

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

**DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA STRUTTURALE ED IDRAULICA**

Ciclo XXIII

Settore Concorsuale di afferenza: 08/B3 - Tecnica delle Costruzioni

Settore Scientifico disciplinare: ICAR09 - Tecnica delle Costruzioni

TITOLO TESI

**Comportamento dinamico fuori del piano di pareti murarie:
influenza della deformabilità degli impalcati**

Presentata da: Rocco Gabellieri

Coordinatore Dottorato

Chiar.mo Prof. Ing. Erasmo Viola

Relatore

Chiar.mo Prof. Ing. Pier Paolo Diotallevi

Correlatore

Ing. Luca Landi

Esame finale anno 2012

Abstract

The aim of this study was to investigate the influence of the diaphragm flexibility on the behaviour of out-of-plane walls in masonry buildings: there are indeed only few analytical and experimental studies on this topic, even if this is the recurrent condition for peripheral walls in many historical masonry buildings.

Kinematic non linear analyses of assemblages of rigid blocks have been performed to obtain the force-displacement curve of the single wall in out-of plane bending. The flexible diaphragm at the top of the wall has been modelled as a translational spring with a suitable flexibility, that reproduces the flexibility of the diaphragm in its plane with the hypothesis of formation of an intermediate hinge. The acceleration-displacement curves for walls with different restraint conditions at the top [parapet walls (no restraint), simply supported walls (fixed restraint), imposed displacement, and elastic spring] have been derived and compared. The results pointed out the necessity to develop dynamic models to understand the influence of the flexibility of the diaphragms on the behaviour of the wall.

A simplified 2DOF model has been developed to analyse the dynamic response of the wall with an elastic spring at the top, following the Housner rigid behaviour hypothesis. The dissipation of energy is concentrated at every impact at the base of the wall and is modelled through the introduction of the coefficient of restitution. There are 4 possible configurations of the wall, depending on the different positions of the centre of rotation at the base and at the intermediate hinge: the corresponding different sets of equations are obtained. An algorithm for the numerical integration of the sets of the equations of motion in the time domain has been developed.

Dynamic analyses of a set of walls with Gaussian impulse and recorded accelerograms inputs have been performed in order to compare the response of the simply supported wall with the one of the wall with elastic spring at the top. The simply supported wall has been modelled with the semi-rigid

hypothesis formulated by Doherty. The influence of diaphragm stiffness K_d has been investigated determining the variation of maximum displacement demand with the value of K_d . A more regular trend has been obtained for the Gaussian inputs than for the recorded accelerograms.

INDICE

1. INTRODUZIONE	3
1.1 Costruzioni in muratura: considerazioni generali.....	3
1.2 Strategie di modellazione delle costruzioni in muratura	8
1.3 Obiettivi.....	16
1.4 Struttura della Tesi	23
2. COMPORTAMENTO FUORI PIANO DI PARETI MURARIE: STATO DELL'ARTE	26
2.1 Meccanismi di collasso fuori piano: inquadramento	26
2.2 Modelli a contatto rigido o elastico	30
2.3 Modelli a contatto rigido : il modello di Housner	31
2.3.1 Parametri del modello	32
2.3.2 Equazioni della dinamica dei corpi rigidi	33
2.3.3 Vibrazioni libere.....	33
2.3.4 Vibrazioni forzate.....	35
2.3.5 Dissipazione dell'energia.....	36
2.4 Modelli a contatto elastico	38
2.5 Il modello di Doherty.....	40
2.5.1 Le prove sperimentali	40
2.5.2 Il modello	44
2.6 Amplificazione dell'azione sismica in quota.....	49
2.7 La deformabilità degli impalcati	52
2.7.1 I test sperimentali del consorzio ABK.....	52
2.7.2 I test sperimentali di Simsir	56
2.8 Il lavoro di Sorrentino.....	68
2.9 Conclusioni	70
3. SISTEMA A DUE GRADI DI LIBERTÀ: ANALISI CINEMATICHE	71
3.1 Analisi cinematiche non lineari	71
3.2 Parete libera	72
3.3 Parete con vincolo fisso in sommità	72
3.4 Parete con vincolo elastico in sommità	74
3.5 Parete con cedimento anelastico elastico in sommità.....	77
3.6 Set di pareti	77
3.7 Confronto tra modelli	78
3.8 Conclusioni	85

4. DINAMICA DEL SISTEMA A DUE GRADI DI LIBERTÀ: EQUAZIONI DEL MOTO	87
4.1 Descrizione del modello	87
4.2 Equazioni del moto nel caso generale.....	89
4.3 Equazioni del moto nel caso particolare.....	96
4.4 Algoritmo di integrazione numerica	98
5. SISTEMA A DUE GRADI DI LIBERTÀ: RISPOSTA DINAMICA AD IMPULSI GAUSSIANI ED A REGISTRAZIONI ACCELEROMETRICHE	106
5.1 Input gaussiano di spostamento: definizione.....	106
5.2 Modello ad un grado di libertà	108
5.2.1 Modello trilineare di Doherty.....	108
5.2.2 Validazione dell'algoritmo.....	112
5.3 Set di pareti	116
5.4 Modello a due gradi di libertà: risposta ad impulsi gaussiani	117
5.5 Modello a due gradi di libertà: risposta a registrazioni accelerometriche naturali	124
6. CONCLUSIONI	132
BIBLIOGRAFIA	135

1. INTRODUZIONE

Abstract

The present chapter illustrates the general aspects of masonry buildings, with peculiar attention to the historical ones and their specific characteristics and problems and highlights their specific vulnerability against earthquakes and the most important modelling strategies of the seismic behaviour of masonry buildings. The main aim and objectives of the present research are also developed and at the end there is an outline of the Thesis.

1.1 Costruzioni in muratura: considerazioni generali

La tecnologia costruttiva della muratura è stata fino alla fine del secolo XIX l'unica tecnologia conosciuta e disponibile per la costruzione di edifici: successivamente l'introduzione dell'acciaio e del cemento armato ne hanno progressivamente limitato l'importanza e la diffusione. Attualmente solo una minima parte delle costruzioni del mondo occidentale vengono realizzate in muratura portante. Tuttavia gli edifici in muratura rappresentano una quota considerevole del patrimonio edilizio di molti paesi, soprattutto in Europa ed in particolare in Italia. In tali paesi non si parla semplicemente di singole testimonianze di edifici in muratura storica, ma di interi agglomerati urbani, che formano centri storici, arrivati fino ai giorni nostri a seguito di eventi successivi nel tempo, stratificazioni, demolizioni e ricostruzioni. Per tale ragione dunque lo studio della muratura implica una particolare attenzione nei confronti degli edifici storici.

Il lungo periodo in cui tale tecnologia costruttiva si è progressivamente sviluppata, l'estensione ad aree tra loro abbastanza disomogenee, la disponibilità di differenti materiali in funzione del luogo e l'applicazione a tipologie edilizie molto diversificate (edilizia popolare, palazzi nobili e/o pubblici, chiese, opere civili e di difesa, ponti) rendono il quadro tipologico degli edifici storici esistenti molto vario e di difficile inquadramento univoco.

Gli edifici in muratura hanno sempre mostrato una significativa vulnerabilità nei confronti dell'azione sismica: la conformazione attuale dei centri storici di molte città italiane infatti è spesso il risultato di successive ricostruzioni parziali a seguito di eventi sismici distruttivi avvenuti in epoche differenti nel passato. Alcuni eventi sismici recenti (Friuli nel 1976, Irpinia nel 1980, Umbria e Marche nel 1996, L'Aquila nel 2009) hanno messo drammaticamente in evidenza la fragilità del costruito storico nei confronti di sismi di intensità medio-alta. Le costruzioni in muratura sono realizzate mediante sovrapposizione di elementi lapidei o laterizi, dotati di modesta resistenza a trazione, mediante l'uso o in assenza di malte di collegamento: i vincoli interni tra i vari componenti dell'organismo edilizio sono per lo più monolateri e spesso fanno affidamento sull'attrito per potersi esplicitare. Altro elemento di debolezza è rappresentato dal fatto che la conformazione attuale degli organismi edilizi è, soprattutto negli aggregati storici, il risultato di processi spesso non razionali di affiancamento di cellule singole non collegate tra di loro: questo comporta la presenza di piani di separazione tra edifici adiacenti, magari non visibili o facilmente individuabili e spesso anche impalcati adiacenti a quote sfalsate con possibile pericolo di martellamenti e di danneggiamenti. Questo tuttavia non deve portare a considerare che la tecnologia costruttiva della muratura, soprattutto quella storica, sia intrinsecamente incapace di sopportare l'azione sismica. Occorre infatti, anche sulla scorta delle acute e preziose considerazioni fatte dal Prof. Giuffrè [Giuffrè, 1999]), la maggior parte degli edifici che nel passato hanno sperimentato crolli o danneggiamenti a seguito di eventi sismici presentavano in realtà difetti costruttivi, mentre sono rimasti indenni, o hanno subito danni minori, quelli costruiti a regola d'arte. La qualità dell'edificio costruito a regola d'arte deriva da una corretta organizzazione complessiva degli elementi strutturali e della loro efficacia statica: spesso è accaduto che l'assenza di sismi significativi nel corso di decenni o secoli abbia fatto perdere alle comunità locali nel tempo le conoscenze necessarie in termini di adeguato assemblaggio degli elementi o di introduzione di necessari elementi tradizionali di presidio antisismico, producendo come risultato edifici in muratura mal concepiti o mal realizzati e quindi più vulnerabili nei confronti del sisma. Si deve poi

segnalare, come messo in evidenza anche dagli ultimi eventi sismici, che alcune tipologie edilizie, quali ad esempio quelle relative alle chiese, presentano invece una fragilità intrinseca maggiore, dovuta alla loro specifica configurazione geometrica e tipologica: il numero delle chiese danneggiate dal 1995 ad oggi supera infatti di gran lunga le 5000 unità.

Un altro fattore che ha ridotto spesso la resistenza sismica di molti edifici è stata la mancanza di un'adeguata manutenzione: molti edifici storici o di edilizia tradizionale sono rimasti in stato di abbandono per molti anni e questo ha aumentato notevolmente la loro vulnerabilità per il progressivo degrado dei loro elementi costitutivi. Nel corso degli anni infatti gli ordinari fenomeni atmosferici hanno prodotto infiltrazioni negli impalcati e nelle strutture di copertura, inficiandone spesso l'efficacia statica e provocando anche crolli parziali; il dilavamento degli intonaci esterni protettivi ha inoltre spesso diminuito sensibilmente l'efficacia del collegamento tra i conci murari offerta dalla malta. Costruzioni in tali condizioni si sono comportate nei confronti del sisma ovviamente in modo molto peggiore rispetto a quelle oggetto di ordinaria manutenzione.

D'altra parte si deve anche mettere in evidenza che molti danni messi in evidenza dai sismi più recenti, sono stati dovuti spesso ad interventi di rinforzo o consolidamento sbagliati, realizzati soprattutto a partire dalla seconda metà del XX secolo. Si tratta per lo più di interventi molto invasivi sugli organismi edilizi, con introduzione di cordoli in c.a. in breccia, realizzazione di coperture pesanti in laterocemento, introduzione di pilastri in c.a. nella muratura: essi denotano da un lato la scarsa conoscenza dei principi della tecnica muraria, dall'altro la scarsa fiducia nella muratura come tecnica costruttiva. Di fatto i progettisti e gli studiosi dell'epoca si erano formati nell'epoca dell'acciaio e del cemento armato, del calcolo elastico e dei sistemi di travi e conseguentemente tendevano a ricondurre il comportamento degli edifici storici a modelli a loro noti. Così facendo tuttavia spesso venivano snaturate le caratteristiche costruttive originarie, il loro valore storico e culturale: gli effetti inoltre si sono dimostrati il più delle volte opposti a quelli ipotizzati inizialmente.

La lezione offerta dai sismi recenti in tal senso ha consentito di maturare una più profonda coscienza delle implicazioni degli interventi sul costruito storico: questa si è tradotta anche sul piano normativo in documenti legislativi o in Linee Guida di indirizzo (OPCM n.3274 (2003), DMI 14 gennaio 2008 (2008) e Direttiva P.C.M. Patrimonio Culturale, 12/10/2007 Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale). In queste ultime normative è esplicitato che *‘l’obiettivo principale resta sempre la conservazione non solo della materia ma anche del funzionamento strutturale accertato, qualora questo non presenti carenze tali da poter comportare la perdita del bene.’*

Si riporta inoltre che *‘gli interventi devono essere in genere rivolti a singole parti del manufatto, contenendone il più possibile l’estensione ed il numero, e comunque evitando di alterare in modo significativo l’originale distribuzione delle rigidità negli elementi. L’esecuzione di interventi su porzioni limitate dell’edificio va comunque valutata e giustificata nel quadro di una indispensabile visione d’insieme, portando in conto gli effetti della variazione di rigidità e resistenza degli elementi. Il progetto degli interventi dovrà garantire la conservazione dell’architettura in tutte le sue declinazioni, in particolare valutando l’eventuale interferenza con gli apparati decorativi. L’intervento deve essere realizzato solo dopo aver accertato i benefici che possono conseguirsi e l’impatto sulla costruzione storica. In particolare devono, in via generale, essere evitate tutte le opere di demolizione-sostituzione e di demolizione-ricostruzione, operando con interventi che si integrino con la struttura esistente senza trasformarla radicalmente.’* *‘La scelta delle tecniche d’intervento sarà valutata caso per caso, dando la preferenza a quelle meno invasive e maggiormente compatibili con i criteri della conservazione’.* *‘Gli interventi dovranno, per quanto possibile, rispettare la concezione e le tecniche originarie della struttura, nonché le trasformazioni significative avvenute nel corso della storia del manufatto.’*

Di fatto gli interventi di miglioramento sismico devono, fatte salve le condizioni di sicurezza, rispettare i principi del restauro e cioè reversibilità, compatibilità, minimo intervento. Il rispetto del valore storico di un manufatto non può essere relegato al mantenimento degli apparati pittorici o

decorativi, ma deve riguardare anche gli elementi costitutivi del sistema costruttivo, in quanto elementi della sintassi di una lingua modificatasi nei secoli e per lo più non riproducibile al tempo di oggi.

Si deve tuttavia mettere in evidenza come tuttavia la corretta interpretazione del comportamento strutturale degli edifici in muratura sia complicata da una serie di fattori quali la varietà dei materiali impiegati e delle tecnologie costruttive, il succedersi di fasi esecutive nel corso degli anni e le modifiche intercorse, la presenza di uno stato di danneggiamento o di un quadro fessurativo non sempre visibile. La valutazione della sicurezza di un manufatto storico esistente deve passare attraverso un accurato rilievo geometrico-costruttivo, una definizione corretta dei parametri di resistenza dei materiali impiegati e delle fasi costruttive succedutesi nel tempo. Tutto questo rende molto complesso ricomprendere in un unico modello meccanico tutte le variabili che caratterizzano le costruzioni storiche: l'adozione di un dato modello piuttosto che un altro conduce a consigliare talvolta interventi assai diversi, perché ciascuno comporta una diversa lettura della concezione strutturale dell'opera. La definizione di un modello meccanico il più possibile aderente al reale comportamento dei manufatti storici può aiutare a definire il minimo intervento necessario, anche se inevitabilmente si deve abbandonare la pretesa di raggiungere un grado di accuratezza comparabile con quello ottenibile per le costruzioni nuove in acciaio o c.a. Il grande numero di edifici storici in muratura presenti nel territorio italiano, anche in zone di media o alta sismicità impone di considerare con grande attenzione il tema della valutazione della loro vulnerabilità nei confronti dell'azione sismica, con particolare riguardo all'individuazione, all'interno di una certa popolazione di edifici, di quelli maggiormente vulnerabili, su cui devono essere concentrati prioritariamente gli interventi di miglioramento sismico e per i quali è necessario essere in grado di confrontare con buon grado di approssimazione le prestazioni ante e post intervento. Se infatti la definizione del grado di sicurezza assoluto di un edificio presenta margini di incertezza maggiori, più attendibili risultano le stime di vulnerabilità comparata all'interno di una popolazione di edifici e la

valutazione dell'incremento di resistenza sismica di un edificio a seguito di un intervento, purché si tengano correttamente in conto tutti i fattori che influiscono sul suo comportamento.

1.2 Strategie di modellazione delle costruzioni in muratura

In merito al comportamento sismico degli edifici in muratura Giuffrè [Giuffrè, 1993], ha proposto di distinguere essenzialmente meccanismi di crisi di primo modo, o fuori piano, e di secondo modo, o nel piano. Per meccanismi di I modo si intendono quei cinematismi di collasso connessi al comportamento delle pareti in muratura fuori dal proprio piano, quindi con comportamento flessionale e conseguente ribaltamento (rocking). I meccanismi di II modo riguardano invece la risposta della parete nel proprio piano, con tipici danneggiamenti per taglio e flessione.

Il collasso fuori piano delle pareti perimetrali tende spesso a verificarsi prima di quello nel piano, a causa di molti fattori concomitanti, tra cui la debolezza del vincolo offerto dagli impalcati intermedi, esercitato prevalentemente per contatto e per attrito, lo scarso ammorsamento tra pareti ortogonali, la natura non monolitica della compagine muraria, la sfavorevole configurazione geometrica delle pareti perimetrali, determinata da elevata snellezza ed eccessiva distanza tra i muri ad esse ortogonali. Il comportamento globale della struttura nei confronti dell'azione sismica è fortemente influenzato dal grado di connessione tra essi: insufficienze di collegamento tra pareti ortogonali e tra le pareti e gli impalcati impediscono alla struttura di sviluppare, durante il terremoto, una risposta globale che porti le diverse pareti a collaborare le une con le altre ed a ripartire tra esse le sollecitazioni indotte.

In tale caso, quindi, la risposta della singola parete risulta praticamente indipendente e manifesta una limitata interazione con il resto dell'edificio: la risposta della parete è allora dominata dal comportamento fuori piano, esibendo, nei riguardi dei meccanismi di I modo, una evidente maggiore vulnerabilità.

La presenza di un buon ammorsamento tra pareti o di connessioni anche puntuali, ad esempio grazie alla presenza o all'inserimento di catene metalliche, consente la collaborazione nella risposta tra le varie componenti strutturali dell'edificio. Questo presenta perciò un comportamento d'insieme che gli consente di attingere alle maggiori risorse di rigidità e resistenza delle pareti nel proprio piano.

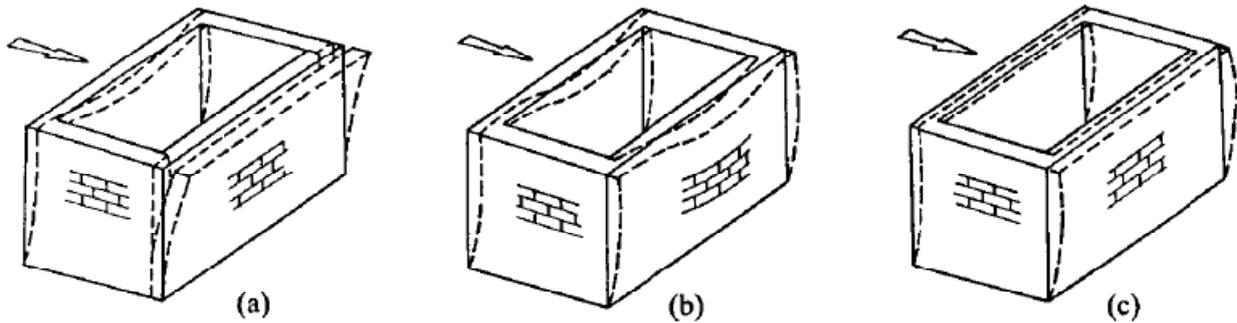


Figura 1.1 - Influenza del grado di vincolo tra gli elementi sulla risposta sismica: pareti non vincolate o ammorsate (a), pareti ammorsate con orizzontamento flessibile (b) e rigido (c)

Rimandiamo al capitolo 2 per la disamina dello stato dell'arte in merito ai meccanismi di primo modo e alle varie strategie di modellazione implementate: descriviamo di seguito i principali modelli adottati per analizzare il comportamento globale degli edifici in muratura.

Si deve sottolineare che i vari modelli proposti in letteratura hanno caratteristiche differenti gli uni dagli altri e presentano in misura maggiore o minore vantaggi e svantaggi: ognuno di essi ha campi di applicazione e casistiche più favorevoli, in base alla tipologia della tessitura muraria, alla monoliticità trasversale della muratura, alle caratteristiche geometriche di regolarità delle aperture.

Data la molteplicità dei fattori che influiscono sul comportamento della muratura e alla variabilità dei parametri presenti nel vasto panorama degli edifici storici, non è possibile definire a priori un modello unico migliore o adatto a tutte le situazioni.

Si possono distinguere differenti approcci nella modellazione del comportamento globale; di seguito ci si limita a farne un elenco che non può che essere parziale, vista la vastità dell'argomento, che d'altra parte esula dagli argomenti di più diretto interesse per la tesi in oggetto.

Una prima distinzione individua i modelli basati sull'analisi limite, in cui ci si limita al calcolo del

carico di collasso e del relativo meccanismo. In tali modelli non si studia la deformabilità della struttura in fase elastica e post-elastica, in quanto ci si riconduce in sostanza ad uno studio di equilibri e cinematismi di corpi rigidi [vedi Como e Grimaldi, 1985].

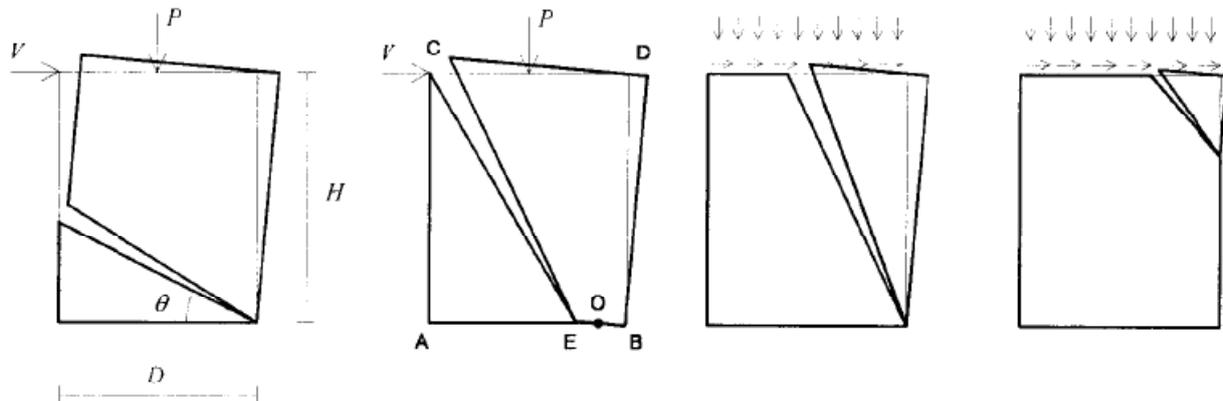


Figura 1.2 - Cinematismi di collasso del maschio murario (Como e Grimaldi, 1985)

In alternativa a questo approccio di calcolo si trova una ampia casistica di modelli che considerano deformazioni in campo elastico, eventualmente seguite da deformazioni anelastiche. Nell'ambito di questa più ampia famiglia di modelli, si possono successivamente individuare modelli che mantengono una modellazione bidimensionale dei pannelli murari, in alternativa ad una modellazione monodimensionale, in cui si ipotizza di isolare degli elementi murari (maschi, fasce) idealizzabili come travi tozze con comportamento non lineare oppure come bielle (punti), Nell'ambito della strategia di modellazione bidimensionale si evidenziano i seguenti approcci:

- il solido murario è modellato come un continuo bi- o tridimensionale con caratteristiche che lo assimilano ad un materiale alla Cauchy ma non resistente a trazione. Le applicazioni di tale modello alle strutture reali presentano però notevoli difficoltà di risoluzione in forma chiusa. Tale formulazione inoltre non consente di tenere in conto dell'effettiva tessitura della muratura e della dimensione dei conci. Inoltre l'ipotesi di comportamento no-tension

non è necessariamente cautelativa di per sé nei confronti dei meccanismi di rottura per taglio;

- per superare tali inconvenienti sono da considerarsi più efficaci i continui dotati di struttura, o micropolari, caratterizzati da un maggior numero di gradi di libertà rispetto al continuo di Cauchy e che quindi necessitano di un maggior numero di descrittori cinematici (le rotazioni ad esempio). Si effettua poi il passaggio dalla struttura discreta a quella continua generalizzata introducendo ipotesi di equivalenza meccanica, che sono basate su teorie di omogeneizzazione. Si tende pertanto ad ottenere un legame costitutivo con memoria della struttura interna della muratura;
- la muratura presenta tra le sue caratteristiche intrinseche quelle di eterogeneità e anisotropia, nonché la presenza di una determinata struttura interna: questo ha portato ad un altro approccio basato sulla modellazione esplicita del carattere discreto dell'apparecchio murario mediante modellazioni discrete. Tale strategia annovera il modello costituito da blocchi separati da giunti deformabili, in cui la deformabilità è supposta concentrata nei giunti di contatto. In presenza di malta efficace tale assunzione può essere considerata attendibile, ove invece la malta fosse assente o degradata si deve ricorrere a modelli differenti basati su sistemi di blocchi a contatto rigido, unilaterale e attritivo [Baggio and Trovalusci, 1995, 1998 e 2000];

Nell'ambito della strategia di modellazione ad elementi monodimensionali si evidenziano i seguenti approcci:

- modelli basati sull'idealizzazione a biella o a puntone in cui si modella la porzione reagente del pannello murario mediante un elemento biella la cui inclinazione e la cui rigidità riproducano in media il comportamento del pannello (Fig. 1.3). Poiché al crescere della parzializzazione consegue una variazione delle proprietà geometriche della biella equivalente (inclinazioni, dimensioni della sezione), questi metodi sono classificabili come "a geometria variabile".

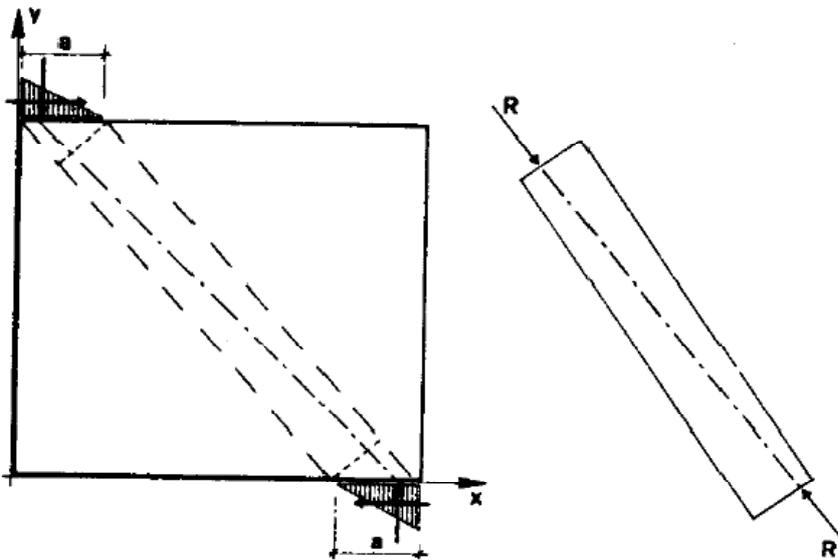


Figura 1.3 – Individuazione di un puntone reagente all'interno di un maschio murario parzializzato

- L'altra classe di modelli con elementi monodimensionali fa uso di elementi trave con deformazione a taglio. In questo ambito sono stati proposti sia elementi a rigidezza variabile, basata sul calcolo in sezione parzializzata, che elementi a rigidezza costante in fase elastica, a cui segue una fase di deformazione plastica. In quest'ultimo caso la nonlinearietà del comportamento è innescata dal raggiungimento di una condizione limite di resistenza. Gran parte dei metodi basati sul "meccanismo di piano" (fra cui il POR) rientrano in questa classe di modelli. Tali approcci hanno avuto nel tempo successivi miglioramenti, che hanno portato progressivamente a considerare la deformabilità e la resistenza anche delle fasce murarie, a prendere in considerazione tutti i possibili meccanismi di rottura (rottura per taglio con fessurazione diagonale, rottura per ribaltamento o per scorrimento), l'evoluzione degli sforzi normali nei maschi all'aumentare della forza esterna orizzontale agente.

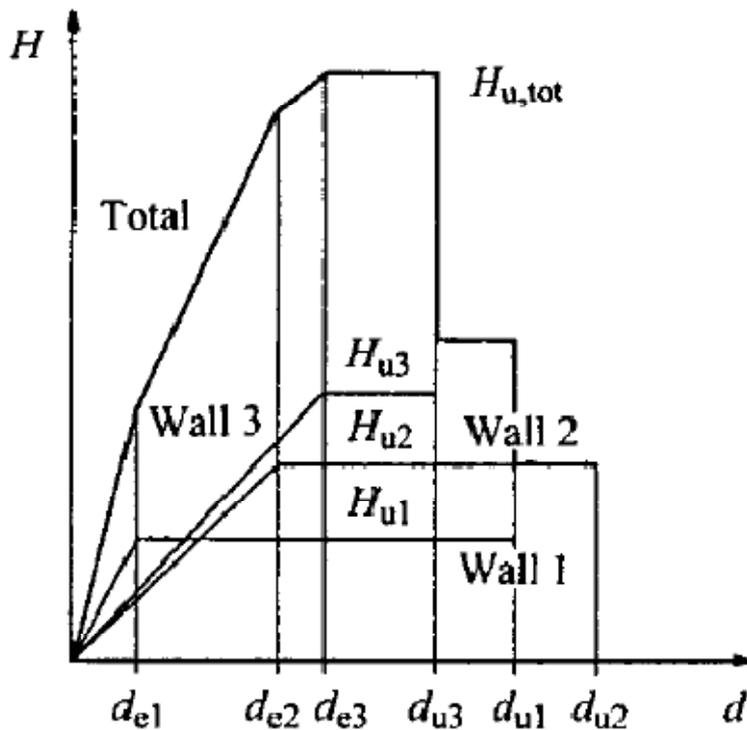


Figura 1.4 – Curva di capacità della struttura ottenuta col metodo POR come somma di quella delle singole pareti

Più recentemente sono stati introdotti modelli di modellazione a macroelementi, per mezzo dei quali le pareti murarie sono state schematizzate come strutture a telaio, costituite da elementi monodimensionali (maschi e fasce murarie). Si ricordano in particolare tra di essi il modello a macroelementi proposto dall'Università di Genova che è stato implementato nel software Tremuri: il modello di macroelemento non lineare, rappresentativo di un intero pannello in muratura, proposto da Gambarotta e Lagomarsino, consente, con un numero limitato di gradi di libertà (8), di rappresentare i due principali meccanismi di collasso della muratura nel piano, pressoflessione e taglio-scorrimento (con attrito), sulla base di ipotesi meccaniche. Questo modello considera, tramite variabili interne, l'evoluzione del danno per taglio-scorrimento, che controlla il deterioramento della resistenza (softening) e il degrado della rigidezza.

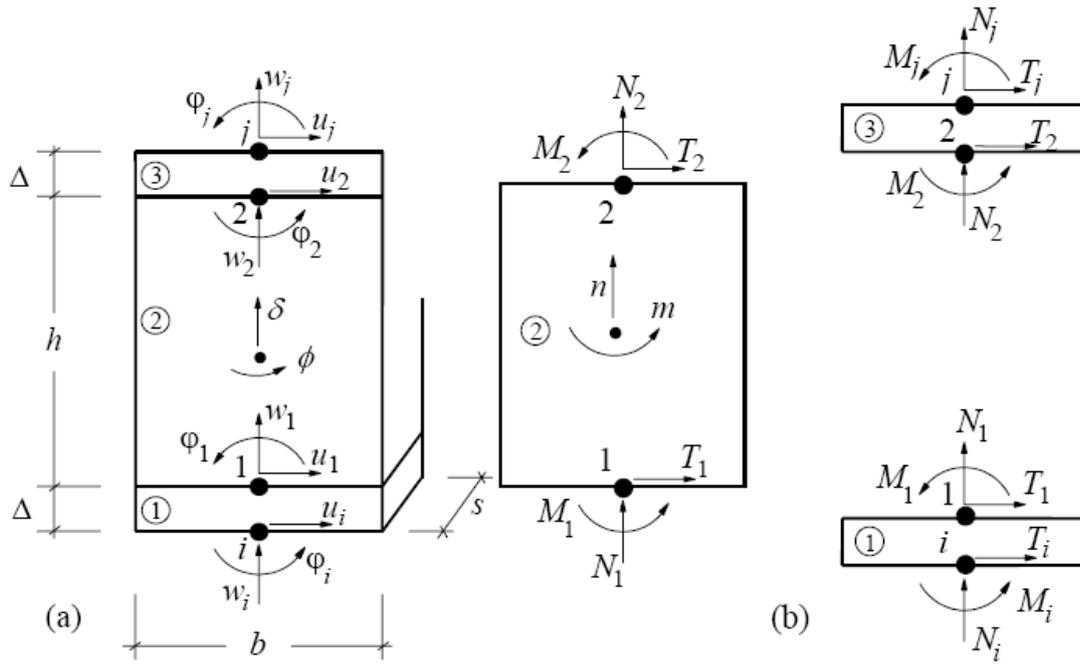


Figura 1.5 – Tremuri: modello cinematico del macroelemento (Cattari et al., 2004)

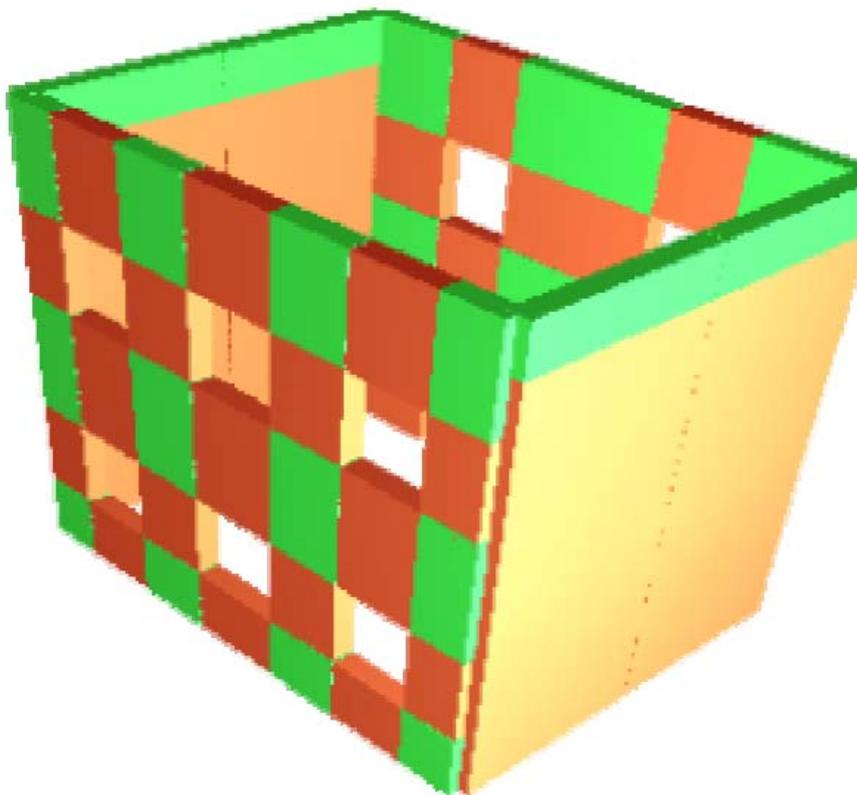


Figura 1.6 – Tremuri: vista tridimensionale del modello a macroelementi (Cattari et al., 2004)

Tra gli altri modelli ad elementi monodimensionali citiamo infine quello del ‘metodo SAM’ proposto dal Prof. Magenes [Magenes et al., 2000]: Gli elementi maschio e gli elementi fascia vengono modellati come elementi di telaio (“beam-column”) deformabili assialmente e a taglio. Si suppone che un elemento maschio sia costituito da una parte deformabile con resistenza finita, e di due parti infinitamente rigide e resistenti alle estremità dell’elemento (Fig. 1.7). L’altezza della parte deformabile o «altezza efficace» del maschio viene definita secondo quanto proposto da Dolce [Dolce, 1989], per tenere conto in modo approssimato della deformabilità della muratura nelle zone di nodo. Il comportamento dell’elemento maschio viene supposto elasto-plastico con limite in deformazione. Si suppone cioè che il maschio abbia comportamento lineare elastico finchè non viene verificato uno dei possibili criteri di rottura. Si considerano i seguenti meccanismi di rottura: rottura per pressoflessione o ribaltamento, rottura per taglio con fessurazione diagonale, rottura per taglio-scorrimento. L’elemento fascia è formulato in maniera analoga all’elemento maschio, ma con alcune differenze, soprattutto per quanto riguarda i possibili differenti comportamenti post-elastici. Per l’elemento fascia si distinguono due possibili meccanismi di rottura: per pressoflessione e per taglio.

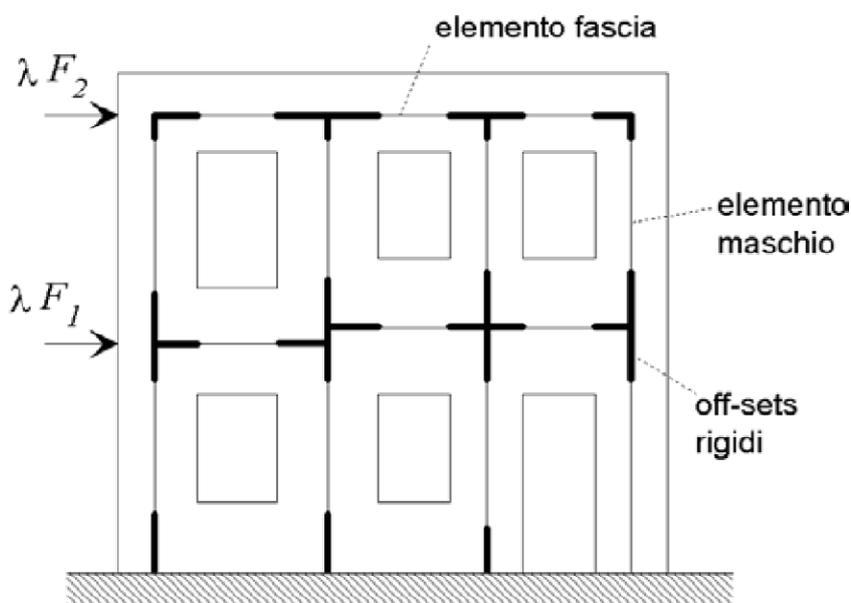


Figura 1.7 – Metodo SAM: Schematizzazione a telaio equivalente di una parete caricata nel piano (Magenes et al., 2000)

In merito ai modelli sopraesposti si fa presente che parte di essi è stata sviluppata per modellare il comportamento statico degli edifici in muratura ma non quello dinamico, altri, ad esempio quelli ad elementi discreti, pur essendo in grado di riprodurre più fedelmente caratteristiche specifiche di dettaglio, necessitano tuttavia una conoscenza della microstruttura della muratura che il più delle volte non è possibile raggiungere nei casi pratici e che richiede inoltre oneri computazionali non indifferenti. I modelli a macroelementi o a telaio equivalente, schematizzando il solido tridimensionale come assemblaggio di pareti formate da elementi monodimensionali, sono in grado di descrivere in modo abbastanza fedele il comportamento non lineare globale dell'edificio a patto che la geometria delle singole pareti sia abbastanza regolare, che siano ben individuabili elementi fasce o maschi murari. Ove tale geometria sia più irregolare allora tali modelli cadono in difetto. Si ricorda infine che ulteriori studi sono in corso per modellare l'effettivo comportamento non lineare delle fasce murarie; relativamente pochi studi, soprattutto di carattere sperimentale, sono stati effettuati invece sul comportamento nel piano degli impalcati, che influenza fortemente l'effettiva risposta dell'edificio al sisma.

1.3 Obiettivi

Nel seguito si cercano di descrivere le motivazioni che hanno portato a concentrare l'attenzione della presente ricerca sui meccanismi di primo modo ed in particolare al caso di impalcati deformabili e vengono illustrati i principali obiettivi alla base dello studio.

Come già ricordato precedentemente, in edifici storici esistenti ove non siano presenti efficaci sistemi di collegamento tra le pareti e tra impalcati e pareti perimetrali il collasso fuori piano delle pareti perimetrali tende spesso a verificarsi prima di quello nel piano: esso, pur rappresentando un meccanismo locale e quindi interessando solo alcune porzioni dell'edificio, è particolarmente pericoloso, sia perchè molte volte si combina con meccanismi nel piano, innescando un collasso vero e proprio dell'organismo edilizio, sia perchè ha spesso conseguenze significative

sull'incolumità delle persone. All'interno dell'edificio infatti si possono verificare crolli degli impalcati per sfilamento, mentre all'esterno si ha invasione della sede stradale e proiezione di materiale su edifici adiacenti. Nel caso dei meccanismi di secondo modo invece, anche per valori molto più alti dell'azione sismica e in presenza di un significativo stato di danneggiamento della parete nel proprio piano, con formazione delle classiche lesioni ad X nei pannelli murari, raramente si verifica un collasso della struttura, che continua a mantenere una sufficiente capacità portante per carichi verticali.

Si è ricordato come la presenza di alcune conformazioni geometriche sfavorevoli o l'assenza di determinati presidi antisismici favoriscano l'attivazione dei meccanismi locali di danno. La presenza di solai affiancati ai due lati di un muro a quote differenti o solai non adeguatamente collegati possono provocare azioni di martellamento fuori piano sui muri esterni: il meccanismo dinamico di rimbalzo di due masse a contatto ma non collegate tra di loro ha sempre come risultato una notevole e pericolosa amplificazione dinamica della sollecitazione, abbinata ad una corrispondente concentrazione di danno. Le masse vicine infatti acquisiscono velocità relativa non nulla e nelle fasi discordi dell'oscillazione si ingenerano azioni derivanti dagli urti che producono il martellamento. Particolarmente vulnerabili si sono dimostrati a seguito di eventi sismici le pareti perimetrali degli edifici, con particolare riguardo alle angolate o le testate degli agglomerati storici: la ragione di questo ovviamente deriva dalla natura monolaterale dei vincoli, propria non solo della muratura come materiale da costruzione ma anche in molti casi dei collegamenti di questa alle strutture orizzontali. Pertanto mentre le pareti interne del tessuto edilizio trovano un ritegno al ribaltamento in entrambi i versi della direzione ortogonale al proprio nei solai intermedi o nella copertura, le facciate possono ribaltare senza essere trattenute verso l'esterno, a meno che non siano previsti opportuni presidi resistenti a compressione (speroni, archi di contrasto) o a trazione (catene, chiavarde, cerchiature).

Sia nel caso che si voglia valutare la vulnerabilità sismica di un edificio storico non consolidato, in cui cioè i meccanismi di primo modo sono quasi sempre determinanti, sia quando si voglia

assicurare, mediante interventi di rinforzo, un quantificabile miglioramento del comportamento sismico nel suo complesso, risulta necessario essere in grado poter stimare, nel modo più accurato possibile, l'effettiva vulnerabilità nei confronti dei meccanismi locali. Nel caso si progettino interventi di miglioramento sismico si dovrà confrontare l'azione sismica minima che provoca il collasso fuori piano ante e post intervento e, nella situazione a seguito del rinforzo, assicurarsi che l'azione sismica che causa crisi per meccanismi locali sia maggiore di quella che porta l'edificio in condizioni di collasso per crisi nel piano delle pareti. In ogni caso in cui si debba stimare la vulnerabilità sismica di un edificio in muratura storica si deve fare un'attenta analisi dei meccanismi di primo modo possibili.

Nonostante l'importanza che essi quindi rivestono, lo studio dei meccanismi di crisi fuori dal piano ha avuto fino a poco tempo fa una scarsa attenzione da parte della letteratura scientifica, soprattutto in riferimento alle possibili modellazioni di strutture esistenti, e solo a partire dall'Ordinanza OPCM3274 [OPCM 2003] sono stati introdotti esplicitamente nella normativa italiana criteri di verifica specifici.

Si riassumono di seguito le principali indicazioni riportate nella normativa italiana vigente (Istruzioni per l'applicazione delle "Norme tecniche per le costruzioni" di cui al D.M. 14 gennaio 2008, appendice C8A.4. Analisi dei meccanismi locali di collasso in edifici esistenti in muratura), che riprende i criteri proposti nell'OPCM 3274, al fine di inquadrare le principali questioni aperte sull'argomento. Essa prevede due metodologie generali di verifica per meccanismi fuori dal piano:

analisi cinematica lineare;

analisi cinematica non lineare.

Entrambe le metodologie implicano la schematizzazione della parete come un assemblaggio di corpi rigidi, individuati attraverso la formazione di cerniere in corrispondenza delle possibili lesioni o piani di frattura, in grado di ruotare o scorrere tra loro: la parete viene trasformata in un sistema labile (catena cinematica) e si determina il moltiplicatore dei carichi orizzontali che attiva il meccanismo attraverso il Principio dei Lavori Virtuali.

L'analisi cinematica lineare è un approccio sostanzialmente in termini di forze: dalla determinazione del moltiplicatore di attivazione del meccanismo si risale alla massima accelerazione spettrale, che viene confrontata con un valore opportuno della massima accelerazione al suolo attraverso una formula di amplificazione dell'accelerazione in quota, funzione della quota della parete in rapporto all'altezza totale dell'edificio.

L'analisi cinematica non lineare invece è un approccio in termini di spostamento: non si identifica più il collasso con l'attivazione del meccanismo, ma si valuta l'evoluzione del moltiplicatore orizzontale al crescere dei carichi. Viene costruita così una curva di capacità, in genere lineare, che lega spostamento e accelerazioni spettrali. La verifica consiste nel confronto tra domanda e capacità di spostamento di un oscillatore equivalente elastico ad un grado di libertà (SDOF): la capacità di spostamento è assunta come una frazione del massimo spostamento spettrale, che si ottiene all'annullarsi dell'accelerazione spettrale. Considerando un'opportuna rigidità secante dell'oscillatore si ottiene la domanda di spostamento valutata come il prodotto dello spettro in termini di spostamento per un fattore maggiore di uno che tiene conto dell'amplificazione della domanda di spostamento in quota, derivato con criteri analoghi a quelli per gli elementi non strutturali. L'amplificazione in quota è dovuta al fatto che l'azione sismica alla parete fuori piano arriva a seguito dell'azione di filtro effettuata dalle pareti murarie parallele all'azione sismica nel loro piano e dei diaframmi di piano.

Sebbene l'introduzione in normativa di una metodologia suggerita di verifica dei meccanismi locali sia conseguenza di una presa di coscienza sempre più diffusa dell'importanza di tale valutazione e che abbia anche incrementato gli studi in merito, devono tuttavia essere sottolineate le molte difficoltà che ancora rimangono nella definizione del grado di sicurezza per meccanismi di primo modo.

Nel caso si debba valutare l'azione sismica che porta al collasso le pareti esterne di un edificio storico allo stato di fatto, ovvero senza che sia stato realizzato un intervento di consolidamento, la prassi comune, soprattutto in presenza di frequenti impalcati lignei e in assenza di chiari presidi al

ribaltamento verso l'esterno, è quella di considerare la parete come libera su tutta la sua altezza e di mettere in conto la presenza degli impalcati solo con i relativi carichi gravitazionali che scaricano sulla parete e con le conseguenze forze orizzontali generate dal sisma. Si ottiene conseguentemente che l'azione sismica in grado di provocare il collasso di tale edificio è bassissima: il risultato di tali valutazioni appare eccessivamente cautelativo e non è di fatto realistico, in quanto la maggior parte degli edifici esaminati dovrebbero essere già crollati in passato per sollecitazioni sismiche molto inferiori a quelle già sperimentate invece senza danni significativi.

Analogamente nel caso si debba valutare il grado di sicurezza nei confronti del ribaltamento di una parete esterna in un edificio in cui siano ad esempio stati consolidati i solai di piano, introducendo elementi di irrigidimento di piano e collegandoli con membrature resistenti a trazione alle murature, per poi valutare l'incremento rispetto allo stato ante intervento, non si ha altra scelta che ipotizzare porzioni di pareti incernierate in corrispondenza degli interpiani, con vincoli perfetti alla base ed in sommità e formazione di cerniera intermedia.

La realtà si situa nel mezzo: una parete di un edificio esistente con solai lignei, non collegati ad essa mediante espliciti sistemi a trazione, non si comporta effettivamente come una parete libera, in quanto intervengono comunque delle forze di ritenuta, difficilmente quantificabili e su cui non si può fare effettivo affidamento, quali ad esempio l'attrito, ma che ne aumentano inevitabilmente la resistenza al ribaltamento. L'influenza dell'attrito è stata indagata in modo parziale e quasi esclusivamente in ambito statico, data la difficile caratterizzazione in ambito dinamico: tuttavia, soprattutto in alcuni specifici meccanismi di collasso, l'attrito gioca un ruolo fondamentale sull'effettiva risposta fuori piano delle pareti.

Un'altra questione aperta è quella relativa alla deformabilità degli impalcati: per semplicità operative si fa spesso riferimento, soprattutto nel campo più usuale delle modellazioni del comportamento sismico globale dell'edificio, all'ipotesi di impalcati infinitamente rigidi nel proprio piano. Ora va sottolineato che tale assunzione può essere considerata accettabile in caso di solai in laterocemento con soletta di spessore adeguato in edifici a telaio in acciaio o in c.a. ma non è

aderente nella maggior parte degli edifici in muratura storica, soprattutto non oggetto di consolidamento. L'ipotesi di infinita rigidità dei solai infatti è un'ipotesi che deriva dalle dimensioni dei campi di solaio oggetto della modellazione e alla trascurabilità della deformazione, inevitabilmente non nulla, del solaio nel proprio piano, rispetto agli spostamenti in gioco delle strutture verticali, che portano i carichi verticali e trasferiscono a terra le forze inerziali sismiche. La rigidità del solaio quindi deve essere valutata non come valore assoluto, considerando le sole caratteristiche della sezione tipica di impalcato, ma deve essere riferita ad esempio alla distanza massima tra due elementi verticali di pareti resistenti all'azione sismica: altro fattore ancora più importante è inoltre il rapporto tra la rigidità flessionale e tagliante dell'impalcato nel piano e la rigidità flessionale e tagliante nel piano delle pareti verticali. È ovvio concludere che in presenza di pareti con spessori e massa elevati come capita spesso nel caso dell'edilizia storica, l'ipotesi di infinita rigidità degli impalcati è di fatto non realistica. Un solaio ligneo, per quanto irrigidito nel proprio piano a seguito di interventi di consolidamento, soprattutto in edifici con murature di spessore significativo, difficilmente risponde alle ipotesi di infinita rigidità.

Lo stato attuale delle conoscenze non consente quindi di modellare in modo corretto la reale situazione in cui si trovano la maggior parte delle pareti esterne negli edifici storici: si ha la possibilità di considerare i due casi estremi, assenza di vincolo del solaio o vincolo perfetto (impalcato rigido) ma non tutte le configurazioni reali, che si trovano inevitabilmente tra i due estremi. Si deve sottolineare inoltre che un altro significativo inconveniente è che non si è in grado di valutare, anche in maniera approssimativa, l'errore che si compie facendo una delle due assunzioni estreme e, soprattutto nel caso di parete vincolata alla base ed in sommità, se tali assunzioni siano a favore di sicurezza o no. Vale la pena ricordare che è fondamentale che le ipotesi di modellazione assunte siano a favore di sicurezza, in modo da poter controllare che il grado di sicurezza reale sia, almeno probabilisticamente, superiore a quello calcolato: negli edifici storici, per lo meno in quelli di interesse storico-artistico, tuttavia è altrettanto importante non adottare

metodologie eccessivamente a favore di sicurezza, proprio per poter rispettare il principio di minimo intervento che consente la salvaguardia del bene e delle sue caratteristiche intrinseche.

La maggior parte degli studi sul comportamento dinamico delle pareti fuori del proprio piano ha affrontato il caso della parete libera schematizzata come corpo rigido: tale casistica è stata affrontata negli ultimi 50 anni, almeno a partire dal fondamentale studio di Housner del 1963 [Housner, 1963], con approfonditi studi analitici e anche sperimentali. Tuttavia tale modello, se riproduce l'effettiva condizione di oggetti isolati quali colonne, rovine monumentali o statue, è poco realistico per modellare una parete inserita nel contesto strutturale di un edificio in muratura, in cui le connessioni mutue con le altre parti dell'organismo edilizio, seppur deboli, sono comunque presenti. Considerare una striscia di parete in regime di flessione monodimensionale significa trascurare la componente di flessione bidimensionale, che si riduce molto effettivamente solo nelle zone centrali di pareti molto alte con distanza significativa tra muri paralleli alla direzione considerata del sisma. Anche le possibili interazioni dinamiche tra parete e resto della struttura tendono in tale modo ad essere valutate in modo non accurato: a tale proposito si deve sottolineare che le formule di amplificazione dell'accelerazione agente o delle richieste di spostamento in quota riportate nella normativa italiana si riferiscono implicitamente per analogia al comportamento degli elementi non strutturali, ovvero di elementi di massa ridotta, schematizzabili come oscillatori semplici direttamente appoggiati sulla struttura principale dell'edificio. Inoltre le formule proposte sono valide nell'ipotesi di impalcati infinitamente rigidi e non vi sono studi specifici che abbiano presentato formulazioni alternative nel caso di impalcati deformabili. La deformabilità dei solai implica di poter avere spostamenti alla base ed in sommità differenti e non in fase delle singole pareti di interpiano: la parete deve essere modellata inevitabilmente come un sistema almeno a due gradi di libertà e conseguentemente dovrà essere determinata l'amplificazione dell'accelerazione o della domanda di spostamento in quota.

Sulla base di quanto riportato precedentemente si è deciso di concentrare l'attenzione del presente studio sulla deformabilità degli impalcati: vista la scarsità di studi e di test in merito, si è deciso di

assumere un modello semplificato, per analogia con altri modelli già proposti in passato e dimostratisi in grado di riprodurre i risultati di prove sperimentali, riducendo di fatto al minimo ii numerosi parametri che interessano i meccanismi fuori piano, per concentrare l'attenzione sull'argomento principale della ricerca e rendere maggiormente leggibile la risposta della parete. Sono state pertanto condotte analisi cinematiche e dinamiche di un modello semplificato a due gradi di libertà di una parete schematizzata come assemblaggio di corpi rigidi con una molla traslazionale indefinitamente elastica in sommità che simula la deformabilità nel piano del solaio.

L'obiettivo principale della presente tesi non è quindi tanto l'individuazione di un modello che riproduca in modo appropriato tutti gli aspetti legati al comportamento dinamico di una parete con impalcato deformabile, cosa che richiederebbe una mole estesa di indagini sperimentali ed una letteratura scientifica alle spalle, adeguatamente validata e sedimentata nel tempo. Si è cercato per lo più di fare un primo passo per definire un primo modello in grado di valutare il comportamento dinamico di una parete in caso di solai deformabili, con la finalità soprattutto di valutazione preliminare comparativa in termini di richiesta e capacità di spostamento del modello con ipotesi di impalcato superiore deformabile rispetto al caso di impalcato rigido, ovvero di parete perfettamente incernierata alla base ed in sommità e formazione di cerniera intermedia.

1.4 **Struttura della Tesi**

Riportiamo di seguito la struttura delle presente Tesi, con l'indicazione dei principali argomenti trattati nei vari capitoli.

Nel capitolo 1 è stata proposta un'introduzione generale sulle costruzioni in muratura, con una panoramica sui principali problemi aperti e sulle principali strategie di modellazione adottate nel corso degli anni nell'ambito della ricerca. Sono poi stati introdotti i meccanismi di collasso delle pareti murarie per sollecitazioni fuori piano e sono stati delineate le motivazioni che hanno portato a focalizzare l'attenzione su tale argomento, in particolare sull'influenza della deformabilità degli

impalcati sul comportamento dinamico. Sono stati infine chiariti gli obiettivi della ricerca, è stato proposto un inquadramento generale delle ipotesi che stanno alla base dei modelli presi in considerazione.

Nel capitolo 2 viene presentata una panoramica generale di inquadramento dello stato dell'arte della ricerca in merito alla modellazione dei meccanismi di collasso locali nelle costruzioni in muratura, con particolare riguardo alle analisi in campo dinamico. Vengono prese in rassegna le differenti strategie di approccio (modelli a contatto rigido o modelli a contatto elastico) e vengono approfonditi alcuni argomenti specifici, quali ad esempio la modellazione della dissipazione energetica in fase dinamica. Vengono descritti in maniera più approfondita i lavori, o di maggior interesse storico, a cui si sono ispirati praticamente tutti gli altri successivi che si sono occupati di dinamica del corpo rigido, quali il lavoro fondamentale di Housner [Housner, 1963], o di maggior rilievo ai fini della presente ricerca, quale ad esempio quello di Doherty [Doherty, 2000 e 2002] e di Sorrentino [Sorrentino, 2003]. Sono inoltre passate in rassegna le principali campagne sperimentali realizzate (ABK, Doherty e altri) ed infine sono descritti i relativamente pochi lavori, tra cui quello di Simsir [Simsir, 2004a e 2004b] che prendono in considerazione in modo esplicito la deformabilità degli impalcati nel proprio piano, sia in termini di sperimentazione che di modellazione del comportamento fuori piano della parete.

Nel capitolo 3 vengono descritte le analisi statiche incrementali eseguite su un modello semplificato di parete schematizzata come assemblaggio di corpi rigidi con un vincolo elastico in sommità. Vengono inoltre illustrate le curve accelerazione-spostamento ottenute per un set di 8 pareti con differenti parametri geometrici di snellezza, rapporto tra carico dell'impalcato e peso proprio della parete, eccentricità del carico trasmesso dall'impalcato superiore rispetto alla mezzeria. Sono descritti criticamente i risultati ottenuti;

Il quarto capitolo è incentrato sulla definizione del comportamento dinamico di un sistema a due gradi di libertà, nel caso di parete schematizzata come assemblaggio di due corpi rigidi, con vincolo elastico in sommità. Vengono analizzate le possibili configurazioni assunte dalla parete in funzione

del segno della rotazione q_1 della porzione inferiore della parete e del rapporto tra la rotazione q_2 della porzione superiore e la rotazione q_1 della porzione inferiore. Viene descritta la metodologia usata per ricavare i 4 set di sistemi di equazioni che descrivono le equazioni del moto del sistema e l'algoritmo sviluppato mediante Matlab per l'integrazione numerica nel dominio del tempo delle equazioni del moto. Viene posta particolare attenzione sulle ipotesi adottate per schematizzare le transizioni tra una configurazione geometrica e l'altra e conseguentemente tra un set di equazioni e l'altro;

Il quinto capitolo descrive i risultati ottenuti mediante l'integrazione numerica nel dominio del tempo delle equazioni del moto, la validazione dell'algoritmo mediante il confronto con i risultati del modello ad un grado di libertà con vincolo fisso in sommità e l'influenza della rigidità K_d sulla richiesta di spostamento e sul valore massimo della sollecitazione forzante esterna. Viene riportata la risposta di un set di pareti ad impulsi gaussiani di differente periodo e ampiezza e ad un insieme di accelerogrammi naturali;

Il sesto capitolo riporta le conclusioni dell'intero lavoro: viene messa in evidenza l'importanza di tenere conto della deformabilità degli impalcati per comprendere l'effettiva risposta delle pareti fuori piano, si delineano i punti che necessitano di maggiore approfondimento e validazione sperimentale successiva. Vengono poi indicati i possibili sviluppi futuri della ricerca.

2. **COMPORAMENTO FUORI PIANO DI PARETI MURARIE: STATO DELL'ARTE**

Abstract

The present chapter illustrates the state of the art about the out-of-plane behaviour of masonry walls. After a general introduction about the several different local out-of-plane failure modes and a description of the hypotheses of rigid models, the most important analytical and experimental studies are briefly described (Housner, Doherty). A description of the filtering effect of the shear walls and diaphragms response to the seismic input of the ground motion on the out-of-plane walls is also presented, together with the consequences in the case of flexible diaphragms. Special attention is given to the studies and tests that investigated the influence of the flexibility of the diaphragms on the response of walls in out-of-plane bending (Simsir, ABK).

2.1 Meccanismi di collasso fuori piano: inquadramento

Il numero di meccanismi locali di collasso che si possono instaurare all'interno di un edificio in muratura sono innumerevoli: in particolare le diverse tipologie di meccanismi possibili sono state definite anche grazie alle osservazioni effettuate su edifici danneggiati a seguito di un evento sismico. Numerosi studi hanno cercato di offrire un panorama dei vari meccanismi, come ad esempio quelli di [Podestà, 2001], [D'Ayala e Speranza, 2003] e [Milano et al., 2011].

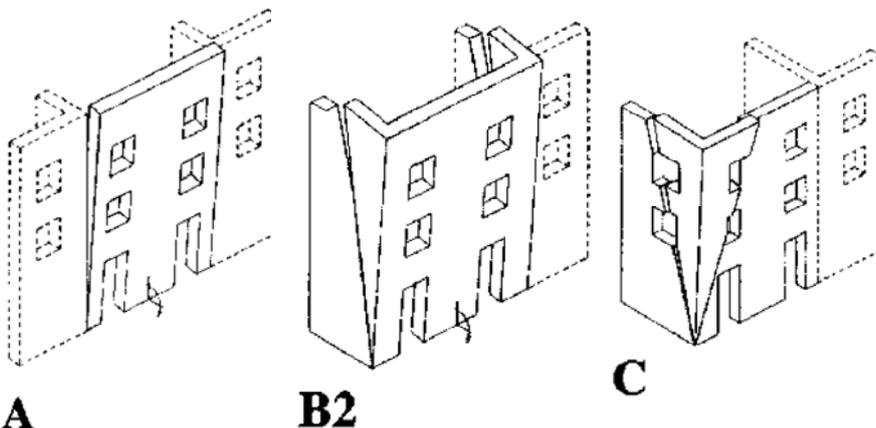


Figura 2.1 – Abaco dei principali meccanismi di collasso ricorrenti nelle facciate (D'Ayala e Speranza, 2003)

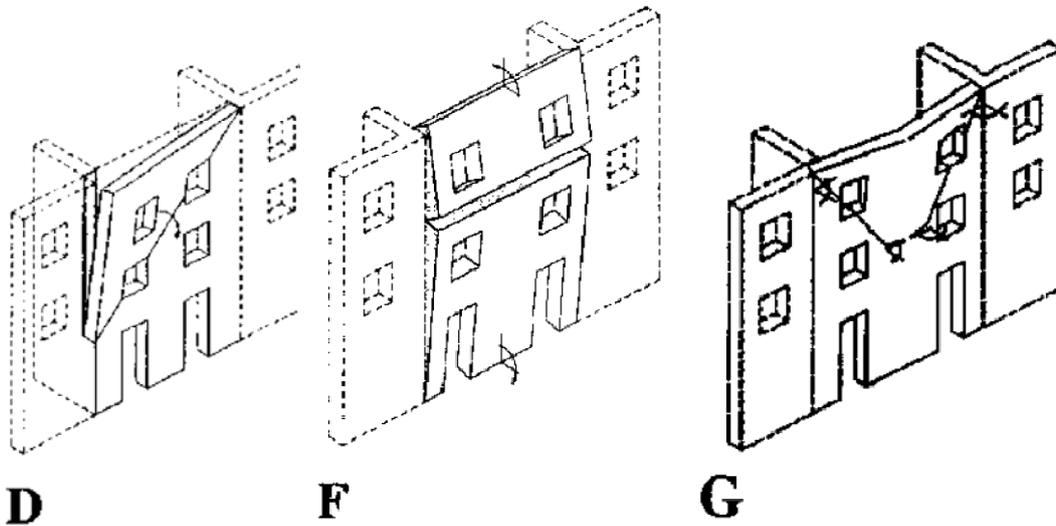


Figura 2.2 – Abaco dei principali meccanismi di collasso ricorrenti nelle facciate (D'Ayala e Speranza, 2003)

Si deve tuttavia sottolineare che non è possibile offrire una casistica completa, viste le numerose differenti tipologie presenti, soprattutto nel panorama italiano, né è possibile a priori prevedere in modo esatto quali meccanismi possano innescarsi effettivamente. L'attivarsi di un meccanismo dipende infatti a volte anche da debolezze dovute a danneggiamenti preesistenti, a discontinuità nella tessitura muraria, dovute ad esempio a fasi di accrescimento successive: tutti questi elementi sono spesso di difficile definizione, soprattutto nei casi in cui non sia stato possibile rimuovere l'intonaco e avere un quadro più completo dello stato di danneggiamento superficiale. È possibile invece descrivere un quadro abbastanza completo dei meccanismi che possono verificarsi in una data tipologia, quando questa presenti una spiccata vulnerabilità nei confronti dei meccanismi di primo modo, per intrinseca debolezza dovuta a caratteristiche geometriche e costruttive ricorrenti, come ad esempio nel caso delle chiese [Podestà, 2001].

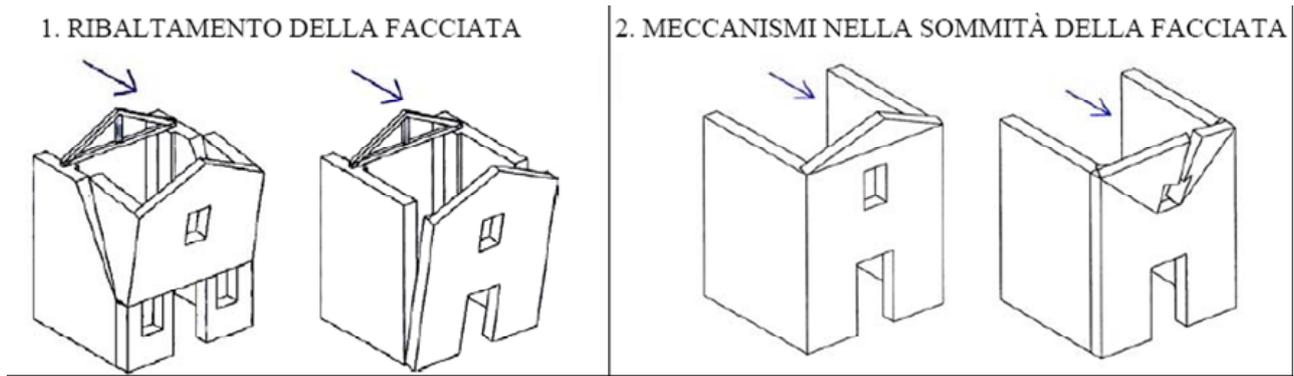


Figura 2.3 – Meccanismi di collasso delle facciate nelle chiese a navata (Podestà, 2001)

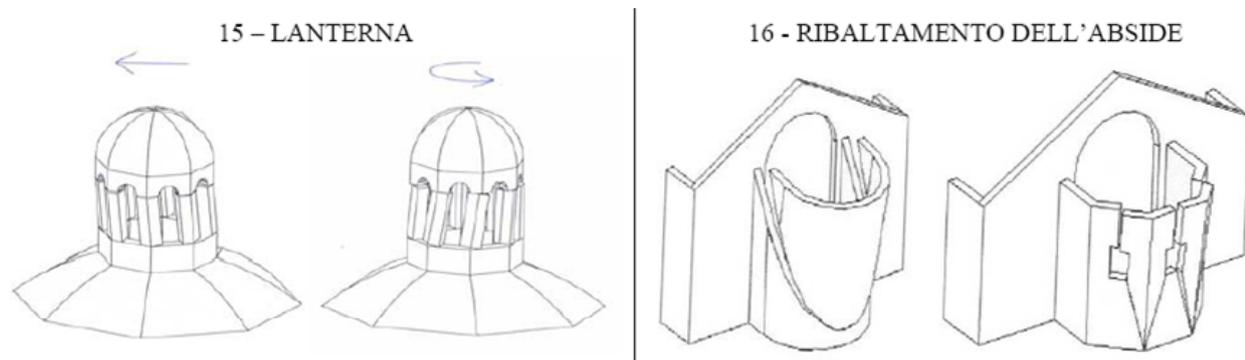


Figura 2.4 – Meccanismi di collasso delle lanterne e delle zone absidali delle chiese (Podestà, 2001)

L'individuazione di un abaco dei meccanismi di primo modo possibili è un processo utile, anche se non sempre di immediata trasposizione nei singoli casi pratici per la valutazione di edifici esistenti: progressivamente la casistica presa in considerazione si arricchisce di contributi e vengono affrontate tipologie nuove, riscontrate progressivamente a seguito dell'esperienza sismica. Sono state introdotte in letteratura formulazioni per un numero notevole di casi differenti tra di loro: la maggior parte di essi è stata analizzata applicando la schematizzazione delle pareti murarie come assemblaggio di corpi rigidi, con esplicitazione dei moltiplicatori del carico verticale che portano all'attivazione del meccanismo. È opportuno soffermarsi sul significato dell'assunzione del modello di corpo rigido e sulle motivazioni di tale ipotesi: innanzitutto il ricorso ai meccanismi di corpi rigidi consente una riduzione dei parametri in gioco, la cui determinazione è resa più agevole perché legata essenzialmente alla geometria. Non devono infatti essere introdotte altre grandezze nel problema ove si accettino le ipotesi di rigidità, infinita resistenza a compressione, assenza di

resistenza a trazione della malta, attrito infinito. L'ipotesi di rigidità non nega la deformazione dei corpi durante il moto, ma afferma la trascurabilità di tali deformazioni rispetto agli spostamenti totali e che quindi non è necessario prenderla in considerazione per riprodurre in modo sufficientemente fedele i risultati sperimentali. La motivazione principale dell'assunzione dell'ipotesi di corpo rigido risiede dunque nella relativa semplicità di modellazione, anche se sono presenti non linearità e specifiche difficoltà soprattutto in ambito dinamico, ma soprattutto nel fatto che sperimentalmente si sono effettivamente osservati, sia a seguito di eventi sismici, sia su prototipi per test sperimentali comportamenti praticamente rigidi. Modelli basati sull'assunzione di corpo rigido si sono inoltre dimostrati in grado di riprodurre in maniera soddisfacente la storia temporale di pareti libere o vincolate in sommità soggette a vibrazioni libere o forzate.

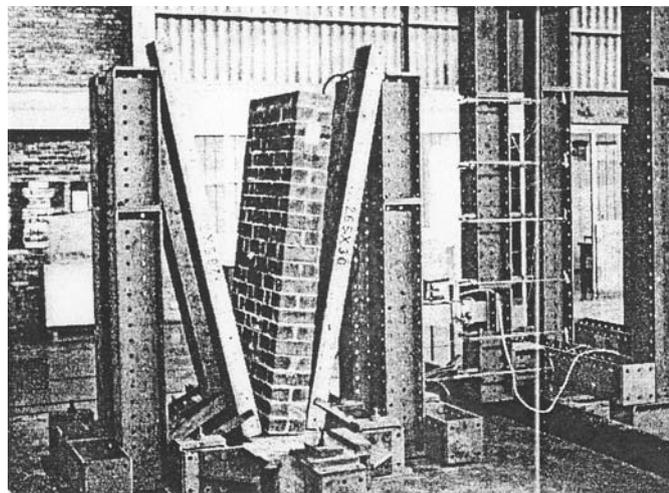


Figura 2.5 – Meccanismi di collasso per corpo rigido su prototipi (Simsir, 2004b e Bariola et al., 1990)

Come ricorda il Prof. Giuffrè [Giuffrè, 1993] perché le porzioni di parete possano effettivamente comportarsi come corpo rigido occorre che essi siano realizzati a 'regola d'arte': *'un muro realizzato a regola d'arte infatti arriva a collasso attraverso la realizzazione di cinematici che comportano la formazione di cerniere cilindriche, mentre le porzioni comprese tra le fessure offrono un comportamento tipo "corpo rigido".'* La minore qualità del muro, il suo discostarsi

dalla regola d'arte gli toglie tale caratteristica. Le fessurazioni non costituiscono distacchi netti ma sono distribuite su ampie porzioni del muro. Il cinematismo non riesce ad evolvere perché il mutare di orientamento del risultante dei carichi rispetto alla verticale, ... , denuncia il difetto di ammorsature interne e disgrega il corpo murario'. Perché dunque il comportamento a corpo rigido possa effettivamente esplicarsi, e quindi i modelli che si basano su tale assunzione possano essere affidabili, occorre che l'apparecchio murario presenti una struttura ordinata, con presenza di elementi di collegamento trasversale rispetto allo spessore.

Gli studi sopra citati sulla classificazione delle varie tipologie di meccanismi di primo modo si sono concentrati soprattutto sul comportamento statico e sull'individuazione del moltiplicatore di attivazione. Gli studi su modelli e le ricerche in ambito dinamico si sono concentrati invece prevalentemente su due casi più semplici e quindi più facilmente riproducibili anche dal punto di vista sperimentale: la parete libera e quella vincolata in sommità. A tali studi ci si riferirà principalmente nel seguito, con particolare riguardo a quelli incentrati sulla schematizzazione della parete nell'ipotesi di corpo rigido in ambito dinamico.

2.2 Modelli a contatto rigido o elastico

Il modello di corpo rigido, se da un lato semplifica l'approccio al problema riducendo drasticamente i parametri in gioco alle sole grandezze geometriche, dall'altro presenta delle complessità non trascurabili, dovute alla non linearità geometrica per la presenza di termini trigonometrici nelle equazioni del moto ma soprattutto per gli urti tra parti del sistema. Tra i vari modelli proposti in letteratura può essere introdotta una distinzione sulla base di come viene descritta l'interazione nelle sezioni dove si verificano gli urti: si possono distinguere infatti modelli a contatto rigido e modelli a contatto elastico [Giannini, 1991]. Tali modelli si differenziano inoltre anche per la legge forza generalizzata di richiamo – spostamento generalizzato assunta.

Nel caso dei modelli a contatto rigido si fa l'ipotesi che il giunto sia un giunto indeformabile, con resistenza a compressione infinita, non reagente a trazione e dotato di attrito.

Nel caso dei modelli a contatto elastico si fa l'ipotesi di concentrare la deformabilità in corrispondenza della sezione in cui si verifica l'urto, introducendo un legame costitutivo.

2.3 Modelli a contatto rigido : il modello di Housner

Il modello di Housner, noto anche come pendolo invertito, [Housner, 1963] è il primo e più famoso modello analitico del moto di un corpo rigido: a tale modello si sono ispirati praticamente tutti gli studi successivi. Lo studio di Housner nacque come tentativo di spiegazione del fatto che alcuni serbatoi, fossero sopravvissuti al terremoto cileno del 1960, mentre altri oggetti più stabili secondo una valutazione statica, anche perché ancorati al suolo, erano stati rovesciati.

Alla base del modello è l'ipotesi che gli spostamenti cui tali oggetti semplicemente appoggiati al suolo sono soggetti a seguito dell'azione sismica siano dovuti prevalentemente a moti rigidi e solo in minima parte alle deformazioni del materiale.

Il pendolo invertito di Housner è un blocco parallelepipedo con la a base piana, che poggia su un suolo indeformabile, orizzontale e in mot: il blocco che oscilla alternativamente intorno ai suoi due spigoli inferiori O e O' senza possibilità di rimbalzi. Gli scorrimenti sono esclusi in quanto si fa l'ipotesi che il coefficiente di attrito statico fra il blocco e la base sia sufficiente ad impedirli. Il modello è quindi a un grado di libertà, nel quale l'unica coordinata lagrangiana è la rotazione θ

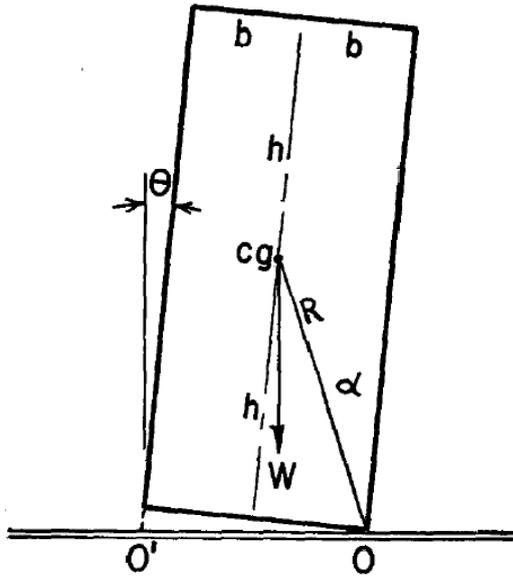


Figura 2.6 – Blocco oscillante attorno a O e O' (Housner, 1963)

2.3.1 Parametri del modello

Housner ipotizza un corpo parallelepipedo, omogeneo: le grandezze significative che descrivono la geometria del blocco sono quindi due, la semidiagonale R , che esprime la dimensione del blocco, e l'angolo α , formato fra la semidiagonale e la verticale passante per il punto O o O' quando il blocco non è in moto, che dà una misura della snellezza ζ (rapporto fra altezza e base). La snellezza diminuisce per valori maggiori di α .

L'angolo α (in radianti) dà informazioni sulla forma del blocco e rappresenta anche il moltiplicatore statico di collasso del blocco soggetto ad una forza orizzontale concentrata nel baricentro del blocco, ipotizzata pari ad un'aliquota pari ad α volte il peso del blocco.

Housner introduce il momento di inerzia polare del blocco rispetto ai punti attorno ai quali avviene la rotazione (O e O'):

$$I_0 = \frac{4}{3} mR^2 \quad (2.1)$$

2.3.2 Equazioni della dinamica dei corpi rigidi

Durante il moto di un qualunque tipo di sistema materiale, comunque vincolato e sollecitato, valgono le equazioni cardinali della dinamica:

$$\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{R}^{(e)} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\mathbf{K}}{dt} + \mathbf{v}_O \times \mathbf{U} = \mathbf{M}^{(e)} \quad (2.3)$$

nelle quali \mathbf{U} è il risultante della quantità di moto, e \mathbf{K} è il momento risultante della quantità di moto, o momento angolare, rispetto a un qualsiasi punto O , di velocità \mathbf{v}_O . $\mathbf{R}^{(e)}$ ed $\mathbf{M}^{(e)}$ sono risultante e momento risultante, rispetto allo stesso punto O , delle sole forze esterne, m e \mathbf{v} sono massa e velocità del corpo i -esimo e il simbolo \times è l'operatore di prodotto vettoriale.

Per un sistema costituito da uno o più corpi rigidi la (2.2) e la (2.3) costituiscono un sistema di equazioni necessarie e sufficienti, una volta che siano assegnate le condizioni iniziali, per descrivere compiutamente il moto. Esse prendono pertanto il nome di equazioni dinamiche del moto dei corpi rigidi.

2.3.3 Vibrazioni libere

Housner ricava l'equazione del moto del blocco soggetto a vibrazioni libere applicando direttamente le equazioni fondamentali della dinamica dei corpi rigidi sopra ricordate:

$$I_0 \cdot \ddot{\theta} = -m \cdot g \cdot R \cdot \sin(\alpha - \theta) \quad (2.41)$$

Housner introduce il parametro p imponendo che $M g R / I_0 = p^2$: in tal modo l'equazione diventa:

$$\ddot{\theta} = -\text{sgn}(\theta) p^2 \sin[\alpha - \text{sgn}(\theta)\theta] \quad (2.2)$$

Il parametro p , detto anche parametro di frequenza, vale per blocchi parallelepipedi omogenei:

$$p = \sqrt{\frac{3g}{4R}} \quad (2.3)$$

Esso rappresenta la frequenza naturale delle oscillazioni libere del blocco sospeso da uno dei suoi spigoli.

L'equazione del moto (2.5) presenta una doppia non linearità: innanzitutto la presenza di termini trigonometrici, per i quali sono state proposte spesso linearizzazioni nella risoluzione dell'equazione del moto, poi la presenza della funzione segno dovuta al passaggio del punto di rotazione alla base da O ad O' in corrispondenza degli urti alla base. O

Operando la linearizzazione dei termini trigonometrici Housner integra le equazioni in forma chiusa e ottiene:

$$\vartheta = -\text{sgn}(\theta_0) \cdot \alpha \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{|\theta_0|}{\alpha}\right) \cdot \cosh(p \cdot t) \right] + \frac{\dot{\vartheta}_0}{p} \cdot \sinh(p \cdot t) \quad (2.7)$$

In cui:

ϑ_0 è la rotazione iniziale

$\dot{\vartheta}_0$ è la velocità angolare iniziale

Ipotizzando una velocità angolare iniziale nulla, Housner ricava il tempo che intercorre tra il rilascio della parete dalla configurazione di partenza ϑ_0 al primo urto, ovvero all'annullarsi dell'angolo ϑ .

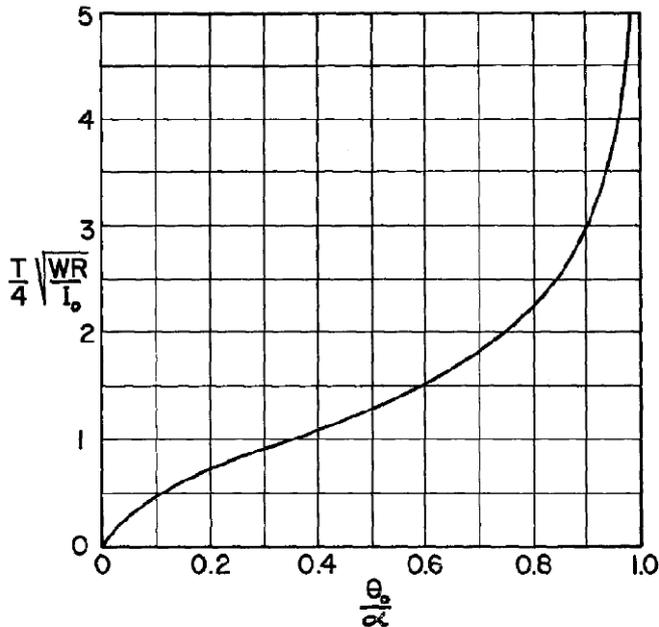


Figura 2.7 – Legame tra periodo T e ampiezza del blocco b_0 (Housner, 1963)

Il periodo risulta quindi una funzione dell'ampiezza e non è più una caratteristica propria del sistema come nell'oscillatore elastico lineare: questa differenza è fondamentale per comprendere le peculiarità del comportamento dinamico degli oggetti dondolanti rispetto agli usuali oscillatori elastici.

2.3.4 Vibrazioni forzate

Nel caso in cui si introduca una forzante orizzontale, $m \ddot{x}_g$, l'equazione del moto è in generale:

$$\ddot{\theta} = -\text{sign}(\theta) p^2 \sin(\alpha - |\theta|) - p^2 \frac{\ddot{x}_g}{g} \cos(\alpha - |\theta|) \quad (2.4)$$

Dalla (2.8) si ricava l'esistenza di una *accelerazione di soglia* \ddot{x}_s , ovvero il blocco si mette in moto solo se l'accelerazione esterna supera un valore di soglia prefissato pari al prodotto dell'accelerazione di gravità per il moltiplicatore di collasso pari al rapporto tra lo spessore e l'altezza del blocco.

Tale accelerazione vale:

$$\ddot{x}_s = \frac{b}{h}g = \tan(\alpha)g \quad (2.5)$$

L'esistenza di un'accelerazione di soglia rappresenta una notevole differenza rispetto all'oscillatore elastico lineare "classico", ed anche rispetto a tutti quegli oscillatori che hanno rigidità iniziale finita. Infatti per come è stato definito, il pendolo invertito non "avverte" forzanti il cui picco sia inferiore alla accelerazione di soglia sopra menzionata. Tale circostanza non ha trovato in realtà conferme sperimentali in quanto test su pareti libere hanno messo in evidenza che il moto della parete inizia ben prima del raggiungimento dell'accelerazione di soglia e questo è stato interpretato in svariati modi in letteratura, sia motivandolo con la deformabilità comunque finita del materiale che costituisce la parete sia ipotizzando la presenza di imperfezioni nella sezione di contatto tra blocco ed il piano di appoggio.

Un altro risultato ottenuto da Housner è legato all'effetto scala: in blocchi con rapporti geometrici identici e quindi di uguale snellezza, si osserva che gli elementi di maggiori dimensioni sono più stabili.

2.3.5 Dissipazione dell'energia

Nelle equazioni del moto libero (2.5) e del moto forzato (2.8) non compaiono termini relativi alla dissipazione di energia: Housner ipotizza infatti che non avvenga dissipazione di energia da un urto all'altro in corrispondenza della base. La dissipazione dell'energia è supposta infatti concentrata nel momento dell'urto.

Proprio l'impatto dovuto all'urto impone delle difficoltà in quanto l'atto di moto successivo all'urto non è di immediata derivazione: in corrispondenza dell'impatto il moto di rotazione attorno ad uno spigolo dovrà passare ad un moto di rotazione attorno all'altro spigolo opposto.

Questo non è però sufficiente a definire tutte le grandezze necessarie per definire il moto successivo. Devono essere introdotte delle ipotesi in merito alla velocità iniziale posseduta dal corpo immediatamente dopo l'urto. Housner risolve imponendo la conservazione di momento angolare, consentendo quindi di ricavare la velocità successiva all'urto sulla base di sole considerazioni di carattere geometrico ed energetico, senza la necessità di ricorrere a prove sperimentali ad hoc.

Se si definisce la riduzione di energia cinetica tra l'istante dopo e l'istante prima l'urto come:

$$r = \frac{\frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \dot{\theta}^{+2}}{\frac{1}{2} \cdot I_0 \cdot \dot{\theta}^{-2}} = \left(\frac{\dot{\theta}^+}{\dot{\theta}^-} \right)^2 \quad (2.10)$$

Imponendo la conservazione del momento angolare rispetto al punto O' si ottiene:

$$e = \sqrt{r} = \frac{\dot{\theta}^+}{\dot{\theta}^-} = 1 - \frac{3}{2} \sin^2 \alpha = \frac{2\zeta^2 - 1}{2(\zeta^2 + 1)} \quad (2.11)$$

dove $\zeta=(h/b)$ è la snellezza del sistema ed e è chiamato in genere in letteratura coefficiente di restituzione. Si osserva che secondo tale teoria la dissipazione di energia non dipende dalle dimensioni del blocco, ma solo dalla sua forma ed è inoltre indipendente dal tipo di materiale che costituisce il blocco.

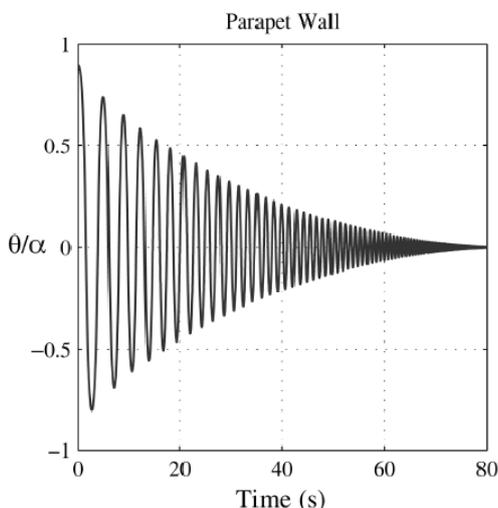


Figura 2.8 – Vibrazioni libere di un blocco singolo (Sorrentino, 2008)

Sperimentalmente si osserva una progressiva riduzione dell'ampiezza delle oscillazioni libere al progredire del numero degli urti (vedi Fig. 2.8). Il coefficiente di restituzione può variare teoricamente tra un massimo pari a 1 (ovvero non si ha dissipazione di energia) e 0 (dissipazione massima, il corpo si arresta dopo l'urto).

Studi successivi a quello di Housner hanno mostrato come la formulazione data dalla (2.11) mantiene una sua validità nel caso di parete libera e per pareti sufficientemente snelle mentre si allontana molto dai risultati sperimentali per pareti tozze.

2.4 Modelli a contatto elastico

Abbiamo visto come nei modelli a contatto rigido l'atto di moto successivo a un urto può essere infatti determinato solo introducendo alcune ipotesi a priori, rispetto al numero dei gradi di libertà del sistema (ovvero escludendo ad esempio scorrimenti come in Housner), o rispetto al modo in cui viene dissipata l'energia cinetica. Inoltre lo studio di sistemi complessi, formati da un elevato numero di elementi, risulta di fatto molto complessa, in quanto presenta un numero significativo di gradi di libertà. L'esistenza di un'accelerazione di soglia, implicita nell'ipotesi di contatto rigido, non è stata riscontrata sperimentalmente. Questo ha portato ad ipotizzare un tipo di contatto differente, di tipo elastico.

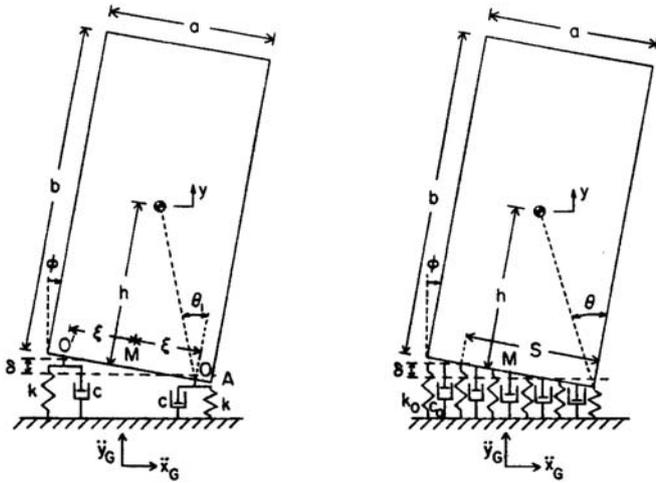


Figura 2.9 – Blocco rigido su due molle (sinistra) o su un suolo alla Winkler (destra) (Psycharis e Jennings , 1983)

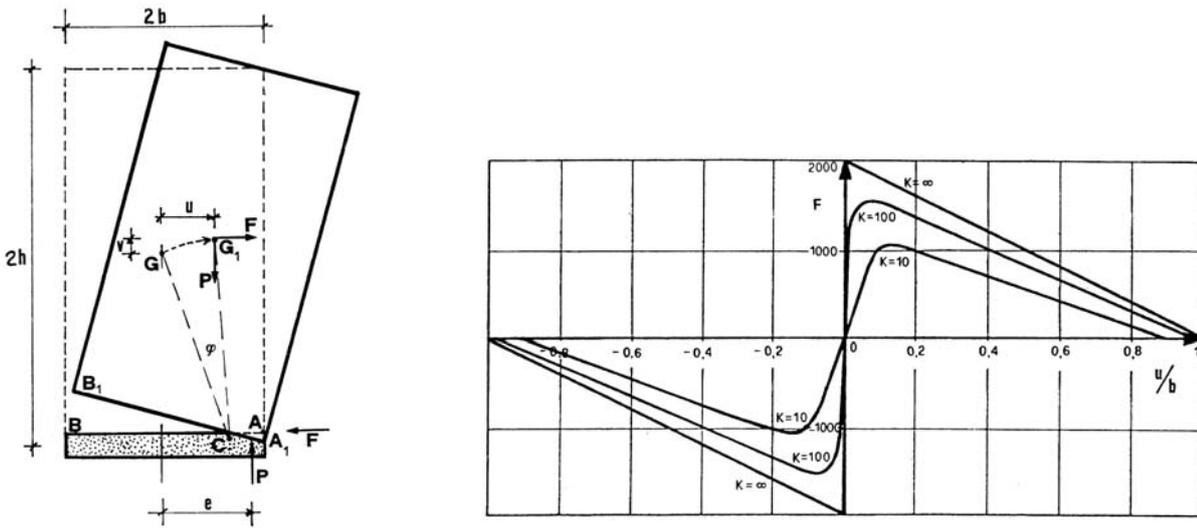


Figura 2.10 – Blocco rigido su suolo elastico Funzione forza di richiamo – spostamento al variare della rigidezza k (Blasi et al, 1985)

Dalla Fig. 2.10 si osserva come, l'ipotesi di contatto elastico tende a smussare la forma della curva forza di richiamo – spostamento, superando quella discontinuità a gradino dovuta all'urto e ben evidente in corrispondenza del valore nullo della rotazione in cui la forza di richiamo passa repentinamente da una valore negativo al suo opposto. Il superamento di tale discontinuità, anche se non si presta ad una chiara interpretazione fisica, consente di ottenere un sistema più stabile dal punto di vista numerico e più capace di riprodurre l'effettiva storia temporale sperimentata dai

blocchi rigidi durante il moto. In tale modo viene superata anche la questione legata all'accelerazione di soglia.

2.5 Il modello di Doherty

2.5.1 Le prove sperimentali

Kevin Doherty, ha svolto nell'ambito della propria tesi di dottorato, presso i laboratori Chapman per prove su strutture della School of Civil and Environmental Engineering della Adelaide University (AUS) prove sperimentali statiche e dinamiche su 14 muri, tre dei quali spessi 5 cm e gli altri 11 cm (vedi [Doherty, 2000], [Doherty et al., 2002], [Lam et al., 2003], [Griffith et al., 2004]). L'obiettivo delle prove era osservare il comportamento dinamico di muri vincolati in sommità, ma liberi lungo i due lati verticali, sollecitati su tavola vibrante fuori del proprio piano (vedi **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.** e 2.12). La sommità del muro è stata vincolata a un telaio metallico solidale con il simulatore sismico, sufficientemente rigido da ottenere un moto applicato alla sommità del muro sostanzialmente uguale a quello applicato alla base. I muri sono stati provati sia senza sia con carico sovrapposto. Il carico superiore è stato assegnato mediante molle verticali. Sono state dapprima effettuate prove statiche in cui una forza orizzontale è stata applicata alle pareti fuori del proprio piano mediante un martinetto idraulico (vedi Fig. 2.13): questo ha consentito di definire l'altezza di formazione della cerniera intermedia e di definire le curve sperimentali forza di richiamo – spostamento orizzontale della cerniera intermedia, che sono poi servite a calibrare il modello assunto per effettuare l'interpretazione e la riproduzione numerica delle analisi dinamiche. L'altezza di formazione della cerniera intermedia è risultata praticamente sempre a metà altezza della parete: tale posizione è stata assunta poi nel modello dinamico.

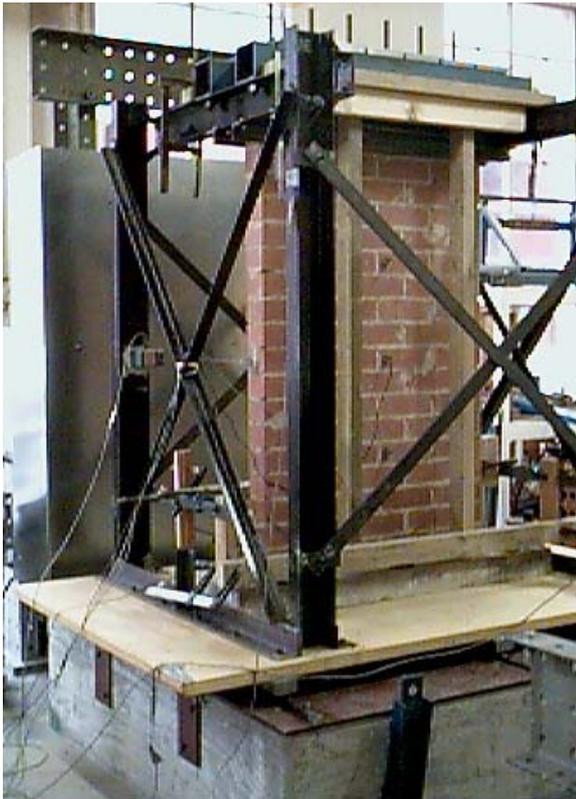


Figura 2.11 – Telaio per prova dinamica della parete fuori piano (Doherty, 2000)

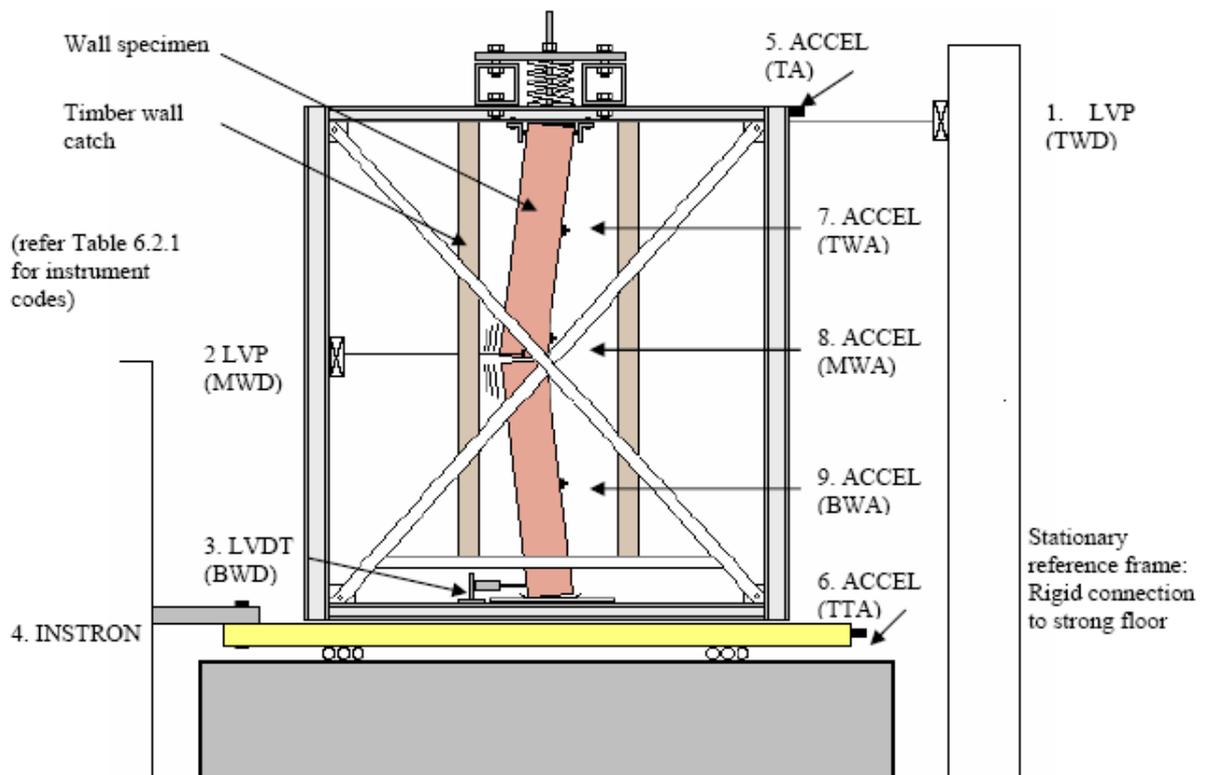


Figura 2.12 – Configurazione del set di prova e disposizione degli strumenti di misura (Doherty, 2000)

Le prove dinamiche sono consistite sia in vibrazioni libere, realizzate imponendo al muro uno spostamento non nullo della cerniera intermedia, sia forzate. Queste ultime sono state sia con eccitazione armonica (di ampiezza via via crescente), sia con eccitazione transiente (impulsi di spostamento sinusoidali e gaussiani e registrazioni sismiche).

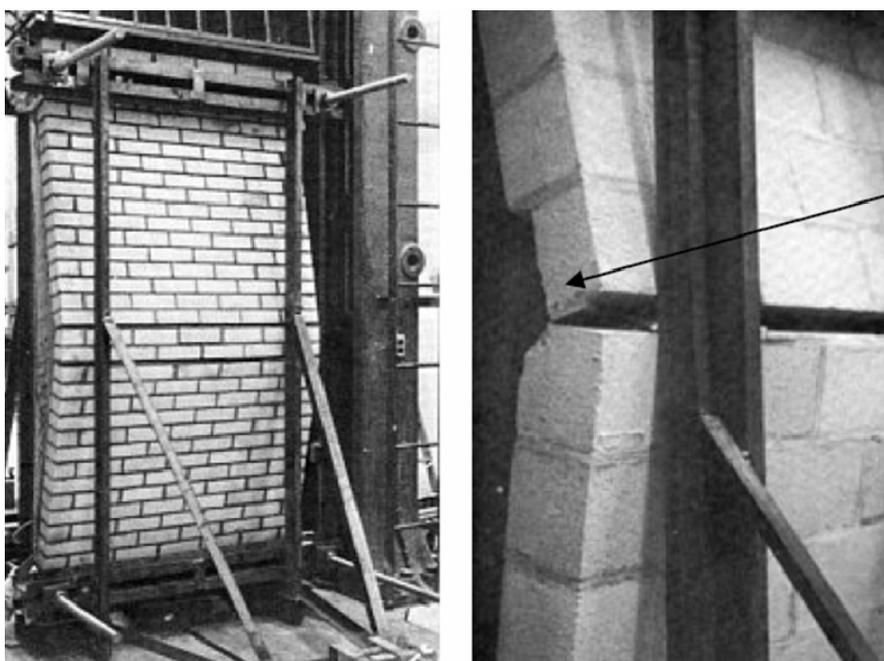


Figura 2.13 – Formazione della cerniera intermedia nelle prove statiche (Doherty, 2000)



Figura 2.14 – Molle in sommità per l'applicazione del carico verticale (Doherty, 2000)

La scelta di applicare il carico in sommità mediante molle elastiche, sebbene abbia consentito notevoli semplificazioni operative, ha avuto però anche l'inconveniente di determinare un incremento del carico effettivamente trasmesso durante il moto, a causa dell'incremento dell'altezza complessiva del sistema cinematico della parete, in presenza di spostamento fuori piano. Tale effetto indesiderato è stato ovviamente tanto più marcato con i provini di spessore maggiore ($sp=110$ mm).



Figura 2.15 – Applicazione del carico orizzontale nelle prove statiche (Doherty, 2000)

I risultati sperimentali delle prove statiche sono stati confrontati con le previsioni in termini di funzione forza – spostamento ottenute con differenti modelli.

Il comportamento sperimentale, soprattutto per i muri già fessurati in mezzzeria a seguito di prove precedenti, tende ad avvicinarsi a quello di corpo rigido, ma solo a partire da un certo valore dello spostamento in mezzzeria. Si osservano infatti spostamenti significativi anche per valori iniziali della

forza sollecitante significativamente inferiori di quelli di soglia previsti dal modello rigido. Il comportamento iniziale della parete risulta pertanto fortemente non lineare, riproducendo qualitativamente il comportamento previsto con il modello proposto da Priestley in cui la curva forza – spostamento viene costruita prendendo in considerazione diversi livelli di fessurazione della sezione, e le forze e gli spostamenti a tali livelli associati. [Priestley, 1985].

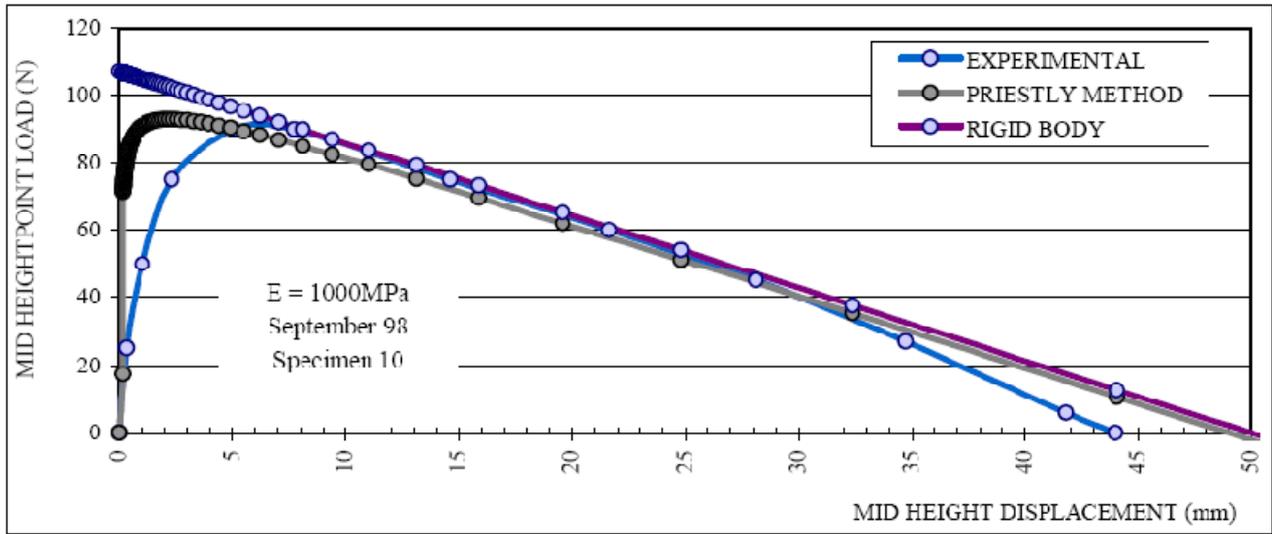


Figura 2.16 – Curve Forza-spostamento in mezzeria nel caso di muro di spessore 110 mm. Confronto tra risultati sperimentali e modelli analitici (Doherty, 2000)

Doherty ha poi rilevato il grado di danneggiamento sui vari provini ed ha provato a correlarlo alle curve forza-spostamento riscontrate, implementando tale parametro nel modello numerico per le analisi dinamiche.

2.5.2 Il modello

Doherty ha sviluppato sulla scorta delle prove sperimentali effettuate un modello che descrivesse l'equazione del moto della parete vincolata in sommità, schematizzata come assemblaggio di corpi rigidi ad un grado di libertà, identificato nello spostamento orizzontale della cerniera intermedia:

$$M_e a_e(t) + C_{\text{exper}} v_e(t) + F(\Delta_e(t)) = -M_e \ddot{x}_g(t) \quad (2.16)$$

In tale equazione si fa riferimento ad un sistema equivalente ad un grado di libertà, dove M_e rappresenta la massa modale, a_e l'accelerazione equivalente in mezzeria, C_{exper} il coefficiente di smorzamento viscoso proporzionale alla massa, calibrato per via sperimentale, v_e la velocità equivalente in mezzeria, $F(\Delta_e(t))$ la forza di richiamo che dipende dallo spostamento della cerniera orizzontale mediante una legge di richiamo trilineare, $\ddot{x}_g(t)$ l'accelerazione del suolo.

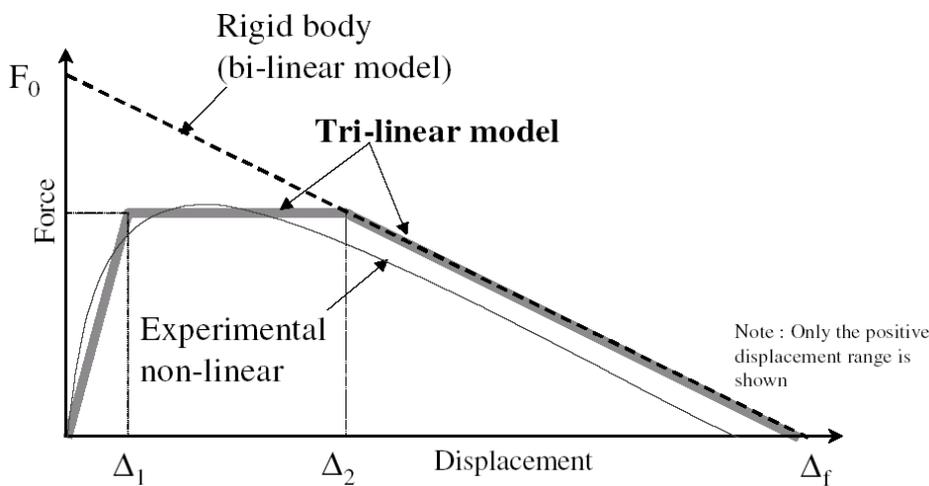


Figura 2.17 – Curve Forza-spostamento: confronto tra modello rigido, risultati sperimentali e modello trilineare proposto da Doherty (Doherty et al., 2000)

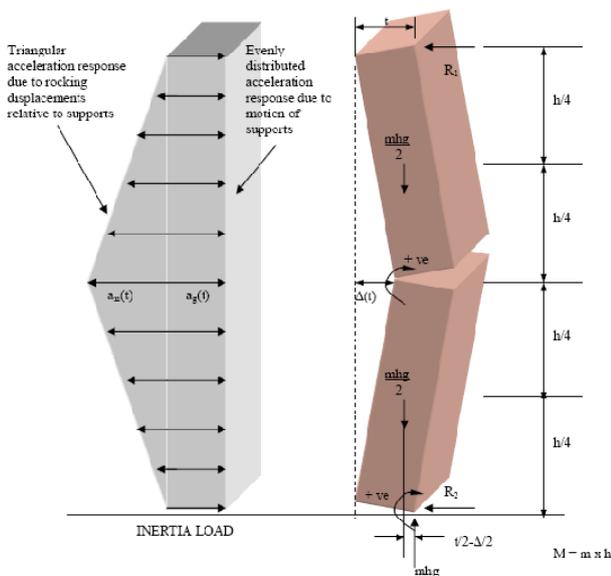


Figura 2.18 – Parete vincolata in sommità e distribuzione dell'accelerazione lungo l'altezza (Doherty, 2000)

Il modello fa riferimento alle masse modali: di fatto vengono considerati i soli spostamenti orizzontali, trascurando gli effetti rotazionali. L'equazione proposta da Doherty contiene implicitamente una linearizzazione dei termini trigonometrici.

La forza di richiamo esprime di fatto l'effetto stabilizzante dei carichi verticali rispetto alla cerniera di rotazione alla base: il modello trilineare cerca di riprodurre in modo più fedele possibile l'effettiva curva forza – spostamento rilevata sperimentalmente introducendo tre tratti lineari. Si ha un primo tratto di rigidezza costante finita, un secondo orizzontale che corrisponde ad una forza di richiamo costante e un terzo tratto a rigidezza negativa che coincide con la curva del modello rigido. Il passaggio da un tratto all'altro avviene in corrispondenza degli spostamenti Δ_1 e Δ_2 : essi sono correlati da Doherty al livello di imperfezioni e/o di danneggiamento riscontrato sui provini sottoposti a test.

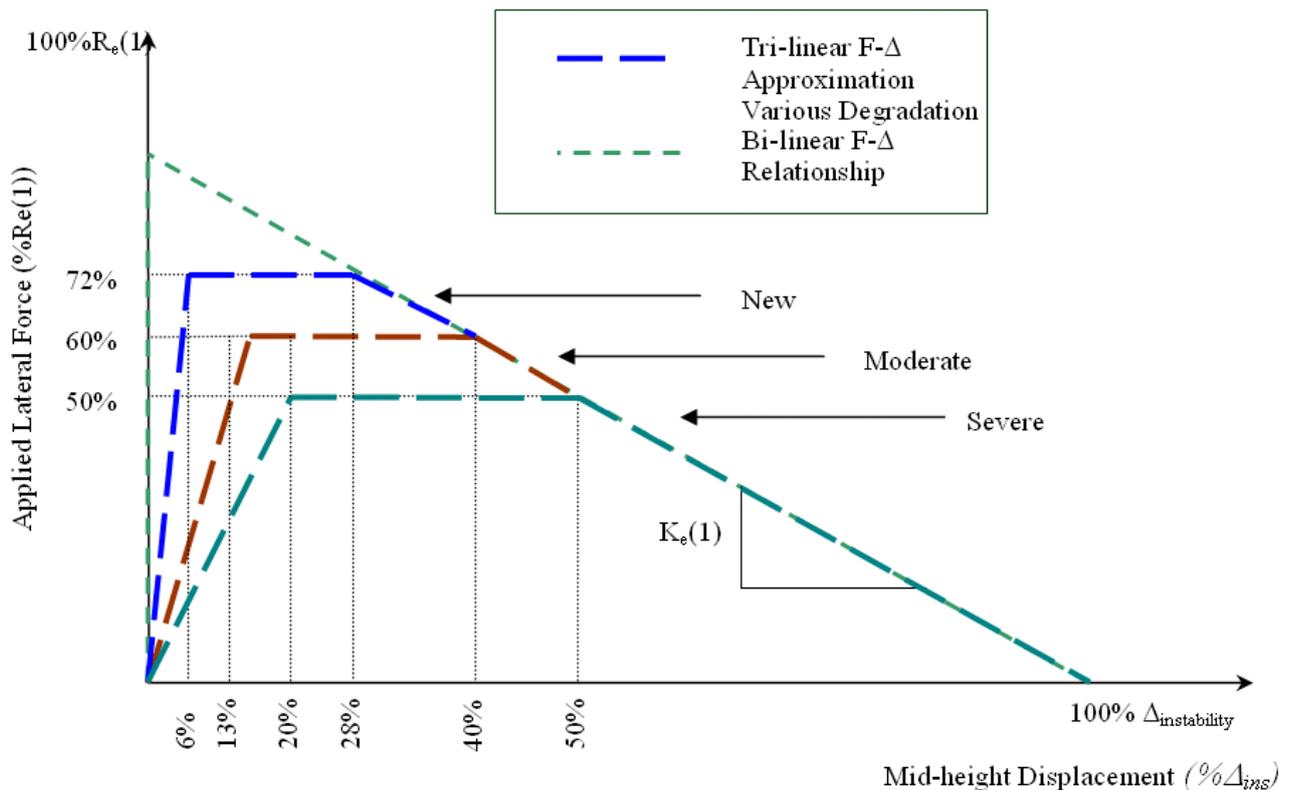


Figura 2.19 – Curva trilineare Forza – spostamento in funzione del grado di danneggiamento (nuovo, moderato o severo) (Doherty, 2000)

Una volta assegnata la geometria della parete, la sua massa ed il carico applicato superiormente basta definire i due valori di spostamento Δ_1 e Δ_2 per definire completamente la curva trilineare.

L'adozione di determinati valori Δ_1 e Δ_2 , ove non siano presenti risultati di prove sperimentali che consentano di calibrarli, risultando basata su un giudizio qualitativo sul danneggiamento dei giunti di malta, comporta un margine di discrezionalità che rende difficile l'adozione su larga scala di tali valori.

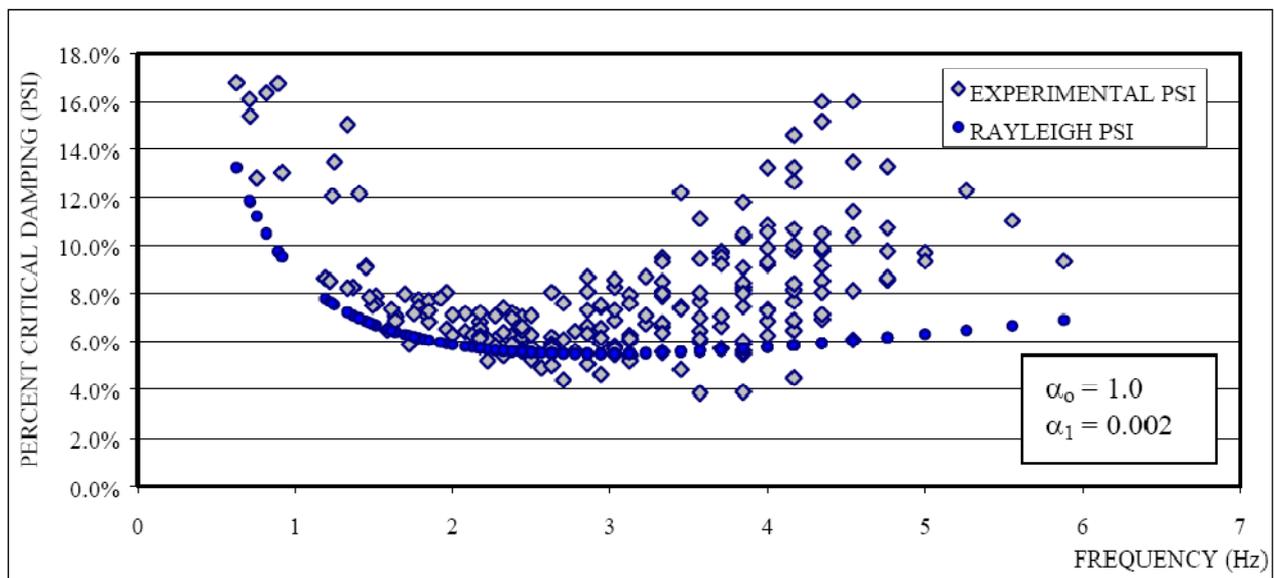


Figura 2.20 – Smorzamento viscoso in funzione della frequenza di vibrazione (Doherty, 2000)

Sulla base dei risultati sperimentali si osserva che uno smorzamento viscoso alla Rayleigh, rappresenta con buona approssimazione un limite inferiore dello smorzamento viscoso rilevato sperimentalmente. Lo smorzamento viscoso equivalente non può quindi essere considerato costante, ma è dipendente dall'ampiezza e dalla frequenza: le possibilità per la sua modellazione numerica sono dunque o quella di adottare come costante una frequenza media lungo la storia temporale, ma questo presuppone l'assunzione, fortemente soggettiva, prima di effettuare l'analisi, di un valore medio di difficile determinazione. L'altra possibilità, adottata invece da Doherty è quella di adottare una procedura iterativa che aggiorna il valore dello smorzamento viscoso sulla base della frequenza di oscillazione del ciclo.

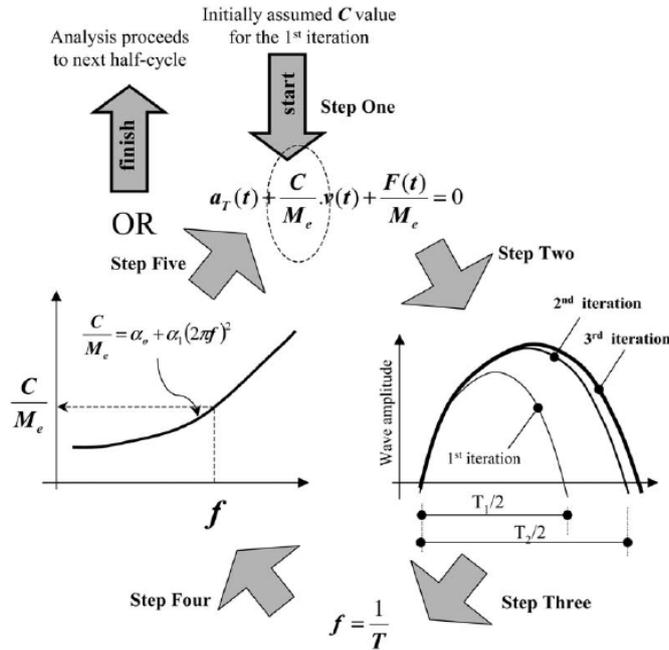


Figura 2.21 – Procedura iterativa per la determinazione del coefficiente di smorzamento viscoso (Doherty, 2000)

Doherty sviluppa quindi un algoritmo numerico di integrazione dell'equazione del moto (2.12) mediante un'integrazione al passo nel dominio del tempo. I risultati ottenuti mediante l'integrazione numerica, basandosi sul modello trilineare e sulla procedura iterativa di determinazione del coefficiente di smorzamento equivalente, sono in buon accordo con quelli sperimentali come si osserva dalle fig. 2.22 e 2.23: anche se rimangono alcune differenze, il modello numerico è in grado di cogliere in maniera qualitativa l'andamento dello spostamento in funzione del tempo ed anche i picchi di spostamento sono determinati abbastanza bene anche dal punto di vista quantitativo. Si rileva che l'accordo con i risultati sperimentali è migliore per eccitazione da impulsi che per forzante naturale.

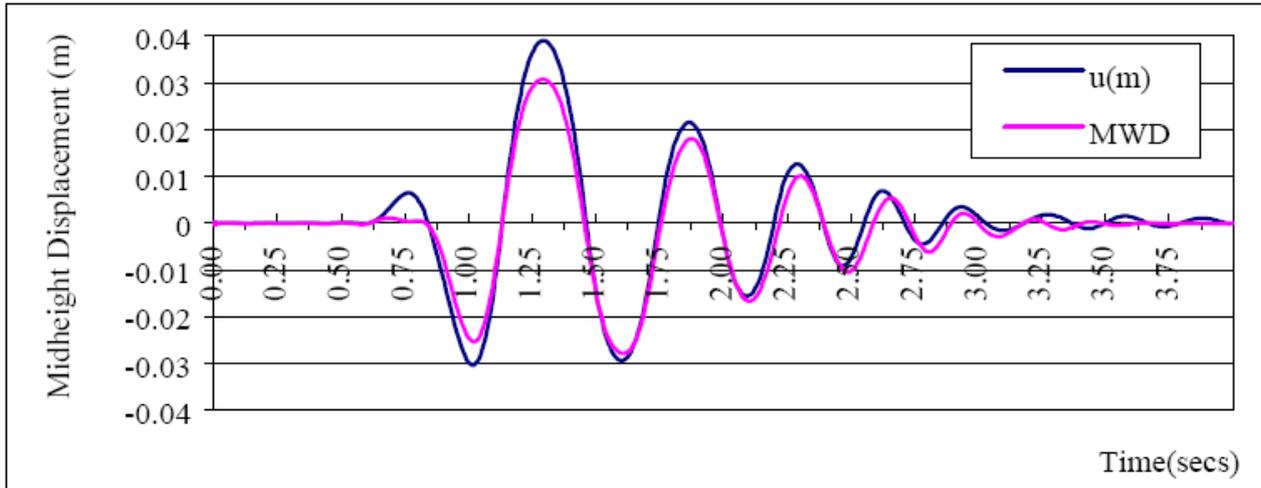


Figura 2.22 – Storia temporale dello spostamento della cerniera intermedia per input di impulso gaussiano di frequenza 1Hz di ampiezza 37 mm: confronto tra risultato sperimentale (MWD) e risultato dell'intergrazione numerica (Doherty, 2000)

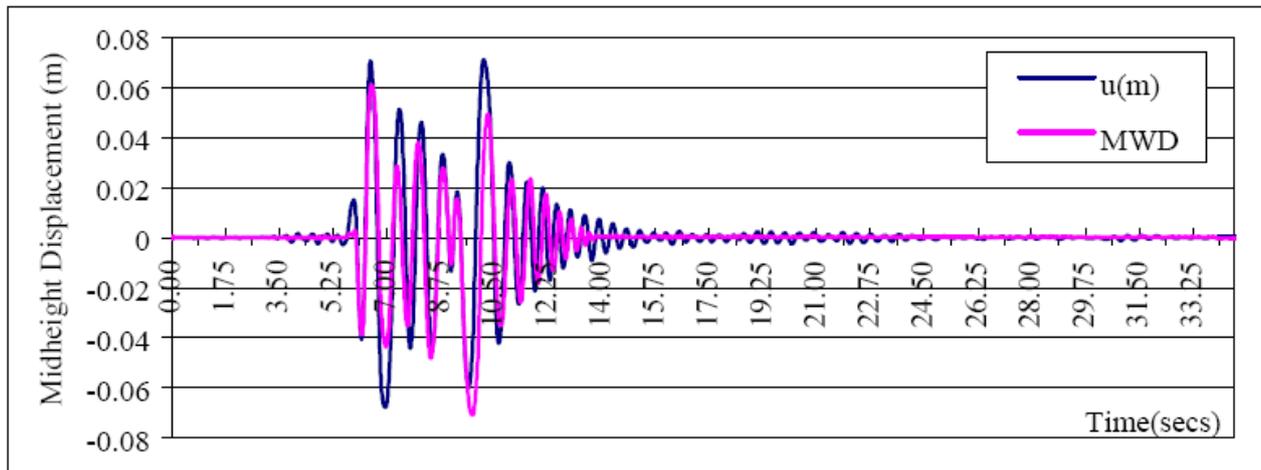


Figura 2.23 – Storia temporale dello spostamento della cerniera intermedia per input da accelrogramma di Pacoima Dam all'80%: confronto tra risultato sperimentale (MWD) e risultato dell'intergrazione numerica (Doherty, 2000)

2.6 Amplificazione dell'azione sismica in quota

Gli input in termini di accelerazione alle pareti soggette ad azioni fuori piano ai livelli superiori di un edificio sono applicati ad esse dagli impalcati al livello inferiore e superiore. Tali input hanno caratteristiche differenti dall'accelerazione del suolo. Il percorso seguito dall'azione sismica per giungere in quota alle pareti è descritto in Fig. 2.24.

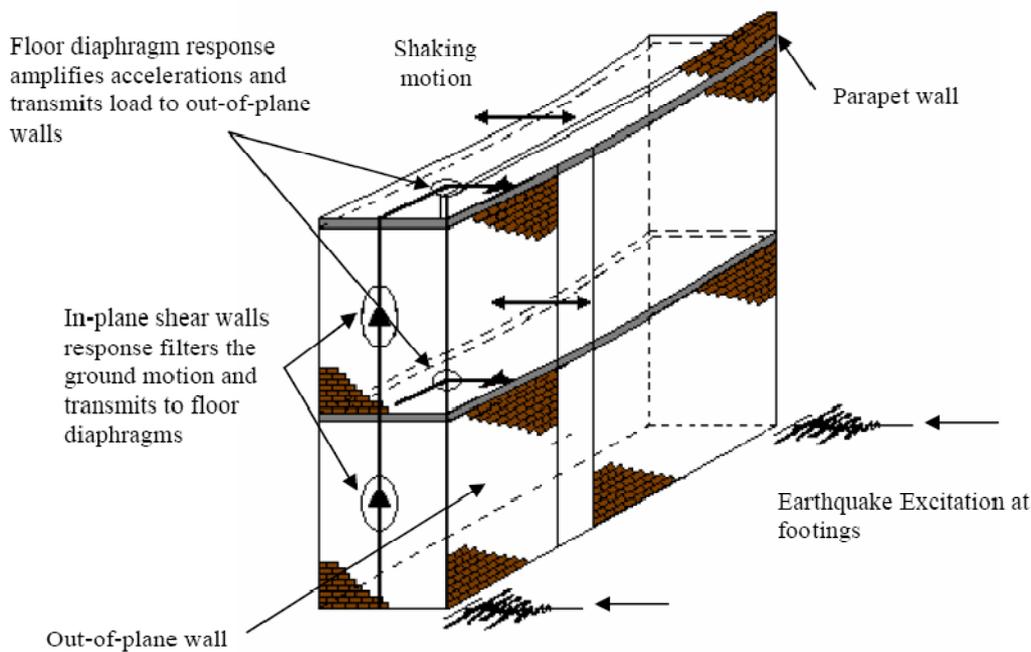


Figura 2.24 – Percorso seguito dall'azione sismica per arrivare alla parete fuori piano in quota (Doherty, 2000)

Come descritto in [Menon e Magenes, 2007] e [Menon e Magenes, 2008] le pareti parallele all'azione sismica (in-plane shear walls in Fig. 2.24) rispondono all'accelerazione del suolo con un'accelerazione in quota che dipende dall'altezza, rigidità delle pareti nel piano e dalla massa che compete loro, degli impalcati. La risposta delle pareti nel piano in termini di accelerazione diventa l'accelerazione di input per gli impalcati. Se gli impalcati sono assunti rigidi nel loro piano le accelerazioni e gli spostamenti in tutti i punti lungo l'impalcato sono uguali alle accelerazioni e agli spostamenti delle pareti parallele al sisma piano. Invece, se l'impalcato è assunto come flessibile, la risposta degli impalcati in termini di spostamento e di accelerazione sono differenti da quelli delle pareti parallele al sisma. La risposta degli impalcati di piano diventa quindi l'input per le pareti soggette ad un'azione sismica ortogonale ad esse.

Riassumendo, prima di giungere come input sismico alle pareti soggette ad azioni fuori del piano è modificata da due azioni: a) la risposta delle pareti parallele al sisma e b) la risposta degli impalcati.

Di conseguenza, l'accelerazione di input per le pareti ortogonali al sisma in quota avrà differente ampiezza, potrà essere non in fase e comprenderà uno spettro di frequenze significativamente

differente da quella del suolo. Nell'ipotesi di impalcati rigidi, l'input in accelerazione nei confronti delle pareti soggette a forze fuori piano in quota è filtrato in modo significativo dalla rigidità delle pareti parallele al sisma e concentra la maggior parte dell'energia in corrispondenza del periodo fondamentale dell'edificio. Una risposta con significativa amplificazione della domanda si verifica quando il periodo principale della parete che risponde fuori del piano coincide con quello fondamentale dell'edificio.

Menon in [Menon e Magenes, 2008] studia la risposta della parete in quota soggetta a forze fuori del piano facendo l'ipotesi di impalcati infinitamente rigidi, ovvero con input alla base ed in sommità della parete in quota uguali, e schematizzando quindi le pareti nel piano e quelle fuori piano come due oscillatori semplici ad un grado di libertà, come illustrato in Fig. 2.25.

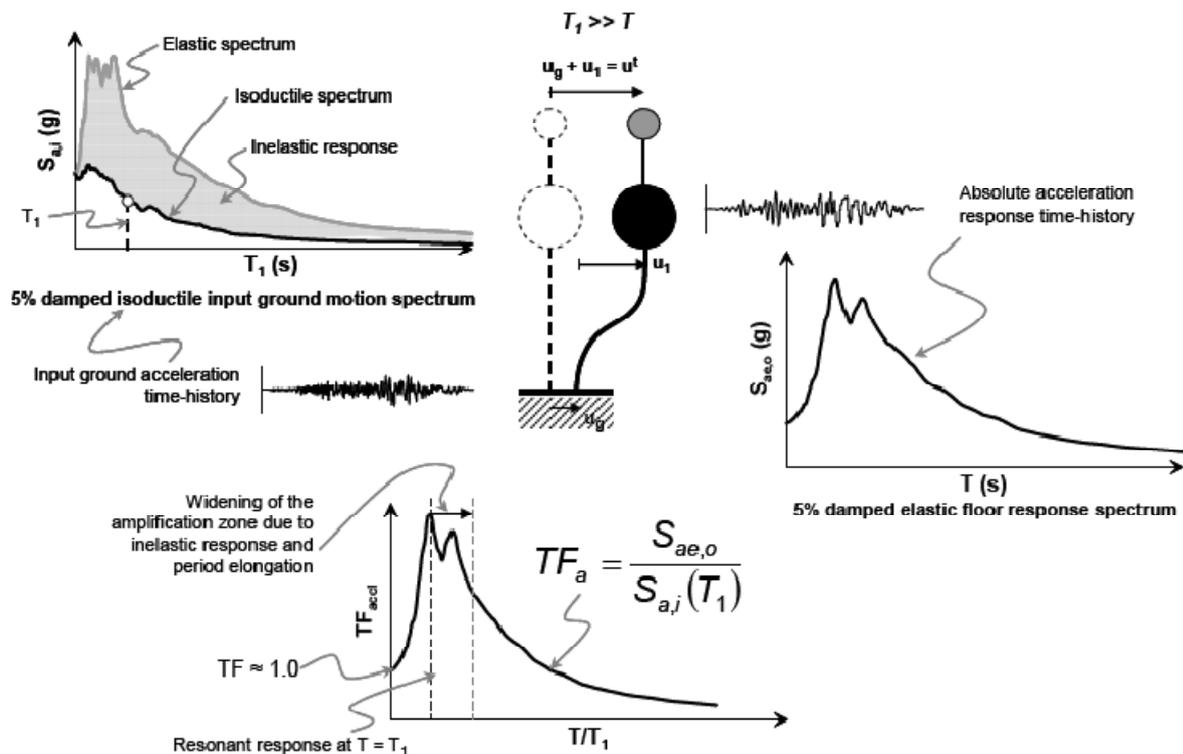


Figura 2.25 – Percorso Funzione di trasferimento dell'accelerazione per struttura primaria flessibile sollecitata oltre il limite elastico (Menon e Magenes, 2007)

Questo studio consente di tenere in conto del comportamento oltre il limite di elasticità delle pareti parallele al sisma e alla richiesta di duttilità delle stesse. Tuttavia occorre osservare che nell'ipotesi di impalcati rigidi, la parete in quota che risponde fuori del piano ha input alla base ed in sommità

uguali ed in fase e pertanto può essere schematizzata come un sistema ad un grado di libertà. Nel caso di impalcati deformabili invece l'input alla base ed in sommità della parete in quota sono differenti e pertanto la parete dovrà essere schematizzata come un sistema a due gradi di libertà.

Per ottenere uno studio realistico del comportamento delle pareti ortogonali all'azione sismica in quota occorrerebbe quindi valutare con modelli adeguati gli input in accelerazione ricavati da modelli dell'edificio a più gradi di libertà, in cui si tenga conto della deformabilità degli impalcati.

2.7 La deformabilità degli impalcati

2.7.1 I test sperimentali del consorzio ABK

Intorno al 1980 il consorzio ABK ha effettuato prove sperimentali di carattere dinamico su ventidue pannelli murari, diciotto dei quali di muratura non rinforzata (vedi [ABK, 1981], [ABK, 1984] e [ABK,1986]).

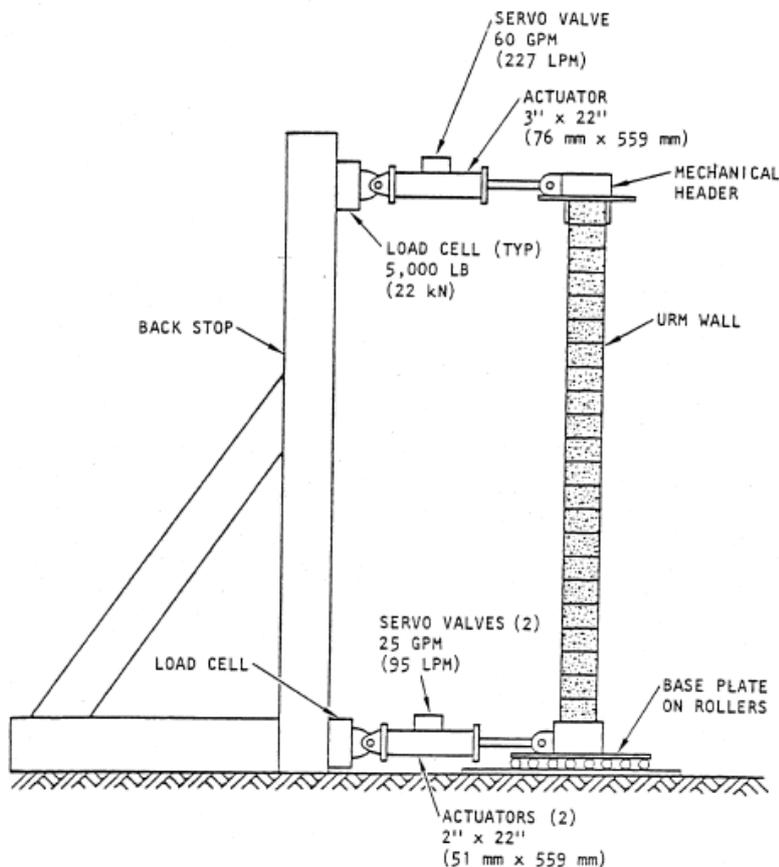


Figura 2.26 – Schema del set di prova dei test dinamici (ABK, 1981)

In [ABK, 1981] vengono riportati i risultati della campagna sperimentale effettuata: sono stati sottoposti a prova muri vincolati in sommità, gravati da un sovraccarico, e soggetti all'azione di due attuatori servoidraulici posti alla base e in cima alla parete (vedi **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**). Tale campagna sperimentale riveste una notevole importanza, anche storica: innanzitutto essa riguarda non blocchi monolitici ma pareti reali, per i quali viene effettivamente rilevato un comportamento di corpo rigido, confermando la bontà dell'assunzione del modello di corpo rigido per lo studio dinamico del comportamento di pareti murarie reali nei confronti dei meccanismi di primo modo.

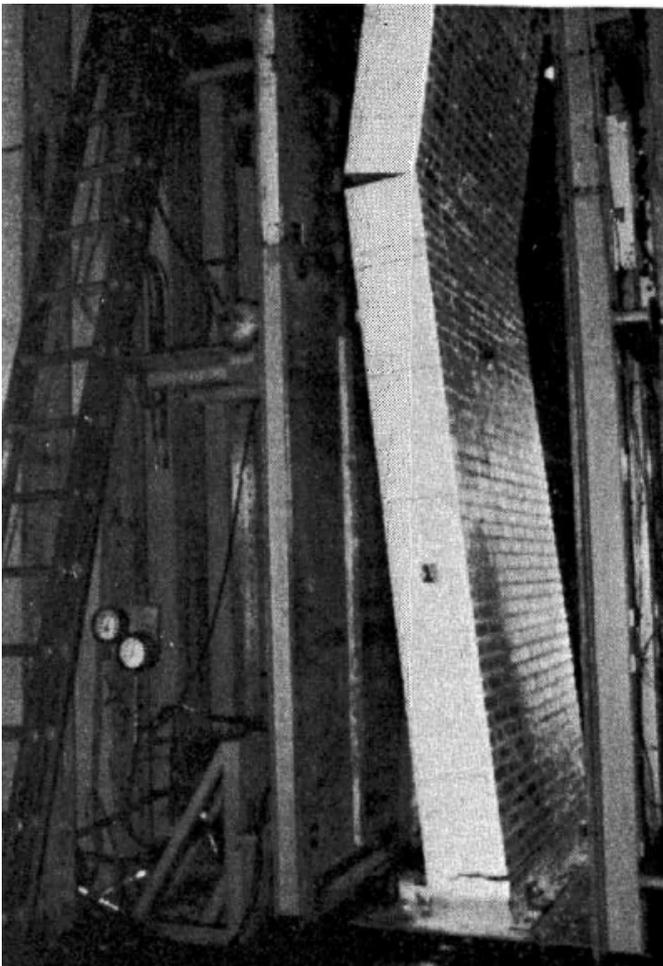


Figura 2.27 – Parete sottoposta a prova: comportamento rigido della muratura (ABK, 1981)

Inoltre non si tratta di sperimentazione su pareti libere in sommità, ma su pareti vincolate: la configurazione di prova cerca quindi di riprodurre in maniera più realistica l'effettivo comportamento di una parete in quota, inserita all'interno di un organismo edilizio. L'utilizzo di due input differenti alla base ed in sommità è coerente con l'ultima considerazione in quanto, basandosi sul percorso dell'azione sismica per giungere in quota alle pareti, come ricordato nel precedente paragrafo, comporta amplificazioni dinamiche e modificazioni in termini di frequenza dell'input sismico del suolo. Questo comporta che, soprattutto nel caso di impalcati deformabili, il moto alla base ed in sommità della parete può essere differente in termini di fase e di ampiezza.

Sulla scorta di queste considerazioni ogni parete è stata sottoposta a un set di due segnali, dipendente dalla posizione nell'edificio.

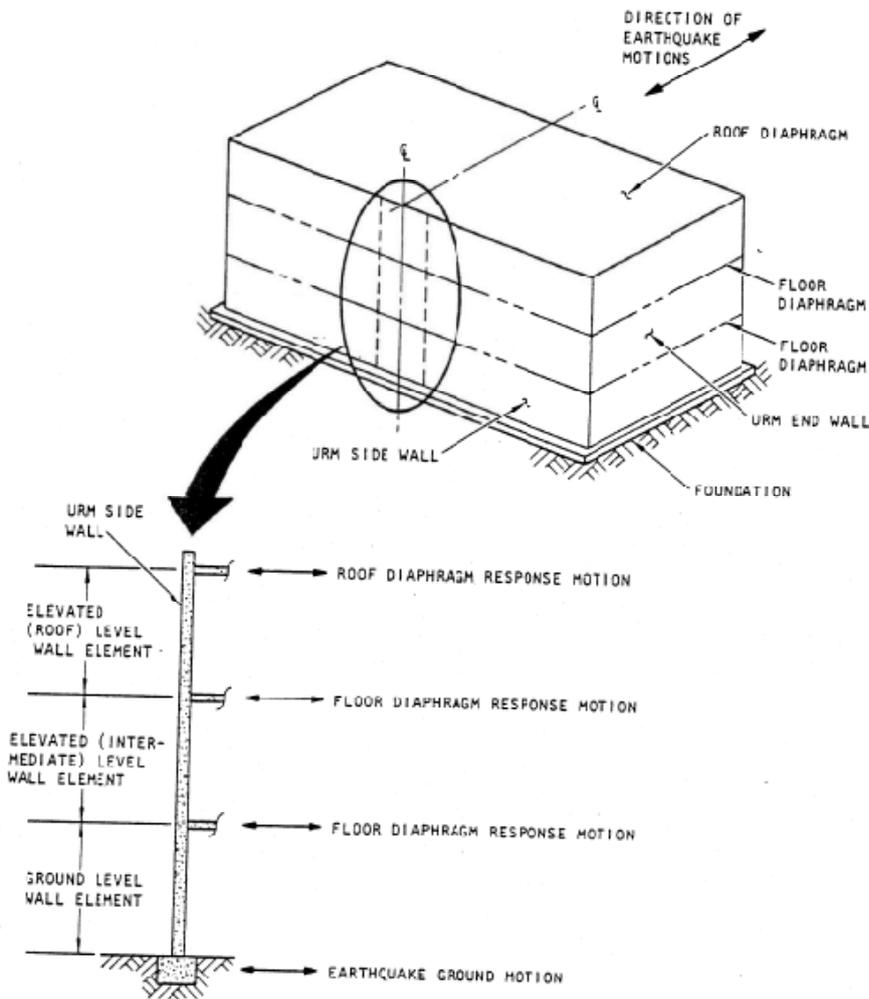


Figura 2.28 – Modalità di definizione degli input sismico sulle pareti in base alla loro posizione nell'edificio (ABK, 1981)

L'approccio seguito dagli autori di usare l'output dell'elemento precedente come input dell'elemento successivo, sebbene sia un tentativo di riprodurre il percorso effettivo dell'azione sismica, implica che non è possibile di fatto studiare pienamente l'interazione dinamica degli elementi collegati, ovvero valutare per ogni istante nella storia temporale se e in che modo la risposta di un elemento influenzi quella dell'elemento ad esso collegato.

Va sottolineato che un importante risultato che deriva dall'osservazione delle prove sperimentali è che l'innesco della lesione intermedia sulla parete non ha avuto influenza negativa sulla stabilità delle pareti. Una volta aperta la fessura è iniziato il vero e proprio moto di dondolamento, con le pareti che si sono comportate come catene cinematiche di due corpi rigidi. Gli autori hanno fatto

ricorso a tale proposito al concetto di riserva dinamica di stabilità della parete: mentre le analisi statiche identificano il punto critico nell'innescò della lesione, le analisi dinamiche denunciano riserve di stabilità ben oltre tale punto. Tale evidenza mette in luce come un'analisi che voglia definire le effettive riserve di sicurezza delle pareti sollecitate fuori piano da sollecitazioni sismiche debba inevitabilmente fare a ricorso a modelli numerici di carattere dinamico.

Occorre segnalare infine che gli autori non hanno correlato il collasso delle pareti con l'asincronia del moto in sommità e alla base: tuttavia la mancanza di dati sugli input effettivamente assegnati ai vincoli in sommità in rapporto a quelli di base e l'assenza di formulazioni analitiche da parte degli autori per interpretare i risultati delle prove, rende difficile valutare la correttezza di tale interpretazione e soprattutto poterla riprodurre con modelli numerici. Nonostante questo lo studio del consorzio ABK rappresenta il primo e forse più importante e vasto approccio sperimentale su pareti vincolate in testa e soprattutto uno dei pochi set di prove sperimentali in cui si è cercato di riprodurre l'influenza della deformabilità degli impalcati. Va ricordato inoltre che sulla base del lavoro svolto da ABK sono la base delle previsioni normative americane in merito di pareti soggette ad azioni fuori piano come le *FEMA 306*, *FEMA 307*, *FEMA 356*. Purtroppo successive campagne sperimentali effettuate da altri autori hanno in parte abbandonato tale strada, concentrandosi per lo più su pareti libere o al più vincolate in testa nell'ipotesi di impalcati rigidi.

2.7.2 I test sperimentali di Simsir

Nei primi anni degli anni 2000, presso il Laboratorio di Ingegneria Strutturale di Newmark dell'Università dell'Illinois, Simisir [Simsir, 2004a e 2004b] ha condotto prove sperimentali su pareti murarie, soggette a forzanti esterne su tavola vibrante. Il set di pareti testate, e cioè la loro snellezza, la tensione di compressione verticale sulle pareti sollecitate fuori dal piano, la rigidità dell'impalcato e il periodo fondamentale dell'edificio) riproducevano le caratteristiche ricorrenti di pareti portanti negli edifici bassi in muratura dell'edilizia statunitense.

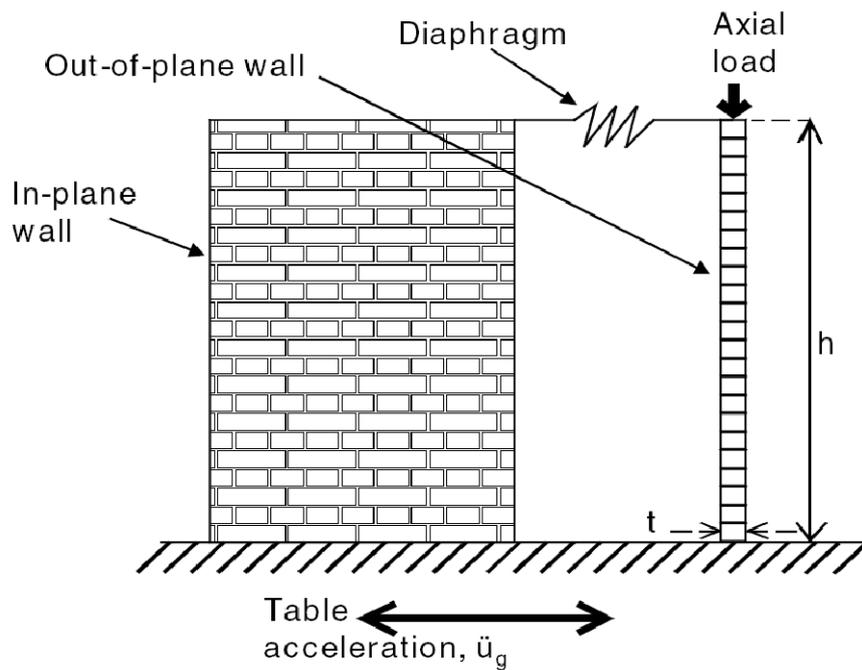


Figura 2.29 – Schematizzazione del set di prova (Simsir, 2004a)

Le componenti più importanti del set di prova erano i diaframma di piano, le due pareti parallele all'azione serna e le due pareti sollecitate fuori dal piano (vedi Fig. 2.29 e 2.30), che sopportavano il carico verticale trasmesso loro dagli impalcati. Le pareti parallele all'azione esterna si comportavano di fatto come pareti di taglio ed erano sollecitate sostanzialmente nel loro piano. Il set di prova è stato realizzato con l'obiettivo di indagare la risposta fuori del piano di pareti inserite in un organismo edilizio.

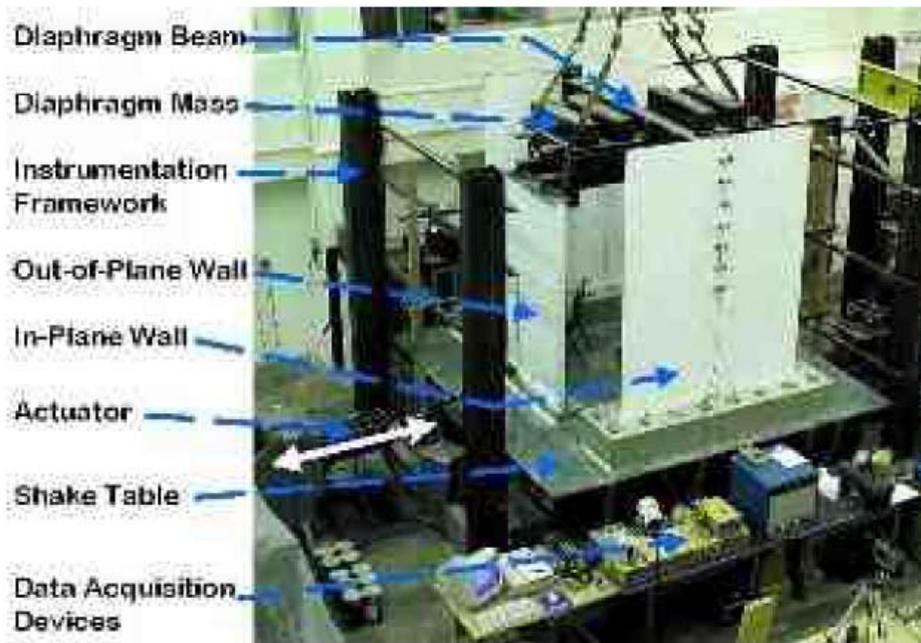


Figura 2.30 – Set di prova: individuazione delle pareti parallele all'azione esterna, le pareti sollecitate fuori dal piano e le travi in sommità che simulano massa e rigidità dell'impalcato (Simsir, 2004a)

Il carico verticale sulle pareti ortogonali all'azione esterna, che riproduceva il carico trasmesso ad esse dagli impalcati, è stato applicato in mezzeria allo spessore, in modo tale da riprodurre la tensione normale di compressione che si avrebbe alla base delle pareti di un edificio di 3 piani. Ognuna delle due pareti sollecitate fuori piano aveva una snellezza di 21, molto vicina alla massima snellezza consentita dalla norma vigente FEMA 356. La rigidità alla traslazione orizzontale dell'impalcato è stata assunta variabile. Il vincolo in sommità alle pareti ortogonali al sisma consentiva la rotazione della sezione e manteneva il carico verticale centrato in mezzeria alla parete. Il set di prova includeva una trave in acciaio che rappresentava la rigidità nel piano dell'impalcato in sommità: si è cercato di riprodurre la rigidità riscontrata sperimentalmente su solai lignei, anche se si è cercato di ottenere una sufficiente resistenza, per prevenirne escursioni oltre il campo elastico.

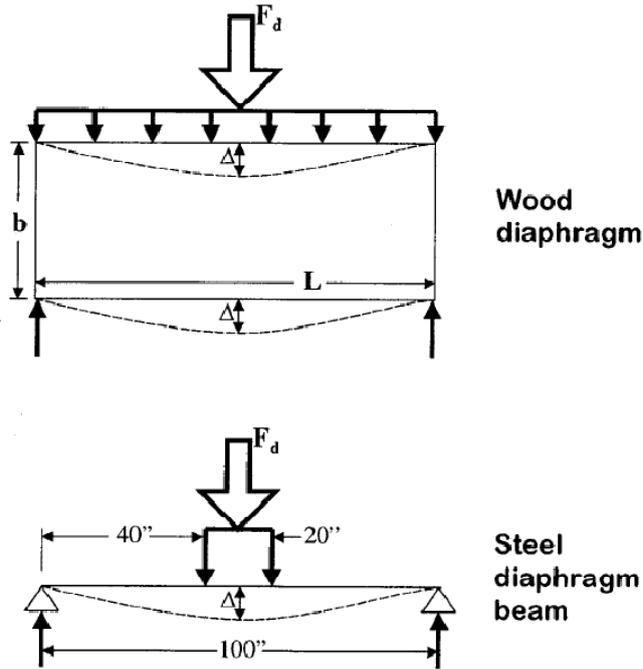
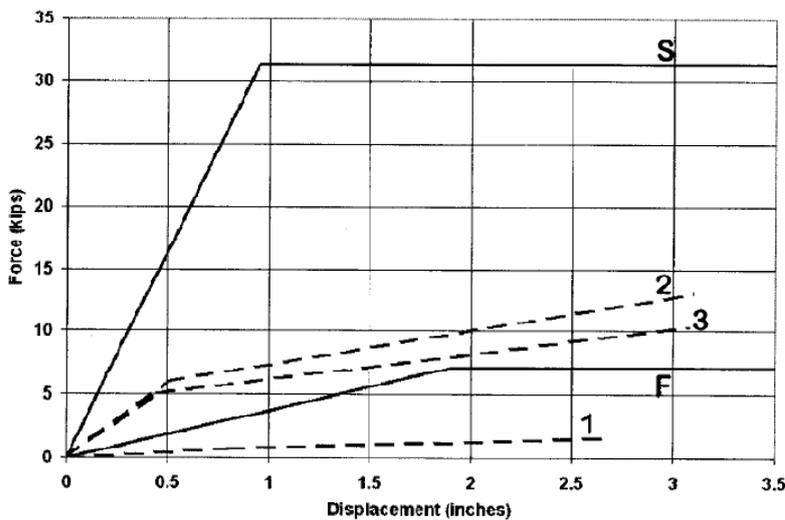


Figura 2.31 – Set di prova dell'impalcato ligneo e delle travi in acciaio per valutarne l'equivalenza (Simsir, 2004a)

Sono state utilizzate quindi due differenti tubi in acciaio per simulare le due condizioni di impalcato più rigido e di impalcato più deformabile: la loro rigidezza laterale è stata calcolata in 32.90 kips/in e 3.71 kips/in, rispettivamente.



- 1: 12"x24" diaphragm with 1"x4" tongue & groove single straight sheathing on 2"x10" joists
- 2: 12"x24" diaphragm with 1"x6" single straight sheathing on 2"x10" joists
- 3: 12"x24" diaphragm with 2"8"x5" opening & 1"x6" single straight sheathing on 2"x10" joists
- S: Stiff Tube
- F: Flexible Tube

Figura 2.31 – Diagrammi forza-spostamento di vari impalcati lignei e delle travi in acciaio S e F (S=stiff=rigido, F=flexible=flessibile) (Simsir, 2004a)

La tavola vibrante ha simulato accelerazioni sismiche del suolo unidirezionali: sono stati impiegati 22 segnali naturali di ampiezza crescente per determinare il livello di danneggiamento associate con l'ampiezza della forzante. È stata rilevata la formazione di fessurazioni alla base delle pareti ortogonali all'azione esterna, immediatamente sopra la fondazione in c.a., a partire dal 7° turno di test: tali fessurazioni sono diventate poi più pronunciate nei turni successivi, con ampiezza della forzante maggiore. Non è stata rilevata la formazione di altre lesioni fino al test 21 compreso. Durante il test 22 la parete sollecitata fuori dal piano ad Est ha sviluppato una fessura in corrispondenza del letto di malta corrispondente al 70% dell'altezza della parete (crack #2 in Fig. 2.32). Tale parete non è collassata, mentre è collassata quella Ovest, che ha sviluppato una fessura analoga a quella Est ed un'altra in sommità.

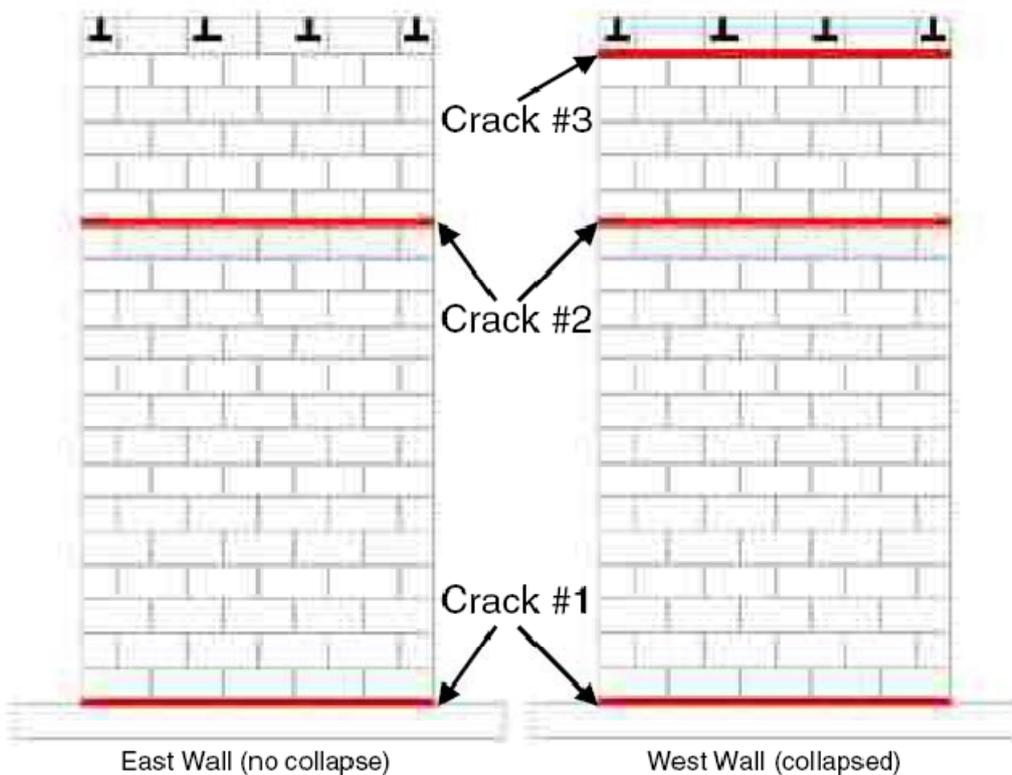


Figura 2.32 – Quadro di formazione delle lesioni sulle pareti sollecitate fuori dal piano al test 22 (Simsir, 2004a)

Durante il test 22, a causa della formazione della cerniera intermedia, si è osservato un vero e proprio dondolamento della parete con significativa amplificazione dello spostamento orizzontale in corrispondenza della fessura intermedia: lo spostamento di tale punto ha cominciato, dopo la

formazione della lesione, ad essere in opposizione di fase con lo spostamento in sommità alla parete (vedi Fig. 2.33).

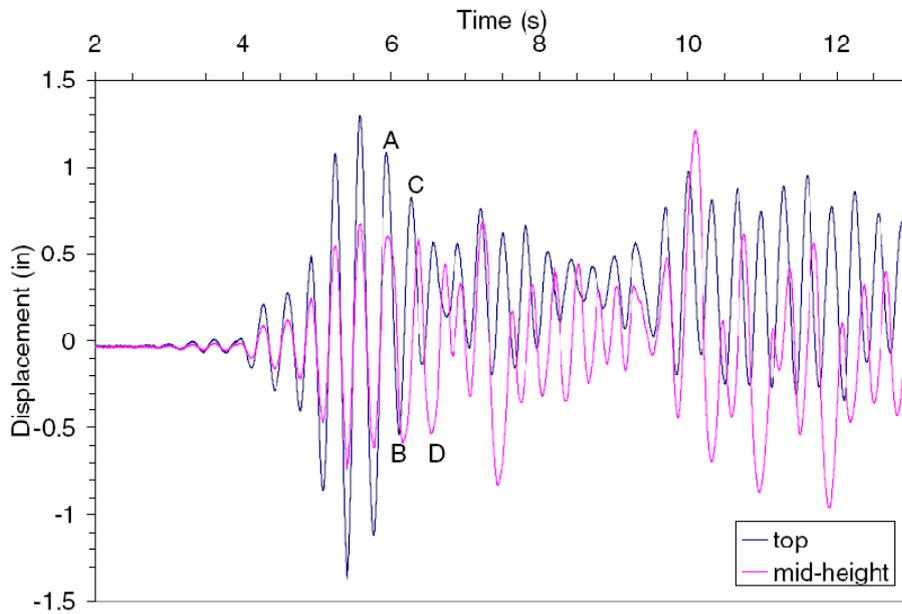


Figura 2.33 Storia temporale degli spostamenti in mezzeria (mid-height) ed in sommità (top) della parete al test 22 (Simsir, 2004a)

La risposta delle pareti sollecitate fuori dal piano per i primi 20 test è stata modellata mediante un modello di corpo rigido ad un grado di libertà, che riproduce la deformabilità dell'impalcato e assume che la parete ruoti attorno alla base, come rilevato sperimentalmente.

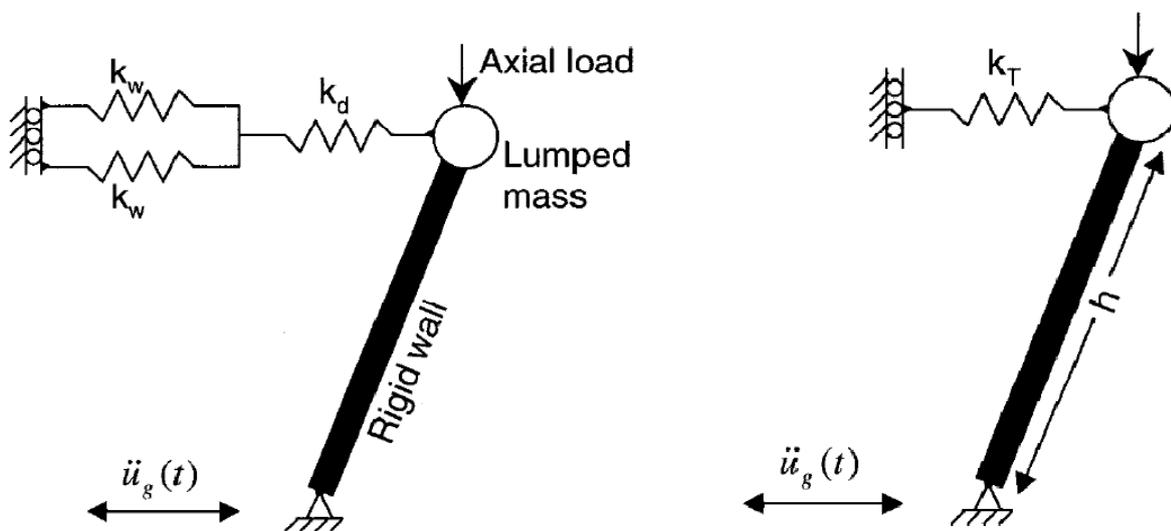


Figura 2.34 Storia temporale degli spostamenti in mezzeria (mid-height) ed in sommità (top) della parete al test 22 (Simsir, 2004a)

La molla di rigidezza k_T riportata in Fig. 2.34 riproduce la rigidezza dell'impalcato e della parete parallela al sisma connesse in serie. A tal proposito sembra opportuno far notare che l'assunzione fatta da Simsir, ovvero quella di definire una molla di rigidezza equivalente appare non corretta. Tale assunzione di fatto non considera che le pareti parallele al sisma possiedono una massa e quindi il modello corretto sarebbe dovuto essere un modello a due gradi di libertà in cui la massa delle pareti parallele al sisma fosse inserita nello schema tra le molle k_w ('in plane walls') e k_d ('diaphragm'). Tale assunzione è poi ripetuta anche per il modello a due gradi di libertà (vedi Fig. 2.37) sviluppato per interpretare il comportamento osservato durante il test 22, mentre il modello a più gradi di libertà (vedi Fig. 2.35), sviluppato mediante DRAIN-2DX, in cui sono modellati i singoli blocchi in calcestruzzo e i letti di malta deformabili, ha inserito correttamente anche la massa delle pareti parallele all'azione esterna (vedi Fig. 2.36).

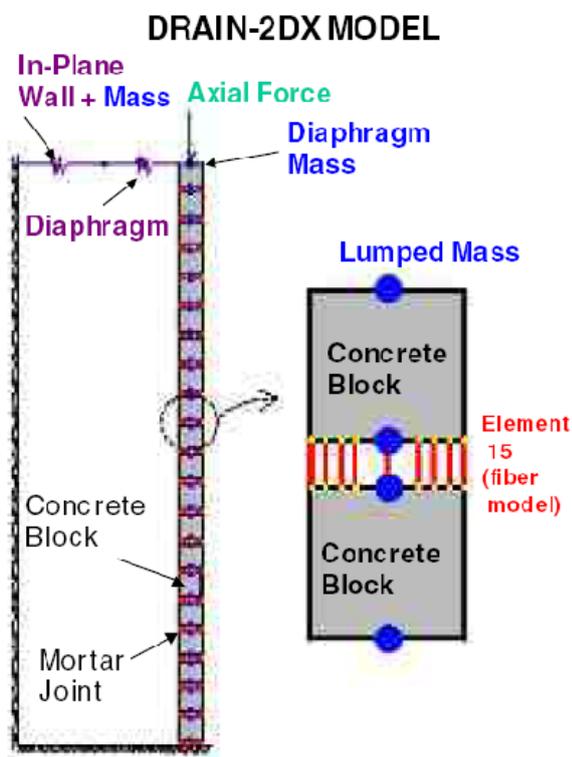


Figura 2.35 Modello a più gradi di libertà (Simsir, 2004a)

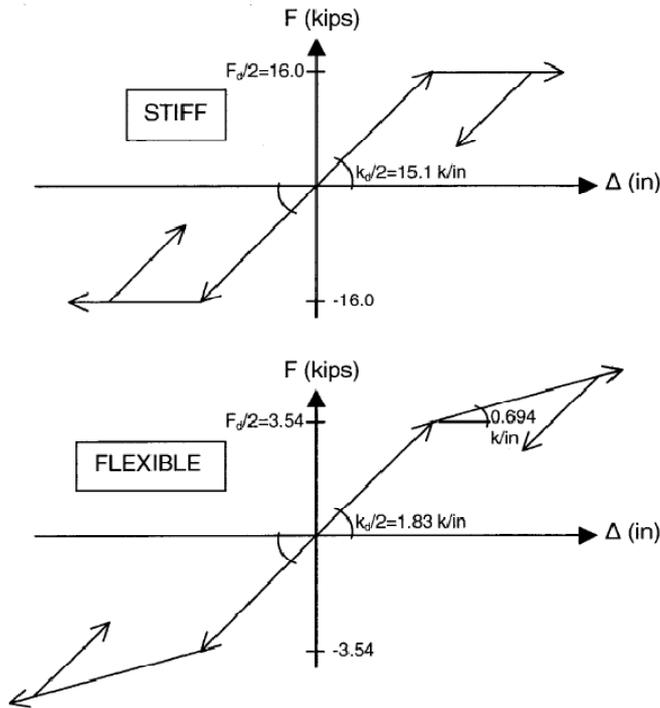


Figura 2.36 Schematizzazione del comportamento non lineare della molla in sommità che schematizza l'impalcato (S=stiff=rigido, F=flexible=flessibile) per il modello a più gradi di libertà (Simsir, 2004a)

Il modello a due gradi di libertà è stato introdotto invece perché di più semplice implementazione e di più agevole interpretazione (vedi Fig. 2.37)

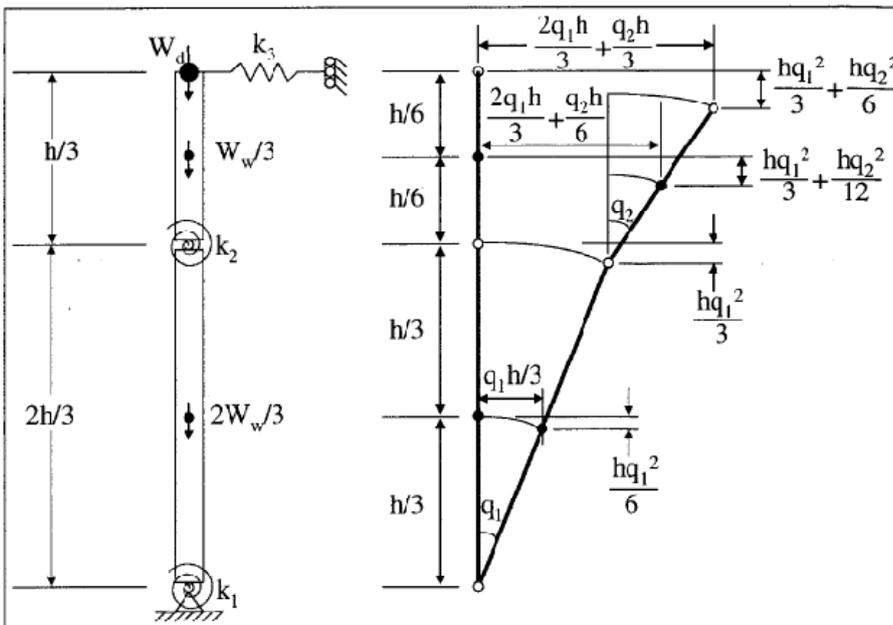


Figura 2.37 Modello a due gradi di libertà (Simsir, 2004a)

In tale modello la parete è schematizzata come un assemblaggio di due barre rigide connesse mediante cerniere: alle rotazioni relative tra le due barre si oppongono due molle rotazionali k_1 e k_2 , posizionate in corrispondenza della cerniera di base e di quella intermedia. La posizione della cerniera intermedia riproduce più o meno quella della fessura osservata durante il test 22. La molla traslazionale k_3 rappresenta la rigidezza delle pareti parallele all'azione sismica e a quelle ortogonali collegate in serie: come già osservato precedentemente, il modello corretto avrebbe dovuto essere a 3 gradi di libertà con la massa delle pareti parallele all'azione sismica introdotta nel modello. Non è chiaro poi se tale molla sia considerata indefinitamente elastica o venga considerato un comportamento non lineare come nel modello a più gradi di libertà.

Vengono assunte come coordinate generalizzate del sistema a due gradi di libertà le rotazioni indipendenti della porzione inferiore e superiore della parete (q_1 e q_2). I valori di k_1 e k_2 vengono determinati dal comportamento statico successivo alla fessurazione dei segmenti di parete considerati come corpi rigidi (vedi Fig. 2.38), in cui i momenti stabilizzanti generati dai carichi verticali si oppongono ai momenti ribaltanti generati dall'azione orizzontale esterna. Pur non essendo dichiarato esplicitamente sembra che l'ipotesi di comportamento a contatto rigido sia abbandonata, attraverso l'introduzione di un tratto a rigidezza finita, che rende il diagramma momento-rotazione bilineare.

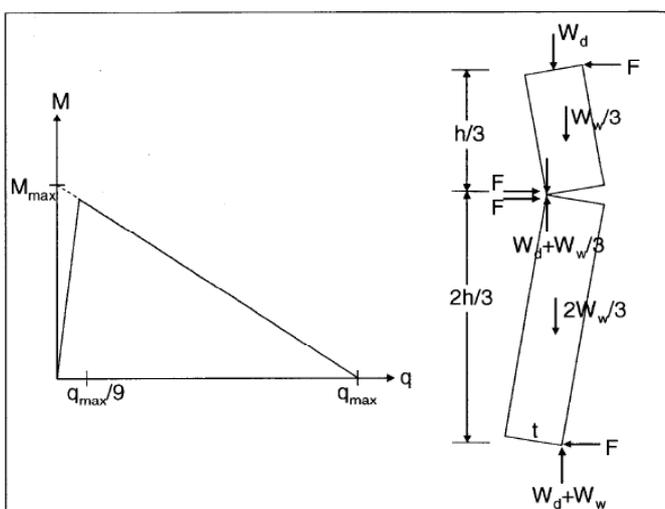


Figura 2.38 Modello a due gradi di libertà (Simsir, 2004a)

Si osserva però che tali assunzioni risultano alquanto arbitrarie ed inoltre non si comprende come vengano costruiti i diagrammi effettivamente utilizzati nella definizione delle equazioni del moto e nell'algoritmo per l'integrazione numerica delle stesse nel dominio del tempo. Inoltre non è chiaro se in corrispondenza della cerniera intermedia i momenti opposti dalla molla rotazionale siano funzione della rotazione della porzione superiore q_2 o della rotazione relativa ($q_2 - q_1$).

$$\frac{h^2}{9g} \begin{bmatrix} \frac{80}{9}W_w + 4W_d & 2(W_w + W_d) \\ 2(W_w + W_d) & \frac{19}{36}W_w + W_d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{9}(-4W_w h - 6W_d h + 4k_3 h^2) + k_1 + k_2 & \frac{2}{9}k_3 h^2 - k_2 \\ \frac{2}{9}k_3 h^2 - k_2 & \frac{1}{9}(-\frac{1}{2}W_w h - 3W_d h + k_3 h^2) + k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{eff,1}(t) \\ P_{eff,2}(t) \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

Figura 2.39 Modello a due gradi di libertà: equazioni del moto (Simsir, 2004a)

Le equazioni del moto sono state ricavate attraverso le equazioni di Lagrange, determinando l'energia cinetica, l'energia potenziale e il lavoro virtuale delle forze non conservative agenti sul sistema, nell'ipotesi di piccoli spostamenti. L'energia cinetica totale include sia la componente rotazionale delle masse attorno al loro baricentro e quella traslazionale, ottenuta concentrando le masse delle pareti nel loro baricentro. L'energia potenziale include l'energia di deformazione delle molle k_1 , k_2 e k_3 e l'abbassamento dei baricentri delle barre rigide e del carico trasmesso dall'impalcato rispetto alla posizione di riposo.

Viene fatta l'ipotesi di assenza di smorzamento nel sistema: tale ipotesi appare irrealistica e contrasta con i risultati delle principali sperimentazioni su pareti sollecitate fuori dal piano. Vengono proposte pertanto le equazioni riportate in Fig. 2.39, in cui $p_{eff,1}(t)$ e $p_{eff,2}(t)$ sono le forze generalizzate effettive generate dall'azione sismica esterna. Non viene riportata la formulazione di tali forze generalizzate impiegate nel modello.

In [Simsir, 2004a] si riporta come il modello proposto riesca a riprodurre in modo abbastanza soddisfacente la storia temporale dello spostamento della sommità della parete sollecitata fuori dal piano durante il test 22 (vedi Fig. 2.40).

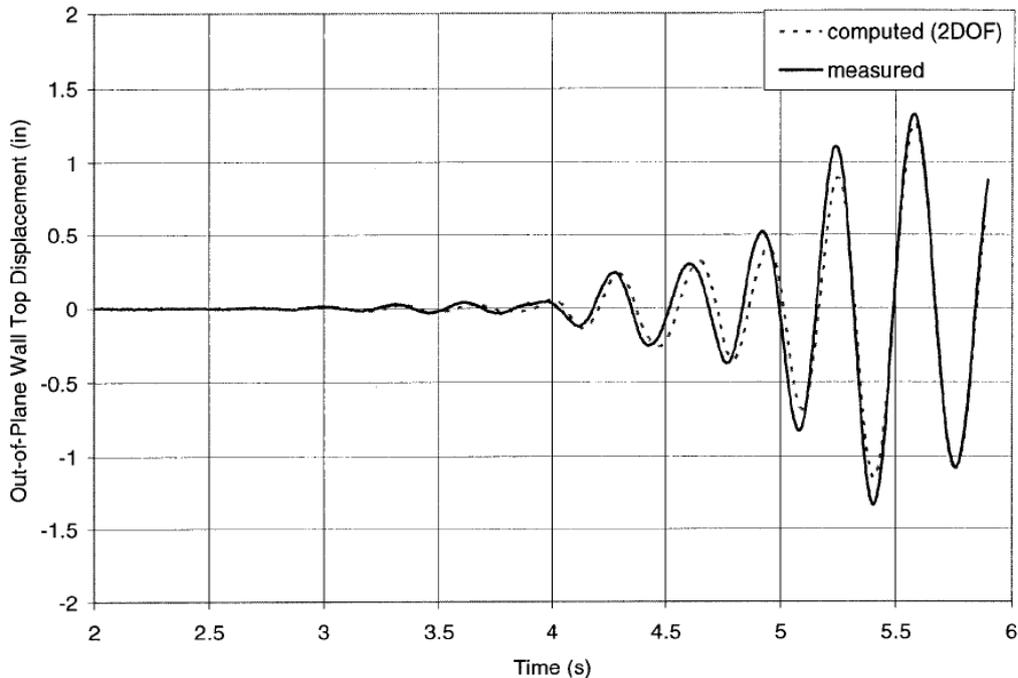


Figura 2.40 Modello a due gradi di libertà: equazioni del moto (Simsir, 2004a)

Non viene tuttavia proposto alcun confronto per lo spostamento a metà altezza tra risultato sperimentale e spostamento computato numericamente. Inoltre l'applicazione ad un singolo caso non consente di valutare in modo accettabile la bontà dei risultati ottenibili con l'algoritmo numerico implementato.

Si riportano di seguito le principali conclusioni cui arriva Simsir:

- l'intensità dello sforzo assiale sulla parete sollecitata fuori dal piano e il carico trasmesso dall'impalcato superiore hanno modificato la risposta fuori dal piano;
- la deformabilità dell'impalcato ha aumentato in modo significativo la risposta in spostamento della parete sollecitata fuori dal piano;

- la deformabilità dell'impalcato ha inoltre incrementato in modo significativo la risposta in spostamento ed in accelerazione della mezzeria degli impalcati superiori in confronto alla risposta delle pareti parallele all'azione esterna.

Si riportano di seguito alcune considerazioni critiche sul lavoro di Simsir:

- la presenza del carico verticale trasmesso in sommità alle pareti ha aumentato notevolmente la resistenza delle pareti nei confronti dell'azione fuori dal piano, facendo in modo che in un solo test su 22 si sia osservata la formazione di una fessura intermedia. Questo ha comportato che il modello a due gradi di libertà, che probabilmente riveste un interesse maggiore dal punto di vista della modellazione non ha avuto un ruolo centrale nello studio ed alcuni aspetti non sono stati sviluppati completamente. La configurazione con cerniera intermedia pare invece essere la configurazione più probabile in pareti in assenza di carico superiore o con carico basso;
- il modello a due gradi di libertà proposto non sembra considerare in modo adeguato le possibili configurazioni geometriche delle due porzioni di parete, in base ai valori relativi delle rotazioni della porzione inferiore e superiore. Si vedrà nel presente studio che questo ha invece una forte influenza perché definisce la posizione nello spessore della cerniera intermedia e di base, portando a un set di 4 sistemi di equazioni del moto contro un unico sistema di equazioni proposto da Simsir. Il modello di Simsir di fatto, escludendo lo spessore nella modellazione delle porzioni di parete superiore ed inferiore, riduce in modo indebito le casistiche cinematiche del moto del sistema.

Nonostante le considerazioni critiche sopra esposte, lo studio di Simsir rimane, per quanto a conoscenza dello scrivente, l'unico studio sperimentale e numerico rivolto esplicitamente allo studio del comportamento delle pareti fuori del piano e pertanto verrà preso come ispirazione per le analisi presentate nel presente studio.

2.8 Il lavoro di Sorrentino

Riportiamo di seguito una descrizione delle analisi svolte da Sorrentino e riportate principalmente nella sua Tesi di Dottorato [Sorrentino, 2003] e in articoli successivi [Sorrentino, 2006, 2007a, 2007b e 2008]. Sorrentino ha adottato il modello di Housner a contatto rigido ed ha analizzato la risposta parete libera a venti registrazioni accelerometriche naturali. Ha poi approfondito diversi aspetti della modellazione della parete vincolata in sommità, schematizzata come assemblaggio di due corpi rigidi: i risultati dei test sperimentali eseguiti da Doherty sono stati utilizzati per tarare il modello proposto e studiarne poi la risposta alle registrazioni accelerometriche naturali usate anche per la parete libera. Il ricorso a forzanti naturali in luogo di forzanti armoniche stazionarie, ampiamente studiate in letteratura attraverso formulazioni analitiche di grande eleganza formale, deriva dal fatto che queste ultime sono decisamente distanti da quelle effettivamente sperimentate dalle pareti e pertanto i risultati che se ne ricavano hanno una indubbia validità dal punto di vista analitico ma scarsa importanza per prevedere ed interpretare il comportamento reale delle pareti.

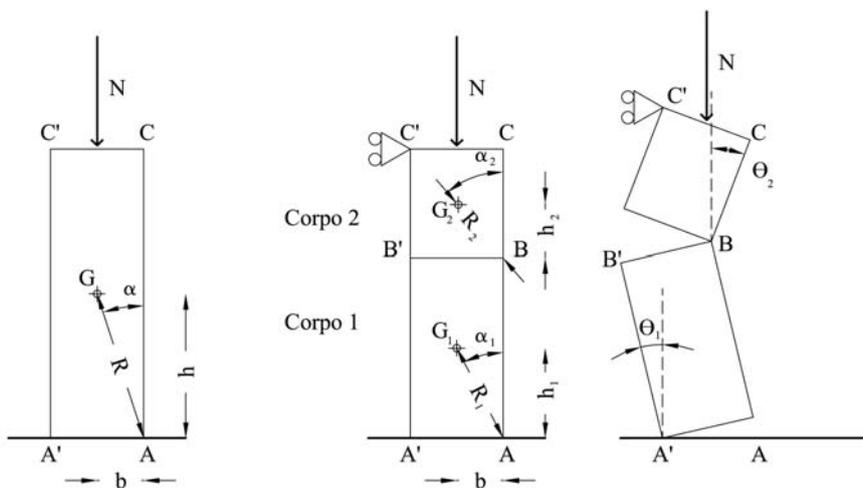


Figura 2.41 – Parete vincolata in sommità: caratteristiche geometriche del sistema e rotazioni che ne definiscono la configurazione spostata [Sorrentino, 2003]

Sorrentino fa ricorso all'approccio lagrangiano per la determinazione delle equazioni del moto, non ricorrendo alle consuete linearizzazioni proposte in letteratura e mettendo in particolare in evidenza l'errore considerevole che si commette operando la linearizzazione, soprattutto nel caso di parete vincolata in sommità. Ha inoltre studiato l'influenza della posizione in altezza della cerniera intermedia e ha modellato la dissipazione di energia attraverso il coefficiente di restituzione, criticando l'utilizzo dello smorzamento viscoso equivalente, *'in quanto di non sembra schematizzare alcuna caratteristica del sistema studiato ma in più impone un'espressione in funzione della frequenza o dell'ampiezza di vibrazione difficilmente generalizzabile al caso di muri per i quali non siano disponibili dati di laboratorio'*.

Nell'analisi della parete libera Sorrentino mette in evidenza una profonda differenza tra il pendolo invertito di Housner e il tradizionale oscillatore elastico ad un grado di libertà utilizzato per la formazione degli spettri di risposta: in un caso specifico si è ottenuto nel caso del pendolo invertito che un incremento della forzante del 1.6% ha comportato un incremento della risposta del 125%, decisamente in contrasto con la risposta esibita dall'oscillatore elastico. Tale aspetto si applica anche al comportamento della parete vincolata in sommità.

Riportiamo di seguito i principali risultati riportati in [Sorrentino, 2003]:

- a parità di caratteristiche geometriche, la parete vincolata in sommità dissipa più energia di quella libera e questo rappresenta una maggiore riserva di sicurezza anche dal punto di vista dinamico;
- la posizione della cerniera intermedia è decisiva nel determinare il valore del coefficiente di restituzione, anche se tale posizione, che dipende dalla resistenza a trazione della muratura e dall'entità del carico in sommità, è di difficile individuazione a priori;
- le analisi confermano che l'analisi statica è conservativa rispetto a quella dinamica, in quanto quest'ultima consente di attingere alle riserve proprie del regime vibratorio. Tuttavia lì dove debba essere salvaguardato il valore storico-artistico di un bene storico di particolare valore e nel caso in cui l'analisi statica prevede una riserva di sicurezza piccola, è opportuno

procedere ad analisi dinamiche. Il valore del bene e della sua conservazione impongono di affidarsi ad analisi con margini di sicurezza ridotti al minimo possibile;

- per la parete libera si sono riscontrate conferme a quanto già riportato in letteratura, ovvero una stabilità crescente delle pareti al crescere della dimensione (effetto scala) o al ridursi della snellezza. Inoltre analizzando gli effetti della proprietà della forzante si è riscontrato che il ruolo dell'accelerazione di picco non è secondario, tuttavia non è sufficiente da solo poiché, a parità di PGA, sono state riscontrate risposte molto diverse al variare dell'eccitazione. Sono stati indagati pertanto numerosi altri parametri;

2.9 Conclusioni

In base a quanto riportato nel presente capitolo si è deciso di analizzare in modo più approfondito la modellazione del comportamento delle pareti sollecitate fuori dal piano in presenza di impalcati deformabili, in quanto su tale argomento sono presenti pochi studi in letteratura e pochissime prove sperimentali cui riferirsi, nonostante, come già ricordato in precedenza, tale condizione sia quella effettivamente sperimentata dalla maggior parte delle pareti murarie in edifici storici. Si farà riferimento al comportamento di corpo rigido, data l'affidabilità riscontrata nelle analisi svolte da altri autori su pareti libere e vincolate in sommità con tale modello: questo consente di ridurre i parametri di input in gioco e di concentrare l'attenzione sul parametro relativo alla rigidità degli impalcati e di valutarne l'influenza. Saranno svolte analisi statiche (cinematiche non lineari) per confrontare il comportamento delle pareti con vincolo elastico in sommità rispetto a quelle libere o con vincolo fisso. Saranno inoltre svolte analisi dinamiche, mediante una formulazione linearizzata degli spostamenti, facendo ricorso al coefficiente di restituzione per modellare la dissipazione energetica durante il moto.

3. SISTEMA A DUE GRADI DI LIBERTÀ: ANALISI CINEMATICHE

Abstract

The chapter investigates the influence of diaphragm flexibility on the real force-displacement curve of the single wall in out-of plane bending: kinematic non linear analyses of assemblages of rigid blocks have been performed. The flexible diaphragm at the top of the wall has been modelled as a translational spring with a suitable flexibility, that reproduces the flexibility of the diaphragm in its plane with the hypothesis of formation of an intermediate hinge. The acceleration-displacement curves for walls with different restraint conditions at the top [parapet walls (no restraint), simply supported walls (fixed restraint), imposed displacement, and elastic spring] have been derived and compared. The results pointed out the necessity to develop dynamic models to understand the influence of the flexibility of the diaphragms on the behaviour of the wall.

3.1 Analisi cinematiche non lineari

Un primo tentativo di descrivere l'influenza della deformabilità sul comportamento fuori piano delle pareti è stato quello di considerare meccanismi su pareti di un singolo interpiano con formazione di una cerniera cilindrica orizzontale a livello intermedio. Si è schematizzato il vincolo offerto dall'impalcato in sommità come una molla elastica con una determinata rigidezza alla traslazione orizzontale: la parete diventa quindi un sistema a due gradi di libertà.

È stato preso in considerazione un set di 8 pareti con differenti caratteristiche geometriche (spessore B e snellezza λ), rapporti tra il carico superiore ed la metà del peso proprio della parete (coefficiente Ψ) e valori dell'eccentricità del carico superiore (rapporto e/B). Per ognuna di tali pareti sono state determinate le curve accelerazione-spostamento del punto in corrispondenza della cerniera intermedia nell'ipotesi di distribuzione uniforme dell'accelerazione lungo l'altezza della parete.

Applicando il Principio dei Lavori Virtuali si è determinata, per ognuna delle ipotesi di comportamento assunto (assenza di vincolo, vincolo fisso, cedimento anelastico in sommità e vincolo elastico con 4 diversi valori di rigidezza alla traslazione), i valori di accelerazioni compatibili con l'equilibrio per valori di spostamento crescenti.

3.2 Parete libera

La parete è stata modellata come un unico corpo rigido oscillante attorno allo spigolo di base (Fig. 3.1), soggetto al peso proprio e al carico in sommità trasmesso dall'impalcato superiore.

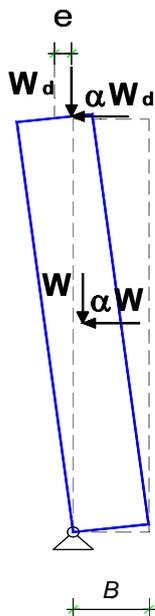


Figura 3.1 – Parete non vincolata in sommità.

3.3 Parete con vincolo fisso in sommità

La parete, di altezza complessiva H e profondità unitaria, è stata schematizzata come un assemblaggio di due corpi rigidi, individuati dalla formazione di una cerniera intermedia in corrispondenza del punto C, all'altezza xH dalla base, con $x < 1$ (Fig. 3.2).

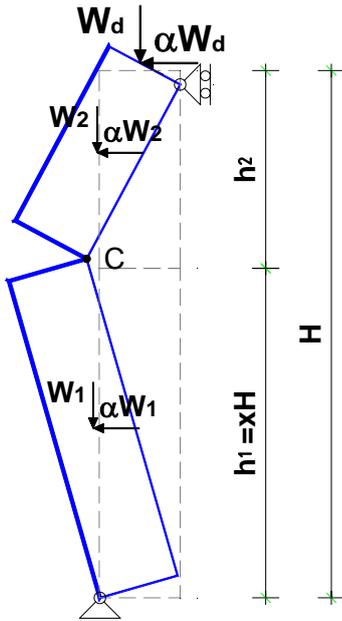


Figura 3.2 – Parete con vincolo fisso in sommità.

Si è supposto che il vincolo in sommità possa esclusivamente traslare in direzione verticale: la parete si riduce dunque ad un sistema ad un grado di libertà in cui ogni posizione è individuata univocamente dalla rotazione attorno alla cerniera di base. Detti W_1 il peso proprio della porzione inferiore della parete, W_2 il peso proprio della porzione superiore e W_d il carico verticale trasmesso dall'impalcato superiore, si è ipotizzata un'accelerazione orizzontale a_m distribuita uniformemente lungo l'altezza e si è applicato il Principio dei Lavori Virtuali, ipotizzando un atto di moto virtuale infinitesimo ed uguagliando il lavoro totale eseguito dalle forze esterne ed interne applicate al sistema:

$$\left(\frac{W_1}{g} \cdot \delta_{G1,x} + \frac{W_2}{g} \cdot \delta_{G2,x} \right) \cdot a_m - W_1 \cdot \delta_{G1,y} - W_2 \cdot \delta_{G2,y} - W_d \cdot \delta_{d,y} = 0 \quad (3.1)$$

Nell'Equazione (3.1) $\delta_{G1,x}$, $\delta_{G2,x}$, $\delta_{G1,y}$, $\delta_{G2,y}$ sono rispettivamente gli spostamenti virtuali infinitesimi orizzontali e verticali dei baricentri G_1 e G_2 delle due porzioni di parete, mentre $\delta_{d,y}$ è lo spostamento virtuale infinitesimo verticale del punto di applicazione del carico trasmesso

dall'impalcato. La posizione della cerniera intermedia C, a differenza di quanto assunto da altri autori [Doherty, 2000], [Simsir, 2004a], non è stata fissata a priori a metà o a due terzi dell'altezza dalla base, ma è stata individuata minimizzando il moltiplicatore orizzontale dei carichi in funzione della posizione x della cerniera stessa, secondo quanto suggerito da Giuffrè [Giuffrè, 1993]. Si è imposto cioè che:

$$\frac{da_m(x)}{dx} = 0 \quad (3.2)$$

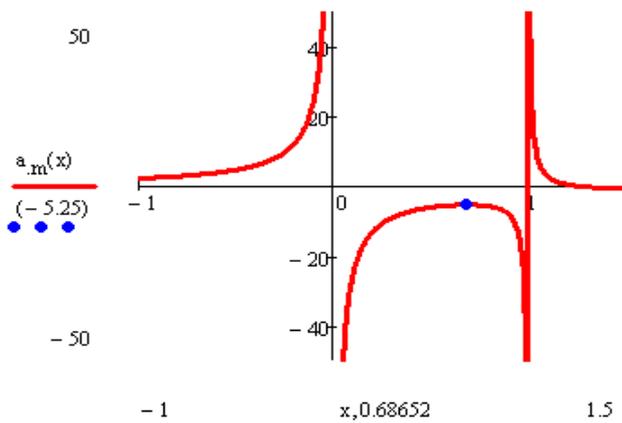


Figura 3.3 – Curva accelerazione a_m - x . Individuazione del valore di x che minimizza il moltiplicatore dei carichi.

Individuata la posizione della cerniera intermedia si è valutata l'evoluzione del moltiplicatore orizzontale dei carichi al crescere dello spostamento orizzontale della cerniera intermedia, applicando il Principio dei Lavori Virtuali alle varie configurazioni deformate, fino a raggiungere l'annullamento del moltiplicatore dei carichi in corrispondenza dello spostamento ultimo.

3.4 Parete con vincolo elastico in sommità

Il vincolo fisso in direzione orizzontale in sommità è stato sostituito con una molla di rigidità elastica K_d , che riproduce la rigidezza nel piano dell'impalcato (Fig. 3.4).

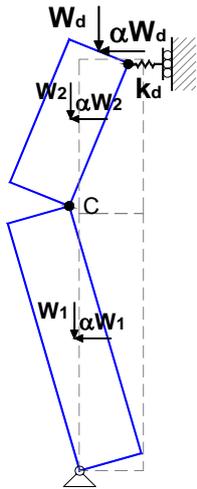


Figura 3.4 – Parete con vincolo elastico in sommità.

La sommità della parete può quindi spostarsi sia in direzione verticale che orizzontale. Sono state fatte le seguenti ipotesi:

- posizione della cerniera intermedia coincidente con quella del caso di vincolo in sommità fisso;
- molla in sommità indefinitamente elastica.

L'evoluzione del comportamento della parete viene illustrata nelle Figure 3.5 e 3.6.

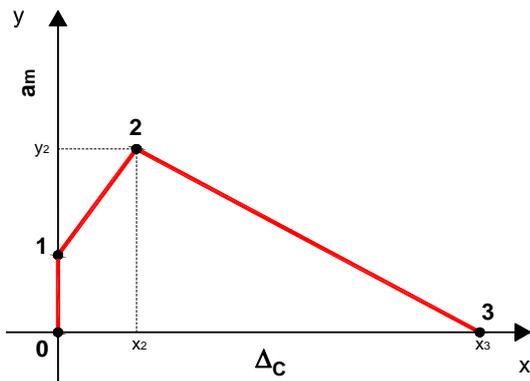


Figura 3.5 – Andamento qualitativo della curva $a_m - \Delta_C$.

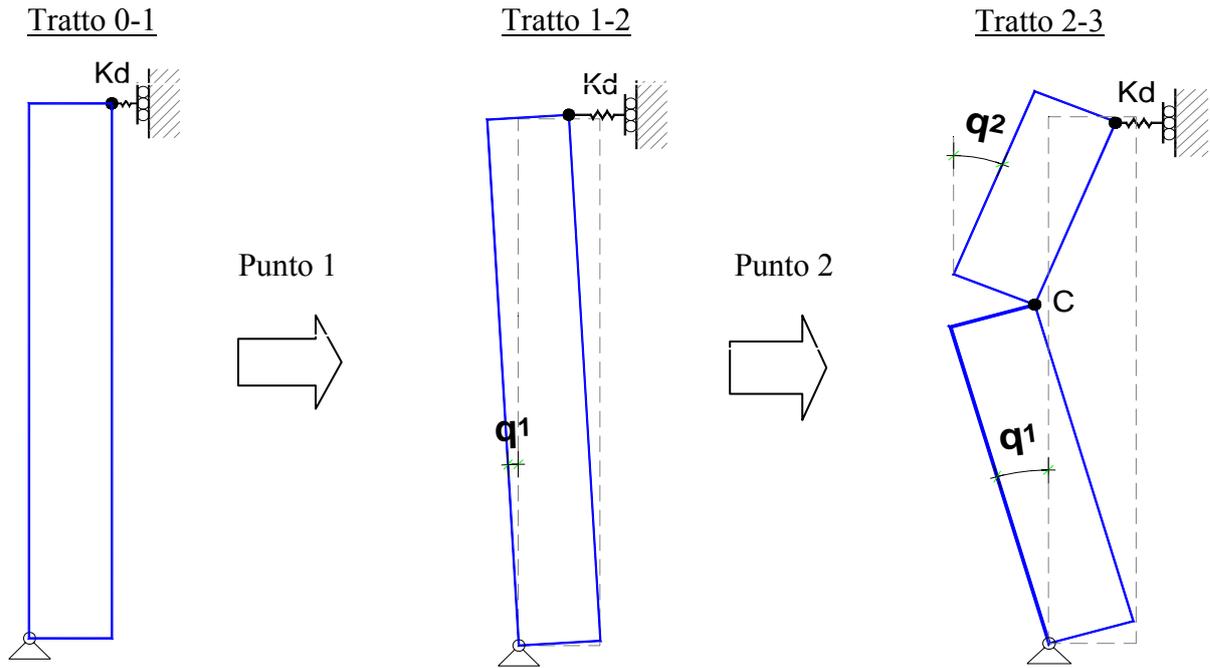


Figura 3.6 – Evoluzione del sistema con vincolo elastico in sommità all’aumentare dello spostamento Δ_C .

In generale si individuano tre tratti che corrispondono a differenti comportamenti:

- Tratto 0-1: la parete non si muove fino a che l'accelerazione a_m non raggiunge il valore che corrisponde all'attivazione del meccanismo (punto 1). Tale valore corrisponde a quello di attivazione nel caso di assenza di vincoli in sommità.
- Tratto 1-2: la parete comincia a ruotare attorno alla cerniera di base come un unico corpo rigido (sistema ad un grado di libertà). Il valore di a_m cresce all'aumentare dello spostamento Δ_C della cerniera intermedia C per la presenza della molla in sommità.
- Tratto 2-3: in corrispondenza del punto 2 si ha la formazione della cerniera intermedia (sistema a due gradi di libertà): a_m raggiunge il valore massimo $a_{m,max}$ e poi diminuisce all'aumentare dello spostamento Δ_C fino ad annullarsi nel punto 3 in corrispondenza dello spostamento $\Delta_{C,u}$.

Nel tratto 2-3 la parete diventa un sistema a due gradi di libertà: come variabili cinematiche indipendenti sono state assunte le rotazioni q_1 e q_2 delle due porzioni inferiore e superiore della parete rispetto alla verticale. Si è applicato il Principio dei Lavori Virtuali, ipotizzando due atti di

moto virtuali indipendenti (due rotazioni infinitesime della porzione inferiore e della porzione superiore), ricavando l'effettiva configurazione deformata di equilibrio ed il valore di a_m per ogni valore di Δ_C . Definito un valore dell'accelerazione esterna a_m , ipotizzata costante lungo l'altezza è stato possibile quindi definire la configurazione di equilibrio del sistema a due gradi di libertà e quindi ricavarne la configurazione deformata nelle due incognite q_1 e q_2 .

3.5 Parete con cedimento anelastico elastico in sommità

Un altro confronto è stato eseguito prendendo in considerazione un ulteriore modello di comportamento della parete (Fig. 3.7). Si è ipotizzato di assegnare come cedimento anelastico iniziale del vincolo in sommità il massimo spostamento orizzontale ottenuto dall'analisi con vincolo elastico in corrispondenza del punto 2. Per ogni parete presa in considerazione e per ogni valore di K_d assunto, si è costruita la curva a_m - Δ_C ipotizzando che il cedimento in sommità si mantenesse costante all'aumentare di Δ_C .

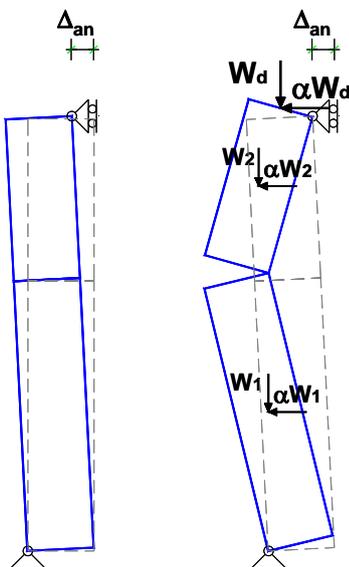


Figura 3.7 – Parete con cedimento anelastico in sommità.

3.6 Set di pareti

Sono state prese in considerazione 8 pareti con differenti parametri geometrici di snellezza $\lambda=H/B$, con B =spessore della parete, rapporto tra carico dell'impalcato e peso proprio della parete $\Psi=(W_d)/(W/2)$, con W =peso complessivo della parete, eccentricità del carico trasmesso dall'impalcato superiore e/B , con e =eccentricità del carico rispetto alla mezzzeria.

Tabella 3.1. Set di pareti considerate.

Parete	B [m]	λ	Ψ	e/B
1	0.20	10	0.50	0.00
2	0.20	10	0.50	0.25
3	0.20	10	1.00	0.00
4	0.20	10	1.00	0.25
5	0.20	20	0.50	0.00
6	0.20	20	0.50	0.25
7	0.20	20	1.00	0.00
8	0.20	20	1.00	0.25

Per ogni parete sopra riportata sono state costruite le curve $a_m-\Delta_C$ nell'ipotesi di assenza di vincolo, presenza di vincolo fisso, di vincolo elastico e di cedimento anelastico in sommità. Al fine di valutare l'influenza del valore della rigidezza elastica sui principali parametri di risposta (massimo valore di a_m in corrispondenza del punto 2 e massimo valore di Δ_C in corrispondenza del punto 3 di Figura 3.6), sono stati considerati, per ogni parete, quattro valori di K_d : 50, 100, 200, 500 KN/m.

3.7 Confronto tra modelli

Le Figure 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12, 3.13, 3.14, 3.15, 3.16 illustrano le curve $a_m-\Delta_C$ delle 8 pareti, relative al confronto tra il comportamento nel caso di vincolo in sommità fisso e di vincolo in sommità elastico con valori differenti di K_d .

PARETE 1

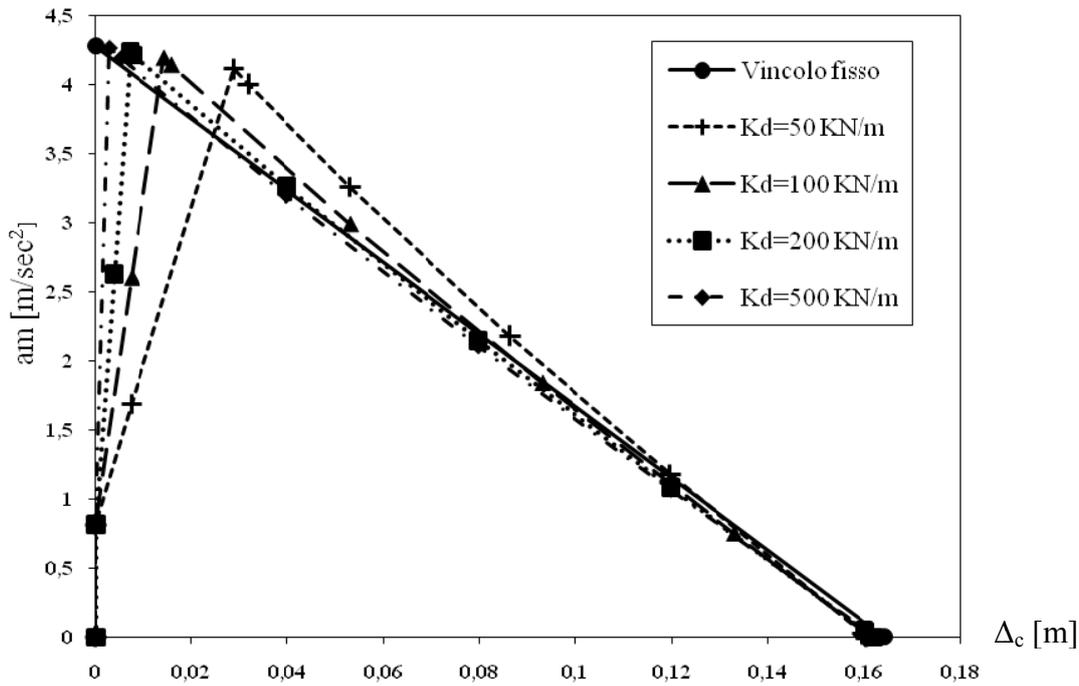


Figura 3.8 – Parete 1: curve $a_m-\Delta_c$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 2

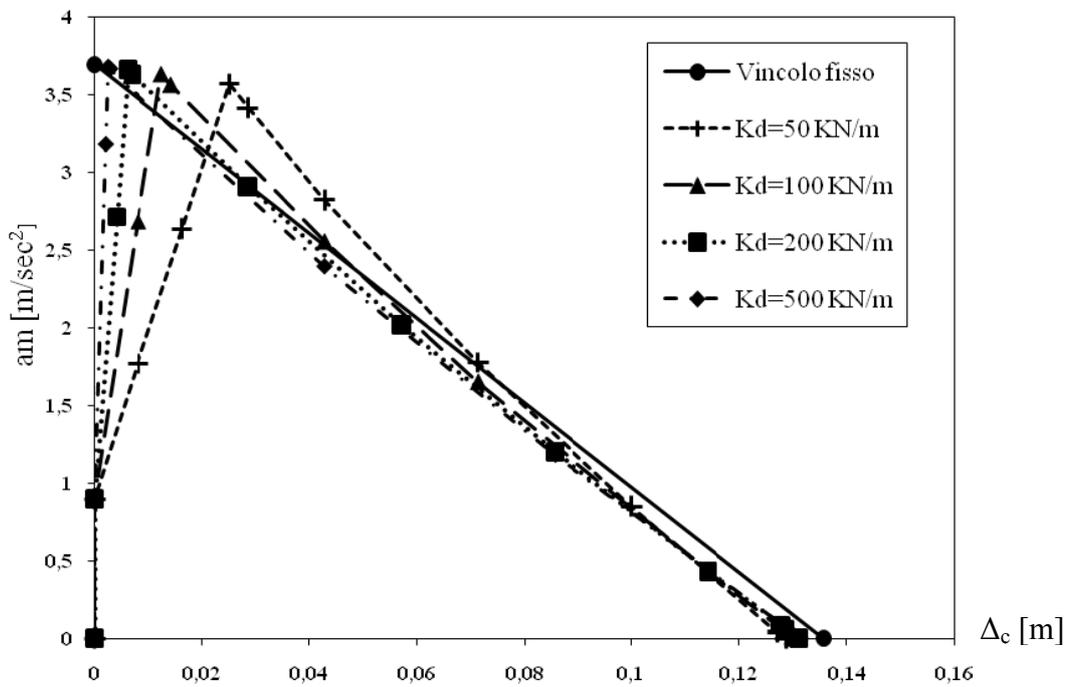


Figura 3.9 – Parete 2: curve $a_m-\Delta_c$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 3

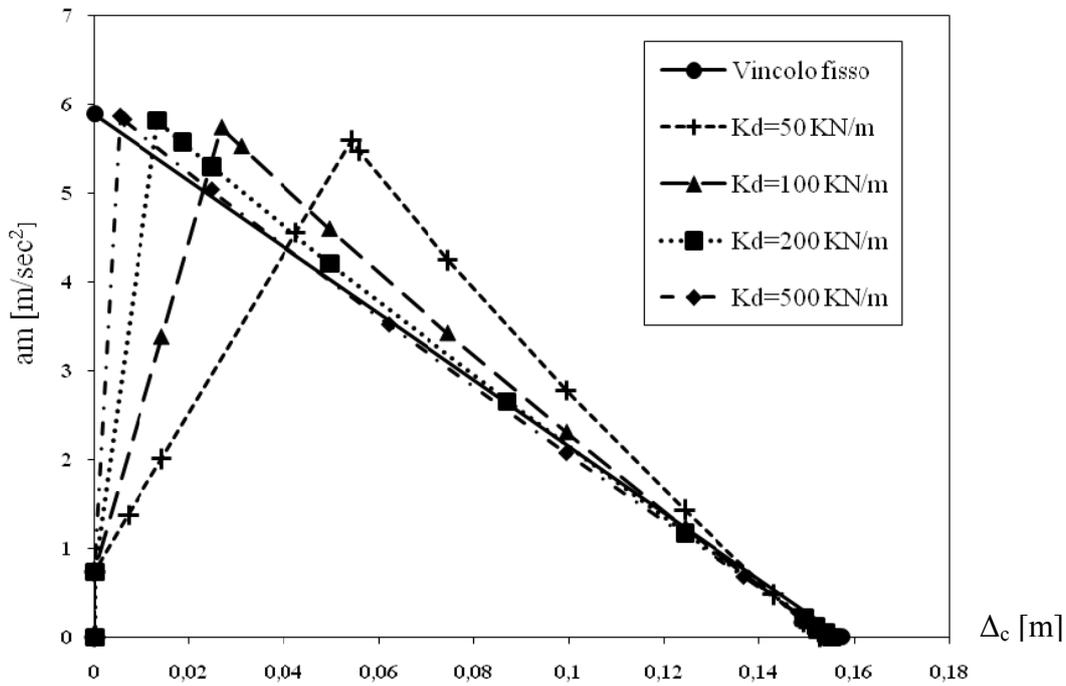


Figura 3.10 – Parete 3: curve $a_m-\Delta_c$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 4

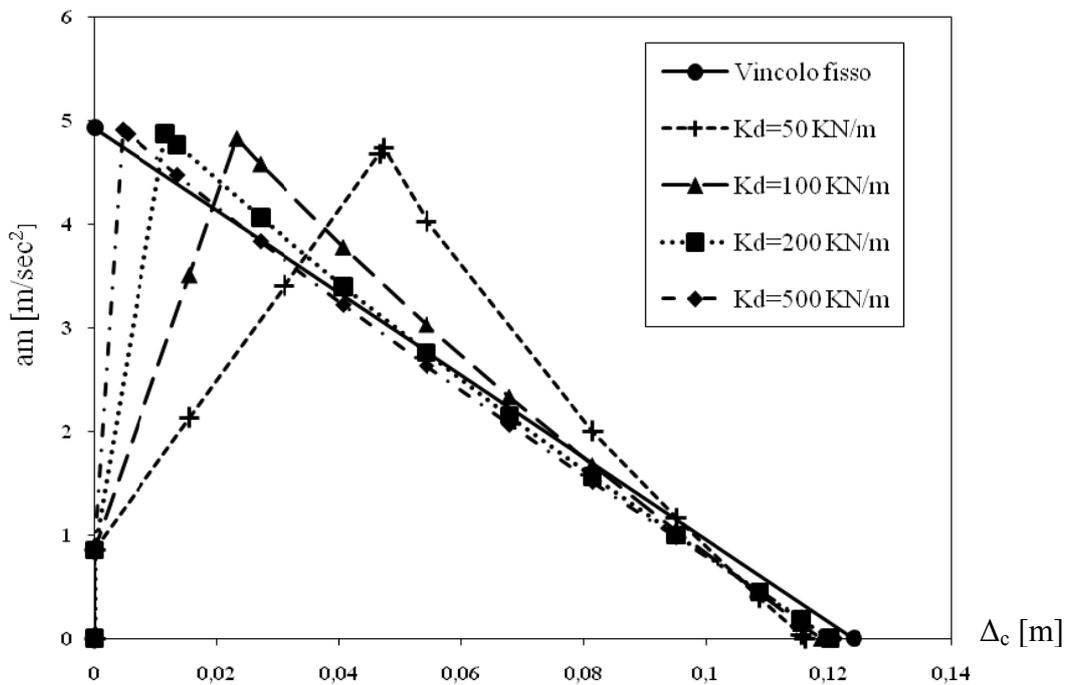


Figura 3.11 – Parete 4: curve $a_m-\Delta_c$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 5

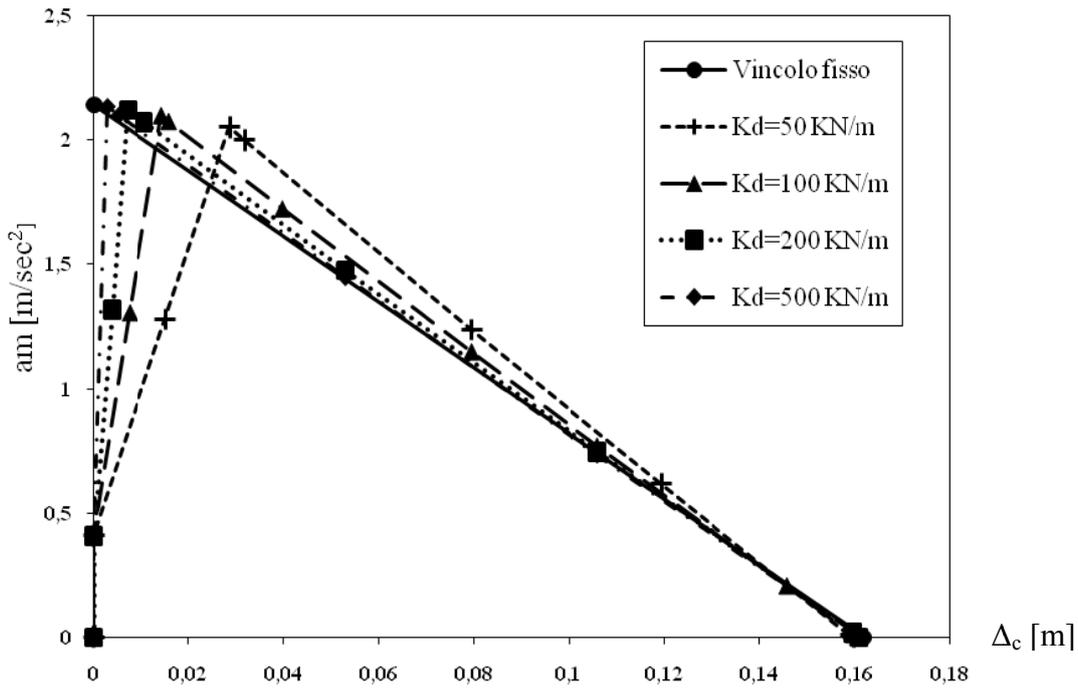


Figura 3.12 – Parete 5: curve $a_m-\Delta_C$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 6

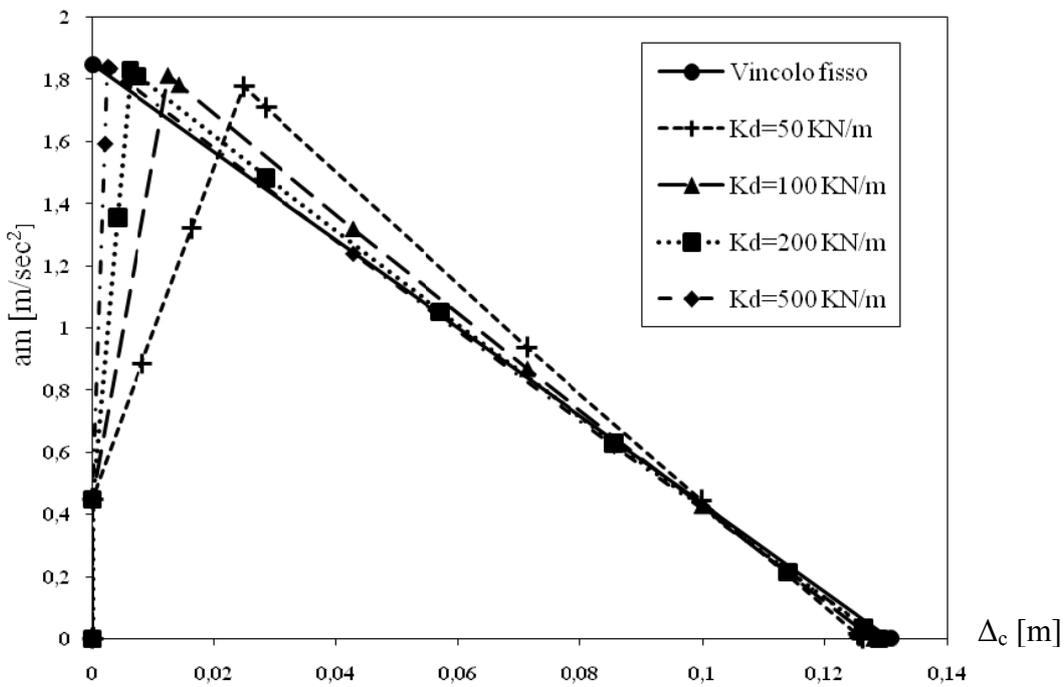


Figura 3.13 – Parete 6: curve $a_m-\Delta_C$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 7

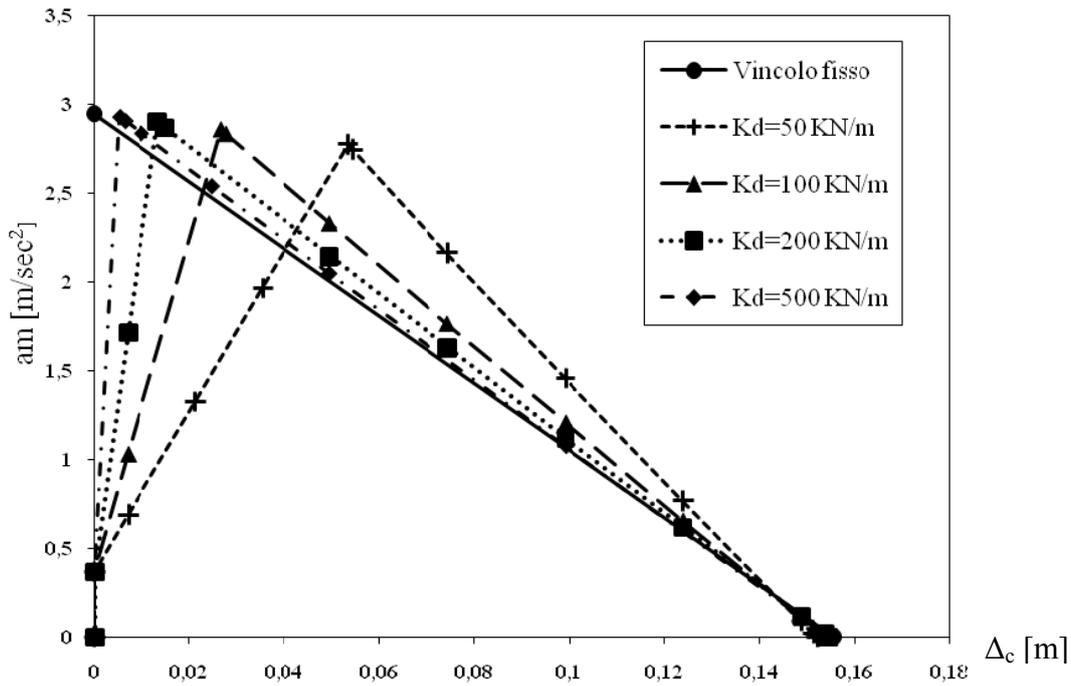


Figura 3.14 – Parete 7: curve $a_m-\Delta_c$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

PARETE 8

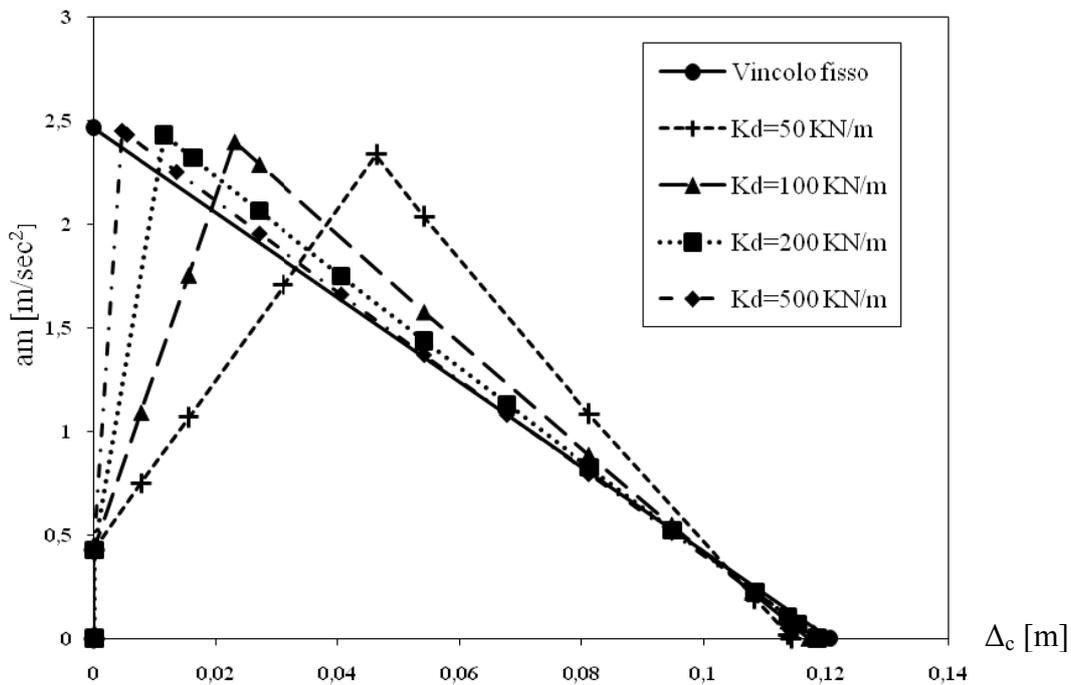


Figura 3.15 – Parete 8: curve $a_m-\Delta_c$. Confronto tra modello con vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m.

Come prevedibile, si riscontra che:

- a parità di λ e Ψ , all'aumentare dell'eccentricità e/B , diminuisce $a_{m,max}$;
- a parità di Ψ e e/B , all'aumentare della snellezza λ , diminuisce sensibilmente $a_{m,max}$;
- a parità di λ e e/B , all'aumentare di Ψ aumenta $a_{m,max}$.

Per la parete 7, che presenta le maggiori differenze tra i vari modelli di comportamento in termini di $a_{m,max}$, sono riepilogati nella Tabella 3.2 i valori massimi di a_m e di Δ_C per ogni modello e le differenze percentuali rispetto al caso con vincolo fisso in sommità. Lo spostamento nel caso del cedimento anelastico è stato riferito alla posizione inclinata iniziale, con cedimento impresso.

Tabella 3.2. Riepilogo parete 7.

	$e/B=0$		Differenze %	
	$a_{m,max}$	$\Delta_{C,u}$	$a_{m,max}$	$\Delta_{C,u}$
CASI	[m/sec ²]	[m]	%	%
Assenza vincoli	0,3666	0,1027	-87,56	-33,98
Vincoli fissi	2,9475	0,1555	0,00	0,00
$K_d=50$ KN/m	2,7718	0,1519	-5,96	-2,29
Anel. $K_d=50$ KN/m	2,7663	0,1459	-6,15	-6,20
$K_d=100$ KN/m	2,8596	0,1536	-2,98	-1,24
Anel. $K_d=100$ KN/m	2,8568	0,1507	-3,08	-3,08
$K_d=200$ KN/m	2,9037	0,1544	-1,48	-0,73
Anel. $K_d=200$ KN/m	2,9021	0,1531	-1,54	-1,54
$K_d=500$ KN/m	2,9303	0,1548	-0,58	-0,45
Anel. $K_d=500$ KN/m	2,9293	0,1545	-0,62	-0,61

In Figura 3.16 sono confrontati, sempre per la parete 7 i valori di $a_{m,max}$ nel caso di vincolo fisso in sommità, di vincoli elastici con i valori di $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m e dei corrispondenti cedimenti anelastici.

In Figura 3.17 sono confrontati, sempre per la parete 7, i valori di $\Delta_{C,u}$ nel caso di vincolo fisso in sommità, di vincoli elastici con i valori di $K_d=50, 100, 200, 500$ KN/m e dei corrispondenti cedimenti anelastici.

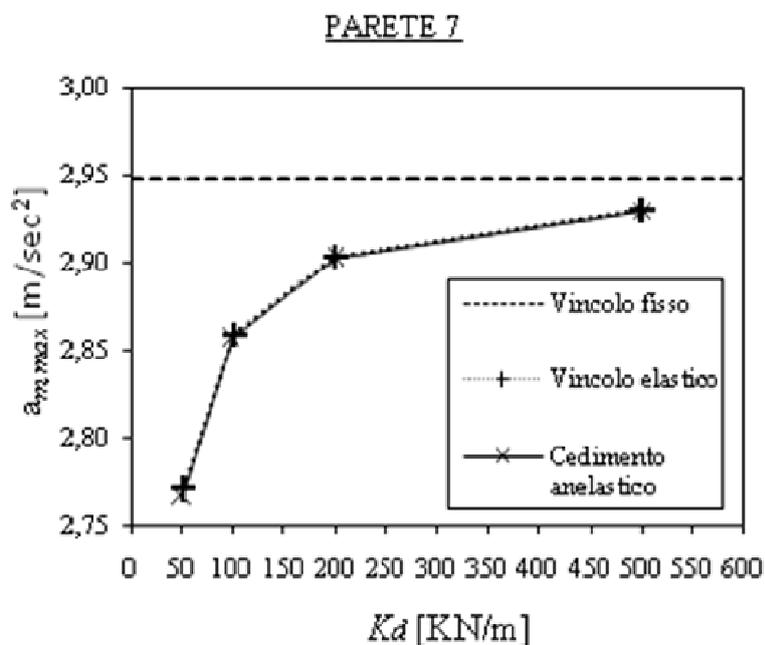


Figura 3.16 – Confronto dei valori di $a_{m,max}$ per vincolo fisso in sommità, per vincolo elastico e per cedimento anelastico (parete 7).

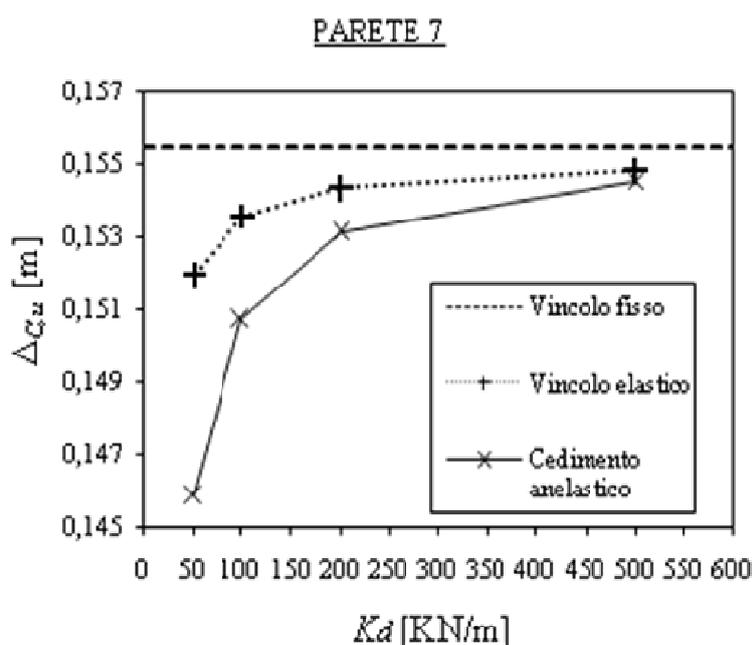


Figura 3.17 – Confronto dei valori di $\Delta_{C,u}$ per vincolo fisso in sommità, per vincolo elastico e per cedimento anelastico (parete 7).

Si possono fare le seguenti considerazioni, relative alla parete 7, ma estendibili a tutte le pareti prese in considerazione:

- l'accelerazione massima $a_{m,max}$ e lo spostamento ultimo $\Delta_{C,u}$ del punto C risultano massimi nel caso di vincolo fisso in sommità; come ci si poteva attendere, nel caso di vincolo elastico la differenza con il vincolo fisso è massima per il valore minimo della rigidità e tende a diminuire all'aumentare del valore di K_d ;
- lo spostamento massimo $\Delta_{C,u}$ risulta inferiore nel caso di cedimento anelastico in sommità rispetto al corrispondente caso di vincolo elastico (vedi Figura 3.15); tale differenza è dovuta essenzialmente al fatto che lo spostamento $\Delta_{C,u}$ è riferito alla configurazione iniziale già inclinata a seguito del cedimento impresso;
- nel caso di cedimento anelastico si ha un valore di $a_{m,max}$ leggermente inferiore ma comunque comparabile con quello del corrispondente caso con vincolo elastico;
- le differenze massime riscontrate sono di circa il 6% in termini di $a_{m,max}$ e del 6.50% in termini di $\Delta_{C,u}$ nel caso di $K_d=50$ KN/m.

Per indagare meglio questo aspetto è necessario ricorrere ad analisi dinamiche.

3.8 Conclusioni

Le analisi cinematiche non consentono, di per sé, di cogliere, come era prevedibile, l'influenza della deformabilità del vincolo in sommità sull'effettivo comportamento fuori piano della parete. Altri aspetti critici dei modelli sopra esposti sono sicuramente l'ipotesi di distribuzione uniforme dell'accelerazione lungo l'altezza della parete ed il comportamento indefinitamente elastico della molla in sommità: prendere in considerazione l'effettivo comportamento non lineare della molla che modella l'impalcato, in funzione della tipologia di impalcato presente porterebbe a ridurre il valore di $a_{m,max}$ e quindi aumenterebbe le differenze tra il modello con il vincolo fisso e quello con vincolo

elasto-plastico. Inoltre i modelli proposti non riescono a tenere conto in maniera diretta di spostamenti asincroni e di differente ampiezza alla base e in sommità, possibili in edifici con impalcati deformabili.

L'analisi cinematica non lineare consente di valutare l'evoluzione del moltiplicatore dei carichi e le corrispondenti configurazioni deformate della parete, schematizzata come un assemblaggio di corpi rigidi, data un'assegnata distribuzione dell'accelerazione orizzontale. Tuttavia non si riesce a tenere conto dell'influenza che possono avere sulla capacità e sulla domanda di spostamento, spostamenti imposti non in fase e di differente ampiezza alla base ed in sommità, che possono caratterizzare il comportamento di una singola parete di interpiano inserita all'interno di un edificio con impalcati deformabili. Per questo è necessario ricorrere ad analisi dinamiche del comportamento della parete.

4. DINAMICA DEL SISTEMA A DUE GRADI DI LIBERTÀ: EQUAZIONI DEL MOTO

Abstract

A simplified 2DOF model has been developed to analyse the dynamic out-of-plane behaviour of a single wall, with an intermediate hinge and an elastic spring at the top. The wall is modelled as an assemblage of two rigid bodies, a lower and an upper part, each one free to rotate around the intermediate hinge. The dissipation of energy is concentrated at every impact at the base of the wall and is modelled through the introduction of the coefficient of restitution. There are 4 possible configurations of the wall, depending on the different positions of the centre of rotation at the base and at the intermediate hinge: the corresponding different sets of equations are obtained. An algorithm for the numerical integration of the sets of the equations of motion in the time domain has been developed: the main aspects of the numerical strategy are described.

4.1 Descrizione del modello

Il modello preso in considerazione è lo stesso preso in considerazione nell'analisi cinematica non lineare per la parete con vincolo elastico in sommità: la parete è dunque schematizzata come assemblaggio di due corpi rigidi, connessi tra di loro in corrispondenza della cerniera intermedia. Il modello è dunque a due gradi di libertà: si assumono come variabili indipendenti le rotazioni rispetto alla verticale q_1 della porzione inferiore della parete e q_2 della porzione superiore.

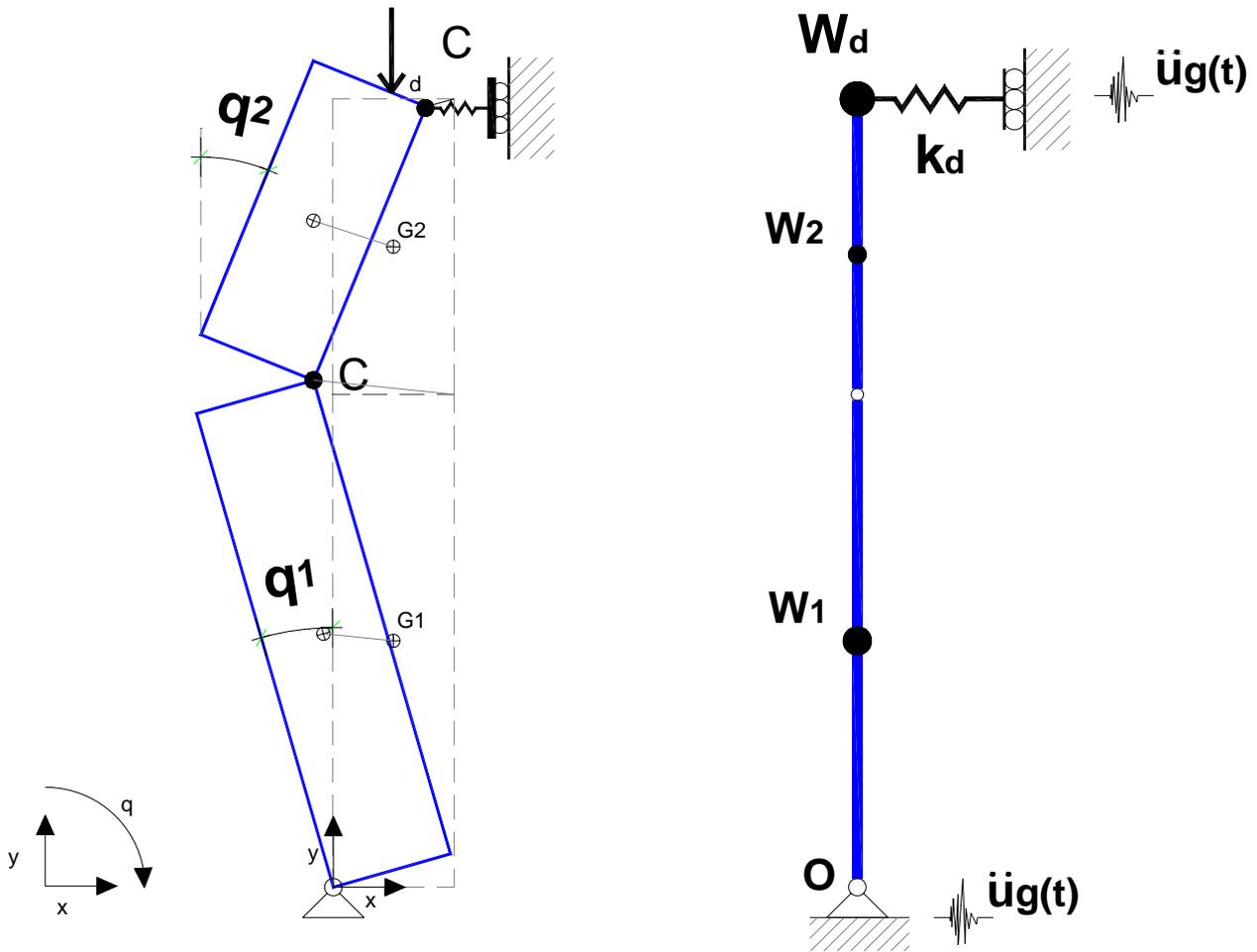


Figura 4.1 – Modello a due gradi di libertà

Si considerano le seguenti grandezze:

- la parete ha altezza h e spessore b : il modello è già fessurato con formazione della cerniera intermedia ad un'altezza generica h_1 dalla base. Le due porzioni di parete hanno dunque altezze h_1 e h_2 con $h=h_1+h_2$;
- si considera un carico in sommità W_d applicato con un'eccentricità generica e rispetto alla mezzzeria dello spessore;
- le due porzioni di parete hanno pesi pari a W_1 e W_2 per quella inferiore e superiore rispettivamente;
- la molla elastica in sommità si oppone alla traslazione orizzontale con una rigidezza K_d : il suo comportamento è considerato indefinitamente elastico;

- sono state assunte positive le rotazioni orarie;

4.2 Equazioni del moto nel caso generale

Si sono ricavate le equazioni di moto del sistema applicando le equazioni di Lagrange: le equazioni fondamentali della dinamica lagrangiana, nell'ipotesi che l'energia potenziale non dipenda dalle velocità e in assenza dissipazione (che nel modello di Housner, assunto nel presente studio, è concentrata negli urti e quindi modifica solo le condizioni iniziali di ogni ciclo), vale

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_i} + \frac{\partial V}{\partial q_i} = Q_i \quad (4.1)$$

in cui E_c rappresenta l'energia cinetica totale, V rappresenta l'energia potenziale totale e Q_i sono le forze generalizzate corrispondenti alle coordinate generalizzate q_i (ovvero q_1 e q_2).

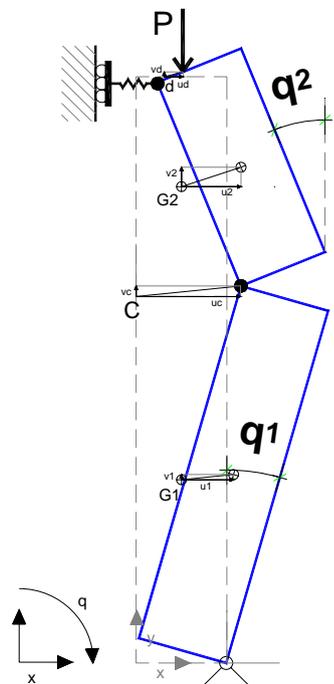
Le equazioni del moto sono dunque un sistema di due equazioni differenziali nelle due variabili q_1 e q_2 .

Si ottiene pertanto:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_1} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_1} + \frac{\partial V}{\partial q_1} = Q_1 \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_2} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_2} + \frac{\partial V}{\partial q_2} = Q_2 \end{cases} \quad (4.2)$$

Si osserva che il sistema può assumere 4 differenti configurazioni in funzione della rotazione inferiore q_1 e del segno della differenza $(q_1 - q_2)$ (vedi Figure 4.2 e 4.3): nel passaggio da una configurazione all'altra cambiano, come vedremo meglio in seguito, le posizioni, nello spessore, delle cerniere di base o intermedia attorno a cui ruotano le due porzioni di parete.

CASO 1: $q_1 > 0, q_2 < q_1$



CASO 2: $q_1 < 0, q_2 > q_1$

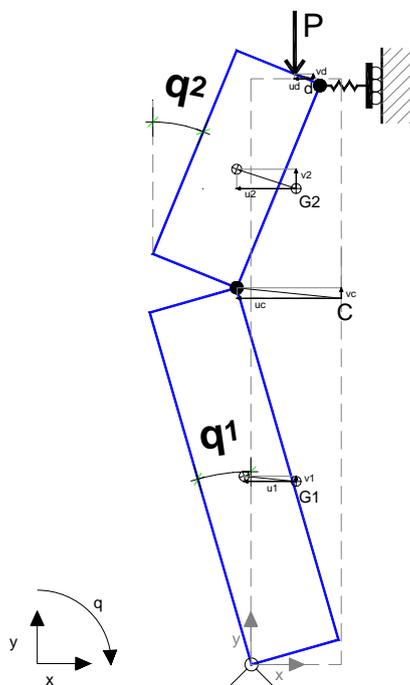
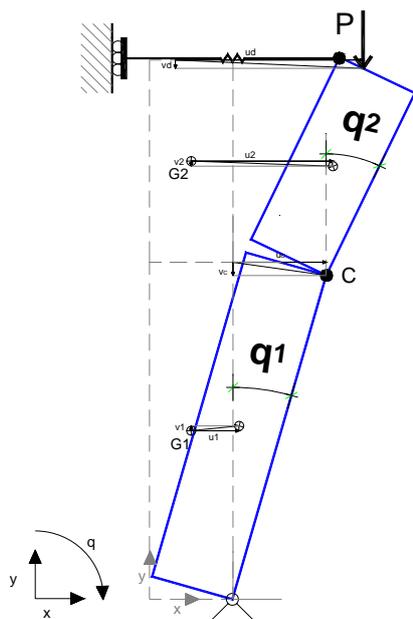


Figura 4.2 – Modello a due gradi di libertà: caso 1 ($q_1 > 0$ e $q_2 < q_1$) e caso 2 ($q_1 < 0$ e $q_2 > q_1$)

CASO 3: $q_1 > 0, q_2 > q_1$



CASO 4: $q_1 < 0, q_2 < q_1$

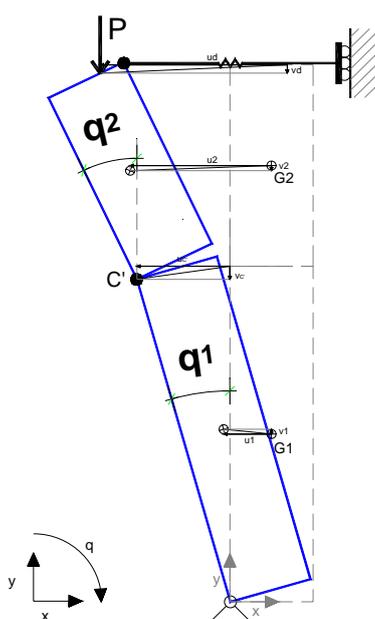


Figura 4.3 – Modello a due gradi di libertà: caso 3 ($q_1 > 0$ e $q_2 > q_1$) e caso 4 ($q_1 < 0$ e $q_2 < q_1$)

Definiti G_1 e G_2 i baricentri della porzione inferiore e superiore della parete rispettivamente e con d il punto di applicazione del carico in sommità, si indicano:

- u_1 = spostamento orizzontale relativo del baricentro G_1 ;
- v_1 = spostamento verticale relativo del baricentro G_1 ;
- u_2 = spostamento orizzontale relativo del baricentro G_2 ;
- v_2 = spostamento verticale relativo del baricentro G_2 ;
- u_d = spostamento orizzontale relativo del punto d di applicazione del carico W_d ;
- v_d = spostamento verticale relativo del punto d di applicazione del carico W_d ;
- \dot{u}_1 = velocità orizzontale del baricentro G_1 ;
- \dot{u}_2 = velocità orizzontale del baricentro G_2 ;
- \dot{u}_d = velocità orizzontale del punto d di applicazione del carico W_d ;

Adottando le ipotesi di trascurare le componenti verticali della velocità nella determinazione dell'energia cinetica e di considerare nullo il valore dell'energia potenziale totale nella condizione di riposo, si riportano di seguito le espressioni dell'energia cinetica E_c e dell'energia potenziale V :

$$E_c = \frac{1}{2} \cdot \frac{W_1}{g} \cdot (\dot{u}_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot I_1 \cdot (\dot{q}_1)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{W_2}{g} \cdot (\dot{u}_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot I_2 \cdot (\dot{q}_2)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{W_d}{g} \cdot (\dot{u}_d)^2 \quad (4.3)$$

$$V = \frac{1}{2} \cdot K_d \cdot (u_d)^2 + v_1 \cdot W_1 + v_2 \cdot W_2 \quad (4.4)$$

In cui I_1 e I_2 rappresentano i momenti principali di inerzia delle due porzioni di parete inferiore e superiore rispetto agli assi ortogonali al piano che contiene il moto e passanti per i baricentri G_1 e G_2 . La loro espressione esatta sarebbe la seguente:

$$I_1 = \frac{W_1}{g} \cdot \frac{(h_1^2 + b^2)}{12} \quad (4.5)$$

$$I_2 = \frac{W_2}{g} \cdot \frac{(h_2^2 + b^2)}{12} \quad (4.6)$$

Nel presente studio si trascura invece lo spessore, come usuale in presenza di corpi rigidi rettangolari molto allungati, e perciò le espressioni di I_1 e I_2 impiegati diventano:

$$I_1 = \frac{W_1}{g} \cdot \frac{(h_1^2)}{12} \quad (4.7)$$

$$I_2 = \frac{W_2}{g} \cdot \frac{(h_2^2)}{12} \quad (4.8)$$

Si osserva che per ognuna delle 4 configurazioni (vedi Fig. 4.2 e 4.3) si hanno valori e segni differenti di alcuni termini nell'espressione dell'energia potenziale e del lavoro virtuale compiuto dal carico in sommità e perciò ad ogni configurazione corrisponde un sistema di equazioni del moto differente. Per la determinazione dell'energia cinetica, dell'energia potenziale e del lavoro virtuale compiuto dalle forze esterne si fa riferimento alla formulazione linearizzata per piccoli spostamenti: questo equivale ad applicare la teoria del primo ordine e quindi linearizzare i termini trigonometrici, facendo riferimento alla configurazione di riposo del sistema.

L'espressione dell'energia cinetica diviene quindi:

$$\begin{aligned} E_c = & \dot{q}_1^2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{W_1}{g} \cdot h_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{W_2}{g} \cdot h_1^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{W_d}{g} \cdot h_1^2 + \frac{1}{24} \cdot \frac{W_1}{g} \cdot h_1^2 \right) \\ & + \dot{q}_2^2 \cdot \left(\frac{1}{8} \cdot \frac{W_2}{g} \cdot h_2^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{W_d}{g} \cdot h_2^2 + \frac{1}{24} \cdot \frac{W_2}{g} \cdot h_2^2 \right) + \dot{q}_1 \cdot \dot{q}_2 \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{W_2}{g} \cdot h_1 \cdot h_2 + \frac{W_d}{g} \cdot h_1 \cdot h_2 \right) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Mentre l'energia potenziale assume le seguenti espressioni nei 4 casi:

- Caso 1 ($q_1 > 0$ e $q_2 < q_1$)

$$\begin{aligned} V = & q_1^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_1^2 - \frac{W_1}{4} \cdot h_1 - \frac{W_2}{2} \cdot h_1 \right) + q_2^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_2^2 - \frac{W_2}{4} \cdot h_2 \right) + \\ & + q_1 \cdot \left(\frac{W_1}{2} \cdot b + W_2 \cdot b \right) + q_2 \cdot \left(-\frac{W_2}{2} \cdot b \right) + q_1 \cdot q_2 \cdot (K_d \cdot h_1 \cdot h_2) \end{aligned} \quad (4.10)$$

- Caso 2 ($q_1 < 0$ e $q_2 > q_1$)

$$V = q_1^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_1^2 - \frac{W_1}{4} \cdot h_1 - \frac{W_2}{2} \cdot h_1 \right) + q_2^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_2^2 - \frac{W_2}{4} \cdot h_2 \right) +$$

$$- q_1 \cdot \left(\frac{W_1}{2} \cdot b + W_2 \cdot b \right) + q_2 \cdot \left(+ \frac{W_2}{2} \cdot b \right) + q_1 \cdot q_2 \cdot (K_d \cdot h_1 \cdot h_2) \quad (4.11)$$

- Caso 3 ($q_1 > 0$ e $q_2 > q_1$)

$$V = q_1^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_1^2 - \frac{W_1}{4} \cdot h_1 - \frac{W_2}{2} \cdot h_1 \right) + q_2^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_2^2 - \frac{W_2}{4} \cdot h_2 \right) +$$

$$+ q_1 \cdot \left(\frac{W_1}{2} \cdot b \right) + q_2 \cdot \left(+ \frac{W_2}{2} \cdot b \right) + q_1 \cdot q_2 \cdot (K_d \cdot h_1 \cdot h_2) \quad (4.12)$$

- Caso 4 ($q_1 < 0$ e $q_2 \leq q_1$)

$$V = q_1^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_1^2 - \frac{W_1}{4} \cdot h_1 - \frac{W_2}{2} \cdot h_1 \right) + q_2^2 \cdot \left(\frac{K_d}{2} \cdot h_2^2 - \frac{W_2}{4} \cdot h_2 \right) +$$

$$- q_1 \cdot \left(\frac{W_1}{2} \cdot b \right) - q_2 \cdot \left(+ \frac{W_2}{2} \cdot b \right) + q_1 \cdot q_2 \cdot (K_d \cdot h_1 \cdot h_2) \quad (4.13)$$

Le forze generalizzate si ottengono determinando i lavori virtuali compiuti dall'azione dovuta al moto orizzontale del suolo ottenuta concentrando l'accelerazione del suolo nei baricentri delle due porzioni di pareti e della massa del carico in sommità e quelli compiuti dal carico in sommità per uno spostamento virtuale. Si esprime il lavoro virtuale totale come prodotto degli spostamenti virtuali causati da un set arbitrario di variazioni nelle coordinate generalizzate. Si ottiene pertanto:

$$\delta W_{nc} = Q_1 \cdot \delta q_1 + Q_2 \cdot \delta q_2 \quad (4.14)$$

Riportiamo di seguito i valori di Q_1 e Q_2 per i 4 casi:

- Caso 1 ($q_1 > 0$ e $q_2 \leq q_1$)

$$\begin{cases} Q_1 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} - [(W_d) \cdot b] + (W_d) \cdot h_1 \cdot q_1 \\ Q_2 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} + [W_d \cdot (\frac{b}{2} - e)] + (W_d) \cdot h_2 \cdot q_2 \end{cases} \quad (4.15)$$

- Caso 2 ($q_1 < 0$ e $q_2 > q_1$)

$$\begin{cases} Q_1 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} + [(W_d) \cdot b] + (W_d) \cdot h_1 \cdot q_1 \\ Q_2 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} - [W_d \cdot (\frac{b}{2} + e)] + (W_d) \cdot h_2 \cdot q_2 \end{cases} \quad (4.16)$$

- Caso 3 ($q_1 > 0$ e $q_2 > q_1$)

$$\begin{cases} Q_1 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} + (W_d) \cdot h_1 \cdot q_1 \\ Q_2 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} - [W_d \cdot (\frac{b}{2} - e)] + (W_d) \cdot h_2 \cdot q_2 \end{cases} \quad (4.17)$$

- Caso 4 ($q_1 \leq 0$ e $q_2 \leq q_1$)

$$\begin{cases} Q_1 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} + (W_d) \cdot h_1 \cdot q_1 \\ Q_2 = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} + [W_d \cdot (\frac{b}{2} + e)] + (W_d) \cdot h_2 \cdot q_2 \end{cases} \quad (4.18)$$

Applicando le equazioni di Lagrange si ottengono pertanto i seguenti set di sistemi di equazioni differenziali:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{eff,1}(t) \\ p_{eff,2}(t) \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

I termini della matrice delle masse e della matrice di rigidità sono comuni ai quattro casi e valgono:

$$\begin{cases} m_{11} = [W_1 + 3 \cdot W_2 + 3 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1^2}{3 \cdot g} \\ m_{12} = m_{21} = [W_2 + 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1 \cdot h_2}{2 \cdot g} \\ m_{22} = [W_2 + 3 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2^2}{3 \cdot g} \end{cases} \quad (4.20)$$

$$\begin{cases} k_{11} = [2 \cdot K_d \cdot h_1 - W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2} \\ k_{12} = k_{21} = K_d \cdot h_1 \cdot h_2 \\ k_{22} = [2 \cdot K_d \cdot h_2 - W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2} \end{cases} \quad (4.21)$$

I termini $p_{eff,1}(t)$ e $p_{eff,2}(t)$ sono invece differenti per i quattro casi e valgono:

- Caso 1 ($q_1 > 0$ e $q_2 < q_1$)

$$\begin{cases} p_{eff,1}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} - [(\frac{W_1}{2} + W_2 + W_d) \cdot b] \\ p_{eff,2}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} + [\frac{W_2}{2} \cdot b + W_d \cdot (\frac{b}{2} - e)] \end{cases} \quad (4.22)$$

- Caso 2 ($q_1 < 0$ e $q_2 > q_1$)

$$\begin{cases} p_{eff,1}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} + [(W_1 + W_2 + W_d) \cdot b] \\ p_{eff,2}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} - [\frac{W_2}{2} \cdot b + W_d \cdot (\frac{b}{2} + e)] \end{cases} \quad (4.23)$$

- Caso 3 ($q_1 > 0$ e $q_2 > q_1$)

$$\begin{cases} p_{eff,1}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} - \frac{W_1}{2} \cdot b \\ p_{eff,2}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} - [\frac{W_2}{2} \cdot b + W_d \cdot (\frac{b}{2} - e)] \end{cases} \quad (4.24)$$

- Caso 4 ($q_1 \leq 0$ e $q_2 \leq q_1$)

$$\begin{cases} p_{eff,1}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_1 - 2 \cdot W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_1}{2 \cdot g} + \frac{W_1}{2} \cdot b \\ p_{eff,2}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h_2}{2 \cdot g} + [\frac{W_2}{2} \cdot b + W_d \cdot (\frac{b}{2} + e)] \end{cases} \quad (4.25)$$

4.3 Equazioni del moto nel caso particolare

Le equazioni (4.19), (4.20), (4.21), (4.22), (4.23), (4.24), (4.25) sono riferite al caso generale per una posizione qualsiasi della cerniera intermedia. Per l'implementazione dell'algoritmo di risoluzione numerica del sistema delle equazioni del moto si fa riferimento invece al caso particolare di cerniera intermedia a metà altezza della parete, ovvero $h_1=h_2=h/2$ e $W_1=W_2$. Si assume inoltre che l'eccentricità del carico in sommità sia nulla, ovvero $e=0$. In questo modo ci si riconduce alle ipotesi assunte da Doherty nello studio della parete con vincolo fisso in sommità, così da poter effettuare dei confronti tra il suo modello e quello proposto nel presente studio.

Si ottengono pertanto le seguenti equazioni del moto:

$$\begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p'_{eff,1}(t) + A_i \\ p'_{eff,2}(t) + B_i \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

$$\begin{cases} m_{11} = \left[\frac{W_1}{3} + \frac{W_d}{4} \right] \cdot \frac{h^2}{g} \\ m_{12} = m_{21} = \left[\frac{W_1}{8} + \frac{W_d}{4} \right] \cdot \frac{h^2}{g} \\ m_{22} = \left[\frac{W_1}{12} + \frac{W_d}{4} \right] \cdot \frac{h^2}{g} \end{cases} \quad (4.27)$$

$$\begin{cases} k_{11} = \left[\frac{K_d \cdot h^2}{4} - \frac{3}{4} \cdot W_1 \cdot h - W_d \cdot \frac{h}{2} \right] \\ k_{12} = k_{21} = \frac{K_d \cdot h^2}{4} \\ k_{22} = \left[\frac{K_d \cdot h^2}{4} - W_1 \cdot \frac{h}{4} - W_d \cdot \frac{h}{2} \right] \end{cases} \quad (4.28)$$

$$\begin{cases} p'_{eff,1}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-3 \cdot W_1 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h}{4 \cdot g} \\ p'_{eff,2}(t) = -\ddot{u}_g \cdot [-W_2 - 2 \cdot W_d] \cdot \frac{h}{4 \cdot g} \end{cases} \quad (4.29)$$

I termini A_i e B_i sono differenti nei quattro casi:

- Caso 1 ($q_1 > 0$ e $q_2 < q_1$)

$$\begin{cases} A_1 = -\frac{3 \cdot W_1}{2} \cdot b - W_d \cdot b \\ B_1 = \frac{W_1}{2} \cdot b + W_d \cdot \frac{b}{2} \end{cases} \quad (4.30)$$

- Caso 2 ($q_1 < 0$ e $q_2 > q_1$)

$$\begin{cases} A_2 = +\frac{3 \cdot W_1}{2} \cdot b + W_d \cdot b \\ B_2 = -\frac{W_1}{2} \cdot b - W_d \cdot \frac{b}{2} \end{cases} \quad (4.31)$$

- Caso 3 ($q_1 > 0$ e $q_2 > q_1$)

$$\begin{cases} A_3 = -\frac{W_1}{2} \cdot b \\ B_3 = -\frac{W_1}{2} \cdot b - W_d \cdot \frac{b}{2} \end{cases} \quad (4.32)$$

- Caso 4 ($q_1 < 0$ e $q_2 \leq q_1$)

$$\begin{cases} A_4 = +\frac{W_1}{2} \cdot b \\ B_4 = +\frac{W_1}{2} \cdot b + W_d \cdot \frac{b}{2} \end{cases} \quad (4.33)$$

4.4 **Algoritmo di integrazione numerica**

I quattro set di sistemi di equazioni del moto relative ai 4 casi (vedi Fig. 4.2 e 4.3) descrivono completamente il moto della parete. Le equazioni del moto di ogni singolo caso sono lineari, ma le equazioni del moto complessive della parete (ovvero quelle definite per casi) presentano non linearità molto forti dovute essenzialmente alle brusche discontinuità che si verificano in corrispondenza del passaggio da un caso ad un altro.

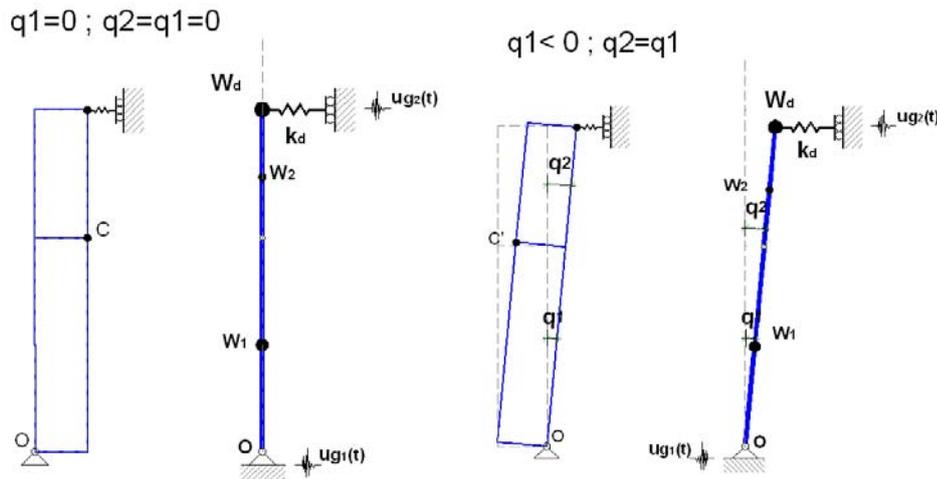


Figura 4.4 – Urto in corrispondenza della cerniera di base quando $q_1=0$ (a sinistra) e in corrispondenza della cerniera intermedia quando $q_1=q_2$ (a destra)

Ogni volta che q_1 passa per lo zero, si verifica un impatto alla base ed un cambio del centro di rotazione (da O a O' o da O' a O), Ogni volta che $q_1=q_2$, si verifica un impatto in corrispondenza della cerniera intermedia ed un cambio del centro di rotazione (da C a C' o da C' a C). In corrispondenza di ogni impatto si passa da un caso all'altro e il momento. La discontinuità è dovuta al fatto che essendoci un passaggio brusco della cerniera da una faccia all'altra della parete allora i momenti dei carichi verticali, nella configurazione di riposo, rispetto alla cerniera istantanea di rotazione cambiano anche essi creando discontinuità. Le quantità A_i e B_i descritte in (4.30), (4.31), (4.32), (4.33) rappresentano infatti:

- A_i : il momento resistente dei carichi verticali dovuti al peso proprio della porzione di parete inferiore e ai carichi trasmessi dalla porzione superiore rispetto alla cerniera di base O o O' nella configurazione di riposo ($q_1=q_2=0$);
- B_i : il momento resistente dei carichi verticali dovuti al peso proprio della porzione di parete superiore e al carico in sommità rispetto alla cerniera intermedia C o C' nella configurazione di riposo ($q_1=q_2=0$);

È stato pertanto implementato un algoritmo per l'integrazione numerica nel dominio del tempo delle equazioni di moto descritte dalle (4.26), facendo ricorso a un algoritmo di Runge-Kutta a

passo variabile, ovvero ricorrendo alla suite ODE45 di Matlab, che utilizza un metodo di Runge-Kutta del quarto-quinto ordine. Sono state infine definite le tolleranze d'errore, che servono a controllare l'errore commesso nei passi di integrazione. Matlab richiede infatti di fissare due parametri: *RelTol* (valore predefinito 10^{-3}) individua il numero di cifre decimali esatte che la soluzione deve possedere, a meno che quest'ultima non sia inferiore ad *AbsTol* (valore predefinito 10^{-6}). In pratica al di sotto di *AbsTol* il valore della soluzione non è più importante e pertanto questo parametro governa l'accuratezza della soluzione nei pressi dello zero, vale a dire dell'urto.

Sono state adottate le seguenti tolleranze: $RelTol=10^{-5}$ e $AbsTol=10^{-10}$.

Nell'algoritmo implementato è stata usata un'opzione di identificazione di eventi: la dissipazione di energia è stata modellata per mezzo dell'introduzione del coefficiente di restituzione, come proposto da Housner e da Sorrentino. Ad ogni urto in corrispondenza della cerniera di base O o O' ovvero al passaggio di q_1 da un valore negativo ad un valore positivo o viceversa, le due velocità angolari \dot{q}_1 e \dot{q}_2 immediatamente dopo l'urto vengono ridotte del coefficiente di restituzione $e_r < 1$ così come indicato in (4.34). dove \dot{q}_1^+ e \dot{q}_2^+ sono le velocità angolari immediatamente dopo l'urto e \dot{q}_1^- e \dot{q}_2^- sono le velocità angolari immediatamente prima dell'urto.

$$\begin{cases} \dot{q}_1^+ = e_r \cdot \dot{q}_1^- \\ \dot{q}_2^+ = e_r \cdot \dot{q}_2^- \end{cases} \quad (4.34)$$

Questo consente di ottenere in corrispondenza di ogni impatto le nuove condizioni di partenza in termini di rotazioni q_1 e q_2 e rispettive velocità angolari \dot{q}_1 e \dot{q}_2 da assegnare al solutore ODE45 di Matlab fino all'identificazione dell'evento successivo. L'algoritmo è in grado di individuare dopo ogni evento, per mezzo dell'introduzione di variabili di stato, in quale caso ci si trovi e quindi quali siano le equazioni del moto specifiche da utilizzare ed integrare nel dominio del tempo. In pratica tra un urto e l'altro l'algoritmo risolve un singolo caso tra i 4 possibili, individuati dalle

configurazioni geometriche della parete: tra un urto ed un altro le equazioni del moto infatti sono lineari e non presentano particolari problemi.

Per superare invece i problemi legati alla non linearità che deriva dal passaggio da una configurazione all'altra in corrispondenza degli urti e per risolvere problemi del moto iniziali legati all'accelerazione di soglia, si introducono, sulla scorta dei modelli a contatto elastico o in maniera simile a quanto proposto anche da Doherty, dei tratti di transizione in adiacenza ai valori di $q_1=0$, come rappresentato qualitativamente in Figura 4.5, dove viene rappresentato il momento resistente generato dai carichi verticali dovuti al peso proprio della porzione di parete inferiore e ai carichi trasmessi dalla porzione superiore rispetto alla cerniera di base O o O'. In Figura 4.5 è rappresentata infatti la quantità:

$$M_{q_1} = \left[\frac{3}{4} \cdot W_1 \cdot h + W_d \cdot \frac{h}{2} \right] \cdot q_1 + A_i \quad (4.35)$$

Viene introdotto pertanto un tratto iniziale a rigidità finita (tratti gialli e magenta in figura 4.5) che vengono seguiti dall'algoritmo: i tratti in rosso rappresentano i casi 1 e 2 mentre i tratti in verde rappresentano i casi 3 e 4. L'algoritmo identifica appunto il momento della storia temporale in cui la rotazione q_1 si annulla e alle velocità di rotazione successive all'urto applica come detto precedentemente il coefficiente di restituzione, che comporta una dissipazione di energia concentrata nell'urto alla base attraverso una diminuzione delle velocità angolari. Ad esempio partendo da una condizione iniziale di quiete (punto O della Figura 4.5), l'algoritmo prosegue sul tratto a rigidità finita di color magenta e identifica quando la rotazione q_1 assume uno tra i valori $-D_{34,1}$ e $D_{34,1}$ (estremi del tratto magenta): supponendo di aver identificato l'evento per $(q_1=-D_{34,1})$, in tale momento l'algoritmo in base ad un controllo sulla differenza tra q_1 e q_2 è in grado di decidere in quale caso ci si trovi e di proseguire quindi nel caso 2 (tratto giallo) oppure nel caso 4 (tratto verde). Analogamente se ci troviamo sul tratto giallo e viene identificato l'evento per cui $q_1=-D_{12,1}$,

l'algoritmo prosegue l'integrazione numerica considerando il percorso descritto dal caso 2 (tratto rosso). Analogamente succede se la rotazione assume valori positivi a partire dalla quiete solo che i casi 2 e 4 vengono sostituiti dai casi 1 e 3.

Vengono introdotte due variabili di stato v_1 e v_2 che identificano sulle curve descritte dalle Fig. 4.5 e 4.6 i casi cui corrisponde la situazione attuale in corrispondenza di ogni tratto tra un evento e l'altro. Le variabili di stato v_1 e v_2 assumono cioè i valori 1, 2, 3 o 4 a seconda che ci troviamo nei casi 1, 2, 3 o 4. Sulla base del valore della variabile di stato che descrive la condizione precedente ai singoli eventi e dei valori assunti dalle variabili q_1 e q_2 in corrispondenza degli eventi, l'algoritmo è in grado di scegliere a quale caso fare riferimento per l'integrazione delle equazioni del moto successivamente al verificarsi di ogni singolo evento. Il passaggio dal caso 2 a 4 o dal caso 1 a 3 o viceversa si verifica invece quando si ha che $q_1=q_2$: il solutore è in grado di identificare questi eventi ed il passaggio avviene con un salto rappresentato dalla linea nera tratteggiata verticale in Figura 4.5. Se ad esempio il punto rappresentativo della storia temporale in corrispondenza dell'evento $q_1=q_2$, ovvero al verificarsi dell'impatto in corrispondenza della cerniera intermedia ed il passaggio della stessa da C a C' o viceversa, si trova sulla linea 2 (tratto rosso superiore in Fig. 4.5) allora il punto rappresentativo delle condizioni iniziali subito dopo l'evento si troverà all'intersezione tra la linea nera tratteggiata verticale passante per il punto in corrispondenza dell'evento (subito prima dell'urto) e la linea verde inferiore 4. In corrispondenza di tali passaggi si è mantenuta dunque la discontinuità.

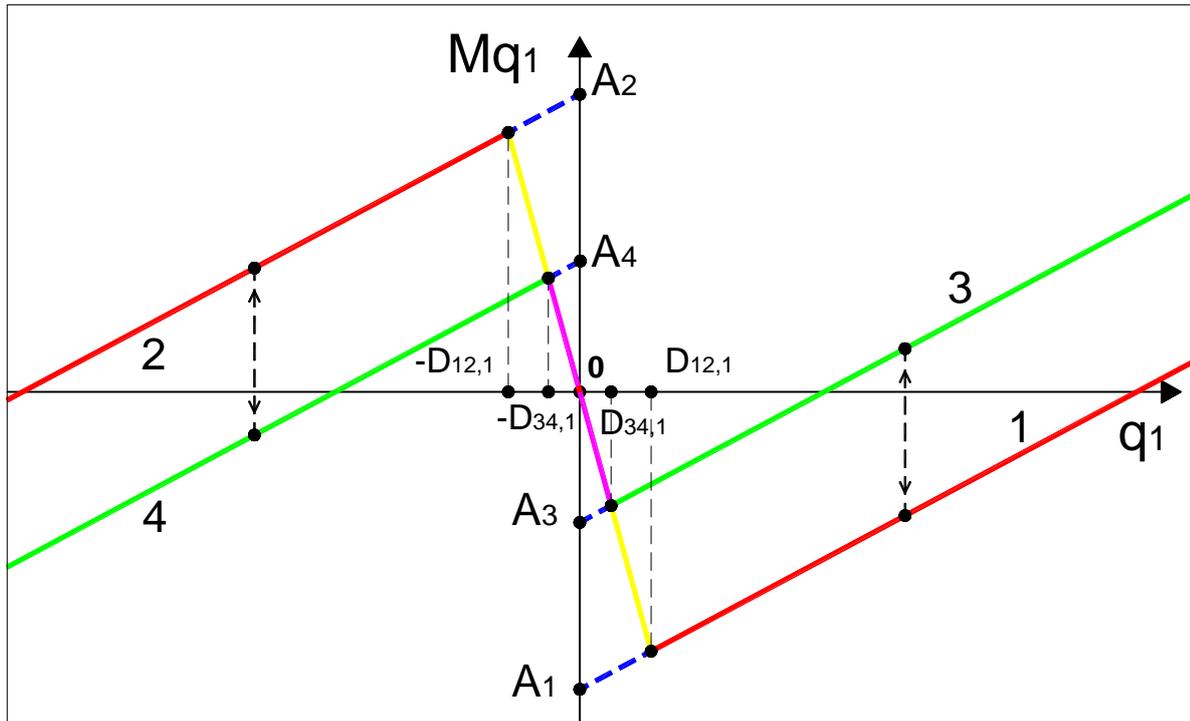


Figura 4.5 – Diagramma della quantità M_{q_1} in funzione di q_1 ed individuazione dei 4 casi e dei tratti di transizione.

In Figura 4.6, viene rappresentato il momento resistente generato dai carichi verticali dovuti al peso proprio della porzione di parete inferiore e ai carichi trasmessi dalla porzione superiore rispetto alla cerniera intermedia C o C'. In Figura 4.6 è rappresentata infatti la quantità:

$$M_{q_2} = \left[\frac{W_1}{4} + W_d \cdot \frac{h}{2} \right] \cdot q_2 + B_i \quad (4.36)$$

Nella Fig. 4.6 è indicato un tratto iniziale di transizione, indicato con un tratto blu tratteggiato, che consente di superare i problemi legati all'avvio del moto dalla condizione di quiete. L'algoritmo segue tale tratto a partire dalle condizioni di riposo fin a che non viene raggiunto un evento per cui $q_2 = -D_{12,2}$ o $q_2 = -D_{12,1}$. A partire da tale evento l'algoritmo seguirà i tratti rossi (casi 1, 2, 3 o 4) identificando il caso attuale attraverso la variabile di stato v_2 . Le transizioni per $q_1=0$ ovvero per passaggio dal caso 1 al caso 2 e viceversa o dal caso 3 al caso 4 e viceversa non provocano discontinuità nel diagramma di M_{q_2} , per cui l'algoritmo continua con l'integrazione successiva all'evento per $q_1=0$ proseguendo sullo stesso tratto lineare su cui si trovava prima dell'evento.

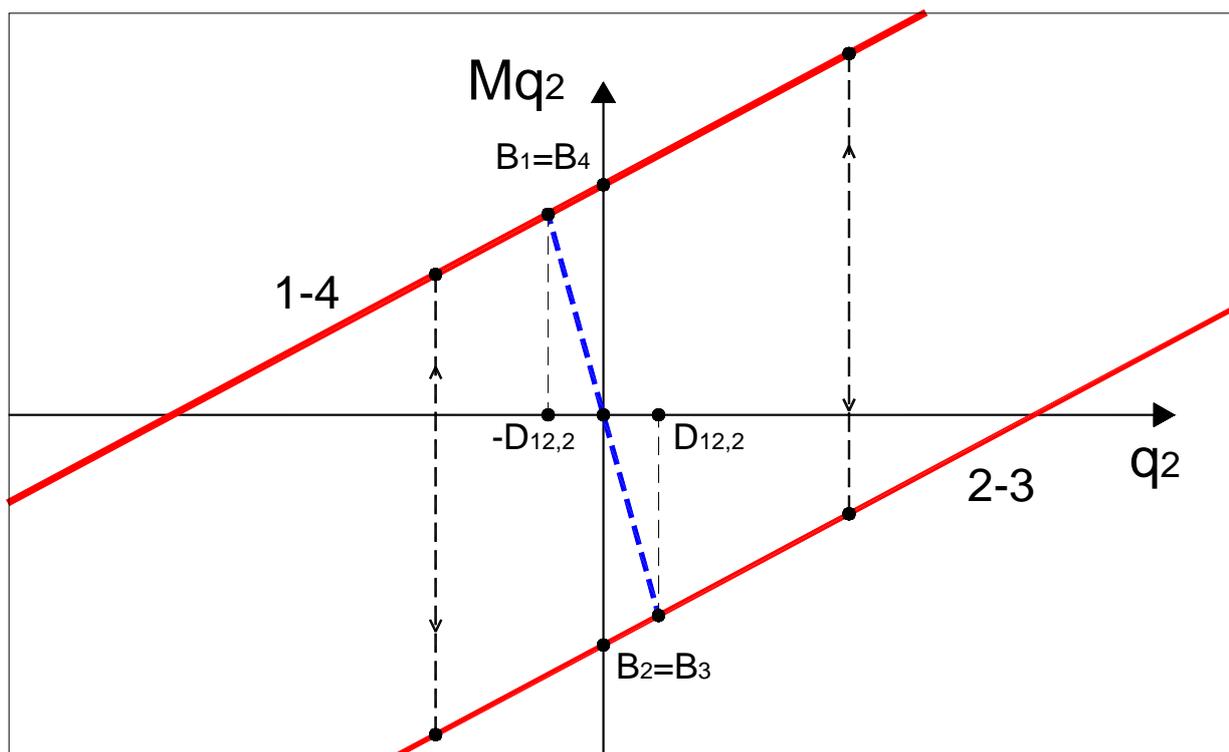


Figura 4.6 – Diagramma della quantità M_{q_2} in funzione di q_2 ed individuazione dei 4 casi e dei tratti di transizione.

In corrispondenza invece dell'evento per cui $q_1=q_2$ si verifica un salto dalla curva che descrive i casi 1 e 4 (linea rossa superiore in Fig. 4.6) alla curva che descrive i casi 2 e 3 (linea rossa inferiore in Fig. 4.6) o viceversa. Tale salto è esemplificato dalle linee tratteggiate verticali in nero in Fig. 4.6: se ad esempio il punto rappresentativo della storia temporale in corrispondenza dell'evento $q_1=q_2$, ovvero al verificarsi dell'impatto in corrispondenza della cerniera intermedia ed il passaggio della stessa da C a C' o viceversa, si trova sulla linea 1-4 (tratto rosso superiore in Fig. 4.6) allora il punto rappresentativo delle condizioni iniziali subito dopo l'evento si troverà all'intersezione tra la linea nera tratteggiata verticale passante per il punto in corrispondenza dell'evento (subito prima dell'urto) e la linea rossa inferiore 2-3. Anche in tale caso è stata mantenuta la discontinuità come avviene nel diagramma di Fig. 4.5.

L'identificazione degli eventi, corrispondenti agli impatti nella cerniera di base o intermedia, consentono quindi di determinare i valori delle rotazioni q_1 e q_2 in corrispondenza dell'evento: tali valori saranno i nuovi valori di partenza delle rotazioni per gli atti di moto successivi all'urto.

Analogamente, sulla base dei valori di velocità angolari \dot{q}_1^- e \dot{q}_2^- immediatamente prima dell'urto è possibile determinare le velocità angolari immediatamente dopo l'urto \dot{q}_1^+ e \dot{q}_2^+ : le condizioni iniziali del moto per il sistema di due equazioni differenziali del secondo ordine e cioè rotazioni e velocità angolari iniziali sono definite e quindi l'algoritmo è in grado di integrare la storia temporale delle rotazioni angolari fino all'evento successivo. Si può osservare infine come il caso di parete con vincolo elastico in sommità sia in realtà molto più complesso di quanto descritto da Simsir in [Simsir, 2004a] e presenti delle peculiarità che comportano la formulazione di alcune ipotesi, che dovrebbero essere supportate da verifiche di carattere sperimentale. In assenza di dati sperimentali, spiegheremo nel prossimo capitolo in che modo sono state fatte le assunzioni necessarie per implementare il modello descritto nel presente capitolo nei casi specifici di pareti soggette a forzanti esterne.

5. SISTEMA A DUE GRADI DI LIBERTÀ: RISPOSTA DINAMICA AD IMPULSI GAUSSIANI ED A REGISTRAZIONI ACCELEROMETRICHE

Abstract

Dynamic analyses of a set of walls with Gaussian impulse and recorded accelerogram inputs have been performed in order to compare the response of the simply supported wall with the one of the wall with an elastic spring at the top. The simply supported wall has been modelled with the semi-rigid hypothesis formulated by Doherty. The influence of diaphragm stiffness K_d has been investigated determining the variation of maximum displacement demand with the value of K_d . A more regular trend has been obtained for the Gaussian input than for the recorded accelerograms.

5.1 Input gaussiano di spostamento: definizione

Come riportato in [Sorrentino, 2003] si definiscono le caratteristiche dell'impulso gaussiano di spostamento. Tale impulso è uno spostamento che rispetta la seguente espressione:

$$s_p = \frac{1}{\sqrt{2\pi std}} \cdot e^{\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{t-\bar{m}}{std} \right)^2 \right]} \quad (5.1)$$

dove:

s_p	spostamento
t	tempo
std	deviazione standard (rispetto al tempo)
\bar{m}	media (del tempo)

Si osserva che più la deviazione standard std è piccola più risultano ripidi i rami della campana. La durata di un impulso gaussiano è infinita, ma se si assume un periodo T pari a otto volte std si includono praticamente tutti i valori dello spostamento. Si può imporre che:

$$\bar{m} = \frac{T}{2} \quad (5.2)$$

con T durata dell'impulso, affinché l'impulso parta dall'istante zero.

Se si impone che $std=T/8$ ed indicando con D_p la massima ampiezza dello spostamento si ottiene che:

$$s_p = D_p \cdot e^{\left[-32\left(\frac{t-1}{T-2}\right)^2\right]} \quad (5.3)$$

Di conseguenza si ottengono le seguenti espressioni della velocità e dell'accelerazione:

$$v_p = -\frac{64 \cdot D_p \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2}\right) \cdot e^{\left[-32\left(\frac{t-1}{T-2}\right)^2\right]}}{T} \quad (5.4)$$

$$a_p = \frac{64 \cdot D_p \cdot (3T - 8t) \cdot (5T - 8t) \cdot e^{\left[-32\left(\frac{t-1}{T-2}\right)^2\right]}}{T^4} \quad (5.5)$$

Si fa notare, come evidenziato in Figura 5.1, che all'impulso in spostamento corrisponde una tripla pulsazione in termini di accelerazione.

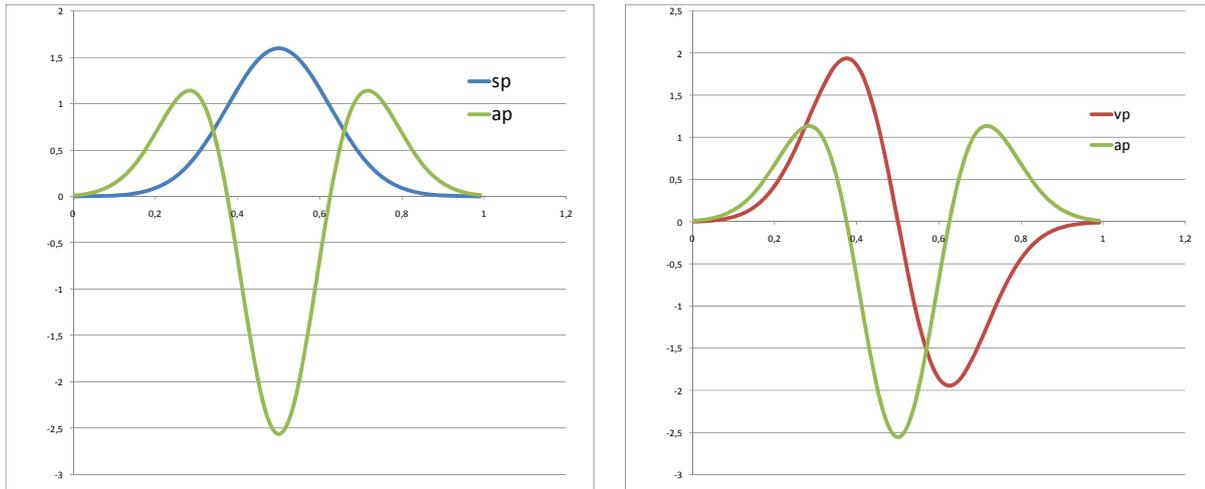


Figura 5.1 – Impulso gaussiano di spostamento: spostamenti e accelerazioni (a sx) e velocità e accelerazione (a dx).

Tale tipo di impulso è stato adottato da Doherty [Doherty, 2000] e da Sorrentino [Sorrentino, 2003] nelle loro analisi. Viene pertanto adottato anche nel presente studio per poter fare dei confronti utili con i riferimenti citati. Sono stati pertanto adottati impulsi di spostamento con 2 valori differenti di frequenza: 0,5 Hz – 1 Hz, che corrispondono ai seguenti valori del periodo T: 2 s – 1 s. Per ogni valore di T sono state considerati impulsi di ampiezza crescente dello spostamento s_p .

5.2 Modello ad un grado di libertà

5.2.1 Modello trilineare di Doherty

Per testare la validità della strategia numerica implementata nell'algoritmo per il modello a due gradi di libertà è stato sviluppato un algoritmo per l'integrazione delle equazioni del moto del sistema ad un grado di libertà rappresentato dal modello di parete con vincolo fisso in sommità studiato da Doherty [Doherty, 2000].

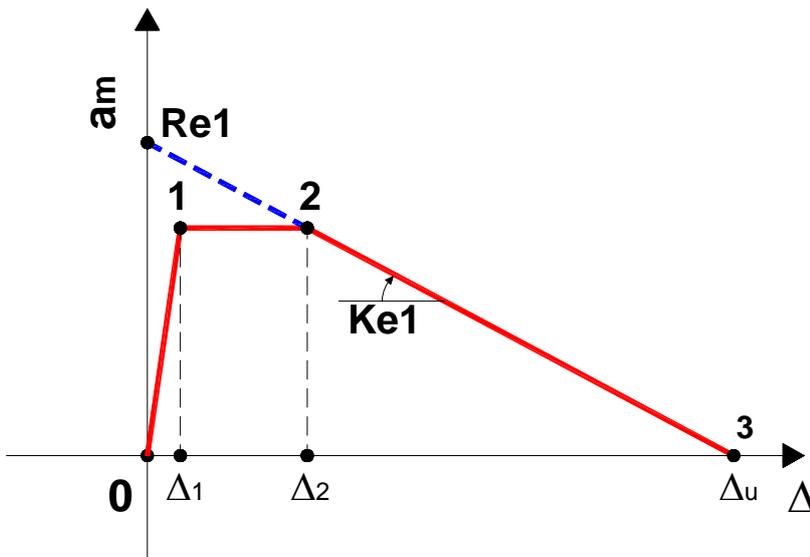


Figura 5.2 – Modello semi-rigido di Doherty: diagramma trilineare accelerazione- spostamento della cerniera intermedia. È riportato solo il tratto degli spostamenti positivi. In blu è rappresentato il comportamento perfettamente rigido.

Doherty risolve l'equazione del moto della parete vincolata in sommità (vedi formula 2.16) adottando un diagramma trilineare della forza di richiamo. Definito $\Delta(t)$ lo spostamento orizzontale della cerniera intermedia e Δ_1 e Δ_2 gli spostamenti in corrispondenza dei quali avviene il passaggio da un tratto all'altro del diagramma trilineare, Doherty ricava per una parete senza carico in sommità (riportiamo per esemplificare il solo tratto positivo degli spostamenti, per spostamenti negativi vale lo stesso criterio):

- $0 < \Delta(t) < \Delta_1$:

$$a_m(t) + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{c}{M_e}\right)_{sper} \cdot v(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{M_e} \cdot \left(\frac{R_{e1} + K_{e1} \cdot \Delta_2}{\Delta_1}\right) \cdot \Delta(t) = -\frac{3}{2} \cdot a_g(t) \quad (5.6)$$

- $\Delta_1 < \Delta(t) < \Delta_2$:

$$a_m(t) + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{c}{M_e}\right)_{sper} \cdot v(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{M_e} \cdot \left(\frac{R_{e1} + K_{e1} \cdot \Delta_2}{\Delta(t)}\right) \cdot \Delta(t) = -\frac{3}{2} \cdot a_g(t) \quad (5.7)$$

- $\Delta_2 < \Delta(t) < \Delta_u$:

$$a_m(t) + \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{c}{M_e}\right)_{sper} \cdot v(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{M_e} \cdot \left(\frac{R_{el} + K_{el} \cdot \Delta(t)}{\Delta(t)}\right) \cdot \Delta(t) = -\frac{3}{2} \cdot a_g(t) \quad (5.8)$$

In cui:

$a_m(t)$	accelerazione orizzontale della cerniera in mezzeria
c	coefficiente di smorzamento viscoso ricavato da misure sperimentali
$v(t)$	velocità orizzontale della cerniera in mezzeria
$a_g(t)$	accelerazione del suolo
$M_e = \frac{\left(\sum_{i=1}^n m_i \delta_i\right)^2}{\sum_{i=1}^n m_i \delta_i^2}$	massa equivalente o modale della parete
R_{el}	resistenza massima del modello perfettamente rigido (vedi Fig. 5.2)
K_{el}	rigidezza negativa della curva che descrive il comportamento perfettamente rigido (vedi Fig. 5.2)

Doherty definisce, per una parete senza carico in sommità, i seguenti valori di R_{el} e K_{el} :

$$R_{el} = \frac{4 \cdot g \cdot b \cdot M_e}{h} \quad (5.9)$$

$$K_{el} = -\frac{4 \cdot M_e}{h} \quad (5.10)$$

In cui:

g	accelerazione di gravità
b	spessore della parete
h	altezza totale della parete

Nel caso in cui sulla parete insista un carico verticale W_d in sommità si definisce:

$$\Psi = \frac{W_d}{\left(\frac{W}{2}\right)} \quad (5.11)$$

In cui W è il peso proprio della parete. Si ottiene in tale caso:

$$R_{e1} = \frac{4 \cdot g \cdot b \cdot M_e}{h} \cdot \left(1 + \frac{3}{4} \cdot \Psi\right) \quad (5.12)$$

$$K_{e1} = -\frac{4 \cdot M_e}{h} \cdot (1 + \Psi) \quad (5.13)$$

È stato pertanto sviluppato in Matlab un algoritmo per l'integrazione numerica dell'equazione del moto definita dalle (5.14), (5.15), (5.16), in cui non compare lo smorzamento viscoso perché la dissipazione di energia è concentrata in corrispondenza degli urti mediante l'introduzione del coefficiente di restituzione e_r .

- $0 < \Delta(t) < \Delta_1$:

$$a_m(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{M_e} \cdot \left(\frac{R_{e1} + K_{e1} \cdot \Delta_2}{\Delta_1}\right) \cdot \Delta(t) = -\frac{3}{2} \cdot a_g(t) \quad (5.14)$$

- $\Delta_1 < \Delta(t) < \Delta_2$:

$$a_m(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{M_e} \cdot \left(\frac{R_{e1} + K_{e1} \cdot \Delta_2}{\Delta(t)}\right) \cdot \Delta(t) = -\frac{3}{2} \cdot a_g(t) \quad (5.15)$$

- $\Delta_2 < \Delta(t) < \Delta_u$:

$$a_m(t) + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{M_e} \cdot \left(\frac{R_{e1} + K_{e1} \cdot \Delta(t)}{\Delta(t)}\right) \cdot \Delta(t) = -\frac{3}{2} \cdot a_g(t) \quad (5.16)$$

L'algoritmo fa ricorso alla suite ODE45 di Matlab, mediante l'identificazione di eventi. L'algoritmo identifica quando lo spostamento della cerniera intermedia è pari ai valori $[-\Delta_2 \ -\Delta_1 \ 0 \ \Delta_1 \ \Delta_2]$: in corrispondenza di tali eventi l'integrazione numerica si arresta. L'algoritmo effettua l'integrazione di una singola equazione espressa dalla (5.14), (5.15) o (5.16) a seconda delle condizioni di partenza del moto e del campo di spostamento in cui ci si trova. Se lo spostamento individuato è il passaggio per lo zero allora l'algoritmo prosegue l'integrazione assumendo come condizioni di

partenza uno spostamento nullo e come velocità una velocità pari a quella immediatamente prima dell'urto, moltiplicata per il coefficiente di restituzione, come espresso dalla (5.17).

$$v(t)^+ = e_r \cdot v(t)^- \quad (5.17)$$

Se invece l'evento corrisponde ad uno spostamento pari a $-\Delta_2$, $-\Delta_1$, Δ_1 o Δ_2 allora le condizioni di partenza per la successiva integrazione sono gli stessi spostamento e velocità in corrispondenza dell'evento: l'algoritmo riconosce che deve cambiare l'equazione di riferimento in funzione della variabile di stato che descrive lo stato di provenienza prima dell'evento ed è in grado quindi di aggiornare tale stato ed applicare l'equazione corretta. Se ad esempio l'algoritmo identifica l'evento corrispondente allo spostamento Δ_1 e la variabile di stato corrisponde al tratto 0-1 della Fig. 5.2, allora presi i valori dello spostamento e della velocità in corrispondenza dell'evento, l'algoritmo effettua l'integrazione numerica della (5.15) aggiornando il valore della variabile di stato a quella del tratto 1-2.

5.2.2 Validazione dell'algoritmo

L'algoritmo è stato implementato per riprodurre i risultati di due test sperimentali svolti da Doherty su pareti in muratura presso l'Università di Adelaide. Si riportano di seguito le caratteristiche dei due test:

INP16IF (Amp=16 mm - f=1Hz) – impulso gaussiano

$b=0.11$ m	spessore parete;
$h=1.5$ m	altezza parete;
$T=1$ s	durata impulso;
$Amp=16$ mm	ampiezza dell'impulso di spostamento;
$\Psi=0$	assenza di carico in sommità;

$\Delta_1=0.00671$ m valore assunto da Doherty nel suo modello

$\Delta_2=0.029273$ m valore assunto da Doherty nel suo modello

$e_r=0.90$ valore assunto nel presente modello

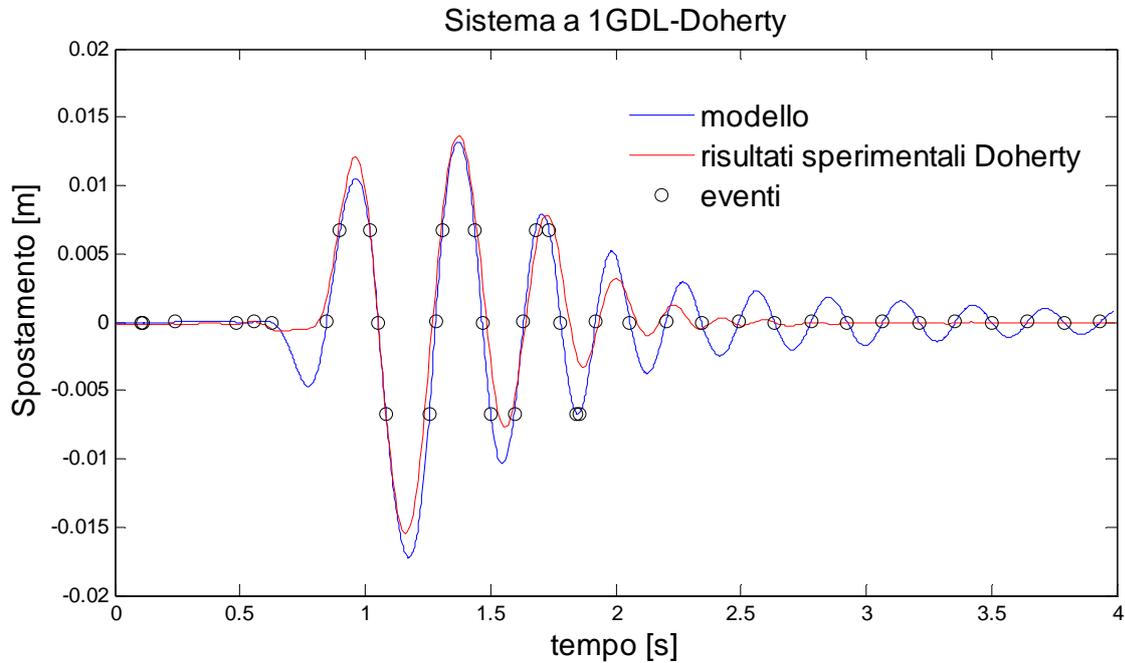


Figura 5.3 – Parete con vincolo fisso in sommità. Parete INP16F (Amp=16mm – 1Hz). Confronto tra risultati sperimentali di Doherty ed i risultati numerici del modello sviluppato nel presente studio

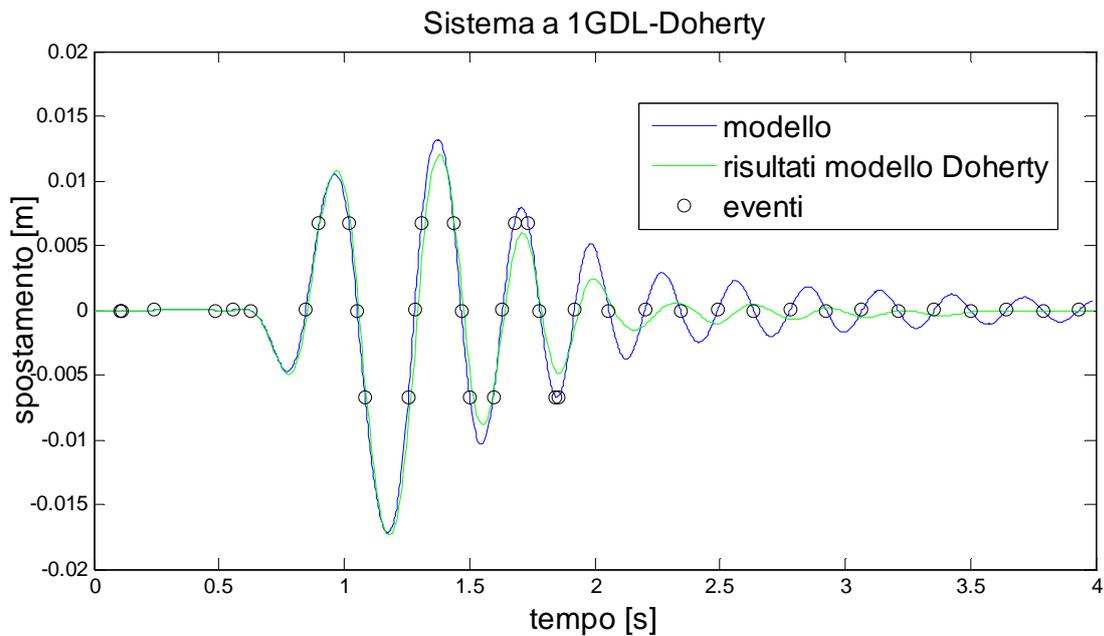


Figura 5.4 – Parete con vincolo fisso in sommità. Parete INP16F (Amp=16mm – 1Hz). Confronto tra risultati numerici del modello di Doherty ed i risultati numerici del modello sviluppato nel presente studio

In Fig. 5.3 e 5.4 sono comparati i risultati sperimentali e numerici ottenuti da Doherty sulla parete identificata come INP16F e quelli numerici ottenuti dal modello sviluppato nel presente studio.

Si osserva un buon accordo tra i risultati sperimentali e quelli numerici ottenuti con il modello del presente studio mentre ancora migliore è l'accordo tra i risultati dei due modelli numerici di Doherty e di questo studio. Si osserva che la riproduzione numerica della storia temporale di una parete soggetta a dondolamento non potrà mai essere perfettamente identica a quella sperimentale: quello che interessa sostanzialmente è che l'algoritmo numerico sia in grado di riprodurre in modo fedele l'andamento della curva dello spostamento e che si avvicini il più possibile ai risultati sperimentali in termini di spostamento massimo e minimo.

Riportiamo di seguito i valori massimi e minimi dello spostamento:

- sperimentali:

$$\Delta_{max}=0.0137 \text{ m}$$

$$\Delta_{max}=-0.0155 \text{ m}$$

- numerici (modello Doherty):

$$\Delta_{max}=0.0120 \text{ m}$$

$$\Delta_{max}=-0.0174 \text{ m}$$

- numerici (modello del presente studio):

$$\Delta_{max}=0.0132 \text{ m}$$

$$\Delta_{max}=-0.0172 \text{ m}$$

Il secondo test è stato svolto su una parete di identiche caratteristiche geometriche, sottoponendo la parete all'accelerogramma di Pacoima Dam ($PGA=4.26\text{m/s}^2$ -0.43 g) scalato al 50%. Riportiamo di seguito le caratteristiche dell'accelerogramma:

	PGD	PGA
PACOIMA DAM , California: Recorded at Pacoima Dam, downstream during Northridge EQ 17 th January 1994 Magnitude 6.6 Epicentral Distance 19km Soil Type: Rock	53.9mm	4.26m/s ² (0.43g)

Riportiamo di seguito le caratteristiche della parete e dei parametri di analisi:

Pacoima DAM 50%

- $b=0.11$ m spessore parete;
- $h=1.5$ m altezza parete;
- $\Psi=0$ assenza di carico in sommità;
- $\Delta_1=0.00935$ m valore assunto da Doherty nel suo modello
- $\Delta_2=0.031702$ m valore assunto da Doherty nel suo modello
- $e_r=0.86$ valore assunto nel presente modello

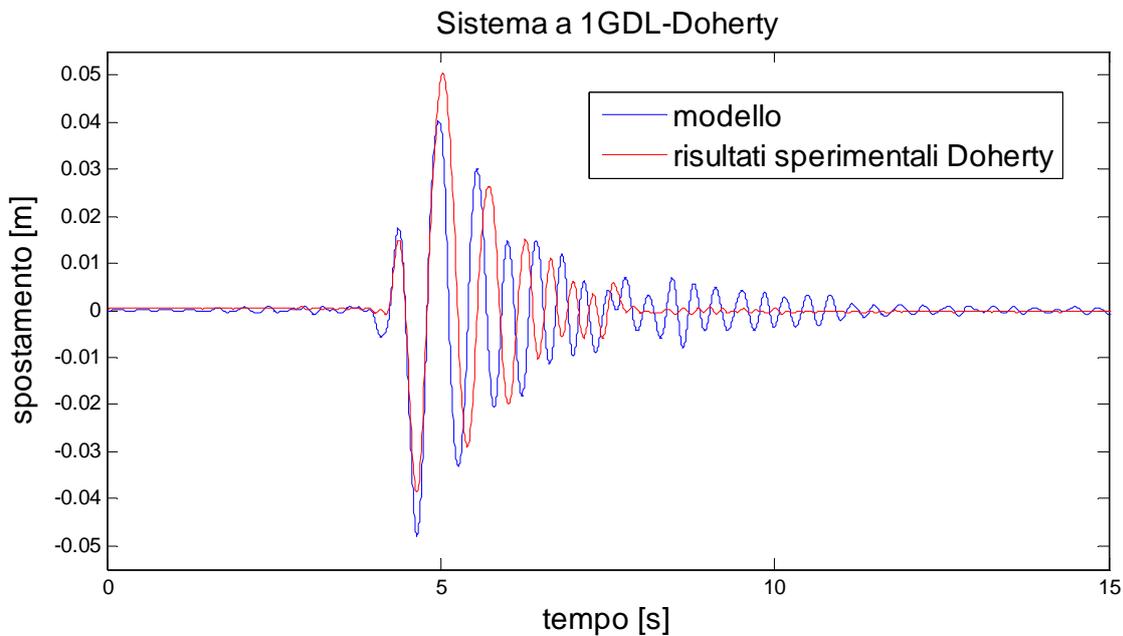


Figura 5.5 – Parete con vincolo fisso in sommità- Pacoima Dam 50%. Confronto tra risultati numerici del modello di Doherty ed il risultati numerici del modello sviluppato nel presente studio

In Fig. 5.5 sono comparati i risultati sperimentali ottenuti da Doherty sulla parete citata precedentemente quelli numerici ottenuti dal modello sviluppato nel presente studio.

Si osserva anche in questo caso un buon accordo anche se ovviamente data la caratteristica transiente della sollecitazione esterna non è possibile ottenere una riproduzione numerica altrettanto fedele di quella ottenuta per l'impulso gaussiano.

Riportiamo di seguito i valori massimi e minimi dello spostamento:

- sperimentali:

$$\Delta_{max}=0.0386 \text{ m}$$

$$\Delta_{max}=-0.0505 \text{ m}$$

- numerici (modello del presente studio):

$$\Delta_{max}=0.0355 \text{ m}$$

$$\Delta_{max}=-0.0448 \text{ m}$$

Si può concludere che la tipologia di algoritmo sviluppato ha prodotto risultati soddisfacenti, in quanto è stato in grado di riprodurre in modo adeguato le storie sperimentali ed i risultati numerici ottenuti da Doherty presso l'Università di Adelaide. Si potrà quindi proseguire con il modello a due gradi di libertà utilizzando la stessa strategia di implementazione dell'algoritmo di integrazione numerica. L'algoritmo sviluppato per il caso ad un grado di libertà di parete con vincolo fisso in sommità sarà utilizzato come elemento di confronto per la parete con vincolo fisso in sommità con rigidità della molla molto alta. Per valori elevati della rigidità K_d infatti il modello a due gradi di libertà dovrà tendere ad assumere un comportamento assimilabile a quello della parete con vincolo fisso in sommità. Si verificherà quindi che tale ipotesi intuitiva sia confermata dai risultati numerici.

5.3 Set di pareti

Si riportano di seguito nella tabella 5.1 le proprietà di 3 pareti che sono state prese in considerazione: esse sono state scelte in modo da coprire un range di comportamento piuttosto ampio, come si evince dalle curve Forza-spostamento adimensionalizzate riportate in Figura 5.6. Si osserva infatti che i valori delle resistenze rigide adimensionalizzate sono abbastanza differenti tra loro così come le pendenze negative delle curve.

Tabella 5.1. Set di pareti considerate.

PARETE	b	h	Ψ	W	F0	Δ_u	F0/W	Δ_u/b
	[m]	[m]	[-]	[KN/m]	[KN/m]	[m]	[-]	[-]
1	0,15	2,5	0	6,622	1,192	0,150	0,180	1,000
2	0,15	2,5	0,5	6,622	1,639	0,138	0,248	0,917
3	0,15	2,5	1	6,622	2,086	0,131	0,315	0,875

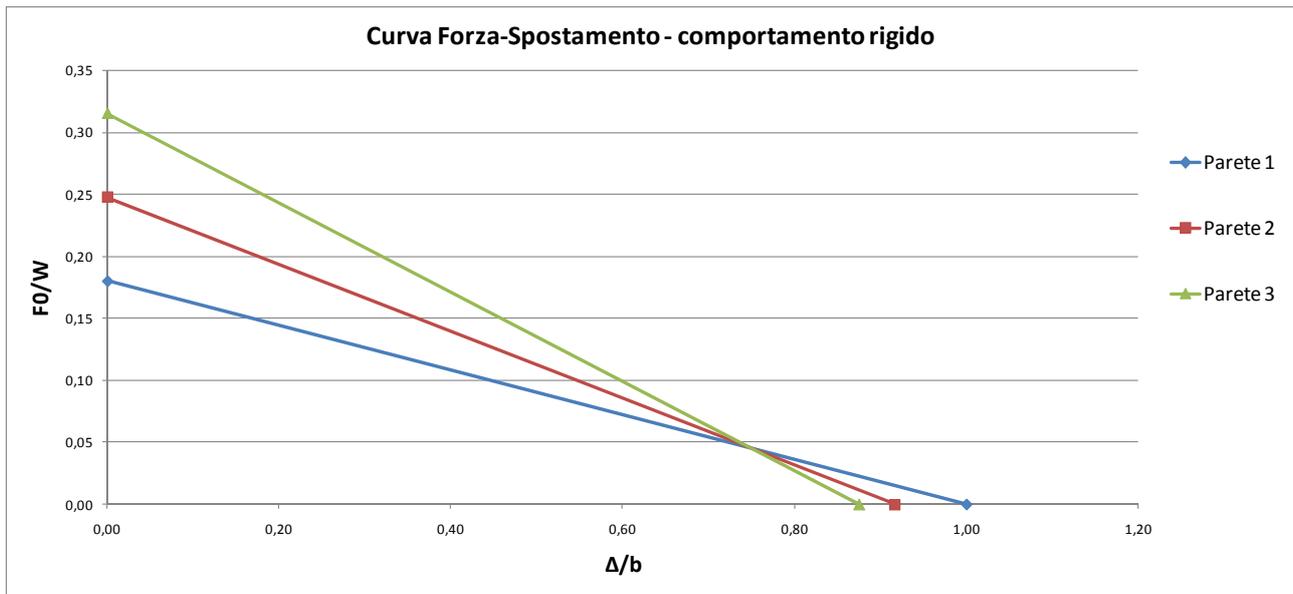


Figura 5.6 – Curve adimensionalizzate Forza.spostamento per il set di 3 pareti prese in considerazione.

5.4 Modello a due gradi di libertà: risposta ad impulsi gaussiani

Sono stati presi in considerazione impulsi gaussiani di durata $T_1=1$ s e $T_2=2$ s e sono stati applicati al modello ad un grado di libertà e al modello a due gradi di libertà con molla in sommità. In quest'ultimo è stata fatto variare il valore della rigidezza K_d per valutarne l'influenza sulla risposta della parete.

Sono state fatte le seguenti ipotesi nell'implementazione delle analisi:

- Il coefficiente di restituzione è stato assunto pari a $e_r=0.86$ per tutte le analisi, in conformità a quanto suggerito da Sorrentino in [Sorrentino, 2003]. Tale assunzione consente da un lato

di prescindere dal considerare il coefficiente di restituzione come una variabile e quindi limitare il numero di parametri che entrano in gioco, d'altra parte l'assunzione di un determinato valore del coefficiente di restituzione dovrebbe essere fatta a seguito di una campagna sperimentale ad hoc. Non esistono tuttavia dati sperimentali attendibili per la valutazione del coefficiente di restituzione o più in generale della dissipazione dell'energia, perciò l'assunzione di un coefficiente di restituzione costante sembra irrinunciabile;

- Sono stati assunti i seguenti valori di Δ_1 e Δ_2 :

$$\Delta_1 = 0.05 \cdot \Delta_u \quad (5.18)$$

$$\Delta_1 = 0.256 \cdot \Delta_u \quad (5.19)$$

Tali assunzioni sono state fatte seguendo i suggerimenti riportati in [Sorrentino, 2003] a seguito di analisi di sensitività della risposta ai valori degli indici di imperfezione Δ_1 e Δ_2 : Sorrentino suggerisce di assumere un valore costante di Δ_1 , in funzione del valore di spostamento ultimo Δ_u , mentre suggerisce la relazione (5.20) tra Δ_1 e Δ_2 :

$$\Delta_2 = 0.92 \cdot \Delta_1 + 0.21 \quad (5.20)$$

- Lo spostamento ultimo è assunto in conformità a Doherty [Doherty, 2000]:

$$\Delta_u = b \cdot \frac{(1 + \frac{3}{4} \cdot \Psi)}{(1 + \Psi)} \quad (5.21)$$

- Sono stati presi in considerazione tre differenti valori di rigidità della molla in sommità ovvero $K_d=1000000$ N/m, 100000 N/m, 10000 N/m;

In Figura 5.7 è riportato il diagramma dello spostamento della cerniera intermedia nel modello ad un grado di libertà per la parete n. 2, definita in Tabella 5.1, soggetto ad un impulso gaussiano di ampiezza $D_p=40$ mm e di durata $T_I=1$ sec. Nelle Figure 5.8, 5.9 e 5.10 invece sono riportate le

storie temporali della stessa parete con vincolo elastico in sommità (2GDL) soggetta al medesimo impulso gaussiano della parete di Figura 5.7. Nelle figure sono rappresentate le seguenti grandezze: in blu lo spostamento orizzontale s_1 della cerniera intermedia e in rosso lo spostamento orizzontale s_2 della sommità della parete.

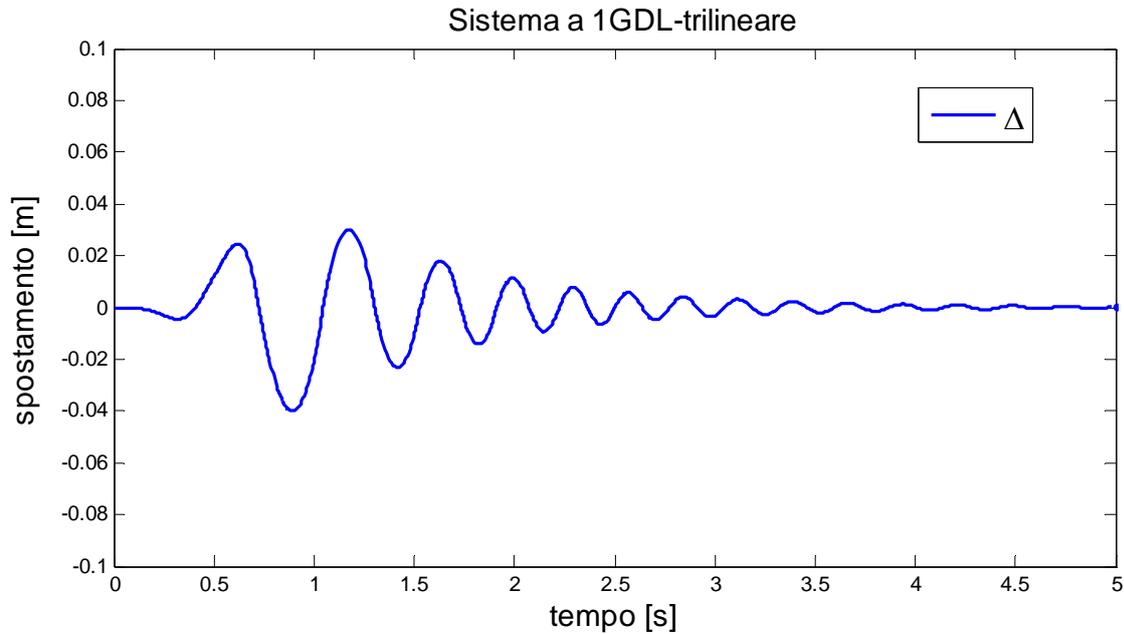


Figura 5.7 – Parete 1 con vincolo fisso in sommità (1GDL). Impulso gaussiano con $D_p=40$ mm e $T_1=1$ s. Spostamento $\Delta(t)$ della cerniera intermedia.

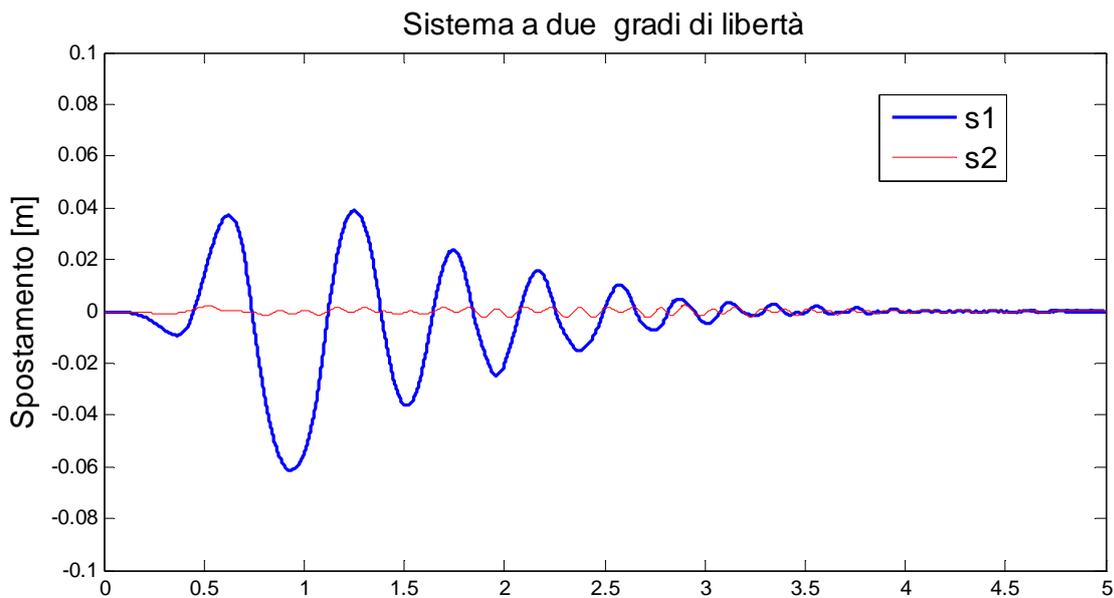


Figura 5.8 – Parete 1 con vincolo elastico in sommità (2GDL). Impulso gaussiano con $D_p=40$ mm e $T_1=1$ s. Spostamenti s_1 della cerniera intermedia ed s_2 della sommità della parete. $K_d=1000000$ N/m

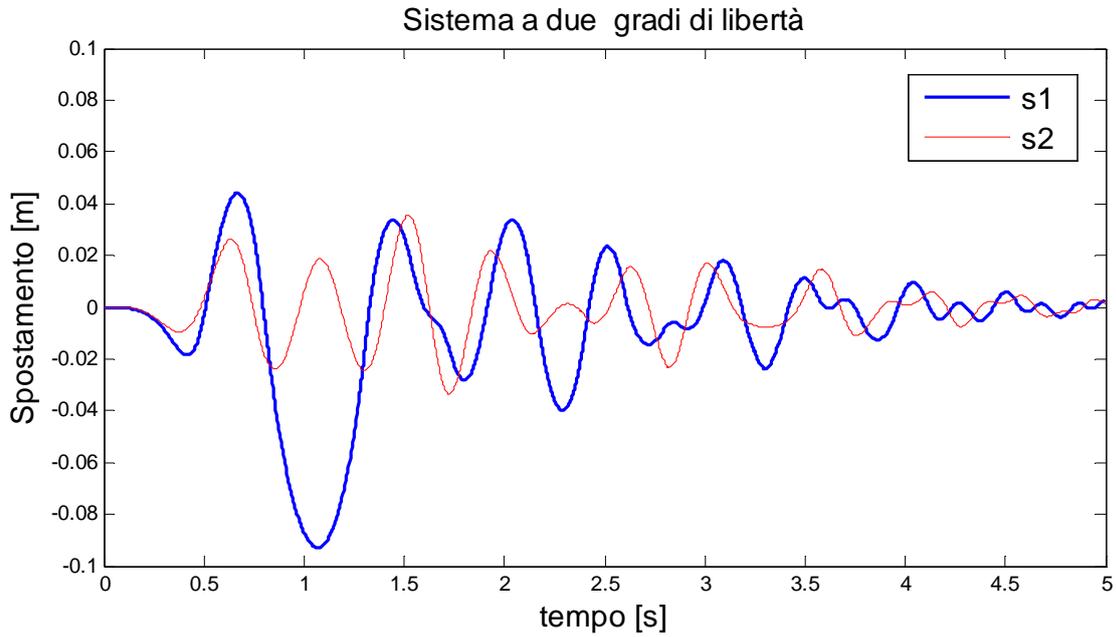


Figura 5.9 – Parete 1 con vincolo elastico in sommità (2GDL). Impulso gaussiano con $D_p=40$ mm e $T_1=1$ s. Spostamenti s_1 della cerniera intermedia ed s_2 della sommità della parete. $K_d=100000$ N/m

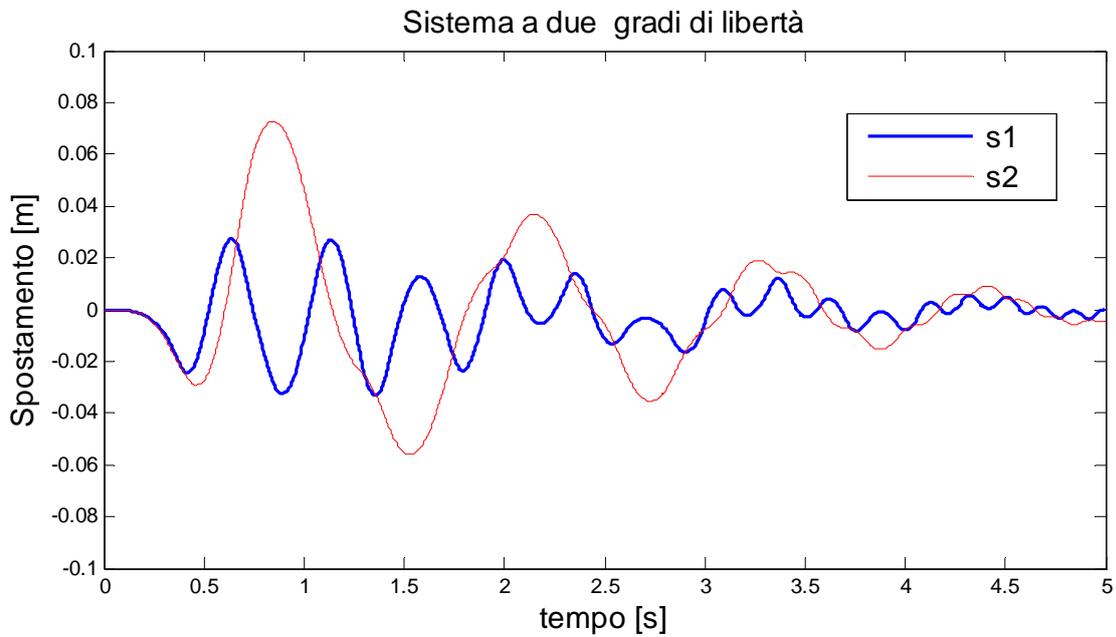


Figura 5.10 – Parete 1 con vincolo elastico in sommità (2GDL). Impulso gaussiano con $D_p=40$ mm e $T_1=1$ s. Spostamenti s_1 della cerniera intermedia ed s_2 della sommità della parete. $K_d=10000$ N/m

Dalle Figure 5.7, 5.8, 5.9, 5.10 si possono evincere le seguenti osservazioni:

- All'aumentare del valore di K_d della rigidità del vincolo in sommità il comportamento della parete tende ad avvicinarsi a quello della parete con vincolo fisso in sommità. Il valore dello spostamento della sommità della parete, come era lecito attendersi, tende ad annullarsi all'aumentare di K_d ;
- Al diminuire del valore di K_d lo spostamento in sommità della parete (in rosso nelle figure) diventa progressivamente più grande. Questo significa che le rotazioni delle due porzioni di parete, inferiore e superiore, che nel caso di parete con vincolo fisso o di rigidità molto elevata, risultavano in perfetta opposizione di fase, diventano progressivamente più scorrelate;
- Lo spostamento della cerniera intermedia s_1 aumenta progressivamente al diminuire di K_d fino a che, al di sotto di un certo valore di K_d , il valore di s_1 comincia a diminuire, diventando anche inferiore a quello riscontrato nel caso di vincolo fisso. In corrispondenza di questa inversione di tendenza, lo spostamento s_2 della sommità della parete cresce notevolmente e diventa maggiore dello spostamento s_1 . Per valori molto bassi della rigidità K_d , il collasso avviene non per eccesso di domanda di spostamento sulla cerniera intermedia ma sulla cerniera superiore. È il valore eccessivo dello spostamento in sommità che porta al collasso la parete.

Nelle tabelle 5.2 e 5.3 sono riportati i risultati ottenuti sottoponendo le pareti 1, 2 e 3 ad impulsi gaussiani di durata $T_I = 1$ sec ad ampiezze via via crescenti di 10 mm in 10 mm. Sono comparati il modello con vincolo fisso (1GDL) e quello con vincolo elastico con valori variabili di K_d . In tali tabelle sono riportate i valori più alti delle massime ampiezze e delle corrispondenze accelerazioni massime, compatibili con la stabilità delle singole pareti. Aumentando di 10 mm l'ampiezza

massima dell'input gaussiano rispetto a quanto riportato in Tabella 5.2 la parete raggiunge il collasso per instabilità, ovvero per eccesso di domanda di spostamento.

Tabella 5.2. Pareti 1, 2 e 3: massime ampiezze di spostamento dell'input gaussiano compatibili con la stabilità delle pareti. Input di durata $T_1=1$ s e $T_2=2$ s.

PARETE	Durata impulso	Ampiezza massima D_p impulso prima di collasso			
		1GDL	2GDL		
			Kd=1000000 N/m	Kd=100000 N/m	Kd=10000 N/m
		[m]	[m]	[m]	[m]
1	$T_1=1$ s	0,05	0,05	0,05	0,05
	$T_2=2$ s	0,13	0,14	0,13	0,10
2	$T_1=1$ s	0,06	0,06	0,06	0,08
	$T_2=2$ s	0,18	0,17	0,16	0,15
3	$T_1=1$ s	0,08	0,07	0,05	0,05
	$T_2=2$ s	0,23	0,21	0,21	0,09

Tabella 5.3. Pareti 1, 2 e 3: massime ampiezze di accelerazione dell'input gaussiano compatibili con la stabilità delle pareti. Input di durata $T_1=1$ s e $T_2=2$ s.

PARETE	Durata impulso	Accelerazione massima $(a_p)_{max}$ impulso prima di collasso			
		1GDL	2GDL		
			Kd=1000000 N/m	Kd=100000 N/m	Kd=10000 N/m
		[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]	[m/s ²]
1	$T_1=1$ s	3,20	3,20	3,20	3,20
	$T_2=2$ s	2,08	2,24	2,08	1,60
2	$T_1=1$ s	3,84	3,84	3,84	5,12
	$T_2=2$ s	3,04	2,68	2,56	2,40
3	$T_1=1$ s	5,12	4,48	3,20	3,20
	$T_2=2$ s	3,68	3,36	3,36	1,44

Dalle tabelle 5.3 si possono dedurre le seguenti osservazioni:

- Eccetto che per la parete n.2 con $T_1=1$ sec per $K_d=100000$ N/m e con $T_2=2$ sec e $K_d=1000000$ N/m le altre analisi mostrano che al diminuire del valore della rigidezza K_d del

vincolo in sommità diminuisce anche l'ampiezza massima dello spostamento compatibile con la stabilità della parete.

- Nella quasi totalità dei casi il valore più elevato della massima ampiezza in spostamento dell'input si raggiunge nel caso di vincoli fissi (1GDL);
- Per il modello con vincolo fisso e per quello con vincolo elastico in corrispondenza valori di K_d non troppo bassi ($K_d=1000000\text{N/m}$ e $K_d=10000000\text{N/m}$) il carico in sommità ha un effetto stabilizzante. Nel passare dalla parete 1 alla parete 3 si ha infatti un incremento del carico verticale: conseguentemente si ha un incremento del valore della massima ampiezza dell'input compatibile con la parete. Per valori molto bassi della rigidità invece l'aumento del carico in sommità sembra avere un effetto in stabilizzante piuttosto che stabilizzante: nel passaggio dalla parete 2 alla 3 infatti si registra una diminuzione delle ampiezze massime;
- Il valore dell'accelerazione massima dell'input non è l'unico parametro che può discriminare tra parete stabile o meno: nella Tabella 5.3 sono infatti riportate le accelerazioni massime, tali che un'ulteriore incremento di 10 mm dell'ampiezza in spostamento dell'input porterebbe al collasso la parete. Si osserva che i valori di accelerazione corrispondenti a T_1 e T_2 per la stessa parete sono spesso significativamente differenti: questo fatto mette in evidenza che oltre al valore del picco di accelerazione il contenuto in frequenza dell'input ha un'importanza fondamentale. Si può inoltre notare che la differenza tra i casi per T_1 e T_2 tende ad aumentare al diminuire di K_d , anche se non si può generalizzare tale considerazione, viste le eccezioni presenti anche nella Tabella 5.3.

Nella tabella 5.4 sono riportati i risultati delle analisi fatte sulle pareti 1, 2 e 3 con input gaussiani di durata $T_I=1$ sec e ampiezze massime in spostamento dell'input pari a 40 mm per le pareti 1 e 2 e a 50 mm per la parete 3. Sono confrontati gli spostamenti massimi in corrispondenza della cerniera intermedia e della sommità della parete, s_1 e s_2 , nel caso di parete con vincolo elastico in sommità, per differenti valori di K_d , con lo spostamento massimo ricavato dal modello ad 1GDL.

Tabella 5.4. Pareti 1, 2 e 3: massimo spostamento in mezzeria ed in sommità (s_1 e s_2) della parete nel caso di vincolo fisso (1GDL) e di vincolo elastico con differenti valori di K_d . Input gaussiano di durata $T_1=1$ s.

PARETE	Durata impulso	Ampiezza impulso	Spostamento massimo in valore assoluto $ \Delta _{\max}$						
			1GDL	2GDL					
				Kd=1000000 N/m		Kd=100000 N/m		Kd=10000 N/m	
			D_p	s_1	s_1	s_2	s_1	s_2	s_1
	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]		
1	$T_2=1$ s	0,040	0,064	0,066	0,002	0,069	0,021	0,053	0,085
2	$T_2=1$ s	0,040	0,040	0,613	0,003	0,093	0,036	0,033	0,073
3	$T_2=1$ s	0,050	0,033	0,068	0,008	0,056	0,056	0,030	0,053

Dalla Tabella 5.4 si ricava quanto segue:

- Lo spostamento in sommità tende , come già visto precedentemente nelle Figure 5.9, 5.10 e 5.11, ad annullarsi per valori crescenti di K_d ;
- Nel passaggio da $K_d=100000$ N/m a $K_d=10000$ N/m lo spostamento s_2 della sommità della parete diventa sempre maggiore dello spostamento s_1 , che diminuisce;

5.5 Modello a due gradi di libertà: risposta a registrazioni accelerometriche naturali

Sono state prese in considerazione 6 registrazioni accelerometriche naturali, le cui principali caratteristiche vengono illustrate in Tabella 5.5.

Tabella 5.5. Principali caratteristiche delle registrazioni naturali impiegate.

Evento	Anno	Ms	Stazione	Sigla	Comp.	PGA
Imperial Valley	1940	7	El Centro	Elce	S00E	0.348
Friuli	1976	6.5	Tolmezzo	tolm	270	0.315
Irpinia	1980	6.5	Sturno	stur	270	0.358
Loma Prieta	1989	6.9	Capitola	loma	000	0.529
Northridge	1994	6.7	Sylmar Hospital	Sylm	360	0.843
Kobe	1995	6.9	KJMA	kjmh	000	0.821

Nelle Figure 5.11, 5.12, 5.13, 5.14, 5.15, 5.16 sono rappresentate le storie temporali delle registrazioni naturali riportate in Tabella 5.5.

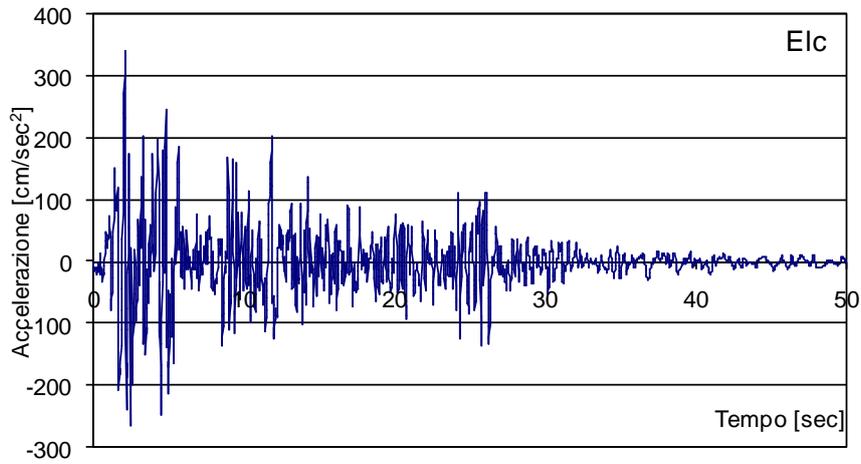


Figura 5.11 – Registrazione accelerometrica naturale – El Centro (elce)

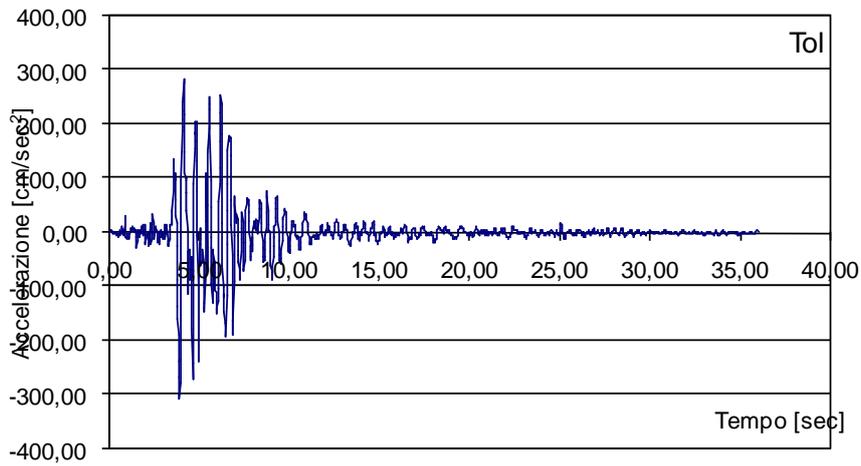


Figura 5.12 – Registrazione accelerometrica naturale – Tolmezzo (tolm)

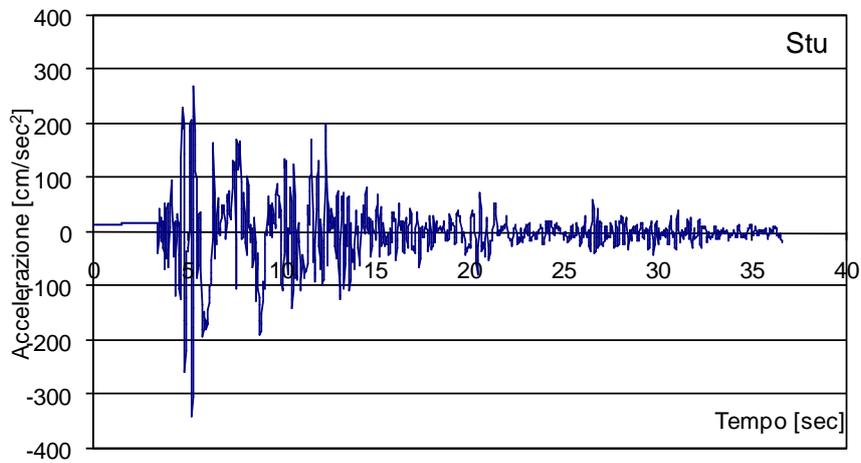


Figura 5.13 – Registrazione accelerometrica naturale – Sturmo (stur)

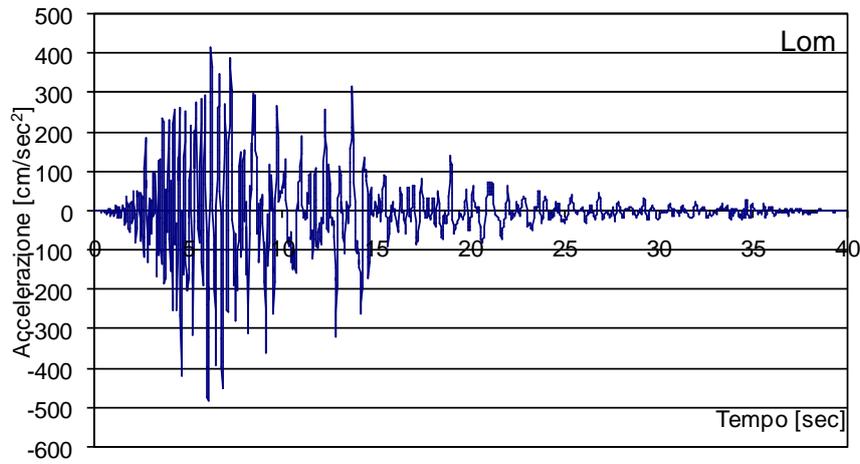


Figura 5.14 – Registrazione accelerometrica naturale – Loma Prieta (loma)

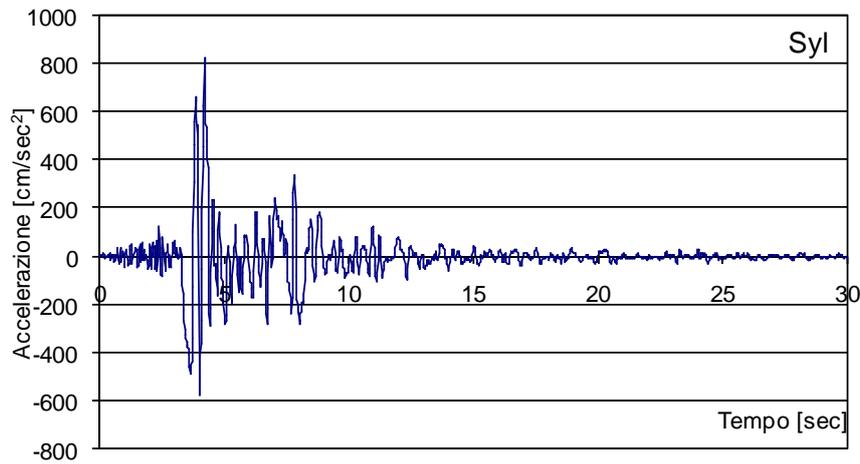


Figura 5.15 – Registrazione accelerometrica naturale – Northridge (sylv)

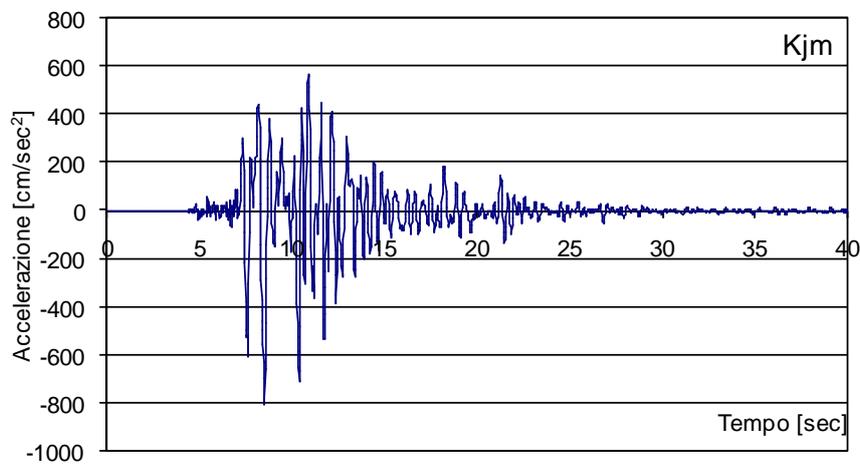


Figura 5.16 – Registrazione accelerometrica naturale – kobe (kjm)

Le registrazioni naturali sopra descritte sono state impiegate, a seguito di opportuna scalatura in termini di PGA, per le analisi dinamiche della pareti 1, 2 e 3 descritte per gli input gaussiani nell'ipotesi di vincolo fisso in sommità e con vincolo elastico con valori variabili della rigidezza K_d . Nella Tabella 5.6 vengono riportati, per la parete 1, i massimi valori dello spostamento in mezzeria ed in sommità della parete nell'ipotesi di vincolo fisso in sommità (1GDL) e di vincolo elastico con differenti valori di rigidezza K_d .

Tabella 5.6. Parete 1: massimo spostamento in mezzeria ed in sommità (s_1 e s_2) della parete nel caso di vincolo fisso (1GDL) e di vincolo elastico con differenti valori di K_d . Input da registrazioni accelerometriche.

PARETE 1		Spostamento massimo in valore assoluto $ \Delta _{max}$						
Accelerogramma	%	1GDL	2GDL					
			Kd=500000 N/m		Kd=50000 N/m		Kd=5000 N/m	
			s_1	s_2	s_1	s_2	s_1	s_2
		[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	[m]	
elce	50	0,043	0,043	0,004	0,137	0,019	0,050	0,109
tolm	100	0,094	0,094	0,004	0,114	0,036	0,048	0,095
stur	80	0,053	0,048	0,005	0,035	0,023	0,082	0,074
loma	50	0,031	0,034	0,004	0,039	0,026	0,056	0,078
sylm	35	0,045	0,047	0,005	0,057	0,028	0,077	0,082
kjmh	20	0,063	0,068	0,004	0,046	0,035	0,060	0,114

Dalla Tabella 5.6 possono essere dedotte le seguenti osservazioni:

- Per valori di K_d sufficientemente elevati ($K_d=500000\text{N/m}$) lo spostamento massimo in sommità nel modello a 2GDL è praticamente nullo mentre quello in mezzeria si avvicina molto a quello ricavato nel modello a 1GDL nel caso di vincolo fisso;
- La diminuzione di K_d comporta sempre un aumento dello spostamento massimo in sommità s_2 : lo spostamento massimo in mezzeria s_1 invece non segue un andamento così regolare. Nel passaggio da $K_d = 500000 \text{ N/m}$ a $K_d = 50000 \text{ N/m}$ si ha un incremento di s_1 in 4 casi su 6, mentre nel passaggio da $K_d = 50000 \text{ N/m}$ a $K_d = 5000 \text{ N/m}$ si ha un decremento in 4 casi su 6;

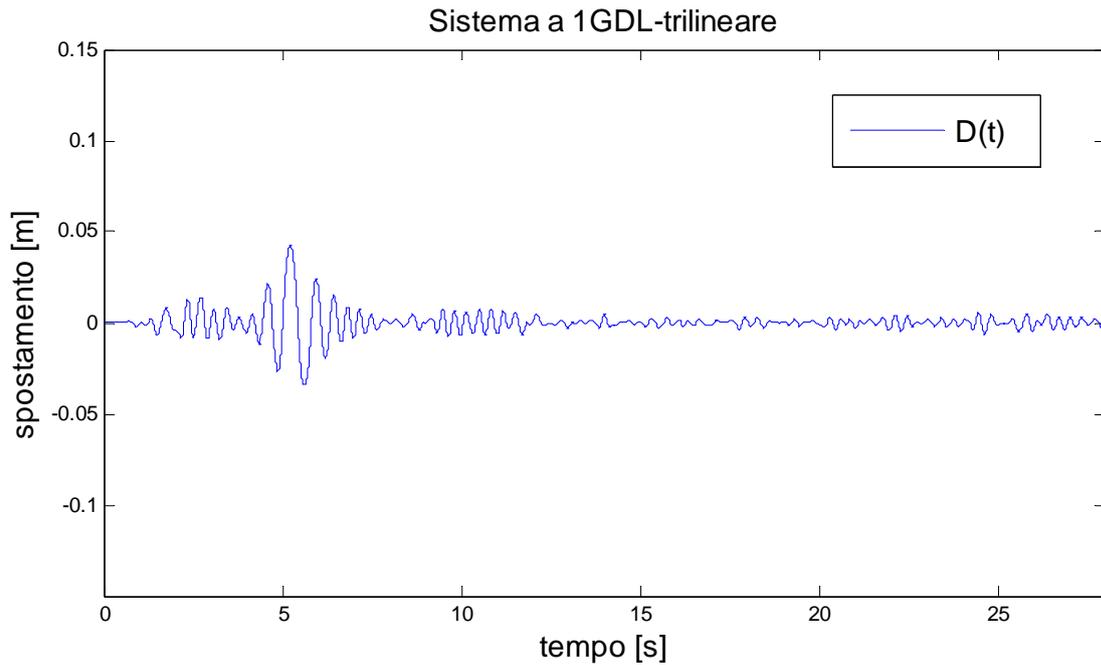


Figura 5.17 – Parete 1 con vincolo fisso in sommità (1GDL). Registrazione naturale – El Centro scalata al 50%.della PGA

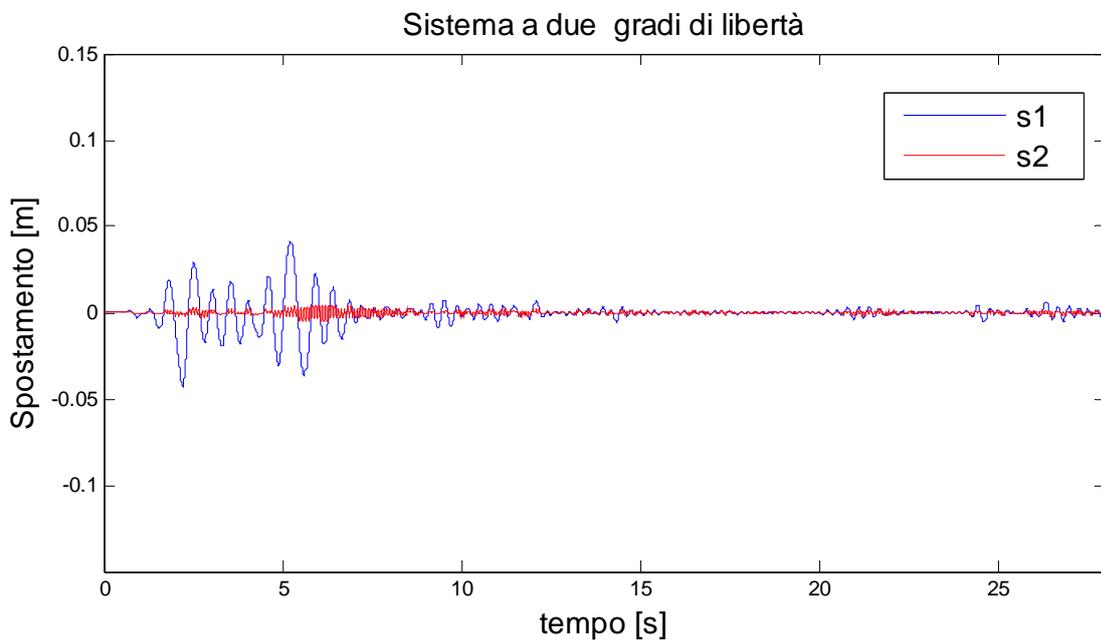


Figura 5.18 – Parete 1 con vincolo elastico in sommità (1GDL): $K_d=500000$ N/m. Registrazione naturale – El Centro scalata al 50%.della PGA

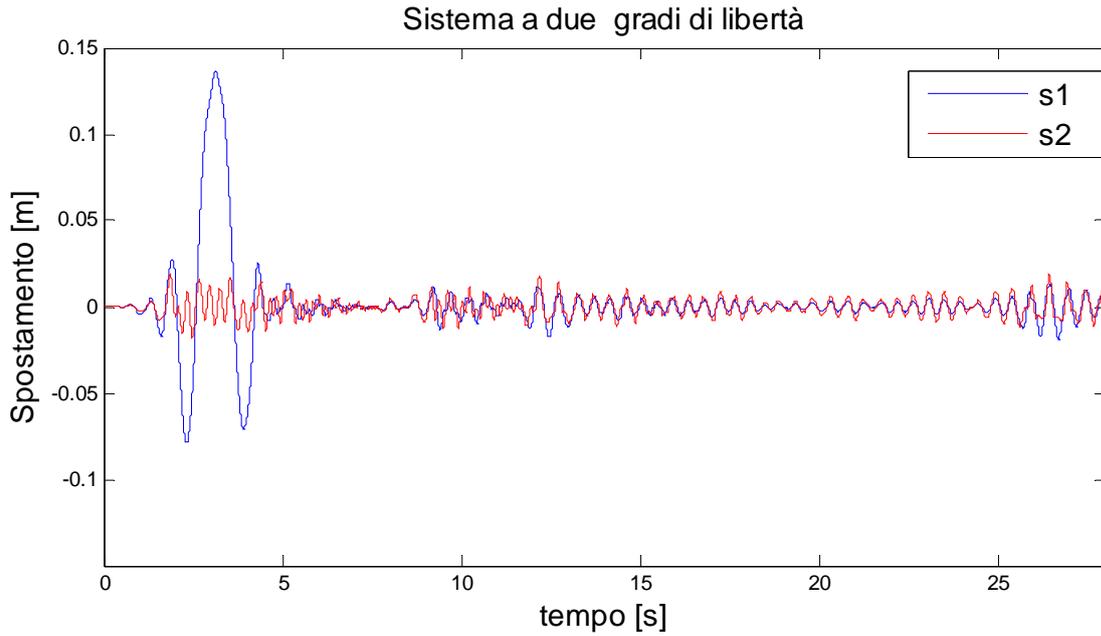


Figura 5.19 – Parete 1 con vincolo elastico in sommità (1GDL): $K_d=50000$ N/m. Registrazione naturale – El Centro scalata al 50%.della PGA

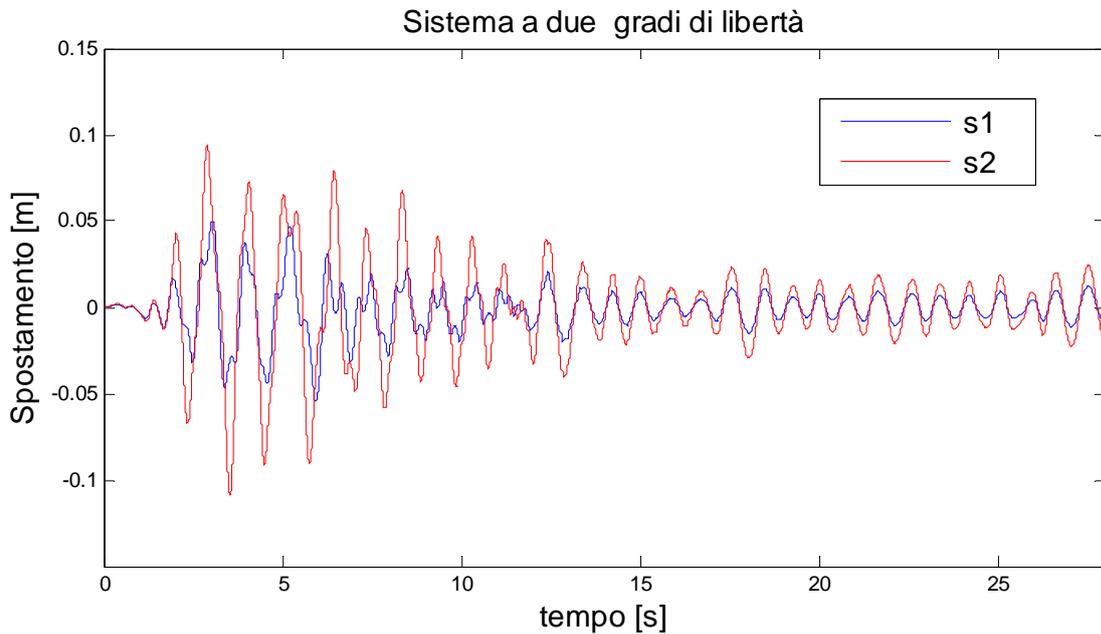


Figura 5.20 – Parete 1 con vincolo elastico in sommità (1GDL): $K_d=50000$ N/m. Registrazione naturale – El Centro scalata al 50%.della PGA

Nelle Figure 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 sono riportate le storie temporali degli spostamenti in mezzeria e di quello in sommità, s_1 e s_2 , per la parete n. 1 nell'ipotesi di vincolo fisso e di vincolo elastico.

Dalle Figure 5.17, 5.18, 5.19, 5.20 si può ricavare che:

- All'aumentare del valore di K_d della rigidità del vincolo in sommità il comportamento della parete tende ad avvicinarsi a quello della parete con vincolo fisso in sommità in maniera ancora più pronunciata che nel caso di input gaussiano. Il valore dello spostamento della sommità della parete, come era lecito attendersi, tende ad annullarsi all'aumentare di K_d ;
- Al diminuire del valore di K_d lo spostamento in sommità della parete s_2 (in rosso nelle figure) diventa progressivamente più grande. Questo significa che le rotazioni delle due porzioni di parete, inferiore e superiore, che nel caso di parete con vincolo fisso o di rigidità molto elevata, risultavano in perfetta opposizione di fase, diventano progressivamente più scorrelate. Per un valore molto basso di K_d ($K_d=5000$ N/m) la porzione inferiore e quella superiore cominciano invece a muoversi in fase come illustrato in Figura 5.20;
- Lo spostamento della cerniera intermedia s_1 aumenta nel passaggio da $K_d=500000$ N/m a $K_d=50000$ N/m poi, nel passaggio da $K_d=5000$ N/m a $K_d=5000$ N/m, il valore di s_1 torna a diminuire, rimanendo però superiore a quello riscontrato nel caso di vincolo fisso. In corrispondenza di questa inversione di tendenza, lo spostamento s_2 della sommità della parete cresce notevolmente e diventa maggiore dello spostamento s_1 . Anche per registrazioni naturali, per valori molto bassi della rigidità K_d , il collasso avviene non per eccesso di domanda di spostamento sulla cerniera intermedia ma sulla cerniera superiore. È il valore eccessivo dello spostamento in sommità che porta al collasso la parete.
- Non è probabilmente possibile individuare una tendenza univoca dell'influenza della rigidità dell'impalcato di sommità K_d sulla domanda di spostamento in caso di registrazioni accelerometriche naturali: sicuramente non si può affermare che la diminuzione di K_d implichi sempre un aumento dello spostamento in mezzeria o viceversa. Rispetto all'input gaussiano il comportamento della risposta dinamica è meno ripetitivo: in presenza

di un vincolo elastico in sommità, al variare del valore di K_d , la parete assume proprietà dinamiche differenti e, anche se come evidenziato in molti studi in letteratura, è improprio parlare di periodo proprio di una struttura in moto di dondolamento, la sua risposta diventa particolarmente amplificata in corrispondenza di determinati valori di frequenze. Tali frequenze cambiano con il valore K_d , perciò determinate pareti possono esibire un'amplificazione significativa della risposta dinamica in corrispondenza di determinati range del valore della rigidezza in sommità, in particolare se sollecitate da forzanti esterne con uno specifico contenuto in frequenza (come ad esempio in Figura 5.19).

6. CONCLUSIONI

Abstract

The present work is an attempt to extend some formulations and concepts proposed in the past authors for the parapet wall and for the simply supported wall by other authors to the case of the out-of-plane bending of walls in buildings with flexible diaphragms. The results of the dynamic response of a set of walls to Gaussian pulses or to recorded accelerograms has been investigated: the stiffness of the diaphragm has a strong influence on the displacement demand of the walls, even in it's not possible to define it before performing dynamic analyses. The hypothesis made in developing the model and the numerical algorithm need to be validated by experimental tests. Future developments could be the modelling of the inelastic behaviour of the spring at the top and the definition of a 3 degree of freedom model that include the in-plane walls.

Il presente studio rappresenta un tentativo di estendere al caso del comportamento fuori piano delle pareti in edifici con impalcati flessibili alcuni modelli storici o proposti recentemente per le pareti libere o vincolate in sommità. Su tali modelli, sebbene rimangano moti elementi da approfondire, è infatti disponibile una vasta mole di letteratura e una sufficiente quantità di prove sperimentali, che ne hanno messo in evidenza la validità.. Il caso degli impalcati deformabili invece non è stato trattato se non in pochi studi e soprattutto non vi sono quasi dati sperimentali sui quali calibrare un modello. Facendo ricorso all'ipotesi di comportamento rigido, la parete è stata schematizzata come due blocchi interconnessi in corrispondenza della cerniera intermedia. Le analisi cinematiche effettuate hanno messo in evidenza l'impossibilità di cogliere per questa via l'influenza della deformabilità degli impalcati sul comportamento fuori piano della parete: solo l'analisi dinamica è in grado di prendere in conto i possibili movimenti di differente ampiezza e fase della base e della sommità della parete e di valutarne l'influenza sulla domanda di spostamento in corrispondenza

della cerniera intermedia. È stato perciò sviluppato un modello semplificato a due gradi di libertà per il quale sono state ricavate 4 coppie di equazioni del moto corrispondenti ad altrettante configurazioni del complesso formato dalla porzione inferiore e superiore della parete. Ogni coppia di equazioni, a seguito della linearizzazione degli spostamenti, è lineare e di facile risoluzione: il sistema tuttavia è fortemente non lineare a causa delle discontinuità che si verificano in corrispondenza degli urti che identificano il passaggio da una configurazione all'altra. È stato sviluppato un algoritmo per l'integrazione numerica delle equazioni del moto ad identificazione di eventi, che consentisse di individuare gli urti e sono state introdotte delle transizioni in corrispondenza dei valori nulli delle rotazioni per superare i problemi numerici dovuti all'ipotesi di contatto rigido perfetto. La dissipazione di energia è stata modellata concentrandola negli urti alla base con l'introduzione del coefficiente di restituzione. Un set di pareti è stato sottoposto ad impulsi gaussiani di durata differente e di ampiezze crescenti e a registrazioni accelerometriche naturali: i risultati mettono in evidenza innanzitutto che il comportamento del sistema a due gradi di libertà tende a quello ad un grado di libertà all'aumentare della rigidità dell'impalcato superiore. Tuttavia non è possibile fornire una previsione generale a priori sull'effetto della deformabilità degli impalcati sull'amplificazione o riduzione della domanda di spostamento in mezzeria. Occorre inoltre ricordare che nel presente modello sono state introdotte ipotesi relative alla modalità di dissipazione di energia e sul valore del coefficiente di restituzione che richiederebbero specifiche prove sperimentali: anche le modalità di transizione implementate nell'algoritmo dovrebbero essere calibrate sperimentalmente prima di poter fare previsioni attendibili per mezzo dell'analisi dinamica. Nonostante gli elementi che dovranno essere oggetto di approfondimento e di validazione sperimentale si ritiene comunque importante aver proposto, analizzando per la prima volta in maniera approfondita la cinematica completa del sistema, un modello in grado di riprodurre il comportamento dinamico di una parete in un edificio con impalcati deformabili. Ulteriori approfondimenti sono in corso in merito alla possibilità di modellare un comportamento elastoplastico della molla in sommità e di considerare un sistema a tre gradi di libertà, introducendo nel

modello anche le pareti parallele al sisma e schematizzandole come un oscillatore ad un grado di libertà. L'introduzione di comportamenti elastoplastici di varie tipologie di solai storici o rinforzati nel proprio piano e la possibilità di introdurre dei limiti allo spostamento in sommità per problemi di sfilamento, potrebbe consentire di fare una valutazione più realistica del comportamento dinamico della parete e delle sue interazioni con il resto dell'edificio in cui è inserita.

BIBLIOGRAFIA

- ABK (1981). Methodology for mitigation of seismic hazards in existing unreinforced masonry buildings: wall testing, out of plane. *Topical Report 04*, El Segundo (CA), Agbabian Assoc.
- ABK (1984). Methodology for mitigation of seismic hazards in existing unreinforced masonry buildings: the methodology. *Topical Report 08*, El Segundo (CA), Agbabian Assoc.
- ABK (1986) Guidelines for the Evaluation of Historic Brick Masonry Buildings in Earthquake Hazard Zones. ABK, A Joint Venture, Funded by the Department of Parks and Recreation of the State of California and the National Park Service, United States Government, January.
- Abrams, D. P. – Angel, Richard and Uzarski, Joseph (1996). "Out-of-Plane Strength of Unreinforced Masonry Infill Panels", *Earthquake Spectra, Journal of Earthquake Engineering Research Institute*, vol.12, n.4, December, pp.825-844
- Azevedo, J., Eeri, M., Sincaian, G., Lemos, (2000) J. V. Seismic Behavior of Blocky Masonry Structures. *Earthquake Spectra* 16, 337
- Baggio, C. (1993). "Il comportamento sismico delle murature storiche", Giuffrè, Antonino (curatore), Sicurezza e conservazione dei centri storici: il caso Ortigia, Roma-Bari, Laterza, pp. 242-256
- Baggio, C. e Trovalusci, P. (1995). "Stone assemblies under in-plane static actions. Comparison between non linear discrete approaches", *Computer Methods in Structural Masonry – 3*, Lisbon, 19-21 April, pp.184-193
- Baggio, C. e Trovalusci, P. (1998). "Limit Analysis for no-tension and frictional discrete systems", *Mechanics of structures and machines*, vol.26, n.3, pp.287-304
- Baggio, C. e Trovalusci, P. (2000). "Collapse behaviour of three-dimensional brick-block systems using non-linear programming", *Structural engineering and mechanics*, vol.10, n.2, August, pp.181-195
- Bariola, J. – Ginocchio, J.F. and Quiun, D. (1990). "Out-of-plane seismic response of brick walls", 5th North American Masonry Conference. University of Illinois at Urbana-Champaign, June 3-6, vol.1, pp.429-439
- Blasi, C. – Chiarugi, A. e Spinelli, P. (1985). "Comportamento sotto carichi statici e dinamici di strutture composte da blocchi rigidi sovrapposti", Stato dell'arte in Italia sulla meccanica delle murature, Roma, Ottobre, pp.597-613
- Capecchi D., Giannini, R., Masiani, R. (1996). Motion of a rigid body with a rounded base due to harmonic excitation *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol. 31, No. 2, pp. 175-191.

- Cattari, S. Galasco, A., Lagomarsino, S., Penna, A. (2004) Analisi non lineare di edifici in muratura con il programma TREMURI, XI Congresso Nazionale “L’ingegneria Sismica in Italia”, Genova 25-29 gennaio 2004
- Chapra, S.C., (2012) Applied numerical methods with MATLAB for engineers and scientists – Mc Graw-Hill
- Como, M., Grimaldi, A., An unilateral model for the limit analysis of masonry walls, International Congress on “Unilateral Problems in Structural Analysis”, Ravello, Springer Ed., 1985.
- Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici (2009). 02-02-2009. Istruzioni per l’applicazione delle “Norme tecniche per le costruzioni” di cui al D.M. 14 gennaio 2008 - Gazzetta Ufficiale n. 47 del 26 febbraio 2009 – Suppl. Ordinario n. 27
- Curti, E., Lagomarsino, S., Resemini, S., Giovinazzi S. Analisi non lineari di meccanismi locali di danno in strutture monumentali. XII Convegno ANIDIS. L’ingegneria sismica in Italia. Pisa, 10 - 14 Giugno 2007
- D’Ayala, D., Speranza, E. (2003). “Definition of Collapse Mechanisms and Seismic Vulnerability of Historic Masonry Buildings”, *Earthquake Spectra, Journal of Earthquake Engineering Research Institute*, vol.19, n.3, August, pp.479–509
- Decreto del Ministro delle Infrastrutture (DMI) 14 gennaio 2008. (2008). *Norme tecniche per le costruzioni*. Gazzetta Ufficiale, 04 febbraio 2008, n.24.
- Direttiva P.C.M. Patrimonio Culturale, 12/10/2007. (2007) Linee guida per la valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme Tecniche e all’applicazione dell’O.P.C.M. n. 3274 del 2003 e successive modifiche e integrazioni. G.U. n. 24 del 29/1/08 suppl. ord. n. 25.
- Doherty, K. (2000). An investigation of the weak links in the seismic load path of unreinforced masonry buildings. , PhD Thesis. Department of Civil and Environmental Engineering, The University of Adelaide.
- Doherty, K., Griffith, M. C., Lam N. and Wilson J. (2002). Displacement-based seismic analysis for out-of-plane bending of unreinforced masonry walls. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 31, 833-850.
- Dolce, M., (1989) Schematizzazione e modellazione per azioni nel piano delle pareti, Corso sul consolidamento degli edifici in muratura in zona sismica, Ordine degli Ingegneri, Potenza.
- Dolce, M., Manfredi, G. (2011) - Linee guida per riparazione e rafforzamento di elementi strutturali, tamponature e partizioni - Dipartimento della Protezione Civile – Reluis – Doppiavoce Edizioni
- Gariup, G., Pitacco, I., Pere Roca Fabregat. (2008) A method for studying multi-body dynamics and its applications to masonry structures analysis, *Structural Analysis of Historic Construction: Preserving Safety and Significance*, Vol.1, Taylor & Francis Group, London, UK

- Giannini, R., Masiani, R. (1991). Risposta sismica del blocco rigido. Atti V Convegno Nazionale “L’Ingegneria Sismica in Italia”, Palermo (Italia), pp. 491-500.
- Gilbert, M., Casapulla, C., Ahmed, H.M., (2006) Limit analysis of masonry block structures with non-associative frictional joints using linear programming, *Computers and Structures* 84, 873–887
- Giuffrè, A. (1991). *Lecture sulla Meccanica delle Murature Storiche*, Roma, Kappa
- Giuffrè, A. (1993). *Sicurezza e conservazione dei centri storici: il caso di Ortigia*, Ed. Laterza, Bari.
- Giuffrè, A., Carocci, C. (1999). *Codice di pratica per la sicurezza e la conservazione del centro storico di Palermo*, Ed. Laterza, Bari.
- Griffith, M. C., Magenes, G., Melis, G. and Picchi, L. (2003). Evaluation of out of plane stability of unreinforced masonry walls subjected to seismic excitation. *Journal of Earthquake Engineering*. 7 , S1, 141-169.
- Griffith, M. C., Lam , N. T. K., Wilson , J. L. and Doherty , K. (2004). Experimental investigation of Unreinforced Brick Masonry Walls in Flexure. *Journal of Structural Engineering ASCE*. **130(3)**, 423-432.
- Griffith, M. C., Vaculik, J., Lam , N. T. K., Wilson, J., Lumantarna, E. (2007) Cyclic testing of unreinforced masonry walls in two-way bending *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*. 2007; 36:801–821
- Heyman, J., (1966), The Stone Skeleton, *International Journal Solids Structures*, 2, 249-279.
- Heyman, J., (1968), The Safety of Masonry Arches, *International Journal Mechanical Sciences*, 11, 363-385.
- Heyman, Jacques (1972). *Coulombs’ memoir on statics: an essay in the history of civil engineering*, Cambridge, Cambridge University Press
- Hogan, S. J. (1989). On the dynamics of rigid-block motion under harmonic forcing, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A Mathematical and Physical Sciences*, vol.425, n.1869, October 9, pp.441–476
- Hogan, S. J. (1990). The Many Steady-State Responses Of A Rigid Block Under Harmonic Forcing, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.19, n.7, October, pp.1057-1071
- Housner, G.W., (1963). The behavior of inverted pendulum structures during earthquakes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 53(2), 403-417.
- Kim, S., White, D.W. (2004a) Nonlinear analysis of a one-story low-rise masonry building with a flexible diaphragm subjected to seismic excitation, *Engineering Structures*, 26, 2053–2067

- Kim, S., White, D.W. (2004b) Linear static analysis of low-rise buildings with flexible diaphragms using the structural separation method, *Engineering Structures*, 26 (2004) 83–93
- La Mendola, L., Papia, M., Zingone, G. (1995) Stability of masonry walls subjected to seismic transverse forces. *Journal of Structural Engineering*, 121, 1581-1586
- Lam, N. T. K., Griffith, M., Wilson, J. And Doherty K. (2003). Time–history analysis of URM walls in out-of-plane flexure. *Engineering Structures*, 25, 743-754.
- Lee, H.J., Aschheim, M.A. Kuchma, D. (2007) Interstory drift estimates for low-rise flexible diaphragm structures *Engineering Structures*, 29, 1375–1397
- Liberatore, D., Spera, G. (2001a) Oscillazioni di blocchi snelli: valutazione sperimentale della dissipazione di energia durante gli urti. X Convegno ANIDIS. L'ingegneria sismica in Italia. Potenza-Matera, 09 - 13 Settembre 2001
- Liberatore, D., Spera, G., Nigro, D., D'Alessandro, G. (2001b) Risposta di blocchi snelli soggetti a un moto sismico alla base. X Convegno ANIDIS. L'ingegneria sismica in Italia. Potenza-Matera, 09 - 13 Settembre 2001
- Liberatore, D., Santarsiero, D. (2009) Oscillazioni di blocchi snelli sotto azione sismica: effetti del coefficiente di restituzione e della monolateralità. XIII Convegno ANIDIS. L'ingegneria sismica in Italia. Bologna, 28 Giugno - 02 Luglio 2009
- Lumantarna, E., J. Vaculik, M. Griffith, N. Lam, and J. Wilson. (2006). "Seismic fragility curves for unreinforced masonry walls." *Australian Earthquake Engineering Society Conference*, Canberra, Australia, 33-40.
- Magenes, G., Bolognini, D., Braggio, C. (2000) (A cura di) Metodi semplificati per l'analisi sismica non lineare di edifici in muratura. CNR-Gruppo Nazionale per la Difesa dai Terremoti - Roma, 99 pp.
- Makris, N. and Zhang, J. (2000). Rocking response of anchored blocks under pulse-type motions, 14th American Society of Civil Engineers Engineering Mechanics Conference, Austin, Texas, May 21-24,
- Palm, J.W. III, (2005) Matlab 7 per l'ingegneria e le scienze – Mc Graw-Hill
- Meisl, C.S., Elwood, K.J. and Ventura, C.E. Shake table tests on the out-of-plane response of unreinforced masonry walls. *Canadian Journal of Civil Engineering*, 2007, 34(11): 1381-1392
- Melis G. (2003). Displacement-based seismic analysis for out of plane bending of unreinforced masonry walls. Master Thesis. European school of advanced studies in reduction of seismic risk. Rose School, Pavia.

- Menon, A. and Magenes, G. (2007). Definition of seismic input for out-of-plane response of unreinforced masonry walls. XII Convegno ANIDIS. L'ingegneria sismica in Italia. Pisa, 10 - 14 Giugno 2007
- Menon, A. and Magenes, G. (2008). Out-of-Plane Seismic Response of Unreinforced Masonry. Definition of Seismic Input. - IUSS Press.
- Milano, L. , Mannella, A. , Morisi, C. , Martinelli, A. (2011) - Schede illustrative dei principali meccanismi di collasso locali negli edifici esistenti in muratura e dei relativi modelli cinematici di analisi - Allegato alle Linee guida per riparazione e rafforzamento di elementi strutturali, tamponature e partizioni a cura di Dolce, M., Manfredi, G. - Dipartimento della Protezione Civile – Reluis – Doppiavoce Edizioni
- OPCM (Ordinanza del Presidente del Consiglio dei Ministri) n.3274 del 20 marzo 2003 (2003). Primi elementi in materia di criteri generali per la classificazione sismica del territorio nazionale e di normative tecniche per le costruzioni in zona sismica. Gazzetta Ufficiale, 8 maggio 2003, n.105.
- Orduña, A., Lourenço, P.B. (2005) Three-dimensional limit analysis of rigid blocks assemblages. Part II: Load-path following solution procedure and validation, *International Journal of Solids and Structures* 42 5161–5180
- Papantonopoulos, C., Psycharis, I. N., Papastamatiou, D. Y., Lemos, J. V. and Mouzakis, H. P., (2002) Numerical prediction of the earthquake response of classical columns using the distinct element method, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 31:1699–1717
- Paquette, J., Bruneau, M., (2006) Pseudo-dynamic testing of unreinforced masonry building with flexible diaphragm and comparison with existing procedures, *Construction and Building Materials* 20, 220–228
- Peña, F., Prieto, F, Lourenço, P.B., Campos Costa, A., Lemos, J.V. (2007) On the dynamics of rocking motion of single rigid-block structures, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 36:2383–2399
- Piazza, M., Baldessari, C., Tomasi, R. (2008). The role of in-plane floor stiffness in the seismic behaviour of traditional buildings The 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008, Beijing, China
- Podestà, S. (2001). “Una metodologia per la valutazione della vulnerabilità degli edifici storici: la “scheda chiese” del Gruppo Nazionale Difesa dai Terremoti”, GNDT, Mitigazione del rischio sismico dei centri storici e degli edifici di culto dell’area del Matese nella Regione Molise, Pescara, Brandolini, pp.120-129
- Priestley, M.J.N., 1985. Seismic behaviour of unreinforced masonry walls. *Bulletin of the NZ National Society for Earthquake Engineering*; 18(2):191–205.
- Psycharis, I.N. and Jennings, P.C. (1983). Rocking of slender rigid bodies allowed to uplift, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.11, n.1, January-February, pp.57-76

- Psycharis, I.N. and Jennings, P.C. (1985). Upthrow of objects due to horizontal impulse excitation, *Bulletin of the Seismological Society of America*, Vol. 75, No. 2, pp. 543-561, April 1985
- Psycharis, I. N. (1990). Dynamic behaviour of rocking two-block assemblies, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.19, n.4, May, pp.555-575.
- Psycharis, I.N. – Papastamatiou, D.Y. and Alexandris, A.P. (2000). Parametric investigation of the stability of classical columns under harmonic and earthquake excitations, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.29, n.8, August, pp.1093-1109
- Simsir, C.C. (2004a). Influence of diaphragm flexibility on the out-of-plane dynamic response of unreinforced masonry walls. PhD Thesis, University of Illinois at Urbana Champagne, Illinois, USA.
- Simsir, C.C. , Aschheim M.A., Abrams, D.P. (2004b). Out-of-plane dynamic response of unreinforced masonry bearing walls attached to flexible diaphragms. 13th World Conference on Earthquake Engineering. Vancouver, B.C., Canada
- Sorrentino, L. (2003). Dinamica di muri sollecitati fuori del piano come sistemi di corpi rigidi. PhD Thesis, Dottorato di Ricerca in Ingegneria delle Strutture – XVI Ciclo Università degli Studi di Roma “La Sapienza”
- Sorrentino, L., Decanini, L.D., Masiani, R., (2004). Influenza delle caratteristiche del moto del suolo sulla risposta di un corpo rigido, XI Convegno Nazionale L’Ingegneria Sismica in Italia, Genova, 25-29 Gennaio.
- Sorrentino, L., Masiani, R., Decanini, L.D., (2006.) Overturning of rocking rigid bodies under transient ground motions, *Structural Engineering and Mechanics*, 22(3), 293-310.
- Sorrentino, L., Masiani, R., (2007a). Quante analisi dinamiche per stimare la propensione al ribaltamento di un corpo rigido dondolante? XII Convegno ANIDIS. L’ingegneria sismica in Italia. Pisa, 10 - 14 Giugno 2007
- Sorrentino, L., Masiani, R., (2007b). Risposta fuori del piano di pareti murarie, libere e vincolate in sommità, a segnali naturali. XII Convegno ANIDIS. L’ingegneria sismica in Italia. Pisa, 10 - 14 Giugno 2007
- Sorrentino, L., Masiani, R., Griffith, M.C. (2008). The vertical spanning strip wall as a coupled rocking rigid body assembly, *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 29, No. 4 (2008) 433-453
- Spanos, P.D. and Koh, A. (1984). Rocking of rigid blocks due to harmonic shaking, *American Society of Civil Engineers – Journal of Engineering Mechanics*, vol.110, n.11, November, pp.1627–1642
- Taniguchi, T., and Miwa, T. (2007). A simple procedure to approximate slip displacement of freestanding rigid body subjected to earthquake motions, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 36, 481–501

- Tena-Colunga, A. and Abrams, D. P. (1996). Seismic behavior of structures with flexible diaphragms. *Journal of Structural Engineering ASCE*. 122(4), 439-445
- Tso, W. K. and Wong, C. M. (1989a). “Steady state rocking response of rigid blocks Part 1: Analysis”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.18, n.1, January, pp.89–106
- Tso, W. K. and Wong, C. M. (1989b). “Steady state rocking response of rigid blocks Part 2: Experiment”, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.18, n.1, January, pp.107–120
- Vaculik, J. and Griffith, M.C. (2007a). Shake table tests on masonry walls in two-way bending, Proceedings, Australian Earthquake Engineering Society, Woolongong, 23-25 November, paper No. 58.
- Vaculik, J., Lumantarna, E., Griffith, M.C., Lam, N.T.K. and Wilson, J. (2007b). Dynamic response behaviour of unreinforced masonry walls subject to out-of-plane loading. Proceedings, Australian Earthquake Engineering Society, Woolongong, 23-25 November, paper No. 35.
- Vaculik, J. and Griffith, M.C. (2008). Time-history analysis for unreinforced masonry walls in two-way bending, The 14th World Conference on Earthquake Engineering October 12-17, 2008, Beijing, China
- Yim, C. – Chopra, A. K. and Penzien, J. (1980). Rocking response of rigid blocks to earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol.8, n.6, November-December, pp.565-587
- Zhang, J. and Makris, N. (2001). Rocking response of free-standing blocks under cycloidal pulses, American Society of Civil Engineers – *Journal of Engineering Mechanics*, vol.127, n.5, May, pp.473-483