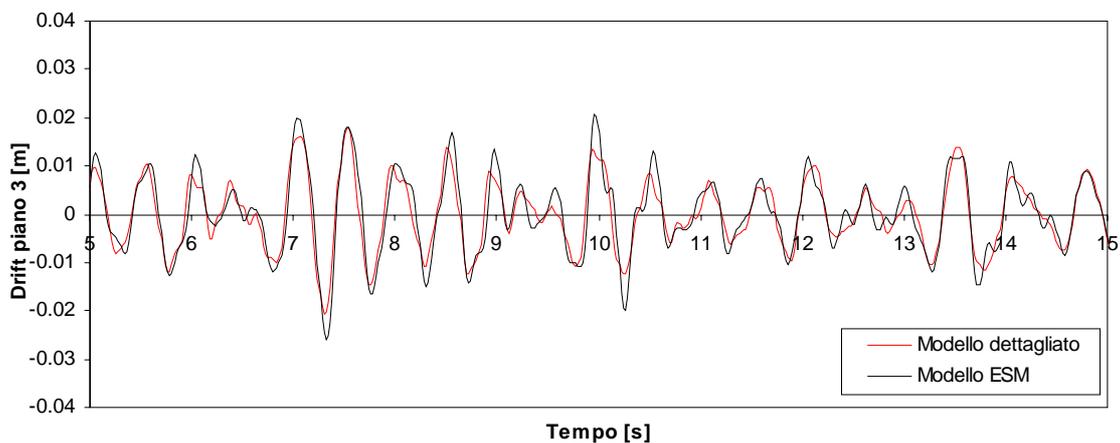
**Figura A2.119** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



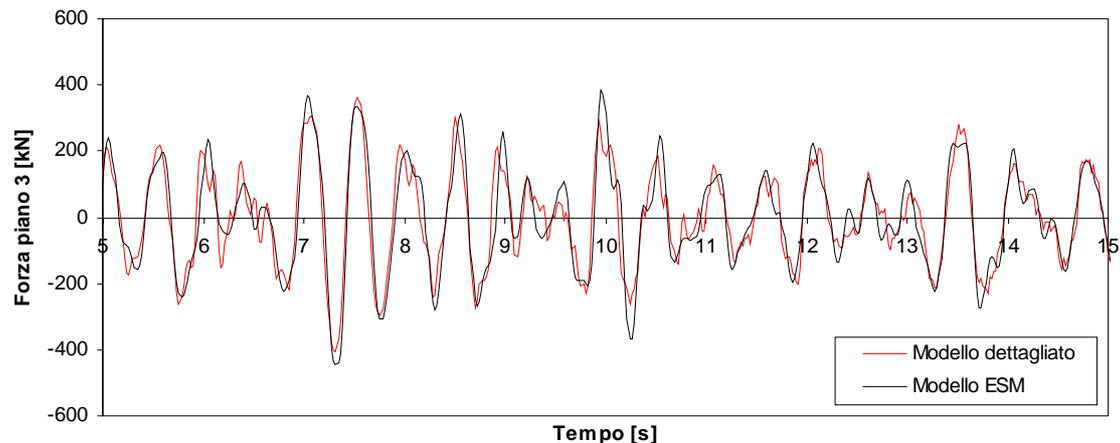
**Figura A2.120** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



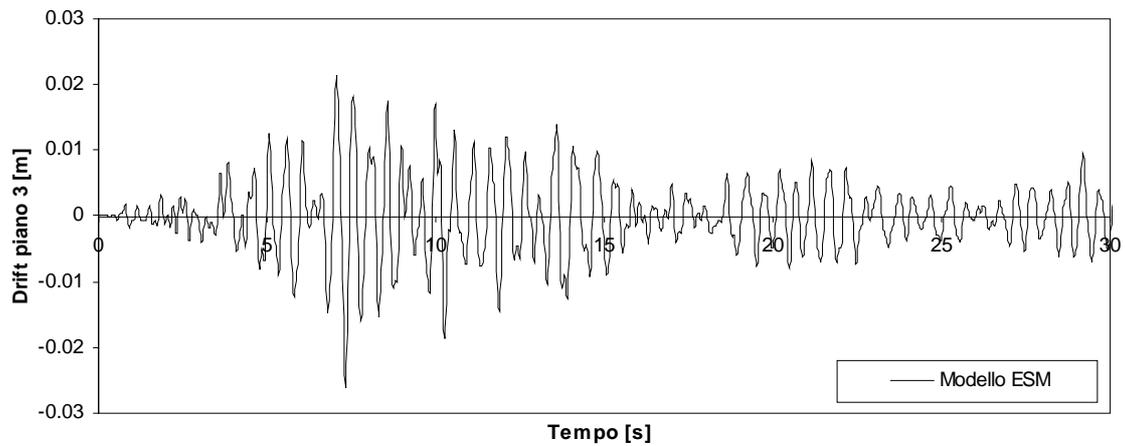
**Figura A2.121** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



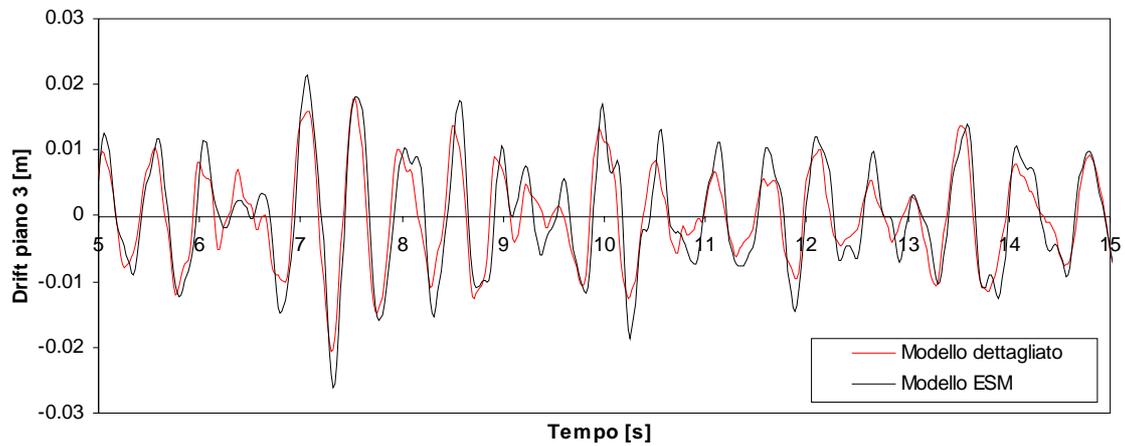
**Figura A2.122** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



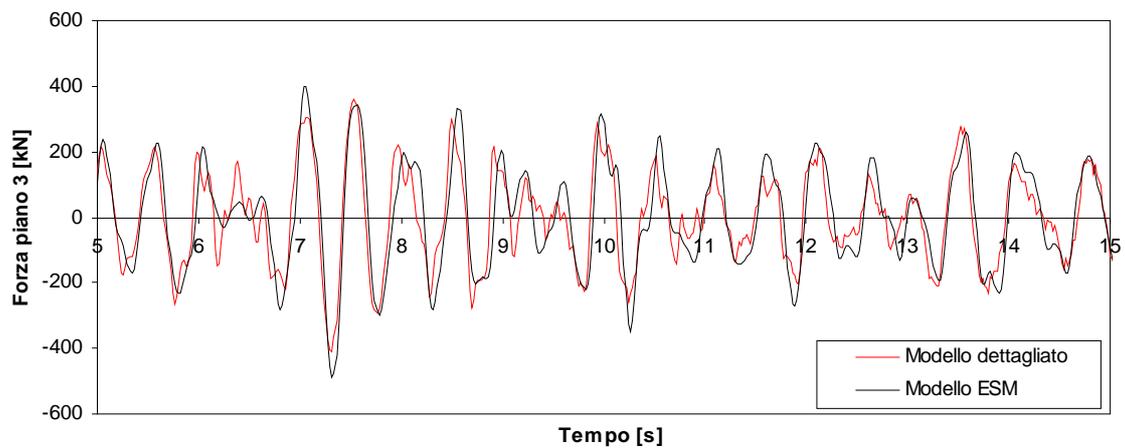
**Figura A2.123**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



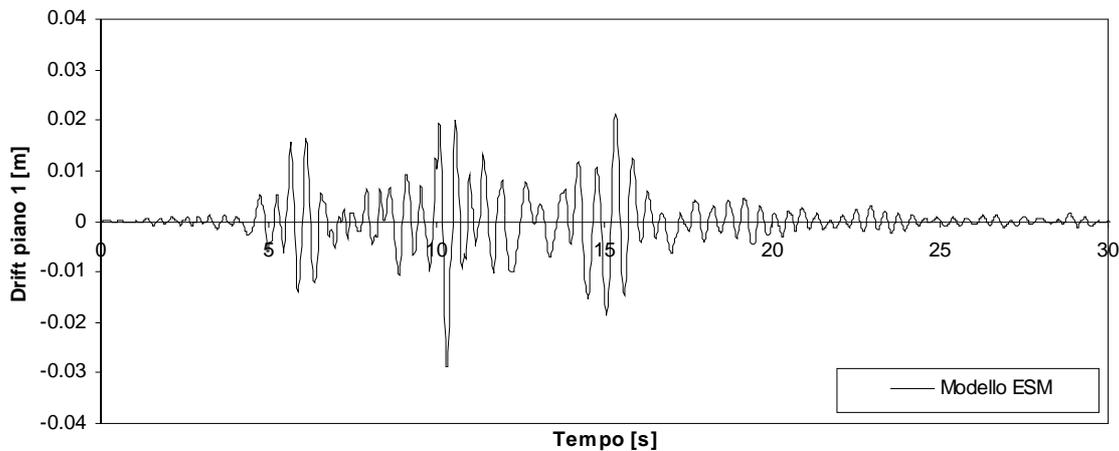
**Figura A2.124** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



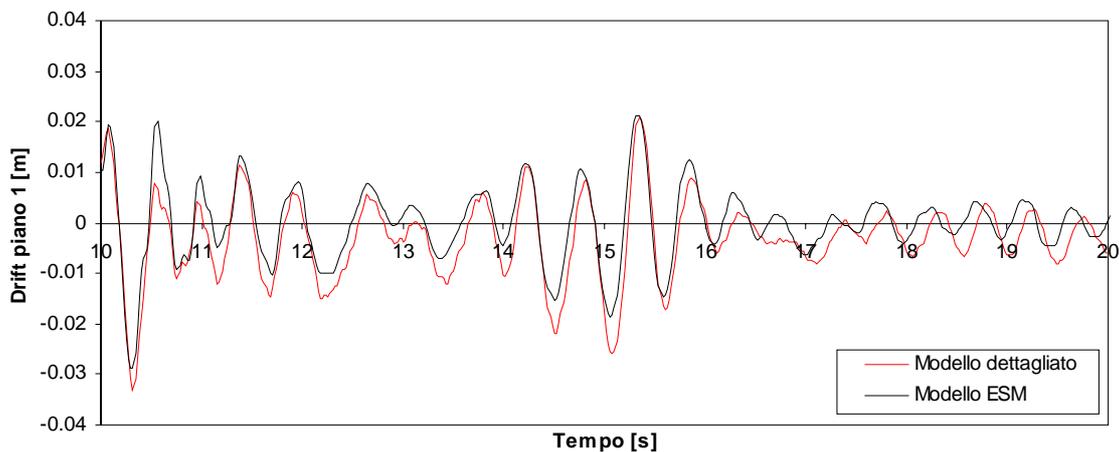
**Figura A2.125** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



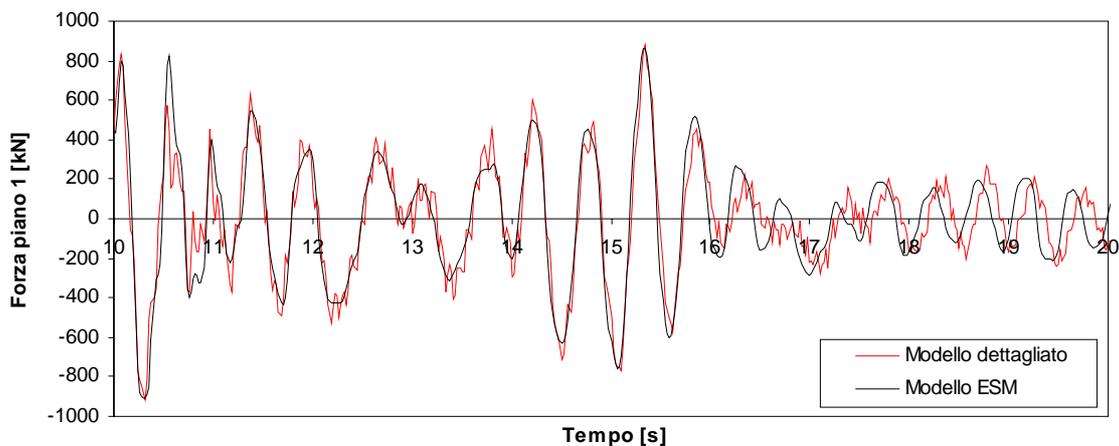
**Figura A2.126** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



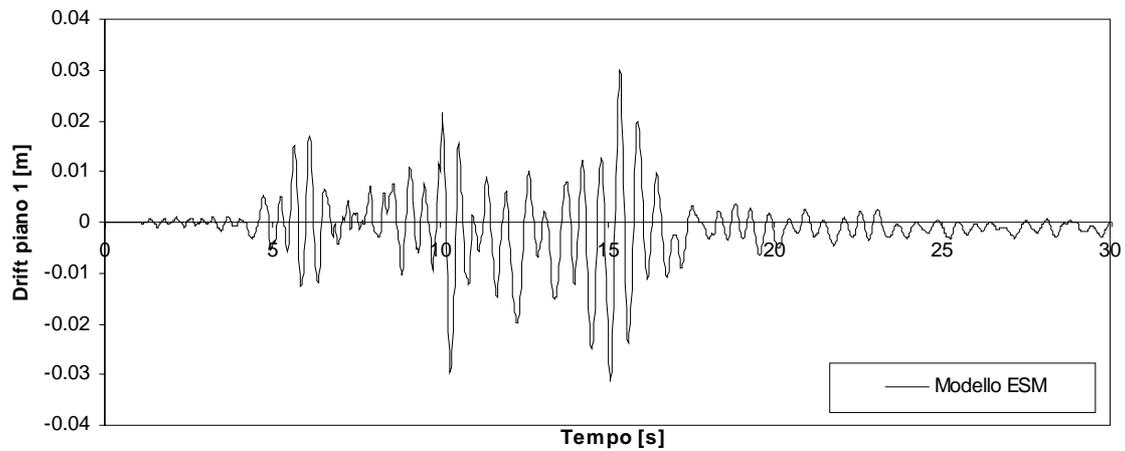
**Figura A2.127** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



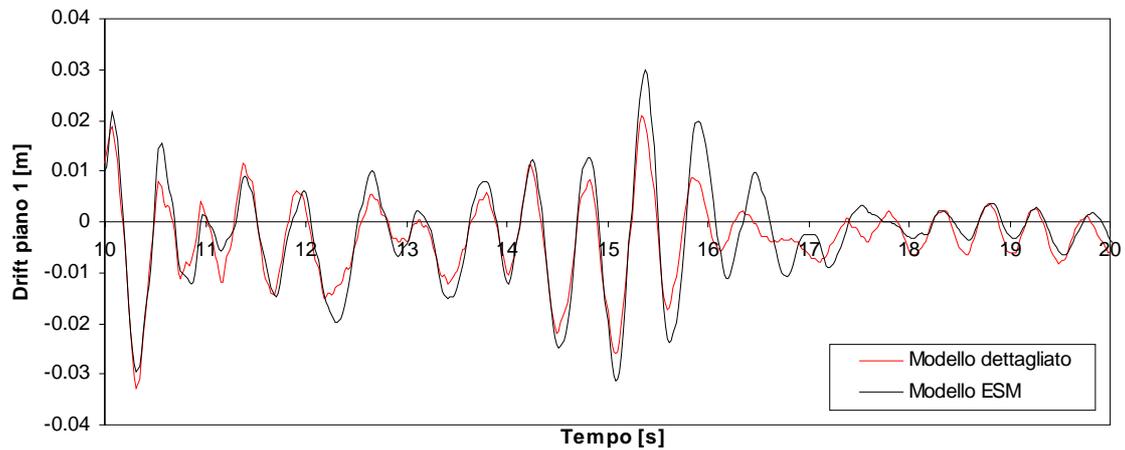
**Figura A2.128** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



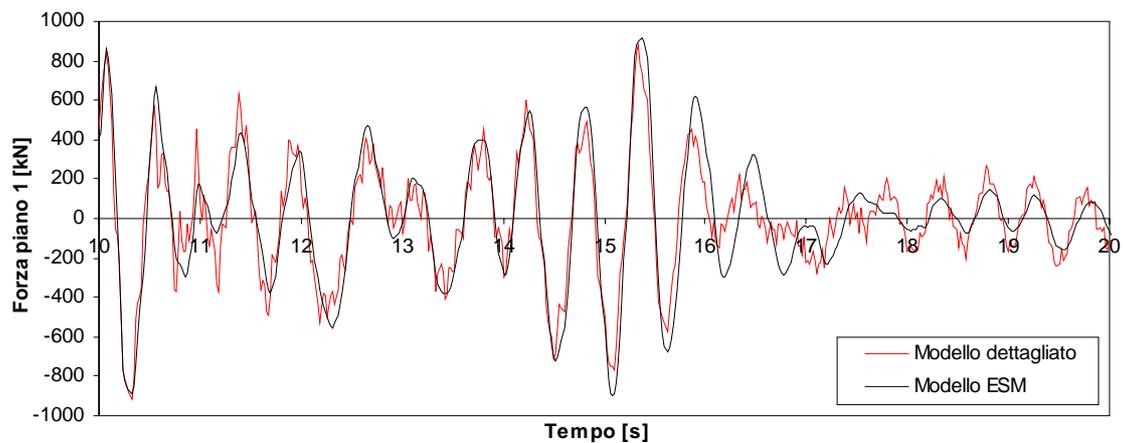
**Figura A2.129**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



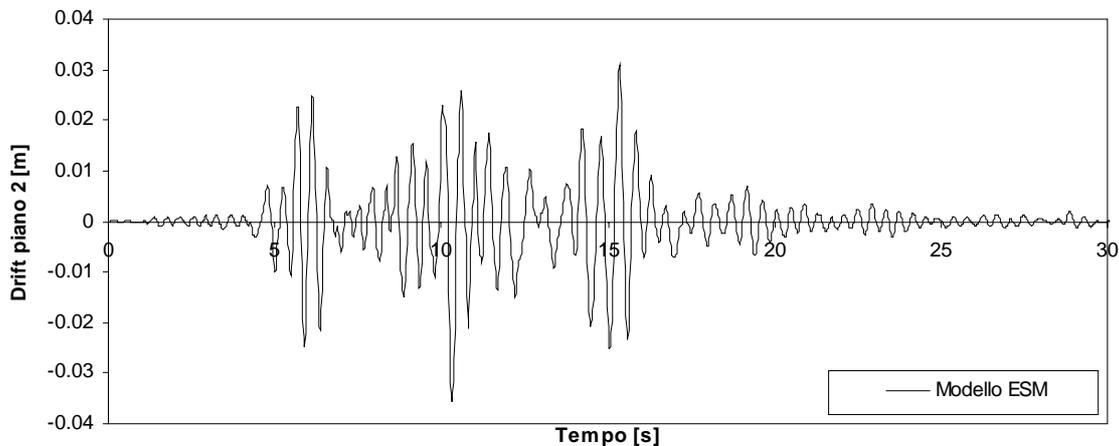
**Figura A2.130** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



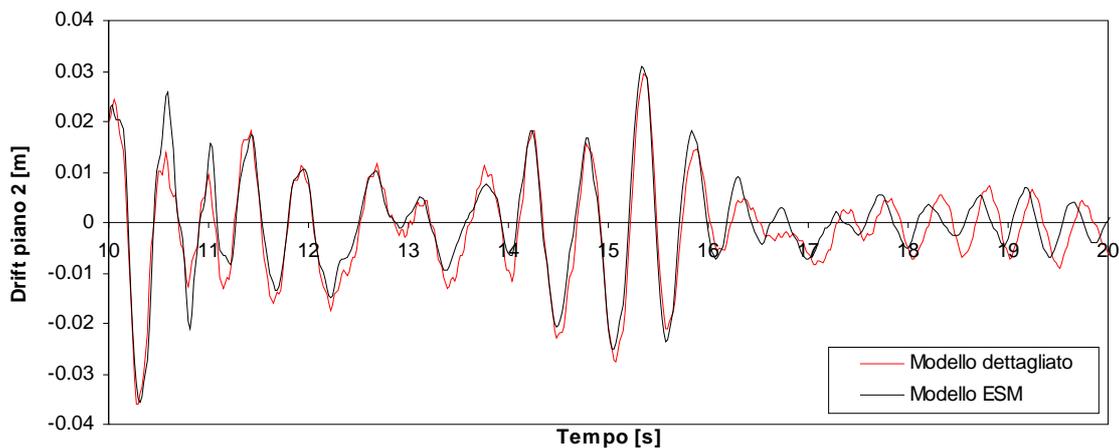
**Figura A2.131** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



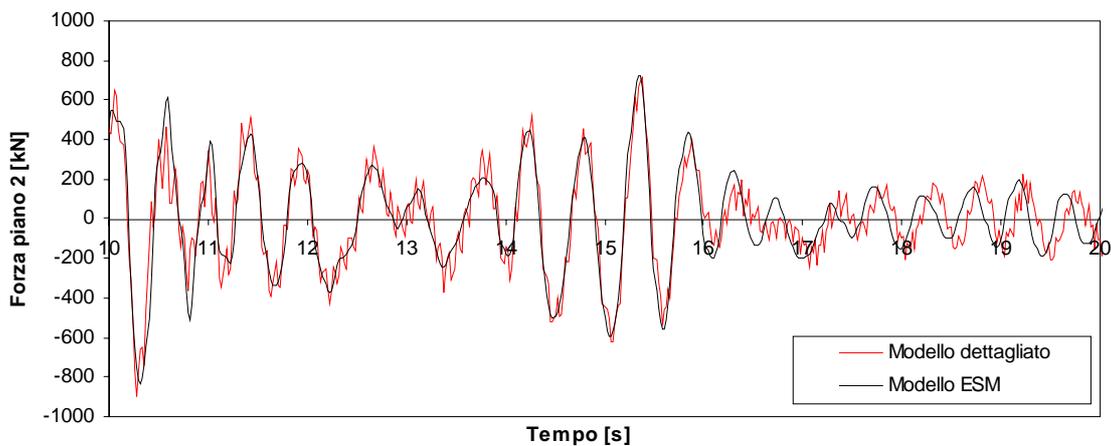
**Figura A2.132** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



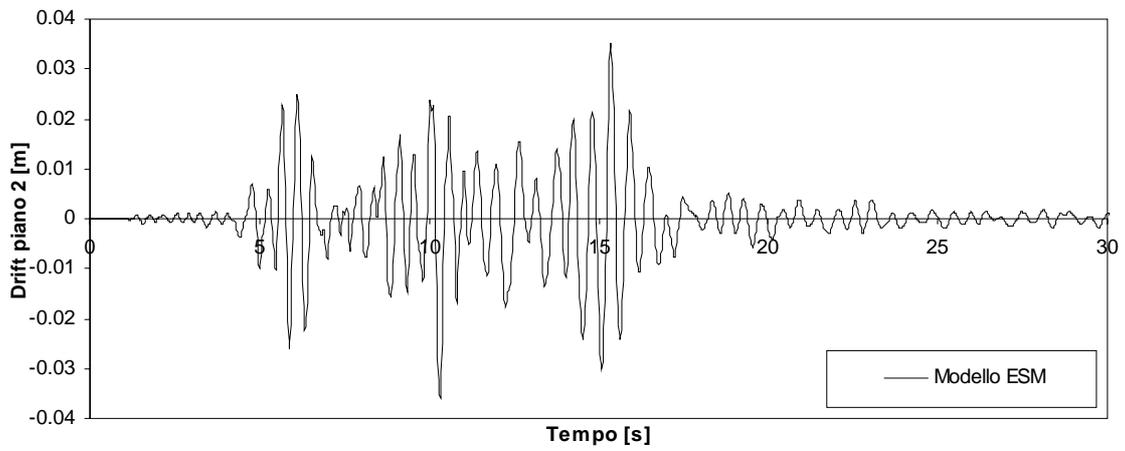
**Figura A2.133** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



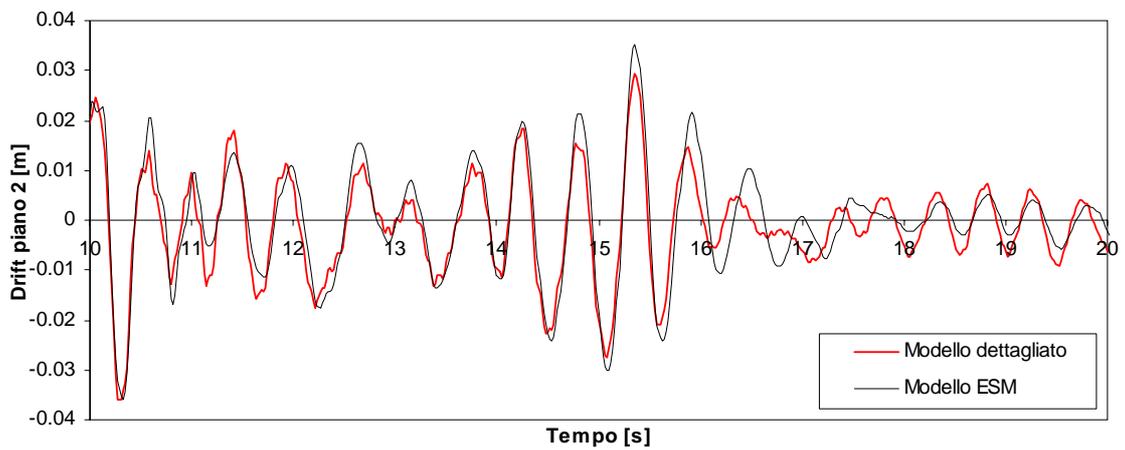
**Figura A2.134** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



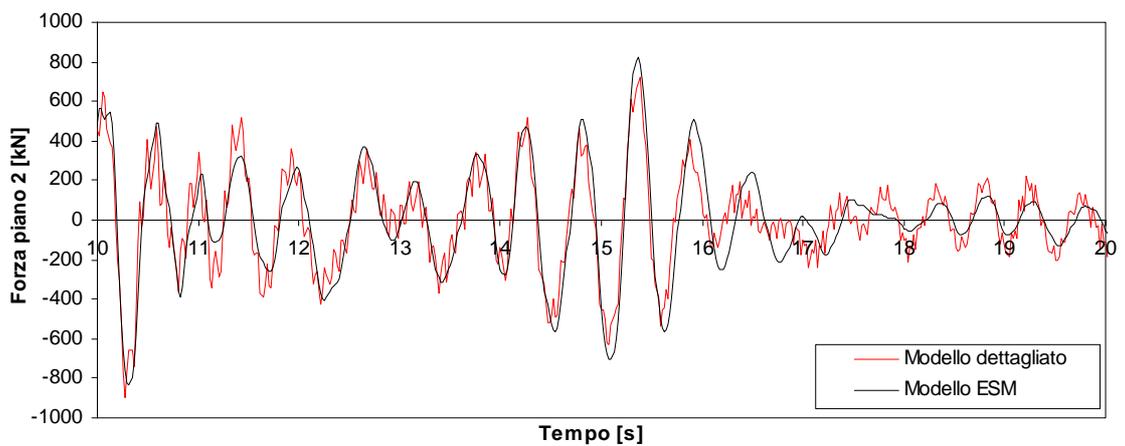
**Figura A2.135**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 4 (  $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



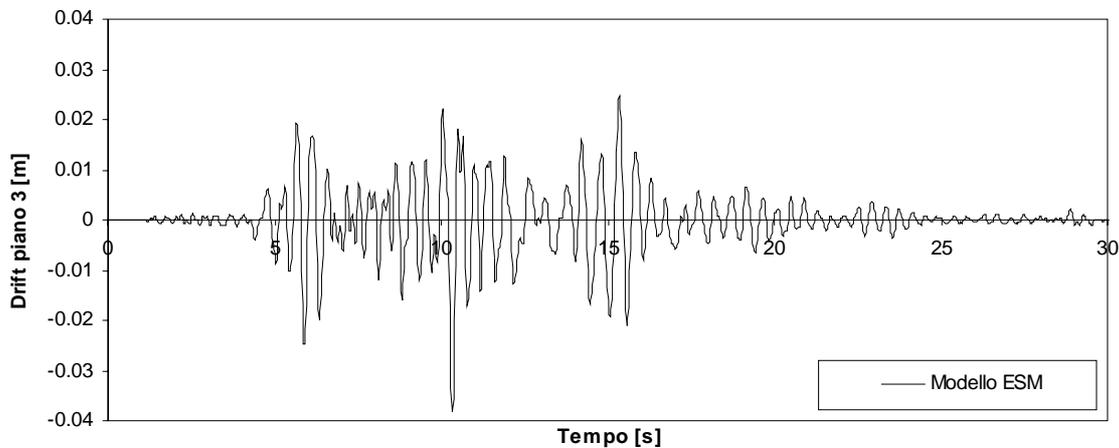
**Figura A2.136** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



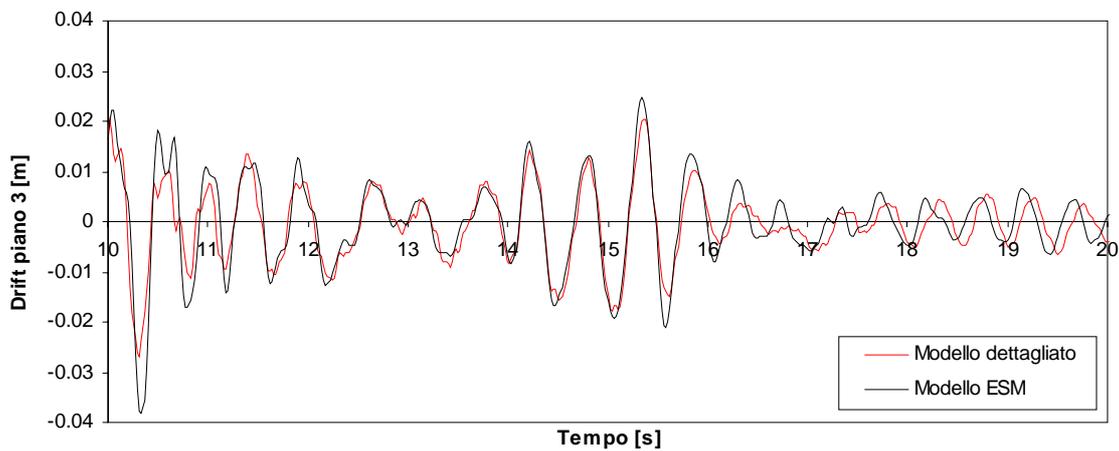
**Figura A2.137** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



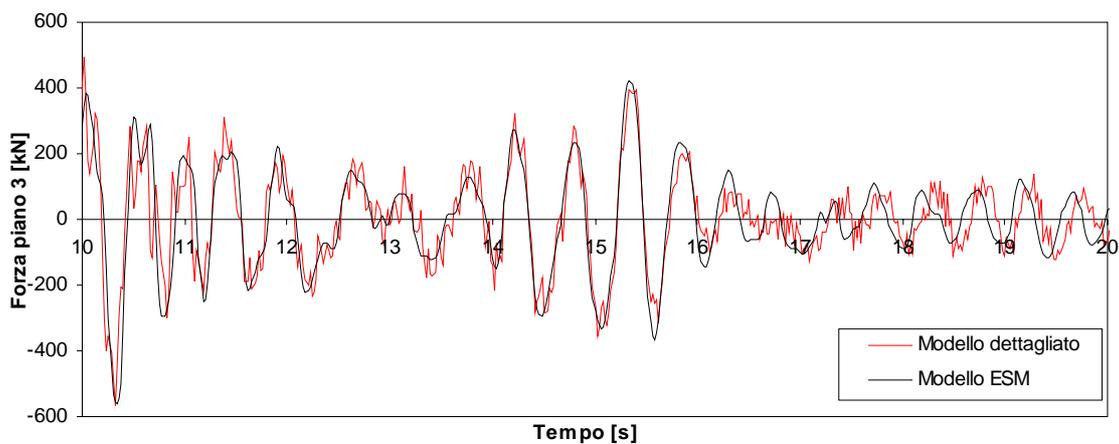
**Figura A2.138** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



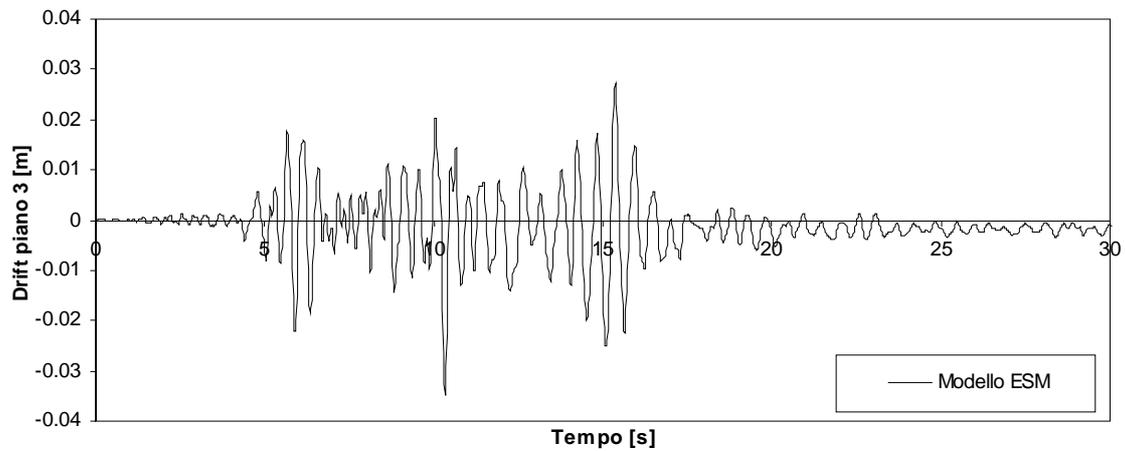
**Figura A2.139** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione pseudo-triangolare.



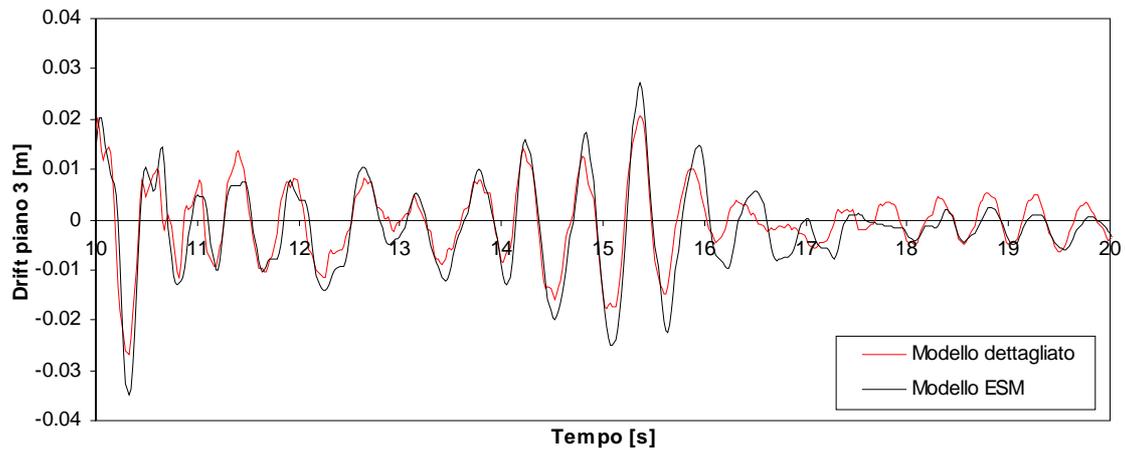
**Figura A2.140** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



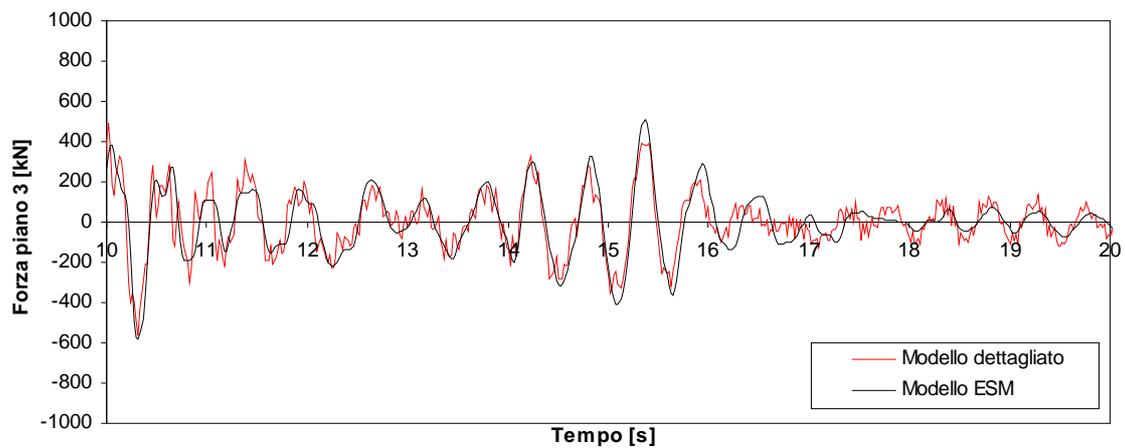
**Figura A2.141**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione pseudo-triangolare.



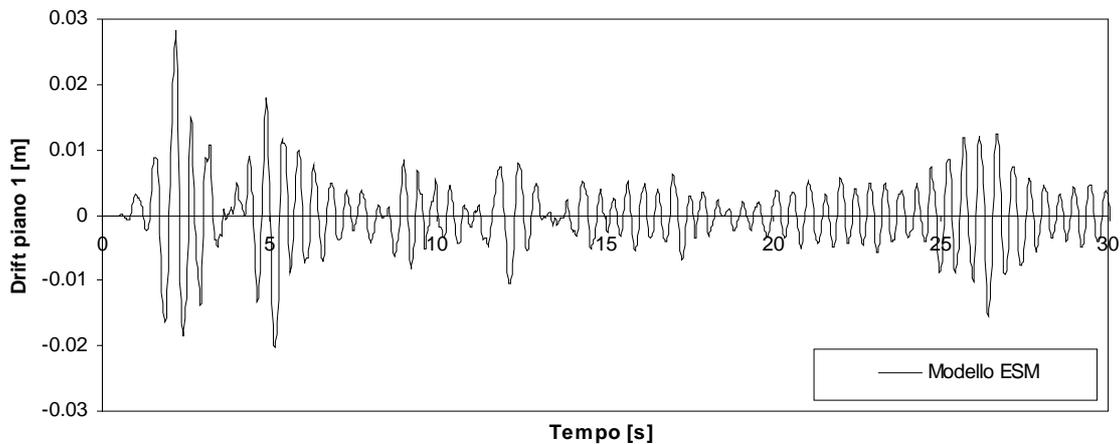
**Figura A2.142** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



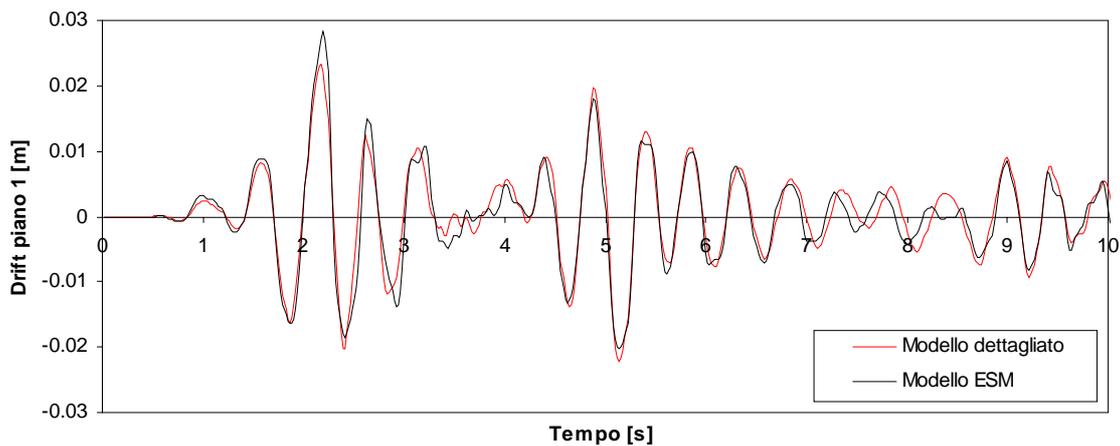
**Figura A2.143** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



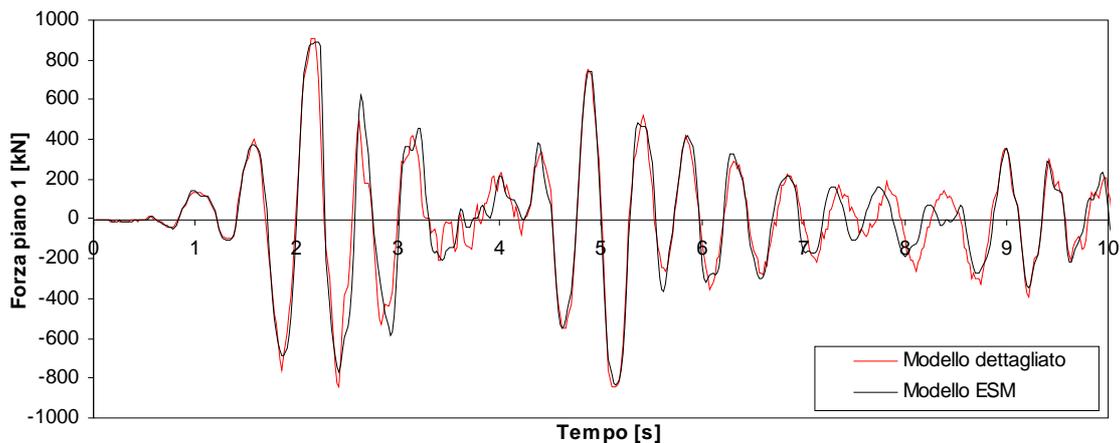
**Figura A2.144** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione pseudo-triangolare.



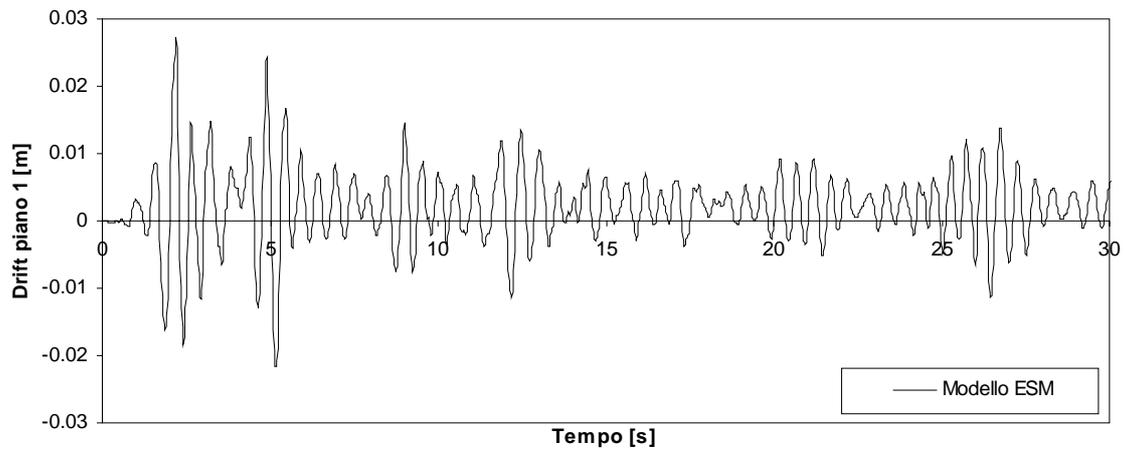
**Figura A2.145** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



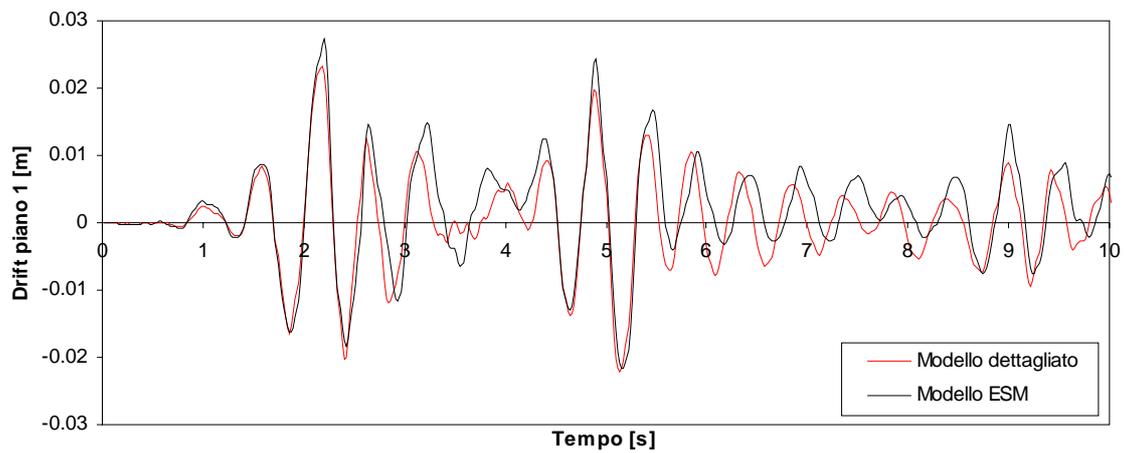
**Figura A2.146** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



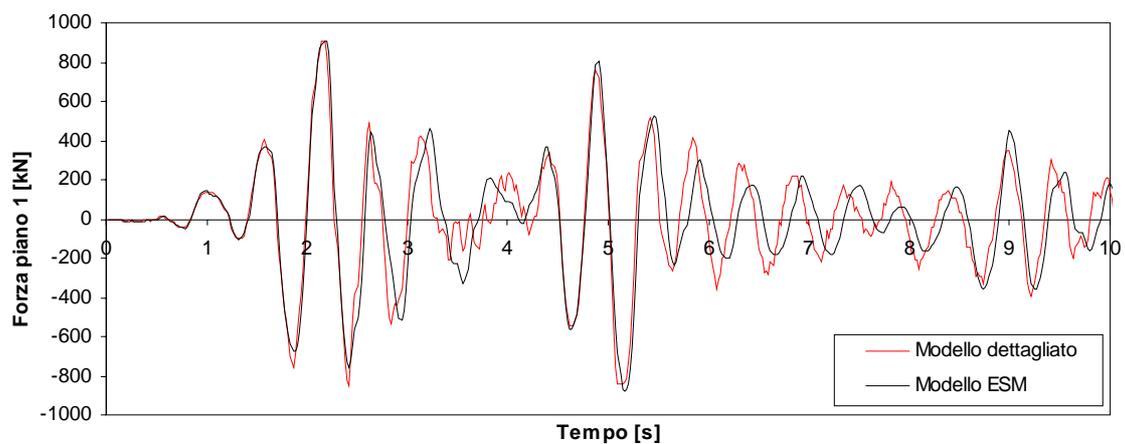
**Figura A2.147**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



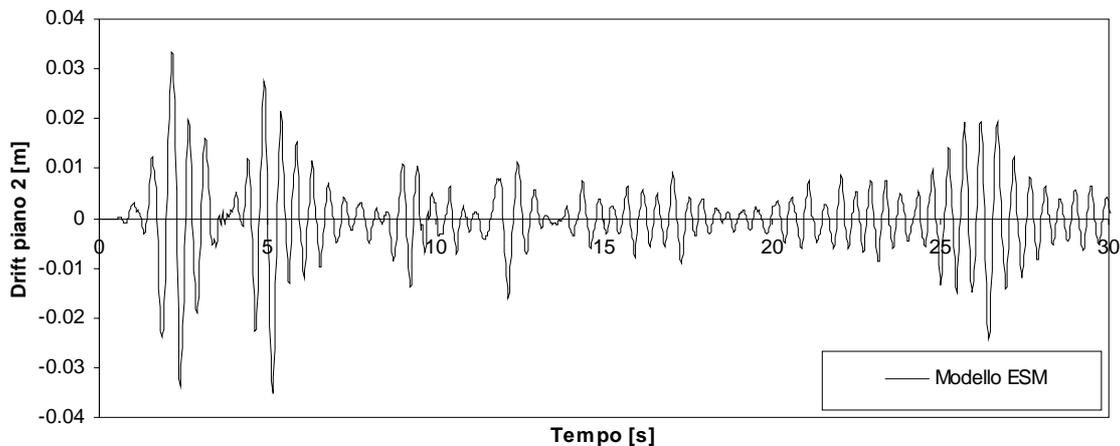
**Figura A2.148** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



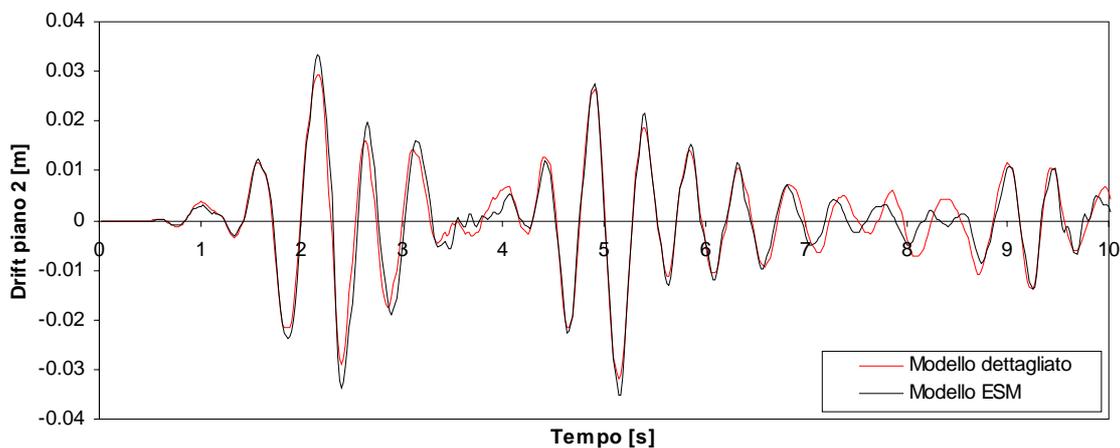
**Figura A2.149** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



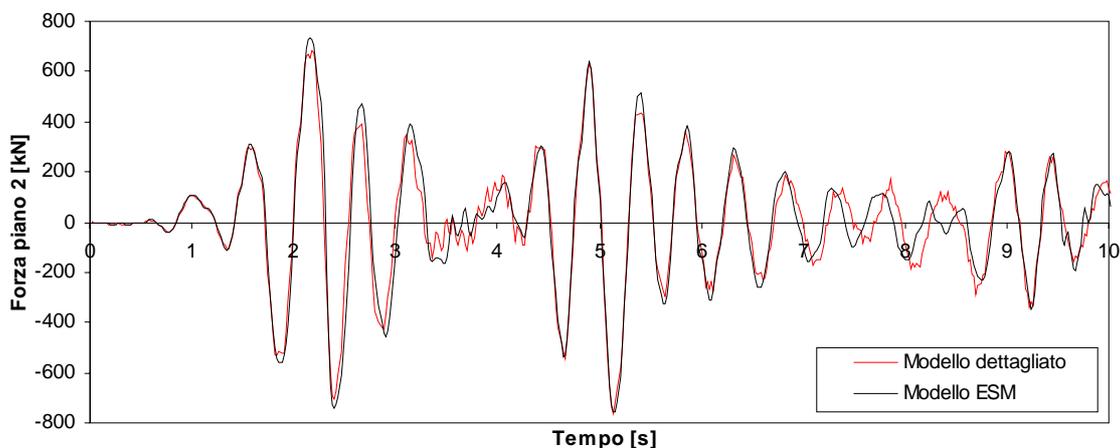
**Figura A2.150** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



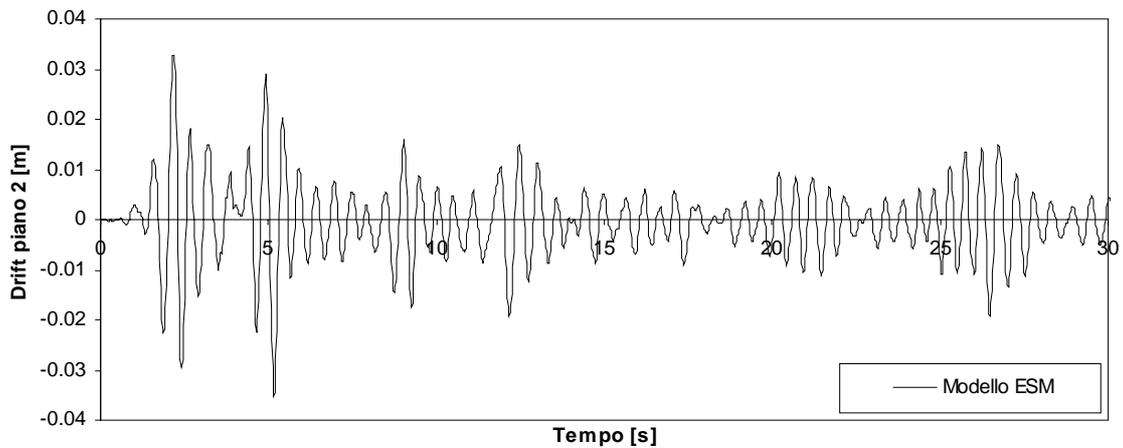
**Figura A2.151** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



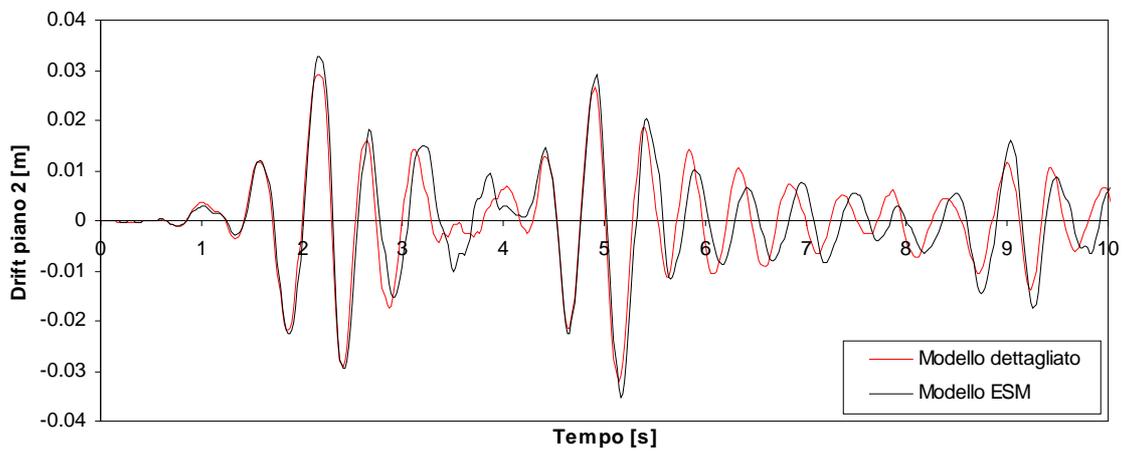
**Figura A2.152** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



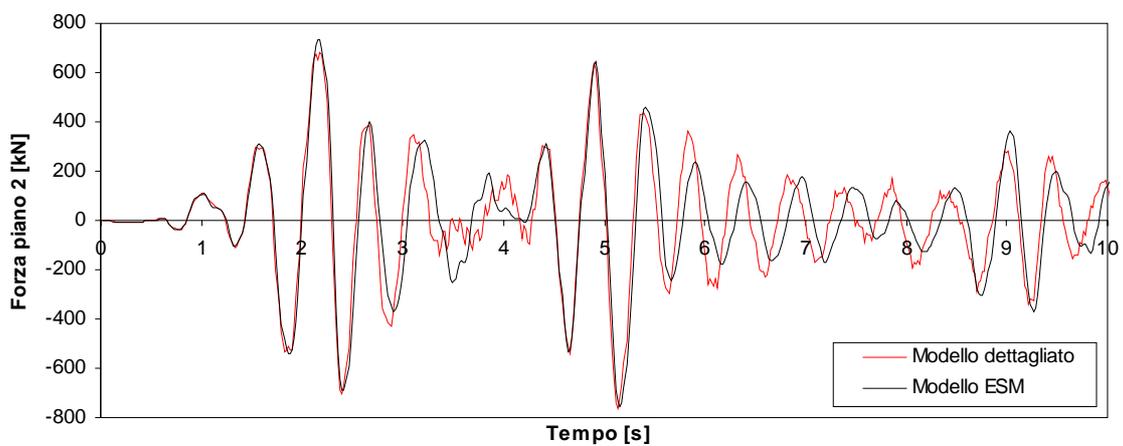
**Figura A2.153**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 1 (  $SF=1.5$  ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



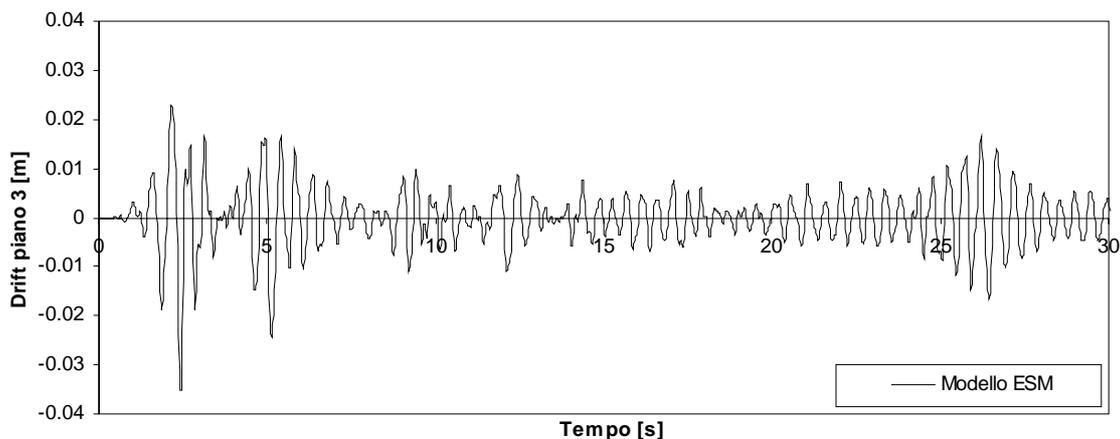
**Figura A2.154** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



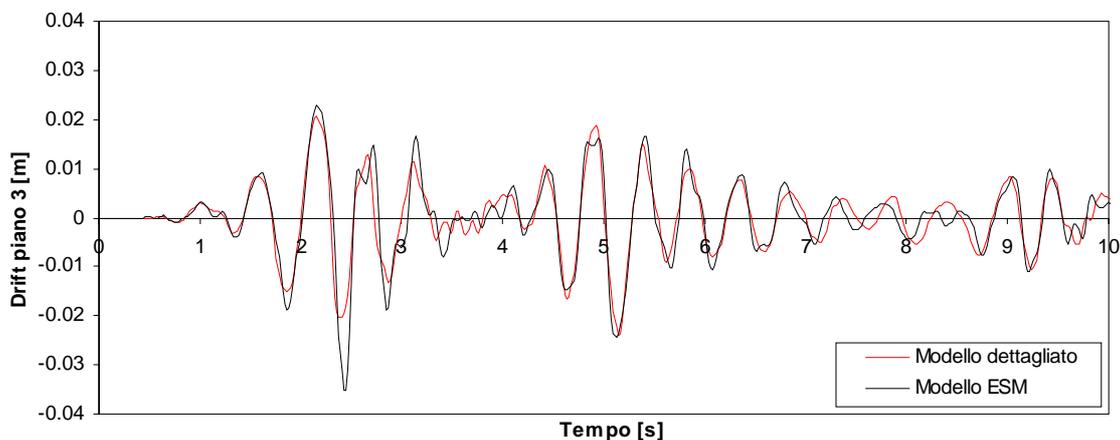
**Figura A2.155** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



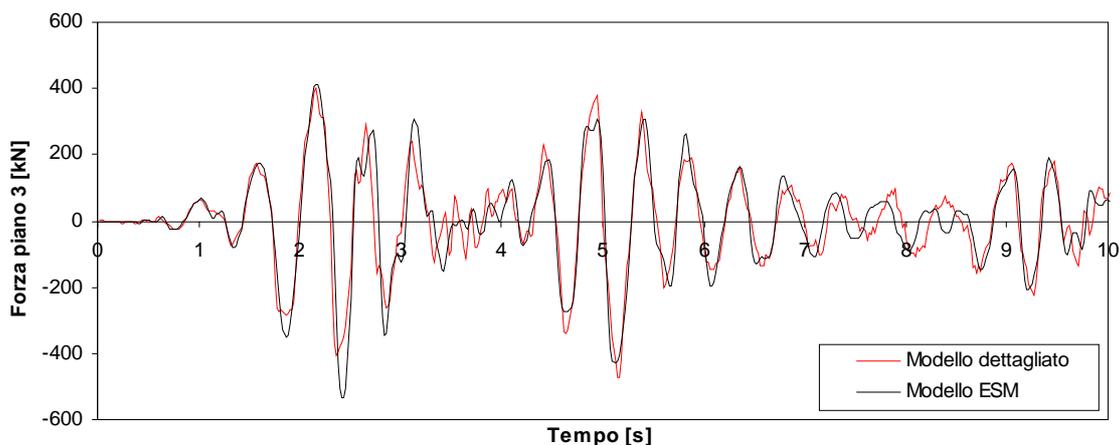
**Figura A2.156** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



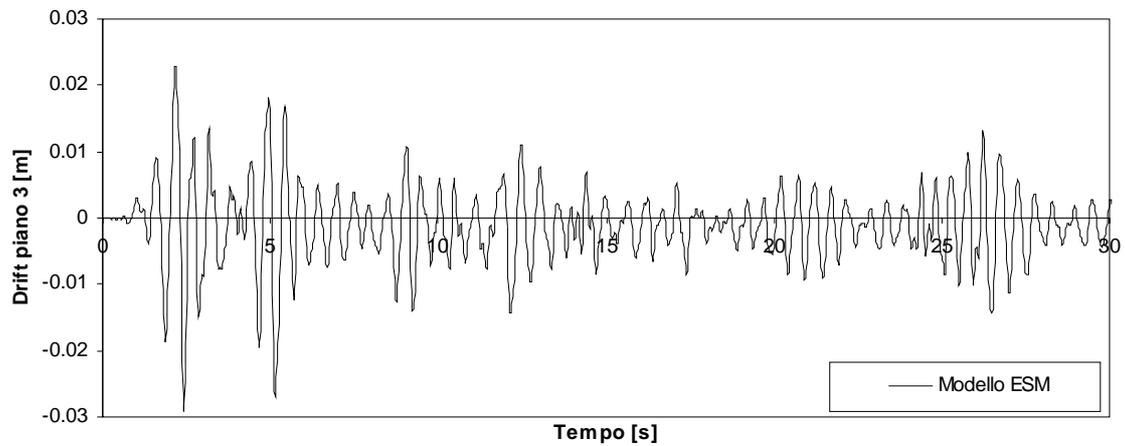
**Figura A2.157 - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.**



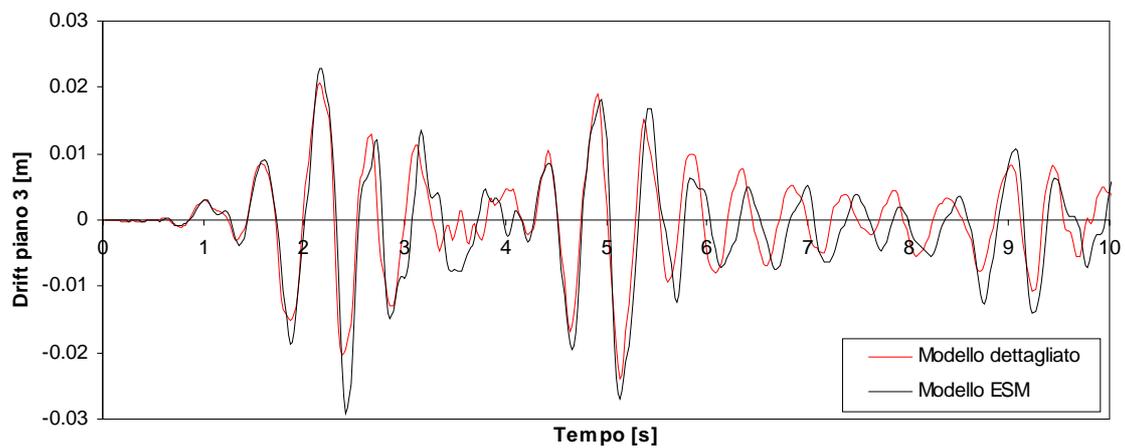
**Figura A2.158 - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.**



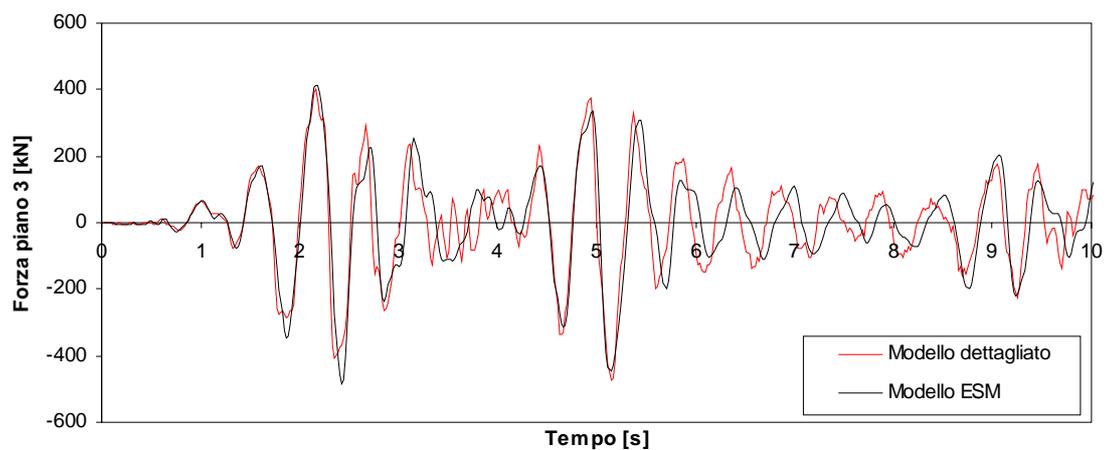
**Figura A2.159- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( SF=1.5) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.**



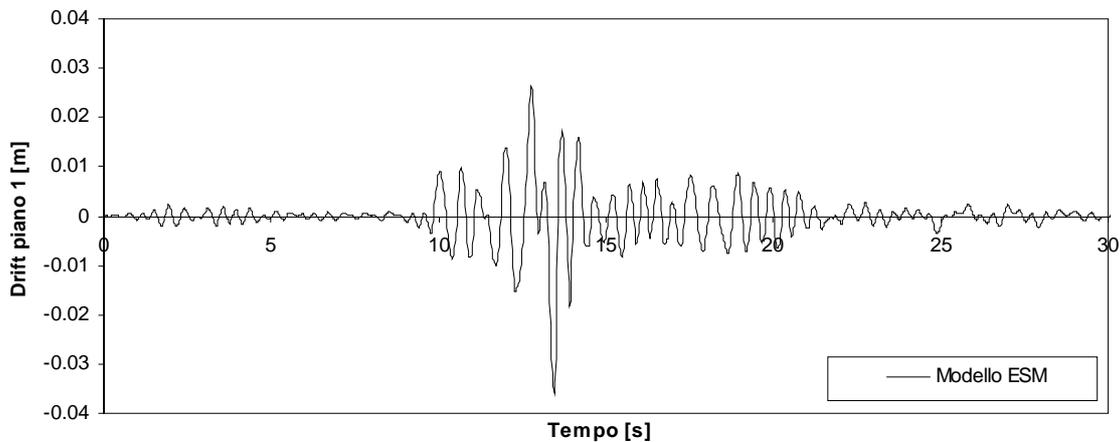
**Figura A2.160** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



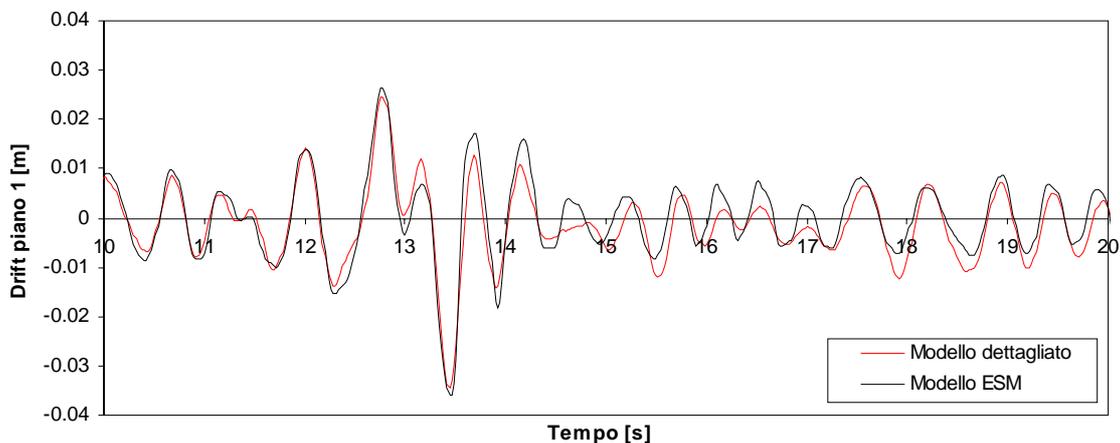
**Figura A2.161** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



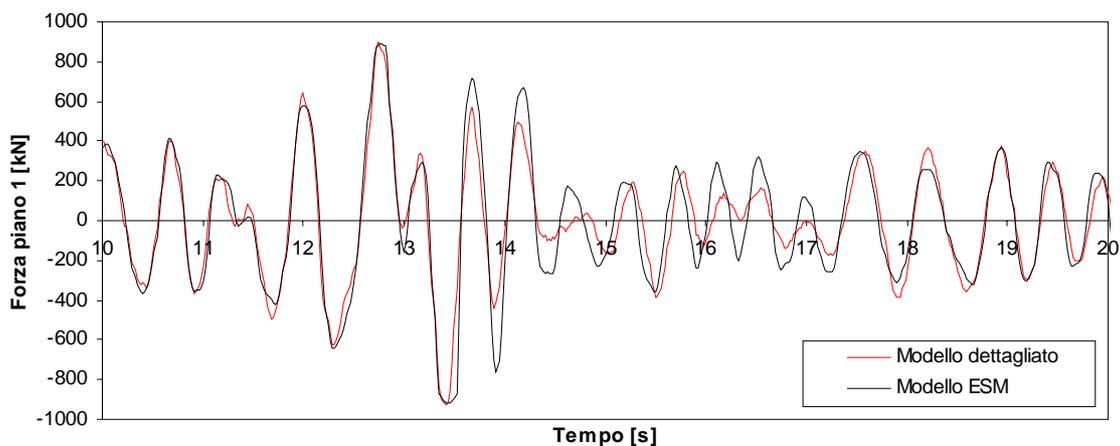
**Figura A2.162** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 1 ( $SF=1.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



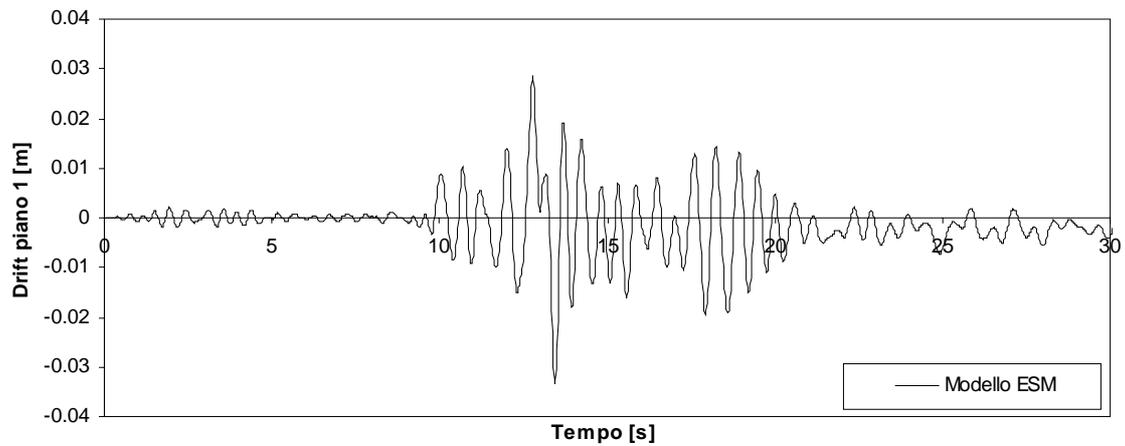
**Figura A2.163** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



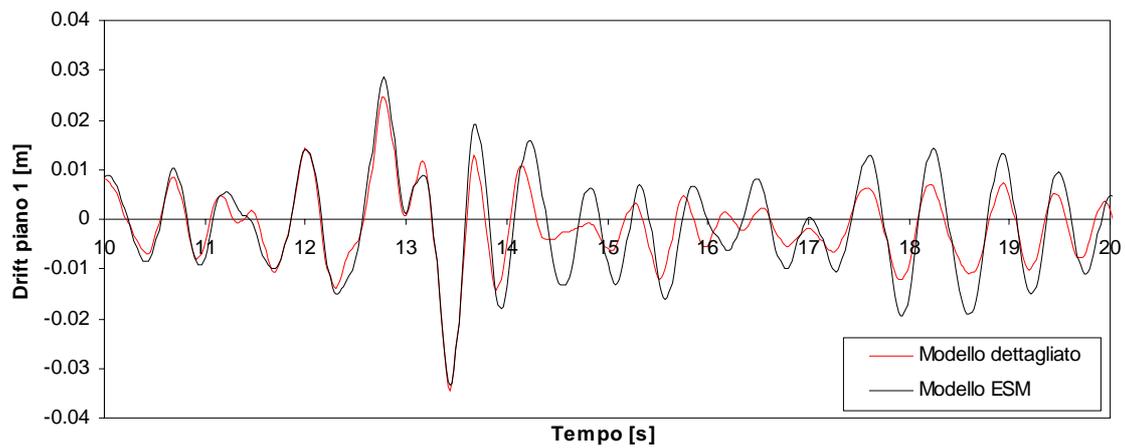
**Figura A2.164** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



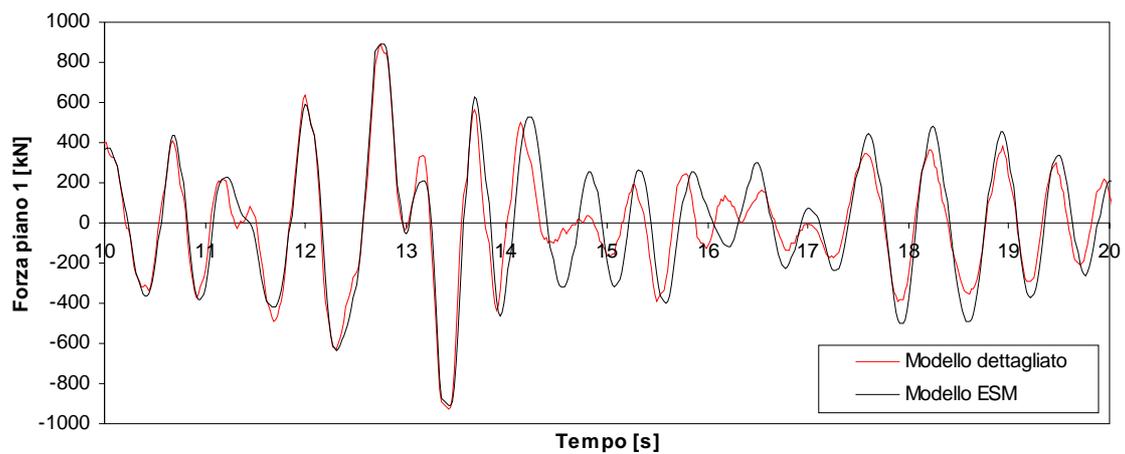
**Figura A2.165**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 2 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



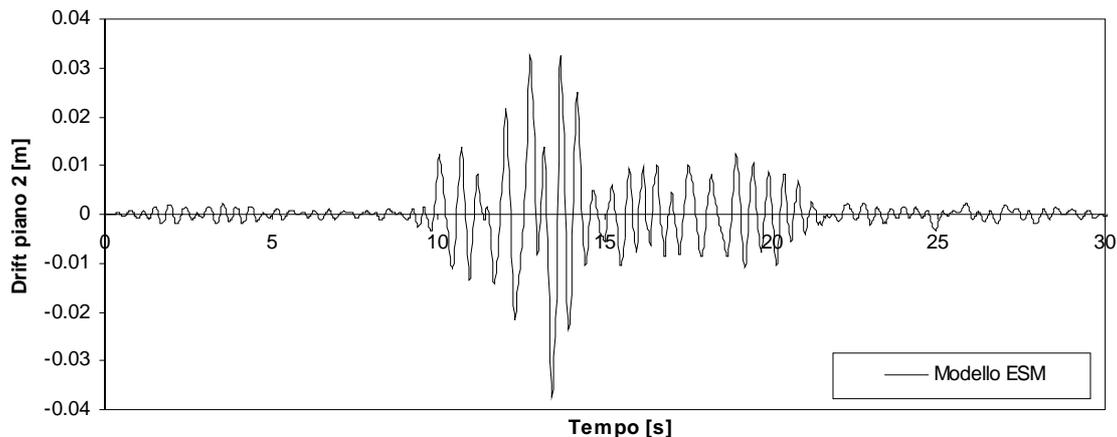
**Figura A2.166** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



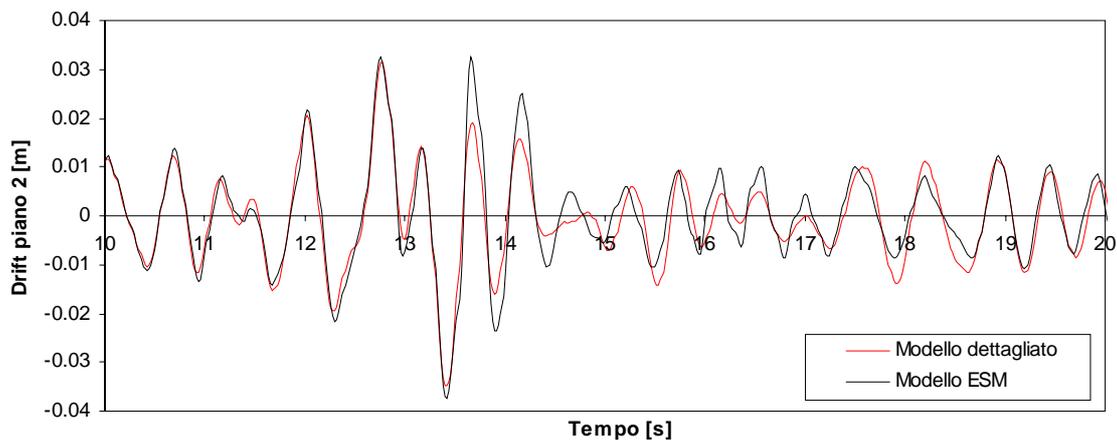
**Figura A2.167** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



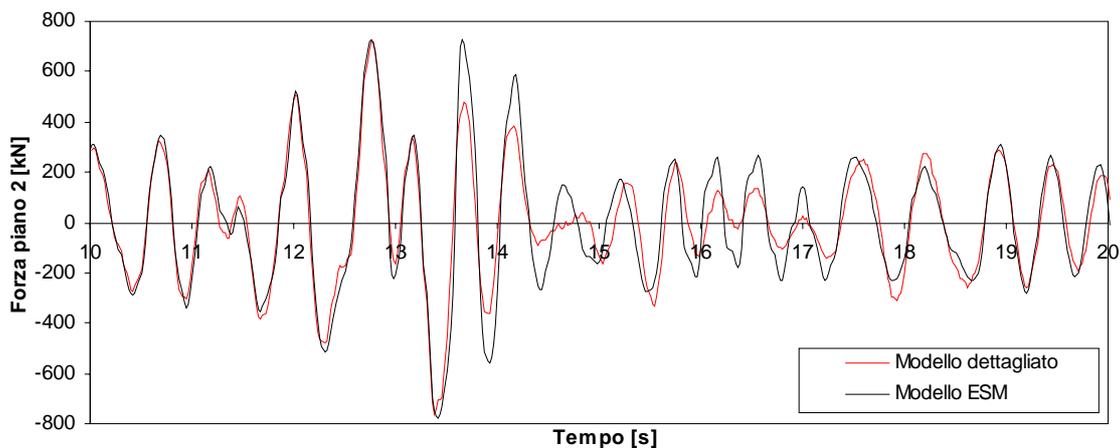
**Figura A2.168** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



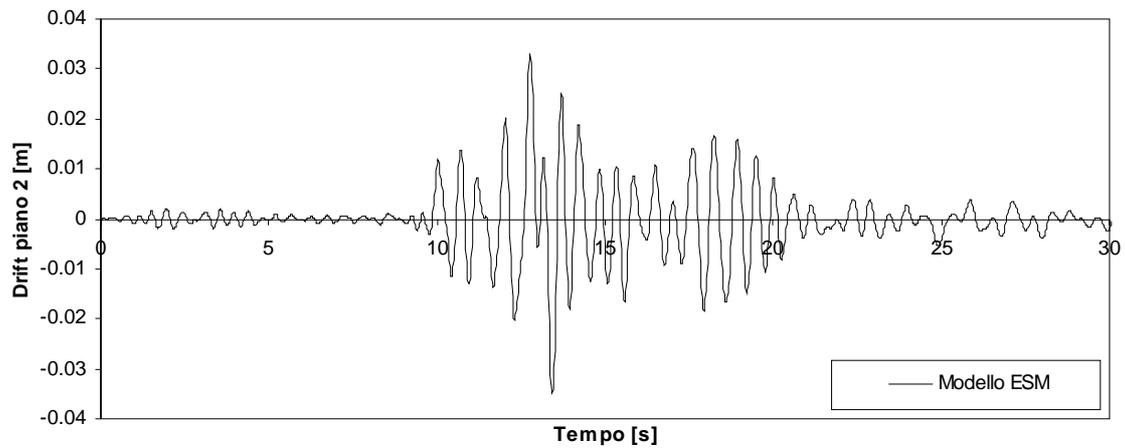
**Figura A2.169** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



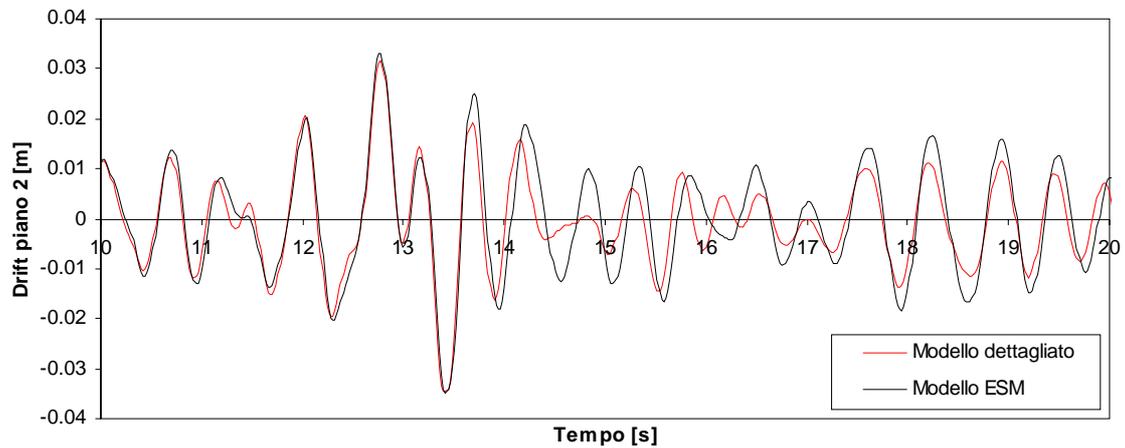
**Figura A2.170** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



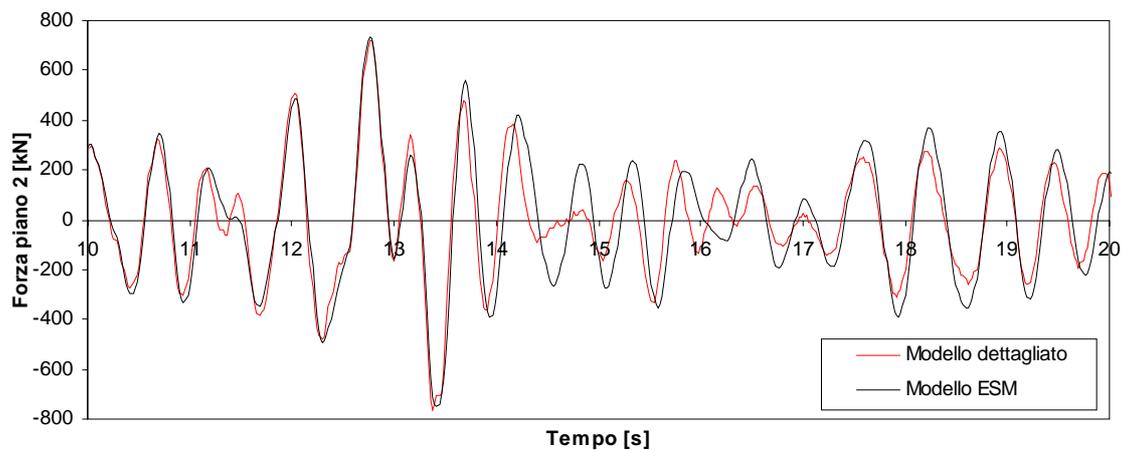
**Figura A2.171**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



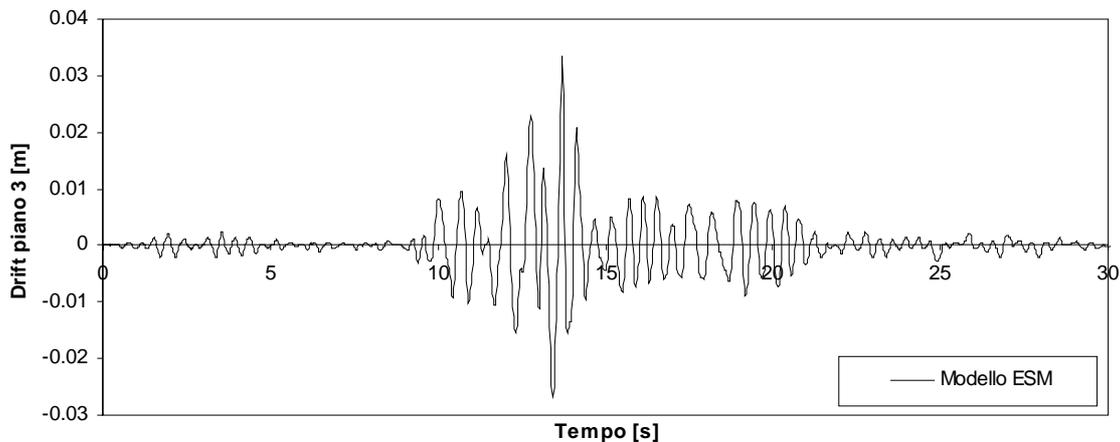
**Figura A2.172** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



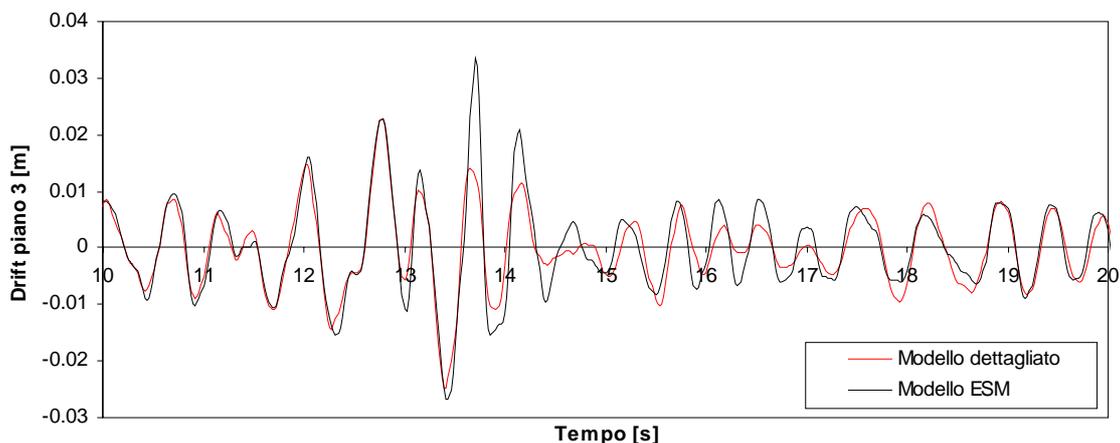
**Figura A2.173** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



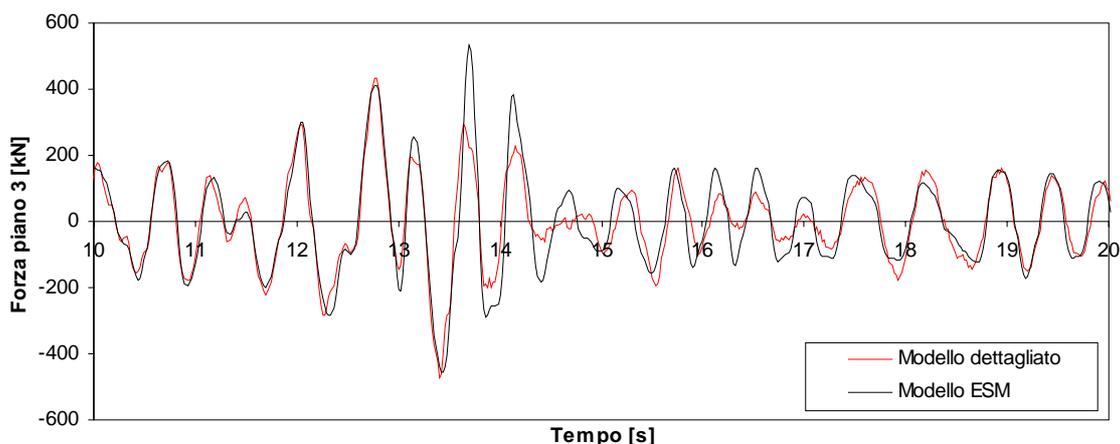
**Figura A2.174** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



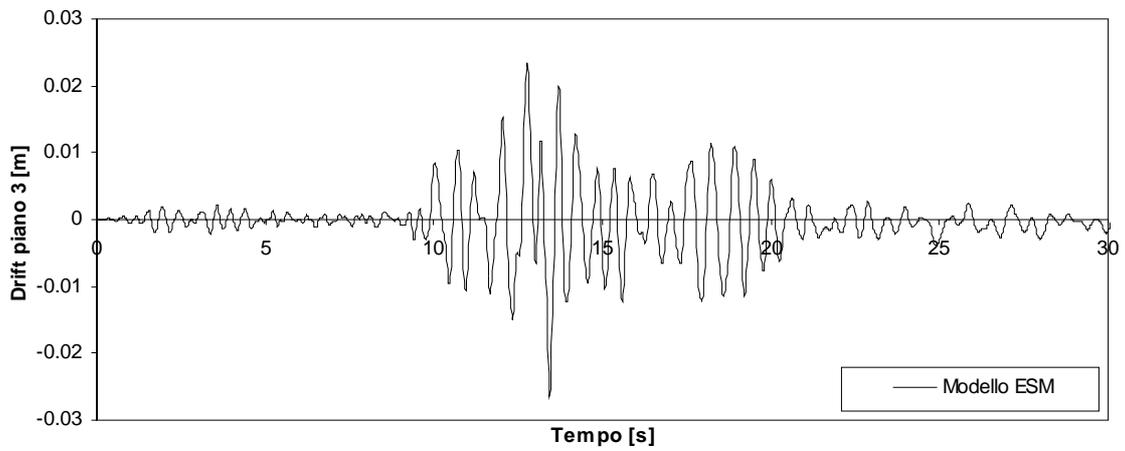
**Figura A2.175** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



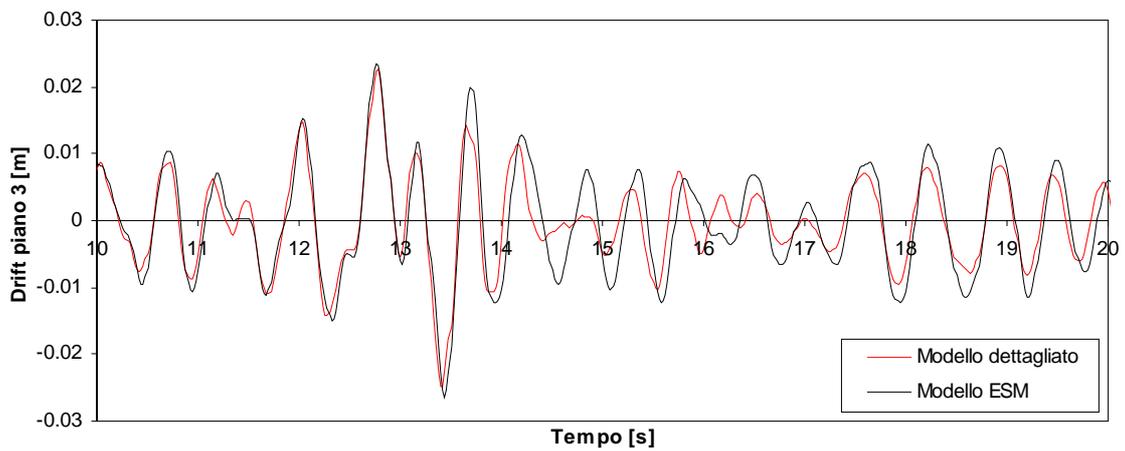
**Figura A2.176** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



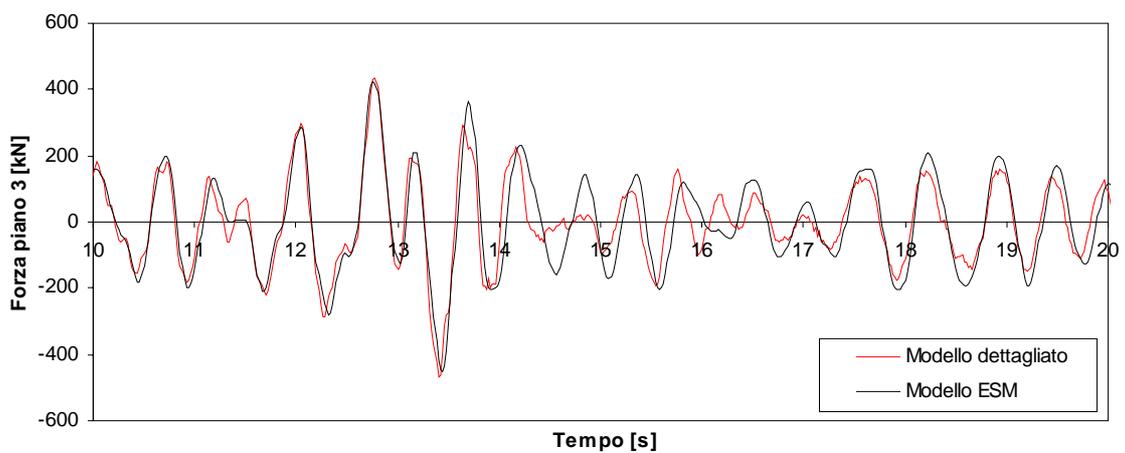
**Figura A2.177**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 2 (  $SF=3$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



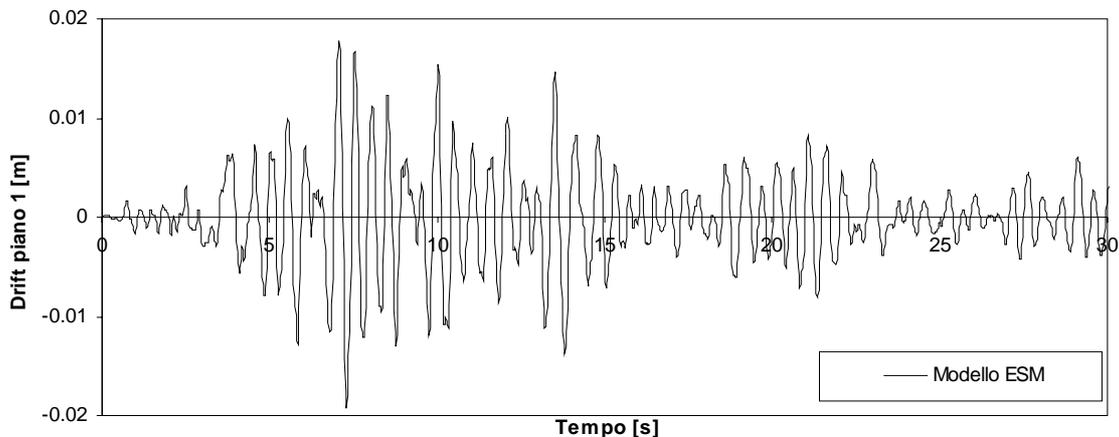
**Figura A2.178** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



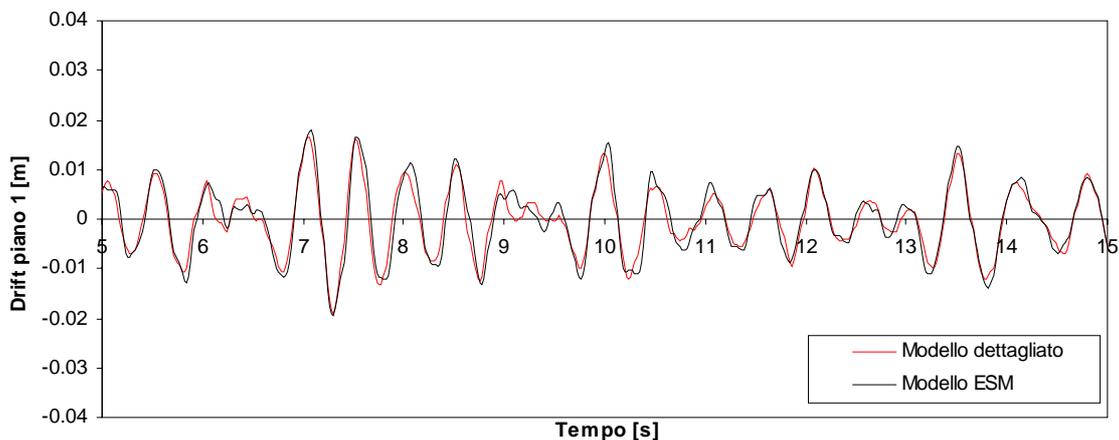
**Figura A2.179** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



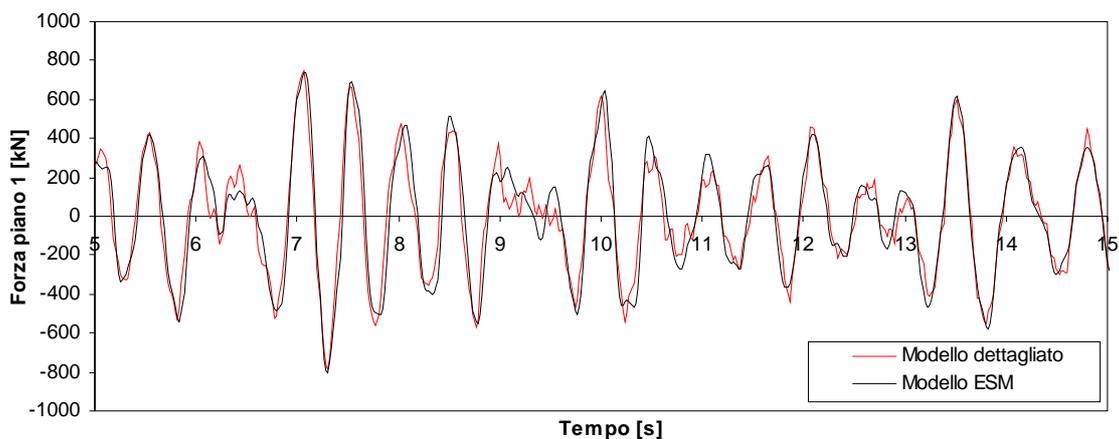
**Figura A2.180** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 2 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



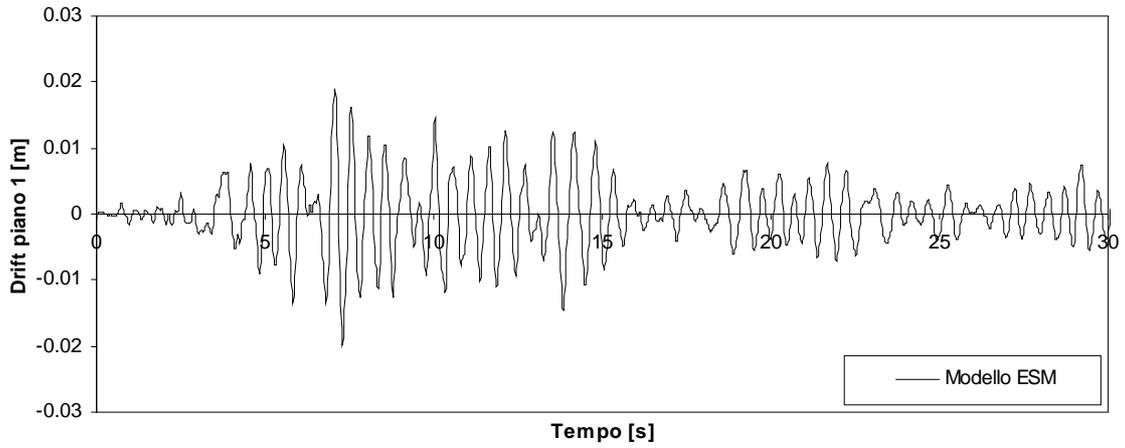
**Figura A2.181** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



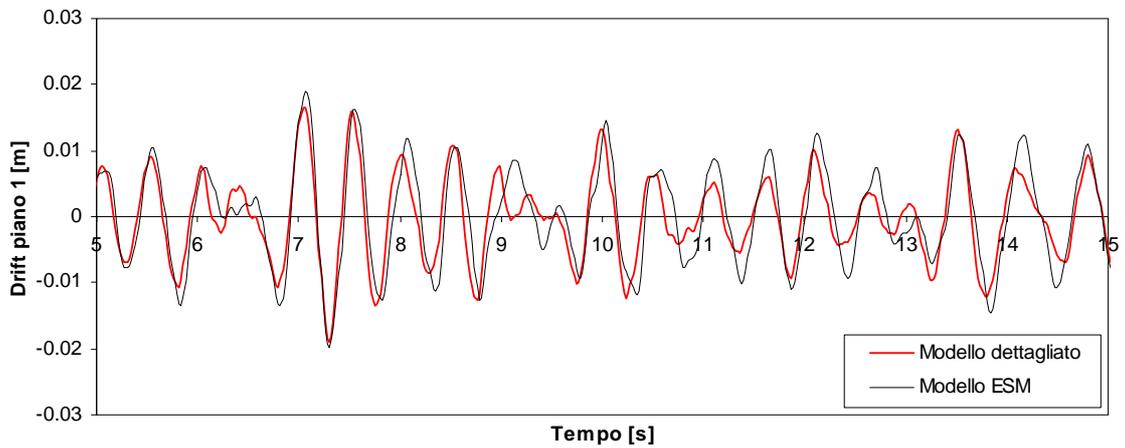
**Figura A2.182** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



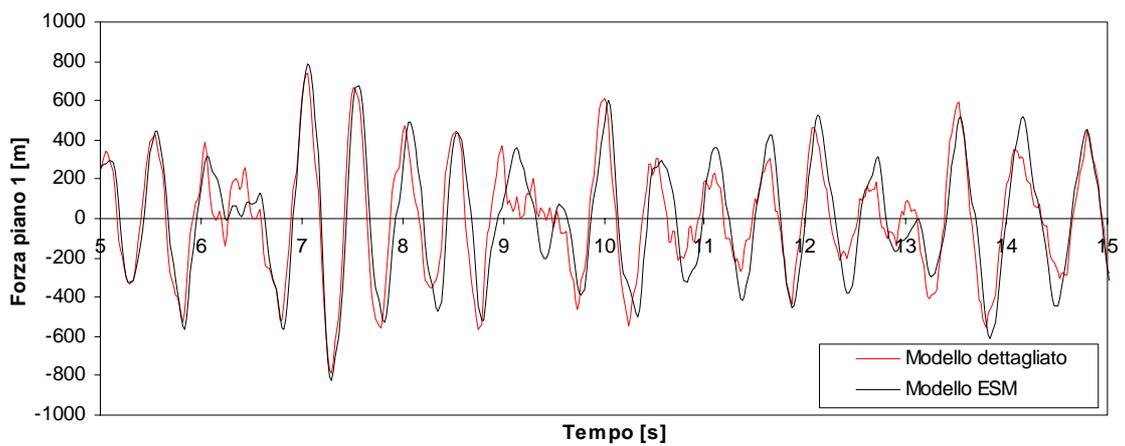
**Figura A2.183**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



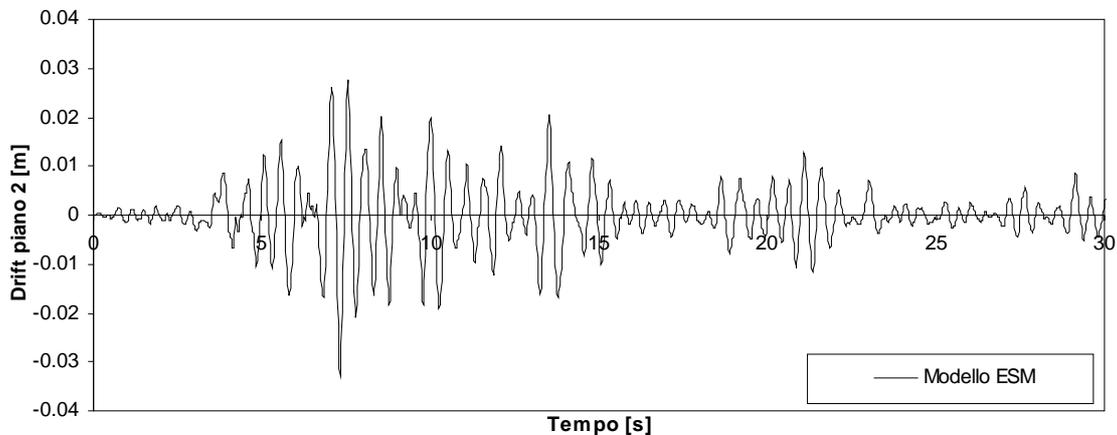
**Figura A2.184** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



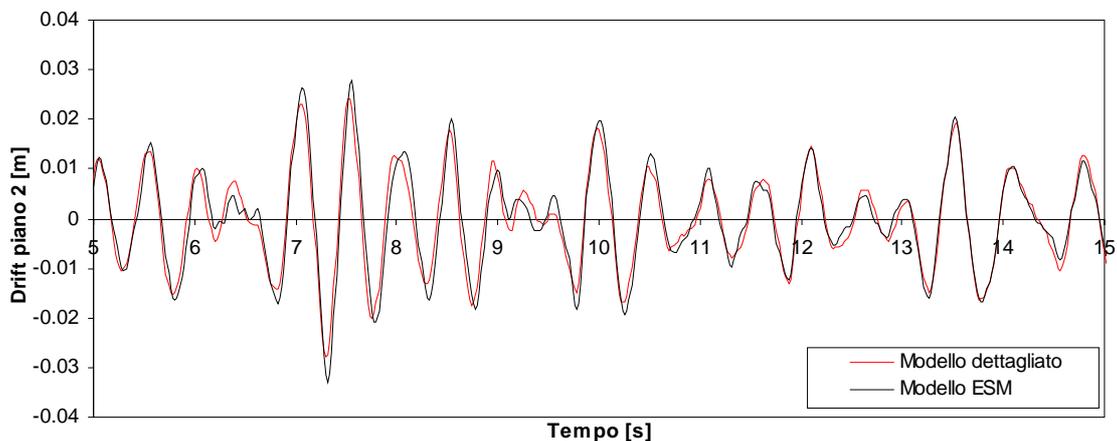
**Figura A2.185** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



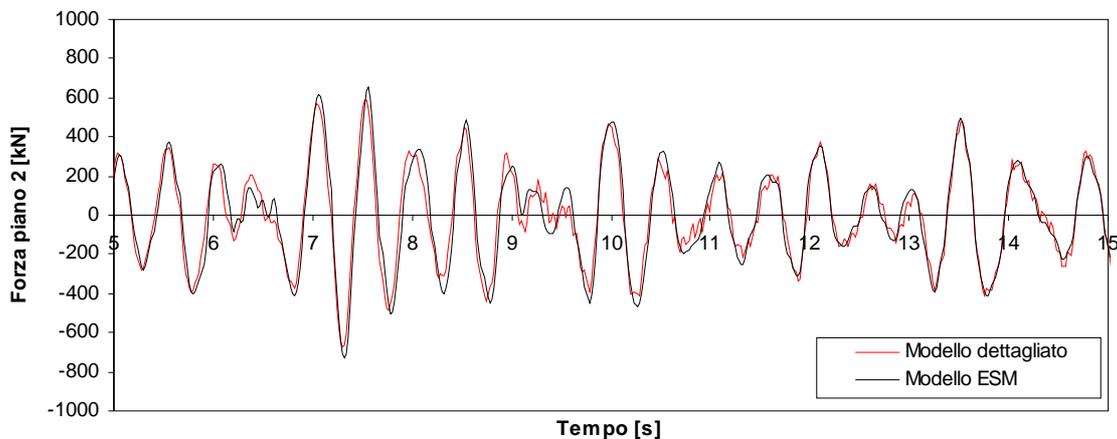
**Figura A2.186** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 3 (  $SF=3$  )  
per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



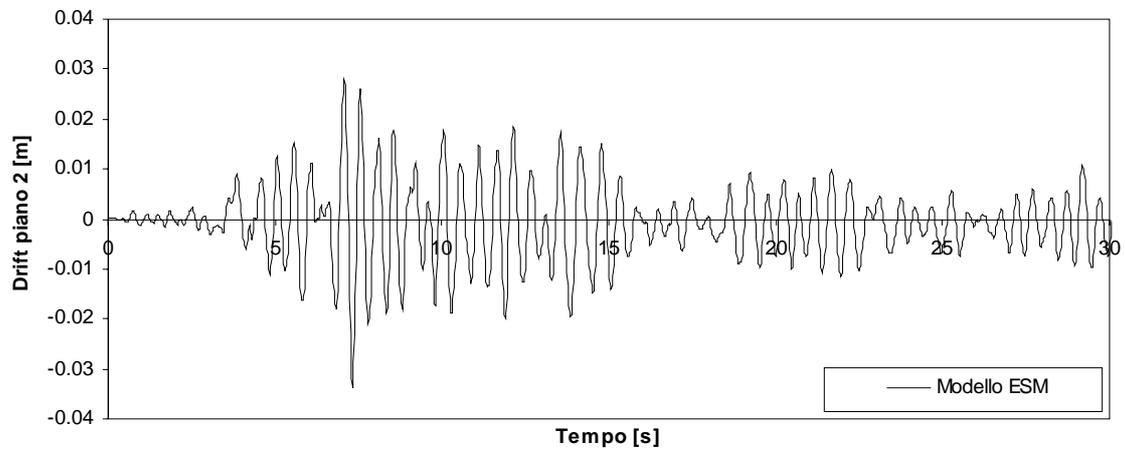
**Figura A2.187** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



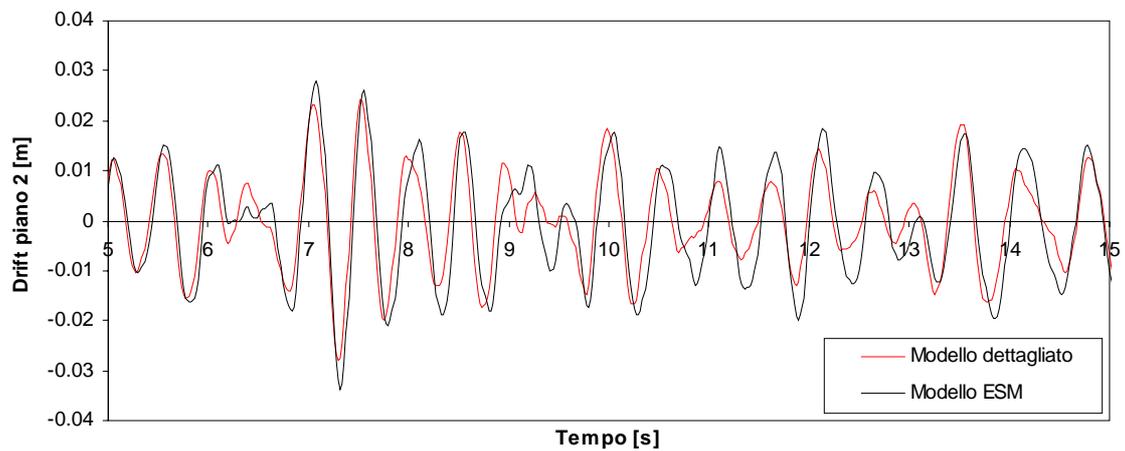
**Figura A2.188** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



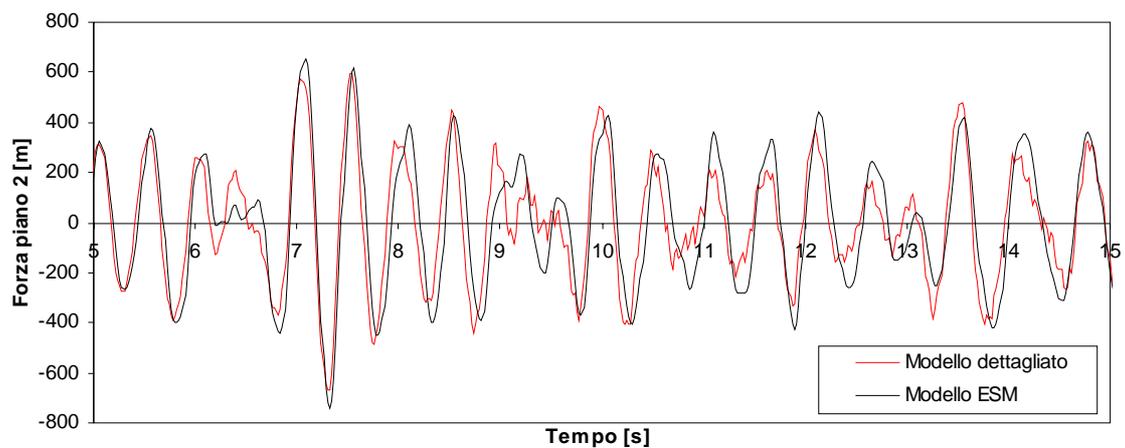
**Figura A2.189**- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



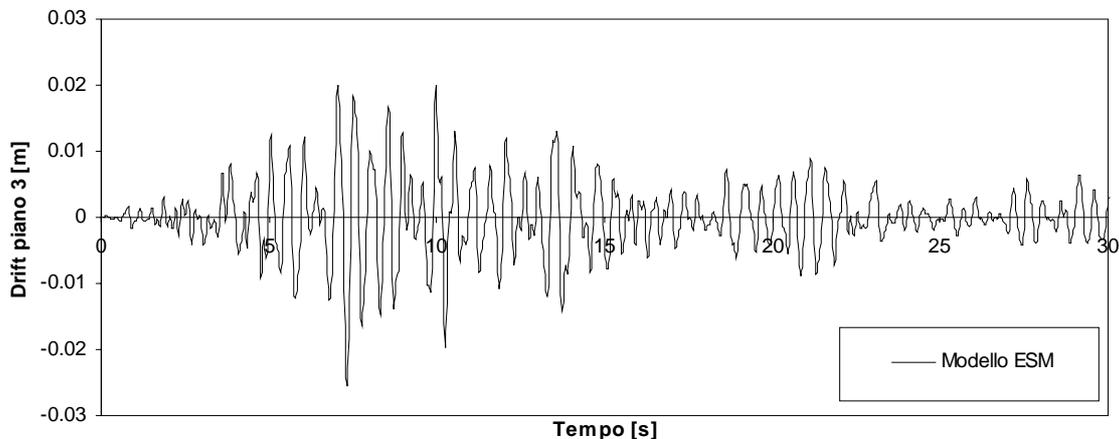
**Figura A2.190** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



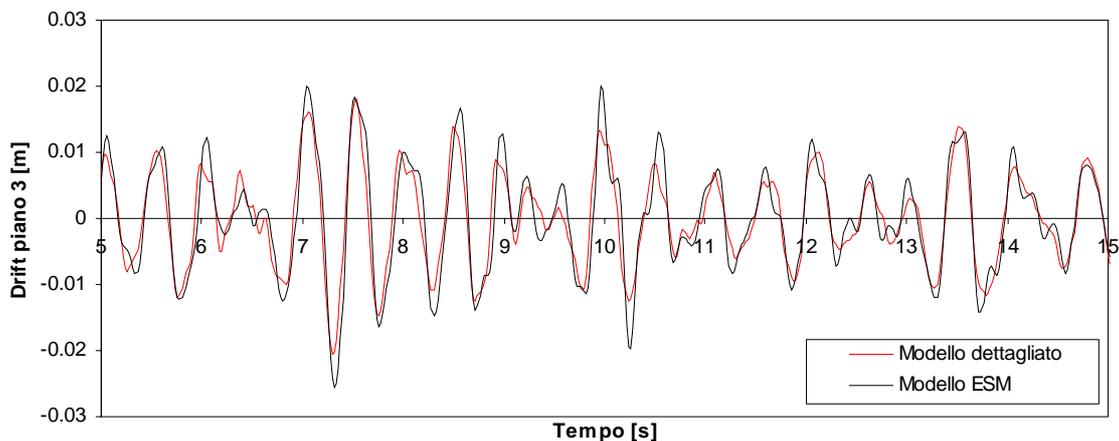
**Figura A2.191** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



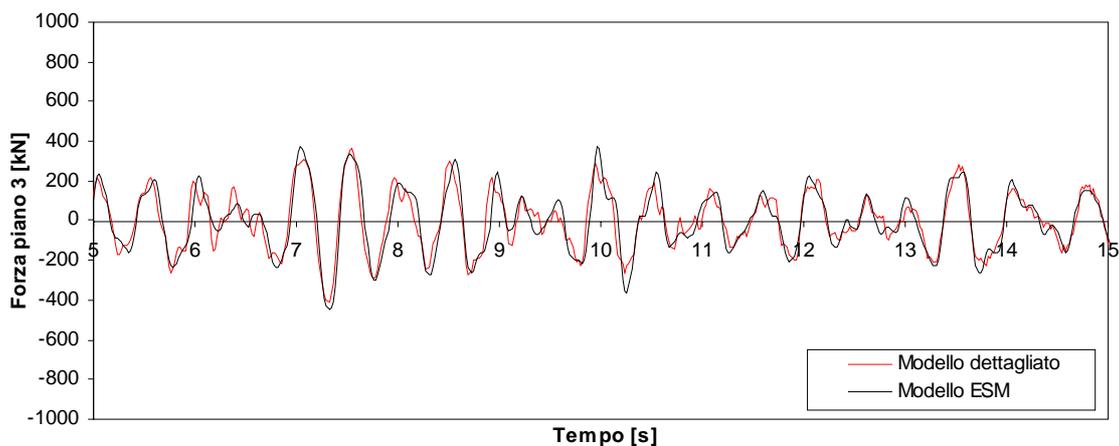
**Figura A2.192** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



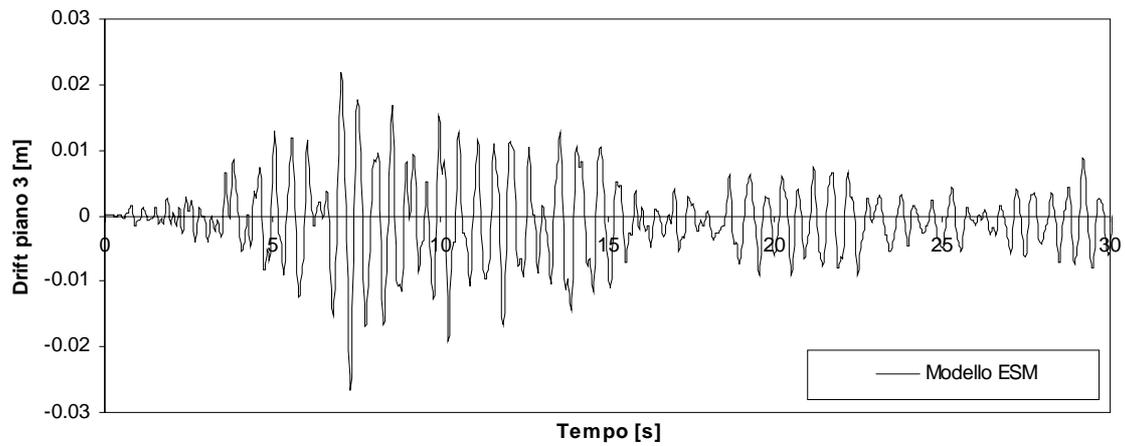
**Figura A2.193** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



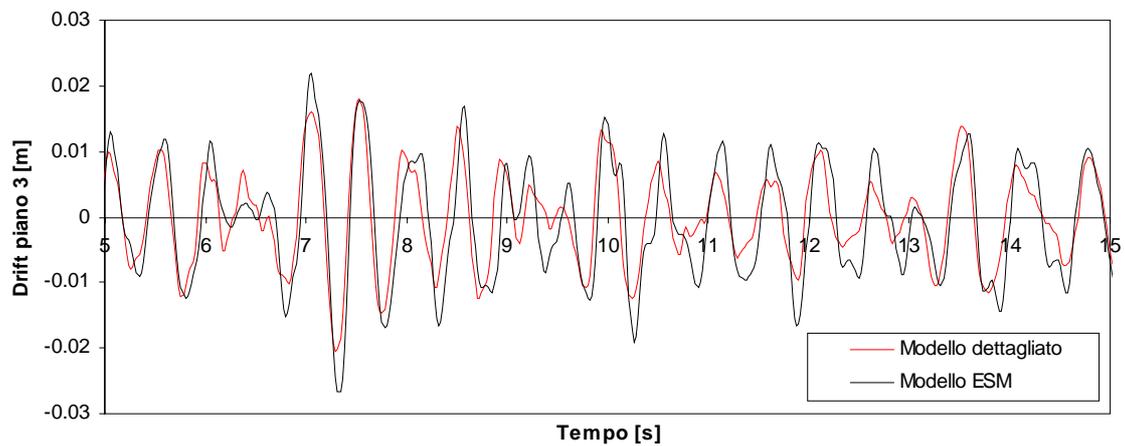
**Figura A2.194** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



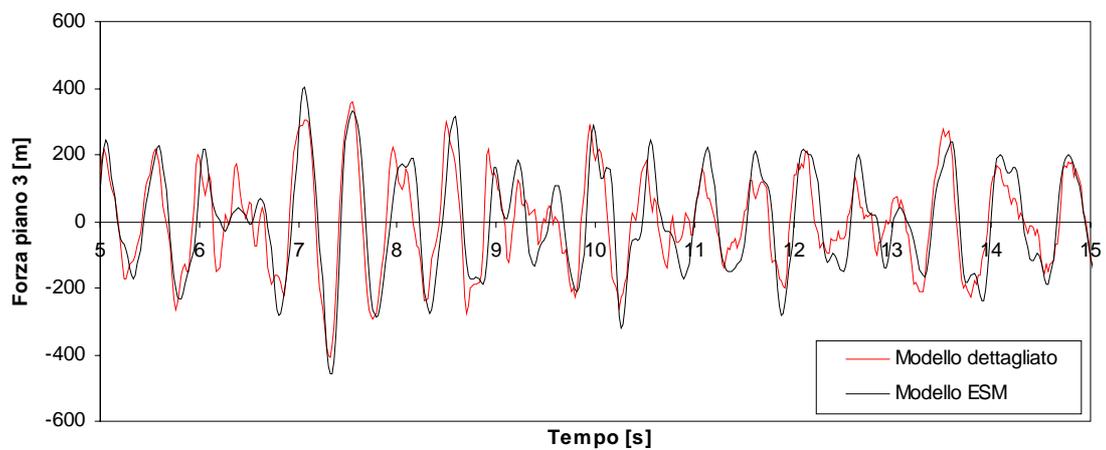
**Figura A2.195**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( SF=3) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



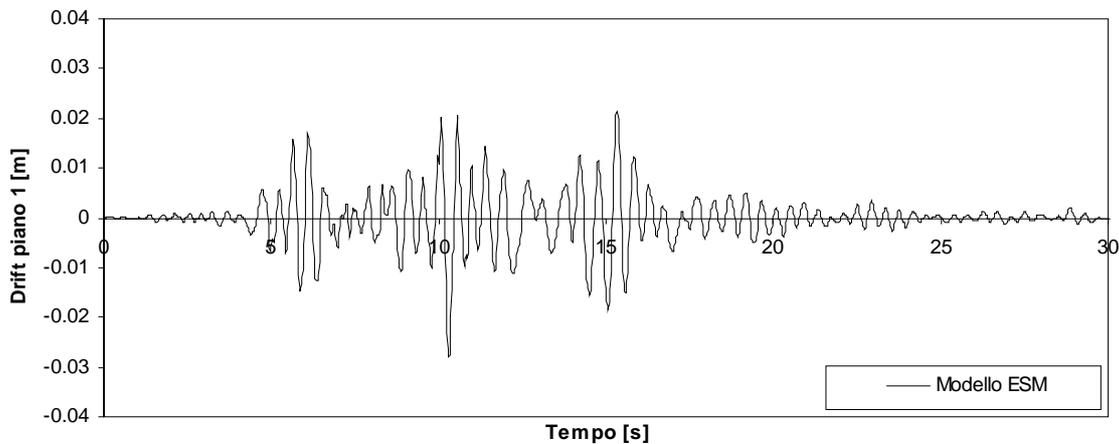
**Figura A2.196** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



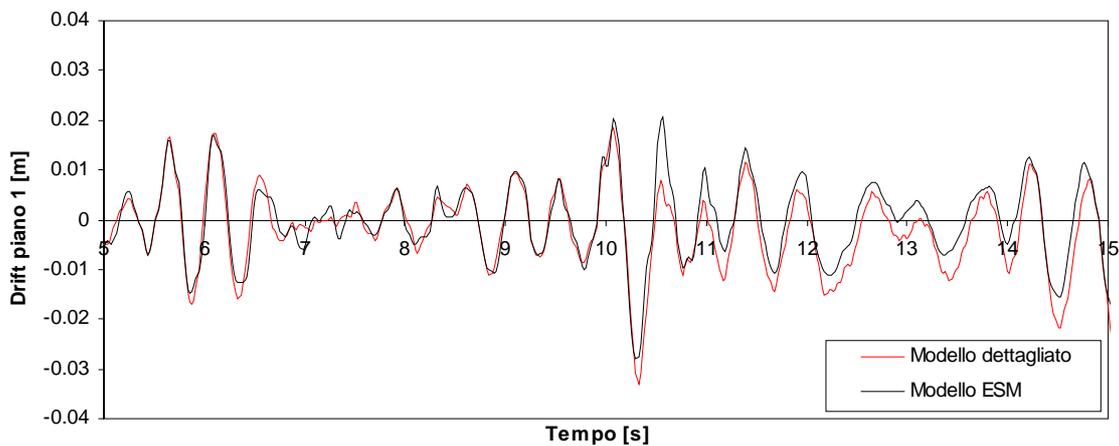
**Figura A2.197** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



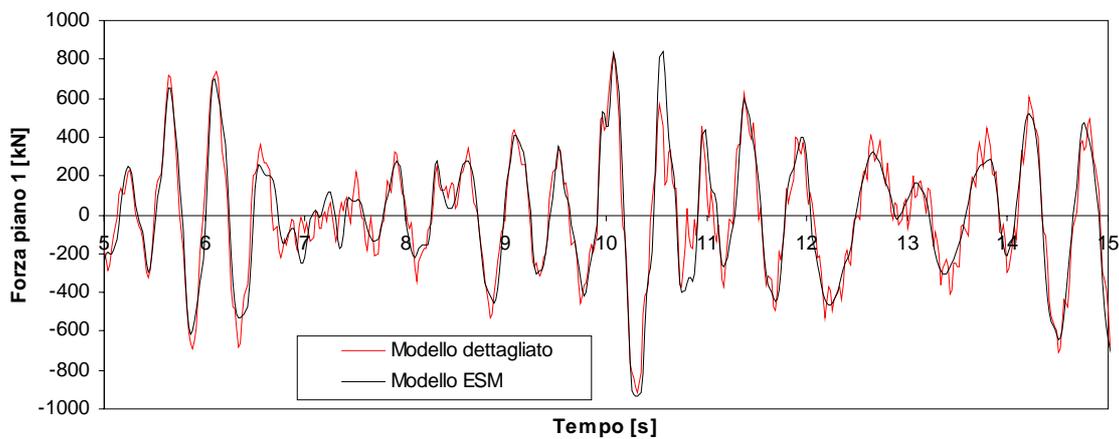
**Figura A2.198** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 3 ( $SF=3$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



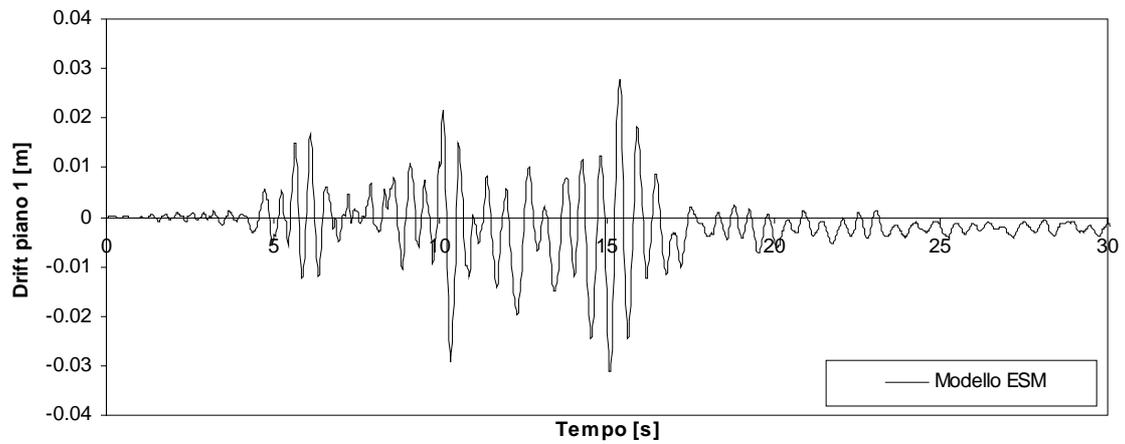
**Figura A2.199** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



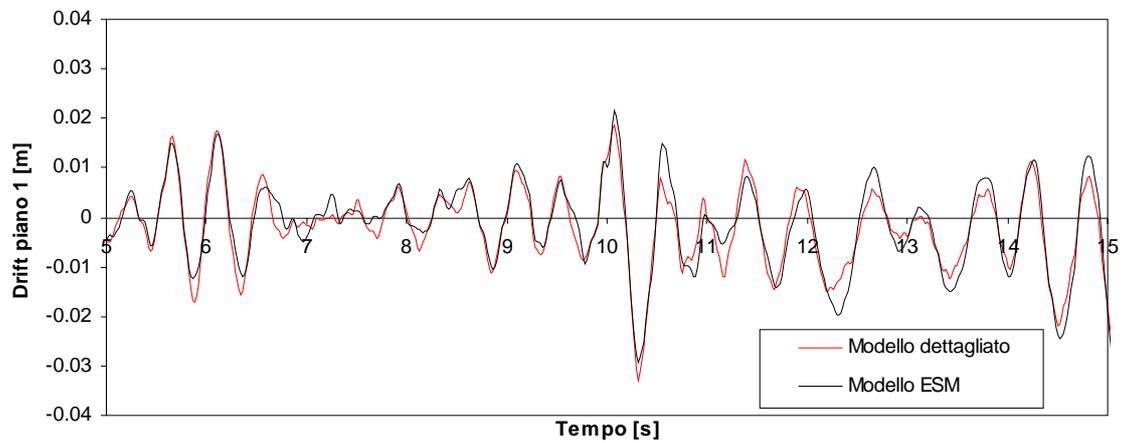
**Figura A2.200** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



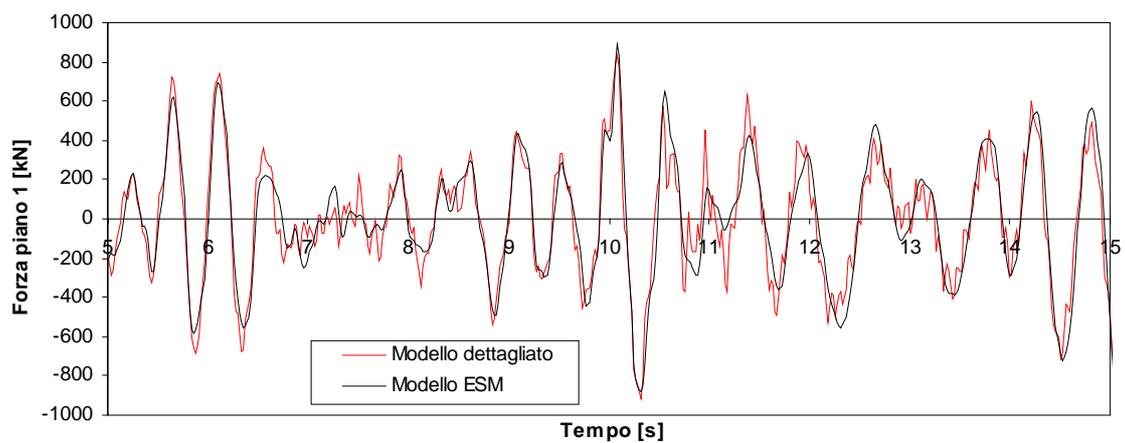
**Figura A2.201**- Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



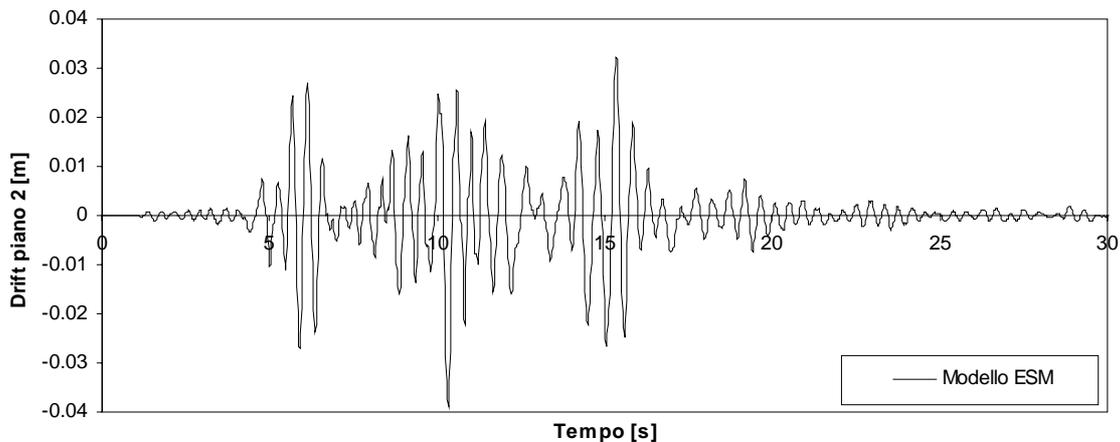
**Figura A2.202** - Grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



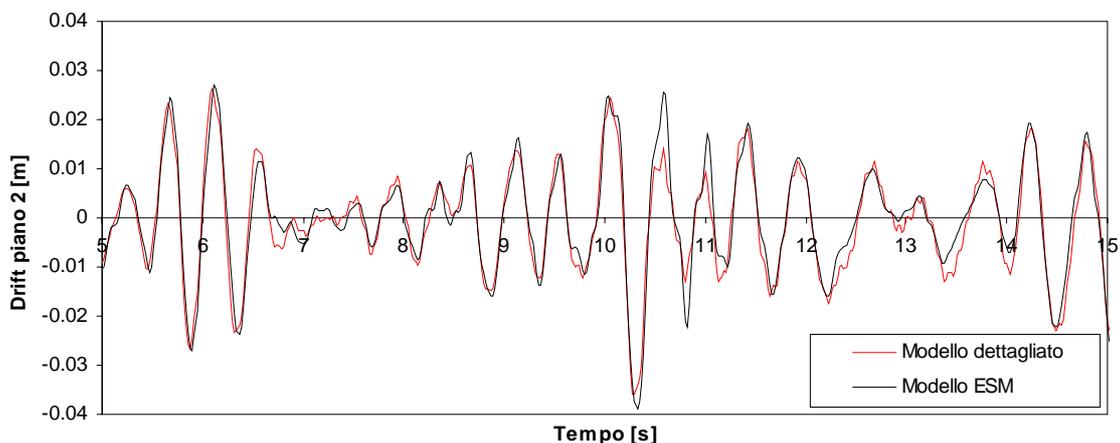
**Figura A2.203** - Particolare grafico spostamento netto di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



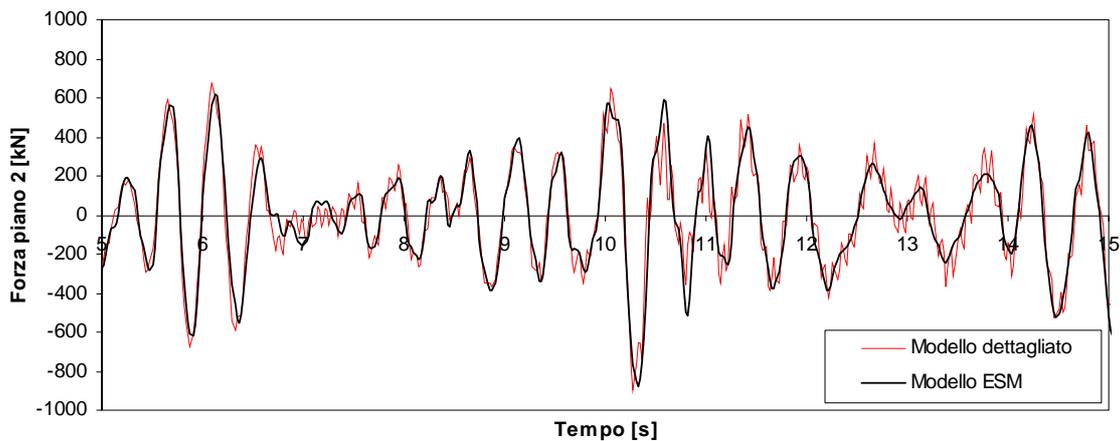
**Figura A2.204** - Grafico Forza di piano 1 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



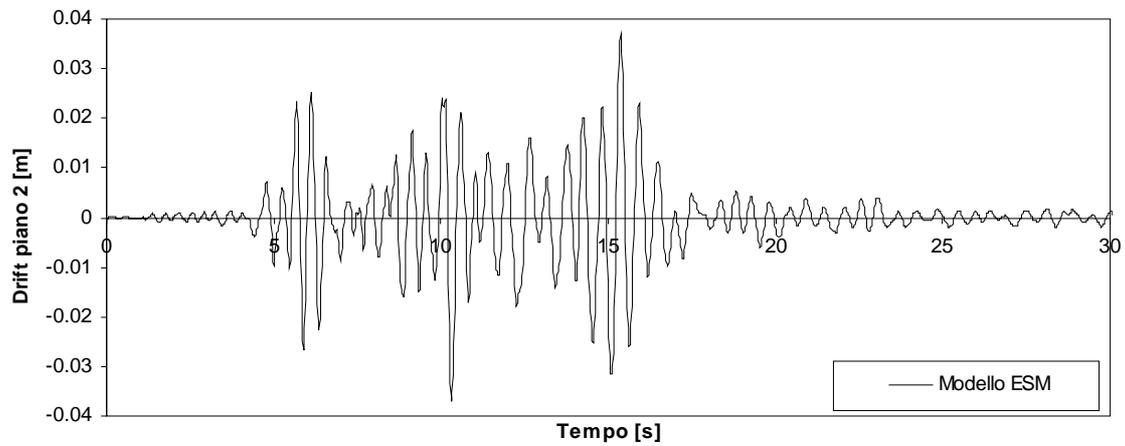
**Figura A2.205 - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.**



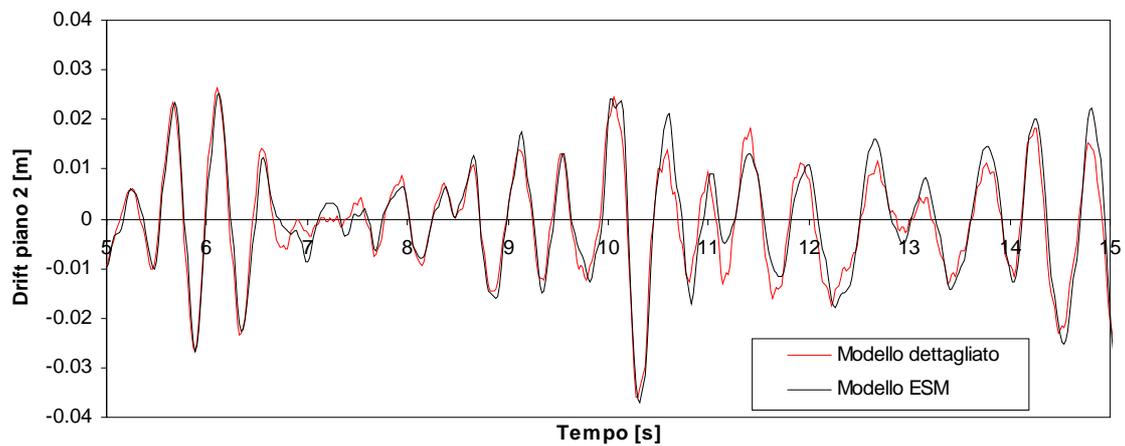
**Figura A2.206 - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.**



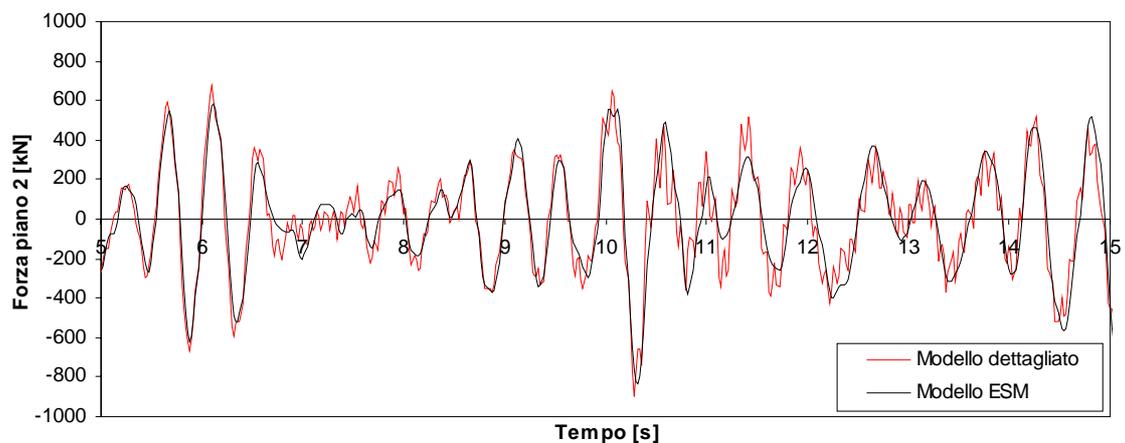
**Figura A2.207- Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( SF=2.5) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.**



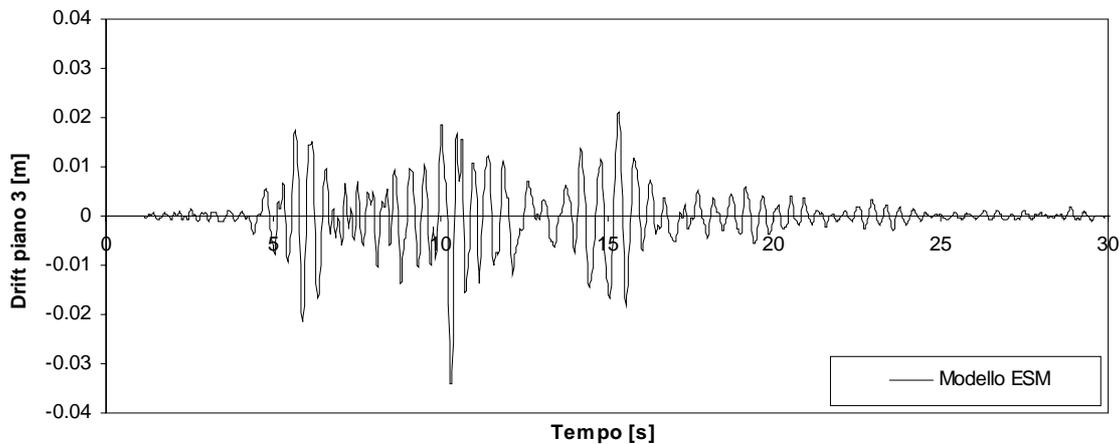
**Figura A2.208** - Grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



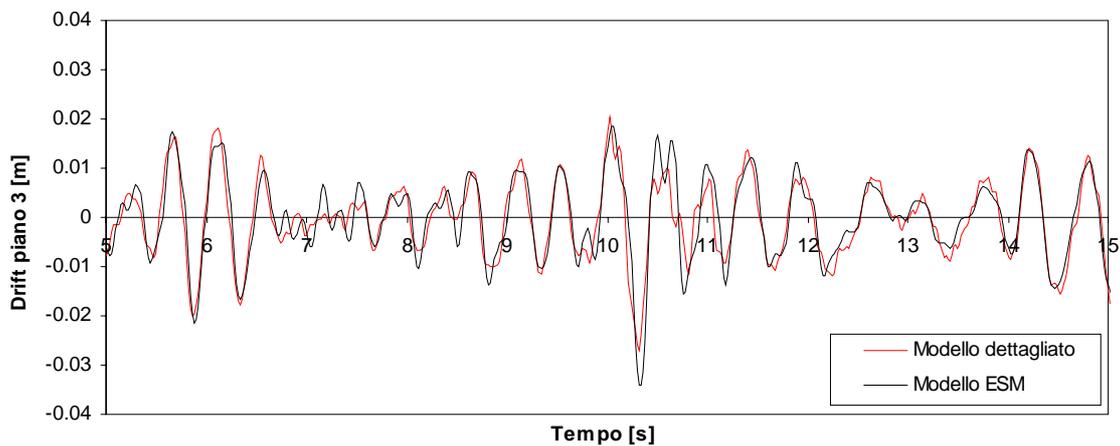
**Figura A2.209** - Particolare grafico spostamento netto di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



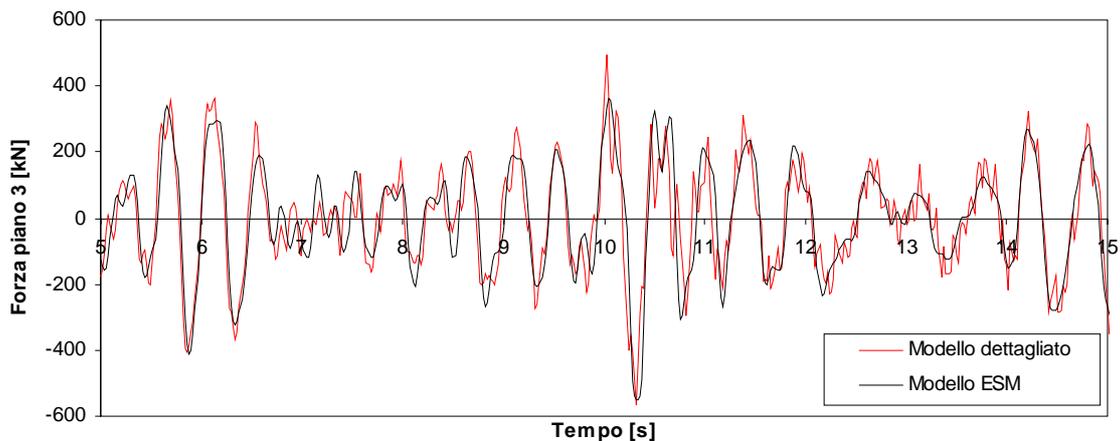
**Figura A2.210** - Grafico Forza di piano 2 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



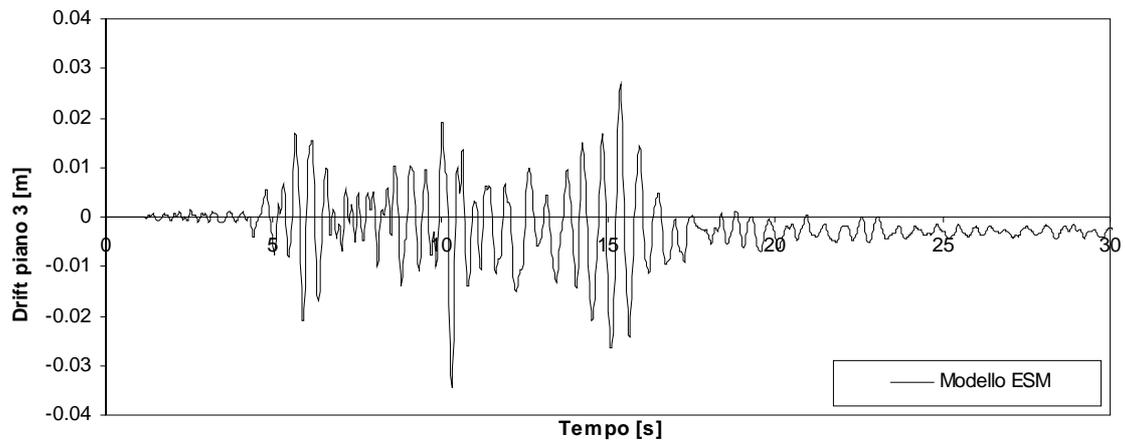
**Figura A2.211** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE ricavata con distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



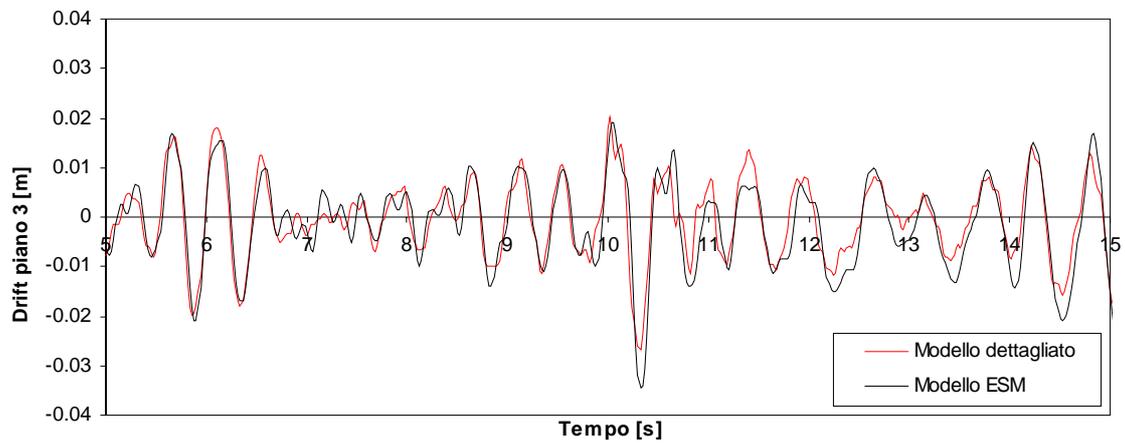
**Figura A2.212** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



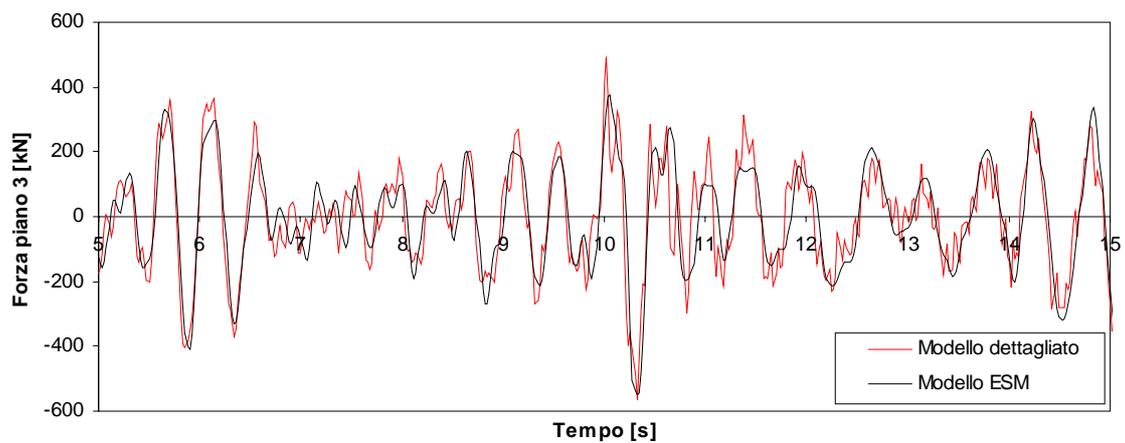
**Figura A2.213**- Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLE distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



**Figura A2.214** - Grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



**Figura A2.215** - Particolare grafico spostamento netto di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



**Figura A2.216** - Grafico Forza di piano 3 - Tempo per l'Input 4 ( $SF=2.5$ ) per legge isteretica TLPO distribuzione proporzionale ai tagli di piano.



# A3

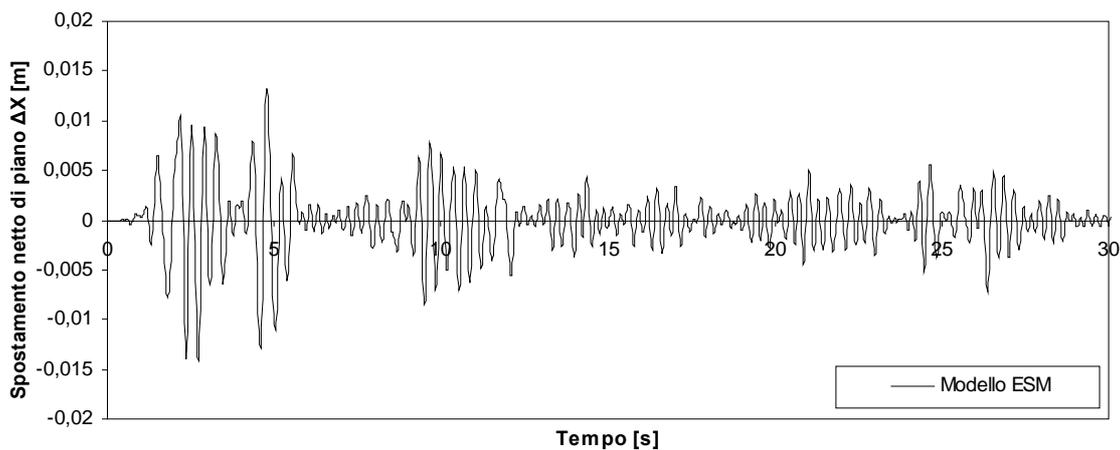
## APPENDICE 3

Nella presente Appendice sono riportati i risultati delle analisi *time-history* condotte sui modelli, dettagliato e *stick*, relativi alla struttura analizzata nel caso studio 3.

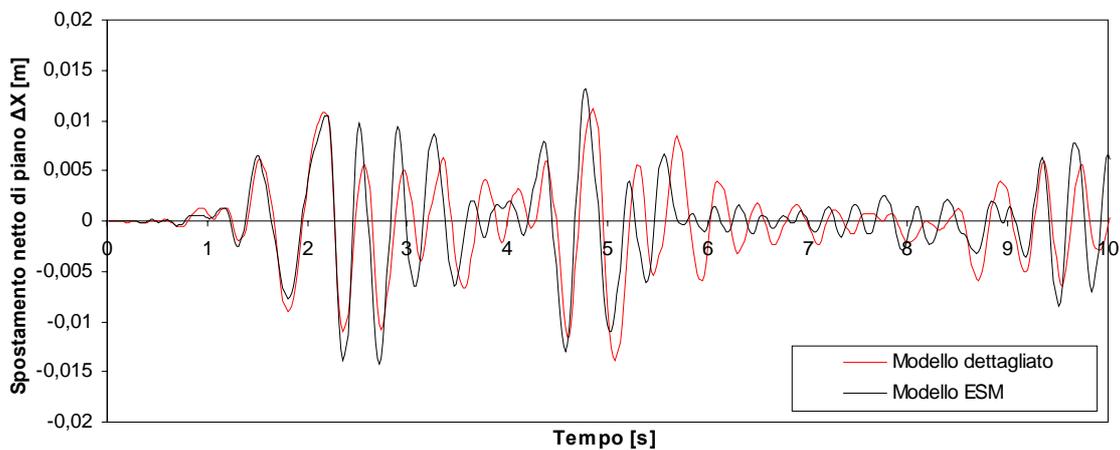
I grafici dei risultati numerici ottenuti sono posti in termini di “Spostamento di piano vs Tempo” e “Forza di piano vs Tempo” e integrano le risultanze già presentate al § 6.4.3.

Si riportano gli andamenti di tali risultati, ricavati mediante i due modelli (dettagliato ed ESM) per i quattro diversi *input* sismici descritti al § 6.1.4, e ottenuti adottando per le cerniere plastiche del modello *stick* alternativamente una legge isteretica del tipo tetralineare elastica (*TLE*), senza degrado ciclico della rigidezza, piuttosto che una trilineare del tipo *peak-oriented* (*TLPO*) con degrado ciclico.

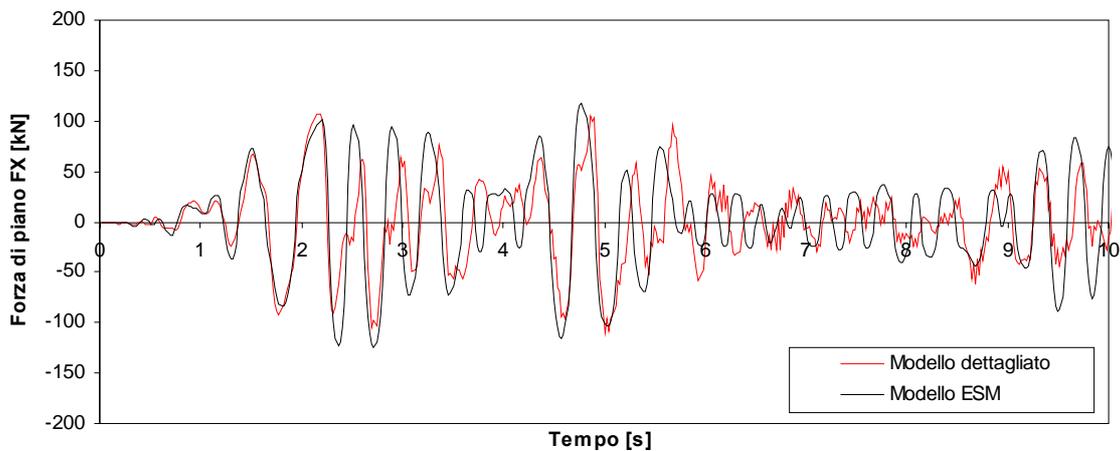
Le leggi multilineari adottate per le cerniere plastiche, derivano dall'approssimazione delle curve di capacità di piano ottenute da una distribuzione di forze proporzionali ai tagli di piano derivanti dai modi di vibrare 2 e 3 del modello dettagliato.



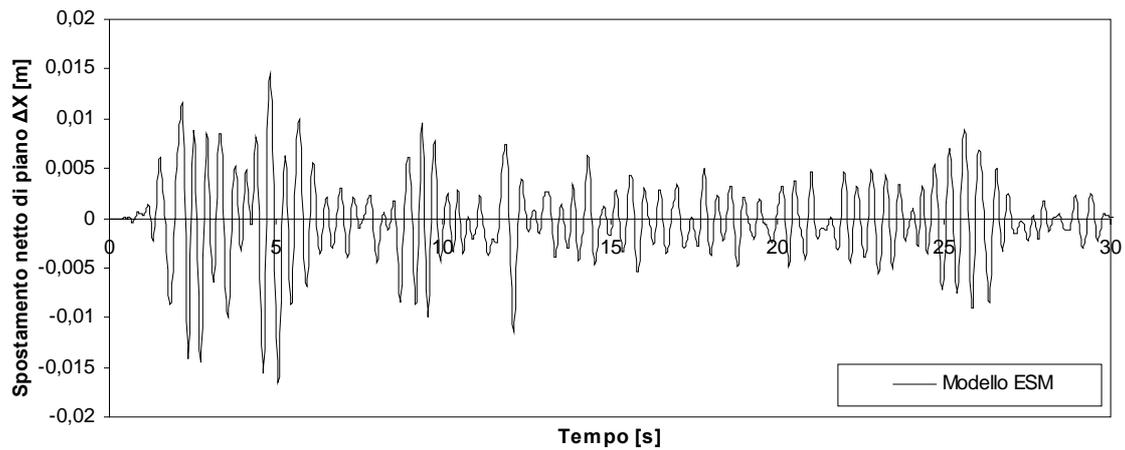
**Figura A3.1** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE



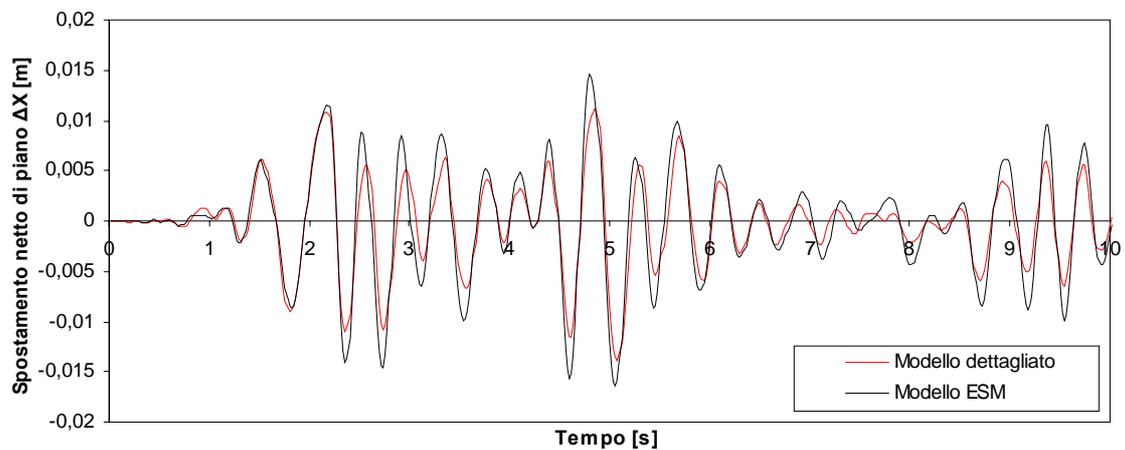
**Figura A3.2** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE



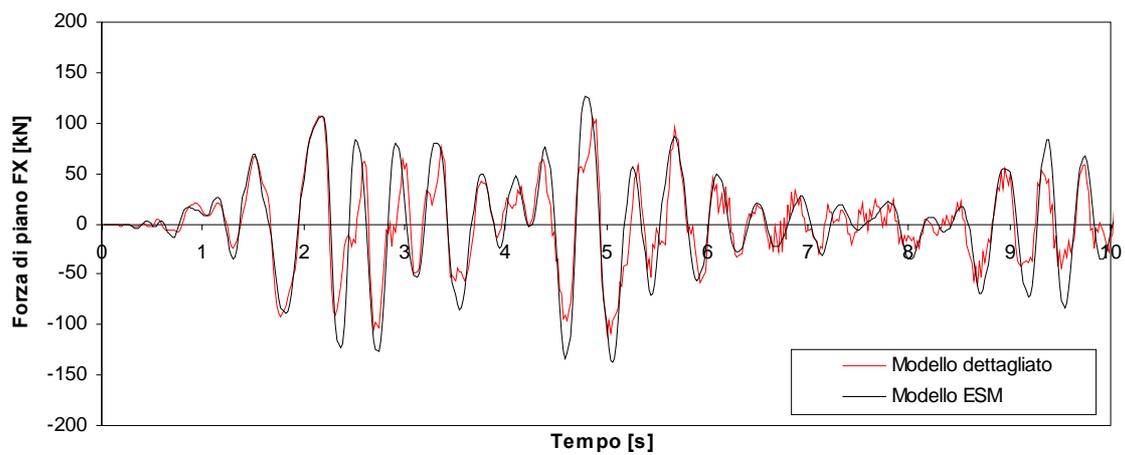
**Figura A3.3** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 1 ( SF=0.85) per legge isteretica TLE



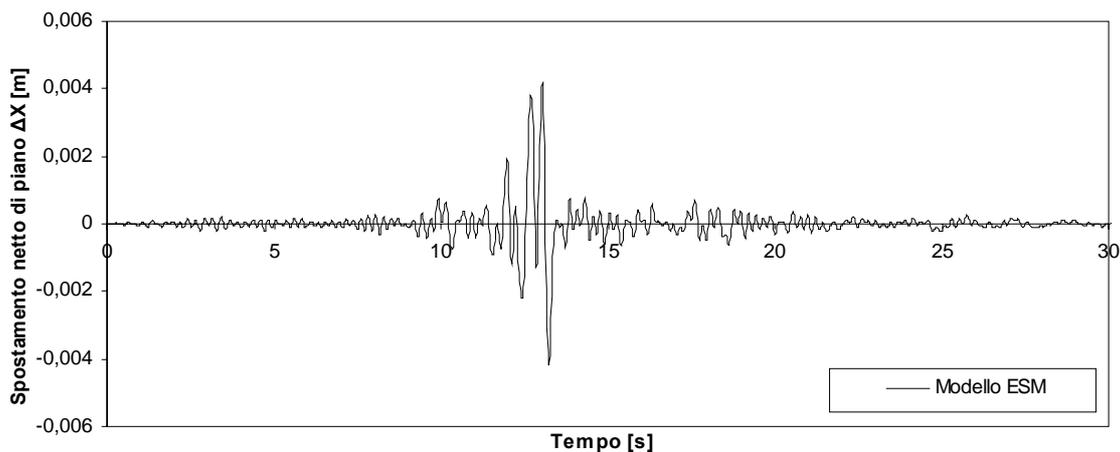
**Figura A3.4** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO



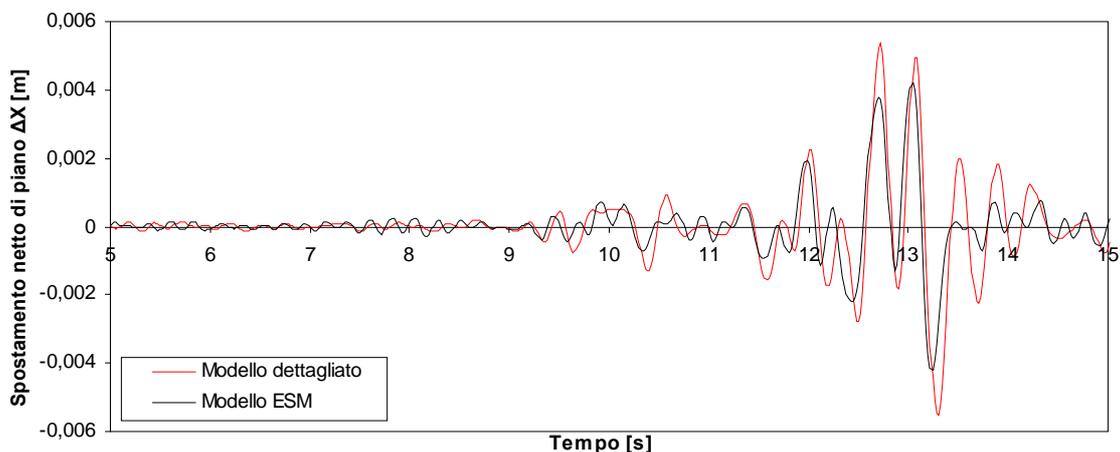
**Figura A3.5** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO



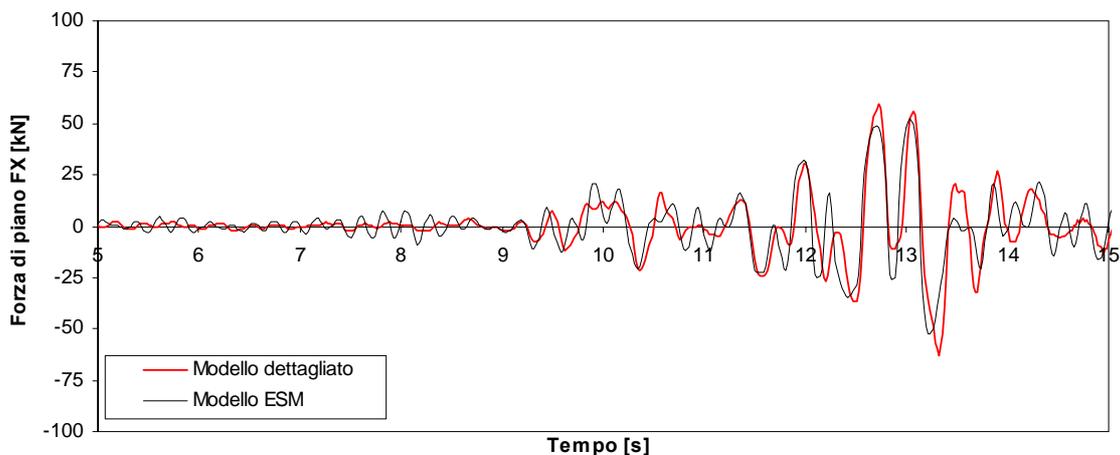
**Figura A3.6** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 1 ( $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLPO



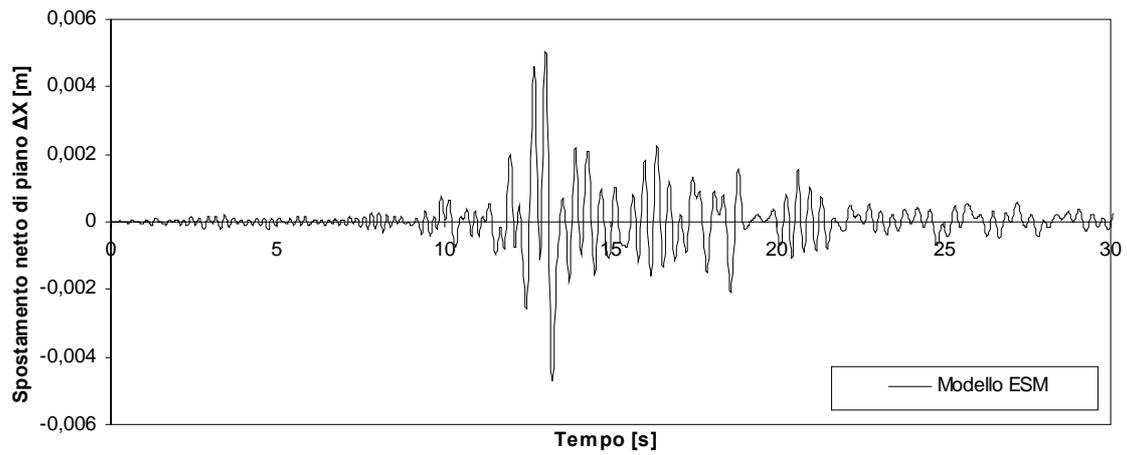
**Figura A3.7** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLE



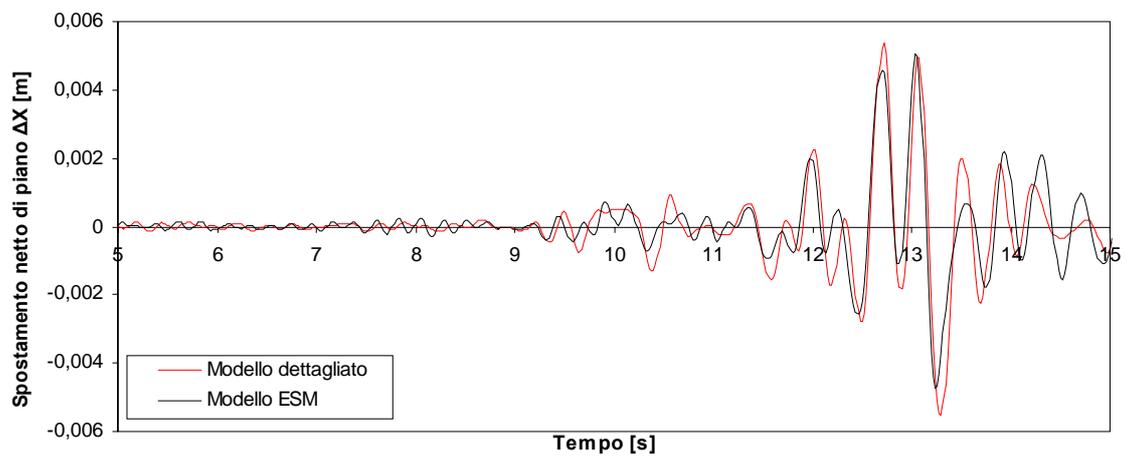
**Figura A3.8** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLE



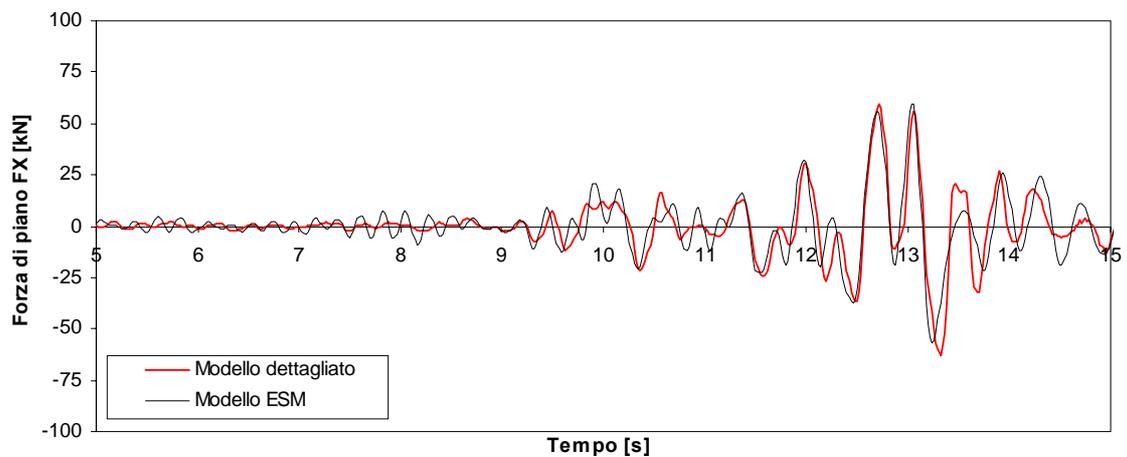
**Figura A3.9** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=0.5$ ) per legge isteretica TLE



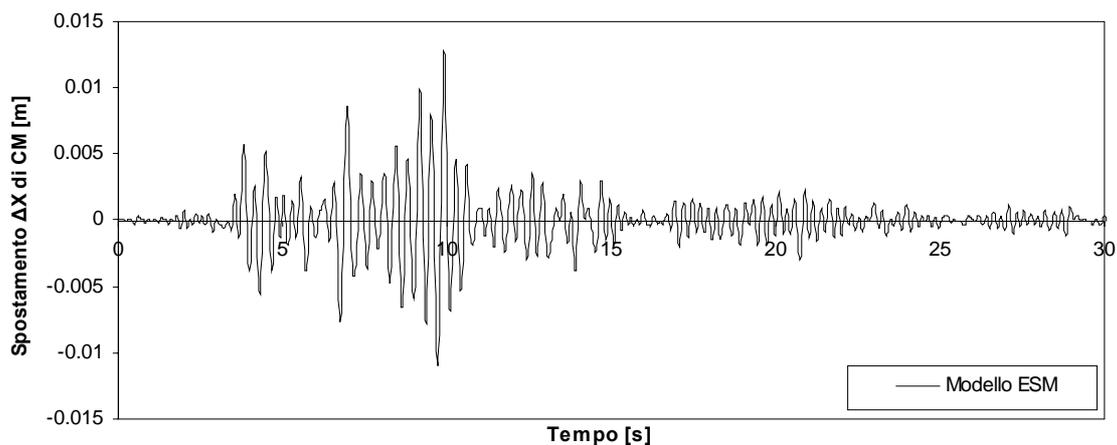
**Figura A3.10** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=0.5$  )  
per legge isteretica TLPO



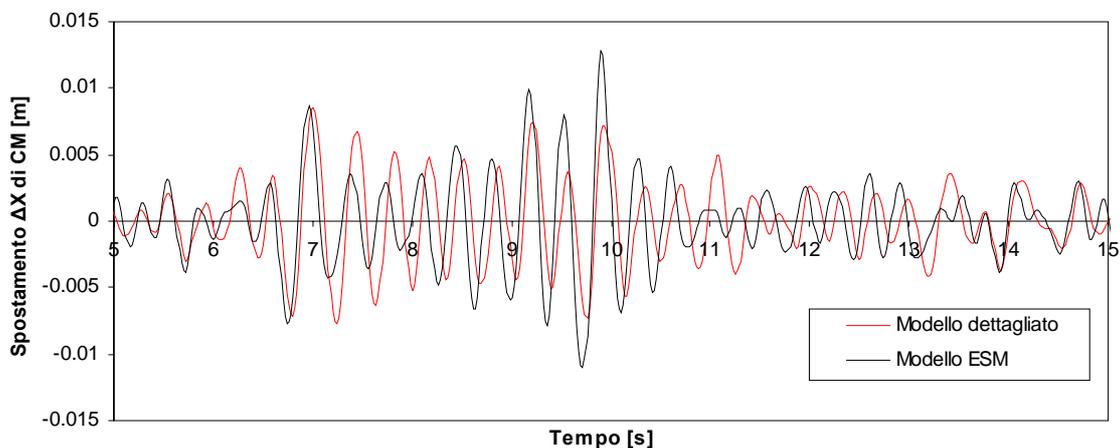
**Figura A3.11** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=0.5$  )  
per legge isteretica TLPO



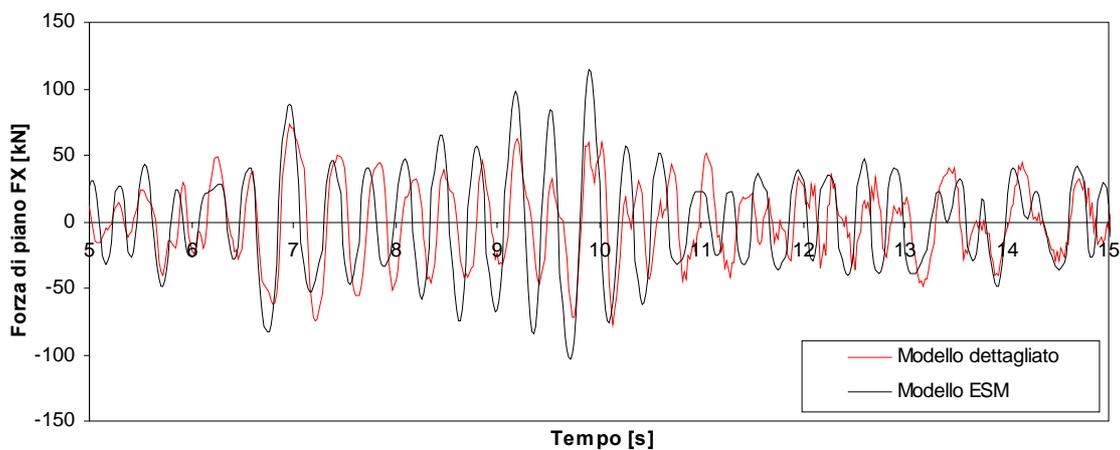
**Figura A3.12** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 2 (  $SF=0.5$  )  
per legge isteretica TLPO



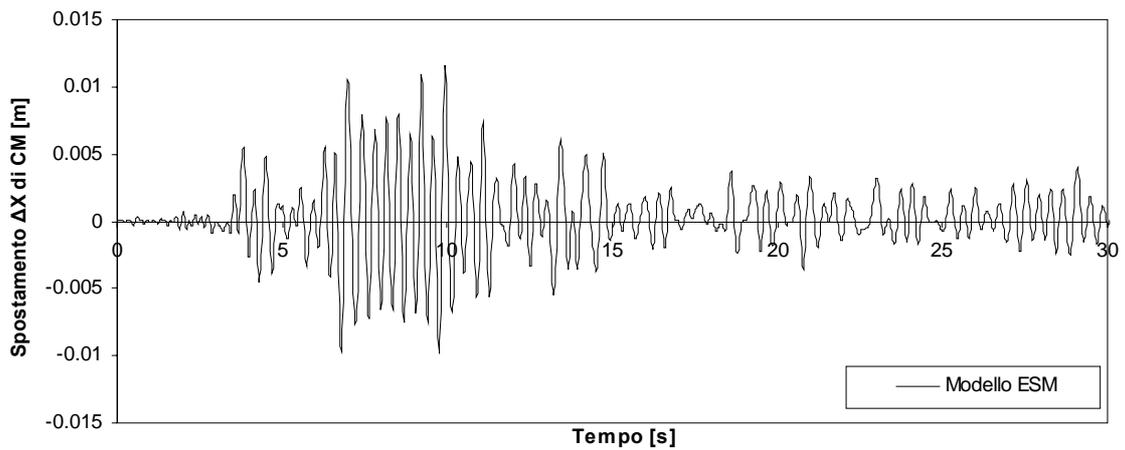
**Figura A3.13** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 3 ( SF=1) per legge isteretica TLE



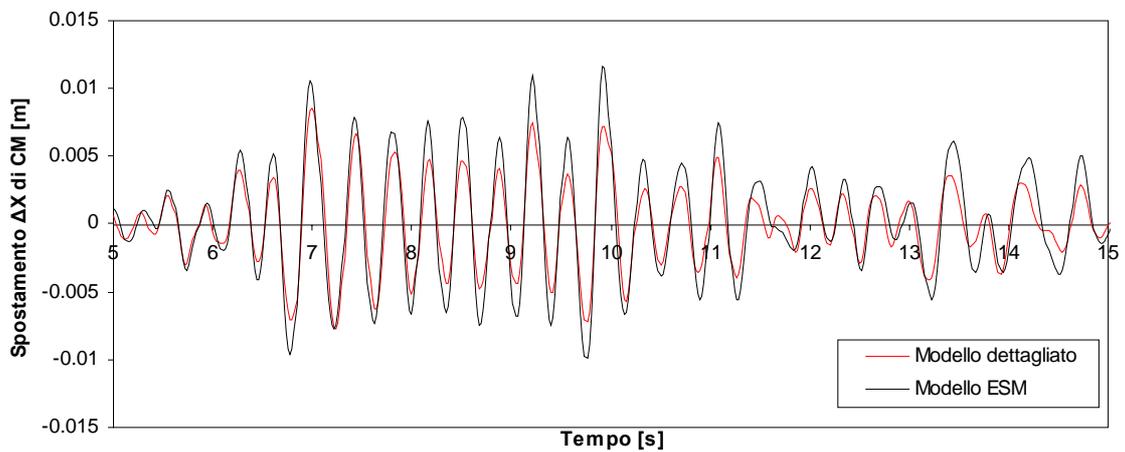
**Figura A3.14** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 3( SF=1) per legge isteretica TLE



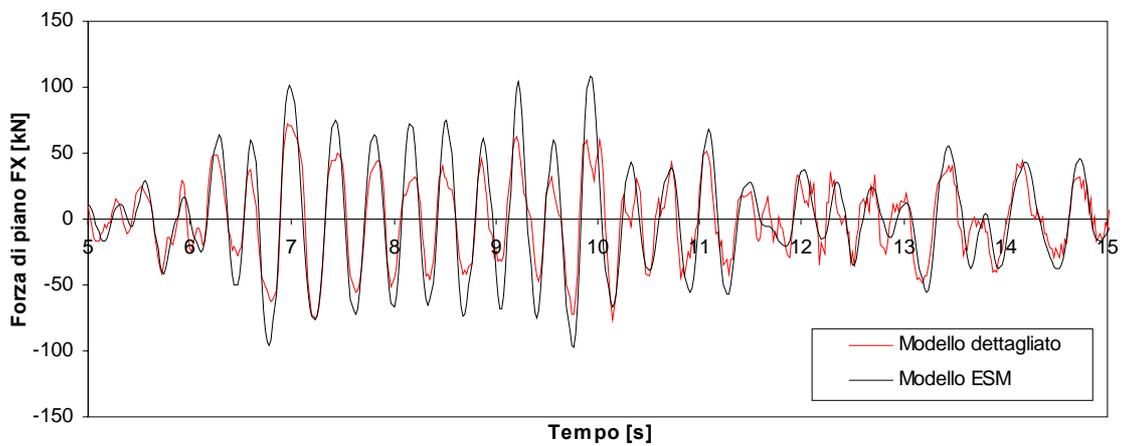
**Figura A3.15** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 3 ( SF=1) per legge isteretica TLE



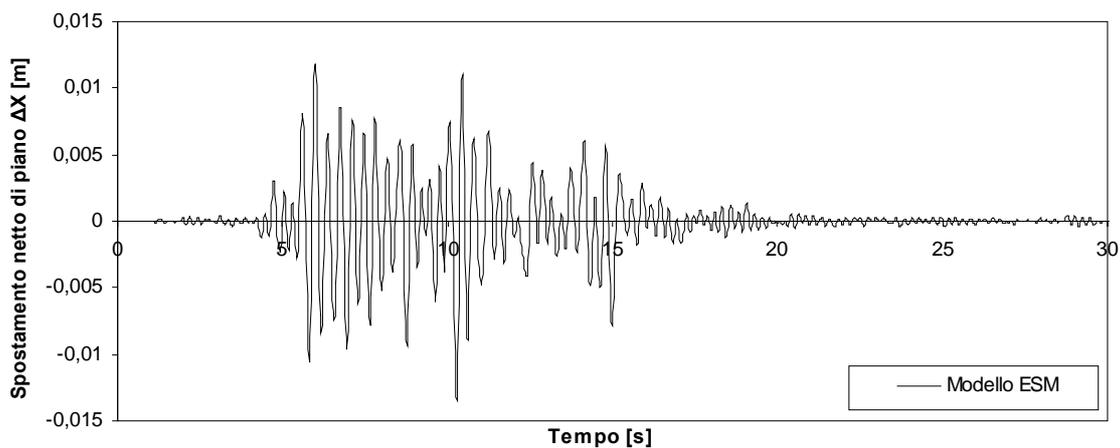
**Figura A3.16** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 3 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



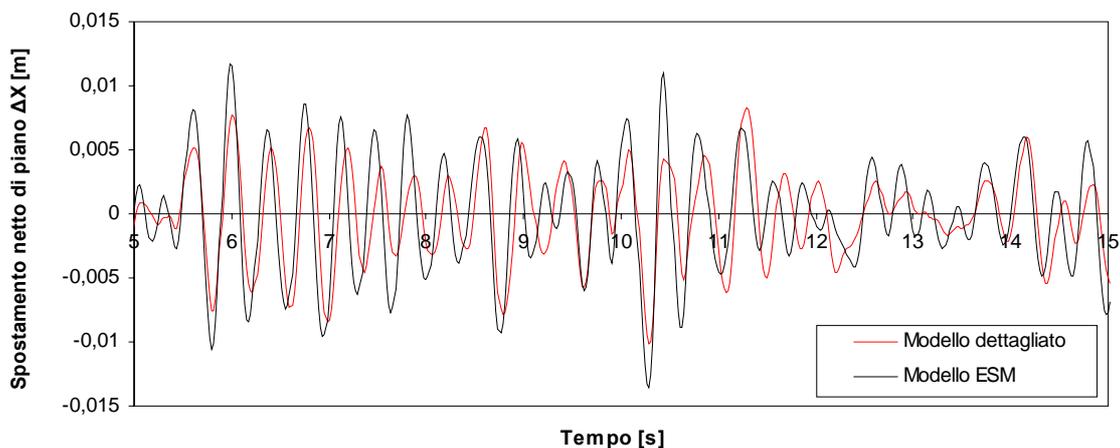
**Figura A3.17** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 3 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



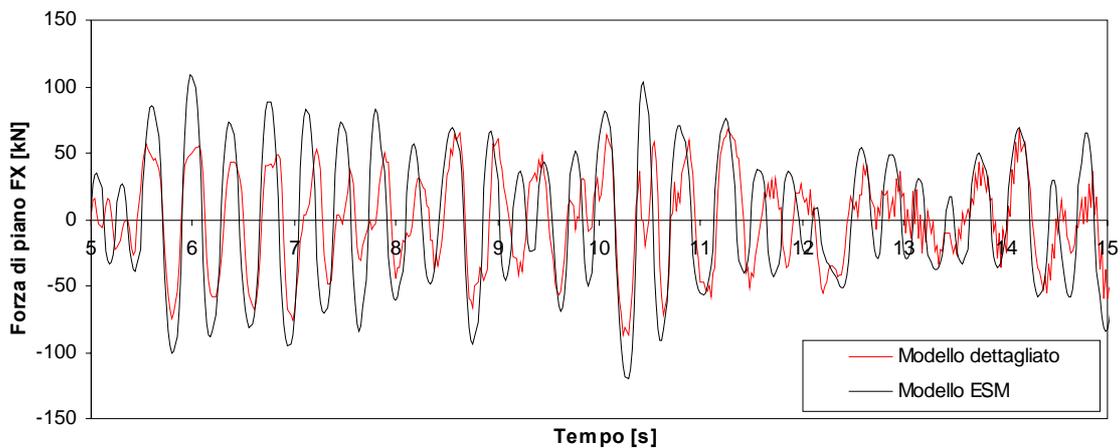
**Figura A3.18** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 3 ( SF=1) per legge isteretica TLPO



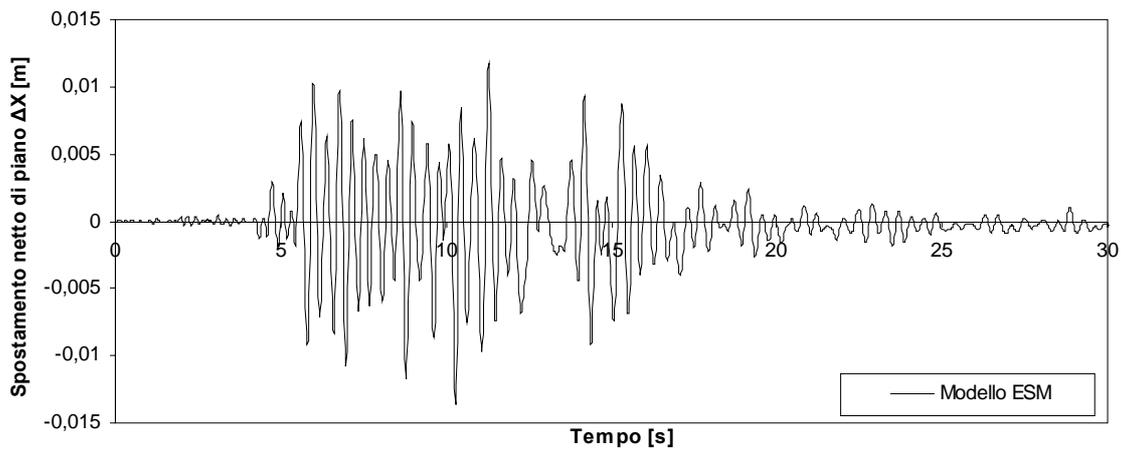
**Figura A3.19** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 4 (  $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE



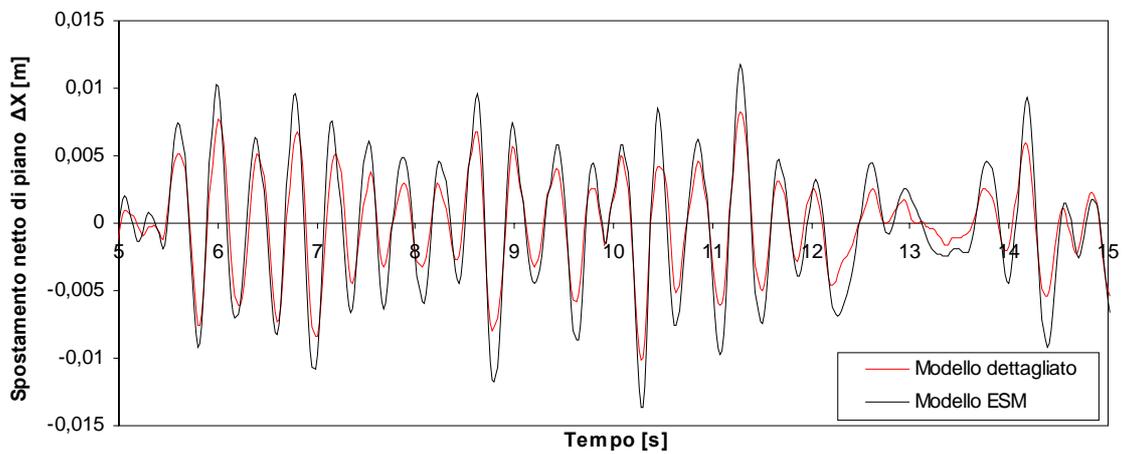
**Figura A3.20** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 4 (  $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE



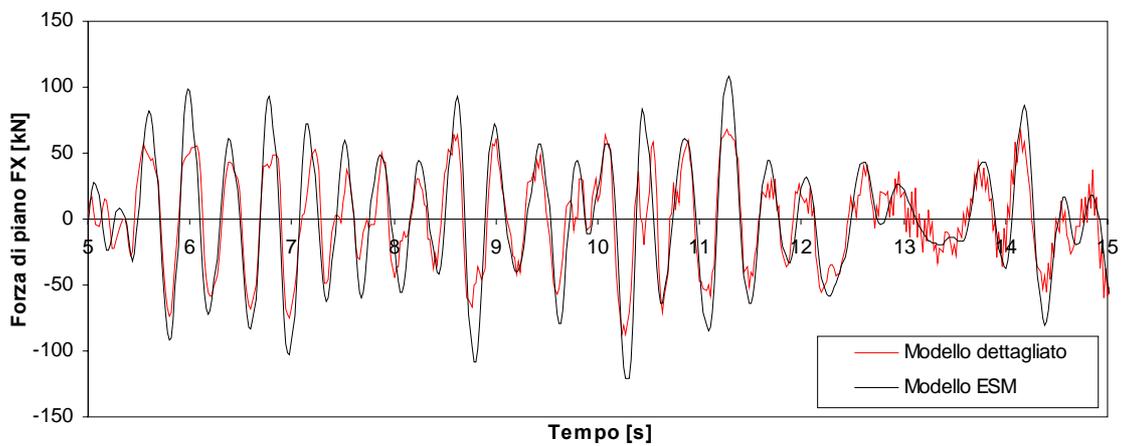
**Figura A3.21** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 4 (  $SF=0.85$ ) per legge isteretica TLE



**Figura A3.22** - Grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO



**Figura A3.23** - Particolare grafico spostamento netto di piano - Tempo per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO



**Figura A3.24** - Grafico Forza di piano - Tempo per l'Input 4 ( SF=0.85) per legge isteretica TLPO