Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Scuola di Dottorato in Scienze Economiche e Statistiche
Dottorato di ricerca in

Metodologia Statistica per la Ricerca Scientifica
XXV ciclo

Modelli Gravitazionali per l'analisi del Commercio Internazionale

Rodolfo Metulini

Dipartimento di Scienze Statistiche "Paolo Fortunati"

Gennaio 2013

Alma Mater Studiorum - Università di Bologna

Scuola di Dottorato in Scienze Economiche e Statistiche
Dottorato di ricerca in

Metodologia Statistica per la Ricerca Scientifica
XXV ciclo

Modelli Gravitazionali per l'analisi del Commercio Internazionale

Rodolfo Metulini

Coordinatore:
Prof.ssa Angela Montanari

Tutor:
Prof.ssa Rosa Bernardini - Papalia

Settore Disciplinare: SECS-S/03
Settore Concorsuale: 13/D2

Dipartimento di Scienze Statistiche "Paolo Fortunati"
Gennaio 2013

Rodolfo Metulini
Dipartimento di Scienze Statistiche
Alma Mater Studiorum - Universita' di Bologna

Modelli Gravitazionali per l'analisi del Commercio Internazionale

ABSTRACT - Versione italiana

Il modello gravitazionale e' ormai diventato un *cavallo da battaglia* in economia internazionle ed e' comunemente utilizzato nella determinazione dei flussi commerciali. Recentemente, molti studi hanno mostrato l'importanza della dipendenza spaziale, che va' a considerare quegli effetti dovuti al cosiddetto *third country*. Inrervengono a questo scopo la modellistica e le tecniche di stima di Econometria Spaziale. Verra' fatto uso di tali tecniche allo scopo di stimare con un modello gravitazionale spaziale il commercio internazionale tra paesi dell'OCSE per un panel di 22 anni. L'obiettivo e' quindi duplice: da un lato, si andra' ad applicare le piu' moderne tecniche di Econometria Spaziale, in un campo in cui tali contributi scarseggiano. Dall'altro lato,verra' fornita una interpretazione del comportamento del commercio internazionale tra paesi dell'OCSE, approfondendo gli aspetti relativi all'effetto del *third country* e del fenomeno migratorio. Inoltre , viene proposta un'analisi che ha lo scopo di validare l'ipotesi di omissione della distanza dal modello gravitazione strutturale.

Spatial Gravity Models for International Trade Analysis

ABSTRACT - English version

The Gravity Model is the *workhorse for empirical studies* in International Economies and it is commonly used in explaining the trade flow between countries. Recently, several studies have showed the importance of taking into account the spatial effect. Spatial Econometric techniques meet this matter, proposing the specification of a set of models and estimators. We will make use of these Spatial Econometric techniques in order to estimate a Spatial Gravity of Trade for a 22-year-long panel of the OECD countries. The aim, therefore, is

twofold: on one hand, we are going to use the newest Spatial Econometric techniques in a field where they aren't widely applicated. On the other hand, we provide an updated interpretation of the behaviour of the International Trade in an OECD context, going deeply on the explanation of the spatial spillover effect due to the third country dependence, and of the migratory phenomenon. Moreover, we propose an economically-based analysis whose aim is to avoid the use of the *distance* variable in the Gravity Model. The empirical results confirm the importance of taking into account the spatial dependence and they allow us to estimate the model wirhout the *distance*, if properly replaced by a set of fixed effects.

Indice

1 Introduzione **7**

2 La teoria del modello gravitazionale **11**
- 2.1 Introduzione 11
- 2.2 La derivazione del modello 13
- 2.3 Cenni su ulteriori evoluzioni del modello 25
- 2.4 Bibliografia 27

3 Modello gravitazionale e metodi **30**
- 3.1 Modellistica 30
  - 3.1.1 Modelli per dati sezionali 32
  - 3.1.2 Modelli per dati longitudinali 35
  - 3.1.3 Modelli con eterogeneita' tra coppie di paesi 37
  - 3.1.4 Modelli dinamici 41
- 3.2 Metodi di stima 41
  - 3.2.1 Metodi per dati sezionali 41
  - 3.2.2 Metodi per dati longitudinali 43
  - 3.2.3 Metodi di stima per modelli ad effetti fissi 44
  - 3.2.4 Test diagnostici per la scelta del modello 45
  - 3.2.5 Metodi di stima per modelli dinamici 48
- 3.3 Bibliografia 52

4 Modello gravitazionale spaziale **53**
- 4.1 Introduzione alla componente spaziale 53
- 4.2 Modelli spaziali gravitazionali 56
  - 4.2.1 Modelli per dati sezionali 56
  - 4.2.2 Modelli per dati longitudinali 61
- 4.3 Metodi di stima per il modello spaziale 62
  - 4.3.1 Stima di massima verosimilianza concentrata 62
  - 4.3.2 Lo stimatore IV/GMM 68
  - 4.3.3 Ulteriori approcci 76

4.4 Bibliografia 79
4.5 Appendice 83

5 Dati, misure ed analisi esplorative **84**
5.1 Motivazioni 84
5.2 Specificazione Economica ed Econometrica 89
5.3 Un'applicazione su un panel di paesi OCSE 96
5.3.1 Risultati 99
5.3.2 Conclusioni 100
5.4 Un'analisi strutturale del modello 101
5.4.1 Derivazione del modello gravitazionale strutturale, delle componenti di *Multilateral resistance* e degli effetti fissi 103
5.4.2 Misura per l'adattamento del modello ad effetti fissi: un'analisi della varianza 106
5.4.3 Misura per l'adattamento del modello ad effetti fissi: test d'ipotesi per media nulla e distribuzione normale . 107
5.4.4 Conclusioni 109
5.5 Bibliografia 111
5.6 Appendice 116

6 Conclusioni **126**

Elenco delle tabelle

5.1 Lista dei paesi OCSE* 117
5.2 Moran I calcolato sulla matrice dei pesi *inverso delle distanze* 118
5.3 Moran I per testare l'effetto spaziale* 119
5.4 Valori del Moran I per gli autovalori generati da procedura *Spatial Filtering* 120
5.5 Test diagnostici per la specificazione del modello SARAR . . . 120
5.6 Test di *Shapiro - Wilk* per distribuzione normale 121
5.7 Test diagnostici sui residui del modello OLS 121
5.8 Risultati stima IV/GMM per il modello SARAR 122
5.9 Risultati dei diversi metodi di stima a confronto 123
5.10 Confronto tra stime IV/GMM dei modelli SARAR con e senza distanza 124

Capitolo 1

Introduzione

Il modello gravitazionale teorizzato da Tinbergen (1962) ha assunto negli ultimi decenni un ruolo fondamentale nello studio dei fenomeni di economia internazionale. Secondo tale modello, i flussi di commercio internazionale dipendono da una forza positiva, rappresentata dall'importanza economica dei due paesi, e da una forza negativa, rappresentata dalla distanza tra gli stessi. Anderson (1979) fu' il primo a dare delle fondamenta di teoria economica a questo modello, seppur basandosi su assunti molto semplificati. Ad una eccellente bonta' di adattamento a livello empirico, si affianco' invece sul finire degli anni ottanta (Bergstrand 85, 89, 90) una teorizzazione economica piu' accurata motivo per cui, attualmente, il modello gravitazione e' quindi considerato dagli studiosi di questo ambito come il *cavallo da battaglia per gli studi di economia internazionale* (Deardoff, 1998).

Tuttavia, di recente le scienze regionali hanno messo in luce, a partire dalla prima legge di Tobler (1970) e con l'avvento della *New Economic Geography* (NEG, Krugman 1990), la presenza di un effetto detto di dipendenza spaziale che la variabile *distanza* e altre variabili ritenute influenti nella scelta dei volumi di scambio di norma utilizzate nel modello gravitazionale (contiguita' geografica, comunanza di lingua e di moneta e presenza di accordi di libero scambio) non riescono a cogliere.

Tale dipendenza spaziale e' dovuta al ruolo del *third country effect*, cioe' al ruolo dei paesi vicini: autori quali Bang (2006), Baltagi (2007, 2008), Bloningen (2007), Hall, Petroulas (2008) evidenziano empiricamente l'importanza di considerare l'influsso che i paesi vicini alla coppia hanno nella determinazione dei volumi di scambio della coppia stessa. Infatti, teorie riguardanti i fattori di localizzazione (*locational factors*) determinano un fenomeno chiamato *spillover* spaziale: mutamenti nei fattori di localizzazione in un paese sono correlati a cambiamenti nei paesi vicini, quindi, ci si puo' aspettare che, se tali mutamenti determinano cambiamenti nei flussi commerciali del paese stesso, per effetto di *spillover*, questo produrra' dei cambiamenti anche nel flusso di scambi dei paesi vicini.

Tuttavia, Il *third country effect* non si esplica solamente attraverso l'effetto *positivo* dello *spillover*, ma anche attraverso un effetto di persistenza: la scelta di scambiare tra due paesi i e j dipende infatti anche dal costo relativo, cioe' dal costo di scambio tra i e j comparato con il costo tra i e k (dove k e' un vicino di j) (Adam, Cobham, 2007). Quindi, se la coppia di paesi i e j si trova ad avere un paese a loro vicino (k) che incrementa la propria competitivita', il loro volume di scambio diminuira' a scapito di un aumento degli scambi con il paese k. (Kelejian, Tavlas, Petroulas, 2011)

Detto cio', si andranno ad applicare le piu' moderne tecniche di Econometria Spaziale per stimare, attraverso il modello gravitazionale, il flusso di scambi commerciali tra i paesi appartenenti all'OCSE, per un panel di 22 anni, con particolare attenzione al fenomeno del *third country* allo scopo di analizzare l'effetto *spillover* ed evidenziare la teoria dei *fattori di locazione*, analizzando inoltre l'effetto persistenza e l'effetto sul commercio degli *stock* migratori teorizzato da Gould (1994). Nonostante ci siano diversi lavori che analizzano i flussi di scambi tra paesi dell'OCSE attraverso il modello gravitazionale per dati *panel*, usando effetti fissi piuttosto che effetti casuali, e selezionando differenti variabili esplicative sulla base degli obiettivi dell'analisi (Egger, 2002, 2004, Rose 2000 per menzionarne alcuni), i contributi che considerano l'effetto spaziale sono scarsi (Bang 2006).

La modellizzazione econometrica che risponde alle esigenze di considerari gli aspetti di dipendenza spaziale prevede l'utilizzo dello *spatial autoregressive model* (SAR, Anselin 1988, Le Sage, Pace 2008), che deriva dal considerare la dipendenza spaziale come ad un equilibrio di lungo periodo sottostante il processo spazio-temporale; oppure l'utilizzo dello *spatial error model* (SEM, Anselin 1988, Le Sage, Pace 2008), che e' legato alla presenza di *shocks* casuali o alla presenza di variabili omesse dal modello.

La scelta del modello puo' seguire due differenti approcci. Tradizionalmente, l'approccio *dallo specifico al generale* prende come punto di partenza un modello ridotto, e prevede di aggiungere, se significative, la/le componenti spaziali. Tuttavia, come discusso da Florax, Folmer, Ray (2003) e Erthur, Koch (2007) per menzionarne alcuni, la scelta del modello puo' seguire un approccio inverso, detto *dal generale allo specifico.* Nelle successive analisi si sceglierà' di partire da un modello ridotto per poi aggiungere le componenti significative. Questa scelta e' motivata dal fatto che si e' interessati a valutare l'effetto di talune variabili che rappresentano un aspetto di novita' per il modello gravitazionale spaziale per il commercio internazionale (quale l'effetto migratorio).

Un aspetto che, a monte della precedente analisi, verra' considerato e' quello relativo all'utilizzo o meno della variabile *distanza*. L'utilizzo di tale variabile e' ormai una pratica *standard* negli studi empirici sul commercio internazionale che utilizzano il modello gravitazionale, tuttavia, il suo utilizzo nel contesto di modelli spaziali presenta piu' di una controindicazione: da un lato, la variabile *distanza* e' da molti (Head, Mayer 2002, Martinez-Zarzoso, Suarez-Burguet 2006, Anderson, Van Wincoop 2003) considerata una cattiva *proxy* nella determinazione degli effetti di resistenza allo scambio che il modello teorico identifica con i costi di trasporto T_{ij}. Tale cattiva reputazione e' legata al fatto che la *distanza* soffre di $Missmeasurement$[1]. Inoltre puo' risentire di una inappropriata scelta del *centroide*[2].

Inoltre, il modello spaziale considera la matrice dei pesi calcolata sull'inverso della distanza, il che puo' generare un effetto di collinearita' che determina un incremento degli *standard errors* delle stime.

L'ultima questione che ci si pone avra' dunque a che fare con lo studio della possibilita' di omettere dal modello gravitazionale la variabile *distanza* attraverso un opportuno *set* di effetti fissi. Seguendo il principio adoperato da Anderson, Yotov (2012), si andra' a verificare tale possibilita' basandosi sulla manipolazione del modello gravitazionale teorico derivato da Anderson e Van Wincoop (2003).

I risultati che verrano presentati nell'applicazione empirica evidenziano la presenza di dipendenza spaziale dovuta all'effetto *spillover* del *thirdcountry*, associato alla presenza di un effetto di persistenza. Verranno confermato le nuove teorie secondo le quali la quantita' di immigrati e' positivamente correlata con il commercio internazionale. Per finire, si vedra' che e' possibile omettere la variabile *distanza* dal modello sostituendola con un opportuno *set* di effetti fissi.

La presente tesi si articola nel modo seguente: nel capitolo 2 verra' presentato e derivato il modello gravitazionale con particolare riguardo alla teoria

[1] la distanza non e' una esatta misura dei costi di trasporto, infatti, si pensi al costo di un trasporto via terra e di uno via mare da uno stesso punto di origine ad uno stesso punto di destinazione: la distanza e' la stessa ma i costi sono differenti (Cheng, Wall 2005).

[2] la scelta dei punti nello spazio tra i quali misurare la distanza puo' non rispecchiare la distanza tra i centri economici dei due paesi, nei quali avvengono la maggioranza degli scambi commerciali(Cheng, Wall 2005).

economica sottostante; nel capitolo 3 verranno discussi modelli e metodi di stima per lo studio del commercio internazionale, mentre nel capitolo 4 verranno presentate le tecniche di Econometria Spaziale. Nel capitolo 5 verra' presentata un'analisi applicativa volta a verificare l'effetto della dipendenza spaziale nel commercio tra paesi OCSE e un'analisi sul modello strutturale con la quale ci si prefigge lo scopo di sostituire la variabile *distanza* con un *set* di effetti fissi. Il capitolo 6 presentera' le conclusioni di questo lavoro.

Capitolo 2

La teoria del modello gravitazionale

2.1 Introduzione

Nel 1962 l'economista Jan Tinbergen, vincitore del premio Nobel per l'economia nel 1969, utilizzo' nel campo dell'economia internazionale sue pregresse conoscenze nel campo della Fisica maturate con il Dottorato in Fisica conseguito nel 1929 presso l'Universita' di Leiden (Paesi Bassi), con una tesi dal titolo *Minimum Problems in Physics and Economics* con Paul Ehrenfest come supervisore. Pertanto, non fu' cosi sorprendente che, quando dovette proporre (nel 1962 per l'appunto) un modello econometrico per determinare i flussi di commercio internazionale in assenza di impedimenti commerciali [1] ai suo colleghi dell'istituto olandese della *Netherlands School of Economics* di Rotterdam, ne usci' con l'idea di un modello econometrico formulato sulla falsa riga della legge gravitazionale di Newton, in cui i flussi commerciali sono direttamente connessi alla dimensione economica dei paesi coinvolti, e inversamente proporzionale alla distanza tra di essi.

Tutte le idee semplici e di successo hanno una vita propria, e la loro paternita' puo' essere attribuita a piu' persone. Prima di Tinbergen, Ravenstein (1885) e Zipf (1946) usarono concetti connessi alla gravita' nell'ambito di modelli relativi ai flussi migratori. Indipendentemente da Tinbergen, Poyhonen (1963) pubblico' un articolo in cui utilizzava un simile approccio. Hans Linnemann, allievo di Tinbergen, pubblico' un *follow-up* dello studio dell'economista olandese (Linnemann, 1966) che estese l'analisi e tento' di dare delle basi teoriche a tale modello. Negli anni settanta l'equazione gravitazionale era gia' largamente utilizzata: dalla prima concettualizzazione datata 1962,

[1] Per la definizione di impedimenti commerciali si rimanda al paragrafo 1.2

questa e' stata usata piu' e piu' volte empiricamente allo scopo di analizzare gli scambi tra paesi. E' stata, tra l'altro, definita come il *cavallo di battaglia* per il commercio internazionale oltreche *fatto della vita* in questo campo di ricerca (Deardorff 1998).

Anderson (1979) fu' il primo a formalizzare il modello sulla base degli assunti di teoria microeconomica. Tuttavia, il modello originariamente proposto da Anderson si basa su delle assunzioni che potevano essere ragionevoli a quel tempo, cioe' funzione di utilita' del consumatore di tipo Cobb-Douglas con livello di preferenze omotetico [2], assenza di costi di scambio, concorrenza perfetta in cui ciascun paese produce un unico bene con un prezzo di vendita imposto dal mercato e rendimenti costanti di scala. Per questo motivo, ci fu' un periodo a cavallo tra gli anni 80 e 90 in cui il modello perse parte della sua pÃ¨opolarita' tra gli studiosi di questo campo di ricerca, appunto perche', ad una ottima capacita' predittiva a livello empirico, non era associata una soddisfacente motivazione teorica. Molti studiosi ritenevano che, seppur a livello empirico il modello risultasse solido, c'erano *forti dubbi sulla valenza delle basi teoriche sottostanti* (Deardoff 1984, p.503). Da qui in avanti Bergstand (1985, 1989, 1990) comincio' ad utilizzare concetti che si rifacevano alle teorie di Ricardo e di Heckscher - Ohlin relativa ai costi comparati e all'utilizzo di fattori in eccesso, e successivamente (1989) usando il modello di Helpmann, Krugman (ideato per scambi intra-paese) (Helpman, Krugman, 1985) per scambi tra paesi. Si passo' a considerare nel modello la teoria di Stiglitz-Dixit (1977) relativa a funzioni di utilita' del consumatore che differiscono da quelle di tipo omotetico, e all'assunzione di monopolio competitivo teorizzato da Chamberlin (1936). Inoltre, l'avvento della New Economic Geography (NEG)(Krugman, 1990) porto' a ridiscutere l'effetto della dimensione spaziale, dando rilievo all'aspetto dei costi di scambio (Head, Mayer 2002). Tali assunzioni, successive allo studio di Anderson, derivano da una nuova visione del commercio internazionale non piu' visto come interazione all'interno di un unico mercato mondiale, ma inserito in un sistema a piu' mercati differenti che presentano diversi costi ed opportunita'. In questa struttura di mercato, diversi autori, McCallum (1995) in modo principale, evidenziano come l'effetto dei confini territoriali limiti la propensione al commercio internazionale. Si mostra infatti come, in un'analisi che studia il commercio Canadese e Statunitense, la propensione allo scambio entro la stessa nazione e' molto maggiore a parita' di altre condizioni, e che, quindi, il confine territoriale gioca un ruolo considerevole. Anderson e Van Wincoop

[2] Si dice che un consumatore abbia una preferenza omotetica se le sue preferenze possono essere rappresentate da una funzione di utilita' omotetica, ossia quando l'utilita' data da diverse combinazioni di beni e' invariante

(2003), attraverso la definizione della funzione di utilita' del consumatore di tipo CES (Constant elasticity of Substitution), introducono nel modello delle componenti cosiddette *Multilateral resistance terms* (MRT), che vanno a misurare la propensione al commercio internazionale del paese di origine e del paese di destinazione, in aggiunta al termine di distanza tra paesi, allo scopo di misurare tutte quegli aspetti di resistenza allo scambio che non dipendono dai due paesi in questione ma dal cosiddetto *third-country effect*, cioe' da forze esterne alla coppia.

Dopo aver brevemente presentato lo stato dell'arte relativo al modello gravitazionale per il commercio internazionali, e' opportuno chiarire che tale modello non e' circoscritto a questo unico contesto, ma e', oggigiorno, di ampio utilizzo applicativo in ambiti quali flussi migratori (LeSage, Pace 2008), vendita al dettaglio (Alexander, Rhodes, Myers 2011), pendolarismo (Griffith 2009), e, in particolare, per lo studio dei flussi di citazione dell'attivitÃ brevettuale (Fischer, Griffith 2008, Picci 2010).

Ma, ritornando al commercio internazionale, a cosa si puo' attribuire l'ampia popolarita' e l'ampio utilizzo che il modello gravitazionale si e' meritato nel tempo? La risposta si puo' sintetizzare in tre punti. Per iniziare, il commercio internazionale e' un aspetto chiave in tutte le relazioni economiche, di conseguenza esiste una grossa richiesta di analisi del comportamento di tali flussi. Inoltre, i dati necessari ad ottenere le stime del modello sono di recente facilmente accessibili ad ogni ricercatore. Per ultimo, a livello empirico, si riscontra in un largo numero di applicazioni del modello gravitazionale (Mccallum 1995, Franklen 1997, Rose 2000), che fanno capo ad un insieme di pratiche standard per la costruzione e la stima del modello.

2.2 La derivazione del modello

Il modello economico di Tinbergen, come detto, prende le mosse del modello gravitazionale proposto in fisica da Newton, in quanto mette in relazione il volume di flussi di scambio F_{ij} (nel corrispondente modello di Newton, la forza di gravita') tra due nazioni (le due masse) con la dimensione dei due paesi (le masse) M_i ed M_j e la distanza tra di essi $dist_{ij}$.

Se, da un lato, il modello gravitazionale classico risulta:

$$F_{ij} = \frac{M_i M_j}{dist_{ij}^2}, \tag{2.1}$$

la proposta formulata da Tinbergen non consiste nell'elevare al quadrato la distanza. L'equazione che ne scaturisce e' del tipo:

$$F_{ij} = \frac{M_i M_j}{dist_{ij}.} \tag{2.2}$$

Generalmente, si identificano con il termine *push* la componente di dimensione economica, mentre con il termine *pull* la componente di distanza.

Tale modello, cosi come e' formulato da Tinbergen, non si basa su assunti di teoria economica. Il primo che sia riuscito a generare un modello di questo tipo utilizzando dei concetti di teoria economica e' stato Anderson (1979). Come detto, tali assunti sono molto semplificati e poco coerenti con le teoria moderne. Anderson in una prima istanza assume che la distanza tra paesi (che, come detto, sara' argomento di grande attenzione a partire dagli anni 90 grazie all'avvento della *New Economic Geography*) non apporta nessuna influenza. Assume inoltre che lo scambio avviene tra due paesi che producono ciascuno un unico bene differenziato. Ciascuno dei due paesi produce con tecnologie diverse, attraverso un unico input (il lavoro) e rendimenti di scala costanti. Tale ipotesi di rendimenti di scala costanti fa si che il rapporto tra output e input impiegato sia costante e che la funzione di produzione per il bene x_i e per il bene x_j, nei rispettivi paesi i e j,risulti come segue:

$$x_i = \alpha * l_{x_i} \tag{2.3}$$

$$x_j = \beta * l_{x_j} \tag{2.4}$$

dove l_{x_i} e l_{x_j} rappresentano il lavoro impiegato nella produzione di ciascuno dei due beni.

Si assume inoltre che ciascun mercato si trovi in una condizione di concorrenza perfetta dove il prezzo viene imposto dal mercato stesso.

Dal punto di vista del consumatore, si ipotizza una funzione di preferenza omotetica di tipo Cobb-Douglas in cui le unita' prodotte da diverse imprese sono percepite da ogni consumatore come identiche tra loro.

Le funzioni di utilita' di tipo Cobb-Douglas sono una classe di funzioni di utilita' rappresentabili come

$U : R^N \mapsto R$, dove:

$U(c_1, \ldots, c_N) = \prod_{i=1}^{N} c_i^{\alpha_i}, \quad \alpha_i \geq 0, \; i = 1, \ldots, N$

in cui U indica il livello di utilita' e c_i il consumo del bene $i - esimo$, mentre $\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n$ sono costanti.

Un esempio di funzione di utilita' Cobb-Douglas nel caso di due beni e' dato da:
$U(c_1, c_2) = c_1^s * c_2^{1-s}$

La funzione di Cobb-Douglas non e' altro che un caso particolare della funzione di utilita' di Stone-Geary [3]

Per finire, ultima assunzione e' che non esistono costi aggiuntivi a quello di produzione nel consumo di un bene prodotto nel paese i e consumato nel paese j.

Risulta dunque possibile ricavare il modello cosiddetto *pure expenditure system* in quanto l'unica assunzione e' relativa alla quota di spesa per il bene prodotto all'esterno. Definito con b_i la quota di reddito spesa (uguale per ciascun paese) per il bene del paese $i-esimo$. Il volume di scambio da i a j e' definibile come $X_{ij} = b_i * E_j$, dove E_j e', per l'appunto, il reddito del paese $j-esimo$. Attraverso l'assunzione di equilibrio per cui i redditi pareggiano le vendite (*expenditure share identity*, $Y_i = b_i * \sum_j E_j$), risolvendo l'equazione del vincolo di equilibrio rispetto a b_i e andandola a sostituire nell'equazione che definisce i volumi di scambio, si otterra' la versione del modello gravitazionale derivata da Anderson:

$$X_{ij} = \frac{Y_i * E_j}{\sum_j E_j} \tag{2.5}$$

dove la componente al denominatore e' una costante.

Come si puo' notare, non essendo modellato il costo di trasporto poiche' ritenuto inesistente, l'equazione finale non conterra' tra le sue componenti tale elemento.

A seguito degli interrogativo di Deardoff, e con l'insorgere di una nuova visione dell'economia internazionale che sempre piu' si stava spostando dalla visione neo-classica a quella della New Economic Geography, Bergstand introduce nella derivazione del modello gravitazionale delle assunzioni che si rifanno alle teorie dei costi comparati e dei fattori in eccesso riprendendo il pensiero di Ricardo (1951) e Heckscher - Ohlin (1936).

Rispetto alla derivazione ottenuta da Anderson, in quella che deriva Bergstand, i fattori produttivi sono due, non solo il lavoro ma anche il capitale, e si assume perfetta mobilita' dei fattori produttivi capitale e lavoro. Con perfetta mobilita' si intende che non e' presente alcun tipo di costo da sostenere all'ingresso in un nuovo mercato, sia per quanto riguarda il capitale,

[3]La funzione di utilita' di Stone-Geary prende la forma $U = \prod_i (c_i - \gamma_i)^{\alpha_i}$ dove U e' l'utilita', c_i e' il consumo del bene i, e α e γ sono i parametri. Per $\gamma_i = 0$, la funzione di Stone - Geary si riduce ad un funzione Cobb-Douglas.

sia per quanto riguarda il lavoro. La scelta dello spostamento dei fattori di produzione e' data dalla ricerca dei settori maggiormente remunerativi. Spostando l'ipotesi verso un mercato non perfettamente concorrenziale, il commercio internazionale sara' non nullo, infatti capitale e lavoro continueranno a muoversi da un paese all'altro se i saggi di profitto e i salari sono differenti da un paese all'altro. Le due teorie fondanti di questo fenomeno sono quella dei costi comparati di Ricardo e quella della dotazione di capitale di Heckscher-Ohlin. La prima, e anche, recentemente, maggiormente condivisa per la maggiore adeguatezza a livello empirico, afferma che la base degli scambi internazionali sta nella differenza nelle tecnologie di produzione tra i vari paesi; la seconda afferma invece che la base degli scambi sta' nella differenza tra la dotazione di capitale. Per il modello Ricardiano, nell'ipotesi di un sistema economico composto di due settori, e dove l'unico fattore considerato e' il lavoro, se si suppone di avere un solo fattore produttivo (il lavoro) e due sole merci prodotte in due diversi paesi, avremo due diversi costi unitari di produzione per ogni bene relativamente ai due paesi. Nel caso in cui il primo paese abbia un costo minore per il primo bene e l'altro paese abbia un costo minore per il secondo bene, avverra' una specializzazione, ovvero, il primo paese produrra' solo il primo bene, ed esportera' parte di questo nell'altro paese, che a sua volta produrra' solo il secondo bene, e ne esportera' una parte nel primo paese. Ricardo introduce i costi comparati, nel caso in cui uno dei due paesi abbia un vantaggio in termini di costo unitario di produzione in entrambi i beni; in questo caso esiste ancora interesse allo scambio, ma solo se il rapporto tra i costi di produzione dei due beni e' diverso nei due paesi, e la ragione di scambio internazionale sia compresa tra il rapporto di un paese e quello dell'altro. A queste condizioni il paese che produrra' il dato bene sara' quello con costo comparato inferiore, mentre l'altro paese produrra' il bene rimanente e il commercio internazionale sara' non nullo. Nell'ipotesi di un sistema in cui anche il capitale e' un fattore variabile, Heckscher e Ohlin propongono un modello che spiega l'esistenza di scambi a livello internazionale. In una situazione in cui e' possibile supporre che:

- la produzione avviene a rendimenti di scala costanti e simili per i due paesi presi in considerazione;
- la struttura di domanda e' simile nei de paesi e la funzione di utilita' e' identica per ogni individuo;
- non si verifica l'inversione dell'intensita' fattoriale, ossia il rapporto tra lavoro e capitale per prodotto unitario e' sempre maggiore per uno dei due paesi;

allora il modello di Heckscher e Ohlin (H-O) dimostra che ogni paese esporta il bene per il quale e' necessaria una quantita' unitaria relativamente maggiore del fattore di cui il paese e' piu' abbondante. Bergstand (1989) assume inoltre che ci siano rendimenti crescenti (e non piu' costanti) di scala. In linea con Ohlin (1933) e Graham (1923) che avevano concluso che i rendimenti crescenti di scala potessero essere una motivazione dello scambio internazionale. I rendimenti crescenti si basano sulla possibilita' di attivare un processo produttivo che utilizzi senza sprechi fattori materiali e immateriali, lavoro, capitale e collaborazioni economiche che presentano dei costi fissi, e che permettano un costo variabile unitario inferiore. Un esempio eclatante di rendimenti di scala crescenti e' quello che ha portato le imprese canadesi ad un fitto commercio con il mercato statunitense, instaurando un commercio di libero scambio (*free trade agreement*): Il mercato canadese era troppo piccolo per consentire alle imprese di operare ad un livello minimo di efficienza; allargandosi al mercato USA, e' stato possibile operare in situazione di rendimenti crescenti.

L'assunzione dei rendimenti crescenti trova il suo naturale posizionamento all'interno di una situazione di monopolio competitivo, secondo il quale esistono un numero molto grande di imprese, ciascuna con un unico prodotto differenziato, con liberta' di ingresso e di uscita. Il modello deve le sue basi a Chamberlin (1936). Le caratteristiche strutturali del monopolio competitivo sono:

- ci sono tanti produttori e tanti consumatori nel mercato e nessuno di tali agenti ha completo controllo del mercato;
- non ci sono differenze di prezzo tra prodotti in competizione;
- non ci sono particolari barriere all'entrata e all'uscita del mercato.

Per quanto riguarda il comportamento del consumatore, Bergstand si rifa' alla formulazione di modelli di preferenza che si allontanano da quelli di tipo omotetico. Lancaster (1979) formula il modello nell'assunzione che ogni consumatore abbia una differente preferenza, mentre Dixit, Stiglitz (1977) propendono per una tipologia unica di consumatore, il quale ama scegliere beni diversi.

In condizioni di monopolio competitivo e rendimenti crescenti di scala, una semplice modellizzazione dell'equilibrio (Bergstand, 1985) puo' essere cosi descritta: si supponga, dal lato della domanda, che in ciascuno dei j paesi considerati la funzione di utilita' (CES: constant elasticity of substitution) del consumatore sia costante e che quindi l'elasticita' di sostituzione tra prodotti sia massima. La quantita' domandata e' vincolata dal reddito del consumatore nel paese j, che dipende dai prezzi, che sono calcolati considerando:

- le tariffe;
- i costi di trasporto;
- il tasso di cambio valuta.

Massimizzando la funzione di utilita' sotto il vincolo di reddito e' possibile determinare la quantita' (in condizioni di equilibrio) di beni prodotti in i e domandati dal paese j, che dipende:

- dal reddito in j;
- dai prezzi paricati in i e in j per ogni singolo bene;
- dal coefficiente di elasticita' del consumatore a variazioni di prezzo.

Dal lato dell'offerta, le imprese sono interessate a massimizzare il profitto, che e' dato dalla sommatoria per ciascun bene del prodotto tra prezzo praticato e quantita' venduta di bene, sottratto per il costo da remunerazione del lavoro. Il costo di remunerazione dipende dalla quantita' di lavoro allocata nel paese j, che dipende a sua volta dalla *Constant elasticity of transformation* (CET), che si assume costante (i lavoratori non hanno preferenze nel lavorare in uno o nell'altro paese). Vincolando la funzione di profitto all'equazione che determina la CET, si deriva la quantita' di bene offerta da i per essere esportata in j, che dipendera':

- dal reddito in i;
- dai prezzi praticati in i e in j per ogni singolo prodotto k;
- dal coefficienti di elasticita' della funzione CET.

La quantita' scambiata di merce ottimale e' identificabile eguagliando la quantita' offerta e quella domandata. Tale quantita' dipendera' dalla funzione CET per ogni paese, dai costi di trasporto e dalle tariffe per ogni coppia di paesi.

Rossi, Hansberg (2005) mette in rilievo l'esistenza di *border effect* e di *home market effect*, in un modello che considera come soggetti economici paesi disposti nello spazio. Esso considera i costi di trasporto e gli effetti dati dalle esternalita' (*third country effect*).

Con *border effect* (McCallum, 1995) si intende l'effetto dei confini territoriali geografici e politici sul commercio tra due paesi, che e' spesso negativo poiche' i confini determinano spesso una maggiorazione dei costi necessari allo scambio. Con *home market effect* (Krugman, 1980) si intende l'effetto per cui una industria tende ad operare nel paese nel quale il consumo del bene che produce e' maggiore. Questo fatto e' da attribuirsi ai costi di trasporto e ai rendimenti crescenti di scala, e produce un effetto sul livello di esportazioni che un modello che considera solamente i vantaggi comparati non riesce a rappresentare. Inoltre, secondo Krugman (1991), la distribuzione spaziale delle imprese e' determinata dalla tendenza delle imprese dello stesso settore di situarsi vicine, in modo da:

- offrire ai lavoratori un mercato dove possano investire le proprie abilita' e poter cambiare impiego senza dover cambiare area;
- trarre beneficio nel rifornimento specializzato di input;
- ottenere effetti di *spill-over*.

Il modello di Krugman prevede che nei due paesi considerati ci siano due settori produttivi: agricolo (con rendimenti di scala costanti) e manifatturiero (con rendimenti di scala crescenti). La funzione di utilita' (uguale per ciascun individuo) dipende dalle quantita' consumate in ciascun settore ed e' cosi modellata:
$U = c_M^{\alpha} c_A^{1-\alpha}$
dove μ rappresenta la quota di spesa nel settore manifatturiero, e dove c_M (c_A) e' la somma (pesata per un coefficiente di elasticita' di sostituzione) dei consumi di ciascun singolo bene prodotto nel settore manifatturiero (agricolo). Si considera inoltre il fattore lavoro come completamente mobile tra i due paesi. La domanda totale di lavoro e' data da $M = l_1 + l_2$; la quantita' di lavoro necessaria alla produzione del bene $i - esimo$ e' in relazione con la produzione del bene stesso c_M (per il settore manifatturiero) ed e' data da $l_M = \alpha + \beta c_M$. Krugman assume che i costi di trasporto per i beni del settore agricolo siano nulli mentre quelli del settore manifatturiero seguano un modello di tipo *iceberg cost* (Samuelson, 1952). E' possibile definire con il termine *iceberg cost* la quantita' di prodotto T_{ij} necessaria per garantire l'arrivo di una quantita' di bene in esportazione. In questo caso i costi di trasporto saranno dati da $T_{ij} - 1$ moltiplicato per la quantita' di bene scambiata. Sotto queste assunzioni, ciascuna impresa che produce un differente bene sara' interessata alla massimizzazione del profitto e definira' un prezzo che e' dato da $p_1 = (\frac{\sigma}{\sigma-1})\beta\omega_1$ nel paese 1; $p_2 = (\frac{\sigma}{\sigma-1})\beta\omega_2$ nel paese 2, dove ω_1 (ω_2) rappresenta la quota di reddito dei lavoratori nel paese 1 (2). Da

tale modello di massimizzazione dei profitti segue che $\frac{p_1}{p_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$. In presenza di un'economia a profitto zero, si puo' dire che $(p_1 - \beta\omega_1)x_1 = \alpha\omega_1$, il che implica che la quantita' di output nei due paesi e' la stessa ed e' data da $x_1 = x_2 = \frac{\alpha(\sigma-1)}{\beta}$, che non considera prezzi, domanda relativa e qualsiasi altro fattore che non sia l'elasticita di sostituzione e i parametri che mettono in relazione la quantita' di lavoro necessario e la quantita' di output.

Un ulteriore aspetto che ha rivestito particolare importanza negli ultimi anni sono i *multilateral resistance terms* (MRT), ossia l'effetto di resistenza agli scambi che non sono dovuti alle barriere relative a ciascuna coppia di paesi, ma, piuttosto all'effetto del *third country* ossia, del resto del mercato (mondo). Abram (2007) definisce i *bilateral resistance terms* (BRT)[4] come una dimensione delle barriere allo scambio tra il paese i e il paese j, mentre i *multilateral resistance terms* come le barriere che ciascun paese i e j si trovano ad avere nel commercio con il resto del mondo.

L'introduzione nel modello economico dei *multilateral resistance terms* permette di considerare l'effetto *sostituibilita'* tra scambi di un paese verso un *partner* piuttosto che verso un altro, che mantiene inalterati i flussi totali di scambi internazionali. Esiste quindi un effetto compensazione: variazioni strutturali relative a barriere tra una coppia di paesi che determinano una variazione negli scambi nella coppia, vengono compensate da un aumento degli scambi in altre direzioni. Per capire meglio il concetto si pensi ad una situazione di scambio tra Italia e Francia. Una riduzione nelle barriere allo scambio tra Francia e un terzo paese (per esempio la Gran Bretagna) dovrebbe ridurre l'MRT della Francia. In tale circostanza, i BRT tra Italia e Francia sembrerebbero immutati, ma una diminuzione dei MRT della Francia causa una diminuzione degli scambi tra l'Italia e la Francia a discapito di un aumento degli scambi tra Francia e Gran Bretagna.

Anderson , Yotov (2010) analizzano l'andamento nel tempo del *constructed home bias* (CHB), definito come il rapporto tra il livello previsto di scambi interni al paese e il livello di scambi interni che ci sarebbe in un mercato senza alcun tipo di barriere. Tale valore e' in relazione con i MRT secondo la relazione $CHB_i = (\frac{T_{ii}}{\pi_i P_i})^{1-\sigma}$

Il trend del CHB nel tempo evidenzia un andamento al ribasso che sta'ad indicare che le barriere sono ancora un elemento influente nel commercio. Tuttavia, non e' possibile fare a meno di considerare il termine di MRT nell'analisi degli scambi internazionali.

[4]con BRT si intende un sinonimo delle variabili di tipo 'pull' del modello presentato nella (2.2)

Mostriamo ora, a livello analitico, come Anderson, Van Wincoop (2003) derivano una piu' accurata modellizzazione dell'equazione gravitazionale, che considera (tra le altre cose) i termini di *multilateral resistance*, i costi di *bilateral resistance* e gli effetti appena descritti.

La teoria economica del modello determinato da Anderson, Van Wincoop (2004), si basa sul concetto di *trade separability* e di *General equilibrium theory* [5]

Secondo il concetto di trade separability, ad un livello superiore viene determinata la quota di produzione ed il livello di spesa per ciascun bene in ciascun paese e ad un livello inferiore la domanda e l'offerta (flussi di scambio) tra paesi condizionata al valore di produzione e di spesa determinata al livello superiore.

Primo passo: expenditure share identity

Si mette in relazione il valore dell'esportazione di un singolo bene dalla nazione di origine a quella di destinazione con la spesa del paese di destinazione per quel singolo bene.

$$p_{ij}X_{ij} = share_{ij}E_j \tag{2.6}$$

Dove X_{ij} e' la quantita' esportata del singolo bene dal paese di origine (i) al paese di destinazione (j), p_{ij} e' il prezzo del bene applicato al cliente finale nel paese importatore. E_j e' la spesa totale del paese importatore per il bene in questione e $share_{ij}$ e' la quota del bene importata dal paese esportatore i.

Secondo passo: la funzione di spesa

Secondo la funzione di spesa CES, la quota di spesa di un prodotto in un dato paese esportatore e' funzione del prezzo relativo e del livello di reddito. Per semplicita', tuttavia, in questo passo si assume dipenda unicamente dal prezzo relativo. Assumendo che tutti i beni vengano scambiati, si avra' che:

$share_{ij} = (p_{ij}/P_j)^{1-\sigma}$

dove $P_j = (\sum_{k=1}^{R} n_k(p_{kj})^{1-\sigma})^{(1/(1-\sigma))}$, $\sigma > 1$

in cui, p_{ij}/P_j rappresenta il prezzo reale di p_{ij}.

[5] La *general equilibrium theory* e' una branca della teoria economica rivolta a spiegare il comportamento dell'offerta, della domanda e dei prezzi in un'economia globale in presenza di diversi agenti economici e mercati che interagiscono tra loro, ed e' rivolta a motivare che esiste una condizione di equilibrio, all'opposto del *partial equilibrium*, che analizza un singolo mercato.

P_j e' l'indice di prezzo ideale (ipotesi CES) del paese importatore, sotto l'assunzione che tutti i beni siano scambiati.

R e' il numero di nazioni al quale il paese di destinazione si rivolge per l'acquisto del bene e σ e' l'elasticita' di sostituzione tra varieta' differenti dello stesso bene.

n_k rappresenta il numero di varieta' esportate dalla nazione k. Combinando l'equazione (2.6) con quella relativa alla funzione di spesa, si ottiene:

$$p_{ij}X_{ij} = (p_{ij}/P_j)^{1-\sigma}E_j \tag{2.7}$$

Terzo passo: l'equazione *pass-througt*

Il prezzo di vendita del bene nel paese di destinazione dipende dai costi di produzione, dai costi di scambio, e dal *mark-up* [6] del paese di origine, secondo, per l'appunto, l'equazione *pass-througt*.

Quindi avremo che:

$$p_{ij} = \mu p_i T_{ij} \tag{2.8}$$

Dove p_i e' il prezzo di produzione nella nazione esportatrice, μ e' il mark-up e T_{ij} identifica i costi di scambio. Il parametro di *mark-up* puo' essere impostato pari ad 1, se si assume di essere in una situazione di monopolio competitivo alla Chamberlin

Quarto passo: aggregazione dei diversi beni

Per avere le esportazioni totali di un bene da un paese di origine a quello di destinazione, e' necessario moltiplicare la funzione di spesa del paese importatore per il numero di varieta' equivalenti che la nazione di origine del flusso di scambio puo' offrire. Il valore totale degli scambi e' dato da

$$X_{ij} = n_i share_{ij} E_j \tag{2.9}$$

Combinando l'equazione (2.9) con l'equazione di spesa, avremo che

$$X_{ij} = n_i(p_i T_{ij})^{1-\sigma} E_j/(P_j^{1-\sigma}) \tag{2.10}$$

Quinto passo: *General equilibrium* sulla nazione esportatrice per eliminare il prezzo nominale

[6] il *mark- up* e' il rapporto tra il prezzo di un bene o servizio e il suo costo

Il prezzo di produzione della nazione esportatrice deve essere aggiustato in modo tale che il paese possa vendere tutto il suo output, che sia all'interno o all'estero. Sommando tutti i mercati, otterremo la somma totale delle vendite del bene da parte della nazione esportatrice che e' pari alla domanda del paese importatore. Tale equazione e' detta di *market clearing condition.*

$$Y_i = \sum_{j=1}^{R} X_{ij} \tag{2.11}$$

Andando a riscrivere l'equazione (2.10) sommata per tutti i mercati, andando cioe' ad integrarla con l'equazione (2.11), avremo che:

$$Y_i = n_i p_i^{1-\sigma} \sum_{j=1}^{R} (T_{ij})^{1-\sigma} E_i/(P_i^{1-\sigma}) \tag{2.12}$$

Ora, risolvendo per $n_i p_i^{1-\sigma}$, si otterra' che

$$n_i p_i^{1-\sigma} = Y_i/\pi_i \tag{2.13}$$

dove

$$\pi_i = \sum_{i=1}^{R} (T_i^{1-\sigma} E_i/(P_d^{1-\sigma}) \tag{2.14}$$

Il termine π_i viene definito come il *multilateral resistance* per il paese *reporter*, e puo' essere visto anche come una misura di apertura dei mercati, in quanto misura la propensione della nazione al commercio con l'estero.

Sesto passo: l'equazione gravitazionale

Sostituendo la (2.13) nella (2.12) si ricava una prima formulazione del modello gravitazionale

$$X_{ij} = T_{ij}^{1-\sigma}((Y_i E_j)/(\pi_i P_j^{1-\sigma}) \tag{2.15}$$

L'equazione (2.15) puÃ^2$esseremessainrelazioneconla(2.5), dove, iltermineGdella(2.5)equivalea$
$1\frac{1}{\pi_i \frac{1}{P_j^{1-\sigma}}}$.

I vincoli utilizzati alla determinazione del modello, di:

- budget constraint (uno per ogni destinazione), e
- market clearance condition (uno per ogni paese di origine)

ci permettono di determinare la stima delle componenti incognite di MRT.

$$(\pi_i)^{1-\sigma} = \sum_j (\frac{T_{ij}}{P_j})(\frac{E_j}{Y}) \tag{2.16}$$

$$(P_i)^{1-\sigma} = \sum_i (\frac{T_{ij}}{\pi_j})(\frac{Y_i}{Y}) \tag{2.17}$$

Anderson e Van Wincoop non limitarono la loro analisi alla derivazione dell'equazione (2.15) ma proposero una semplificazione al modello attraverso l'assunzione $\pi_i = P_j^{1-\sigma}$.

Tale assunzione non puo' pero' essere soddisfatta in gran parte delle analisi, in particolare quando si ha a che fare con dati panel.

Poiche' π_i misura il grado di apertura mondiale alle esportazioni, del paese i, e P_j il grado di apertura mondiale del paese j alle importazioni, queste due componenti possono essere connesse quando si assume che ci sia simmetria nei costi di scambio bilaterali. Se un dato paese si trova dislocato in un luogo che ha un dato accesso al mercato, e' verosimile che sia dislocato anche in un luogo in cui gli esportatori trovano egualmente semplice esportare il proprio prodotto.

Tuttavia, l'omissione dei MRT nella formulazione del modello, assunzione di simmetria permettendo, e' suscettibile di obiezioni per il motivo che tali fattori possono mutare nel tempo.

Inoltre, eseguire una modellizzazione senza *multilateral resistance terms* puo' provocare un problema di variabili omesse. Queste variabili mancanti sarebbero correlate con i *bilateral resistance terms* per via della relazione tra *bilateral* e *multilateral resistance terms* (l'effetto compensazione sopra citato).

Riassumendo, riguardo alla specificazione del modello sono state proposte estensioni in linea con lo sviluppo di teorie economiche via via piu' articolate in economia internazionale e coerenti con le evidenze empiriche, passando da una formulazione (quella di Tinbergen) slegata da qualsiasi teoria economica, fino ad abbracciare teorie sia neo - classiche sia della New Economic Geography, e arrivando a definire delle variabili cosidette *strutturali*, ossia motivate appunto dalla teoria economica e ritenute di pratica standard.

L'ultima frontiera riguardante la modellizzazione dell'equazione gravitazionale concerne invece l'analisi del modello strutturale ed e' inerente al lavoro di Anderson e Yotov (2012). In quello che loro definiscono il modello gravitazionale *gold standard*, verificano quanta parte delle componenti strutturali di tipo *size*, congiuntamente ai MRT stimati, possano essere spiegate da un set di effetti fissi. Dai risultati di tali analisi, segue che una possibile modellizzazione dell'equazione gravitazionale permetta di elidere ogni fattore relativo alla dimensione dei paesi, sostituendo tali fattori con degli effetti fissi, riducendo cosi' in maniera considerevole il numero di componenti strutturali del modello definite dalla teoria.

2.3 Cenni su ulteriori evoluzioni del modello

Parallelamente alle evoluzioni del metodo fin qui richiamate, altri due aspetti hanno fatto evolvere la ricerca sulla teoria del modello gravitazionale in direzioni differenti.

La prima motivazione e' data dalla rilevante presenza di *zero flow*, ossia di flussi si scambio pari a zero, dati dal fatto che non tutte le coppie di paesi scambiano beni tra loro, in particolar modo se si tratta di analisi disaggregate per sotto-settore. Helpmann (2008) mette in luce come la quantita' di coppie di paesi che non hanno relazioni di scambio tra loro e' piuttosto elevata, e che, l'aumento (empiricamente emerso) degli scambi internazionali mondiali, e' dovuto negli ultimi anni ad un incremento negli scambi di chi gia' scambiava in passato, piuttosto che da un aumento della percentuale di coppie di paesi che scambiano. La derivazione del modello che considera la componente degli zero flows e' dovuta a Eaton, Kortum (2002) e a Helpmann, Melitz, Robunstein (2008). Tali autori considerano un modello a 2 equazioni, in cui ad un primo passo vengono considerati gli *extensive margin*, ossia viene modellata la decisione di una coppia di scambiare o meno, ad un secondo stadio vengono considerati gli *intensive margin*, ossia la decisione sul volume di scambio. I modelli proposti da tali autori si distinguono dunque da quelli del filone di ricerca di Anderson (1979), Anderson, Van Wincoop (2003) proprio perche' la presenza di *zero flow* necessita di modellare *in primis* la probabilita' di scambio tra coppie di paesi (*extensive margin*)

La seconda motivazione riguarda l'effetto persistenza, che puo' manifestarsi in termini temporali come in termini spaziali.

Quando si parla di effetto persistenza in termini temporali, si fa' riferimento alla teoria *path-dependence*, che evidenza come due paesi, tanto piu' verosimilmente scambiano tra loro beni, quanto piu' lo hanno gia' fatto in passato. Secondo lo studio di Egger, Pfaffermayr (2011) il 66÷ delle coppie di paesi mondiali che effettuavano tra loro scambi tre anni prima, tuttora scambiano tra loro. Tale evidenza empirica e' motivata dal fatto che l'ingresso nel mercato internazionale e con un dato *partner*, necessitano di un costo all'ingresso - i cosidetti *sunk cost* - che portano il dato paese in una situazione di favore nello scambio con il proprio *partner*, rispetto ad un concorrente che non ha in passato sostenuto tali costi. Egger, Pfaffermayr (2011) per l'appunto, derivano un modello a due stadi che considera la teoria *path-dependence* congiuntamente alla teoria degli *zero flow*, consistente con il sopracitata *general equilibrium theory* per entrambi gli *intensive* ed *extensive margins*.

Tale effetto motiva l'introduzione della cosidetta componente dinamica nel modello gravitazionale.

Quando invece si parla di persistenza in termini spaziali, si fa' riferimento all'effetto *spin-off*. Per opera di tale effetto, se la dimensione della domanda di un paese geograficamente vicino al paese *partner* della coppia cresce, allora il flusso di scambi all'interno della coppia diminuira'. Allo stesso modo, il flusso di scambi all'interno della coppia diminuira' anche se cresce la dimensione di un paese vicino al paese *reporter*. Si assistera' dunque ad una redistribuzione dei flussi di scambio tra paesi.

Sono diversi i casi in cui un effetto di *spin-off* si manifest. Uno di questi, per esempio, si realizza quando una data unita' di un'impresa che faceva parte in origine di un certo paese puo' decidere di allocarsi in un diverso paese, producendo una variazione in positivo nella dimensione della domanda del paese che la ospita e una variazione in negativo nella dimensione del paese che la ospitava. Poiche' ogni agente economico determina le sue scelte di scambio in base al costo relativo, che contempla il confronto tra il costo di scambio con un paese piuttosto che con un altro (quindi contempla il *third country effect*), e' verosimile che spostera' parte dei suoi flussi di scambio nel paese dove l'unita' in questione si e' spostata.

2.4 Bibliografia

- Abram C., Cobham D. (2007) Modelling multilateral trade resistance in a gravity model with exchange rate regimes. Centre for dynamic macroeconomic analysis conference papers, CDMC 07/02.

- Alexander N., Rhodes M., Myers H., (2011) A gravitational model of international retail market selection, International Marketing Review, Vol. 28 Iss: 2, pp.183 - 200.

- Anderson J.A. (1979) A Theoretical Foundation for the Gravity Model, The American Economic Review, 69,106-116.

- Anderson J.A., Van Wincoop E. (2003) Gravity with Gravitas: A solution to the Border Puzzleâ American Economic Review 93, 170-192.

- Anderson J.A., Van Wincoop E. (2004) Trade Costs. Journal of economic literature, , 42, 691-751.

- Anderson J.A., Yotov Y.V. (2010) The changing incidence of geography. American Economic Review, vol. 100(5), p.2157-86.

- Anderson J.A., Yotov Y.V. (2012) Gold standard gravity. NBER Working Paper No. 17835 Issued in February 2012.

- Bergstand J.H. (1985) The Gravity Equation and International Trade: Some Microeconomic Foun-dation and Empirical Evidence, this REVIEW 67, 474-481.

- Bergstand J.H. (1989) The Generalized Gravity Equation, Monopolistic Competition, and the Fac-tor- Proportions Theory in International Trade, The Review of Economics and Statistics,71,143-153.

- Bergstand J.H. (1990) The Heckscher-Ohlin-Samuelson Model, The Linder Hypothesis and the Determinants of Bilateral Intra-Industry Trade, The Economic Journal, Vol. 100, No. 403, pp. 1216-1229.

- Chamberlin EH (1936) Monopolistic or Imperfect Competition? The Quarterly Journal of Econom-ics 51(4): 557-580

- Deardroof, A.V. (1984) Testing trade theories and predicting trade flows, Handbook of International Economics, Volume 1, Pages 467â517.

- Deardroof, A.V. (1998) Determinants of Bilateral Trade: Does Gravity Work in a Neoclassical World?, University of Chicago press.

- Dixit, Avinash K.,J.E. Stiglitz. (1977) Monopolistic Competition and Optimum Product Diversity, American Economic Review, 67, 297-308.
- Egger P., Pfaffermayr M. (2011) Structural Estimation of Gravity Models with Market Entry Dynamics, CEPR Discussion Paper No. DP8458.
- Fischer M.M., Griffith D.A. (2008) Modeling spatial autocorrelation in spatial interaction data: An application to patent citation data in the european union , Journal of Regional Science. Vol. 48, Iss. 5, pp. 969â989.
- Griffith Daniel A. (2009) Modeling spatial autocorrelation in spatial interaction data: empirical evidence from 2002 Germany journey-to-work flows. Journal of Geographical Systems Volume 11, 117-140.
- Head K., Mayer T. (2002) Illusory Border Effects Distance mismeasurement inflates estimates of home bias in trade.
- Helpman, E., Krugman, P. (1985) Market Structure and International Trade. MIT Press, Cambridge.
- Helpman E. (1987) Imperfect Competition and International Trade: Evidence from Fourteen Indus-trial Countries. Journal of the Japanese and International Economies, 1, 62-81.
- Hummels D., Levinshon J. (1995) Monopolistic Competition and International Trade: Reinterpreting the Evidence. Quarterly Journal of Economics 110, 799-836.
- Kelejian H.H. et all. (2005) In the neighbourhood: the trade effects of the euro in a spatial framework. BANK OF GREECE, Economic Research Department â Special Studies Division.
- Krugman P.R. (1979) Increasing Returns, Monopolistic Competition, and International Trade, Journal of International Economics, 9,46-79.
- Krugman P. (1980) Scale Economies, Product Differentiation, and the Pattern of Trade, American Economic Review 70, 950-959.
- Krugman P. (1990) Increasing Returns and Economic Geography.

  NBER Working Paper No. 3275
- H Linneman (1966) An econometric study of trade flows, Amsterdam: North-Holland.

- Lancaster K. (1979) Variety, equity, and efficiency: Product variety in an industrial society. Columbia university press (New York).
- LeSage, J. P. and Pace, R. K. (2008) Spatial econometric modeling of origin destination flows. Journal of Regional Science, 48,941-967.
- Martínez-Zarzoso I., Suárez-Burguet C., (2005) Transport costs and trade: Empirical evidence for latinoamerican imports from the european union.
- McCallum J. (1995) National Borders Matter, American Economic Review, 85,615-623.
- Ohlin, Bertil (1933) Interregional and International Trade. Cambridge, Mass.: Harvard Univ. Press.
- Picci L. (2010) The internationalization of inventive activity: A gravity model using patent data, Research Policy. Vol. 39, Iss. 8, Pag. 1070 – 1081.
- Poyhonen, P. (1963) A tentative model for the volume of trade between countries, Weltwirstschafiliches Archiv 90:93-99.
- Ravenstein, E.G. (1885) The laws of migration, Journal of the Statistical Society of London, Vol. 48, pp. 167-235.
- Samuelson P.A. (1952) The Transfer Problem and the Transport Costs: The Terms of Trade when Impediments are Absent, Economic Journals 62, 278-304.
- Tinbergen, J. (1962) Shaping the World Economy: Suggestions for an International Economic Policy, Twentieth Century Fund, New York.
- Zipf G.K. (1946) The P1 P2/D Hypothesis: On the Intercity Movement of Persons, American Sociological Review Vol. 11, pp. 677-686.

Capitolo 3

Modello gravitazionale e metodi

3.1 Modellistica

Il modello gravitazionale e' utilizzato per spiegare le dinamiche dei flussi di scambio commerciale di beni tra un insieme di paesi. Sia che l'anslisi sia relativa ad un unico istante temporale, sia che ci si riferisca ad una serie temporale, la variabile oggetto di studio, ossia i flussi commerciali, non e' relativa al singolo paese, ma ad una coppia di essi: il paese di origine del flusso (*reporter*) e il paese di destinazione del flusso (*partner*). Questo aspetto che caratterizza i flussi di scambio tra paesi mette in rilievo l'esigenza di caratterizzare da un punto di vista della modellistica, le variabili esplicative, oltre che la dipendente.

Si riprenda, solo per un istante, il modello economico di base proposto da Tinbergen, in cui i flussi di scambio tra due paesi dipendono dalla loro dimensione economica e dalla distanza tra essi:

$$Y_{ij} = \frac{X_i X_j}{d_{ij}}$$

.

Pratica comune e' quella di modellare tale equazione come una funzione lineare additiva, applicando a ciascun elemento la trasformazione logaritmica:

$$log Y_{ij} = \beta_1 X_i + \beta_2 X_j + \varphi d_{ij} + \varepsilon_{ij}, ij = 1, ..., n^2, i = 1, ..., n, j = 1, ..., n \quad (3.1)$$

In tale equazione, X_i rappresenta un vettore contenente il logaritmo delle variabili esplicative relative alla dimensione economica[1] del paese *reporter*, mentre il vettore X_j contiene i logaritmi delle medesime variabili ma riferite al paese *partner*. d_{ij}, invece, e' un vettore di variabili relative alla distanza tra i due paesi, che si riferiranno percio' a ciascuna coppia *reporter* - *partner*.

Facendo un breve inciso sulle variabili che vengono comunemente utilizzate come *proxy* del modello, si puo' dire che le esportazioni e gli scambi bilaterali a valori reali sono la variabile dipendente maggiormernte utilizzata per esprimere il valore di scambi commerciali, mentre le importazioni vengono utilizzate piu' raramente.

Dal lato delle variabili esplicative, relativamente alla dimensione economica vengono spesso utilizzati il livello di reddito, la popolazione e il PIL (PIL pro capite se utilizzato come unica variabile esplicativa relativa alla dimensione economica, PIL totale se utilizzato congiuntamente con la popolazione). La distanza, che invece rappresenta tutti i fattori di impedimento allo scambio che determinano un incremento dei costi di trasporto, viene approssimata attraverso la distanza tra la coppia di paesi. Sono state formulate diverse ipotesi riguardo alla determinazione della misura di distanza ottimale, tra cui la distanza geografica tra i centroidi, o tra le capitali, dei due paesi. Altre proposte consistono nel misurare tale distanza direttamente attraverso misure di costi di trasporto, o con misure di similarita' tecnologica.

Altre variabili che vengono abbinate alla distanza nella determinazione dei fattori di impedimento sono la distanza tecnologica, intesa come la differenza nel livello tecnologico tra i due paesi. Inoltre, vengono considerate comunemente delle *dummies* relative all comunanza di lingua, moneta comune, confini in comune, presenza di porti, ed altre *dummies* inerenti l'esistenza di accordi di libero scambio (*Free Trade Agreements*, FTA).

Nelle sezioni che seguono, verranno presentate la modellistica per l'equazione gravitazionale, prima per dati sezionali, poi per dati longitudinali, per finire verranno esposti i modelli con effetti fissi e con effetti casuali.

[1] Si vedra' in seguito che tale dimensione e' di norma misurata tramite popolazione, PIL e altre *proxies*.

3.1.1 Modelli per dati sezionali

Definiamo il modello econometrico per l'equazione gravitazione, per il caso di dati sezionali[2].

Quando si parla di dati sezionali si ha a che fare con un insieme di paesi rilevati in un unico istante di tempo, quindi, il modello econometrico si presenta nella forma di un classico modello di regressione lineare.

$$y_{ij} = \alpha + \beta^o x_i^o + \beta^d x_j^d + \varphi d_{ij} + \varepsilon_{ij}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n \tag{3.2}$$

L'indice $i = 1, ..., n$ e' relativo al paese *reporter*, mentre $j = 1, ..., n$ e' il pedice relativo al paese *partner*. La variabile y_{ij} indica la variabile oggetto di studio; la variabile x_i^o rappresenta la dimensione economica per il paese $i-$esimo; la variabile x_j^d la dimensione economica del paese $j-$esimo. d_{ij} indica invece il termine di distanza tra il paese i e il paese j ed ε_{ij} rappresenta il termine di errore per la coppia ij. Per finire, α e' un termine costante che non varia al variare degli indici i e j.

Tale modello si compone di n^2 equazioni, pari al numero dell'insieme delle coppie di paesi considerati. Per esempio, se si considera un modello per l'interazione tra $n = 2$ paesi, si avra' un sistema in $n^2 = 4$ equazioni, del tipo:

$$y_{11} = \alpha + \beta^o x_1^o + \beta^d x_1^d + \varphi d_{11} + \varepsilon_{11} \tag{3.3}$$
$$y_{12} = \alpha + \beta^o x_1^o + \beta^d x_2^d + \varphi d_{12} + \varepsilon_{12} \tag{3.4}$$
$$y_{21} = \alpha + \beta^o x_2^o + \beta^d x_1^d + \varphi d_{21} + \varepsilon_{21} \tag{3.5}$$
$$y_{22} = \alpha + \beta^o x_2^o + \beta^d x_2^d + \varphi d_{22} + \varepsilon_{22} \tag{3.6}$$

dunque, il valore x_i^o riferito all'$i-$esimo paese, sara' ripetuto n volte, tante quante sono i paesi di destinazione, mentre x_j^d sara' anch'esso ripetuto n volte, ma tante volte quanti sono i paesi di origine.

Andando ad esplicitare in maniera completa il modello, supponendo di avere piu' di una esplicativa riferita alla dimensione economica del paese *reporter* e piu' di una variabile riferita alla dimensione economica del paese *partner*, nonche' piu' di una variabile relative alla distanza, dovremo scrivere:

$\mathrm{y}_{ij} = \alpha + \beta_1^o x_{1i}^o + ... + \beta_{Ko}^o x_{Ko,i}^o + \beta_1^d x_{1j}^d + ... + \beta_{Kd}^d x_{Kd,j}^d + \varphi_1 d_{1ij} + ... + \varphi_{Kod} d_{Kod,ij} + \varepsilon_{ij}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n$

[2]Da qui in avanti si supponga di trattare con un modello in cui le variabili siano espresse in forma logaritmica. Questo ci permette di considerare il modello additivo e lineare nei parametri valido in termini di assunzioni teoriche.

In questa formulazione le variabili esplicative riferite al paese *reporter* formano un vettore di ordine Ko mentre quelle riferite al paese *partner* un vettore di ordine Kd. In genere nel modello vengono considerate le stesse variabili per paese *partner* e *reporter*, per cui $Ko = Kd$, ma cio' non deve necessariamente valere. Inoltre si hanno Kod variabili riferite alle coppie di paesi.

E' possibile sintetizzare l'equazione precedente definendo i seguenti vettori di coefficienti relativi alle variabili di dimensione economica del paese *reporter* (3.7), del paese *partner* (3.8), e relativi alle variabili di distanza (3.9).

$$B^o = [\beta_1^o, ..., \beta_{Ko}^o] \tag{3.7}$$

$$B^d = [\beta_1^d, ..., \beta_{Kd}^d] \tag{3.8}$$

$$\Phi^{od} = [\varphi_1^{od}, ..., \varphi_{Kod}^{od}] \tag{3.9}$$

e definendo, inoltre, i vettori colonna relativi alle variabili del paese *reporter* (3.10), del paese *partner* (3.11), e le variabili relative alla distanza tra coppie (3.12).

$$\mathbf{x}_i^o = [x_{1,i}^o, \hat{a}, x_{Ko,i}^o]' \tag{3.10}$$

$$\mathbf{x}_j^d = [x_{1,j}^d, \hat{a}, x_{Kd,j}^d]' \tag{3.11}$$

$$\mathbf{d}_{ij}^{od} = [d_{1,ij}^{od}, \hat{a}, d_{Kod,ij}^{od}]' \tag{3.12}$$

Sfruttando la definizione di tali vettori il modello puo' essere rappresentato in forma compatta:

$$y_{ij} = \alpha + B^o\mathbf{x}_i^o + B^d\mathbf{x}_j^d + \Phi^{od}d_{ij}^{od} + \varepsilon_{ij}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n \tag{3.13}$$

Se si e' ulteriormente interessati a sintetizzare il modello in forma vettoriale, e' possibile raccogliere gli indici, definendo le seguenti matrici:

$$\mathbf{Y} = [y_{11}, ..., y_{1j}, ..., y_{1n}, ..., y_{i1}, ..., y_{ij}, ..., y_{1n}, ..., y_{n1}, ..., y_{nj}, ..., y_{nn}]^{\hat{a}} (3.14)$$

di dimensione n^2x1 [3];

[3] con il termine xn si intende che la stessa variabile e' ripetuta n volte

$$\mathbf{X}^o = [\mathbf{x}_1^o(xn), ..., \mathbf{x}_i^o(xn), ..., \mathbf{x}_n^o(xn)]' \tag{3.15}$$

di dimensione $n^2 * Ko$, dove ciascuna riga contiene i valori per i Ko regressori di origine per ciascuna coppia ij e ciascuna colonna i valori delle coppie di paesi per ciascun Ko-esimo regressore del paese *reporter*. In ciascuna colonna ciascun valore e' ripetuto n volte (tante quanti sono i paesi *partner* di ciascun paese *reporter*).

$$\mathbf{X}^d = [\mathbf{x}_1^d, ..., \mathbf{x}_j^d, ..., \mathbf{x}_n^d(xn)]' \tag{3.16}$$

di dimensione $n^2 * Kd$, dove ciascuna riga contiene i valori per i Kd regressori di destinazione per ciascuna coppia ij e ciascuna colonna i valori delle coppie di paesi per ciascun Kd-esimo regressore del paese di destinazione. In ciascuna colonna ciascun valore e' ripetuto n volte (tante quanti sono i paesi *reporter* di ciascun paese *partner*).

$$\mathbf{D}^{od} = [\mathbf{d}_{11}^{od}, ..., \mathbf{d}_{1j}^{od}, ..., \mathbf{d}_{1n}^{od}, ..., \mathbf{d}_{i1}^{od}, ..., \mathbf{d}_{ij}^{od}, ..., \mathbf{d}_{in}^{od}, ..., \mathbf{d}_{ni}^{od}, ..., \mathbf{d}_{nj}^{od}, ..., \mathbf{d}_{nn}^{od}]' \tag{3.17}$$

di dimensione $n^2 * Kod$, dove ciascuna riga contiene i valori per i Kod regressori riferiti a ciascuna coppia ij e ciascuna colonna i valori delle coppie di paesi per ciascun Kod-esimo regressore. In questo caso, ciascuna colonna presenta valori differenti, poiche' ci si riferisce a valori di coppia che mutano per ognuna delle n^2 osservazioni.

Il modello ottenuto tramite tali trasformazioni, espresso quindi in forma matriciale, e' cosi rappresentato:

$$\mathbf{Y} = (i_{n^2} \otimes \alpha) + \mathbf{X}^o B^{o'} + \mathbf{X}^d B^{d'} + \mathbf{D}^{od} \Phi^{od'} + E \tag{3.18}$$

dove:

- E e' un vettore di ordine n^2 contenente i residui delle equazioni del sistema;
- i_{n^2} un vettore unitario di ordine n^2;
- $\otimes$ rappresenta il prodotto di kroeneker.

3.1.2 Modelli per dati longitudinali

I modelli per dati longitudinali, a differenza di quelli per dati sezionali, considerano i flussi commerciali tra un insieme di paesi in piu' istanti temporali; si tratta di un *mix* tra modelli di serie storiche (un paese rilevato in diversi istanti temporali) e modelli sezionali (un insieme di paesi rilevati in un unico instante di tempo). Il termine *panel* e *longitudinal* viene spesso usato in modo intercambiabile, sebbene, secondo le definizioni piu' accreditate, *panel* si riferisce a *survey* di paesi rilevati nel tempo mentre il termine *logitudinal* si riferisce all'incrocio tra il modello sezionale e il modello di serie storiche[4].

Dati di questo tipo consentono analisi dei fenomeni maggiormente dettagliate, in quanto non si limitano ad analizzare il comportamento di una coppia di paesi in un istante, ma sono in grado di analizzare i mutamenti che avvengono nel corso del tempo. Sempre piu' spesso analisi che hanno a che fare con i flussi di commercio internazionale utilizzano dati di tipo longitudinale. Tra i vantaggi derivanti dall'utilizzo di dati longitudinali possiamo citare (Hsiao, 2003):

- possibilita' di modellare l'eterogeneita' individuale;
- incremento di efficienza;
- possibilita' maggiori nell'articolazione dei test diagnostici;
- possibilita' di identificare effetti difficilmente rilevabili con un modello per dati sezionali.

L'utilizzo di modelli per dati longitudinali ha anche delle limitazioni, che riguardano (Hsiao, 2003):

- difficolta' nel rilevare i dati: mancata risposta, utilizzo di fonti di rilevazione differenti;
- difficolta' nell'ottenimento di serie storiche abbastanza lunghe da soddisfare le proprieta asintotiche;
- difficolta' nel modellare la dipendenza sezionale.

Sono state proposte diverse alternative per modellare l'equazione gravitazionale per dati longitudinali, che si differenziano rispetto a:

[4] Nel proseguio, non faremo distinzione tra i due termini, che verranno utilizzati indistintamente.

- variazioni dei coefficienti al variare del tempo e delle coppie di paesi;
- variazioni dell'intercetta (α) al variare del tempo e delle coppie di paesi.

Si supponga che il modello presenti un unico termine costante uguale per ogni unita' (α) e coefficienti di regressione che non variano al variare delle coppie di paesi (ij) e al variare del tempo (t). Tale modello e' detto modello *pooled*, ed equivale al considerare tutti i dati a disposizione come se non si tenesse conto dell'istante temporale in cui sono rilevati.

Per il momento, si presenta il caso piu' semplice, ossia un *pooled* con residui incorrelati:

$$y_{ij,t} = \alpha + B^o \mathbf{x}^o_{i,t} + B^d \mathbf{x}^d_{j,t} + \Phi^{od} d^{od}_{ij,t} + \varepsilon_{ij,t}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \quad (3.19)$$

dove:

$$\mathbf{x}^o_{i,t} = [x^o_{1,it}, \hat{a}, x^o_{Ko,it}]' \quad (3.20)$$

$$\mathbf{x}^d_{j,t} = [x^d_{1,jt}, \hat{a}, x^d_{Kd,jt}]' \quad (3.21)$$

$$\mathbf{d}^{od}_{ij,t} = [d^{od}_{1,ijt}, \hat{a}, d^{od}_{Kod,ijt}]' \quad (3.22)$$

E, in forma matriciale, come per il modello sezionale:

$$\mathbf{Y} = (i_{n^2T} \otimes \alpha) + \mathbf{X}^o B^{o'} + \mathbf{X}^d B^{d'} + \mathbf{D}^{od} \Phi^{od'} + E \quad (3.23)$$

ma dove gli elementi che lo compongono sono ora cosi' strutturati:

$\mathbf{Y}$=[y$_{111}, ..., y_{1j1}, ..., y_{1n1}, ..., y_{i11}, ..., y_{ij1}, ..., y_{in1}, ..., y_{n11}, ..., y_{nj1}, ..., y_{nn1}, ..., y_{112}, ..., y_{1j2}, ..., y_{1n2}, ..., y_{i12}, ..., y_{ij2}, ..., y_{in2}, ..., y_{n12}, ..., y_{nj2}, ..., y_{nn2}, ..., y_{11T}, ..., y_{1jT}, ..., y_{1nT}, ..., y_{i1T}, ..., y_{ijT}, ..., y_{inT}, ..., y_{n1T}, ..., y_{njT}, ..., y_{nnT}]\hat{a}$

di dimensione $n^2T * 1$;

$\mathbf{X}^o = [\mathbf{x}^o_{11}(xn), ..., \mathbf{x}^o_{i1}(xn), ..., \mathbf{x}^O_{n1}(xn), ..., \mathbf{x}^o_{12}(xn), ..., \mathbf{x}^o_{i2}, (xn), ..., \mathbf{x}^o_{n2}(xn), ..., \mathbf{x}^o_{1T}(xn), ..., \mathbf{x}^o_{iT}(xn), ..., \mathbf{x}^o_{nT}(xn)]'$

di dimensione $n^2T * Ko$;

$\mathbf{X}^d = [\mathbf{x}^d_{11}, ..., \mathbf{x}^d_{j1}, ..., \mathbf{x}^d_{n1}(xn), ..., \mathbf{x}^d_{12}, ..., \mathbf{x}^d_{j2}, ..., \mathbf{x}^d_{n2}(xn), ..., \mathbf{x}^d_{1T}, ..., \mathbf{x}^d_{jT}, ..., \mathbf{x}^d_{nT}(xn)]'$

di dimensione $n^2T * Kd$;

$\mathbf{D}^{od} = [\mathbf{d}^{od}_{111}, ..., \mathbf{d}^{od}_{1j1}, ..., \mathbf{d}^{od}_{1n1}, ..., \mathbf{d}^{od}_{i11}, ..., \mathbf{d}^{od}_{ij1}, ..., \mathbf{d}^{od}_{in1}, ..., \mathbf{d}^{od}_{n11}, ..., \mathbf{d}^{od}_{nj1}, ..., \mathbf{d}^{od}_{nn1}$
$, ..., \mathbf{d}^{od}_{112}, ..., \mathbf{d}^{od}_{1j2}, ..., \mathbf{d}^{od}_{1n2}, ..., \mathbf{d}^{od}_{i12}, ..., \mathbf{d}^{od}_{ij2}, ..., \mathbf{d}^{od}_{in2}, ..., \mathbf{d}^{od}_{n12}, ..., \mathbf{d}^{od}_{nj2}, ..., \mathbf{d}^{od}_{nn2}, ..., \mathbf{d}^{od}_{11T},$
$..., \mathbf{d}^{od}_{1jT}, ..., \mathbf{d}^{od}_{1nT}, ..., \mathbf{d}^{od}_{i1T}, ..., \mathbf{d}^{od}_{ijT}, ..., \mathbf{d}^{od}_{inT}, ..., \mathbf{d}^{od}_{n1T}, ..., \mathbf{d}^{od}_{njT}, ..., \mathbf{d}^{od}_{nnT}]'$

di dimensione $n^2T * Kod$, ed E e' un vettore di ordine n^2T.

3.1.3 Modelli con eterogeneita' tra coppie di paesi

Quello che e' stato presentato nel paragrafo precedente e' un modello *pooled*, che non considera in nessun modo l'eterogeneita' individuale e spaziale, poiche', come detto, i coefficienti non variano.

Si va ora ad analizzare come e' possibile sfruttare l'informazione longitudinale allo scopo di considerare l'eterogeneita', andando a presentare modellizzazioni alternative, che possono essere cosi' classificate:

- Modello senza restrizioni.
- Modello temporale ripetuto nello spazio (TS).
- Modello sezionale ripetuto nel tempo (CS).
- Modello pooled (PCS).
- Modello ad effetti fissi individuali per coppia di paesi (FE).
- Modello ad effetti fissi individuali per coppia di paesi con ipotesi di simmetria (SFE).
- Modello ad effetti fissi individuali per paese *reporter* e per paese *partner* (XFE).

Nel modello generale senza restrizioni, il flusso di scambi tra i e j puo' essere caratterizzato tramite un'equazione in cui ogni coppia di paesi e ogni tempo hanno propri specifici coefficienti, e dove la costante e' anch'essa specifica per ogni coppia e per ogni tempo:

$$y_{ijt} = \alpha + \alpha_t + \alpha_{ij} + B^o_{ijt}\mathbf{x}^o_{it} + B^d_{ijt}\mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od}_{ijt}d^{od}_{ijt} + \varepsilon_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{3.24}$$

dove α_t e α_{ij} sono le componentri specifiche per il tempo t e per la coppia ij, e il pedice ijt relativo ai coefficienti sta ad indicare che sono specifici per ogni istante temporale e coppia.

Il modello appena presentato, non ristretto, non e' stimabile utilizzando le tecniche di stima tradizionale, poiche' il numero di parametri eccede il numero di osservazioni.

Il modello TS (modello temporale ripetuto nello spazio), in cui vengono imposte le seguenti restrizioni sui parametri:

$$\begin{aligned}
\alpha_t &= 0 \\
\alpha_{ij} &= 0 \\
B^o_{ijt} &= B^o_{ij} \\
B^d_{ijt} &= B^d_{ij} \\
\Phi^{od}_{ijt} &= \Phi^{od}_{ij}
\end{aligned}$$

assume la forma:

$$y_{ijt} = \alpha + B^o_{ij}\mathbf{x}^o_{it} + B^d_{ij}\mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od}_{ij} d^{od}_{ijt} + \varepsilon_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{3.25}$$

Poiche' i coefficienti del modello sono varianti unicamente tra coppie di paesi, questo modello, assumendo l'indipendenza dei residui, e' equivalente ad avere singoli modelli per ciascuna coppia, tra loro indipendenti.

Una diversa scelta sulla restrizione del modello porta ad ottenere il CS (modello sezionale ripetuto nel tempo), che impone delle restrizioni sui parametri relativi alla costante e ai parametri, nello specifico:

$$\begin{aligned}
\alpha_t &= 0 \\
\alpha_{ij} &= 0 \\
B^o_{ijt} &= B^o_{t} \\
B^d_{ijt} &= B^d_{t} \\
\Phi^{od}_{ijt} &= \Phi^{od}_{t}
\end{aligned}$$

ed assume la forma:

$$y_{ijt} = \alpha + B^o_{t}\mathbf{x}^o_{it} + B^d_{t}\mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od}_{t} d^{od}_{ijt} + \varepsilon_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{3.26}$$

Poiche' i coefficienti del modello sono varianti unicamente nel tempo, questo modello, assumendo l'indipendenza dei residui, e' equivalente ad avere singoli modelli per ciascuno dei T tempi, tra loro indipendenti.

Un'ulteriore restrizione del modello porta ad ottenere il PCS (modello *pooled*), che si basa sull'assunzione che tutti i coefficienti siano invarianti nel tempo e nello spazio.

$$\begin{aligned} B^o_{ijt} &= B^o \\ B^d_{ijt} &= B^d \\ \Phi^{od}_{ijt} &= \Phi^{od} \end{aligned}$$

Poiche' tale modello non considera la variabilita' tra coppie di paesi e tra diversi istanti temporali una soluzione ampiamente adottata consiste nell'introduzione di parametri detti effetti fissi, specifici per coppia di paese.

Il modello FE non e' altro che il modello *pooled* con l'aggiunta di specifici coefficienti (gli effetti fissi) ed e' cosi definito:

$$y_{ijt} = \alpha + \alpha_{ij} + B^o \mathbf{x}^o_{it} + B^d \mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od} d^{od}_{ijt} + \varepsilon_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{3.27}$$

Questo modello, anche detto ad effetti fissi ad una via, assume che la componente α_{ij} possa essere correlata con le variabili esplicative.

Modelli alternativi ad effetti fissi si basano sull'assunzione di simmetria tra i e j. ($\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$).

Una specificazione alternativa degli effetti fissi si basa sulla considerazione che l'effetto non sia specifico della coppia, ma specifico di ciascun paese *reporter* e di ciascun paese *partner*. In tal caso avremo θ_i e θ_j al posto di α_{ij}.

$$y_{ijt} = \alpha + \theta_i + \theta_j + B^o \mathbf{x}^o_{it} + B^d \mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od} d^{od}_{ijt} + \varepsilon_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \tag{3.28}$$

Finora si e' discusso di effetti fissi, tuttavia la letteratura presenta modelli ad effetti casuali come alternativa agli effetti fissi, che pero', generalmente, nelle analisi sui volumi di scambio internazionale mediante modello gravitazionale vengono *scartati* in favore degli effetti fissi.

Nonostante l'utilizzo degli effetti fissi preveda l'introduzione nel modello di n parametri per il paese di origine, ulteriori n parametri per il paese di destinazione, e t parametri per gli anni che possono generare problemi in fase di identificazione delle stime del modello, ci sono motivi che portano alla preferenza della specificazione con effetti fissi rispetto a quella con effetti casuali. In sintesi:

- per il modello ad effetti casuali e' richiesta l'ipotesi di indipendenza tra effetti casuali e il termine di errore. Questa assunzione e' difficilmente verificata a livello empirico in un contesto di modelli gravitazionali poiche' si ha a che fare con un grosso numero di variabili; i modelli ad effetti fissi non richiedono tale assunzione;

- lavori recenti (Elhorst, 2011) mostrano come l'utilizzo degli effetti casuali e' giustificabile nel caso di dati campionari, mentre, se si ha a che fare con intere popolazioni come nel caso delle applicazioni sul commercio internazionale, gli effetti fissi sono da preferire.

Viene presentato, tuttavia, anche l'approccio appena richiamato, sebbene meno frequentemente utilizzato. Questa tipologia di modelli e' nata con lo scopo di evitare l'eccessiva parametrizzazione dovuta agli effetti fissi. In questa formulazione gli effetti casuali μ_{ij} sono assunti come componenti casuali con distribuzione $\mu_{ij} \sim IID(0, \sigma_\mu^2)$ e indipendenti dalla componente di errore v_{ijt}. Il modello ad effetti casuali e' una specificazione appropriata quando i soggetti del nostro modelli non sono l'intera popolazione, ma un campione di essa estratto casualmente.

$$y_{ijt} = \alpha + \mu_{ij} + B^o \mathbf{x}_{it}^o + B^d \mathbf{x}_{jt}^d + \Phi^{od} d_{ijt}^{od} + u_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T; \quad (3.29)$$

$$u_{ijt} = v_{ijt} + \mu_{ij} \quad (3.30)$$

dove

$$\begin{gathered} \mu_{ij} \sim N(0, \sigma_\mu^2) \\ u_{ijt} \sim N(0, \sigma_u^2) \\ \mu_{ij} \perp u_{ijt} \end{gathered}$$

La varianza complessiva di questo modello e' pari a $var(u_{ijt}) = \sigma_\mu^2 + \sigma_u^2$

mentre la covarianza e' cosi definita:

$$
\begin{aligned}
cov(u_{ijt}, u_{hks}) &= \sigma_\mu^2 + \sigma_v^2; \forall ij = hk, t = s && (3.31)\\
cov(u_{ijt}, u_{hks}) &= \sigma_\mu^2; ij = hk, \forall t \neq s && (3.32)
\end{aligned}
$$

3.1.4 Modelli dinamici

Recentemente sta' assumendo un ruolo di fondamentale interesse la componente dinamica nel modello gravitazionale. Egger, Pfaffermayr (2011) offrono una motivazione teorica introducendo il concetto di *path-dependance* (discusso nel capitolo 2) come rilevante sia nella scelta di scambiare (*extensive margin*) che nella scelta della quantita' di merce da scambiare (*intensive margin*) tra paesi. Secondo tale concetto, gli sforzi economici che le imprese facenti parti di un dato paese compiono per aprirsi al mercato estero in un dato periodo (i cosidetti *sunk costs*), fanno si che nei periodi successivi, tali imprese avranno flussi di scambio con l'estero in quanto avvantaggiate rispetto alla concorrenza che non ha ancora sostenuto i *sunk costs*.

Alla motivazione teorica si unisce la motivazione empirica, infatti, Bun e Klaasen (2002), De Benedictis and Vicarelli (2005) and Fidrmuc (2009) trovano un'ampia persistenza negli scambi tra il tempo t e il tempo $t-1$, ed una conseguente significativita' del parametro relativo alla componente dinamica.

Se prendiamo come punto di riferimento il modello FE riportato in equazione (3.27), il modello dinamico per dati longitudinali aggiunge a tale modello la componente $\delta y_{ij,t-1}$, in cui δ e' uno scalare e $y_{ij,t-1}$ e' un vettore di dimensione $n^2(T-1)$ rappresentante la variabile dipendente ritardata di un tempo.

$$
y_{ij,t} = \alpha_{ij} + \delta y_{ij,t-1} + B^o \mathbf{x}_{i,t}^o + B^d \mathbf{x}_{j,t}^d + \Phi^{od} d_{ij,t}^{od} + \varepsilon_{ij,t}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T \quad (3.33)
$$

La componente dinamica introduce due diversi tipi di persistenza, una e' data dall'autocorrelazione tra se' stessa e la variabile dipendente, l'altra e' data dalla correlazione con gli effetti individuali, infatti, se $y_{ij,t}$ e' funzione di α_{ij}, allora anche $y_{ij,t-1}$ sara' funzione di α_{ij}.

3.2 Metodi di stima

3.2.1 Metodi per dati sezionali

Si riprendiamo il modello (3.13), e si definisca:

$$\theta = [\alpha, B^o, B^d, \Phi^{od}], \tag{3.34}$$

vettore riga delle stime dei parametri di ordine $1 + Kod + Ko + Kd$, e

$$\mathbf{z}_{ij} = [1, \mathbf{x}_i^{o'}, \mathbf{x}_j^{d'}, \mathbf{d}_{ij}^{od'}], \tag{3.35}$$

vettore riga che definisce il valore della coppia ij di ogni singola variabile esplicativa del modello, di ordine anch'essa $1 + Kod + Ko + Kd$.

Se le classiche assunzioni sul modello di regressione valgono anche nel caso del modello gravitazionale per flussi di scambio internazionale:

- natura stocastica dei parametri: i parametri α, B^o, B^d, Φ^{od} e ε_{ij} sono incogniti e non deterministici, bensi' stocastici;

- le variabili esplicative relative alla dimensione economica e alla distanza ($\mathbf{x}_i^o$, $\mathbf{x}_j^d$,d_{ij}^{od}), nonche' la variabile dipendente y_{ij}, sono componenti deterministiche note;

- si assume indipendenza tra i residui (ε_{ij}) e le variabili esplicative del modello:
  $x_{ko,i}^o \perp \varepsilon_{ij}; \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n; \forall ko = 1, ..., Ko$
  $x_{kd,i}^d \perp \varepsilon_{ij}; \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n; \forall kd = 1, ..., Kd$
  $d_{kod,ij}^{od} \perp \varepsilon_{ij}; \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n; \forall kod = 1, ..., Kod;$

- i residui si distribuiscono come una normale a media nulla e varianza omoschedastica:
  $\varepsilon_{ij} \sim N(0, \sigma^2); \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n$
  $cov(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{hk}) = 0; \forall i \neq h; \forall j \neq k;$

allora il modello per dati sezionali puo' essere stimato attraverso procedura dei minimi quadrati ordinari (*ordinary least squares*, OLS) e la stima dei parametri e' data dalla formula:

$$\widehat{\theta} = (\frac{1}{n^2} \sum_{ij=1}^{n^2} \mathbf{z}_{ij} \mathbf{z}_{ij}^{'})^{-1} \frac{1}{n^2} \sum_{ij=1}^{n^2} \mathbf{z}_{ij} y_{ij} \tag{3.36}$$

Se invece non si puo' assumere che i residui siano tra loro incorrelati, cioe' che $cov(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{hk}) \neq 0; \forall i \neq h; \forall j \neq k$, allora la precedura OLS diventa distorta e si utilizza lo stimatore dei minimi quadrati generalizzati (*generalized least squares*, GLS).

$$\widehat{\theta}_{GLS} = (\frac{1}{n^2}\sum_{ij=1}^{n^2} \mathbf{z}_{ij}\sigma_{ij}^{-1}\mathbf{z}_{ij}^{'})^{-1}\frac{1}{n^2}\sum_{ij=1}^{n^2} \mathbf{z}_{ij}\sigma_{ij}^{-1}y_{ij} \tag{3.37}$$

Dove σ_{ij} e' lo scarto relativo alla componente ij della matrice dell'equazione (3.36).

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1\sigma_1 & \sigma_1\sigma_2 & \sigma_1\sigma_3 & ... & \sigma_1\sigma_{n^2} \\ \sigma_2\sigma_1 & ... & ... & ... & ... \\ \sigma_3\sigma_1 & ... & \sigma_{ij}\sigma_{ij} & ... & \sigma_{ij}\sigma_{n^2} \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ \sigma_{n^2}\sigma_1 & ... & \sigma_{n^2}\sigma_{ij} & ... & \sigma_{n^2}\sigma_{n^2} \end{pmatrix} \tag{3.38}$$

3.2.2 Metodi per dati longitudinali

Si ipotizzi di avere a che fare col modello in equazione (3.19) in cui si considerano tutte le unita' come se appartenessero ad un unico luogo e ad un unico istnte temporale. Se le ipotesi formulate nel paragrafo precedente sono ancora valide, ossia:

- si assume indipendenza tra i residui (ε_{ij}) e le variabili esplicative del modello.

  $x^o_{ko,it} \perp \varepsilon_{ijt}; \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n; \forall t = 1, ..., T; \forall ko = 1, ..., Ko$

  $x^d_{kd,it} \perp \varepsilon_{ijt}; = 1, ..., n; = 1, ..., n; \forall t = 1, ..., T; \forall kd = 1, ..., Kd$

  $d^{od}_{kod,ijt} \perp \varepsilon_{ijt}; \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n; \forall t = 1, ..., T; \forall kod = 1, ..., Kod;$

- i residui si distribuiscono come una normale a media nulla e nell'ipotesi di omoschedasticita' della varianza:

  $\varepsilon_{ijt} \sim N(0, \sigma^2); \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n; \forall t = 1, ..., T$

  $cov(\varepsilon_{ijt}, \varepsilon_{hks}) = 0; \forall i \neq h; \forall j \neq k; \forall t \neq s;$

  allora tale modello puo' essere stimato tramite un OLS.

Definendo il vettore riga di ordine $1 + Kod + Ko + Kd$ che contiene i valori della coppia ij di ogni singola variabile esplicativa del modello:

$$\mathbf{z}_{ijt} = [1, \mathbf{x}^{o'}_{it}, \mathbf{x}^{d'}_{jt}, \mathbf{d}^{od'}_{ijt}] \tag{3.39}$$

l'equazione che definisce lo stimatore OLS per i parametri del modello longitudinale *pooled* sara':

$$\widehat{\theta} = (\frac{1}{n^2T}\sum_{ijt=1}^{n^2T}\mathbf{z}_{ijt}\mathbf{z}_{ijt}^{'})^{-1}\frac{1}{n^2T}\sum_{ijt=1}^{n^2T}\mathbf{z}_{ijt}y_{ijt} \tag{3.40}$$

Allo stesso modo, se viene a mancare l'ipotesi di incorrelazione tra i residui, lo stimatore adeguato e' il GLS.

Poiche', come detto, l'utilizzo di un modello *pooled* considera ciascuna unita' come se appartenesse ad un unico indistinto luogo e momento, lo stimatore GLS per un *pooled* longitudinale e' il medesimo di un GLS per dati sezionali:

$$\widehat{\theta} = (\frac{1}{n^2T}\sum_{ijt=1}^{n^2T}\mathbf{z}_{ijt}\sigma_{ijt}^{-1}\mathbf{z}_{ijt}^{'})^{-1}\frac{1}{n^2T}\sum_{ijt=1}^{n^2T}\mathbf{z}_{ijt}\sigma_{ijt}^{-1}y_{ijt} \tag{3.41}$$

3.2.3 Metodi di stima per modelli ad effetti fissi

Si consideri il modello in equazione (3.27). Tale modello, rispetto alla formulazione del modello *pooled* in (3.19) presenta un set di n^2 parametri aggiuntivi da stimare che considerano l'eterogeneita' individuale. Quello che ci si chiede e' se i metodi di stima proposti per il modello *pooled* possano essere ancora replicati. Ponendo come valide le assunzioni del modello *pooled* presentate nel paragrafo precedente, si puo' affermare che i metodi OLS e GLS sono ancora validi, a seguito di una trasformazione del modello che elimini gli effetti fissi, i quali verranno simati a parte.

Trasformazione *Within*

Si assuma il modello FE in equazione (3.32). Il parametro α_{ij} non e' osservabile poiche' incognito. La trasformazione *Within* permette di eliminare tali parametri in modo da poter stimare con metodo OLS il resto dei parametri, per poi stimare gli effetti fissi ad un secondo stadio di stima.

La trasformazione consiste nel sottrarre ad ogni elemento del modello la sua media temporale:

$$\mathrm{y}_{ijt} - \overline{y}_{ij} = \alpha + (\alpha_{ij} - \overline{\alpha}_{ij}) + B^o(\mathbf{x}_{it}^o - \overline{\mathbf{x}}_i^o) + B^d(\mathbf{x}_{jt}^d - \overline{\mathbf{x}}_j^d) + \Phi^{od}(d_{ijt}^{od} - \overline{d}_{ij}^{od})$$
$$+ (\varepsilon_{ijt} - \overline{\varepsilon}_{ij}).$$

$$\widetilde{y}_{ijt} = \alpha + B^o\widetilde{x}_{it}^o + B^d\widetilde{x}_{jt}^d + \Phi^d\widetilde{d}_{ijt}^{od} + \widetilde{\varepsilon}_{ijt}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T;$$

dove

$$\overline{\mathbf{x}}_i^o = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{x}_{it}^o \tag{3.42}$$

$$\overline{\mathbf{x}}_j^d = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\mathbf{x}_{jt}^d \tag{3.43}$$

$$\overline{d}_{ij}^{od} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}d_{ijt}^{od} \tag{3.44}$$

$$\overline{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\varepsilon_{ijt} \tag{3.45}$$

Il metodo FE consiste nello stimare con OLS il modello trasformato attraverso la tecnica *Within*.

Lo stimatore LSDV

Il metodo di stima FE consiste nello stimare con OLS il modello trasformato. Tale procedura prende il nome di *least squares dummy variables* (LSDV), o anche *two stage least square* (minimi quadrati a due stadi, 2SLS).

$$\widehat{\theta}_{FE} = (\frac{1}{n^2T}\sum_{ijt=1}^{n^2T}\widetilde{z}_{ijt}\widetilde{z}_{ijt}^{'})^{-1}\tfrac{1}{n^2T}\textstyle\sum_{ijt=1}^{n^2T}\widetilde{z}_{ijt}\widetilde{y}_{ijt}; (3.46)$$

dove:

$$\widehat{\theta}_{FE} = [\widehat{\alpha}, \widehat{B}^o, \widehat{B}^d, \widehat{\varphi}^{od}] \tag{3.47}$$

$$\widetilde{z}_{ijt} = [1, \widetilde{x}_{it}^{o}{}', \widetilde{x}_{jt}^{d}{}', \widetilde{d}_{ijt}^{od'}](3.48)$$

3.2.4 Test diagnostici per la scelta del modello

Pooled test

Si definisca il modello PCS in forma compatta:

$$Y = Z * \theta + u \tag{3.49}$$

Dove θ e' definito dalla equazione (3.32).
Z e' una matrice di ordine $(n^2T) * (Ko + Kd + Kod + 1)$ definita come

$$
Z = \begin{pmatrix} Z_{1,1} \\ ... \\ Z_{1,T} \\ Z_{ij,1} \\ ... \\ Z_{ij,T} \\ ... \\ Z_{n^2,1} \\ Z_{n^2,T} \end{pmatrix} \tag{3.50}
$$

dove ciascun elemento descritto in matrice si riferisce al generico elemento in equazione (3.39).

Definiamo inoltre il modello TS (modello sezionale ripetuto nello spazio) in forma compatta:

$$
Y_{ij} = Z_{ij} * \theta_{ij} + u_{ij} \tag{3.51}
$$

Dove θ_{ij} e' un vettore di ordine $Ko+Kd+Kod+1$ simile a quello definito nella (3.34) ma differente per ogni coppia di paesi, Z_{ij} e' una matrice di ordine $T * (Ko + Kd + Kod + 1)$ contenente le esplicative della generica coppia ij ad ogni tempo, e Y e' il vettore colonna di ordine T contenente la variabile dipendente della generica coppia ij ad ogni tempo.

Il *test pooled* esamina se e' possibile o meno assumere che i parametri θ_{ij} siano uguali per ogni coppia di paesi: $\theta_{ij} = \theta_{hk}, \forall ij \neq hk$. Se cio' vale, allora il modello PCS puo' anche essere riscritto nella formula

$$
Y = Z^{*}\theta^{*} + u \tag{3.52}
$$

dove

$$
Z^{*} = \begin{pmatrix} Z_1 & 0 & ... & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & ... & ... \\ ... & 0 & Z_{ij} & 0 & ... \\ ... & ... & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & ... & 0 & Z_{n^2} \end{pmatrix}
$$

$$
\Theta^{*} = \begin{pmatrix} \theta_1 \\ ... \\ \theta_{ij} \\ ... \\ \theta_{n^2} \end{pmatrix}
$$

Il metodo consiste nel confronto tra i residui stimati derivanti dai due diversi modelli.

$e = (I_{n^2T} - Z(Z^{'}Z)^{-1}Z^{'})Y = MY = M(Z\theta + u) = Mu$, e' il vettore dei residui di ordine n^2T, dell'equazione $Y = Z\widehat{\theta}_{ols} + e$ per il modello *pooled*, e i residui stimati del modello sezionale ripetuto nello spazio ($Y_{ij} = Z_{ij}\widehat{\theta}_{ij,ols} + e_{ij}$) sono, per ogni coppia ij, cosi definiti:

$$e_{ij} = (I_T - Z_{ij}(Z^{'}_{ij}Z_{ij})^{-1}Z^{'}_{ij})Y_{ij} = M_{ij}Y_{ij} = M_{ij}(Z_{ij}\theta_{ij} + u_{ij}) = M_{ij}u_{ij}.$$

Definisco inoltre $M^* = I_{n^2T} - Z^*(Z^{'*}Z^*)^{-1}Z^{*'} = \begin{pmatrix} M_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & M_2 & 0 & ... \\ ... & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & M_{n^2} \end{pmatrix}$

M e M^* sono idempotenti, e simmetrici. Per l'assunzione di residui indipendenti ed identicamente distribuiti, si puo' dire che:

$e^{'} * e - e^{*'} * e^* = u^{'}(M - M^*)u$ e che $e^{*'} * e^* = u^{'}(M^*)u$ sono due forme quadratiche tra loro indipendenti, distribuite come un χ^2.

Quindi, dal confronto delle due forme quadratiche divise per i propri gradi di liberta', si ottiene una equazione che si distribuisce come una F di Fisher:

$$F = \frac{(e^{'} * e - e^{*'} * e^*)/(tr(M^*) - tr(M))}{e^{*'} * e^*/tr(M^*)} \tag{3.53}$$

Se l'assunzione di residui *i.i.d.* non vale, allora la matrice di varianza e covarianza puo' essere definita come $\Omega = \sigma^2\Sigma e$ [5], date le seguenti trasformazioni:

$$\begin{aligned} \Sigma^{-1/2}Y &= \widetilde{Y} \\ \Sigma^{-1/2}Z &= \widetilde{Z} \\ \Sigma^{-1/2}u &= \widetilde{u} \end{aligned}$$

il test diventera':

$$F = \frac{(\widetilde{e}^{'} * \widetilde{e} - \widetilde{e}^{*'} * \widetilde{e}^*)/(tr(M^*) - tr(M))}{\widetilde{e}^{*'} * \widetilde{e}^*/tr(M^*)} \tag{3.54}$$

Test di Chow per gli effetti fissi

[5] Si rimanda a Baltagi (2008) per la definizione della matrice Σ

Il test di Chow e' atto a verificare l'ipotesi che tutti gli effetti individuali del modello siano pari a 0.

$$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = ... = \alpha_{n^2-1} = 0$$

Il test assume la forma di una distribuzione F di Fischer:

$$F_o = \frac{(RRSS - URSS)/(n^2 - 1)}{URSS/[n^2t - n^2 - (Ko + Kd + Kod)]} \tag{3.55}$$

in cui RRSS e' la somma dei residui da un modello OLS e URSS e' la somma dei residui da stima LSDV

Test di Hausman

Il test di Hausman puo' essere utilizzato per verificare quale tra il modello ad effetti fissi e quello ad effetti casuali sia piu' efficiente. La procedura si basa sull'idea che solo gli effetti casuali necessitano dell'assunzione di indipendenza tra gli effetti e le variabili esplicative ($\mu_{ij} \perp Z_{ijt}, \forall ij = 1, ..., n^2$). Se tale assunzione di indipendenza no puo' essere accettata, allora lo stimatore GLS per il modello ad effetti casuali diventa inconsistente.

Invece lo stimatore *Within* per il modello ad effetti fissi rimane consistente perche' utilizza una stima dei minimi quadrati chepermette di non considerare gli effetti.

L'ipotesi nulla del modello e' data da:

$H_0 : E(\mu_{ij}|Z_{ijt}) = 0$

Se l'ipotesi nulla non viene rifiutata, allora entrambi gli stimatori sono consistenti; se invece viene rifiutata, l'unico stimatore consistente e' il *within* e si propendera' per un modello ad effetti fissi.

Il test prevede di confrontare le stime ottenute con i due diversi stimatori: $\widehat{q}_i = \widehat{\beta}_G LS - \widehat{\beta}_{Within}$.

La statistica test:

$$m_i = \widehat{q}_i^{'}[var(\widehat{q}_i)]^{-1}\widehat{q}_i, \tag{3.56}$$

si distribuisce come un χ^2 con $Ko + Kd + Kod + 1$ gradi di liberta'.

3.2.5 Metodi di stima per modelli dinamici

Anderson, Hsiao: metodo delle differenze prime

Riprendiamo il modello dinamico in equazione (3.33).

Tale metodo prevede, al primo passo, l'eliminazione degli effetti attraverso una trasformazione con le differenze prime (piuttosto che la media individuale come la $Within$) allo scopo di ottenere come variabile dipendente ritardata tra le esplicative il termine $\Delta y_{ij,t-1} = y_{ij,t-1} - y_{ij,t-2}$.

Una variabile strumentale valida per considerare la correlazione di tale componente proposto da Anderson, Hsiao e' $\Delta y_{ij,t-2} = y_{ij,t-2} - y_{ij,t-3}$, che non e' correlato con $\Delta v_{ij,t}$. Tale metodo porta a stime consistenti ma non efficienti, perche' non fa' uso di tutte le condizioni sui momenti disponibili (Ahn, Schmidt, 1995).

Arellano, Bond: metodo dei momenti generalizzato (GMM)

Uno stimatore basato sui momenti generalizzati (metodo dei momenti generalizzati, GMM) e' quello proposto da Arellano, Bond (1991), piu' efficiente rispetto allo stimatore di Anderson, Hsiao perche' utilizza un maggior numero di informazioni.

Si assuma di avere un modello in cui l'unica variabile esplicativa e' rappresentata dal ritardo temporale della dipendente stessa:

$$y_{ij,t} = \delta y_{ij,t-1} + u_{ij,t}; i = 1, ..., n; j = 1, ..., n; t = 1, ..., T. u_{ij,t} = \mu_{ij} + v_{ijt} \tag{3.57}$$

Il metodo consiste nel calcolare la differenza prima, in modo da ottenere, per il generico t:

$$y_{ij,t} - y_{ij,t-1} = \delta(y_{ij,t-1} - y_{ij,t-2}) + (u_{ij,t} - u_{ij,t-1}); i = 1, ..., N; j = 1, ..., N; t = 1, ..., T. \tag{3.58}$$

Considerando ciascun periodo,

per $t = 3$ avro' $y_{ij,3} - y_{ij,2} = \delta(y_{ij,2} - y_{ij,1}) + (u_{ij,3} - u_{ij,2})$,
per cui $y_{ij,1}$ e' un valido strumento.

Per $t = 4$ avro' $y_{ij,4} - y_{ij,3} = \delta(y_{ij,3} - y_{ij,2}) + (u_{ij,4} - u_{ij,3}$
per cui $y_{ij,2}$ e anche $y_{ij,1}$ sono validi strumenti.

Procedendo, si avra' che per $t = T$, il vettore di variabili strumentali valido sara' di ordine $T - 2$ e cosi definito $[y_{ij,1}, y_{ij,2}, ..., y_{ij,T-2}]$.

Si definisce $W_{ij} = \begin{pmatrix} [y_{ij,1}] & 0 & ... & 0 \\ 0 & [y_{ij,1}, y_{ij,2}] & 0 & ... \\ ... & 0 & ... & 0 \\ 0 & ... & 0 & [y_{ij,1}, y_{ij,2}, ..., y_{ij,T-2}] \end{pmatrix}$

una matrice di ordine $(T-2) * [(T-2)(T-3), .., 2]$.

$W = [W_1', ..., W_{n^2}']'$ mette assieme tutte le matrici di cui sopra per ognuna delle n^2 coppie di paesi, ed e' quindi di ordine $[(T-2)(T-3), .., 2] * (T-2)n^2$.

Il metodo si basa sull'utilizzo del vincolo dei momenti che sfrutta la matrice W_{ij}:

$$E(W_{ij}' \Delta v_{ij} = 0) \tag{3.59}$$

Raccogliendo ciascun termine dell'equazione (3.58) in modo da ottenere una forma vettoriale, definisco l'equazione:

$$W' \Delta Y = \Delta W' \Delta Y_{-1} \delta + W' \delta v \tag{3.60}$$

dove

$\Delta Y = \begin{bmatrix} \Delta y_{1,3} \\ ... \\ \Delta y_{1,T} \\ \Delta y_{ij,3} \\ ... \\ \Delta y_{ij,T} \\ \Delta y_{n^2,3} \\ ... \\ \Delta y_{n^2,T} \end{bmatrix}$ e

$\Delta Y_{-1} = \begin{bmatrix} \Delta y_{1,2} \\ ... \\ \Delta y_{1,T-1} \\ \Delta y_{ij,2} \\ ... \\ \Delta y_{ij,T-1} \\ \Delta y_{n^2,2} \\ ... \\ \Delta y_{n^2,T-1} \end{bmatrix}$

sono vettori colonna di ordine $n^2(T-2)$.

Sulla equazione definita nella 3.60 posso applicare una stima GLS, che definisce la stima di primo passo del metodo:

$$\widehat{\delta}_1 = [(\Delta Y_{-1})^{'} W (W^{'} (I_{n^2} \otimes G) W))^{-1} W^{'} (\Delta Y_{-1})]^{-1}$$
$$^{'}\Delta Y (\Delta Y_{-1})^{'} W (W^{'} (I_{n^2} \otimes G) W))^{-1} W^{'} (\Delta Y)$$

,

dove

$W^{'}(I_{n^2} \otimes G)W = \sum_{i=1}^{n^2} W_i^{'} G W_i = \sum_{i=1}^{n^2} W_i^{'} (\Delta v_i)(\Delta v_i)^{'} W_i = V_{n^2}$.

Poiche' V_{n^2} non e' noto in quanto Δv_i e' stimato, la stima di secondo passo e' una stima $feasible$, che si basa su una stima di V_{n^2}.

$$\widehat{\delta}_2 = [(\Delta Y_{-1})^{'} W \widehat{V}_{n^2}^{-1} W))^{-1} W^{'} (\Delta Y_{-1})]^{-1} [^{'}\Delta Y (\Delta Y_{-1})^{'} W \widehat{V}_{n^2}^{-1} W))^{-1} W^{'} (\Delta Y)] \tag{3.61}$$

3.3 Bibliografia

- Ahn C., Schmidt P. (1995). Efficient estimation of models for dynamic panel data. Journal of Econometrics, Volume 68, Issue 1, Pages 5â27

- Arellano M., Bond S. (1991). Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations, Review of Economic Studies, 58, 277-297.

- Baltagi BH (2008). Econometric Analysis of Panel data(4th edition). Wiley.

- Bun, M.J.G., Klaassen, J.G.M. (2002). The Importance of Dynamics in Panel Gravity Models of Trade.

- Cheng I.H., Wall H.J. (2005). Controlling for Heterogeneity in Gravity Models of Trade and Integration. Working Paper 1999-010E.

- Chow, G. C.(1960). Tests of Equality Between Sets of Coefficients in Two Linear Regressions. Econometrica, Vol. 28, No. 3, pp. 591-605.

- De Benedictis, L., Vicarelli, C. (2005). Trade potentials in gravity panel data models. Topics in Economic Analysis Policy. Volume 5, Issue 1.

- Egger P., Pfaffermayr M. (2011). Structural Estimation of Gravity Models with Market Entry Dynamics. CEPR Discussion Paper No. DP8458.

- Elhorst J.P. (2011). Dynamic spatial panels: models, methods, and inferences. J Geogr Syst (2012) 14:5â28.

- Greene WH (2008). Econometric Analysis (6th edition). Pearson, Upper Saddle River[NJ].

- Hausman, J.A. (1978). Specification Tests in Econometrics. Econometrica, Vol. 46, pp. 1251-1271

- Hsiao C. (2003). Analysis of Panel data. Cambridge University Press.

- Fidrmuc, J. (2009). Gravity model in integrated panel. Empirical Economics

Capitolo 4

Modello gravitazionale spaziale

4.1 Introduzione alla componente spaziale

Il termine *Spatial Econometrics* fu coniato da Jean Paelink alla fine degli anni '70: nel primo libro interamente dedicato a questo tema (Paelink, Klaassen, 1979) l'autore suggerisce che questa nuova branca dell'econometria e' un blend di teoria economica, formalizzazione matematica e statistica matematica. I principali aspetti che caratterizzano l'econometria spaziale sono:

- il ruolo dell'interdipendenza spaziale tra paesi;
- l'asimmetria delle relazioni spaziali;
- l'importanza dei $locational factors$ [1] in paesi *vicini* ;
- la modellizzazione esplicita della componente spaziale.

L'aspetto centrale che viene affrontato con l'econometria spaziale riguarda la correlazione nello spazio, o dipendenza spaziale, che si differenzia dal concetto di eterogeneita' spaziale in ambito del commercio internazionale: quando si parla di eterogeneita' spaziale si fa riferimento al fatto che diversi paesi possano avere una diversa propensione allo scambio dovuta a fattori quali livello tecnologico, dotazione di capitale e altri fattori. Tale eterogeneita' viene modellizzata attraverso i gia' discussi effetti individuali, o attraverso coefficienti di regressione che variano al variare della coppia. Quando si parla di dipendenza spaziale si ha a che fare invece con la relazione funzionale tra diversi paesi disposti nello spazio: e' verosimile che il comportamento di un paese sia in relazione con il comportamento dei propri vicini.

[1] Il tema dei $locational factors$ verra' trattato nel capitolo 5

Da un punto di vista statistico - econometrico, questo effetto di dipendenza spaziale si ripercuote sulle assunzioni che vengono generalmente poste sul classico modello di regressione: poiche' si ha a che fare con un insieme di paesi (generalmente, l'intera popolazione di paesi) posti nello spazio e tra loro correlati, piuttosto che con un campione di essi estratti in modo casuale, l' assunzione relativa a campioni *i.i.d.* cessa di sussistere, e i classici metodi di stima OLS diventano distorti.

Un'altra fonte di distorsione e' data dall'utilizzo, tra le esplicative, della variabiabile dipendente spazialmente ritardata che e' naturalmente autocorrelata con la dipendente stessa: ($y_i \sim y_j$,$\forall$ i vicino di j).

Specificazione della matrice dei pesi per la dipendenza spaziale

La matrice di contiguita' definita come W, rappresenta lo strumento con il quale la teoria riguardo la dipendenza spaziale viene esplicitamente considerata all'interno del modello econometrico.

La dipendenza spaziale e' piu' complessa da definire rispetto alla dipendenza temporale tipica dei modelli a serie storiche, in quanto, se per dipendenza temporale si intende la dipendenza di una coppia di paesi rispetto a se' stessa al tempo precedente, a livello spaziale, e' necessario scegliere dei criteri che definiscano i vicini. Si puo' dire che la probabilita' che una coppia di paesi scambi un livello y_{ij} sia condizionata al valore dello scambio di coppie vicine. A livello formale, $P[y_{ij}|y] = P[y_{ij}|y_{hk}]$, dove y_{hk} e' il vettore dei valori relativi agli scambi delle coppie vicine [2]

I primi a formulare la matrice W furono Moran (1950) e Geary (1954), che definirono dapprima la contiguita' spaziale tra unita' rappresentanti una griglia di forma regolare. In questo caso, due unita' sono vicine se:

- hanno un lato in comune (criterio *common edge*);
- hanno un angolo in comune (criterio *common vertex*);
- entrano all'interno di un raggio di vicinato (criterio *radial*);
- se hanno un lato o un angolo in comune con una unita' che a sua volta ha un angolo o un lato in comune (criterio *second order*).

Cliff e Ord (1981) definiscono invece un sistema per la costruzione della matrice di contiguita' che non e' valido unicamente per configurazioni spaziali

[2]Nel proseguio di questo paragrafo verra' definito cosa si intende per coppie vicine

di tipo griglia, che si basa sull'utilizzo dell'inverso della distanza tra i centroidi dei due paesi in questione.

Successivamente a quanto proposto da Cliff e Ord, molte sono state le proposte inerenti alla costruzione della matrice di contiguita', che si basano, per esempio, sui costi di trasporto, o sulla differenza tra tecnologia nei due paesi. Anselin (1988) afferma che l'utilizzo dei diversi metodi di costruzione presentati deve essere scelto *con giudizio* in base al contesto in cui ci si trova, e definisce migliore il criterio dell'inverso della distanza per unita' identificabili su di un punto dello spazio, migliore il criterio *common edge* (o di contiguita') per dati che riferiscono a specifiche aree, come e' il valore del commmercio per un singolo paese.

Nella pratica si procede mediante la standardizzazione della matrice di contiguita', in modo tale che ogni riga della matrice sommi a 1. Questa pratica, seppur non richiesta, puo', in alcuni casi, semplificare l'interpretazione dei coefficienti abbinati alla componente spaziale. Tuttavia, causa la perdita di simmetria (cosi' facendo la distanza riferita alla coppia ij assume un valore diverso da quella della coppia ji).

Poiche' il modello gravitazionale, come gia' detto, ha a che fare con coppie di paesi, la costruzione della matrice di contiguita' da utilizzare nel modello sara' di dimensione $n^2 * n^2$, e sara' costruita manipolando la matrice originaria W.

Le proprieta' della matrice W sono:

- ciascun elemento w_{ii} della matrice W (cioe' gli elementi sulla diagonale principale) e' pari a zero.
- la matrice $I_n - \rho W$ e' non singolare, dove ρ e' compreso in valore assoluto tra 0 e 1.
- le somme per riga e per colonna della matrice W assumono valore finito: $\sum_{i=1}^{N} |a_{ij}| < \infty$.
- $|\rho| \leq k_p \leq \frac{1}{\lambda_{max}\text{â!‘}(W)}$, dove $\lambda_{max}(W)$â¡ indica il piu grande autovalore in valore assoluto della matrice W.

Come descritto in LeSage, Pace (2008), la matrice di contiguita' per dati di flusso W puo' essere descritta in termini di paese *reporter* (paese $i-$esimo), in termini di paese *partner* (paese $j-$esimo) e in termini congiunti. Nel primo caso, si ritene che due coppie di paesi possano avere flussi di scambio simili se il paese di origine della prima coppia e' un *vicino* del paese di origine della seconda coppia. Nel secondo caso si ritiene invece che due coppie di paesi risultino con flussi di scambio simili se sono *vicini* i paesi di destinazione delle due coppie. Nel terzo caso si suppone che esiste un effetto congiunto dato dalla vicinanza del paese di origine e della vicinanza del paese di destinazione.

Si definisca una matrice W, che ha come singoli elementi w_{ij}, costruita secondo uno dei metodi appena elencati (contiguita', distanza dei centroidi, etc ...) di ordine $n * n$ e con le proprieta' di cui sopra.

Si puo' definire la prima delle matrici sopra citate come $W_O = W \otimes I_n$, dove $\otimes$ indica il prodotto di Kroeneker tra matrici e I_n e' una matrice identita' di ordine n. Questa matrice lega tutte le coppie di paesi che hanno paesi di origine del flusso tra loro vicini.

4.2 Modelli spaziali gravitazionali

4.2.1 Modelli per dati sezionali

Vengono ora mostrate due diverse motivazioni economico-econometriche per l'utilizzo dei modelli spaziali nell'equazione gravitazione per il commercio internazionale.

La prima motivazione deriva dal considerare la dipendenza spaziale come un equilibrio di lungo periodo sottostante un processo spazio-temporale, mentre la seconda motivazione deriva dalla presenza di variabili omesse in cui e' presente dipendenza spaziale.

La prima motivazione per la dipendenza spaziale per flussi di scambi in dati sezionali misurati in un unico punto del tempo, si basa sulla relazione temporale che descrive il processo di diffusione nello spazio.

L'equazione (4.1) che segue, modella il flusso di scambi tra una coppia di paesi attraverso la relazione con il flusso di scambi tra coppie di paesi vicine al tempo precedente.

$$y_{ij} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t-1} + B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} d_{ij}^{od} + \varepsilon_{ij}, \tag{4.1}$$

dove $w_{ij,hk}$ e' l'elemento (ij, hk) della matrice W_{od},

e dove il vettore dei residui ε_{ij} soddisfa le usuali assunzioni di normalita' distributiva, con media nulla, varianza omoschedastica e matrice di varianza e covarianza diagonale.

E' possibile definire la relazione ricorsiva, derivante dal modello (4.1):

$$\begin{aligned} y_{ij,t-1} &= \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t-2} + B^o \mathbf{x}_{i,t-1}^o + B^d \mathbf{x}_{j,t-1}^d + \Phi^{od} d_{ij,t-1}^{od} + \varepsilon_{ij,t-2} \\ ... &= ... \end{aligned}$$

$$y_{ij,t-q} \quad = \quad \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t-q-1} + B^o \mathbf{x}_{i,t-q}^o + B^d \mathbf{x}_{j,t-q}^d + \Phi^{od} d_{ij,t-q}^{od} + \varepsilon_{ij,t-q-1};$$

allo scopo di considerare lo stato del sistema dinamico dopo q periodi di tempo. La situazione di equilibrio cosidetta di *steady-state* per il processo dinamico e' definibile come:

$\mathrm{y}_{ij} = \rho^q(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^q y_{hk,t-q} + \iota + \rho^q \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} + ... + \rho^q(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^q$ $(B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} d_{ij}^{od}) + u_{ij}$,

$\mathrm{u}_{ij} = \rho^q(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^q \varepsilon_{ij,t-q-1} + \rho^{q-1}(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^{q-1} \varepsilon_{ij,t-q} + ... + \varepsilon_{ij}$.

in cui ι e' uno scalare che assume valore 1 se la coppia ij e la coppia hk sono definite vicine, 0 altrimenti.

Se
$\rho^q(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^q \to 0$
e
$\iota - \rho(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^{-1} = (\iota + \rho(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk}) + \rho^2(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^2 + ...)$
allora
$E(y_{ij} = (\iota - \rho(\sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk}))^{-1}(B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} * d_{ij}^{od})$.

Quest'ultimo rappresenta il valore atteso per il modello spaziale autoregressivo che contiene il *lag* spaziale della variabile dipendente, associato alla relazione ricorsiva derivante dal modello in (4.1). Tale modello e' anche definito modello SAR (*spatial autoregressive model*):

$$y_{ij} = B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} d_{ij}^{od} + \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk} + \varepsilon_{ij}; \tag{4.2}$$

Poiche' tale modello non descrive esplicitamente il ruolo del passaggio del tempo, essendo un modello sezionale, lo si puo' interpretare come il risultato di un equilibrio di tipo *steady-state*.

La seconda motivazione per la presenza della componente spaziale nel modello autoregressivo per il flusso di scambi internazionali si basa sulla presenza di variabili omesse che sono, loro stesse, spazialmente correlate. E' improbabile riuscire a modellare (per mancanza di dati disponibili) aspetti quali i servizi disponibili, l'ambiente sociale, lo spirito imprenditoriale, o altri fattori che possono essere di rilievo nella determinazione del livello di scambi commerciali.

Nella (4.3)-(4.5) viene mostrato un modello di regressione non spaziale, in cui si assume l'esistenza di una variabile omessa (z_{ij}):

$$y_{ij} = BX'_{ij} + z_{ij} \tag{4.3}$$

$$z_{ij} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} z_{hk} + u_{ij} \tag{4.4}$$

$$u_{ij} = \gamma X_{ij} + \varepsilon_{ij} \tag{4.5}$$

dove

- $X_{ij} = [\mathbf{x}_i^o, \mathbf{x}_j^d, d_{ij}^{od}]$ e' un vettore di ordine $Ko + Kd + Kod$;
- $B = [B^o, B^d, \Phi^{od}]$ e' anch'esso un vettore di ordine $Ko + Kd + Kod$;
- γ definisce un vettore di coefficienti di ordine $Ko + Kd + Kod$.

Come si puo' notare dall'equazione (4.4), la variabile omessa viene modellata in modo tale da considerare la dipendenza spaziale attraverso il parametro ρ e la matrice di contiguita' W. L'espressione (4.5), inoltre, attraverso il parametro γ, indica che la variabile omessa e le variabili esplicative X_{ij} sono correlate tra loro.

Si mostrera' che, se una variabile omessa che presenta dipendenza spaziale, e' correlata con le variabili incluse nel modello, si otterra' un modello che contiene la dipendenza spaziale sulla variabile dipendente.

Usando le equazioni (4.3, 4.4, 4.5) si deriva il processo generatore dei dati:

$$y_{ij} = BX_{ij} + (-\rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^{-1} \gamma X_{ij} + (-\rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})^{-1} \varepsilon_{ij}. \tag{4.6}$$

Trasformando i termini a destra e a sinistra dell'uguale attraverso la componente $(-\rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk})$, si ottiene l'equazione:

$$y_{ij} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{ij} + (B + \gamma) X_{ij} + (-\rho B) \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} X_{ij} + \varepsilon_{ij}. \tag{4.7}$$

Si noti che, il modello nella (4.7) contiene i *lag* spaziali sia della variabile dipendente ($w_{ij,hk} y_{ij}$) sia delle variabili esplicative ($w_{ij,hk} X_{ij}$). Tale modello puo' anche essere riscritto nella forma:

$$y_{ij} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{ij} + (B_1) X_{ij} + (B_2) \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} X_{ij} + \varepsilon_{ij}; \tag{4.8}$$

dove

$$B_1 = B + \gamma \tag{4.9}$$
$$B_2 = -\rho B. \tag{4.10}$$

Rielaborando il modello allo scopo di evidenziare ciascun gruppo di variabili esplicative, il modello SDM (*spatial durbin model*) e' cosi definito:

$$y_{ij} = B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} d_{ij}^{od} + \gamma \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} X_{hk} + \delta \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk} + \varepsilon_{ij}. \tag{4.11}$$

Se e' possibile assumere i seguenti vincoli sui parametri del modello SDM

$$\gamma = 0; \tag{4.12}$$
$$B_2 = -\rho B_1; \tag{4.13}$$

ossia, se le variabili incluse e quelle escluse dal modello sono incorrelate, e vale il vincolo descritto nella (4.13), allora, attraverso opportune trasformazioni, si otterra' un modello che considera la dipendenza spaziale sul termine residuale, anche detto modello SEM (*spatial error model*)

$$y_{ij} = B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} d_{ij}^{od} + u_{ij} \tag{4.14}$$
$$u_{ij} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk} + \varepsilon_{ij}. \tag{4.15}$$

Allo scopo di capire se il modello SEM sia una corretta alternativa al modello SDM, sono stati suggeriti dei *test* empirici di tipo LR (*likelihood ratio*) per verificare la presenza di correlazione tra le variabili omesse e quelle presenti nel modello.

Riguardo la scelta del modello, le alternarive sono due: e' possibile testare se il *lag* spaziale puo' essere incluso nel modello, al fine di propendere per il modello SAR, e poi, se tale modello puo' essere ulteriormente esteso inserendo la componente di *lag* sull'errore ($SARAR$) (Elhorst, Freret, 2009). Eventualmente, si puo' partire da una configurazione SDM (*spatial durbin model*) e testare se il modello puo' essere semplificato fino ad ottenere un SEM (Le Sage, Pace 2008, Erthur, Koch 2007).

Come mostrato nel paragrafo precedente, dal modello SDM e' possibile ricavare il modello SEM sotto la restrizione che $B_2 = -\rho B_1$, ossia nel caso in cui le variabili omesse non siano correlate con le variabili incluse. E' stato a questo scopo sviluppato un *test LR* (*Likelihood ratio*) per la verifica del modello SEM contro il modello SDM. Tale *test* prende il nome di *Common factors test* e consiste nel determinare la massima verosimilianza dei due modelli e nel metterli a confronto, tramite la formula:

$$-2(L_{SDM} - L_{SEM}) \tag{4.16}$$

che si distribuisce come una χ^2_1.

Il *test* universalmente riconosciuto e maggiormente utilizzato se si vuole procedere alla scelta del modello partendo da un modello ridotto (approccio *dal generale allo specifico*) e' il test *Moran I.*

Tale *test*, e' volto a rilevare la presenza di dipendenza spaziale che non e' rilevata dal modello *ridotto* stimato con l'OLS, quindi, si basa sul confronto tra il valore della variabile dipendente e quello stimato tramite stima OLS, e assume la seguente forma:

$$I = \frac{n^2}{\sum_{ij}\sum_{hk} w_{ij,hk}} \frac{\sum_{ij}\sum_{hk} w_{ij,hk}(y_{ij} - \widehat{y}_{ij,OLS})(y_{ij} - \widehat{y}_{ij,OLS})}{\sum_{ij}(y_{ij} - \widehat{y}_{ij,OLS})^2} \tag{4.17}$$

I e' un indice compreso, in valore assoluto, tra 0 e 1, dove valori che si approssimano a 1 evidenziano la presenza di dipendenza spaziale che il modello *ridotto* stimato tramite OLS non coglie.

Se si mettono assieme i modelli SEM e i modelli SAR [3], si ottiene il modello $SARAR$, che combina la componente spaziale di entrambi i modelli sopra citati:

$$y_{ij} = B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} * d_{ij}^{od} + \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk} + u_{ij} \tag{4.18}$$

$$u_{ij} = \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk} + \varepsilon_{ij}. \tag{4.19}$$

Per distinguere i coefficienti nell'equazione (4.19) e' stato cambiato il coefficiente relativo alla componente spaziale sugli errori da ρ a λ.

[3] Alcuni studi propongono di effettuare un ulteriore test di $Moran$ sui residui stimati del modello SAR, per valutare se sia presente un ulteriore componente di dipendenza spaziale non spiegata da tale modello (Viton, 2010)

4.2.2 Modelli per dati longitudinali

L'utilizzo di dati longitudinali, come gia' discusso nel capitolo 3 per modelli non spaziali, nonostante presenti degli svantaggi, ci permette:

- di modellare l'eterogeneita' individuale;
- un incremento di efficienza;
- una maggiore articolazione dei *test* diagnostici;
- di identificare effetti diffcilmente rilevabili con un modello per dati sezionali.

Vengono ora presentati, per dati longitudinali, i modelli discussi nel paragrafo precedente per dati sezionali.

Modello SAR:

$$y_{ijt} = \alpha_{ij} + B^o \mathbf{x}^o_{it} + B^d \mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od} d^{od}_{ijt} + \delta \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}. \tag{4.20}$$

Modello SDM:

$$y_{ijt} = \alpha_{ij} + B^o \mathbf{x}^o_{it} + B^d \mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od} d^{od}_{ijt} + \gamma \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} Z_{hk,t} + \delta \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}. \tag{4.21}$$

Dove Z e' la matrice che definisce le variabili esplicative del modello che si vogliono utilizzare nel *lag* spaziale.

Modello SEM:

$$y_{ijt} = \alpha_{ij} + B^o \mathbf{x}^o_{it} + B^d \mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od} d^{od}_{ijt} + u_{ijt} \tag{4.22}$$

$$u_{ijt} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}. \tag{4.23}$$

Modello $SARAR$:

$$y_{ijt} = \alpha_{ij} + B^o \mathbf{x}^o_{it} + B^d \mathbf{x}^d_{jt} + \Phi^{od} d^{od}_{ijt} + \delta \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t} + u_{ijt} \tag{4.24}$$

$$u_{ijt} = \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}. \tag{4.25}$$

4.3 Metodi di stima per il modello spaziale

Sono due gli approcci di stima maggiormente utilizzati in letteratura per la stima di modelli di tipo longitudinale che considerano l'interazione spaziale. Uno e' basato sulla stima di massima verosimilianza concentrata (CML) e l'altro sulle variabili strumentali e il metodo generalizzato dei momenti (IV/GMM). Lo stimatore IV/GMM non necessita' dell'assunzione di normalita' dei residui, tuttavia, entrambi gli stimatori richiedono che i residui siano di tipo $i.i.d.$ con media nulla e varianza σ^2. Puo' essere utilizzato il test di $Jarque-Bera$ o quello di $Shapiro-Wilk$ per investigare l'assunzione di normalita' distributiva quando si utilizza la stima ML.

LeSage e Pace (2008) propongono la stima degli *spatial auto regressive (SAR)* e *spatial error model (SEM)* per il modello gravitazionale attraverso stima di massima verosimilianza concentrata, sulla base della stima proposta da Anselin (1988). Gli stimatori basati sul metodo IV/GMM sono invece stati proposti da Kelejian e Prucha (1998) per dati sezionali, Kelejian, Kaapoor, Prucha (2007) e Mutl, Pfaffermayr (2008) per dati longitudinali.

4.3.1 Stima di massima verosimilianza concentrata

Si consideri il modello in (4.26), che descrive, per iniziare, una situazione di dati sezionali:

$$y_{ij} = B^o \mathbf{x}_i^o + B^d \mathbf{x}_j^d + \Phi^{od} d_{ij}^{od} + \delta \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk} + \varepsilon_{ij}; \tag{4.26}$$

in cui le componenti in equazione $\mathbf{x}_j^d$, $\mathbf{x}_i^o$, B, Φ, d_{ij} sono gia' definite nel capitolo 3, $w_{ij,hk}$ rappresenta il singolo elemento della matrice W_{od}, e ε_{ij} si assume normalmente distribuito con media nulla e varianza σ^2. In sintesi:

- I_{n^2}: matrice identita' di ordine n^2;
- W_{od}: matrice di contiguita' di ordine n^2T definita come $W \otimes W$;
- Y: vettore di ordine n^2 contenente tutte le osservazioni della variabile dipendente;
- X^O: matrice di ordine $n^2 * Ko$ contenente le variabili esplicative di dimensione economica del paese *reporter*;
- X^D: matrice di ordine $n^2 * Kd$ contenente le variabili esplicative di dimensione economica del paese *partner*;

- D^{OD}: matrice di ordine $n^2 * Kod$ contenente le variabili esplicative di *distanza* di ciascuna coppia di paesi;

- E: vettore di ordine n^2 che contiene ciaacun elemento ε_{ij}.

Si otterra' il modello in forma matriciale:

$$Y = B^O X^O + B^D X^D + \Phi^{OD} D^{OD} + \rho W_{OD} Y + E. \tag{4.27}$$

Compattando ulteriormente attraverso la definizione seguente delle matrici:

B=[B$^D, B^D, \Phi^{OD}$] e X=[X$^O, X^O, D^{OD}$],, si otterra' il modello in forma compatta:

$$Y = BX + \rho W_{OD} Y + E. \tag{4.28}$$

La funzione di massima verosimilianza rappresenta il punto di partenza per lo stimatore di massima verosimilianza concentrata. Tale funzione, *concentrata* rispetto ai parametri B e σ , e' data da:

$$lnL(\rho) = C + ln|I_{n^2} - \rho W_{od}| - \frac{n^2}{2} ln(S(\rho)), \tag{4.29}$$

in cui S(ρ) rappresenta la somma degli errori elevati al quadrato espressi in funzione del parametro ρ, dopo aver minimizzato per B e σ.

Utilizzare un algoritmo *standard* per il calcolo di tale funzione di massima verosimilianza diventa complesso man mano che il numero delle osservazioni cresce, perche' richiede il calcolo del log-determinante per la matrice $n^2 * n^2$ $(ln|I_{n^2} - \rho W_{od}|)$.

Specifici approcci per il calcolo del log-determinante di matrici molto grandi sono stati proposti da Pace e LeSage (2004), Barry e Pace (1999), Smirnov e Anselin (2001) e Griffith (1992, 2004). Tuttavia, esiste un approccio piu' efficiente che consiste nell'esplicitare la struttura della matrice di contiguita': W$_{od} = W \otimes W$.

Dunque, il calcolo della stima di massima verosimilianza non richiede l'utilizzo della matrice W_{od}, infatti:

W$_{OD}Y = (W \otimes W)vec(Y)$ quindi si puo' affermare che $W_{OD}Y = vec(WYW')$, utilizzando la proprieta' $(C' \otimes A)vec(B) = vec(ABC)$.

Viene, infine, utilizzata l'espansione della serie di Taylor mostrata nella (4.30) per il calcolo della componente della funzione di massima verosimilianza riferita a $I_{n^2} - \rho W_{od}$:

$$ln|I_{n^2} - \rho W_{od}| = tr(ln(I_{n^2} - \rho W_{od})) = \sum_{t=1}^{\infty} \frac{\rho^t tr(W^t)}{t}. \quad (4.30)$$

Stima per dati longitudinali

Definite le basi per il calcolo della funzione di massima verosimilianza concentrata, ci si sposta alla stima di modelli per dati longitudinali. Il modello generale si presenta nella forma:

$$y_{ij,t} = \alpha_{ij} + B^o \mathbf{x}^o_{i,t} + B^d \mathbf{x}^d_{j,t} + \Phi^{od} d^{od}_{ij,t} + \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t} + u_{ij,t} \quad (4.31)$$

$$u_{ij,t} = \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t} + \varepsilon_{ij,t}; \quad (4.32)$$

dove le componenti in equazione $\mathbf{x}^d_{j,t}$, $\mathbf{x}^o_{i,t}$, B, Φ , $d_{ij,t}$ sono state gia' definite nel capitolo precedente, $w_{ij,hk}$ rappresenta il singolo elemento della matrice W_{od}, e ε_{ij} si assume normalmente distribuito con media nulla e varianza σ^2.

Definendo:

- I: matrice identita' di ordine n^2T;
- I_T: matrice identita' di ordine T;
- W_{od}: matrice di contiguita' di ordine $n^2 * n^2$ definita come $W \otimes W$;
- Y: vettore di ordine n^2T contenente tutte le osservazioni della variabile dipendente;
- $i_T \otimes \alpha$: vettore di ordine n^2T, dove i_T e' un vettore di uni di ordine T, e α e' il vettore di ordine n^2 contenente gli effetti fissi per coppia di paese;
- X^O: matrice di ordine $n^2T * Ko$ contenente le variabili esplicative di dimensione economica del paese *reporter*;
- X^D: matrice di ordine $n^2T * Kd$ contenente le variabili esplicative di dimensione economica del paese *partner*;
- D^{OD}: matrice di ordine $n^2T * Kod$ contenente le variabili esplicative di *distanza* di ciascuna coppia di paesi;

- U: vettore di ordine n^2T che contiene ciaacun elemento $u_{ij,t}$;
- E: vettore di ordine n^2T che contiene ciascun elemento $\varepsilon_{ij,t}$;

si otterra' il modello in forma matriciale:

$$\begin{aligned} Y &= i_T \otimes \alpha + B^O X^O + B^D X^D + \Phi^{OD} D^{OD} + \rho(I_T \otimes W_{od})Y + U & (4.33)\\ U &= \lambda(I_T \otimes W_{od})U + E & (4.34)\end{aligned}$$

compattando ulteriormente attraverso la definizione delle matrici:
B=[B$^D, B^D, \Phi^{OD}$] e X=[X$^O, X^O, D^{OD}$], si ottiene il modello in forma compatta:

$$\begin{aligned} Y &= \alpha + BX + \rho(I_T \otimes W_{od})Y + U & (4.35)\\ U &= \lambda(I_T \otimes W_{od})U + E & (4.36)\end{aligned}$$

Se definiamo
$\Gamma = [I - \rho(I_T \otimes W_{od})]$, e $\Xi = [I - \lambda(I_T \otimes W_{od})]$;
il modello assume questa forma:

$$\begin{aligned} \Gamma Y &= BX + U; & (4.37)\\ \Xi U &= E. & (4.38)\end{aligned}$$

Per semplicita', d'ora in poi verra' rappresentato $(I_T \otimes W_{od})$ semplicemente con W.
E e' collegato ad una variabile *white noise* WN tramite la formula
E = $\Xi^{-1}\Omega^{1/2}WN$ per cui e' possibile scrivere il modello come segue:

$$\Gamma Y = XB + \Xi^{-1}\Omega^{1/2}WN. \quad (4.39)$$

La funzione di massima verosimilianza, per cui massimizzare il suo logaritmo, sara':

$$\begin{aligned} lnL &= \frac{-n^2T}{2} ln\pi - \frac{1}{2} ln|\Omega| + ln\hat{a}!`|\Xi| + ln\hat{a}!`|\Gamma| - \frac{1}{2} WN^{'}WN; WN^{'}WN & (4.40)\\ &= (\Gamma Y - XB)^{'}\Xi^{'}\Omega^{-1}\Xi(\Gamma Y - XB) & (4.41)\end{aligned}$$

Stimatore specifico per modelli SAR

Il modello SAR in forma compatta si presenta nella forma:

$$Y = \rho WY + BX + U \tag{4.42}$$

Che puo' essere scritto come
$\Gamma Y = BX + U$

La funzione di verosimilianza assume la forma

$$lnL(B, \rho, \sigma) = \frac{-n^2T}{2} ln\pi - \frac{-n^2T}{2} ln\sigma^2 + \frac{ln\hat{a}!`|\Gamma| - 1}{-2\sigma^2} (\Gamma Y - XB)'(\Gamma Y - XB) \tag{4.43}$$

La stima di massima verosimilianza per i parametri B e' data da

$\widehat{B} = (X'X)^{-1}X'\Gamma y = (X'X)^{-1}X'y - \rho(X'X)^{-1}X'WY = \widehat{B}_{OLS} - \rho\widehat{B},$

dove:

- $\widehat{B}_{OLS}$ e $\widehat{B}$ sono rispettivamente la stima OLS di Y su X e la stima OLS di WY su X;
- $\widehat{E}_{OLS} = Y - \widehat{B}_{OLS}X; \widehat{E} = Y - \widehat{B}X;$
- $s^2 = \frac{1}{n^2T}(\widehat{E}_{OLS} - \rho\widehat{E})'(\widehat{E}_{OLS} - \rho\widehat{E}).$

Conoscendo tali stime, e' possibile ricavare la stima di ρ attraverso la formula della verosimilianza concentrata:

$$lnL^* = C - \frac{n^2T}{2} ln\hat{a}!`[\frac{1}{n^2T}(\widehat{E}_{OLS} - \rho\widehat{E})'(\widehat{E}_{OLS} - \rho\widehat{E})] + ln|\Gamma| \tag{4.44}$$

In dettaglio, questi sono gli *step*:

- eseguire una regressione OLS di Y su X per trovare le stime $\widehat{B}_{OLS}$ e i residui $\widehat{E}_{OLS} = Y - \widehat{B}_{OLS}X$;
- eseguire una regressione OLS di WY su X per trovare le stime $\widehat{B}_{OLS}$ e i residui $\widehat{E} = WY - \widehat{B}_{OLS}X$;
- trovare la stima di ρ che massimizza la funzione di massima verosimilianza concentrata.

Stimatore specifico per modelli SEM

Il modello e' dato da:

$$Y = BX + U; \tag{4.45}$$
$$U = \lambda WU + E. \tag{4.46}$$

Apportando la trasformazione per Ξ, si puÃ^2*scrivere* :*to* Y = BX+U;
$\Xi U = E.$(4.47)

La funzione di verosimilianza assume la seguente forma:

$$lnL(B,\lambda,\sigma) = \frac{-n^2T}{2}ln\pi - \frac{n^2T}{2}ln\sigma^2 + ln\hat{a}!`|\Xi| - \frac{1}{2\sigma^2}(Y-BX)^{'}\Xi^{'}\Xi(Y-BX) \tag{4.48}$$

La funzione di verosimilianza concentrata per ricavare il parametro λ sara':

$$lnL^* = C - \frac{n^2T}{2}ln\hat{a}!`[\frac{1}{n^2T}(\widehat{E}^{'}\Xi^{'}\Xi\widehat{E})] + ln|I - \lambda W| \tag{4.49}$$

dove $\widehat{E} = Y - \widehat{B}_{GLS}X$ [4].

La procedura proposta da Anselin (1988) e' composta dei seguenti passi:

1. regredire Y su X e calcolare tramite GLS la stima $\widehat{B}_{GLS1}$; calcolare i residui $\widehat{E} = Y - \widehat{B}_{GLS1}X$;

2. utilizzare i residui stimati (trovati al punto uno) nella funzione di massima verosimilianza concentrata per trovare la stima di λ;

3. usare la stima di λ per calcolare un nuovo stimatore GLS ($\widehat{B}_{GLS2}$) ed una nuova stima dei residui $\widehat{E} = Y - \widehat{B}_{GLS2}X$;

4. ripetere i passi 2) e 3) fino a convergenza della stima dei residui;

5. stimare il valore della varianza tramite l'ultimo *set* di residui attraverso la formula: $\frac{1}{n^2}\widehat{E}'\Xi'\Xi\widehat{E}$.

[4] Lo stimatore *GLS* e' motivato dal fatto che si assume che la matrice di varianza - covarianza dei residui non sia diagonale

4.3.2 Lo stimatore IV/GMM

Il metodo IV/GMM applicato al modello con *lag* spaziale per dati longitudinali formulato da Mutl, Pfaffermyr (2008) si compone dei seguenti passi:

1. $Within$ $2SLS$ (*two stage least squares*) con l'utilizzo delle variabili strumentali $H = [X, WX, W^2X, ..]$;

2. utilizzo dei residui generati attraverso la stima $Within$ del primo passo per la stima GMM attraverso un sistema a 3 equazioni;

3. nuova stima *Feasible Within* dei parametri relativi ai regressori attraverso la stima dei parametri ρ e λ.

Il modello spaziale per dati panel formulato da Kelejian, Kaapoor e Prucha (2007) e' cosi formulato:

$$Y = BX + \rho WY + U; \tag{4.50}$$
$$U = \lambda MU + E. \tag{4.51}$$

Le classiche assunzioni riguardo la forma della matrice di contiguita' devono valere:

- tutti gli elementi della diagonale di W devono essere pari a zero;

- le matrici $(I - \rho W)$ e $(I - \lambda W)$ sono non singolari e con $|\rho| < 1$ e $|\lambda| < 1$;

- le righe e le colonne della matrice W e $(I - \rho W)$ e $(I - \lambda W)$ hanno valore finito;

- la matrice dei regressori X di ordine $n^2T * (Ko + Kd + Kod)$ ha rango pieno e ciascun elemento di tale matrice ha valore finito;

- gli elementi del vettore dei residui E sono distribuiti identicamente, con valore atteso nullo e varianza pari a σ^2.

La formulazione del modello implica la correlazione tra le variabili esplicative e i residui, infatti, dato che

U = (I- $\rho W)^{-1}E$,

allora,

$\Omega_U = E(UU') = \sigma^2(I - \rho W)^{-1}(I - \lambda W')^{-1}$,

e la matrice di var-covarianza delle y e' pari a
$\Omega_y = \sigma^2(I - \rho W)^{-1}(I - \rho W)^{-1}(I - \lambda W')^{-1}(I - \lambda W')^{-1}$,

quindi,

$$\begin{aligned} E[(WY)U'] = W(I - \rho W)^{-1}\Omega_U &= \sigma^2(I - \rho W)^{-1}(I - \lambda W)^{-1}(I - \lambda W')^{-1} \\ &\neq 0 \end{aligned}$$

Essenzialmente, la procedura si divide in tre passi: al primo passo si stima un $2SLS$, in cui vengono utilizzate le variabili strumentali H gia' definite. Al secondo passo il parametro autoregressivo sugli errori viene stimato tramite il metodo generalizzato dei momenti (GMM) a partire dai residui derivanti dal primo passo di stima. Nell'ultimo passo il modello e' ristimato utilizzando uno stimatore $2SLS$ avendo impiegato una trasformazione di tipo $Cochrane - Orchut$ che tiene conto della correlazione spaziale:

1. si definisce il vettore $\Theta = (B, \rho)'$ contenente i parametri relativi alle variabili esplicative e il parametro relativo alla componente di lag spaziale, e $Z = [X, WY]$ la matrice contenente la totalita' dei regressori. La stima $2SLS$ tramite variabili strumentali e' data da:

   $\widehat{\Theta} = (\widehat{Z}'\widehat{Z})(\widehat{Z}Y)$; $\widehat{Z} = P_H * Z = (X, (W\widehat{Y}))$; $(W\widehat{Y}) = P_H WY$; $P_H = H(H'H)^{-1}H'$,

   e dove H e' la matrice delle k variabili strumentali, di ordine $(n^2 * k)$.

2. sulla base dei residui derivanti dal primo passo del metodo di stima vengono per prima cosa generate ulteriori variabili cosi formulate:

   $$\begin{aligned} \overline{U} &= WU; \\ \overline{\overline{U}} &= M^2U; \\ \overline{E} &= ME. \end{aligned}$$

   Prendendo ciascun elemento dei vettori sopra generati, valgono le seguenti relazioni:

   $$\begin{aligned} u_{ij,t} - \rho\overline{u}_{ij,t} &= \varepsilon_{ij,t} \\ \overline{u}_{ij,t} - \rho\overline{\overline{u}}_{ij,t} &= \overline{\varepsilon}_{ij,t} \end{aligned}$$

Elevando al quadrato e sommando in (ij,t) la prima e la seconda equazione, e moltiplicando tra loro le due e sommando per (ij,t), si ottiene un sistema a tre equazioni cosi formulato:

$2\rho(n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t u_{ij,t}\overline{u}_{ij,t} - \rho^2(n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \overline{u}^2_{ij,t} + (n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \varepsilon^2_{ij,t}$
$= (n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t u^2_{ij,t};$

$2\rho(n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \overline{u}_{ij,t}\overline{\overline{u}}_{ij,t} - \rho^2(n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \overline{\overline{u}}^2_{ij,t} + (n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \overline{\varepsilon}^2_{ij,t}$
$= (n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \overline{u}^2_{ij,t};$

$\rho(n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t(\overline{\overline{u}}_{ij,t}\overline{u}_{ij,t} + \overline{u}^2_{ij,t}) - \rho^2(n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t \overline{u}_{ij,t}\overline{\overline{u}}_{ij,t} +$
$(n^2T)^{-1}\sum_{ij,t}\varepsilon_{ij,t}\overline{\varepsilon}_{ij,t} = (n^2T)^{-1}\sum_{ij}\sum_t u_{ij,t}\overline{u}_{ij,t}.$

3. Si effettua una stima *Generalized spatial two stage least squares* (*GS2SLS*): $\widehat{\lambda} = [\widehat{Z}\lambda'\widehat{Z}\lambda]^{-1}\widehat{Z}\lambda'Y\lambda$ dove $\widehat{Z}(\lambda) = P_H(Z)(\lambda)$.

   Tale stima non puo' essere calcolata poiche' non si conosce λ ma solo una stima di questa, si effettua quindi una stima *Feasible* utilizzando una stima dei parametri stimati col metodo dei momenti.

   FGS2SLS: $\widehat{\lambda} = [\widehat{Z}\widehat{\lambda}'\widehat{Z}\widehat{\lambda}]^{-1}\widehat{Z}\widehat{\lambda}'Y\widehat{\lambda}$

Mutl e Pfaffermayr studiano il modello ad effetti fissi e ad effetti variabili in un contesto di dati *panel*. Il modello che presentano include sia la componente di *spatial lag* che quella di *spatial error*, considerando sia la correlazione spaziale che la eteroschedasticita' degli errori. Il metodo di stima si basa sulle variabili strumentali e sul metodo dei momenti.

Dato sistema di equazioni in forma matriciale , si puo' scrivere in forma compatta come:

$$\begin{aligned} Y &= \rho WY + BX + U = \Theta Z + U; && (4.52)\\ U &= \lambda WU + E; && (4.53)\\ E &= M + N; && (4.54) \end{aligned}$$

dove

$$M = \begin{pmatrix} \mu^2_{11,} \\ ... \\ \mu^2_{nn,} \\ ... \\ \mu^2_{11,} \\ ... \\ \mu^2_{nn,} \end{pmatrix}$$

e' un vettore di ordine n^2T dove gli elementi che lo compongono variano solo per coppia.

$$N = \begin{pmatrix} \nu^2_{11,1} \\ ... \\ \nu^2_{nn,1} \\ ... \\ \nu^2_{11,T} \\ ... \\ \nu^2_{nn,T} \end{pmatrix}$$
e' un vettore di ordine n^2T dove gli elementi che lo compongono variano nel tempo e per coppia.

Mutl e Pfaffermayr definiscono le stesse assunzioni di base definite da Kelejian e Prucha (2007):

1. gli elementi di N sono indipendenti e identicamente distribuiti con quarto momento finito . Inoltre $E(\nu^2_{ij,t}) = \sigma^2_\nu > 0$;

2. la matrice spaziale dei pesi contiene elementi non stocastici e $w_{ij,ij} = 0 \forall ij$. Le righe e le colonne delle matrici W,$(I-\rho W)^{-1}$ e $(I-\lambda W)^{-1}$ hanno somma in valore assoluto finita. Le matrici $(I-\rho W)$ e $(I-\lambda W)$ sono non singolari;

3. le variabili esogene contenute in X sono non stocastiche e variano al variare dell'indice individuale e dell'indice temporale. Tali variabili assumono inoltre valori finiti;

4. gli elementi in M sono indipendenti e identicamente distribuiti con quarto momento finito e con $E(\mu^2_{ij}) = \sigma^2_\mu$. Inoltre, gli elementi in M sono indipendenti dal processo di $\nu_{ij,t}$ e $E(\mu_{ij}|X) = 0$ per ogni ij e per ogni t.

Sotto le assunzioni 1, 2 e 4, si puo' dire che il processo dei residui e' generato da:

U = (I- $\lambda W)^{-1}E$;

e la matrice di varianza â covarianza dei residui e' data da:
$\Omega_U = E(UU') = (I-\lambda W)^{-1}[\sigma^2(i_T i'_T \otimes I_N) + \sigma^2 I](I-\lambda W')'$.

Definendo, inoltre, le matrici simmetriche, idempotenti e ortogonali di trasformazione $Within$ e $Between$:

$$
\begin{aligned}
Within : Q_0 &= (I_T - \frac{1}{Ti_T}) \otimes I_N; \\
Between : Q_1 &= \frac{1}{T}(i_T \otimes I_N);
\end{aligned}
$$

dove i_T e' un vettore unitario di ordine T, si puo' scrivere la matrice di varianzaâcovarianza del termine di errore come:

$$
\omega_U = E(UU') = (I - \lambda W)^{-1}\Omega_E(I - \lambda W')^{-1}; \tag{4.55}
$$

e dove

$$
\begin{aligned}
\Omega_E &= \sigma^2 Q_0 + \sigma_1^2 Q_1; \\
\sigma_1^2 & \quad T\sigma_M^2 + \sigma_N^2.
\end{aligned}
$$

Poiche' il *lag* spaziale WY e' una variabile endogena, si adotta il metodo delle variabili strumentali. Nello specifico, si eliminera' per prima cosa la correlazione spaziale apportando una trasformazione di $Cochrane - Orcutt$, poi si applichera' la tecnica delle variabili strumentali per effetti fissi proposta da Baltagi (2008). Questi autori mostrano in una configurazione non spaziale che un *set* ottimale di variabili strumentali nel caso di effetti casuali con variabili endogene e' dato da:
$[\mathrm{Q}_0 X, Q_1 X, i_{n^2 T}]$.

Un adeguato *set* di variabili strumentali per la variabile endogena opportunamente trasformata $\sigma_N, \Omega_U^{-1/2}(\Theta)WY$ risulta essere:

$$
\begin{aligned}
H_R &= [H_Q, H_P] = [Q_O G_0, Q_1 G_1] \qquad (4.56) \\
G_0 &= [X, WX, W^2X, ...] \qquad (4.57) \\
G_1 &= [G_0, i_{n^2 T}] \qquad (4.58)
\end{aligned}
$$

Lo stimatore per effetti fissi

Mutl e Pfaffermayr seguono le assunzioni in Mundlack (1978) per il modello ad effetti fissi. Considerando come conosciuto il parametro ρ, si applica la trasformazione di $Cochrane - Orcutt$ al modello trasformato attraverso una trasformazione *Within*:

$$
\begin{aligned}
Q_0(I - \rho W)y &= (I - \rho W)Q_0; \qquad (4.59) \\
Y &= (I - \rho W)Q_0 Z_Q + Q_0 N; \qquad (4.60) \\
Y_N^*(\rho) &= Z^*(\rho)\Theta + N^*; \qquad (4.61)
\end{aligned}
$$

dove

$$\begin{aligned} Y^*(\rho) &= (I - \rho W)Q_0 Y; \\ Z^*(\rho) &= (I - \rho W)Z_Q; \\ M^* &= Q_0 N_N. \end{aligned}$$

Lo stimatore $Within$ e' cosi ottenuto applicando il metodo delle variabili strumentali al modello trasformato, ottenendo:

$$(\Theta_W) = [(Z^*(\rho)^{'} Z^*(\rho))]^{-1}(Z^*(\rho))^{'} Y^*(\rho); \tag{4.62}$$

con

$$\begin{aligned} Z^*(\rho) &= P_{HQ} Z^*(\rho) = P_{HQ}(I - \rho W)Z; \\ P_{HQ} &= H_Q (H_Q^* H_Q)^{-1} H_Q^{'}; \end{aligned}$$

matrice di proiezione basata sulle variabili strumentali $H_Q = Q_0 G_0$.

Stimatore Feasible

Lo stimatore $Within$ definito precedentemente si basa sulla conoscenza a priori dei parametri σ_M^2 σ_N^2 e ρ. La procedure *Feasible* parte dalla stima IV del modello trasformato, usando le variabili strumentali $H_Q = Q_0 G_0$. Lo stimatore iniziale, consistente sia con il modello ad effetti fissi che con quello ad effetti variabili, puo' essere scritto come segue:
$\Theta = [Z_Q^{'} Q_0 Z_Q]^{-1} Z_Q^{'} Q_{0,n^2} Y$,
in cui
$\mathrm{Z}_Q^{'} = P_{HQ} Q_0 Z_Q$.

I residui ottenuti da tale stima possono esere utilizzati come residui nella stima GMM, per la stima di σ_M^2 σ_N^2 e ρ.
Tali stime sono consistenti se consistente e' la stima di partenza Θ (che lo e' sia nel caso di FE che di RE).

Test di Hausman per dati spaziali

Lo stimatore $Within$ e' consistente sia sotto le assunzioni richieste per il modello ad effetti fissi che sotto le assunzioni che richiede il modello ad effetti casuali, poiche' elimina dalla stima gli effetti stessi. Invece, l'assunzione critica per la validita' del modello ad effetti casuali e' che $E(u_{ij}|X) = 0$, il che' implica che lo stimatore GLS per il modello ad effetti casuali e' inconsistente sotto le assunzioni del modello ad effetti fissi. Il *test* di Hausman (Hausman, 1978) propone di comparare i due stimatori e di testare l' ipotesi:

$\mathrm{H}_0 : \widehat{\Theta}_{FGLS} = \widehat{\Theta}_{fWITHIN}$
$\mathrm{H}_1 : \widehat{\Theta}_{FGLS} \neq \widehat{\Theta}_{FWITHIN}$

per vedere se le assunzioni del modello ad effetti casuali ($E(u_{ij}|X) = 0$) sono valide o meno.

Lo stimatore GLS del modello ad effetti casuali e' piu' efficiente dello stimatore $Within$ (benche' entrambi consistenti), se si assume che $E(u_{ij}|X) = 0$. Inoltre, sotto l'ipotesi H_0, entrambi gli stimatori sono consistenti, mentre sotto H_1 lo stimatore GLS e' inconsistente.

Sotto le usuali assunzioni per il modello OLS descritte nel capitolo 3 (residui *i.i.d.* con media nulla e omoschedasticita' della varianza e non stocasticita' delle variabili esplicative del modello), l'assunzione di indipendenza della componente di effetti casuali μ_{ij} con i residui, le assunzioni riguardanti la matrice di contiguita' W sopra specificate, e le assunzioni riguardo il rango pieno e la indipendenza lineare tra le colonne della matrice H_Q degli strumenti (si veda Mutl, Pfaffermayr, 2008), e' possibile definire il *test* di Hausman per modelli longitudinali spaziali e fornire la sua distribuzione asintotica sotto l'ipotesi nulla:

$$\sqrt{n^2T}(\widehat{\Theta}_{FGLS} - \widehat{\Theta}_{WITHIN}) \quad \overrightarrow{d} \quad N(0, \Sigma_{WITHIN} - \Sigma_{FGLS}) \tag{4.63}$$
$$\widehat{\Sigma}_{WITHIN} - \widehat{\Sigma}_{GLS} \quad \overrightarrow{p} \quad \Sigma_{WITHIN} - \Sigma_{GLS} \tag{4.64}$$

in cui Σ_{GLS} e' una matrice definita positiva,

$$\Sigma_{WITHIN} = \sigma_\nu^2 n^2 T[Z_Q^{'}(I - \lambda W)P_{HQ}(I - \lambda W)Z_Q)]^{-1},$$

e

$$\Sigma_{GLS} = \sigma_\nu^2 n^2 T[Z_Q^{'}\Omega_u^{-1/2}(\widehat{\vartheta})P_{HQ}\Omega_u^{-1/2}(\widehat{\vartheta})Z_Q)]^{-1}.$$

Ponendo:

$$\widehat{H} = n^2T(\widehat{\Theta}_{FGLS} - \widehat{\Theta}_{FWITHIN}^{'})(\widehat{\Sigma}_{WITHIN} - \widehat{\Sigma}_{GLS})^{'}(\widehat{\Theta}_{FGLS} - \widehat{\Theta}_{FWITHIN}) \tag{4.65}$$

e

$$H = n^2T(\widehat{\Theta}_{GLS} - \widehat{\Theta}_{WITHIN})^{'}(\Sigma_{WITHIN} - \Sigma_{GLS})^{'}(\widehat{\Theta}_{GLS} - \widehat{\Theta}_{WITHIN}), \tag{4.66}$$

allora

$$\widehat{H} - H \overrightarrow{p} 0, \tag{4.67}$$

dove H si distribuisce come un χ^2 con $Ko + Kd + Kd$ gradi di liberta'.

Test del moltiplicatore di Lagrange (LM)

Baltagi, Song, Koh (2003) formulano dei *tests* atti a verificare la presenza di autocorrelazione spaziale, effetti individuali e correlazione seriale dei residui per modelli spaziali per dati longitudinali, che si basano sul calcolo del moltiplicatore di *lagrange*. Il modello che loro considerano, rielaborato per il modello gravitazionale, assume la seguente forma:

$$
\begin{aligned}
y_{ij,t} &= B^o \mathbf{x}^o_{i,t} + B^d \mathbf{x}^d_{j,t} + \Phi^{od} d^{od}_{ij,t} + +u_{ij,t} && (4.68)\\
u_{ij,t} &= \mu_{ij} + \varepsilon_{ij,t} && (4.69)\\
\varepsilon_{ij,t} &= \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk}\varepsilon_{hk,t} + \nu_{ij,t} && (4.70)\\
\nu_{ij,t} &= \eta\nu_{ij,t-1} + e_{ij,t}; && (4.71)
\end{aligned}
$$

in cui μ_{ij} sono gli effetti individuali relativi alle coppie di paesi, distribuiti ciascuno con varianza σ^2_μ; ρ e' il coefficiente che misura l'autocorrelazione spaziale e η misura la correlazione seriale. Gli autori propongono una gamma di vari *test*, distinti tra *test* marginali ($M1 - M5$) e test condizionali ($C1 - C6$), cosi' riassumibili:

- $H_0 : \sigma^2_\mu = \eta = \rho = 0; H_1 :$ almeno una componente $\neq 0$
- $H_0 : \rho = 0(\sigma^2_\mu = \eta = 0); H_1 : \rho \neq 0$ $(M1)$
- $H_0 : \eta = 0(\sigma^2_\mu = \rho = 0); H_1 : \eta \neq 0$ $(M2)$
- $H_0 : \sigma^2_\mu = 0(\eta = \rho = 0); H_1 : \sigma^2_\mu \neq 0$ $(M3)$
- $H_0 : \rho = \eta = 0(\sigma^2_\mu = 0); H_1 : \eta \neq 0 or \rho \neq 0$ $(M4)$
- $H_0 : \rho = \sigma^2_\mu = 0(\eta = 0); H_1 : \sigma^2_\mu \neq 0 or \rho \neq 0$ $(M5)$
- $H_0 : \rho = 0(\eta \neq 0, \sigma^2_\mu > 0); H_1 : \rho \neq 0$ $(C1)$
- $H_0 : \eta = 0(\rho \neq 0, \sigma^2_\mu > 0); H_1 : \eta \neq 0$ $(C2)$
- $H_0 : \sigma^2_\mu = 0(\rho \neq 0, \eta \neq 0); H_1 : \sigma^2_\mu > 0$ $(C3)$
- $H_0 : \rho = \eta = 0(\sigma^2_\mu > 0); H_1 : \eta \neq 0 or \rho \neq 0$ $(C4)$

- $H_0 : \rho = \sigma^2_\mu = 0 (\eta \neq 0); H_1 : \sigma^2_\mu \neq 0 or \rho \neq 0$ ($C5$)
- $H_0 : \eta = \sigma^2_\mu = 0 (\rho \neq 0); H_1 : \sigma^2_\mu \neq 0 or \eta \neq 0$ ($C6$)

Nello specifico, i *test* che verranno presentati in quanto utilizzati nelle analisi empiriche che verranno svolte nel capitolo seguente, sono il *test* $M5$ (*test* congiunto per l'autocorrelazione spaziale e gli effetti individuali), il $C1$ (*test* per la verifica dell'autocorrelazione spaziale condizionata dalla presenza degli effetti individuali) e il $C3$ (*test* per la presenza di effetti individuali condizionata dalla autocorrelazione spaziale non nulla)[5]:

- $M5 : LM_{\rho,\mu} = LM_\rho + LM_\mu = \frac{(n^2)^2 T}{b} H^2 + \frac{n^2 T}{2(T-1)} A^2$ [6].
- $C1 : LM_{\rho|\mu,\eta} = \frac{\widehat{D}\rho^2}{b(T-2cg+c^2g^2)}$, che sotto l'ipotesi nulla si distribuisce come una χ^2_1.
- $C3 : LM_{\mu|\rho,\eta} = \widehat{D}\sigma^2_\mu J^{-1}_{22}$, che sotto l'ipotesi nulla si distribuisce come una χ^2_1.

4.3.3 Ulteriori approcci

Il metodo Spatial Filtering

Un approccio differente, che non si basa su di una formulazione di tipo autoregressivo della componente spaziale, e' il metodo Spatial Filtering (Griffith, 1996, 2000, Getis, 1990, 1995). La principale caratteristica di tale metodo e' che la componente spaziale e' rappresentata da k autovettori ortogonali derivanti da una appropriata trasformazione della matrice di contiguita'. Tale metodo permette quindi di sorvolare le questioni relative all'endogeneita' dettate dall'introduzione della componente spaziale attraverso matrice di contiguita', e quindi, se le usuali assunzioni del modello lineare valgono, di poter utilizzare gli stimatori dei minimi quadrati.

Il vantaggio della procedura *Spatial Filtering* consiste nel suddividere le componenti del modello in *spaziali* e *non spaziali*, queste ultime stimabili attraverso procedura OLS.

La procedura proposta da Griffith e' basata sul calcolo del test *Moran I* e prevede che vengano estratti degli autovettori tra loro ortogonali e incorrelati dalla matrice dei pesi. Questi autovettori possono essere visti come una

[5] Per tutti gli altri *test* si rimanda al lavoro di Baltagi et al. (2003).

[6] Si veda l'appendice 1 per la definizione di A, H, e la matrice *Jacobiana* J.

mappatura delle componenti spaziali. Formalmente, questi autovettori sono calcolati sulla formula:

$$(I - ii'/n)W(I - ii'/n), \tag{4.72}$$

in cui:

- W e' la matrice di contiguita' di ordine n;
- I e' una matrice identita' di ordine n;
- i e' un vettore composto da valori pari a uno di ordine n.

Gli autovettori vengono scelti in base all'indice di *Moran*: il primo autovettore sara' quello con l'indice piu' alto. Successivamente, viene scelto un sottogruppo di autovettori attraverso procedura *stepwise*. Allo scopo di ottenere degli autovettori che abbiano una dimensione n^2T, e che rapprsentino sia la dipendenza spaziale relativa al paese *partner* che quella relativa al paese *reporter*, vengono creati due *set* di autovettori.

Se si definiscono con $E = [E_1, ..., E_k]$ gli autovettori definiti dalla procedura *stepwise*, ciascuno dei quali di ordine n, gli autovettori finali saranno:

$\mathbf{E}^0 = [\mathbf{E}_1^O, ..., \mathbf{E}_k^O]$;
$\mathbf{E}^D = [\mathbf{E}_1^D, ..., \mathbf{E}_k^D]$;

dove il generico autovettore $\mathbf{E}_i^O$ e' definito dalla trasformazione
$\mathbf{E}_i^O = I_T \otimes I_n \otimes E_i$

e il generico autovettore $\mathbf{E}_j^D$ e' definito dalla trasformazione
$\mathbf{E}_j^D = I_T \otimes E_i \otimes I_n$.

La componente dinamica nel modello longitudinale spaziale

Di recente sta' assumendo particolare interesse la componente dinamica nel modello gravitazionale. Egger, Pfaffermayr (2011) offrono una motivazione teorica introducendo il concetto di *path-dependance*[7]. La teoria viene confermata a livello empirico, infatti, Bun e Klaassen (2002), De Benedictis e Vicarelli (2005), e Fidrmuc (2009) trovano un'ampia persistenza negli scambi tra il tempo t e il tempo $t - 1$. Modellizzazione e metodi di stima che considerino la componente dinamica sono da attribuire ad Arellano, Bond (1991), Bond e Bover (1995) e Blundell, Bond (1998). Per i modelli dinamici senza

[7] Si veda il capitolo 1

componente spaziale, e' dimostrato come lo stimatore OLS, come anche il $Within$ e il GLS, siano distorti, motivo per cui gli autori sopra citati propongono stimatori che si basano sul metodo delle variabili strumentali e sul metodo dei momenti generalizzato. Di recente, Kukenova e Monteiro (2009) dimostrano come lo stimatore *System GMM* sia il piu' efficiente. Uno sviluppo molto recente consiste nel combinare il modello con componente spaziale con quello per l'interazione dinamica. Jacobs et al. (2011) considerano un modello che combina la dipendenza spaziale e quella dinamica utilizzando effetti fissi individuali, mentre Baltagi et al. (2011) fa' la stessa cosa utilizzando effetti casuali. Questi autori propongono un approccio IV/GMM a tre stadi. Essi combinano le proposte di stima IV/GMM di Kelejian, Kaapoor, Prucha (2007) e Mutl, Pfaffermayr (2008) per modelli spaziali e quelle di Arellano, Bond (1991) per il modello dinamico.

La procedura di stima del modello dinamico-spaziale descritto nelle (4.74) (4.75) e (4.76),

$$y_{ij,t} = \eta y_{ij,t-1} + B^o \mathbf{x}^o_{i,t} + B^d \mathbf{x}^d_{j,t} + \Phi^{od} d^{od}_{ij,t} + \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} y_{hk,t} + u_{ij,t} \tag{4.73}$$

$$u_{ij,t} = \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t} + \varepsilon_{ij,t} \tag{4.74}$$

$$\varepsilon_{ij,t} = \mu_{ij} + \nu_{ij,t}, \tag{4.75}$$

prevede quindi di stimare i parametri η, ρ, Φ e B^O, B^D e B^{OD} attraverso lo stimatore IV/GMM proposto da Mutl e Pfaffermayr presentato al paragrafo precedente, aggiungendo un ulteriore variabile strumentale (per esempio Wy_{t-2}) per controllare l'effetto della componente dinamica e utilizzare i residui derivanti da tale stima per determinare una stima di λ, e dei termini di varianza σ_1^2 e σ_μ^2. Infine, utilizzare uno stimatore $Feasible$ che utilizzi una stima della matrice di varianza - covarianza dei residui.

4.4 Bibliografia

- Anselin L. (1988): Spatial econometrics: Methods and Models. (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht).
- Anselin L., De Gallo J., Jayet H. (2008): Spatial Panel Econometrics.
- Arellano M., Bond S. (1991): Some Tests of Specification for Panel Data: Monte Carlo Evidence and an Application to Employment Equations. Review of Economic Studies, 58, 277-297.
- Arbia, G. (2005): Introductory Spatial Economtrics with application to regional convergence. Springer Verlag (A Springer company).
- Arellano M., Bover O. (1995): Another look at the instrumental variable estimation of error-components models. Journal of Econometrics, Volume 68, Issue 1, Pages 29â51.
- Baltaghi BH (2008): Econometric Analysis of Panel data(4th edition). Wiley.
- Baltagi BH et all. (2003): Testing for serial correlation, spatial autocorrelation and random effects using panel data. Journal of Econometrics, Elsevier.
- Baltagi B.H., Song S.H., Koh W. (2003): Testing panel data regression models with spatial error correlation. Journal of econometrics 117, 123-150.
- Baltagi BH. et all. (2011): Estimating and Forecasting with a Dynamic Spatial Panel Data Model. SERC discussion paper nr.95.
- Barry, R.P., Pace R.K. (1999): Monte Carlo estimates of the log determinant of large sparse matrices. Linear Algebra and its Applications, Volume 289, Issues 1â3, Pages 41â54.
- Bernardini-Papalia R. (2008): A Composite Generalized Cross-Entropy Formulation in Small Samples Estimation. Econometric Review, Volume 27, Issue 4-6.
- Blundell R., Bond S. (1998): Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models. Journal of Econometrics 87, 115-143.

- Bun, M.J.G., Klaassen, F.J.G.M. (2002): The Importance of Dynamics in Panel Gravity Models of Trade.

  SSRN: http://ssrn.com/abstract=306100 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.306100.

- Burridge P. (2001): A research agenda on general-to-specific spatial model search. Investigaciones Regionales, 21 - Pages 71 to 90.

- Cizek P., Jacobs J.P.A.M., Ligthart J. E., Vrijburg H. (2011): GMM Estimation of Fixed Effects Dynamic Panel Data Models with Spatial Lag and Spatial Errors. CentER Discussion Paper No. 2011-134

- Cliff A., Ord. J.K., (1981): Spatial Processes: Models and applications. (Pion, London).

- De Benedictis L., Vicarelli C.(2005): Trade Potentials in Gravity Panel Data Models. Topics in Economic Analysis Policy. Volume 5, Issue 1.1

- Elhorst J.P., Freret S. (2009): Evidence of political yardstick competition in France using a two-regime spatial durbin model with fixed effects. Journal of Regional Science, 49: 931â951.

- Elhorst J.P. (2010): Spatial Panel Data Models.

- Elhorst J.P. (2011): Dynamic spatial panels: models, methods, and inferences. J Geogr Syst 14:5â28.

- Ertur A., Koch W. (2007): Growth, technological interdipendence and spatial externalities: theory and evidence. Journal of applied econometrics. 22: 1033â1062.

- Griffith D.A., Getis A. (2002): Comparative Spatial Filtering in Regression Analysis.

- Griffith D.A. et all. (2006): The Use Of Spatial Filtering Techniques. TI 2006-049/3 Tinbergen Institute Discussion Paper.

- Fidrmuc J. (2009): Gravity models in integrated panels. Empirical Economics, Volume 37, Issue 2, pp 435-446.

- Florax J.A., Raymond J.G.M. (2003): Specification searches in spatial econometrics: the relevance of Hendry's Methodology.

- Geary R.C. (1954): The Contiguity Ratio and Statistical Mapping. The Incorporated Statistician, Vol. 5, No. 3, pp. 115-127+129-146.

- Getis A. (1990): Screening for spatial dependence in regression Analysis. Papers in Regional Sciences, Vol, 69 Issue 1, pp. 69-81.

- Getis, A. (1995): Spatial Filtering in a regression framework: Example using data on urban crime, regional inequality, and government expenditure. In : Anselin , L. , Florax, R.J.G.M. (eds), âNew Direction in spatial econometrics, Springer, Heidelberg, pp.172-185.

- Greene WH (2008): Econometric Analysis (6th edition). Pearson, Upper Saddle River[NJ].

- Griffith D.A. (2000) Eigenfunction properties and approximations of selected incidence matrices employed in spatial analyses, Linear Algebra and its Applications, Vol. 321,Issue 1-3, pp.95-112.

- Griffith, D. A. (1992): Simplifying the normalizing factor in patial autoregressions for irregular lattices. Papers in Regional Science, 71: 71â86.

- Griffith, D. A. (2004): Faster maximum likelihood estimation of very large spatial autoregressive models: an extension of the SmirnovâAnselin result. Journal of Statistical Computation and Simulation Volume 74, Issue 12.

- Jacobs, Jan P.A.M. et all (2009), Dynamic Panel Data Models Featuring Endogenous.

- Hausman J.A. (1978):Specification Tests in Econometrics. Econometrica, Vol. 46, No. 6, pp. 1251-1271.

- Hendry, D.F. (2011) â Empirical economic model discovery and theory evaluation.

- Kapoor M., Kelejian H.H., Prucha I.R. (2007): Panel Data Models with Spatially Correleted Error Components. Centre for analytical Finance Research Paper No.02-05.

- Kelejian HH, Prucha I (1999): A generalized moments estimator for the autoregressive parameter in a spatial model. International Economic Review 40, 509-533.

- Kelejian HH, Prucha I., Kapoor M. (2007): Panel Data Models with Spatially Correlated Error Components. Journal of Econometrics.

- Kelejaian H.H., Prucha I.R. (1998): a Generalized Spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances. Journal of real estate finance and economics, Vol.17:1,99-121.
- LeSage J. and Pace R.K., (2008): Spatial econometrics modeling of origin-destination flows. Journal of Regional Science, 48(5): 941967.
- Mundlak Y. (1978): On the Pooling of Time Series and Cross Section Data. Econometrica, Vol. 46, No. 1, pp. 69-85.
- Mur, J., Angulo, A. (2009): Model selection strategiers in a spatial setting: Some additional results. Regional Science and Urban Economics 39, pp. 200-213.
- Mutl J., Pfaffermayr M. (2010): The Spatial Random EÂects and the Spatial Fixed Effects Model: The Hausman Test in a Cliff and Ord Panel Model. Econometrics Journal, volume 10, pp.1-30.
- Pace R.K., Lee M.L. (2004): Spatial Distribution of Retail Sales. 10th Annual Conference of Pacific Rim Real Estate Society.
- Paelink J.H., Klaassen L.H. (1979): Spatial Econometrics. Saxon House (Farnborough, Eng.)
- Porojon, A. (2001): Trade Flows and Spatial Effects: The Gravity Model Revisited. Open Economies Review, 12, 265â280.
- Smirnov O., Anselin L. (2001): Fast maximum likelihood estimation of very large spatial autoregressive models: a characteristic polynomial approach. Computational Statistics Data Analysis, Volume 35, Issue 3, Pages 301â319.
- Tobler WR (1970): A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. Economic Geography, 46, 234-240.
- Viton P.A. (2010): Notes on Spatial Econometric Models. City and regional planning 870.03.

4.5 Appendice

Appendice 1. Definizione delle componenti per i test del moltiplicatore di Lagrange

$$A = \frac{\widetilde{u}^{'}(J_T \otimes I_n^2)\widetilde{u}}{\widetilde{u}^{'}\widetilde{u}} \tag{4.76}$$

dove $\widetilde{u}$ rappresentano i residui OLS

$$H = \frac{1}{2}\frac{\widetilde{u}^{'}(I_T \otimes (W^{'}W)}{\widetilde{}u}\widetilde{u}^{'}\widetilde{u} \tag{4.77}$$

$$b = \frac{tr(W + W^{'})^2}{2} \tag{4.78}$$

$$g = \frac{1}{\sigma_e^2}(1-\rho)[2 + (T-2)(1-\rho)] \tag{4.79}$$

$$d_3 = tr[(W^{'}B + B^{'}W)(B^{'}B)^{-1}] \tag{4.80}$$

$$d_6 = tr[(W^{'}B + B^{'}W)(B^{'}B)^{-1}]^2 \tag{4.81}$$

J_{22}^{-1} e' l'elemento (2,2) della matrice inversa di $\widehat{J}_\theta$[8] valutata sotto l'ipotesi nulla.

8

$$\widehat{J}_\theta = \begin{pmatrix} \frac{n^2T}{2\sigma_e^4} & \frac{gtr(B^{'}B)}{2\sigma_e^2} & \frac{n^2\rho}{\sigma^2_{e(1-rho^2)}} & \frac{Td^3}{2\sigma_e^2} \\ \frac{gtr(B^{'}B)}{2\sigma_e^2} & \frac{gtr(B^{'}B)^2}{2} & \frac{tr(B^{'}B)}{\sigma_e^2(1-\rho)}[(2-T)\rho^2 + (T-1) + \rho] & \frac{g}{2tr[W^{'}B+B^{'}W]} \\ \frac{n^2\rho}{\sigma^2_{e(1-rho^2)}} & \frac{tr(B^{'}B)}{\sigma_e^2(1-\rho)}[(2-T)\rho^2 + (T-1) + \rho] & \frac{n^2}{(1-\rho^2)^2}(3\rho^2 - \rho^2T + T - 1) & \frac{\rho d_3}{1-\rho^2} \\ \frac{Td^3}{2\sigma_e^2} & \frac{g}{2tr[W^{'}B+B^{'}W]} & \frac{\rho d_3}{1-\rho^2} & \frac{Td_6}{2} \end{pmatrix} \tag{4.82}$$

Capitolo 5

Dati, misure ed analisi esplorative

5.1 Motivazioni

La letteratura mostra come, ad un livello empirico, il modello gravitazionale non spaziale (Anderson 1979, Anderson Van Wincoop 2003) conduce a buoni risultati nella determinazione dei flussi di commercio internazionale. Anderson (1979, p.106) afferma che questa equazione e' quella di maggior successo nello studio di tale fenomeno; inoltre, Everett e Hutchinson (2002, p.489) definiscono questo modello come il cavallo da battaglia (*workhorse*) per studi empirici in economia internazionale.

Poiche' il modello gravitazionale ha le sue radici nella fisica, il flusso di scambi commerciali dipende dalla dimensione economica, sia del paese di origine che del paese di destinazione del flusso, e dalla distanza geografica tra i due paesi.

Recentemente diversi studi hanno messo in luce che un effetto addizionale di cui e' necessario tenere conto, nel modello gravitazionale come in altri campi, e' quello della dipendenza spaziale. L'affermarsi della prima legge della geografia di Tobler (1970): *everything is related to everything else, but closer things are more closely related than distant things* (tutto e' correlato con tutto, ma oggetti vicini sono maggiormente correlati rispetto ad oggetti piu' lontani) ha portato molti ricercatori a considerare tale dipendenza spaziale tra paesi.

Tale dipendenza spaziale, e' dovuta al ruolo del *third country effect*, cioe' il ruolo dei paesi vicini, ed e' un aspetto di particolare interesse negli anni recenti. Autori quali Baltagi (2007, 2008), Bloningen (2007), Hall, Petroulas (2008) evidenziano anche a livello empirico l'importanza di considerare l'influsso che hanno i paesi vicini (il terzo paese) nel commercio internazionale tra i primi due paesi (la coppia oggetto di studio).

Dalla nascita del modello gravitazionale lo spazio e' stato preso in considerazione usando la variabile *distanza* e altre variabili ritenute influenti nella scelta dei flussi di scambio, quali contiguita' geografica, comunanza di lingua e di moneta e presenza di accordi di libero scambio. Queste, da sole, possono risultare inadeguate se si considera che il comportamento di ciascun paese ha un effetto sul comportamento dei propri vicini. Infatti, teorie riguardanti i fattori di localizzazione (*locational factors*) determinano un fenomeno chiamato *spillover* spaziale. Secondo gli studiosi di scienze regionali, mutamenti nei fattori di localizzazione in un paese sono correlati a cambiamenti nei paesi vicini, quindi, ci si puo' aspettare che se tali mutamenti determinano cambiamenti nei flussi commerciali del paese stesso, per effetto di *spillover*, questo produrra' dei cambiamenti anche nel flusso di scambi dei paesi vicini.

Tali motivazioni ci spingono a modellare l'equazione gravitazionale attraverso la componente autoregressiva spaziale (modello SAR, che rappresenta la situazione di equilibrio derivante dall'assunzione di un modello di partenza in cui si immagina che la variazione del flusso di scambi tra una coppia di paesi dipenda dalla variazione del flusso di una coppia vicina dovuta ad un mutamento nei fattori di localizzazione); e attraverso la componente autoregressiva sugli errori (modello SEM, il quale e' legato alla presenza di dipendenza spaziale come quella descritta per il modello SAR in variabili omesse quali servizi, ambiente sociale e spirito imprenditoriale, o alla presenza di $shocks$ casuali)[1].

Il *third country effect*, non si esplica solamente attraverso l'effetto positivo dello *spillover*, ma puo' determinare anche un effetto negativo, ossia una riduzione degli scambi tra coppie. Si tratta dell'effetto persistenza: la scelta di scambiare tra i e j dipende infatti anche dal costo relativo, cioe' dal costo tra i e j comparato con il costo tra i e k, dove k e' un vicino di j (il *thirdcountry* (Adam, Cobham, 2007). Quindi, se la coppia di paesi si trova ad avere vicino a loro un paese che incrementa la propria competitivita' (maggiore domanda di importazione ed esportazione, minori costi di produzione, etc ...), allora lo scambio tra tale coppia diminuira' a favore di un aumento degli scambi con questo paese a loro vicino (Kelejian, Tavlas, Petroulas, 2011).

L'effetto di persistenza e' analizzato nel contesto dell'equazione gravitazionale da Kelejan, Tavlas e Petroulas (2011). Nella loro analisi, le variabili ritardate spazialmente (i *persistance effects*) sono il PIL del paese di origine (inteso come potenziale concorrente esportatore) e il PIL del paese di desti-

[1]si veda la derivazione di tali modelli nel capitolo 4

nazione (inteso come potenziale concorrente importatore), pesate per l'inverso della distanza. Dall'analisi di tali autori risulta che il PIL spazialmente ritardato dal lato esportazioni presenta un effetto non significativo, mentre presenta un effetto negativo il PIL del paese importatore. Tali evidenze empiriche ci permettono di studiare l'effetto della componente di persistenza.

Tale motivazione giustifica l'inserimento nel modello della componente spazialmente ritardata della variabile esplicativa PIL, introducendo una componente autoregressiva tipica del modello spaziale di *Durbin* (SDM) motivato al capitolo 4.

Un altro fattore che ci interessa considerare e' l'effetto migratorio sugli scambi, infatti, di recente, le teoria riguardo la relazione tra *stock* di immigrati e flussi di scambio sta subendo un'inversione di tendenza: Gould (1994) e' stato tra i primi a considerare le migrazione come un elemento incentivante i flussi di commercio internazionale, contrariamente a quanto in linea con la teoria sugli scambi di *Hescher - Ohlin* per cui gli scambi internazionali e le migrazioni sono complementari. Le motivazioni a livello $Macro$ che spingono a considerare lo *stock* di immigrati come una componente incentivante il commercio sono il fatto che l'immigrazione aumenta la domanda aggregata che, a sua volta, aumenta la domanda di importazioni. Anche le esportazioni aumentano, se l'immigrazione porta a dei costi unitari di produzione piu bassi. Inoltre, la presenza di immigrati puo' portare ad una riduzione dell'effetto delle barriere allo scambio rappresentate dalla diversa lingua, diversa moneta e differenze culturali che possono disincentivare lo scambio tra una coppia di paesi, apportando delle $skills$ (competenze specifiche) che incentivano lo scambio. Un'ultima motivazione che induce un aumento delle esportazioni puo' essere rappresentata dalla ricerca da parte degli immigrati di prodotti del paese di origine che richiedono dunque di essere importati.

L'analisi sulla letteratura condotta da Nijkamp et all. (2011) trova che la maggioranza degli studi empirici evidenzia la presenza di questo effetto positivo, cosa che ci permette di modellare lo *stock* di immigrati nell'equazione gravitazionale con l'attesa di ottenere un segno positivo.

A partire da queste premesse, si e' proceduto stimando un modello gravitazionale per l'analisi del flusso di scambi commerciali dei paesi appartenenti all'OCSE, per un periodo di 22 anni che va' dal 1988 al 2009. L'obiettivo e' quindi duplice: da un lato si andranno ad applicare le piu' moderne tecniche di Econometria Spaziale in un campo di ricerca nel quale queste tecniche, ad un livello *panel*, scarseggiano. Dall'altro lato, si andra' a sviluppare una aggiornata analisi sul comportamento dei flussi di scambio tra i paesi dell'OCSE, utilizzando le tecniche spaziali allo scopo di considerare l'effetto di *spillover* ed evidenziare la teoria degli *fattori di locazione*, analizzando l'effetto degli *stock* migratori e dell'effetto persistenza. Nonostante ci siano diversi lavori che analizzano i flussi di scambi tra paesi dell'OCSE attraverso il modello gravitazionale per un panel di dati, usando effetti fissi piuttosto che effetti casuali, e selezionando differenti vatriabili esplicative sulla base degli obiettivi dell'analisi (Egger, 2002, 2004, Rose 2000 per menzionarne alcuni), i contributi che considerano l'effetto spaziale in questa area sono scarsi per dati sezionali (Porojian 2001, Bang 2006), mentre sembrano ancora inesistenti per dati longitudinali.

Come gia' precisato nel capitolo 3, le variabili esplicative del modello possono essere distinte in due gruppi: fattori, relativamente alla dimensione economica, teorizzati attraverso la domanda e l'offerta dei paesi coinvolti nel commercio (fattori *push*), e fattori di resistenza al commercio (fattori *pull*). La *proxy* maggiormente utilizzata per l'offerta e la domanda e' rappresentata dal PIL, per il quale ci si attende una relazione positiva. Poiche' paesi con lo stesso PIL possono avere differenze a livello dimensionale, si considera anche la variabile relativa alla popolazione, dalla quale ci si aspetta ancora una relazione positiva con i flussi di commercio (Bergstrad 1985, Baltagi 2003). Inoltre viene considerato l'indice dei prezzi al consumo espresso a parita' di potere di acquisto [2]. E' stata inoltre gia' motivata l'introduzione della variabile relativa allo *stock* di migrazioni, per il quale ci si attende una relazione positiva (Poot e Strutt 2010, White 2010, White e Tadesse 2011)). Tra i fattori *pull* si andranno a considerare, oltre alla distanza geografica (per la quale la letteratura empirica evidenzia un effetto negativo sul commercio), le *dummies* relative alla presenza di confini geografici, di comunanza di lingua e di moneta, come proposto da Rose (2000) e Glick, Rose (2002). Ci si attende che avere confini geografici in comune, l'utilizzo della stessa moneta e della stessa lingua incrementino il commercio tra due paesi. Pratica ormai comune, e' quella di inserire altre *dummies* relative ad accordi di libero scambio: ci si aspetta che la stipula di tali accordi incrementino il livello di scambi tra paesi (Tang 2005, Kang e Fratianni 2006). In questa analisi verranno inserite *dummies* per gli accordi $Nafta$, $Efta$ ed $Eu15$. Inoltre, come motivato in precedenza, verra' introdotto nel modello l'effetto persistenza attraverso la variabile PIL spazialmente ritardata, dalla quale ci si attende segno negativo.

Per concludere, ci si attende un segno positivo dalla componente spaziale, come risulta dalle analisi di Porojian (2001) e Bang (2006).

[2] Per la motivazione si rimanda al paragrafo 5.2

La scelta del modello puo' seguire due differenti approcci. Tradizionalmente, l'approccio *dallo specifico al generale* prende come punto di partenza un modello ridotto, e prevede di aggiungere, se significative, la/le componenti spaziali. Tuttavia, come discusso da Florax, Folmer, Ray (2003) ed Erthur, Koch (2007) per menzionarne alcuni, la scelta del modello puo' seguire un approccio inverso, detto *dal generale allo specifico*. In questo caso si parte con un modello completo di tutte le sue componenti per poi eliminare le componenti non significative.

Poiche' la dipendenza spaziale e' modellata attraverso l'inserimento tra le variabili esplicative della variabile dipendente spazialmente ritardata, che e' correlata con il suo *ritardo* spaziale, emerge il problema dell'endogeneita', e lo stimatore dei minimi quadrati ordinari (OLS) non e' piu' corretto. Diversi stimatori sono stati proposti per intervenire riguardo questo fatto: il metodo tradizionale e' quello della massima verosimiglianza concentrata proposto da Anselin (1988) e revisionato da LeSage e Page (2008) per dati di flusso. Un metodo alternativo e' quello delle variabili strumentali e del metodo generalizzato dei momenti (IV/GMM), che si serve di specifiche procedure connesse alla scelta di un *set* di appropriate variabili strumentali congiuntamente con la scelta di appropriate condizioni sui momenti. Questo genere di stimatore e' stato sviluppato da Kelejian e Prucha (1998) per dati sezionali e da Kelejian, Prucha, Kapoor (2007) e Mutl, Pfaffermayr (2008) per dati longitudinali. Un altro approccio, sviluppato per superare il problema dell'endogeneita' delle variabili esplicative, e' stato proposto da Griffith (1996, 2000) e da Getis (1990, 1995) e consiste nel fattorizzare la componente spaziale in un *set* di autovettori ortogonali tra loro. Questo approccio prende il nome di *Spatial Filtering*.

Un ulteriore questione sorge a posteriori. Infatti l'adozione del modello di stima spaziale considera l'utilizzo della matrice di contiguita' W che, come si vedra' in seguito, sara' costruita attraverso l'inverso delle distanze tra paesi. Nonostante questa sia una pratica *standard* nelle applicazioni che usano l'equazione gravitazionale con componente spaziale, si avra' la variabile *distanza* inserita due volte nel modello. Questo puo' causare un effetto di collinearita' tra le variabili esplicative, causando un aumento degli $standarderrors$ delle stime.

Inoltre, e' argomento ormai ampiamente discusso in letteratura (Head, Mayer 2002, Martinez-Zarzoso, Suarez-Burguet 2006, Anderson, Van Wincoop 2003) che la variabile *distanza* sia una cattiva *proxy* nella determinazione degli effetti di *bilateral resitance* che il modello teorico identifica con i costi di trasporto T_{ij}. Cheng e Wall (2005) sintetizzano i motivi per cui la distanza sia una cattiva *proxy* in:

- Questioni di *Missmeasurement*: la distanza non e' una esatta misura dei costi di trasporto. Si pensi ad esempio al costo di un trasporto via terra e di uno via mare da uno stesso punto di origine ad uno stesso punto di destinazione: la distanza e' la stessa ma i costi sono differenti.

- Questioni di scelta del *centroide*: talvolta la scelta dei punti nello spazio tra i quali misurare la distanza non rispecchia la distanza tra i maggiori centri economici dei due paesi, nei quali avvengono la maggioranza degli scambi commerciali.

L'ultima questione che ci si pone con questa analisi ha dunque a che fare con lo studio della possibilita' di omettere dal modello gravitazionale la variabile *distanza* sostituendola con un *set* di effetti fissi. Cheng e Wall (2005) utilizzano a questo scopo dei *test LR* (*Likelihood ratio*) tra modelli tra loro annidati allo scopo di verificare la possibilita' di sostituire la distanza con degli effetti fissi. L'approccio che invece si seguira' si fonda sulla derivazione economica del modello gravitazionale strutturale di Anderson, Van Wincoop (2003). Seguendo il principio adoperato da Anderson, Yotov (2012), che testano la possibilita' di eliminare la componente strutturale relativa alla dimensione economica, per rimpiazzarla con degli effetti fissi, andremo a verificare la possibilita' di rimpiazzare la variabile *distanza* con un *set* di effetti fissi relativi a ciascuna coppia di paesi. La scelta della tipologia di effetti fissi da proporre come sostituti della distanza e' rilevante: quello che la distanza va' a rilevare sono i costi di trasporto tra coppie di paesi, i quali possono essere diversi in una direzione (da i a j) rispetto che nell'altra (da j a i). Dunque, utilizzare un *set* di effetti simmetrici puo' non essere adeguato. Allo stesso modo, sarebbe inadeguato considerare due *set* di effetti fissi, uno per il paese *reporter*, l'altro per il paese *partner*, in quantro andrebbero a rilevare effetti specifici del singolo paese, e non relativi alla coppia.

5.2 Specificazione Economica ed Econometrica

Il modello gravitazionale, come detto, e' quello empiricamente maggiormente utilizzato in economia internazionale per la sua eccellente robustezza nel descrivere i flussi di scambio, nonostante nei primi anni successivi alla sua formulazione ad opera di Tinbergen nel 1962 mancava ancora di solide fondamenta teoriche. Il modello descrive il flusso di scambi commerciali tra due paesi come funzione della dimensione economica di entrambi i paesi *reporter* e *partner*, e della distanza geografica tra i due paesi. Il modello gravitazionale consente di analizzare le principali determinanti della dimensione del flusso di scambio, la presenza di effetti di tipo geografico che limitano il flusso, di effetti di politica economica, e l'effetto della presenza di accordi di libero scambio. Nella maggior parte delle applicazioni basate sul modello gravitazionale e' possibile distinguere tra variabili di tipo *pull* e variabili di tipo *push*, in relazione al loro presunto effetto. Le variabili di tipo *push* sono rappresentate dalla dimensione economica: il prodotto interno lordo (PIL) di origine e di destinazione ne sono la principale *proxy*. Altre variabili, quali la popolazione e il prodotto interno lordo pro capite, possono entrare a far parte del modello, in sostituzione, o in aggiunta, del PIL. Possono entrare a far parte del modello ulteriori variabili, quali *dummies* che rappresentano se i due paesi condividono confini geografici, o se condividono la stessa lingua, o se utilizzano la stessa moneta. Rose (2000) e' stato il primo ad introdurre queste variabili nel modello gravitazionale. Altri fattori possono inoltre essere considerati, per esempio gli accordi di libero scambio, quali quelli tra l'$EU15$, il $NAFTA$ o l'$EFTA$.

L'originale modello gravitazionale e' generalmente rappresentato come nell' equazione (5.1):

$$Y_{ij} = \frac{X_i^{\beta^o} * E_j^{\beta^d}}{d_{ij}^{\theta}}. \tag{5.1}$$

Questa e' la forma semplificata del modello piu' generale in equazione (5.2), nel quale si assume che il termine di apertura dei mercati per il paese di origine e per quello di destinazione $P_j^{1-\sigma}$ e Π_i si equivalgano.

$$Y_{ij} = \frac{X_i^{\beta^o} * E_j^{\beta^d}}{d_{ij}^{\theta} * P_j^{1-\sigma} * \Pi_i}. \tag{5.2}$$

Qui, Y_{ij} e' il flusso dal paese i-esimo al paese j-esimo, G rappresenta un fattore costante, X_i e E_j rappresentano la dimensione economica rispettivamente del paese di origine e del paese di destinazione; d_{ij} e' la distanza geografica tra i due paesi (usata come *proxy* dei costi di trasporto), Π_i misura l'apertura al mercato del paese di origine (esportazione di beni verso altri paesi) e $P_j^{1-\sigma}$ l'apertura al mercato del paese di destinazione (importazione di beni da altri paesi). Inoltre, β^o, β^d, e θ sono i coefficienti del modello da stimare.

Baldwin e Taglioni (2006) discutono sull'applicabilita' del modello mostrato in equazione (5.1). Questo modello, infatti, assume che i coefficienti che misurano l'aperturta al mercato estero del paese di origine e del paese di destinazione siano uguali, e che non cambino nel corso del tempo. Se questo non e' valido, dovrebbe essere necessario considerare questi coefficienti, anche detti *multilareral resistance terms.* Poiche' questa assunzione non e' verosimile quando si ha a che fare con dati longitudinali, e' dimostrato che e' possibile risolvere questo problema introducendo nel modello delle variabili individuali per il paese *reporter* e per il paese *partner*. Inoltre, Egger (2000) dimostra che, molto spesso, gli effetti fissi si adattano maggiormente rispetto agli effetti casuali a livello empirico. *Trend* globali quali regolamentazione negli scambi che incentivano un'apertura dei mercati, nuove infrastrutture o migliorie nelle tecnologie informatiche, giustificano, per finire, l'introduzione degli effetti fissi temporali.

Esiste un *trend* globale nel tasso di inflazione quando si deflaziona il valore nominale del flusso attraverso l'indice di prezzo al consumo (*cpi*) degli stati uniti. E' possibile aggiustare questo aspetto includendo la variabile relativa all'indice dei prezzi al consumo espresso a parita' di potere d'acquisto (*ppp*), che rappresenta il costo dei beni del paniere di un paese, divisi per il costo dei beni del paniere degli USA. Nel lungo periodo (*long-run*), infatti, il tasso di cambio e il *cpi* tendono ad aggiustarsi verso il valore dell'indice dei prezzi in *ppp* (parita' di potere di acquisto) (3-4 anni di tempo).

Quindi, se il modello *vero* prevede come dipendente $\frac{Export}{ppp}$ e si usa invece $\frac{Export}{cpi}$[3], viene inserito tra le esplicative il termine $\frac{ppp}{cpi}$ [4].

Allo scopo di derivare un'equazione autoregressiva lineare additiva partendo dalla formulazione del modello economico, si utilizza una trasformazione logaritmica del modello in equazione (5.2). Inoltre, e' necessario aggiungere il termine di errore al fine di considerare la natura stocastica del modello econometrico. Sono inoltre da includere un *set* di effetti individuali al fine di considerare il fattore di bilanciamento ed un *set* di effetti temporali che considerino i *trend* globali. Nonostante sia riconosciuta la preferenza degli effetti fissi agli effetti casuali nell'applicazione del modello gravitazionale, e' necessario fare attenzione alle differenze tra i due differenti approcci. La differenza formale tra effetti fissi e casuali sta' nelle assunzioni di base: nel primo caso si ipotizza che ogni coppia di paesi abbia un suo livello di scambi (definito e costante) incondizionato al resto delle variabili esplicative. Nel secondo caso si ipotizza che le differenze tra le varie coppie di paesi sia un effetto casuale rappresentato da una variabile aleatoria.

Dal momento che, utilizzando gli effetti fissi, avremo n^2 *dummies* rela-

[3]con *Export* si identifica la variabile dipendente, rappresentata dal valore delle esportazioni in termini nominali.

[4]Il motivo di cio' e' che il *cpi* presenta un *trend* globale, e' affetto da altre componenti che provocano correlazione spuria (volatilita' di breve periodo dovuta a fattori esterni).

tive a ciascuna coppia di paese, e T *dummies* per gli anni, il numero di parametri addizionali da dover stimare e' pari a $n^2 + T$. Di conseguenza avremmo bisogno di un *panel* di grandi dimensioni per evitare problemi in fase di identificazione dei parametri. Utilizzando gli effetti casuali, dovrebbe pero' valere l'ipotesi di indipendenza tra gli effetti e la componente di errore. Questa assunzione e' difficilmente verificabile a livello empirico in un contesto di modello gravitazionale: gli effetti fissi non richiedono tale assunzione.

Inoltre, lavori recenti (Elhorst, 2010) mostrano come l'utilizzo degli effetti casuali e' giustificabile nel caso di dati campionari mentre, se si ha a che fare con intere popolazioni (come in questa analisi) gli effetti fissi sono da preferire. Quindi, si propende per l'utilizzo degli effetti fissi.

Tenere in considerazione l'effetto spaziale consiste nel definire la struttura della componente spaziale, cioe' nella definizione della matrice dei pesi. In un tipico caso sezionale con n regioni ed una osservazione per regione, la matrice dei pesi, che definisce i paesi vicini, chiamata W, e' una matrice di dimensione $n * n$, non negativa. Per gli elementi della matrice vale che ciascuna componente (w_{ij}) abbia un valore maggiore o uguale a zero, e, per convenzione, $w_{ii} = 0$, per evitare che un paese sia un vicino di se stesso. Data un'organizzazione dei dati di tipo flusso (*from reporter to partner*) dovremmo definire una matrice dei pesi di ordine $n^2 * n^2$, che definisce ciascuna coppia di paesi come vicini se hanno vicini paesi di origine o vicini paesi di destinazione. Data l'originaria matrice W, possiamo definire la matrice $n^2 * n^2$ W_{od} come il prodotto di kroeneker di W con se' stessa. Si puo', inoltre, costruire altre due matrici che definiscono rispettivamente la dipendenza tra paesi di origione, e la dipendenza tra paesi di destinazione, ossia $W_o = I_n \otimes W$ e $W_d = W \otimes I_n$. Come e' noto, ci sono due motivazioni di stampo econometrico per l'utilizzo di un modello autoregressivo che consideri la dipendenza spaziale. La prima motivazione proviene dal vedere la dipendenza spaziale come un equilibrio di lungo periodo di un processo spazio - temporale sottostante. La seconda motivazione mostra che le variabili omesse che presentano dipendenza spaziale, o un effetto di *shock* casuale, portano alla definizione di un modello con entrambi le esplicative e la dipendente ritardate spazialmente tra le esplicatibe del modello. Facendo riferimento alla prima motivazione, si puo' pensare alla dipendenza spaziale come ad una relazionale *time-lag* che descrive il processo di diffusione nello spazio. Questo porta ad un modello autoregressivo spaziale (SAR) che contiene il ritardo spaziale della variabile dipendente tra le esplicative. La seconda motivazione porta ad un modello dove e' presente tra le esplicative il ritardo spaziale della dipendente e delle esplicative stesse. Un modello autoregressivo sugli errori (SEM) emerge quando le variabili omesse non sono correlate con le esplicative presenti nel modello.[5]

Utilizzando la modellizzazione proposta al capitolo 4, e considerando i vettori $\mathbf{x}_{it}^o$ e $\mathbf{x}_{jt}^d$ come rappresentanti, rispettivamente, le *proxies* delle componenti strutturali del modello teorico X_i e E_j, e il vettore d_{ijt}^{od} come *proxy* della componente strutturale d_{ij}, si puo' definire il modello SAR in equazione (5.3) e il modello SEM in equazione (5.4) e (5.5):

$$y_{ijt} = \alpha_{ij} + \alpha_t + B^o \mathbf{x}_{it}^o + B^d \mathbf{x}_{jt}^d + \Phi^{od} * d_{ijt}^{od} + \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk,od} y_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}; \quad (5.3)$$

$$\begin{aligned} y_{ijt} &= \alpha_{ij} + \alpha_t + B^o \mathbf{x}_{it}^o + B^d \mathbf{x}_{jt}^d + \Phi^{od} * d_{ijt}^{od} + u_{ijt} && (5.4) \\ u_{ijt} &= \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk,od} u_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}. && (5.5) \end{aligned}$$

Qui si assuma una semplificazione del modello (5.3) che porta alla definizione del modello che segue (come definito in LeSage, Pace, 2008).

$$y_{ijt} = \alpha_{ij} + \alpha_t + B^o \mathbf{x}_{it}^o + B^d \mathbf{x}_{jt}^d + \Phi^{od} * d_{ijt}^{od} + (\rho_1 \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk,o} + \rho_2 \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk,d} + \rho_3 \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk,od}) y_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}; \quad (5.6)$$

Tale assunzione e' dunque che $\rho_1 = \rho_2 = 0$ (i coefficienti associati alle matrici di contiguita' W_o e W_d, motivata dal fatto che i coefficiente spaziali siano uniformi).

Le due motivazioni sopra descritte possono, tuttavia, essere complementari, quindi, andremo a considerare congiuntamente entrambe le componenti. Il modello che emerge in questa situazione e' il cosidetto $SARAR$, che considera il ritardo spaziale sia nella dipendente che sugli errori.

$$\begin{aligned} y_{ijt} &= \alpha_{ij} + \alpha_t + B^o \mathbf{x}_{it}^o + B^d \mathbf{x}_{jt}^d + \Phi^{od} d_{ijt}^{od} + \delta \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk,OD} y_{hk,t} + u_{ijt}; && (5.7) \\ u_{ijt} &= \rho \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t} + \varepsilon_{ijt}. && (5.8) \end{aligned}$$

Il modello in equazione (5.7) e (5.8) e' rappresentabile anche nella forma compatta come segue:

[5] Per una discussione piu' dettagliata sulla derivazione di tali modelli si veda il capitolo 4.

$$
\begin{aligned}
Y &= (I_T \otimes \alpha_{ij}) + (I_{n^2} \otimes \alpha_t) + BX + \rho WY + U; && (5.9)\\
U &= \lambda MU + E; && (5.10)
\end{aligned}
$$

e sara' preso come punto di partenza per le successive analisi. Verra' utilizzato un approccio di scelta del modello del tipo *dallo specifico al generale*. Tuttavia, per cominciare, e' utile spendere qualche parola riguardo la scelta della matrice dei pesi. Esistono delle discussioni riguardo al fatto che la matrice dei pesi associata alla componente di ritardo spaziale debba essere uguale o meno a quella associata al ritardo spaziale sugli errori. Al momento, non esiste una chiara risposta a tale quesito poiche' non sono state proposte forti motivazioni a livello empirico. Queste ragioni ci portano alla scelta di una matrice dei pesi non differenziata. Il secondo aspetto di interesse ha a che fare con la scelta del miglior approccio nella definizione dei vicini. Le alternative recentemente piu' utilizzate sono due: la matrice di contiguita' che presenta valori pari a 1 se la coppia di paesi condivide un confine geografico, o la matrice costruita sull'inverso della distanza tra i centroidi dei due paesi.

Nella definizione del modello, dobbiamo scegliere un metodo di stima adeguato al fine di ottenere stime efficienti e non distorte. A partire da quanto proposto da Anselin (1988), il piu' comune metodo di stima quando si ha a che fare con questioni legate all'endogeneita' delle variabili, e' il metodo della massima verosimiglianza concentrata (CML). Un approccio piu' recente si basa sul metodo dei momenti e sulle variabili strumentali (IV/GMM), ed e' stato formulato da Kelejian, Prucha per dati sezionali (1998), Kapoor, Kelejian, Prucha (2007) e Mutl, Pfaffermayr (2008) (per citarne i lavori prioncipali) per dati longitudinali. La funzione di massima verosimiglianza concentrata coinvolge la massimizzazione della funzione di massima verosimiglianza concentrata (concentrata per σ^2 e i coefficienti delle variabili esplicative β_o, β_d, γ), condizionatamente ai parametri relativi ai ritardi spaziali ρ e λ. Nonostante questo sia lo stimatore maggiormente utilizzato e condiviso in econometria spaziale, sorgono difficolta' nella massimizzazione della funzione di massima verosimilianza, in particolare, nel calcolo del determinante di $\Gamma = I_{n^2} - \rho W_{od}$ e $\Xi = I_{n^2} - \lambda W_{od}$. Una soluzione puo' essere quella di approssimare la matrice dei pesi con una matrice $sparsa$, usando la tecnica di fattorizazione di Cholesky.

La stima IV/GMM non risente di questo aspetto ed e' $feasible$, per *dataset* di grandi dimensioni. Risultati sull'efficienza da parte di Das, Kelejian, Prucha (2003) e Lee (2003) mostrano che entrambi gli stimatori GMM e IV sono efficienti quanto lo stimatore ML per piccoli campioni, ma lo stimatore IV/GMM permette di superare la questione computazionale del calcolo del determinante. Per questo motivo, si andra' ad utilizzare lo stimatore IV/GMM.

Il metodo dei momenti generalizzato e' stato per la prima volta proposto da Kelejian e Prucha (1998) per dati sezionali. Piu' tardi, Kelejian, Prucha, Kapoor (2007) sviluppano la medesima procedura adattata ad un contesto longitudinale con effetti casuali; Mutl e Pfaffermayr (2008) hanno proposto il metodo per dati longitudinali con effetti fissi. Si utilizzera' il metodo di stima proposto da questi ultimi autori.

Verranno utilizzati due tipi di test diagnostici: il test del moltiplicatore di Lagrange proposto da Baltagi et all. (2003), per controllare la presenza di dipendenza spaziale e di effetti individuali, e il test di Hausman elaborato da Mutl e Pfaffermayr (2008) in ambito spaziale per discriminare tra effetti fissi ed effetti casuali.

Un approccio differente, che non si basa su di una formulazione di tipo autoregressivo della componente spaziale, e' il metodo *Spatial Filtering* (Griffith, 1996, 2000, Getis, 1990, 1995). La principale caratteristica di tale metodo e' che la componente spaziale e' rappresentata da k autovettori ortogonali derivanti da una appropriata trasformazione della matrice dei pesi. Questa procedura di conversione richiede il calcolo dei filtri spaziali. La tecnica di *Spatial Filtering* sviluppata da Griffith e' basata sulla formula per il calcolo dell'indice di Moran (MI, Moran, 1950). Questa metodologia si basa su di una tecnica di decomposizione, che estrae componenti vettoriali numeriche non correlate ortogonali da una matrice di ordine $n * n$. La stima *Spatial Filtering* per il modello gravitazionale necessita di alcuni aggiustamenti per l'implementazione del metodo. Questa implementazione e' stata proposta da Patuelli e Nijkamp (2008). Nel modello gravitazionale si hanno certe specifiche variabili per il paese di origine e altre per il paese di destinazione. Dato che la correlazione spaziale puo' esistere sia in senso di effetto spaziale tra paesi *reporter* che nel senso di effetto spaziale tra paesi *partner*, Patuelli e Nijkamp (2008) propongono di specificare due *set* di autovettori: il primo *set* relativo al paese di origine e il secondo *set* relativo al paese di destinazione.

Il vantaggio di questo metodo consiste nella possibilita' di oltrepassare le questioni di endogeneita' della componente spaziale.

5.3 Un'applicazione su un panel di paesi OCSE

E' stato analizzato il flusso di scambi commerciali annuale per il periodo che va dal 1988 al 2009 e per i paesi membri dell'$OCSE$. Il campione e' stato ristretto ad un numero di 32 paesi (tabella 5.1 in appendice) per $n = 22$ anni, per un totale di $n * n * T = 22528$ osservazioni. La variabile esportazioni, deflazionata per ottenere un valore a prezzi reali, e' stata scelta come dipendente. Poiche' si deflaziona attraverso l'indice di prezzo al consumo degli Stati Uniti nell'anno 2000, vengono inseriti gli effetti temporali nel modello (come proposto da Rose, 2000).

Un altro accorgimento a riguardo e' dato dall'introduzione della variabile relativa all'indice dei prezzi al consumo a parita' di potere di acquisto che aggiusta per i trend globali del CPI degli Stati Uniti.[6]

I dati relativi alle esportazioni sono disponibili sul sito web di UnComtrade ($http://comtrade.un.org$). UnComtrade mette a disposizione questa variabile in termini nominali (dollari USA). L'indice di prezzi al consumo e', invece, disponibile sul sito dell'$OCSE$. Questi flussi presentano tutti un valore non nullo e la traformazione logaritmica produce una variabile dipendente che assume la forma distributiva approssimabile ad una normale (vedere la tabella (5.6) in appendice).

Le variabili esplicative del modello sono l'indice dei prezzi a parita' di potere di acquisto (*ppp*), il prodotto interno lordo (PIL) in termini reali, la popolazione (*Pop*) e lo *stock* di immigrati del paese $i-$esimo nel paese $j-$esimo ($Migrat$). Inoltre, sono state inserite nel modello le variabili *dummy contig*, *comcur*, e *comlang*, e le *dummies* relative agli accordi di libero scambio ($EU15$, NAFTA, EFTA). Fanno inoltre parte del modello le *dummies* relative agli effetti individuali e agli effetti temporali.

L'indice dei prezzi al consumo a parita' di potere di acquisto e' disponibile sul sito di $PennTable$ nel dataset dal nome $PWT7.0$.

Le variabili *Pop* e PIL, sono disponibili su $PennTable$, mentre i dati relativi a $Migrat$ sono stati rilevati dal sito dell'$OCSE$.

Le *dummies comlang*, *contig* e *comcur* sono disponibili sul sito della CEPII.

Come e' possibile vedere dalla tabella (5.6) in appendice, la trasformazione logaritmica delle variabili esplicative (ad esclusione, ovviamente, delle *dummies*) porta all'ottenimento di variabili con distribuzione normale.

Il modello empirico assume dunque la seguente forma:

[6] Si veda la motivazione al paragrafo precedente.

$\text{Export}_{ijt} = \alpha_{ij} + \alpha_t + \beta_1^o Pop_{it}^o + \beta_2^o PIL_{it}^o + \beta_3^o ppp_{it}^o + \beta_4^o Nafta_{it}^o + \beta_5^o Efta_{it}^o + \beta_6^o Eu15_{it}^o + \beta_1^d Pop_{jt}^d + \beta_2^d PIL_{jt}^d + \beta_3^d ppp_{jt}^d + \beta_4^d Nafta_{jt}^d + \beta_5^d Efta_{jt}^d + \beta_6^d Eu15_{jt}^d + \beta_7 Migrat_{ijt} + \psi_1^{od} Contig_{ij} + \psi_2^{od} Comlang_{ij} + \psi_3^{od} Comcur_{ij} + \psi_4^{od} Dist_{ij} + \psi_5 w_{ij,hk,OD} bilat.PIL_{ijt} + \rho w_{ij,hk,OD} y_{hk,t} + u_{ijt};$

$\text{u}_{ijt} = \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t} + \varepsilon_{ijt};$

in cui:

- $Export_{ij,t}$ sono le esportazioni in termini reali dal paese *reporter* al paese *partner*;
- Pop_{it}^o e Pop_{jt}^d sono la popolazione del paese *reporter* e del paese *partner*;
- ppp_{it}^o e ppp_{jt}^d sono gli indici di prezzo a parita' di potere di acquisto del paese *reporter* e del paese *partner*;
- PIL_{it}^o e PIL_{jt}^d rappresentano il Prodotto interno lordo in valore reale del paese *reporter* e del paese *partner*;
- $Nafta_i^o$ e $Nafta_j^d$ sono delle *dummies* per identificare l'appartenenza all'accordi di libero scambio $Nafta$ dei paesi *reporter* e *partner*;
- $Efta_i^o$ e $Efta_j^d$ sono delle *dummies* per identificare l'appartenenza all'accordi di libero scambio $Efta$ dei paesi *reporter* e *partner*;
- $Eu15_i^o$ e $Eu15_j^d$ sono delle *dummies* per identificare l'appartenenza all'accordi di libero scambio $Eu15$ dei paesi *reporter* e *partner*;
- $Comlang_{ij}$ e' una *dummy* che identifica se la coppia di paesi condivide confini geografici;
- $Comcur_{ij}$ e' una *dummy* che identifica se la coppia di paesi utilizza la stessa moneta;
- $Contig_{ij}$ e' una *dummy* che identifica se la coppia di paesi parla la stessa lingua ufficiale;
- $Dist_{ij}$ rappresenta la distanza geografica tra i centroidi dei due paesi;
- $Migrat_{ijt}$ rappresenta lo *Stock* di immigrati del paese j nel paese i.
- $Bilat.PIL_{ijt}$ e' dato dalla media del PIL del paese *reporter* e del PIL del paese *partner*; [7]

[7] $Bilat.PIL_{ijt} = \frac{PIL_{it}^o + PIL_{jt}^d}{2}, \forall i = 1, ..., n; \forall j = 1, ..., n$

Sono stati eseguiti dei test per verificare la validita' delle assunzioni relative allo stimatore OLS (omoschedasticita' ed incorrelazione dei residui): il test *Breusch-Pagan* e il test di *Durbin-Watson* per la verifica dell'eteroschedasticita' e della correlazione seriale dei residui rivelano che tali assunzioni non valgono (vedi tabella 5.7 in appendice). Queste evidenze sono a supporto della teoria economica secondo la quale gli effetti individuali e temporali e la componente spaziale sono da considerare.

Passando alle componenti spaziali, sono state definite due differenti matrici W di ordine $n * n$, la prima secondo l'approccio di contiguita' territoriale (e' stato usato il comando *spmat* in $STATA$ attraverso le coordinate dei paesi, disponibili su $CEPII$), la seconda usando l'inverso della distanza tra centroidi (disponibile anch'esso su $CEPII$). E' stato utilizzato l'indice di Moran (calcolato per ciascun anno nel periodo che va' dal 1988 al 2009). I risultati di questo test sono presentati in tabella (5.2) di appendice, e mostrano un alto valore dell'indice per la matrice basata sul concetto di contiguita', nonostante le matrici costruite con entrambi i criteri (contiguita' e inverso delle distanze) mostrano indici significativi. La forte differenza nei valori degli indici delle due matrici puo' essere dovuta al fatto che la matrice costruita sull'inverso delle distanze e' piu' completa (connette tra loro tutte le unita' spaziali, seppur con pesi diversi). Percio', nonostante l'indice di Moran risulta essere piu' basso, la matrice costruita sull'inverso delle distanze rappresenta una visione piu' accurata delle relazioni spaziali, e viene percio' preferita alla prima.

Come proposto da Arbia (2009) e' stata controllata l'assunzione di dipendenza spaziale attraverso l'indice di Moran sui residui del modello OLS, utilizzando la matrice W_{od} calcolata sull'inverso delle distanze. Questo test mostra la presenza di un effetto spaziale significativo, come possiamo vedere dalla seconda e terza colonna di tabella (5.3) in appendice. Quindi, si introduce la componente spaziale nel modello, adottando un approccio *dallo specifico al generale*. La scelta di questo approccio piuttosto che di quello *dal generale allo specifico* viene preferito in quanto si e' interessati a valutare l'effetto di determinate variabili (quale quella relativa al fenomeno migratorio) che rappresentano un aspetto innovativo per il modello gravitazionale per il commercio internazionale. Si considera il modello $SARAR$, in cui sono presenti sia il *lag* spaziale sulla dipendente che sugli errori. Allo scopo di scegliere tra effetti fissi ed effetti casuali, e' stato eseguito un *test* di Hausmann; questo *test* mostra una forte preferenza per il modello ad effetti fissi (si veda la prima colonna di tabella 5.5 in appendice). Inoltre, e' stato eseguito un *test* del moltiplicatore di *Langrange* (*test LM*) per controllare una ulteriore presenza di effetti spaziali. Sono stati svolti tre differenti *tests*, il primo per la verifica congiunta dell'autocorrelazione spaziale e di effetti individuali (*Test M5*), il secondo per testare la presenza di autocorrelazione spaziale condizionatamente alla presenza di effetti individuali (*Test C1*), il terzo per verificare la presenza di effetti individuali condizionatamente alla presenza di autocorrelazione spaziale (*Test C3*)[8]. Ciascuno dei tre *test* usati a questo scopo risulta significativo, come si puo' vedere nelle colonne 2, 3 e 4 di tabella (5.5) in appendice, e il valore dell'LR risulta maggiore rispetto a quello relativo ai modelli SAR e SEM. Tali risultati, congiuntamente ad un ulteriore test di Moran calcolato sui residui del modello SEM (colonne 4 e 5 di tabella 5.3) ci porta a considerare come *vero* il modello $SARAR$. E' stata eseguita una stima dei parametri attraverso lo stimatore IV/GMM.

L'approccio di stima *Spatial Filtering*, e la relativa specificazione del modello da utilizzare, segue una strada differente dalla definizione della componente autoregressiva per la specificazione della dipendenza spaziale. Tale approccio, come gia' detto, non ha a che fare con la proposta di un nuovo metodo di stima, ma con la scomposizione della dipendenza spaziale allo scopo di superare le questioni relative all'endogeneita'. Sono stati prima di tutto calcolati gli autovettori dalla matrice di contiguita' W, ottenendo un numero di 32 vettori tra loro ortogonali. Poi, sono stati scelti gli autovettori che mostravano una significativa dipendenza spaziale in rapporto all'indice di Moran. Come mostrato nella tabella (5.4) dell'appendice, i primi 8 autovettori mostrano una dipendenza spaziale significativa. Sono stati presi questi 8 vettori di ordine n e sono stati duplicati n volte per ottenere 8 vettori di ordine n^2 per l'effetto spaziale nel senso di paese di origine, e altri 8 vettori di ordine n^2 per l'effetto nel senso di destinazione. Inoltre questi vettori sono stati ulteriormente duplicati per T volte allo scopo di ottenere vettori di ordine $n^2 * T$ che si adattino alle dimensioni del resto delle variabili. Un' ultima scrematura di questi vettori e' stata svolta con l'utilizzo di una procedura *stepwise*.

5.3.1 Risultati

A conferma di quanto emerso dalla letteratura empirica, l'utilizzo dell'equazione gravitazionale nello studio del commercio tra paesi dell'OCSE porta ad un elevato adattamento dei dati al modello. La tabella 5.9 in appendice mostra, per l'appunto, i risultati a confronto della stima OLS, calcolata sul modello non spaziale, i risultati della stima IV/GMM per il modello $SARAR$, e la stima da approccio *Spatial Filtering*. Osservando i risulta-

[8] si veda il capitolo 4 per la spiegazione dei test

ti della stima IV/GMM in tabella 5.8, si puo' notare come il segno delle componenti strutturali del modello sono simili a quanto mostrato in letteratura. Il prodotto interno lordo del paese *reporter* (PIL^o) e del paese *partner* (PIL^d) presentano segno positivo, come atteso. Anche la popolazione (Pop^o e Pop^d) ricopre un ruolo di rilievo, con un segno significativamente positivo per entrambi i coefficienti stimati. Inoltre appare che la distanza abbia un effetto negativo sul flusso di scambi commerciali, con un valore stimato del coefficiente che rispecchia la letteratura. Come ci si attendeva, la comunanza di lingua (*Comlang*), la comunanza di confini geografici (*Contig*) e l'utilizzo della stessa moneta (*Comcur*) giocano un ruolo positivo, incrementando i flussi di scambio internazionale. Questo dimostra che le politiche discriminatorie basate su fattori culturali ed economici sono ancora importanti nella determinazione dei flussi, come mostrato da Bang (2006). Gli accordi di libero scambio sono anch'essi strumenti che presentano un effetto significativo: appartenere all'unione europea ($EU15^o$ ed $EU15^d$) e all'$EFTA$ ($Efta^o$ ed $Efta^d$) incrementa il flusso di scambi. L'interpretazione che emerge per gli accordi tra i paesi del $NAFTA$ ($Nafta^o$ ed $Nafta^d$), invece, porta a considerazioni opposte: infatti la stima IV/GMM evidenzia una relazione negativa. Tale relazione, tuttavia, potrebbe essere distorta dal fatto che USA e Messico, nazioni facenti parte del $NAFTA$, sono altamente popolate e rappresentano degli *Outlyiers* a tal riguardo; una stima da modello eccessivamente elevata del flusso di esportazioni bilaterali data dall'elevato coefficiente relativo alla popolazione e' quindi corretta attraverso questa *dummy*, che non andra' a cogliere solamente gli effetti di libero accordo ma anche a correggere l'effetto *outlyers* sopra descritto.

A sostegno della teoria sull'effetto di persistenza, il PIL dei paesi *vicini* (*W bilat. PIL*) presenta un coefficiente negativo. A sostegno invece delle nuove teorie sull'effetto dello *stock* di immigrati sul flusso di scambi descritte al paragrafo 5.1, la variabile $Migrat$ presenta un effetto positivo.

Le ultime due righe della tabella (5.8) mostrano il valore stimato dei coefficienti relativi alle componenti spaziali del modello, ρ per l'effetto della componente *autoregressive* e λ per l'effetto della componente *error model.* Seppur con valore assoluto piuttosto basso, i corrispondenti segni positivi e significativi sembrano confermare il ruolo della dipendenza spaziale nell'analisi dei flussi di commercio internazionale in ambito $OCSE$.

5.3.2 Conclusioni

In questa analisi sono stati studiati i flussi di scambio tra i paesi dell'$OCSE$ usando il modello gravitazionale. E' stato, inoltre, formalizzato il modello, sia da un punto di vista economico che da un lato econometrico, dando enfasi alla componente spaziale. Sono state utilizzate utilizzate le principali e piu' moderne tecniche di econometria spaziale per la specificazione della componente spaziale. I risultati mostrano un buon adattamento del modello gravitazionale ai dati relativi al flusso di scambi tra paesi dell'$OCSE$, confermando l'importanza delle variabili strutturali del modello teorico, ed una conferma empirica delle teorie che hanno motivato tale analisi: la presenza di dipendenza spaziale che motiva la scelta di un modello $SARAR$ con entrambi i ritardi sulla dipendente e sugli errori porta alla conferma delle teoria relative agli *spillover* e ai *locational factors*. Trovano inoltre conferma le nuove teorie riguardo l'effetto migratorio e la teoria sull'effetto persistenza.

Tuttavia, sono presenti alcuni punti per i quali l'analisi merita di essere approfondita, sia da un punto di vista di interpretazione economica che per quanto riguarda la modellistica econometrica. Seppure i metodi basati sui modelli autoregressivi spaziali e l'approcio di *Spatial Filtering* siano ampiamente discussi e considerati in campo econometrico, l'applicazione di tali metodologie adattate all'equazione gravitazione non e' ancora stata ampiamente discussa ed approfondita. Il modello per dati di flusso proposto da Le Sage e Pace (2008), che considera separatamente la dipendenza spaziale tra paesi *reporter*, tra paesi *partner* e congiunta, stimata attraverso una massima verosimiglianza concentrata, puo' essere esteso al contesto longitudinale. Inoltre, questi modelli potrebbero essere stimati attraverso un'approccio IV/GMM.

Un altro aspetto di ricerca puo' riguardare l'introduzione della componente dinamica in un modello $SARAR$. Nel contesto dei dati *panel*, sono stati di recente proposti modelli e stimatori (Baltagi et all., 2011, Jacobs et all. 2011). In questo caso, lo stimatore proposto per modelli dinamici (*System GMM*) che si basa sulla trasformazione dei dati in differenze prime, si fonde con lo stimatore IV/GMM utilizzando una ulteriore trasformazione $Within$.

Per finire, ad un livello di interpretazione economica, potrebbe essere interessante investigare se il *trend* globale che e' catturato con gli effetti fissi possa essere invece catturato da variabili relative all'apertura finanziaria, l'attivita' innovativa e le politiche ambientali (Costantini, Mazzanti, 2010).

5.4 Un'analisi strutturale del modello

L'adozione del modello spaziale utilizzato nella precedente applicazione considera l'utilizzo della matrice di contiguita' W costruita attraverso l'inverso delle distanze tra paesi. Nonostante questa sia una pratica *standard* nelle applicazioni che usano l'equazione gravitazionale con componente spaziale, puo' manifestarsi un effetto di collinearita' tra le variabili esplicative, causando elevati standard errors delle stime.

Inoltre, e' argomento ormai ampiamente discusso in letteratura (Head, Mayer 2002, Martinez-Zarzoso, Suarez-Burguet 2006, Anderson, Van Wincoop 2003) che la variabile *distanza* sia una cattiva *proxy* nella determinazione degli effetti di *bilateral resistance* che il modello teorico identifica con i costi di trasporto T_{ij}. Martinez-Zarzoso e Suarez-Burguet (2005) mettono in evidenza come i costi di trasporto diminuiscano all'aumentare dei flussi di scambio, motivo per il quale andrebbero modellati congiuntamente in un sistema a due equazioni con i flussi di scambio e per cui la distanza, che non varia al variare del tempo ed e' esogena a mutamenti nei flussi di scambio, diventa una *proxy* inadeguata. Inoltre, e' empiricamente dimostrato che l'introduzione nel modello della variabile relativa alla distanza sovrastimi l'effetto negativo dei costi di trasporto sui flussi di scambio (Rose, 2002, Cheng, Wall 2005).

Cheng e Wall (2005) evidenziano due ulteriori motivazioni per l'inadeguatezza della distanza come *proxy* dei costi di trasporto, relative a:

- questioni di $Missmeasurement$: la distanza non e' una soddisfacente misura dei costi di trasporto. Si pensi ad esempio al costo di un trasporto via terra e di uno via mare da uno stesso punto di origine ad uno stesso punto di destinazione: la distanza e' la stessa ma i costi sono differenti.

- questioni di scelta del *centroide*: talvolta la scelta dei punti nello spazio tra i quali misurare la distanza non rispecchia la distanza tra i maggiori centri economici dei due paesi nei quali avvengono la maggioranza degli scambi commerciali.

Gli aspetti fin qui descritti motivano l'interesse a testare la possibilita' di omettere dal modello gravitazionale strutturale la variabile *distanza* grazie al'introduzione degli effetti fissi. Cheng e Wall (2005) utilizzano a questo scopo dei *test LR* (*Likelihood ratio*) tra modelli *nested* allo scopo di verificare la possibilita' di sostituire la distanza con degli effetti fissi. Tale aproccio non si basa su solide basi di teoria economica, motivo per cui verra' indirizzata l'analisi sulla base dell'approccio utilizzato da Anderson e Yotov (2012) che si basa sulla derivazione economica del modello gravitazionale strutturale di Anderson, Van Wincoop (2003).

Seguendo il principio adoperato da Anderson e Yotov (2012), si andra' a verificare la possibilita' di utilizzare un *set* di effetti fissi relativi a ciascuna coppia di paesi in luogo della variabile *distanza*.

La scelta della tipologia di effetti fissi da proporre come sostituti della distanza e' rilevante: quello che la distanza va a rilevare sono i costi di trasporto tra coppie di paesi, i quali possono essere diversi in una direzione (da i a j) rispetto all'altra (da j a i). Dunque, utilizzare un *set* di effetti simmetrici puo' non essere adeguato. Allo stesso modo, sarebbe inadeguato considerare due *set* di effetti fissi, uno per il paese *reporter*, l'altro per il paese *partner*, in quantro andrebbero a rilevare effetti specifici del singolo paese, quando i costi di trasporto − per i quali si vuole considerare l'effetto − sono relativi alla coppia.

L'intento di questa analisi e' quello di comparare gli effetti fissi di coppia non simmetrici stimati attraverso modello empirico con le componenti relative alla *distanza* e agli incogniti *multilateral resistance term* derivati dal modello teorico strutturale di Anderson e Van Wincoop. Se il modello gravitazionale strutturale e' corretto, *distanza* e *multilateral resistance terms* dovrebbero essere pari agli effetti fissi stimati col modello empirico. I risultati che verranno mostrati in seguito evidenziano che le componenti del modello strutturale in questione e gli effetti fissi stimati tramite modello empirico si differenziano solo per effetto del caso.[9] spiegano quasi tutta la variazione del modello con effetti fissi stimati.

Nel sottoparagrafo 1 viene definito e derivato il modello gravitazionale teorico e la sua implementazione empirica. Il sottoparagrafo 2 presenta la costruzione di un *test* $ANOVA$ relativo alla bonta' di adattamento del modello strutturale, mentre nel sottoparagrafo 3 verra' presentato un *test* d'ipotesi sempre per la verifica della bonta' di adattamento di tale modello strutturale. Il sottoparagrafo 4 presenta l'analisi del modello di regressione escludendo la variabile *distanza* e il confronto di tale modello con il modello con la distanza stimato al paragrafo precedente. Il sottoparagrafo 5 contiene le conclusioni.

5.4.1 Derivazione del modello gravitazionale strutturale, delle componenti di *Multilateral resistance* e degli effetti fissi

La teoria economica del modello determinato da Anderson, Van Wincoop (2003), si basa sul concetto di *trade separability.*

Secondo tale concetto, ad un livello superiore viene generato il livello di produzione ed il livello di spesa per ciascun bene in ciascuna regione e ad un livello inferiore la domanda e l'offerta tra paesi condizionata al valore di

[9]Si vedra' come la differenza tra tali componenti si distribuira' come una normale a media nulla

produzione e di spesa determinata al livello superiore. La determinazione del modello fa uso dei seguenti vincoli:

- vincolo di bilancio (uno per ogni destinazione);
- *market clearance condition* (uno per ogni paese di origine);

congiuntamente all'utilizzo della funzione di domanda di tipo CES. Definendo $T_{ij} \geq 1$ la variabile relativa ai costi di trasporto, e σ l'elasticita' di sostituzione, si definisce la funzione di domanda CES

$$Y_{ij} = (\beta_i p_i T_{ij}/P_j)^{1-\sigma} E_j \tag{5.11}$$

un'implicazione del vincolo di *budget* agisce sul prezzo relativo:

$$P_j = [\sum_i \beta_i p_i T_{ij})^{1-\sigma}]^{1/1-\sigma} \tag{5.12}$$

Imponendo la seconda restrizione, cioe' $X_i = \sum_j X_{ij}$, si somma in j la funzione di domanda CES e si ottiene che:

$$X_i = \sum_j (\beta_i p_i)^{1-\sigma} (T_{ij}/P_j)^{1-\sigma} E_j. \tag{5.13}$$

Sfruttando $X = \sum_i X_i$, si ottiene inoltre che:

$$X_i/X = (\beta_i p_i \Pi_i)^{1-\sigma} \tag{5.14}$$

dove $\Pi_i = \sum_j (T_{ij} P_j)^{1-\sigma} E_j/X$. Per la *market clearence condition*, se sommo l'ultima equazione in i ottengo che $\sum_i (\beta_i p_i \pi_i)^{1-\sigma} = 1$.

Si utilizza la stessa equazione per andare a sostituire i suoi termini p_i e β_i nella equazione di domanda iniziale, per ottenere un sistema a tre equazioni che rappresenta la definizione del modello gravitazionale di Anderson e Va Wincoop (2003):

$$Y_{ij} = \frac{E_j X_i}{Y} (\frac{T_{ij}}{P_j \Pi_i})^{1-\sigma} \tag{5.15}$$

$$(\Pi_i)^{1-\sigma} = \sum_j (\frac{T_{ij}}{P_j})(\frac{E_j}{X}) \tag{5.16}$$

$$(P_j)^{1-\sigma} = \sum_i (\frac{T_{ij}}{\Pi_i})(\frac{X_i}{X}) \tag{5.17}$$

Il modello gravitazionale teorizzato da Anderson e Van Wincoop considera quindi gli effetti di *multilateral resistance*, i quali si ipotizzano incogniti.

Le equazioni (5.15) – (5.17) ci permettono di andare a stimare gli effetti di *multilateral resistance* incogniti, attraverso un passo di stima preliminare delle componenti E_j, X_i e T_{ij}, dove $T_{ij}^{1-\sigma}$ e' sostituita da una *proxy* definita dalla formula seguente:

$(\mathrm{T}_{ij})^{1-\sigma} = e^{\beta_1 lnDist_{ij}+\beta_2 COMLANG_{ij}+\beta_3 COMCUR_{ij}+\beta_4 COMLANG_{ij}} + \rho w_{ij,hk,OD} y_{hk,t} + \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t}$

In tale passo di stima preliminare verra' anche stimato il *set* di $n*n$ effetti fissi, che si basa sull'utilizzo di un modello empirico composto da:

- i rimanenti *bilateral resistance* diversi da quelli relativi ai costi di trasporto, stimati attraverso una proxy cosi definita:

  $(T2_{ij})^{1-\sigma} = e^{\phi_1 COMLANG_{ij}+\phi_2 COMCUR_{ij}+\phi_3 COMLANG_{ij}} + \rho w_{ij,hk,OD} y_{hk,t} + \lambda \sum_{hk=1}^{n^2} w_{ij,hk} u_{hk,t}(1);$

- La componente di dimensione economica del paese di origine:

  $X_{i,t} = e^{\beta_1^o lnPIL_{i,t}^o+\beta_2^o lnppp_{i,t}^o+\beta_3^o lnPop_{i,t}^o}(2)$

- la componente di dimensione economica del paese di destinazione

  $E_{j,t} = e^{\beta_1^d lnPIL_{j,t}^d+\beta_2^d lnppp_{j,t}^d+\beta_3^d lnPop_{j,t}^d}(3)$

- altre variabili relative alla coppia di paesi

  $C_{ij,t} = e^{\phi_4 EU_{ij}+\phi_5 NAFTA_{ij}+\phi_6 EFTA_{ij}+\phi_7 Migration_{ij,t}+\phi_7 lnWBilat.PIL_{ij,t}}(4)$

Il modello empirico e' quindi cosi definibile:

$$Export_{ij,t} = e^{(1)+(2)+(3)+(4)+\theta_{ij}} + \varepsilon_{ij,t} \qquad (5.18)$$

in cui θ_{ij} rappresentano gli effetti fissi di coppia simmetrici.

Il modello (5.18) contiene tutte le variabili di *bilateral resistance* ad esclusione della *distanza*, poiche', per l'appunto, si intende cogliere l'effetto dei costi di trasporto dovuti dalla distanza geografica con la componente di effetti fissi piuttosto che con la variabile *distanza*.

La possibilita' di scorporare in due parti le variabili volte a cogliere gli effetti di resistenza bilaterale necessita dell'assunzione di scomponibilita' dei costi, che trova conferma in Feenstra (1998), il quale trova che il mero costo di trasporto conta per il 21÷ dei costi di scambio totali. Analiticamente, ci si serve della seguente scorporazione dei costi totali in costi di trasporto (per i quali *dist* e' la proxy non corretta) e altre variabili relative alla resistenza bilaterale: $(T_{ij})^{1-\sigma} = (dist_{ij}+T2_{ij})^{1-\sigma}$, dove $T2 =$ *Contig, Comcur, Comlang*) e' il vettore di tali restanti variabili.

5.4.2 Misura per l'adattamento del modello ad effetti fissi: un'analisi della varianza

L'impiego del modello strutturale implica che il valore atteso degli effetti fissi stimati attraverso il modello empirico in equazione (5.18) sia pari al valore atteso della stima dei *multilateral resistance terms* ricavati dalle equazioni (5.16) e (5.17) piu' la distanza:

$$\theta_{ij} = ln[\Pi_i^{\sigma-1} P_j^{\sigma-1} dist_{ij}^{1-\sigma}].^{10} \tag{5.19}$$

Si ritiene cioe' che la differenza tra i *multilateral resistance terms* piu' le distanze e gli effetti fissi sia unicamente dovuta al caso, il che ci porta a testare tale differenza, andando a confrontare le stime di tali componenti:

$$r_{ij} = \widehat{\theta}_{ij} - ln[\widehat{\pi}_i^{\sigma-1} \widehat{P}_j^{\sigma-1} dist_{ij}^{1-\sigma}]. \tag{5.20}$$

Il termine r_{ij} puo' essere interpretato come la componente residuale di una regressione della stima degli effetti fissi $\widehat{\theta}_{ij}$ rispetto a $ln[\widehat{\pi}_i^{\sigma-1} \widehat{P}_j^{\sigma-1} dist_{ij}^{1-\sigma}]$, in cui si vincola l'intercetta pari a 0 e i parametri pari a 1, .

Tale interpretazione consente di analizzare la componente r_{ij} tramite un'analisi della varianza ($ANOVA$, suggerito da Egger, Pfaffermayer (2002 [1,2], 2004), come misura di bonta' di adattamento delle componenti del modello strutturale. In altre parole, ponendo:

- $V(r)$ la varianza della variabile casuale r_{ij},
- $V(S)$ la varianza dei *multilateral resistance terms* e della distanza: $ln[\widehat{\pi}_i^{\sigma-1} \widehat{P}_j^{\sigma-1} dist_{ij}^{1-\sigma}]$;

la proporzione della varianza degli effetti fissi $\widehat{\theta}_{ij}$ spiegata dalle componenti del modello strutturale $ln[\widehat{\pi}_i^{\sigma-1} \widehat{P}_j^{\sigma-1} \widehat{dist}_{ij}^{1-\sigma}]$ sara' pari al coefficiente di

[10] Qui, l'assenza del cappello che indica la stima sta' ad indicare che si tratta del valore atteso

correlazione lineare R^2 del modello di regressione con i vincoli sopra descritti [11].

Il risultato dell'indice di R^2 e' pari a 0.9. Ne segue che:

1. il modello strutturale teorizzato da Anderson e Van Wincoop e' una formulazione coerente con l'analisi empirica del commercio internazionale;

2. risulta possibile eliminare dal modello empirico la variabile *distanza* in quanto gli effetti fissi di coppia considerano l'effetto di tale variabile sul comportamento dei flussi di scambio.

5.4.3 Misura per l'adattamento del modello ad effetti fissi: test d'ipotesi per media nulla e distribuzione normale

Come accennato nella parte introduttiva del paragrafo 5.4, si e' interessati a valutare che la differenza tra i $multilateralresistanceterms$ stimati da modello teorico piu' la distanza e gli effetti fissi stimati da modello empirico sia puramente effetto del caso, il che equivale a dire che i residui r_{ij} siano distribuiti come una normale a media nulla. Si vorrebbe dunque procedere con una *test* di ipotesi sul valore atteso nullo e distribuzione normale di tali residui.

Sfortunatamente, un *test* d'ipotesi del tipo $t - test$ per valutare l'ipotesi nulla che $E(r_{ij}) = 0$ richiede la condizione che tali residui siano generati da un processo indipendente e con uguale distribuzione.

L'assunzione di indipendenza e identica distribuzione e' difficilmente ipotizzabile, infatti, tali residui sono definiti da una equazione che considera congiuntamente i *multilateral resistance terms* (Π_i e P_j) e la distanza ($dist_{ij}$), le cui componenti sono tra loro correlate. Infatti, i *multilateral resistance terms* sono stimati (attraverso le equazioni 5.16 e 5.17 utilizzando tra i suoi regressori la distanza come $proxy$ per il valore $vero$ dei costi di trasporto, che quindi conterra' un errore di misurazione. Tale errore di misurazione si ripercuote sui *multilateral resistance terms* che saranno dunque correlati con la $distanza$.

[11] e' richiesta l'ipotesi di indipendenza del test da possibili alterazioni dell'esperimento. Il soddisfacimento di questa ipotesi e' garantito perche' sia la dipendente che le esplicative del test $ANOVA$ sono state definite condizionatamente alle stesse restanti variabili strutturali che compongono il modello

Anche la soluzione di eseguire un $t-test$ basato sui residui *bootstrap* generati dai residui r_{ij} presenterebbe delle problematiche analoghe: trovandoci nel caso di campioni non indipendenti, una soluzione proposta in letteratura e' il $block-bootstrap$. Tuttavia, questo metodo richiede, per mantenere la stazionarieta' della distribuzione, di variare la dimensione dei sottocampioni (si veda Politis, Romano, 1994).

Al contrario, e' possibile ipotizzare che i residui ε_{ijt} relativi al modello (5.18) siano indipendenti ed identicamente distribuiti. Attraverso una procedura *regression bootstrap* che utilizza come punto di partenza i residui del modello (5.18), si andra' a testare l'ipotesi $E(r_{ij}) = 0$ e a valutare la normalita' distributiva di tali residui. E' possibile ottenere un *set* di residui r_{ij} *bootstrap* che godono della proprieta' di indipendenza, seguendo i seguenti passi:

1. stima del modello (5.18) e stima dei residui ε_{ijt}
2. generazione dei residui stimati al punto 1 ottenendo $[\varepsilon_{ijt,1}, ..., \varepsilon_{ijt,B}]$, e calcolo B stime *bootstrap* della variabile $Export_{ijt}$ attraverso la seguente relazione:

   $Export_{ijt,b} = \widehat{Export}_{ijt} + \varepsilon_{ijt,b}; \forall b = 1, ..., B$

   dove $\widehat{Export}_{ijt}$ e' la stima da modello (5.18);
3. calcolo B regressioni lineare del modello (5.18), utilizzando in ognuna, ciascuna delle B stime *bootstrap* di $Export_{ijt}$ ottenute al passo precedente, allo scopo di ottenere B *set* di coefficienti del modello (5.18) e B stime degli effetti fissi θ_{ij};
4. per ciascuna delle B iterazioni, si ristimano i *multilateral resistance terms* attraverso le relazioni definite dalle (5.16) e (5.17).

A conclusione di questa procedura, si disporra' di B stime *bootstrap* degli effetti fissi: $[\theta_{ij,1}, ..., \theta_{ij,1}]$, dei *multilateral resistance terms*: $[\Pi_{i,1}, ..., \Pi_{i,B}]$, $[P_{j,1}, ..., P_{j,B}]$ e della distanza: $[dist_{ij,1}, ..., dist_{ij,B}]$, e si possono definire B termini *bootstrap*, tra loro indipendenti, relativi ai residui r_{ij} cosi definiti:
$r_{ij,b} = \theta_{ij,b} - (\Pi_{i,b} + P_{j,b} + dist_{ij,b}); \forall b = 1, ..., B.$

A questo punto, si puo' eseguire un $t - test$. Per ciascuna iterazione si calcola la media:

$\mathrm{M}(\mathrm{r}_{ij,b}) = \frac{\sum_{ij} r_{ij,b}}{n^2}$,

e lo *standard error*:

$SE(r_{ij,b}) = [\frac{\sum_{b=1}^{B} M(r_{ij,b} - M(r_{ij})}{\sqrt{n^2}}]^{-1/2}$,

dove $M(r_{ij}) = \sum_{i=1}^{B} M(r_{ij,b})$ rappresenta la media delle medie.

Il $t - test$ per valutare l'ipotesi $H_0 : E(r_{ij}) = 0$ assumera' la forma:

$$t \sim \frac{M(r_{ij})}{SE(r_{ij,b})} \tag{5.21}$$

Il risultato del *test* per la verifica che la componente residuale r_{ij} abbia valore atteso nullo, si attesta su 1.12 per un $p - value$ pari a $Pr(|T| > |t|) = 0.130$, quindi, non viene rifiutata. Tale analisi conferma la tesi per la quale il modello gravitazionale empirico puo' fare a meno dell'inserimento della variabile *distanza*, se opportunamente rimpiazzata attraverso gli effetti fissi di coppia.

Per finire, attravero un *test* di Shapiro - Wilk e la visualizzazione grafica attraverso box-plot, si va' a valutare l'adattamento della distribuzione dei residui ad una normale. Il *test* di Shapiro-Wilk sui residui si attesta sul valore di 0.991, con un $p - value$ di 0.787, che permette di non rifiutare l'ipotesi nulla di normalita' distributiva dei residui derivanti dal confronto tra i *multilateral resistance terms* piu' la distanza e gli effetti fissi.

La robustezza delle analisi appena svolte e' confermata dal confronto delle stime dei coefficienti del modello senza *distanza* con i rispettivi coefficienti del modello con *distanza*, le cui stime sono state discusse nel paragrafo precedente. Come si puo' vedere in tabella (5.10) in appendice, i coefficienti stimati del modello senza *distanza* presentano segni attesi simili a quelli del modello con la *distanza*.

5.4.4 Conclusioni

Come precedentemente motivato, l'utilizzo della variabile *distanza* ricopre un ruolo critico quando si ha a che fare con il modello gravitazionale. Lavori recenti affrontano questa questione rimpiazzando con gli effetti fissi la variabile relativa alla distanza. Gli effetti fissi di coppia senza l'ipotesi di simmetria sono da preferirsi agli effetti di coppia con ipotesi di simmetria e agli effetti fissi per singoli paesi *reporter* e *partner* in quanto i costi di tasporto dal paese *partner* al paese *reporter* possono essere diversi da quelli dal paese *reporter* al *partner*, e perche' gli effetti per paese *reporter* e *partner* possono considerare effetti del singolo paese piuttosto che dell'interazione tra i due.

L'analisi qui svolta si fonda sulla definizione del modello gravitazionale teorico ipotizzato, ed e' quindi coerente da un punto di vista economico. L'analisi si basa sul confronto degli effetti fissi di coppia stimati dal modello empirico in assenza della variabile *distanza*, con i *multilateral resistance terms* e la distanza stessa, stimate dal modello teorico. Si e' dimostrato che i residui derivanti da tale confronto, hanno valore atteso nullo e distribuzione normale, e la loro varianza, intesa come parte della varianza degli effetti fissi non spiegata dalle componenti del modello strutturale, e' prossima allo zero. Risulta dunque confermata ci permettono di confermare l'ipotesi di partenza, per la quale la distanza puo' essere omessa dal modello gravitazionale, se opportunamente rimpiazzata da un *set* di effetti fissi adeguatamente scelto. A sostegno di tale conferma, sono stati stimati i coefficienti del modello gravitazionale spaziale senza la variabile *distanza*, che risultano avere stessi segni attesi rispetto al modello con la variabile *distanza*.

5.5 Bibliografia

- Adam C., Cobham D. (2007): Modelling multilateral trade resistance in a gravity model with exchange rate regimes. Centre for dynamic macroeconomic analysis conference papers 2007.

- Anderson J.A. (1979): A Theoretical Foundation for the Gravity Model. The American Economic Review, 69,106-116.

- Anderson J.A., Van Wincoop E. (2003): Gravity with Gravitas: A solution to the Border Puzzle. American Economic Review 93, 170-192.

- Anderson J.A., Van Wincoop E. (2004): Trade Costs. Journal of economic literature, 42, 691-751.

- Anderson J.A., Yotov Y.V. (2008): The changing incidence of geography. American Economic Review, vol. 100(5), p.2157-86.

- Anderson J.A., Yotov Y.V. (2010): Specialization: Pro and Anti-globalization, 1990-2002. NBER Working Paper No. 16301.

- Anderson J.A., Yotov Y.V. (2012): Gold standard gravity. NBER Working Paper No. 17835.

- Anselin L. (1988): Spatial econometrics: Methods and Models. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht.

- Arbia, G. (2009): Spatial Econometrics: methods and applications. Springer Verlag (A Springer company).

- Baldwin R., Taglioni D. (2006): Gravity for Dummies and Dummies for gravity equation. NBER Working Paper No. 12516.

- Baltagi B.H. (2003): A Generalized design for bilateral trade flow models. economic letters - Elsevier.

- Baltagi B.H., Song S.H., Koh W. (2003): Testing panel data regression models with spatial error correlation. Journal of econometrics 117, 123-150.

- Baltagi B.H. et all. (2007): Testing for serial correlation, spatial autocorrelation and random effects using panel data. Journal of Econometrics, Elsevier.

- Baltagi B.H., Egger P., Pfaffermayr M. (2007): Estimating models of complex FDI: Are there third-country effects. Journal of Econometrics, Vol. 140, Iss. 1, Pp. 260â281.
- Baltagi B.H., Egger P., Pfaffermayr M. (2008): Estimating regional trade agreement effects on FDI in an interdependent world. Journal of Econometrics, Vol. 145, Iss. 1â2, Pp. 194â208.
- Baltagi BH (2008): Econometric analysis of Panel Data. 4th edition, John Wiley e sons. Ltd. .
- Baltagi B.H. et all.(2011): Estimating and Forecasting with a Dynamic Spatial Panel Data Model. SERC discusion paper.
- Bang J.T. (2006): Regional Integration, Spatial Effects, and the Gravity Equation.
- Blonigen B.A. (2007): FDI in space: Spatial autoregressive relationships in foreign direct investment. European Economic Review, Vol. 51, Iss. 5, Pp. 1303â1325.
- Cizek, P. et all. (2011): GMM Estimation of Fixed Effects Dynamic Panel Data Models with Spatial Lag and Spatial Errors. Center Discussion Paper No. 2011-134.
- Cheng I.H., Wall H.J. (2005): Controlling for Heterogeneity in Gravity Models of Trade and Integration. Federal Reserve Bank of St. Louis Review, 87(1), pp. 49-63.
- Costantini V., Mazzanti M. (2010): On the Green Side of Trade Competitiveness? Environmental Policies and Innovation in the EU. FEEM Working Paper No. 94.2010.
- Das D., Kelejian H.H., Prucha I. R. (2003): Finite sample properties of estimators of spatial autoregressive models with autoregressive disturbances. Papers Reg. Sci. 82, 1â26.
- Egger P. (2000): A note on the proper Econometric specification of the gravity equation. Economics Letters 66, 25-31.
- Egger P., Pfaffermayr M. (2002-1): The prime effect of the european integration intra EU core and periphery trade. Working paper in econometrics, University of Innsbruck.

- Egger P., Pfaffermayr M. (2002-2): Foreign direct investment and european interaction in the 90's. Working paper in econometrics, University of Innsbruck.

- Egger P. (2002-3): An Econometric View on the Estimation of Gravity Models and the Calculation of Trade Potentials. The World Economy, Vol. 25, Iss. 2, pp. 297â312.

- Egger P., Pfaffermayr M. (2003): The proper panel econometric specification of the gravity equation: a three-way model with bilateral interaction effects. Empirical Economics 28:571-580.

- Egger P. (2004): Estimating regional trading bloc effects with panel data. Review of World Economics, Vol. 140, Iss. 1, pp. 151-166.

- Egger P., Pfaffermayr M. (2004): The impact of bilateral investment treaties on foreign direct investment. Journal of Comparative Economics, Vol. 32, Iss. 4, pp. 788-804.

- Elhorst J.P. (2010): Spatial Panel Models. In, Handbook of Applied Spatial Analysis. Part 3, 377-407.Springer.

- Ertur C., Koch W. (2007): Growth, technological interdependence and spatial externalities: theory and evidence. Journal of Applied Econometrics, Vol. 22, Iss. 6, pp. 1033â1062.

- Everett, S.J., Hutchinson, W.K. (2002): The Gravity equation in international economics. Scottish Journal of political economy, vol.49, no.5.

- Feenstra C.R. (1998): Integration of Trade and Disintegration of Production in the Global Economy. The Journal of Economic Perspectives, Vol. 12, No. 4, pp. 31-50.

- Florax J., Folmer H., Ray S. (2003): Specification searches in spatial econometrics: the relevance of Hendryâs methodology. Regional Sciences and Urban Economics Vol. 33, Issue 5.

- Getis A. (1990): Screening for spatial dependence in regression Analysis. Papers in Regional Sciences, Vol, 69 Issue 1, pp. 69-81.

- Getis, A. (1995): Spatial Filtering in a regression framework: Example using data on urban crime, regional inequality, and government expenditure. In : Anselin , L. , Florax, R.J.G.M. (eds), âNew Direction in spatial econometrics, Springer, Heidelberg, pp.172-185.

- Griffith D.A. (2000) Eigenfunction properties and approximations of selected incidence matrices employed in spatial analyses, Linear Algebra and its Applications, Vol. 321,Issue 1-3, pp.95-112.
- Griffith , D.A. (2000): A linear regression solution to the spatial autocorrelation problem. Journal of Geographical Systems, 2,141-156.
- Griffith D., Fischer M. (2008): Modeling spatial autocorrelation in spatial interaction data: An application to patent citation data in the European Union. Journal of regional science vol. 48 issue 5.
- Gould M.D. (1994): Immigrant Links to the Home Country: Empirical Implications for U.S. Bilateral Trade Flows. The Review of Economics and Statistics Vol. 76, No. 2, pp. 302-316.
- Hall S.G., Petroulas P. (2008): Spatial interdependencies of FDI locations: A lessening of the tyranny of distance?. Dept. of Economics, University of Leicester.
- Head K., Mayer T. (2002): Illusory Border Effects Distance mismeasurement inflates estimates of home bias in trade.
- Kang H., Fratianni M.U. (2006): International Trade Efficiency, the Gravity Equation, and the Stochastic Frontier. SSRN:

  http://ssrn.com/abstract=952848 or http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.952848
- Kapoor M., Kelejian H.H., Prucha I.R. (2007): Panel Data Models with Spatially Correleted Error Components. Centre for analytical Finance Research Paper No.02-05.
- Kelejian H.H., Prucha I.R. (1998): a Generalized Spatial two-stage least squares procedure for estimating a spatial autoregressive model with autoregressive disturbances. Journal of real estate finance and economics, Vol.17:1,99-121.
- Kelejian H.H., Tavlas G.S. , Petroulas P. (2011): In the neighborhood: the trade effects od the euro in a spatial framework. Regional Science and Urban Economics, Vol. 42, Iss. 1â2, Pp. 314â322.
- Kepaptsoglou K., Karlaftis M.G., Tsamboulas D. (2010): The Gravity Model Specification for Modeling International Trade Flows and Free Trade Agreement Effects: A 10-Year Review of Empirical Studies. The open economic journal.

- Lee, L.F.(2003): Best Spatial Two Stage Least Squares Estimators for a Spatial Autoregressive Model with Autoregressive Disturbances. Econometric Review, Vol. 22, Issue 4.

- LeSage J., Pace R.K. (2008): Spatial econometrics modeling of origin-destinationflows. Journal of Regional Science, 48(5): 941967.

- Marti'nez-Zarzoso I., Sua'rez-Burguet C., (2005): Transport costs and trade: Empirical evidence for latino american imports from the european union. The Journal of International Trade Economic Development: Vol. 14, Iss. 3.

- Moran P.A.P. (1950): Notes on Continuous Stochastic Phenomena. Biometrika, Vol. 37, No. 1/2, pp. 17-23.

- Mutl J., Pfaffermayr M. (2008): The Husman Test in a Cliff and Ord Panel Model. Econometrics Journal, volume 10, pp.1-30.

- Nijkamp, P. et all. (2011): Migrants and International Economic Linkages: A Meta-Overview, Tinbergen Institute Discussion Paper 11-147/3.

- Patuelli, R. Nijkamp P. (Work in Progress)-Estimating a Spatial Filtering Gravity Model for Bilateral Trade: Functional specifications and estimation challenges.

- Porojan A.(2001): Trade Flows and Spatial Effects: The Gravity Model Revisited. Open Economies Review, Vol. 12, Iss. 3, Pp. 265-280.

- Rose, A.K., (2000): One money, one market: Estimating the effect of common currencies on trade. Economic Policy 20 (April), 7â45.

- Tinbergen J. (1962): Shaping the World Economy; Suggestions for an International Economic Policy. Twenty Century Fund, New York.

- Tobler W.R. (1970): A computer movie simulating urban growth in the Detroit region. Economic Geography, vol. 46.

5.6 Appendice

Tabella 5.1: Lista dei paesi OCSE*

Austria	Giappone
Australia	Messico
Belgio-Lusseemburgo	Olanda
Canada	Nuova Zelanda
Cecoslovacchia	Norvegia
Cile	Polonia
Danimarca	Portogallo
Estonia	Corea del Sud
Finlandia	Israele
Francia	Slovenia
Germania	Spagnia
Grecia	Svezia
Ungheria	Svizzera
Islanda	Turchia
Irlanda	Gran Bretania
Italia	Stati Uniti

(*)Sono stati uniti i valori di Belgio e Lussemburgo per il periodo 1999-2009 e di Slovacchia e Repubblica Ceca per il periodo 1994-2009.

Tabella 5.2: Moran I calcolato sulla matrice dei pesi *inverso delle distanze*

ANNO	Inverse Distance	P-Value	Contig	P-Value
1988	0.083	$< 2.2e-16$	0.436	$< 2.2e-16$
1989	0.081	$< 2.2e-16$	0.433	$< 2.2e-16$
1990	0.083	$< 2.2e-16$	0.446	$< 2.2e-16$
1991	0.097	$< 2.2e-16$	0.458	$< 2.2e-16$
1992	0.071	$< 2.2e-16$	0.445	$< 2.2e-16$
1993	0.071	$< 2.2e-16$	0.441	$< 2.2e-16$
1994	0.08	$< 2.2e-16$	0.451	$< 2.2e-16$
1995	0.077	$< 2.2e-16$	0.456	$< 2.2e-16$
1996	0.078	$< 2.2e-16$	0.447	$< 2.2e-16$
1997	0.078	$< 2.2e-16$	0.431	$< 2.2e-16$
1998	0.085	$< 2.2e-16$	0.453	$< 2.2e-16$
1999	0.084	$< 2.2e-16$	0.448	$< 2.2e-16$
2000	0.081	$< 2.2e-16$	0.432	$< 2.2e-16$
2001	0.09	$< 2.2e-16$	0.456	$< 2.2e-16$
2002	0.094	$< 2.2e-16$	0.455	$< 2.2e-16$
2003	0.097	$< 2.2e-16$	0.463	$< 2.2e-16$
2004	0.096	$< 2.2e-16$	0.455	$< 2.2e-16$
2005	0.096	$< 2.2e-16$	0.453	$< 2.2e-16$
2006	0.098	$< 2.2e-16$	0.451	$< 2.2e-16$
2007	0.101	$< 2.2e-16$	0.455	$< 2.2e-16$
2008	0.101	$< 2.2e-16$	0.456	$< 2.2e-16$
2009	0.106	$< 2.2e-16$	0.470	$< 2.2e-16$

Tabella 5.3: Moran I per testare l'effetto spaziale*

ANNO	Sui residui OLS	P-VALUE	Sui residui SEM	P-VALUE
1988	0.198	$< 2.2e - 16$	0.117	$< 2.2e - 16$
1989	0.212	$< 2.2e - 16$	0.121	$< 2.2e - 16$
1990	0.227	$< 2.2e - 16$	0.134	$< 2.2e - 16$
1991	0.239	$< 2.2e - 16$	0.111	$< 2.2e - 16$
1992	0.136	$< 2.2e - 16$	0.070	$< 2.2e - 16$
1993	0.161	$< 2.2e - 16$	0.075	$< 2.2e - 16$
1994	0.112	$< 2.2e - 16$	0.077	$< 2.2e - 16$
1995	0.175	$< 2.2e - 16$	0.133	$< 2.2e - 16$
1996	0.186	$< 2.2e - 16$	0.108	$< 2.2e - 16$
1997	0.182	$< 2.2e - 16$	0.115	$< 2.2e - 16$
1998	0.190	$< 2.2e - 16$	0.091	$< 2.2e - 16$
1999	0.182	$< 2.2e - 16$	0.126	$< 2.2e - 16$
2000	0.170	$< 2.2e - 16$	0.098	$< 2.2e - 16$
2001	0.163	$< 2.2e - 16$	0.097	$< 2.2e - 16$
2002	0.166	$< 2.2e - 16$	0.065	$< 2.2e - 16$
2003	0.172	$< 2.2e - 16$	0.072	$< 2.2e - 16$
2004	0.171	$< 2.2e - 16$	0.085	$< 2.2e - 16$
2005	0.167	$< 2.2e - 16$	0.109	$< 2.2e - 16$
2006	0.160	$< 2.2e - 16$	0.084	$< 2.2e - 16$
2007	0.153	$< 2.2e - 16$	0.081	$< 2.2e - 16$
2008	0.145	$< 2.2e - 16$	0.058	$< 2.2e - 16$
2009	0.153	$< 2.2e - 16$	0.054	$< 2.2e - 16$

(*)Questi risultati sono stati ottenuti usando la matrice di contiguita' W_{od} calcolata sull'inverso delle distanze.

Tabella 5.4: Valori del Moran I per gli autovalori generati da procedura *Spatial Filtering*

AUTOVETTORE	MORAN I	P-VALUE
1	0.46	$< 2.2e - 16$
2	0.351	$< 2.2e - 16$
3	0.333	$< 2.2e - 16$
4	0.337	$< 2.2e - 16$
5	0.134	$< 2.2e - 16$
6	0.072	0.025
7	0.048	0.024
8	0.051	0.021
9	0.023	0.084
10	0.024	0.080
11	0.002	0.227
12	0.002	0.237
13	0.002	0.345
$---$	$---$	$---$
32	0	1

Tabella 5.5: Test diagnostici per la specificazione del modello SARAR

Hausmann test		LM-H tests*		LM-λ tests**		LM-μ tests***	
chisq	p value	valore	p value	valore	p value	valore	p value
11021.45	< 0.01	112687.8	< 0.01	80.85	< 0.01	313.69	< 0.01

(*) Test congiunto di Baltagi, Song, Koh, test del moltiplicatore di *Lagrange* per l'autocorrelazione spatiale e gli effetti individuali casuali.
(**) Test di Baltagi, Song, Koh del moltiplicatore di *Lagrange* per autocorrelazione spaziale (assumendo effetti individuali casuali> 0).
(***) Test di Baltagi, Song, Koh del moltiplicatore di *Lagrange* per effetti individuali casuali (assumendo autocorrelazione spaziale > 0).

Tabella 5.6: Test di *Shapiro - Wilk* per distribuzione normale

Variabile	W*	P-value
Dist	0.95149	0.000
Export	0.99436	0.000
PIL^d	0.94266	0.000
ppp^d	0.84921	0.000
Pop^d	0.97042	0.000
PIL^o	0.94266	0.000
ppp^o	0.84921	0.000
Pop^o	0.97042	0.000
Migrat	0.96489	0.000

(*)$0 < W < 1$ Alti valori di W significano buon adattamento alla distribuzione normale

Tabella 5.7: Test diagnostici sui residui del modello OLS

Test *Breusch-Pagan*		Test *Durbin-Watson*	
valore	p value	valore	p value
1618.79	$< 2.2e - 16$	1.597	$< 2.2e - 16$

Tabella 5.8: Risultati stima IV/GMM per il modello SARAR

VARIABILE	Estimate	Std.Error	T-values	$Pr(> \|t\|)$
W Bilat. PIL	-0.0802	3.4755e+01	-23.0633	< 2.2e-16 ***
Migrat	0.0321	4.2999e-03	-7.4643	8.377e-14 ***
Contig	0.3711	2.9953e-02	12.3890	< 2.2e-16 ***
Comlang	1.0478	2.8075e-02	37.3198	< 2.2e-16 ***
Dist	-0.6990	7.8894e-03	-88.5944	< 2.2e-16 ***
Comcur	2.4469	1.2805e-01	19.1085	< 2.2e-16 ***
Pop^d	1.5369	2.8829e-02	53.3112	< 2.2e-16 ***
ppp^d	0.3057	1.2207e-02	25.0430	< 2.2e-16 ***
PIL^d	2.5915	6.6409e-02	39.0228	< 2.2e-16 ***
Pop^o	1.8068	4.3787e-02	41.2643	< 2.2e-16 ***
ppp^o	0.4639	1.6308e-02	28.4498	< 2.2e-16 ***
PIL^o	2.3860	6.5350e-02	36.5115	< 2.2e-16 ***
$Efta^o$	1.9269	7.1639e-02	26.8975	< 2.2e-16 ***
$Efta^d$	0.3981	3.0510e-02	13.0480	< 2.2e-16 ***
$Nafta^o$	-2.5332	1.1428e-01	-22.1660	< 2.2e-16 ***
$Nafta^d$	-1.9925	7.6356e-02	-26.0943	< 2.2e-16 ***
$EU15^o$	0.7937	2.2052e-02	35.9905	< 2.2e-16 ***
$EU15^d$	0.7236	1.8046e-02	33.7602	< 2.2e-16 ***
Rho	0.00035	-	-	-
Lambda	0.00230	3.2513e+02	-23.7515	< 2.2e-16 ***

Tabella 5.9: Risultati dei diversi metodi di stima a confronto

VARIABILE	OLS (*)	Spatial Filtering	IV/GMM SAC
α	-15.600 ($< 2.2e-16$)	-	-
Contig	0.652 ($< 2.2e-16$)	0.665 ($< 2.2e-16$)	0.395 ($< 2.2e-16$)
Comlang	0.783 ($< 2.2e-16$)	0.721 ($< 2.2e-16$)	1.084 ($< 2.2e-16$)
Dist	-0.606 ($< 2.2e-16$)	-0.680 ($< 2.2e-16$)	-0.682 ($< 2.2e-16$)
Comcur	0.372 ($< 2.2e-16$)	0.233 ($< 2.2e-16$)	0.549 ($< 2.2e-16$)
Pop^d	0.846 ($< 2.2e-16$)	0.853 ($< 2.2e-16$)	0.937 ($< 2.2e-16$)
ppp^d	0.069 ($< 2.2e-16$)	0.021 ($< 2.2e-16$)	0.095 ($< 2.2e-16$)
PIL^d	0.965 ($< 2.2e-16$)	0.860 ($< 2.2e-16$)	1.212 ($< 2.2e-16$)
Pop^o	0.816 ($< 2.2e-16$)	0.824 ($< 2.2e-16$)	0.953 ($< 2.2e-16$)
ppp^o	0.069 ($< 2.2e-16$)	0.076 ($< 2.2e-16$)	0.159 ($< 2.2e-16$)
PIL^o	0.949 ($< 2.2e-16$)	0.980 ($< 2.2e-16$)	1.170 ($< 2.2e-16$)
Efta^o	0.4373 ($< 2.2e-16$)	0.334($< 2.2e-16$)	1.9269 ($< 2.2e-16$)
Efta^d	0.3566 ($< 2.2e-16$)	0.728($< 2.2e-16$)	0.3981 ($< 2.2e-16$)
Nafta^o	-0.08950 ($< 2.2e-16$)	-0.066 ($< 2.2e-16$)	-2.533 ($< 2.2e-16$)
Nafta^d	-0.08072 ($< 2.2e-16$)	-1.561($< 2.2e-16$)	-1.993 ($< 2.2e-16$)
EU15^o	0.5419 ($< 2.2e-16$)	0.468($< 2.2e-16$)	0.7937 ($< 2.2e-16$)
EU15^d	0.4891 ($< 2.2e-16$)	0.665($< 2.2e-16$)	0.7236 ($< 2.2e-16$)
W Bilat. PIL	-	-	-0.0802($< 2.2e-16$)
Migrat	0.03837 ($< 2.2e-16$)	0.03323 ($< 2.2e-16$)	0.0321 ($< 2.2e-16$)
Rho	-	-	0.00035 ($< 2.2e-16$)
Lambda	-	-	0.00230 ($< 2.2e-16$)
R^2	0.836	-	-

* Tra parentesi il livello di significativita'

Tabella 5.10: Confronto tra stime IV/GMM dei modelli SARAR con e senza distanza

VARIABILE	senza distanza (*)	con distanza
α	-	-
Contig	1.297 ($< 2.2e-16$)	0.395 ($< 2.2e-16$)
Comlang	0.877 ($< 2.2e-16$)	1.084 ($< 2.2e-16$)
Dist	-	-0.682 ($< 2.2e-16$)
Comcur	3.335 ($< 2.2e-16$)	0.549 ($< 2.2e-16$)
Pop^d	1.509 ($< 2.2e-16$)	0.937 ($< 2.2e-16$)
ppp^d	0.289 ($< 2.2e-16$)	0.095 ($< 2.2e-16$)
PIL^d	2.679 ($< 2.2e-16$)	1.212 ($< 2.2e-16$)
Pop^o	1.793 ($< 2.2e-16$)	0.953 ($< 2.2e-16$)
ppp^o	0.445 ($< 2.2e-16$)	0.159 ($< 2.2e-16$)
PIL^o	2.484 ($< 2.2e-16$)	1.170 ($< 2.2e-16$)
Efta^o	2.034 ($< 2.2e-16$)	1.9269 ($< 2.2e-16$)
Efta^d	0.312 ($< 2.2e-16$)	0.3981 ($< 2.2e-16$)
Nafta^o	2.743 ($< 2.2e-16$)	-2.533 ($< 2.2e-16$)
Nafta^d	2.117 ($< 2.2e-16$)	-1.993 ($< 2.2e-16$)
EU15^o	0.830 ($< 2.2e-16$)	0.7937 ($< 2.2e-16$)
EU15^d	0.773 ($< 2.2e-16$)	0.7236 ($< 2.2e-16$)
W Bilat. PIL	-0.108 ($< 2.2e-16$)	-0.080($< 2.2e-16$)
Migrat	0.019 ($< 2.2e-16$)	0.032 ($< 2.2e-16$)
Rho	0.00055 ($< 2.2e-16$)	0.00035 ($< 2.2e-16$)
Lambda	($< 2.2e-16$)-	0.00230 ($< 2.2e-16$)

* Tra parentesi il livello di significativita'

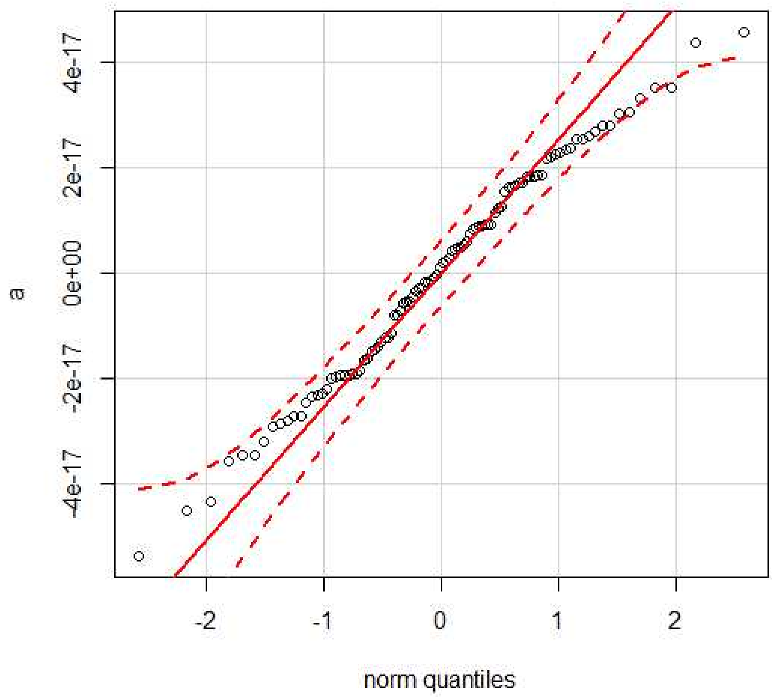

Figura 5.1: Box plot rappresentante la distribuzione dei residui *bootstrap* r_{ij}

Capitolo 6

Conclusioni

In questa tesi sono state illustrate le principali tecniche econometriche per lo studio del commercio internazionale attraverso il modello gravitazionale, formalizzando tale modello da un punto di vista economico. E' stata inoltre svolta un'analisi sui paesi dell'OCSE utilizzando le piu' moderne tecniche di Econometria Spaziale. I risultati mostrano un buon adattamento del modello gravitazionale ai dati di flusso commerciale di scambio tra i paesi dell'$OCSE$, confermando l'importanza delle variabili comunemente utilizzate in tale modello, quali PIL, popolazione e *distanza*. Inoltre, la significativita' del coefficiente di dipendenza spaziale del modello stimato porta alla conferma delle teorie relative ai fattori di localizzazione che determinano un effetto *spillover*. Vengono inoltre confermate le nuove teorie riguardo l'effetto persistenza e l'effetto degli *stock* migratori.

E' stato qui argomentato come l'utilizzo della variabile *distanza* ricopra un ruolo critico quando si ha a che fare con il modello gravitazionale, in quanto cattiva *proxy* dei costi di trasporto e in quanto variabile collineare con la matrice spaziale dei pesi. Tale criticita' ci ha spinto a valutare la possibilita' di sostituire la distanza con un *set* di effetti fissi di coppia non simmetrici, in linea con i lavori di Cheng e Wall. L'analisi si fonda sulla derivazione teorica del modello gravitazionale ad opera di Anderson e Van Wincoop ed e' quindi coerente da un punto di vista economico. L'analisi si basa sul confronto degli effetti fissi di coppia stimati attraverso modello empirico, con i *multilateral resistance terms* piu' la distanza stessa, stimati attraverso modello teorico. Si e' dimostrato attraverso un *test* d'ipotesi che sfrutta una procedura *regression bootstrap* che i residui derivanti da tale confronto si distribuiscono come una normale con media nulla, il che equivale a dire che la differenza tra effetti fissi e *multilateral resistance terms* piu' la distanza e' solo effetto del caso.

Viene percio' confermata l'ipotesi per la quale la distanza puo' essere omessa dal modello gravitazionale, se opportunamente rimpiazzata da un adeguato *set* di effetti fissi. La stima del modello gravitazionale spaziale senza distanza porta segni attesi simili a quelli del modello precedente stimato con la distanza, a sostegno della robustezza di quest'ultima analisi.

Sono, tuttavia, presenti alcuni punti per i quali lo studio del commercio internazionale con modello gravitazionale merita di essere approfondito, sia da un punto di vista di interpretazione economica che per quanto riguarda la modellistica econometrica. Seppure i metodi basati sui modelli autoregressivi spaziali siano ampiamente discussi, considerati e sviluppati, l'applicazione di tali metodologie al modello gravitazione non e' ancora stata ampiamente discussa ed approfondita: un aspetto per la ricerca futura puo' riguardare la formulazione, derivazione ed implementazione di adeguate tecniche di stima per l'equazione gravitazionale. Il modello per dati di flusso proposto da Le Sage e Pace (2008), che considera la dipendenza spaziale suddivisa in dipendenza tra paesi *reporter*, tra paesi *partner* e congiunta, stimata attraverso una massima verosimiglianza concentrata, puo' essere esteso ad un contesto longitudinale. Inoltre, questi modelli potrebbero essere stimati attraverso un'approccio IV/GMM.

Un altro aspetto di ricerca puo' riguardare l'introduzione della componente dinamica in un modello $SARAR$, allo scopo, tra l'altro, di valutare le teoria del $path - dependence$. Nel contesto dei dati *panel*, sono stati di recente proposti modelli e stimatori (Baltagi et all., 2011, Jacobs et all. 2011). In questo caso, lo stimatore proposto per modelli dinamici (*System GMM*) che si basa sulla trasformazione dei dati in differenze prime, si fonde con lo stimatore IV/GMM utilizzando una ulteriore trasformazione $Within$.

Per finire, ad un livello di interpretazione economica, potrebbe essere interessante investigare l'effetto di variabili relative all'apertura finanziaria, l'attivita' innovativa e le politiche ambientali (Costantini, Mazzanti, 2010).