

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA STRUTTURALE E IDRAULICA

XXIV ciclo

Settore Concorsuale di afferenza: **08/B3**

Settore Scientifico disciplinare: **ICAR/09**

**Utilizzo di dispositivi isteretici per l'isolamento di piano:
strategie per una progettazione sismica di tipo multi-prestazionale**

Tesi di Dottorato presentata da:

Stefano Gagliardi

Coordinatore Dottorato

Chiar.mo Prof. Erasmo Viola

Relatore

Prof. Tomaso Trombetti

Esame finale anno 2012

*If you don't make mistakes
you're not working
on hard enough problems.
And that's a big mistake.*

Frank Wilczek

*Ingenium facultas est
in unum
dissita, diversa coniungendi.*

Giambattista Vico

Indice

1. Introduzione	1
2. Background	3
2.1. <i>Performance-Based Seismic Design</i>	3
2.2. <i>Displacement-Based Design</i>	5
2.3. <i>Capacity Spectrum Method</i>	7
2.4. Tecnologie avanzate di protezione sismica passiva (isolatori e smorzatori sismici)	8
2.5. Concezione strutturale a “ <i>Soft-Story</i> ”	10
3. L'idea progettuale	13
3.1. La concezione strutturale	13
3.2. Obiettivi prestazionali	16
3.2.1. Azioni sismiche di riferimento	16
3.2.2. Condizioni prestazionali (stati limite)	23
3.2.3. Formulazione degli obiettivi prestazionali	28
3.3. La curva “obiettivo” e l’approccio progettuale	29
3.3.1. Il sistema resistente alle azioni verticali	31
3.3.2. Determinazione della curva obiettivo	33
3.3.3. Il sistema resistente alle azioni orizzontali	37
3.3.4. Il sistema di irrigidimento della sovrastruttura	39
3.4. Considerazioni sugli effetti del secondo ordine	39
4. Esempio di studio	44
4.1. Introduzione	44
4.2. Analisi dei carichi e combinazioni di carico	47
4.3. Sistema resistente alle azioni verticali	50
4.3.1. Travi	50
4.3.2. Pilastri	51
4.3.3. Effetti del secondo ordine	54
4.4. Obiettivi prestazionali sismici	54
4.4.1. Azioni sismiche di riferimento	55
4.4.2. Condizioni prestazionali (stati limite)	61

Indice

4.4.3. Formulazione degli obiettivi prestazionali	62
4.5. Costruzione della curva obiettivo	63
4.6. Dimensionamento del sistema resistente alle azioni orizzontali	67
4.7. Curva di capacità effettiva e verifica degli obiettivi prestazionali	73
4.8. Dimensionamento del sistema irrigidente della sovrastruttura	73
4.9. Verifica mediante analisi dinamiche non-lineari	77
5. Crescent-Shaped Braces	81
5.1. Introduzione	81
5.2. Comportamento elastico	82
5.3. Comportamento post-elastico	90
5.4. Influenza dell'incrudimento del materiale	104
5.5. Influenza della sezione trasversale	107
5.6. Influenza della forma del controvento	109
5.7. Influenza dell'inclinazione del controvento	116
5.8. Il comportamento e la stabilità dell'equilibrio del controvento compresso	119
5.8.1. Instabilità del controvento fuori dal piano	124
5.8.2. Instabilità del controvento nel piano	127
5.8.3. Verifiche di comportamento	130
5.8.4. Instabilità locale	131
5.9. Considerazioni sul comportamento a fatica	132
6. Yielding Brace System	136
6.1. Descrizione generale del sistema di controvento	136
6.2. Comportamento meccanico	137
6.3. Prove sperimentali	139
7. Conclusioni	141
A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente	144
B. Listati programmi di calcolo	151

1. Introduzione

Con la presente tesi di ricerca si è inteso verificare la percorribilità e identificare le potenzialità di una intuizione progettuale che sfrutta da un lato il concetto di isolamento sismico alla base e dall'altra quello di "soft-story" al piano inferiore degli edifici per realizzare una sorta di "isolamento sismico di piano" o "enhanced soft-story" in cui l'intero piano terra, tramite l'inserimento di opportuni elementi dissipativi ed in analogia al consueto isolamento sismico di base, agisce come "strato" di protezione passiva per i piani sovrastanti.

Il contesto all'interno del quale lo studio è stato effettuato è quello dell'approccio multi-prestazionale tipico del *Performance-Based Design*, basato sull'imposizione di obiettivi prestazionali ottenuti associando livelli di intensità sismica convenzionalmente definiti con determinati livelli prestazionali (o stati limite). Fra i contributi teorici più rilevanti presenti nella letteratura scientifica sono stati inoltre considerati il *Direct Displacement-Based Design* e il *Capacity Spectrum Method*. Dal primo è stata mutuata l'assunzione dello spostamento come parametro principale per la descrizione del comportamento della struttura (anziché della forza, come nell'approccio tradizionale) e alcune procedure di calcolo (utilizzo della rigidità secante e dello smorzamento equivalente per descrivere il comportamento elastoplastico di un sistema); dal secondo è stata presa la vantaggiosa idea di descrivere l'azione sismica mediante spettri di risposta in formato accelerazione - spostamento.

A partire dalla letteratura scientifica e dalle normative internazionali, le richieste prestazionali sono state formulate in termini di relazioni matematiche in cui compaiano i tipici parametri indicatori di danno di una struttura soggetta a sisma (spostamenti d'interpiano, resistenza al limite elastico, ecc.). L'imposizione di tali obiettivi prestazionali, tradotti opportunamente in termini di limitazioni su forze e spostamenti, permette di caratterizzare il comportamento meccanico della struttura e dei suoi sistemi resistenti in termini di rigidità elastica, resistenza e grandezze post-elastiche (come duttilità e rigidità finale incrudente), ottenendo per il sistema di controvento che realizza l'isolamento "di piano" una curva ottimale nel piano forza-spostamento (*curva obiettivo*) in relazione al soddisfacimento di tutti i prefissati obiettivi prestazionali.

Una volta determinata la curva "obiettivo", risulta necessario individuare i possibili elementi dissipativi che si comportano meccanicamente secondo tale curva al fine di realizzare effettivamente l'isolamento "di piano". In tale ottica, si è esaminato dettagliatamente un particolare tipo di controvento metallico non reperibile in letteratura (i *Crescent-Shaped Braces*) caratterizzato da una forma bilatera o curva, tale quindi da presentare un'eccentricità non nulla fra l'asse del controvento stesso e la curva delle pressioni.

1. Introduzione

A completamento dell'attività di ricerca ed in collaborazione con la ditta italiana *Alga S.p.A.* sono state infine studiate le possibilità applicative per l'isolamento "di piano" di un particolare componente dissipativo proposto recentemente da alcuni ricercatori dell'Università di Toronto (Canada), detto *Yielding Brace System* (e brevettato commercialmente con il nome di *Scorpion™*).

Organizzazione del testo La presente tesi è costituita da altri cinque capitoli – oltre alla presente introduzione e al capitolo delle conclusioni – nonché da due appendici.

Nel capitolo 2 viene presentata una breve rassegna dei contributi più significativi all'ingegneria sismica proposti negli ultimi anni e reperibili in letteratura; in particolare verranno esposti i concetti che stanno alla base del *Performance-Based Seismic Design*, del *Direct-Displacement Based Design* e del *Capacity Spectrum Method*. Varrà fatto anche breve cenno ai principi di funzionamento delle tecnologie non tradizionali – ma oramai consolidate – di protezione sismica che hanno attinenza con quanto verrà discusso: l'isolamento sismico e lo smorzamento passivo. Infine verrà introdotta una possibile applicazione "aggiornata" della concezione strutturale a telaio con "piano debole" (*soft-story*), che sarà tenuta in conto per lo sviluppo delle parti successive.

Nel capitolo 3 viene presentato il concetto di isolamento sismico "di piano" applicato a una particolare tipologia strutturale e viene proposto un approccio di progetto che può convenientemente essere applicato per effettuarne il dimensionamento.

Nel capitolo 4 i concetti introdotti precedentemente vengono applicati direttamente ad un esempio progettuale concreto (*case-study*).

Nei capitoli 5 e 6 vengono studiati rispettivamente i *Crescent-Shaped Braces* e lo *Yielding Brace System*, particolari elementi dissipativi che per il loro legame costitutivo elastico - incrudente trilineare possono essere vantaggiosamente impiegati come sistemi di controvento al piano terra di un edificio per realizzare l'isolamento sismico "di piano".

Infine nelle appendici A e B vengono rispettivamente presentati un metodo analitico per modificare gli spettri di risposta elastici (in formato forza - spostamento) in base allo smorzamento isteretico della struttura e una *routine* originale di calcolo in linguaggio *Matlab* per ottenere tali spettri modificati anche per via numerica.

2. Background

SOMMARIO: In questo capitolo verranno brevemente illustrati i contributi più rilevanti presenti nella letteratura scientifica dedicata all'ingegneria sismica che hanno maggiormente interessato lo sviluppo della presente ricerca.

2.1. *Performance-Based Seismic Design*

Nell'ultimo ventennio si è assistito ad un crescente interesse verso un approccio prestazionale alla progettazione sismica, ed oggi è largamente riconosciuto che esso debba costituire un imprescindibile riferimento per la redazione delle normative tecniche di ultima generazione. A seguito di alcuni sismi di intensità considerevole (in particolare il sisma del 1994 a Northridge in California quello del 1995 a Kobe in Giappone) la comunità scientifica ha unanimemente riconosciuto che il soddisfacimento di un solo obiettivo prestazionale (la salvaguardia della vita umana) consente solo una parziale considerazione del rischio sismico e delle sue possibili conseguenze, in quanto non tiene conto dei reali costi derivanti dagli eventuali danni derivanti da interruzione di attività e servizi o dalla distruzione delle attrezzature interne ai fabbricati. Una prima compiuta formulazione prestazionale di questa filosofia di progetto si fa generalmente risalire al 1995 con il documento tecnico *Vision 2000* [82], i cui intenti furono poi recepiti e ulteriormente sviluppati negli anni successivi dalle normative americane FEMA-273 [31], FEMA-356 [32] e FEMA-450 [33].

I motivi che hanno portato alla creazione di un metodo progettuale basato sul *Performance-based Design* sono chiariti efficacemente da quanto si può leggere nel sito del gruppo internazionale di progettazione Arup:

«Le alte perdite economiche e sociali causate da recenti, importanti terremoti hanno costretto la Comunità internazionale dei progettisti di ingegneria sismica a riesaminare gli obiettivi di progetto per le strutture sismoresistenti. Molti codici (compresi quelli statunitensi) mirano implicitamente a proteggere gli occupanti dal crollo per un dato livello del terremoto di progetto, ma non tentano di verificare le prestazioni strutturali o non-strutturali al di fuori di quel livello di verifica. Questo modo di procedere rende difficile valutare il rischio operativo o finanziario che ci si assume costruendo secondo quei criteri. Il concetto del *performance-based design* è stato sviluppato in risposta a questa domanda, e permette ai clienti di concordare con il gruppo incaricato della progettazione un insieme di verifiche delle prestazioni delle strutture

2. Background

progettate: per esempio “che la struttura rimanga operativa dopo un terremoto moderato e non collassi sotto un terremoto stimato per i valori massimi che si possono attendere nel luogo di costruzione”. Questa procedura può minimizzare i costi durante il ciclo di vita dell’edificio [...]» (fonte: sito web www.arup.com)

Gli stessi concetti si trovano riportati, ad esempio, nel sito del *National Earthquake Hazards Reduction Program* (NEHRP), ove si precisa che «con il *Performance-Based Design*, la proprietà dell’edificio è coinvolta nel processo progettuale e contribuisce a determinare il livello prestazionale. Da questo punto di vista il *Performance-Based Design* risulta superiore ai codici sismici tradizionali per la progettazione di edifici.»

Nell’articolo [7], in particolare, vengono precisati alcuni importanti termini tipici della filosofia prestazionale di progetto:

Performance-Based Engineering (PBE): approccio progettuale di tipo prestazionale che consiste nell’individuazione di criteri di progetto, di sistemi strutturali appropriati, di scelte dimensionali e costruttive per una costruzione (intesa in senso lato, includendo cioè in essa sia la sua componente strutturale sia quella non strutturale e il suo contenuto) e nell’indicazione delle procedure di controllo e manutenzione, in modo tale che essa non risulti danneggiata oltre certi stati limite prefissati qualora soggetta a specifici livelli delle azioni che si ritiene possano agire durante la sua vita utile. Si tratta di un processo progettuale che intende “seguire” la costruzione dalla sua prima concezione lungo tutta la sua vita.

Performance-Based Seismic Engineering (PBSE): è l’applicazione del PBE nel caso che l’azione considerata sia il sisma. Esso si occupa quindi del progetto, della costruzione, del controllo e della manutenzione di una costruzione al fine di assicurare che essa resista agli effetti di sismi di differente intensità senza superare prefissati stati limite.

Performance-Based Seismic Design (PBSD): è lo *step* del PBSE focalizzato alla sola fase di progettazione, riguardante quindi l’identificazione del rischio sismico, la selezione dei livelli prestazionali e degli obiettivi prestazionali di progetto, la verifica di idoneità del sito di costruzione, la concezione strutturale, le verifiche strutturali di massima e definitive nonché la definizione delle specifiche di controllo e monitoraggio da eseguirsi durante la vita della costruzione. In questo contesto il termine *design* (progetto) è da intendersi come riferito all’intera costruzione, inclusi il sistema di fondazione, i componenti non strutturali, le attrezzature e i servizi in essa presenti.

Il concetto alla base del *Performance-Based Design* è, in sostanza, la definizione di una molteplicità di obiettivi prestazionali ottenuti dall’accoppiamento di requisiti prestazionali (strutturali e non-strutturali) con prefissati livelli di intensità delle azioni: potremo quindi definire gli *obiettivi prestazionali* che una struttura in campo sismico deve soddisfare come il raggiungimento di determinati *livelli prestazionali* in corrispondenza di attesi *livelli di intensità sismica*.

La figura 2.1, tratta dal citato documento tecnico *Vision2000* [82] illustra significativamente questa filosofia progettuale: da un lato sono definiti convenzionalmente quattro input sismici di

2. Background

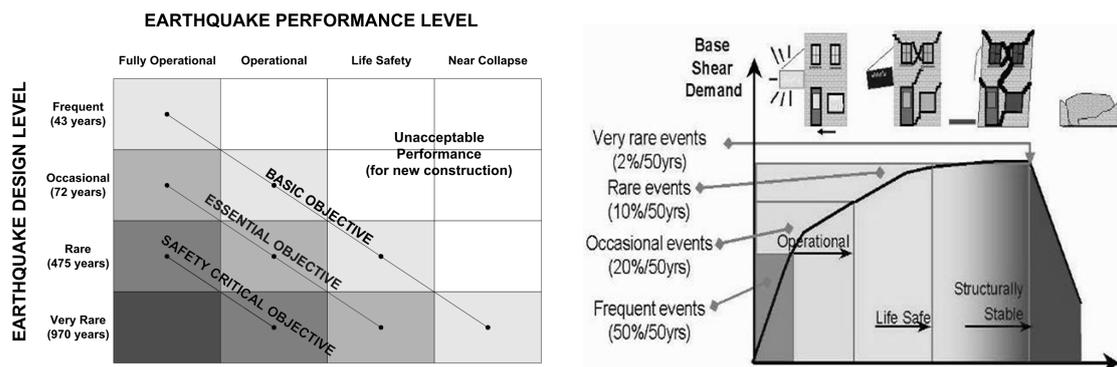


Figura 2.1.: Obiettivi prestazionali secondo il documento tecnico *Vision2000* [82].

riferimento in base al periodo di ritorno (*Frequent, Occasional, Rare, Very rare*), dall'altro sono individuati quattro livelli di prestazioni (*Fully Operational, Operational, Life-Safe e Near-Collapse*). Abbinando opportunamente i livelli prestazionali con le azioni sismiche di riferimento risultano quindi definiti gli obiettivi prestazionali, in generale diversi a seconda dell'importanza dell'opera ("*Basic Objective*" per le strutture di importanza ordinaria, "*Essential Objective*" e "*Safety Critical Objective*" per le strutture via via di importanza maggiore come scuole, ospedali, caserme, centrali di energia, ecc.).

Come giustamente osservato in [47], tuttavia, mentre la definizione di livelli accettabili per risposta strutturale e il danno allo stato limite di servizio sono un compito squisitamente ingegneristico, la definizione convenzionale dell'azione sismica attraverso la probabilità di superamento va oltre il solo campo strettamente ingegneristico-strutturale richiedendo necessariamente anche il coinvolgimento di aspetti finanziari, sociali ed urbanistici.

Il processo progettuale deve dunque riporre maggiore enfasi sulla predizione delle prestazioni strutturali; questo, tuttavia, date le numerose incertezze intrinseche nell'analisi sismica, può essere portato a termine solamente in senso probabilistico [7, 22].

2.2. Displacement-Based Design

Dal momento che lo spostamento è un parametro chiave per il controllo del danno sismico, diversi ricercatori si sono orientati allo studio di procedure in cui gli spostamenti abbiano un ruolo centrale nella progettazione sismica. Nell'intento di progettare strutture con lo scopo di *raggiungere* un certo stato limite sotto un specifico livello di input sismico, anziché essere

Diverse proposte sono state sviluppate a riguardo nel corso dell'ultimo decennio. La distinzione più importante fra esse riguarda la scelta del valore di rigidità con cui caratterizzare la struttura: alcune fanno riferimento alla rigidità elastica iniziale (come nel convenzionale *Force-Based Design*), altre utilizzano la rigidità secante (o "effettiva") valutata per lo spostamento massimo. In questa sede ci soffermeremo in particolare sulle metodologie del secondo tipo (a rigidità secante).

2. Background

Un'ulteriore distinzione riguarda la modalità con cui viene tenuta in conto la dissipazione energetica per via isteretica all'interno della procedura:

- mediante spettri di risposta di progetto (inelastici), appositamente derivati dallo spettro elastico per fissati livelli di duttilità e per ogni sistema strutturale caratterizzato da un diverso comportamento dissipativo;
- mediante l'uso di uno smorzamento viscoso equivalente, direttamente legato alla duttilità sulla base di relazioni opportunamente calibrate in base al sistema strutturale considerato.

La generazione degli spettri inelastici e la calibrazione delle relazioni che forniscono lo smorzamento viscoso equivalente sono, in certo qual senso, procedimenti equivalenti dal momento che provengono in sostanza dagli stessi dati numerici e/o sperimentali. È chiaro tuttavia che mentre gli spettri inelastici devono essere generati per ogni livello di duttilità e per ciascun comportamento dissipativo, le relazioni

L'utilizzo dello smorzamento viscoso equivalente è appropriato esclusivamente nel contesto di una metodologia a rigidità secante; in questo caso sono richieste poche o nessuna iterazione per concludere il progetto e la metodologia è citata conseguentemente in letteratura come *Direct Displacement-Based Design*.

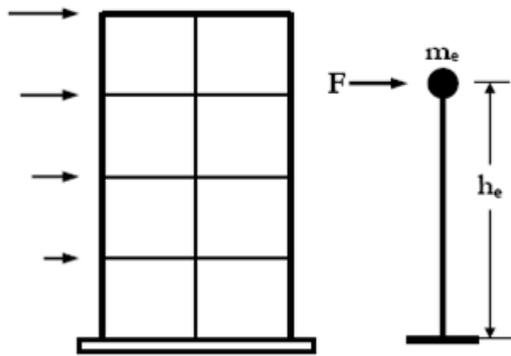
Nelle parole di alcuni dei più autorevoli Autori che hanno proposto questo metodo fin dai primi anni '90 del secolo scorso [78], il *Direct Displacement-Based Design* si propone di “colmare la lacuna tra l'attuale modo di progettazione strutturale e un completo (e forse irraggiungibile) approccio di progetto probabilistico, utilizzando approcci deterministici basati sulle migliori informazioni disponibili sull'analisi e sulle proprietà dei materiali per ottenere strutture che dovrebbero *raggiungere* un certo stato limite – anziché essere limitate da esso – sotto un specifico livello di input sismico”.

Il concetto alla base del *Direct Displacement-Based Design* è che una struttura a più gradi di libertà (MDOF) avente comportamento non lineare possa essere sostituita ai fini dell'analisi con un sistema equivalente lineare ad un grado di libertà (SDOF) caratterizzato da stessa rigidità secante, da valutarsi in corrispondenza dello spostamento di progetto (in generale oltre il limite elastico) e da uno smorzamento viscoso equivalente opportunamente maggiorato rispetto al valore convenzionale elastico, in modo da tenere conto della dissipazione energetica per isteresi dovuta al comportamento non lineare della struttura di partenza.

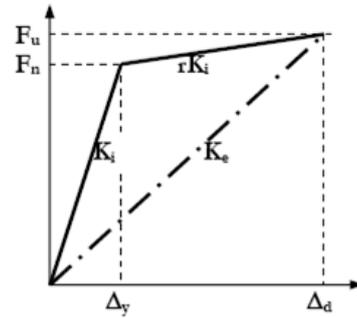
La filosofia progettuale alla base del *Direct Displacement-Based Design* è illustrata in figura 2.2 e si articola fondamentalmente nelle seguenti fasi progettuali:

1. modellazione da sistema a più gradi di libertà (MDOF) a sistema a un grado di libertà (SDOF) equivalente (fig. 2.2a);
2. definizione degli spostamenti di target Δ_y (spostamento al limite elastico) e Δ_d (spostamento di progetto), calcolo della duttilità richiesta $\mu = \frac{\Delta_d}{\Delta_y}$ (fig. 2.2b);

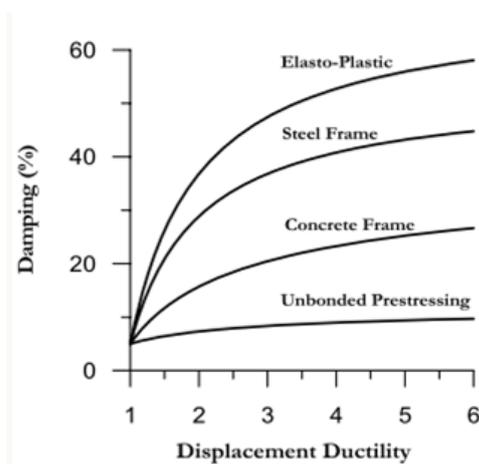
2. Background



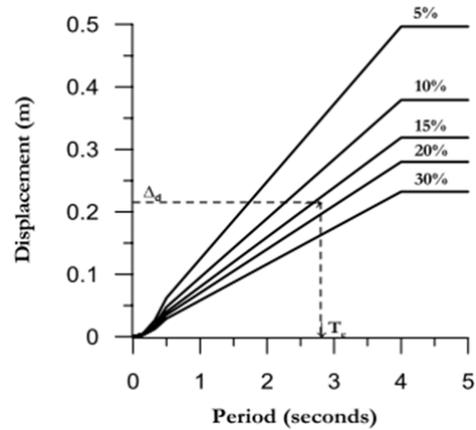
(a) Da sistema *MDOF* a sistema *SDOF* equivalente



(b) Rigidezza secante (o effettiva)



(c) Smorzamento viscoso equivalente in funzione della duttilità strutturale.



(d) Spettro di risposta di progetto in termini di spostamento

Figura 2.2.: Formulazione base del *Direct Displacement-Based Design* (da [78]).

3. definizione dello smorzamento viscoso equivalente ξ in base alla tipologia strutturale (o meglio, in base al relativo modello isteretico) e alla duttilità richiesta (fig. 2.2c);
4. modifica dello spettro di risposta elastico in termini di spostamento in base allo smorzamento viscoso equivalente calcolato al punto precedente (spettro di progetto) e individuazione su tale spettro del periodo T corrispondente allo spostamento di target Δ_d (fig. 2.2d);
5. noto il periodo T , calcolo della rigidezza secante $K_e = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$ e individuazione del punto obiettivo (Δ_d, F_u) nel piano forza - spostamento, essendo $F_u = K_e \Delta_d$ (fig. 2.2b).

2.3. Capacity Spectrum Method

Il *Capacity Spectrum Method* è un metodo grafico di analisi sismica ideato a metà degli anni '70 del secolo scorso da Freeman et al. [39, 37] come strumento per la verifica delle costruzioni

2. Background

esistenti, poi esteso ([36, 38]) anche con finalità di progetto.

L'idea centrale del metodo è quella di individuare gli spettri di risposta in un unico sintetico formato accelerazione - spostamento (da cui il nome *ADRS* “*Acceleration Displacement Response Spectrum*”⁽¹⁾) anziché utilizzare i tradizionali spettri di risposta $A(T)$ e $D(T)$ in cui la accelerazione e lo spostamento sono dati in funzione del periodo della struttura (fig. 2.3a); in un siffatto diagramma il periodo T della struttura è legato all'inclinazione delle rette passanti per l'origine.

Tale idea appare particolarmente attraente dal punto di vista progettuale in quanto consente di visualizzare graficamente sullo stesso diagramma sia la domanda sismica che la curva di capacità del sistema, entrambe così individuate in coordinate accelerazione - spostamento: come si può notare dalla fig. 2.3b, una volta modificati gli spettri di risposta elastici per diversi livelli di duttilità, il punto del funzionamento del sistema si individua graficamente nel punto d'intersezione della curva di capacità con lo spettro riferito al valore di duttilità appropriato allo spostamento conseguente.

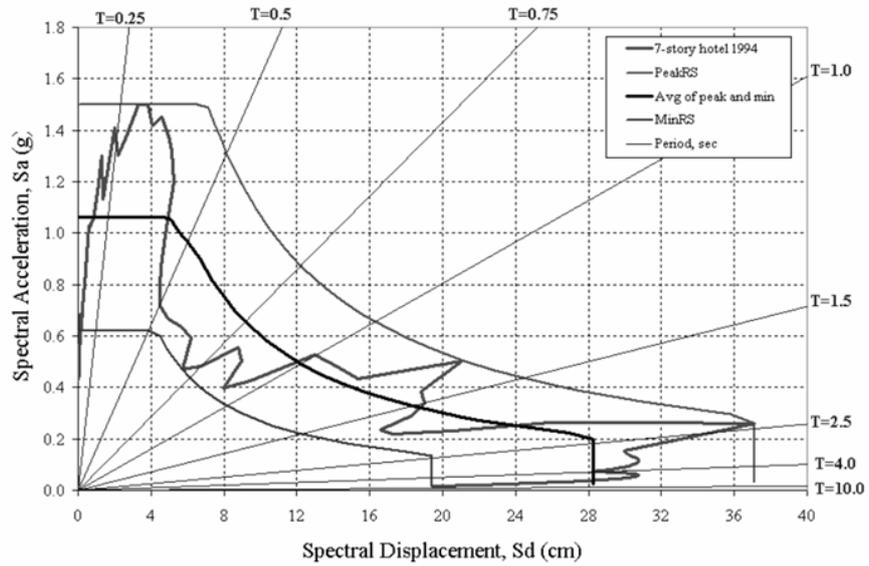
2.4. Tecnologie avanzate di protezione sismica passiva (isolatori e smorzatori sismici)

L'argomento, di grande attualità, trova ampio riscontro nella letteratura scientifica (si citano ad esempio [54, 80, 18]), nella ricerca di innovativi sistemi di protezione al fine di migliorare le prestazioni sismiche delle strutture mantenendo i costi di riparazione post-sisma più contenuti possibile. Fra i sistemi più studiati si citano quelli progettati specificatamente per fornire alla struttura uno smorzamento addizionale (*smorzatori*) e quelli per limitare la trasmissione dell'energia sismica ad una struttura isolandola dal terreno sottostante (*isolatori sismici*). Come riportato da Priestley et al. [78], la ragione principale per l'utilizzo di tali tecnologie di protezione sismica passiva è nella sostanza la *modifica della risposta globale dinamica della struttura per migliorarne le prestazioni*. Questo può, in generale, essere ottenuto in diversi modi:

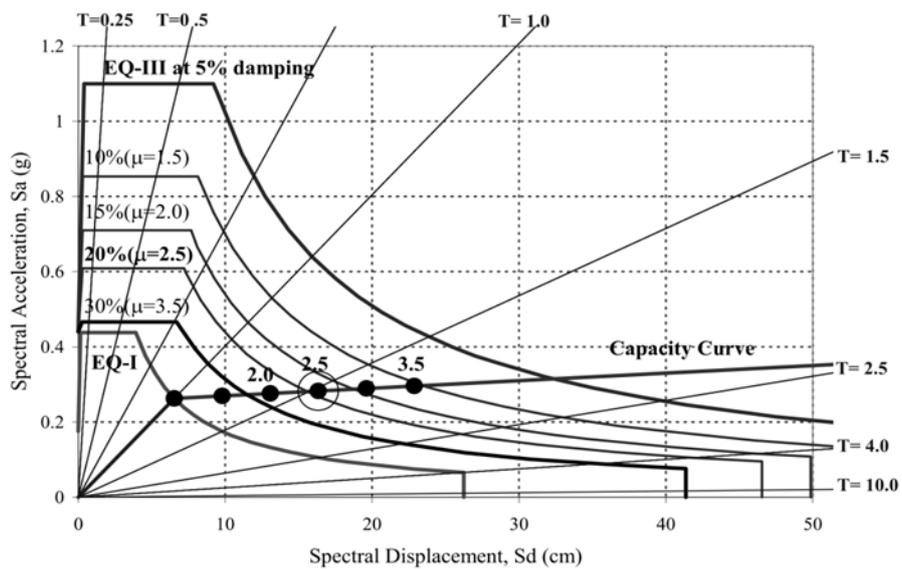
- proteggendo parti della struttura, garantendo che esse rimangano elastiche;
- aumentando il periodo proprio di vibrazione a un valore conveniente in modo da modificare i valori richiesti di accelerazioni e spostamento;
- aumentando la capacità di dissipazione energetica della struttura, con conseguente diminuzione della domanda di spostamento;
- regolarizzando la risposta strutturale, tramite la modifica della rigidità e della resistenza di parti diverse della struttura.

⁽¹⁾In [16] gli Autori Chopra e Goel notano tuttavia che la terminologia “*Acceleration Displacement Response Spectrum*” è impropria in quanto il termine “spettro” è usualmente riferito a funzioni della frequenza o del periodo, propendendo invece a riguardo per la denominazione “*Demand Diagram*”.

2. Background



(a)



(b)

Figura 2.3.: Spettri di risposta in formato accelerazione - spostamento (*ADSR*) come utilizzati nel *Capacity Spectrum Method* (da [37])

2. Background

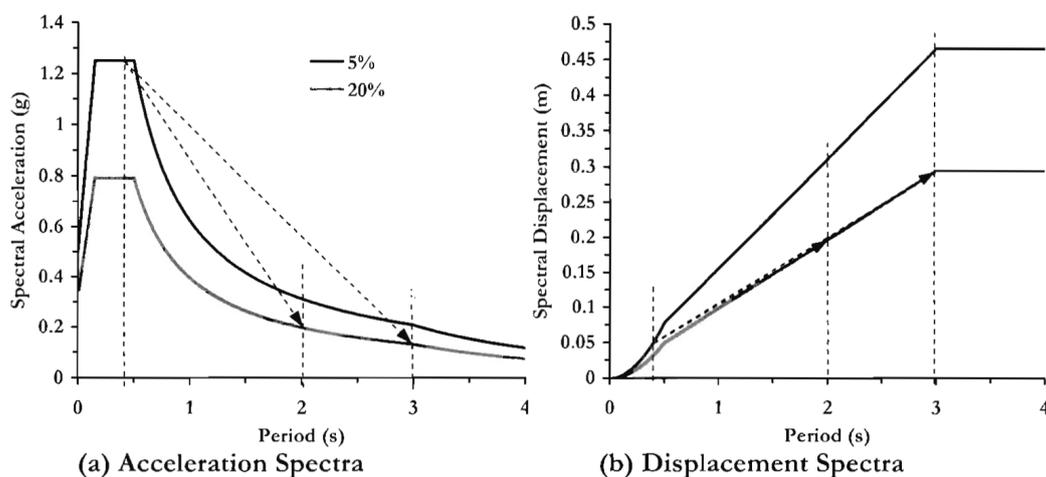


Figura 2.4.: Effetti sugli spettri di risposta del *period shifting* provocato dall'isolamento sismico e di uno smorzamento addizionale. (da [78])

In ogni caso, un altro aspetto fondamentale che dev'essere notato è il tentativo di concentrare l'intera domanda inelastica nei dispositivi di protezione passiva adottati, isolatori o smorzatori che siano.

L'inserimento di sistemi di isolamento e/o dissipazione generalmente comporta un incremento sia del periodo fondamentale di vibrazione che della capacità dissipativa della struttura, pur essendo i due effetti presenti in diversa misura a seconda dell'effettivo sistema di protezione adottato. Come si può notare dalla figura 2.4, l'aumento del periodo ("*period shifting*") comporta uno spostamento della risposta strutturale verso zone degli spettri a ordinate minori, mentre uno smorzamento addizionale comporta un abbassamento generalizzato di tutte le ordinate degli spettri di risposta.

L'isolamento sismico ("di base"), in particolare, è usualmente realizzato inserendo degli opportuni dispositivi (isolatori) al di sotto della struttura da proteggere, di solito posizionati fra le fondazioni e la sovrastruttura (fig. 2.5). Gli isolatori, progettati per avere una rigidità laterale molto minore della sovrastante struttura da proteggere, separano in sostanza la struttura principale dagli elementi connessi al suolo; dal punto di vista energetico, l'isolamento sismico impedisce il trasferimento di energia dal terreno alla sovrastruttura; viceversa gli isolatori dovranno essere in grado di subire i movimenti imposti dal sisma.

2.5. Concezione strutturale a "*Soft-Story*"

Seppur minoritaria rispetto ad altre tendenze progettuali, in letteratura è possibile reperire fin dai primi anni '30 del secolo scorso diversi riferimenti tecnici a concezioni strutturali che prevedono l'uso del piano terra come piano volutamente più flessibile di quelli sovrastanti con lo scopo di "schermare" la sovrastruttura dagli effetti sismici.

Martel nel 1929 [61], Green nel 1935 [44] e Jacobsen nel 1938 [52] parlavano di effetti sismici su costruzioni dotate di "*flexible first story*", mentre Fintel e Khan nel 1968 così si esprimevano in

2. Background

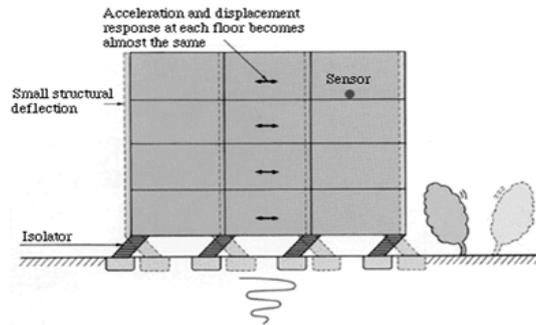


Figura 2.5.: Isolamento sismico di base.

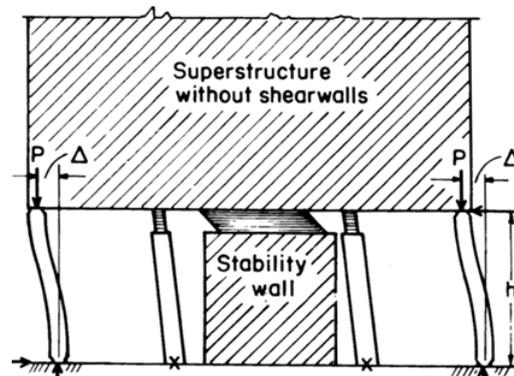


Figura 2.6.: Concezione strutturale con “*shock-absorbing soft story*” secondo Fintel e Khan, 1968 [35].

un loro articolo [35] sull’argomento (fig. 2.6):

“A new concept for earthquake-resistant structures is suggested [...] This is achieved by designing a shock-absorbing soft story [...] Above this soft story the structure [...] will remain within the elastic range [...] The basic principle [...] is confining high intensity earthquake motions to controlled areas in the lower part of the building.”
(da [35])

Più recentemente Mostaghel e Tanbakuchi si sono occupati dell’argomento in [69, 70], e Otani nel 1997 in [72] così si esprime riguardo alla possibilità di realizzare strutture provviste di *soft first-story*:

“The weak-beam strong-column system has been preferred by many structural engineers as the most desirable moment-resisting frame system which can dissipate the earthquake input energy at many distributed localities and can reduce ductility demand at each planned yield hinge region. However, the cost of repairing so many scattered locations for reuse can significantly affect the remaining value of the building, especially when the structure survives an earthquake with an intermediate damage. A structural engineer should consider the necessary repair cost under various intensity earthquakes at the design stage.

2. Background

On the other hand, the damage in the soft first-story structure was limited to the first story, and can be easily repaired using the state of construction technology as long as the first story does not collapse to the ground.

The capacity design method should not be limited to the weak-beam strong-column mechanism, but the method can be applied to any mechanism that a structural engineer chooses the structure to behave.” (da [72])

3. L'idea progettuale

SOMMARIO: Nel presente capitolo viene presentata una particolare tipologia strutturale dotata di isolamento sismico “di piano”, intendendosi con ciò una struttura in cui l'intero piano terra, tramite l'inserimento di opportuni elementi dissipativi ed in analogia al consueto isolamento sismico di base, agisce da “strato” di protezione passiva per i piani sovrastanti. Per essa vengono definiti gli obiettivi prestazionali da soddisfare e viene proposto uno specifico approccio di progetto al fine di dimensionare i sistemi resistenti che compongono la struttura.

3.1. La concezione strutturale

Nell'intento di raccogliere i principali vantaggi delle metodologie e delle tecnologie applicative richiamate al capitolo precedente, la presente ricerca è partita dall'ideazione di una particolare tipologia strutturale che effettivamente consentisse di integrare tali vantaggi in un unico approccio di progetto. Quali punti-chiave per l'individuazione di una siffatta tipologia strutturale e di un tale approccio progettuale sono stati assunti in particolare:

- dal *Performance-Based Seismic Design*, la constatazione che una progettazione sismica soddisfacente possa essere effettuata solamente raggiungendo una pluralità di obiettivi prestazionali;
- dal *Direct Displacement-Based Design*, la centralità dello spostamento quale indicatore di danno per la formalizzazione matematica degli obiettivi prestazionali e più in generale l'impostazione teorica di base per l'analisi sismica;
- dalla tecnologia dell'*isolamento sismico*, l'idea di diminuire l'energia sismica in ingresso allungando il periodo proprio di vibrazione della struttura (*period shift*) nonché la distinzione fra uno “strato” funzionale alla base dell'edificio in cui si concentra la quasi totalità della deformazione e una sovrastruttura, più rigida, che risulta invece schermata dagli effetti del sisma;
- dalla tecnologia dello *smorzamento sismico*, l'utilizzo di specifici elementi deputati alla dissipazione dell'energia in ingresso del sisma (smorzamento addizionale viscoso e/o isteretico);

3. L'idea progettuale

- dalla concezione strutturale “*soft first-story*”, l'intuizione di destinare l'intero piano inferiore dell'edificio come principale sistema resistente alle azioni orizzontali sede degli elementi dissipativi (isolamento sismico “di piano”);
- dal *Capacity Spectrum Method*, la possibilità di visualizzare e confrontare anche graficamente su un medesimo diagramma ⁽¹⁾ sia la “domanda” sismica da soddisfare (gli obiettivi prestazionali) che la “capacità” offerta dalla struttura.

Una possibile soluzione strutturale che tiene conto di questi aspetti è presentata in figura 3.1; come si vede, in essa possono essere riconosciuti tre sistemi resistenti, concettualmente e fisicamente separati l'uno dall'altro:

sistema resistente alle azioni verticali (V) costituito dai telai orditi nelle due direzioni principali e destinato nella sostanza a sopportare i carichi statici verticali.

sistema resistente alle azioni orizzontali (H) posizionato interamente al piano terra al fine di realizzare un isolamento sismico “di piano” e costituito da specifici elementi dissipativi di controvento le cui caratteristiche meccaniche ottimali sono da determinarsi in funzione degli obiettivi prestazionali prefissati;

sistema di irrigidimento della sovrastruttura (R) da posizionarsi dal primo piano alla copertura, avente la funzione di rendere sufficientemente rigida la sovrastruttura rispetto a quella del piano terra in modo che il comportamento possa effettivamente essere analogo a quello di una struttura sismicamente isolata.

Come vedremo, una tipologia strutturale di questo tipo – che potremmo definire dotata di “*first-story seismic isolation*” o a “*enhanced soft-story*” – presenta in generale i seguenti vantaggi:

- consente al Progettista di scindere (entro certi limiti) il dimensionamento del sistema resistente alle azioni verticali da quello del sistema resistente alle azioni orizzontali, liberando il primo;
- facilita la modellazione della struttura in fase di analisi, in quanto essa può essere assimilata (almeno in prima approssimazione) ad un oscillatore semplice.

Senza per questo togliere generalità ai concetti presentati, in questa sede si farà riferimento ad un sistema resistente

È chiaro che nella concezione strutturale proposta un ruolo centrale viene assunto dal sistema resistente alle azioni orizzontali, le cui caratteristiche ottimali dovranno risultare dal soddisfacimento dei diversi obiettivi prestazionali prefissati, mentre in generale il sistema resistente alle azioni verticali potrà essere semplicemente dimensionato per i soli carichi statici verticali e il sistema di irrigidimento della sovrastruttura potrà essere dimensionato al termine della progettazione sulla base delle effettive caratteristiche degli altri due sistemi resistenti.

⁽¹⁾La formulazione originaria del metodo prevede, come si è visto, l'utilizzo di coordinate accelerazione - spostamento; in questa sede saranno principalmente utilizzati diagrammi forza - spostamento.

3. L'idea progettuale

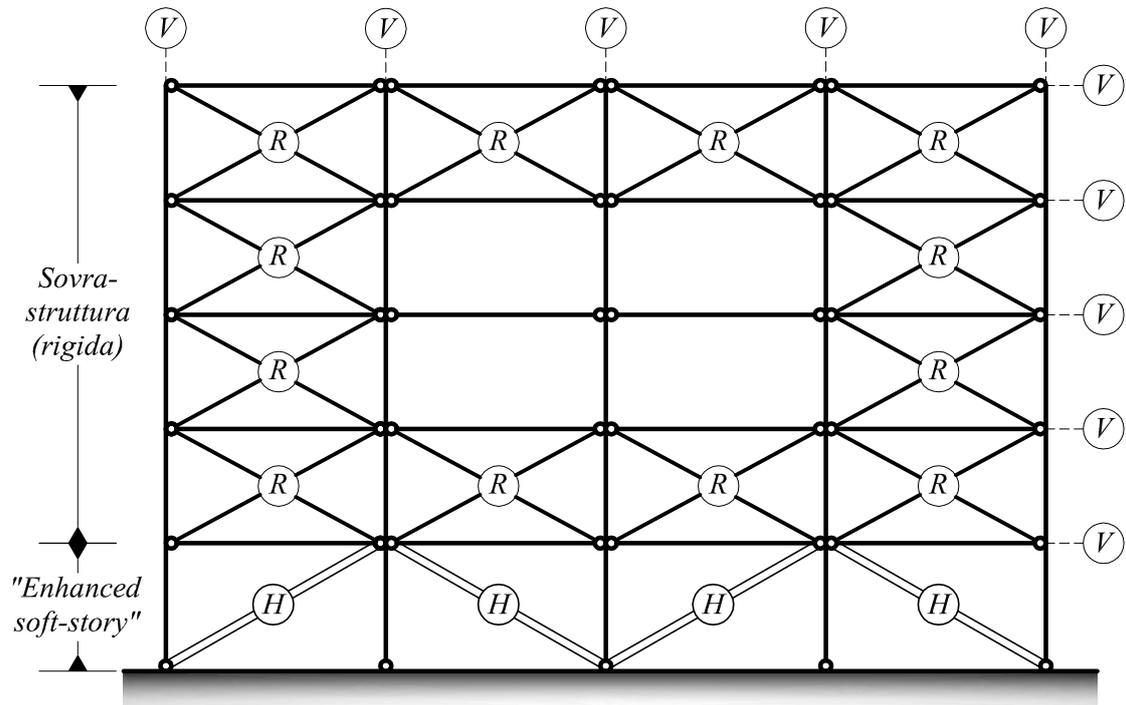


Figure 3.1.: Tipologia strutturale proposta per la realizzazione dell'isolamento sismico "di piano": V = sistema resistente alle azioni verticali; H = sistema resistente alle azioni orizzontali (sismiche); R = sistema di irrigidimento della sovrastruttura.

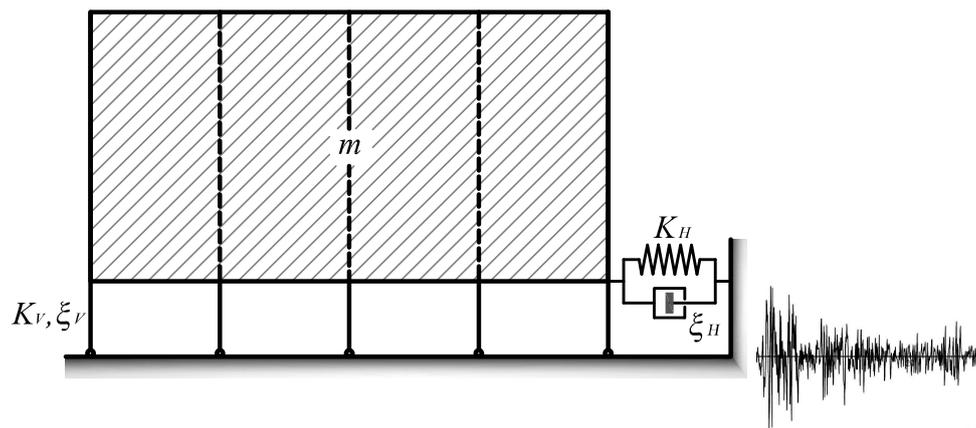


Figure 3.2.: Schematizzazione della tipologia strutturale proposta mediante un sistema a un grado di libertà (oscillatore semplice). Sono indicate le caratteristiche di rigidità e smorzamento del sistema resistente alle azioni verticali (K_V , ξ_V) e del sistema resistente alle azioni orizzontali (K_H , ξ_H).

3.2. Obiettivi prestazionali

Nell'ottica del *Performance-Based Seismic Design* (si vedano ad esempio [7, 47, 82]) i cosiddetti *obiettivi prestazionali* sono ottenuti individuando le *prestazioni* che la struttura deve garantire (ovvero gli *stati limite* che la struttura non deve oltrepassare) qualora soggetta a determinate *azioni sismiche* la cui intensità è convenzionalmente stabilite in base alla probabilità di accadimento. Si tratta dunque di definire da un lato le azioni sismiche di riferimento (§3.2.1), dall'altro le condizioni prestazionali richieste (§3.2.2), per poi abbinarli convenientemente tra loro formulando così gli obiettivi prestazionali che la struttura deve raggiungere (§3.2.3).

Volendo formalizzare matematicamente il concetto di obiettivo prestazionale, se definiamo in generale con

$$\mathbf{E} = \{E_1, E_2, \dots, E_n\}$$

l'insieme dei livelli considerati di intensità sismica, ordinati per intensità crescente (cioè per periodo di ritorno crescente) e con

$$\mathbf{P} = \{P_1, P_2, \dots, P_m\}$$

l'insieme delle condizioni prestazionali da soddisfare, descritte in termini di opportuni parametri assunti come indicatori di danno e ordinate per severità decrescente, possiamo definire formalmente un *obiettivo prestazionale* O_{ij} come un elemento del prodotto cartesiano $\mathbf{E} \times \mathbf{P}$ ottenuto abbinando il livello di intensità sismica E_i con la condizione prestazionale P_j , cioè

$$O_{ij} = (E_i, P_j) \in \mathbf{E} \times \mathbf{P}.$$

Il sottoinsieme

$$\mathbf{D} = \{O_{ij}\} \subset \mathbf{E} \times \mathbf{P}$$

contenente tutti gli obiettivi prestazionali che la struttura in questione deve soddisfare può essere riguardato come la *domanda prestazionale sismica* a cui la struttura deve complessivamente fare fronte. È chiaro che in pratica il sottoinsieme \mathbf{D} dovrà risultare una collezione “ragionevole” e non casuale di elementi di $\mathbf{E} \times \mathbf{P}$, dovendo soddisfare alcuni ovvi requisiti di compatibilità fra i propri elementi: per esempio, a livelli di intensità sismica crescente dovranno corrispondere livelli prestazionali meno severi.

3.2.1. Azioni sismiche di riferimento

Com'è noto (si vedano ad esempio i riferimenti normativi [24, 28]) le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, possono essere definite

3. L'idea progettuale

a partire dalla “pericolosità sismica di base” del sito di costruzione. Tale pericolosità sismica di base è espressa usualmente in termini di accelerazione orizzontale massima attesa in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido con superficie topografica orizzontale, nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente con riferimento a prefissate probabilità di superamento P_R in un determinato periodo di riferimento V_R . Essa è quindi descritta dalla probabilità (detta *probabilità di superamento*) che, in un fissato lasso di tempo (periodo di riferimento), in detto sito si verifichi un evento sismico di intensità almeno pari ad un valore prefissato.

Le probabilità di superamento sono valutate nell'ipotesi che l'azione sismica sia assimilabile ad un processo di Poisson; in tale ipotesi, a partire da tale probabilità è possibile determinare il cosiddetto *periodo di ritorno medio* T_R dell'evento sismico dell'intensità considerata:

$$T_R = -\frac{V_R}{\ln(1 - P_R)}$$

e viceversa, volendo trovare la probabilità di superamento in un determinato periodo di riferimento per un evento sismico di dato periodo di ritorno si ha:

$$P_R = 1 - e^{-V_R/T_R}$$

Il numero e l'individuazione delle azioni sismiche di riferimento è teoricamente del tutto discrezionale; del resto, come giustamente osservato in [47], mentre la definizione di livelli accettabili per risposta strutturale e il danno per i diversi stati limite sono un compito squisitamente ingegneristico, la definizione convenzionale dell'azione sismica attraverso la probabilità di superamento va oltre il solo campo strettamente ingegneristico-strutturale richiedendo necessariamente anche il coinvolgimento di aspetti finanziari, sociali ed urbanistici. A partire dal *report* tecnico *Vision2000* [82], la comunità scientifica e diversi documenti normativi (fra cui le vigenti norme tecniche italiane [28]), si sono tuttavia orientati sostanzialmente all'individuazione di quattro input sismici di riferimento:

- *Sisma frequente;*
- *Sisma occasionale;*
- *Sisma raro;*
- *Sisma molto raro.*

L'esatta definizione di ciascun sisma in base al periodo di ritorno (o equivalentemente, alla probabilità di superamento) non è stata in realtà completamente uniformata fra le varie fonti, fermo restando che in genere la letteratura scientifica si attesta in genere sulle scelte originali del citato documento *Vision2000* [82]; nella tabella 3.1 sono raccolte le definizioni degli input sismici di riferimento secondo alcune fonti per strutture di importanza ordinaria (vita utile convenzionale di 50 anni).

3. L'idea progettuale

Sisma	Vision2000 [82]	CA BlueBook [81]	NTC italiane [28]	Eurocodice 8 [24]
<i>Frequente</i>	$T_R = 43$ anni $P_{50} = 69\%$	$T_R = 25$ anni $P_{50} = 87\%$	$T_R = 30$ anni $P_{50} = 81\%$	<i>non previsto</i>
<i>Occasionale</i>	$T_R = 72$ anni $P_{50} = 50\%$	$T_R = 72$ anni $P_{50} = 50\%$	$T_R = 50$ anni $P_{50} = 63\%$	$T_R = 95$ anni $P_{50} = 41\%$
<i>Raro</i>	$T_R = 475$ anni $P_{50} = 10\%$			
<i>Molto Raro</i>	$T_R = 970$ anni $P_{50} = 5\%$	$T_R = 2475$ anni $P_{50} = 2\%$	$T_R = 970$ anni $P_{50} = 5\%$	$T_R = 2475$ anni $P_{50} = 2\%$

Table 3.1.: Livelli sismici di riferimento per la definizione degli obiettivi prestazionali secondo diverse fonti scientifiche e normative (T_R = periodo di ritorno del sisma; P_{50} = probabilità di superamento riferita ad un periodo convenzionale di 50 anni).

Ai fini progettuali, le azioni sismiche di riferimento così definite, possono essere descritte, in funzione del tipo di analisi adottata, mediante una delle seguenti rappresentazioni:

- tramite spettri di risposta (in termini di accelerazione o di spostamento);
- tramite opportune serie di accelerogrammi spettro-compatibili.

Nei due casi, il tipo di analisi condotto sulla struttura potrà essere rispettivamente un'analisi (non lineare) statica o dinamica, fermo restando il fatto che in fase di progettazione preliminare risulta in genere più conveniente utilizzare una modellazione dell'azione sismica a spettri di risposta, rinviando l'eventuale utilizzo di accelerogrammi ad una fase progettuale più avanzata oppure direttamente ad una fase finale di dettagliata verifica su una struttura già completamente dimensionata.

Rappresentazione dell'azione sismica mediante spettri di risposta Il concetto di *spettro di risposta* come strumento per la definizione dell'input sismico è noto da tempo nell'ingegneria sismica e nella letteratura scientifica (si vedano ad esempio [71] e [15]) risultando oramai consolidata anche a livello normativo la seguente espressione (citata in questa forma anche in [78]) dello spettro di risposta sismico in termini di (pseudo)accelerazione, valida per un assegnato indice di

3. L'idea progettuale

smorzamento (usualmente pari a 5%): ⁽²⁾

$$S_{Ae}(T) = \begin{cases} \left[1 + (C_A - 1) \frac{T}{T_B} \right] \cdot \text{PGA} \cdot \eta & \text{per } 0 \leq T < T_B \\ C_A \cdot \text{PGA} \cdot \eta & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ C_A \cdot \text{PGA} \cdot \frac{T_C}{T} \cdot \eta & \text{per } T_C \leq T < T_D \\ C_A \cdot \text{PGA} \cdot \frac{T_C \cdot T_D}{T^2} \cdot \eta & \text{per } T_D \leq T \leq 4,0\text{s} \end{cases} \quad (3.1)$$

essendo:

$S_{Ae}(T)$ valore dello spettro elastico in accelerazione per un oscillatore di periodo T ;

PGA accelerazione di picco del terreno (*Peak Ground Acceleration*);

C_A coefficiente amplificativo (adimensionale), pari a circa 2,5; ⁽³⁾

T_B periodo di inizio del tratto ad accelerazione costante dello spettro in accelerazione orizzontale;

T_C periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale;

T_D periodo corrispondente all'inizio del tratto a spostamento costante (*corner period*);

η coefficiente che tiene conto di uno smorzamento diverso da quello standard. ⁽⁴⁾

In generale il parametro PGA dipende sia dal sito di costruzione (posizione, geologia e topografia) oltre che naturalmente dal livello di intensità sismica considerato; ad esempio le norme [24, 28] determinano PGA mediante il prodotto $a_g \times S$, essendo a_g l'accelerazione sismica di picco in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido e S un fattore che tiene conto delle effettive condizioni topografiche e stratigrafiche del sottosuolo. In figura 3.3 è rappresentato l'andamento tipico di uno spettro di risposta in termini di accelerazione descritto dalle (3.1).

Una recente ricerca condotta su oltre 300 registrazioni di sismi storici e presentata in [86] ha mostrato chiaramente che a partire dalla conoscenza del solo parametro PGA non è possibile risalire in modo accurato allo spettro di spostamento, essendo esso dipendente anche dalla PGV (*Peak Ground Velocity*). Tuttavia è prassi comune determinare lo spettro elastico di risposta in termini

⁽²⁾Gli spettri così formulati sono in genere ritenuti validi per strutture con periodo proprio non superiore a 4,0 s.

⁽³⁾In [28] tale coefficiente amplificativo viene indicato col simbolo F_0 ed è valutato anch'esso sulla base di considerazioni probabilistiche, sebbene la sua variabilità sia relativamente modesta; in [24] viene posto direttamente pari a 2,5.

⁽⁴⁾Usualmente viene assunto uno smorzamento pari al 5% come valore di riferimento per il quale $\eta = 1$; per valori maggiori di smorzamento si ha $\eta < 1$. Si veda anche l'appendice A per ulteriori dettagli in merito.

3. L'idea progettuale

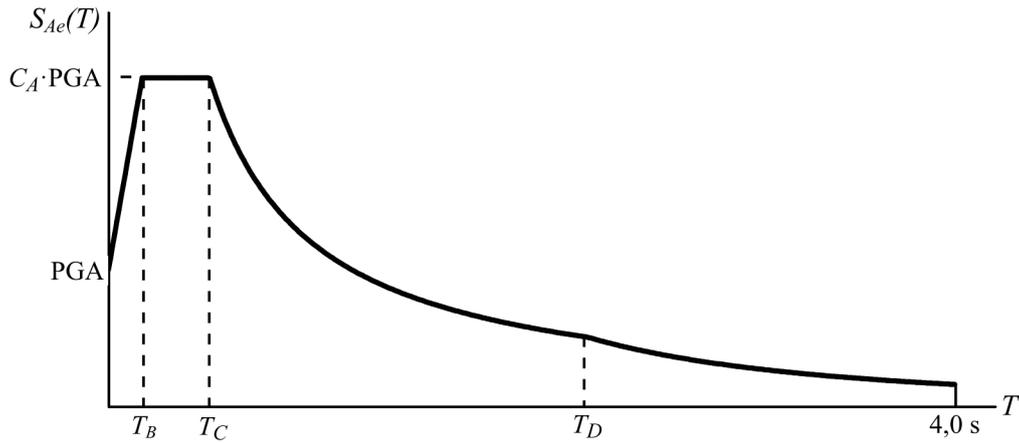


Figure 3.3.: Andamento tipico di uno spettro di risposta in termini di accelerazione.

di spostamento $S_{De}(T)$ a partire dallo spettro $S_{Ae}(T)$ dato dalle (3.1) ammettendo che il moto del sistema sia armonico. In tale ipotesi, poiché la pseudoaccelerazione S_{Ae} è definita dall'uguaglianza

$$m S_{Ae} = k S_{De}$$

con m e k rispettivamente massa e rigidità dell'oscillatore semplice, si ha subito

$$S_{De}(T) = \frac{m}{k} \cdot S_{Ae}(T) = \frac{S_{Ae}(T)}{\omega^2} = S_{Ae}(T) \cdot \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 \quad (3.2)$$

e quindi dalle 3.1 si ottiene: ⁽⁵⁾

$$S_{De}(T) = \begin{cases} \frac{PGA}{4\pi^2} \cdot T^2 \left[1 + (C_A - 1) \cdot \frac{T}{T_B} \right] \cdot \eta & \text{per } 0 \leq T < T_B \\ \frac{C_A}{4\pi^2} \cdot PGA \cdot T^2 \cdot \eta & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{C_A}{4\pi^2} \cdot PGA \cdot T_C \cdot T \cdot \eta & \text{per } T_C \leq T < T_D \\ \frac{C_A}{4\pi^2} \cdot PGA \cdot T_C \cdot T_D \cdot \eta & \text{per } T_D \leq T \leq 4,0s. \end{cases} \quad (3.3)$$

L'andamento tipico di uno spettro di risposta in termini di spostamento, descritto dalle (3.3), è rappresentato nella figura 3.4.

Ricavando T in funzione di S_{De} dalle 3.3 e sostituendo nelle 3.1 per ciascun intervallo di periodi è possibile, almeno in linea concettuale, ricavare lo spettro di risposta in formato accelerazione - spostamento. L'espressione in forma chiusa viene di seguito riportata solo per il campo di periodi $T_B \leq T \leq T_D$, in quanto tale condizione risulta usualmente quella di maggiore interesse per la

⁽⁵⁾Una forma più generale di $S_{De}(T)$, valida anche per $T \geq 4,0s$ è riportata nell'appendice A delle norme [24].

3. L'idea progettuale

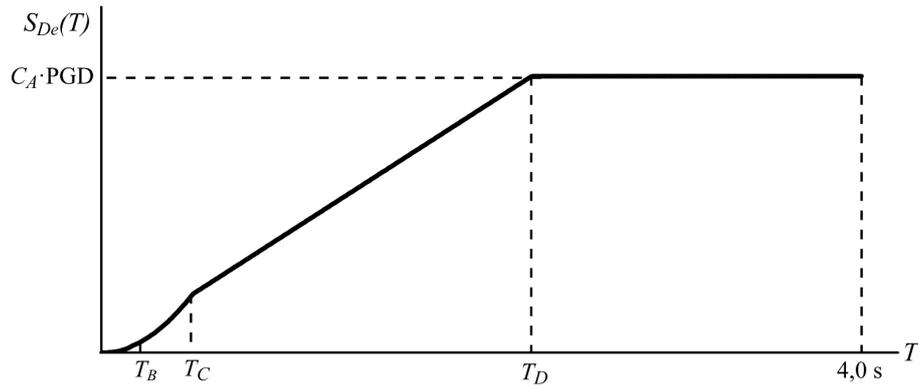


Figure 3.4.: Andamento tipico di uno spettro di risposta in termini di spostamento. Con PGD (*Peak Ground Displacement*, spostamento di picco del terreno) si è indicata la quantità $(0,025 C_A \cdot PGA \cdot T_C \cdot T_D)$.

tipologia strutturale in oggetto (fig. 3.1) ed inoltre perché il confronto delle 3.3 e 3.1 conduce ad un'equazione di terzo grado di non immediata soluzione per $T < T_B$:

$$A(\delta) = \begin{cases} C_A \cdot PGA \cdot \eta & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{4\pi^2 \delta} \cdot \eta^2 & \text{per } T_C \leq T \leq T_D \end{cases} \quad (3.4)$$

in cui si è indicato, per brevità di notazione, con A la pseudoaccelerazione e con δ lo spostamento.

Moltiplicando le ordinate di uno spettro in formato $A - \delta$ per la massa m si ottiene una rappresentazione dell'input sismico in coordinate forza - spostamento, valida naturalmente solo per quel dato oscillatore di massa m :

$$F(\delta) = \begin{cases} m \cdot C_A \cdot PGA \cdot \eta & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ m \cdot \frac{(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{4\pi^2 \delta} \cdot \eta^2 & \text{per } T_C \leq T \leq T_D \end{cases} \quad (3.5)$$

Nell'appendice B è riportato in ogni caso il listato di una *routine* originale scritta in linguaggio *Matlab* che consente di ricavare per via numerica gli spettri di risposta in forma completa sull'intero *range* di periodi e di plottarne il grafico in formato forza - spostamento o accelerazione - spostamento per quattro input sismici di riferimento (sisma frequente, occasionale, raro e molto raro); nella figura 3.5 è riportata una rappresentazione qualitativa di un possibile *output* grafico di tale codice.

Rappresentazione dell'azione sismica mediante accelerogrammi In alternativa ad una rappresentazione "sintetica" dell'azione sismica a spettri di risposta, è possibile rappresentare il moto sismico in termini di accelerazione del terreno in funzione del tempo (*accelerogramma*). A seconda della natura dell'applicazione e delle informazioni effettivamente disponibili, la de-

3. L'idea progettuale

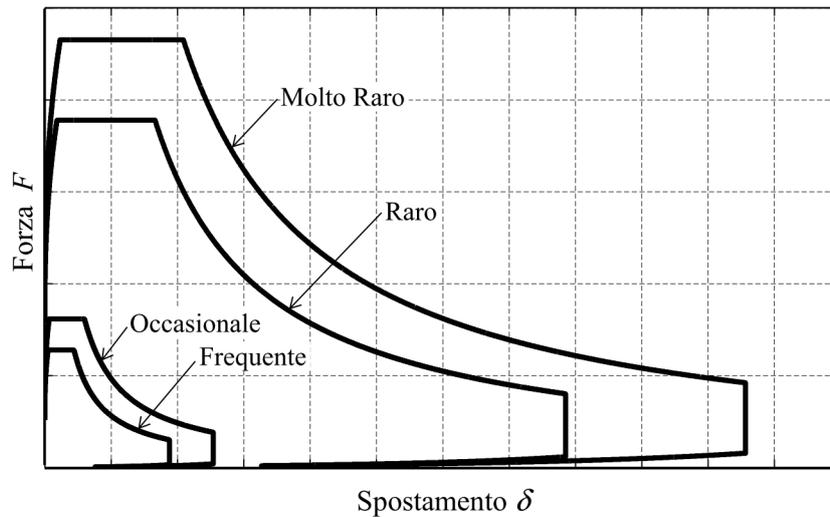


Figure 3.5.: Rappresentazione generica degli spettri di risposta in coordinate forza - spostamento per quattro input sismici di riferimento tipicamente utilizzati (sisma frequente, occasionale, raro, molto raro).

scrizione del moto sismico può essere effettuata mediante accelerogrammi teorici (artificiali) e accelerogrammi registrati o simulati, tali da presentare comunque uno spettro di risposta elastico coerente con lo spettro di risposta adottato nella progettazione (*spettro-compatibilità*).

Facendo riferimento ad esempio alle norme europee [24], la spettro-compatibilità si considera assicurata qualora (fig. 3.6):

1. nessun valore dello spettro medio elastico, calcolato a partire dagli accelerogrammi considerati, sia minore del 90% del corrispondente spettro di risposta elastico in alcun punto dell'intervallo di periodi $0,2 T_1 \div 2 T_1$, essendo T_1 il periodo fondamentale della struttura;
2. la media dei valori di accelerazione della risposta spettrale corrispondente a $T = 0$ (calcolata dalle singole storie temporali) non sia minore del valore $a_g \times S$ per il sito in oggetto.
3. per ciascun sisma di riferimento è necessario l'utilizzo di un *set* di almeno tre accelerogrammi, nel qual caso però deve essere considerato il valore più sfavorevole di ciascuna quantità rappresentativa della risposta strutturale; qualora il numero di accelerogrammi considerati fosse almeno pari a sette è possibile considerare il valore medio delle quantità di risposta.

Prescrizioni simili sono riportate anche nelle norme italiane [28].

La durata degli accelerogrammi artificiali deve essere stabilita sulla base della magnitudo e degli altri parametri fisici che determinano la scelta del valore della accelerazione di picco del terreno (PGA). In [28], ad esempio, in assenza di studi specifici si richiede che la durata della parte pseudo-stazionaria degli accelerogrammi si almeno pari a 10 s ed inoltre che essa sia preceduta e

3. L'idea progettuale

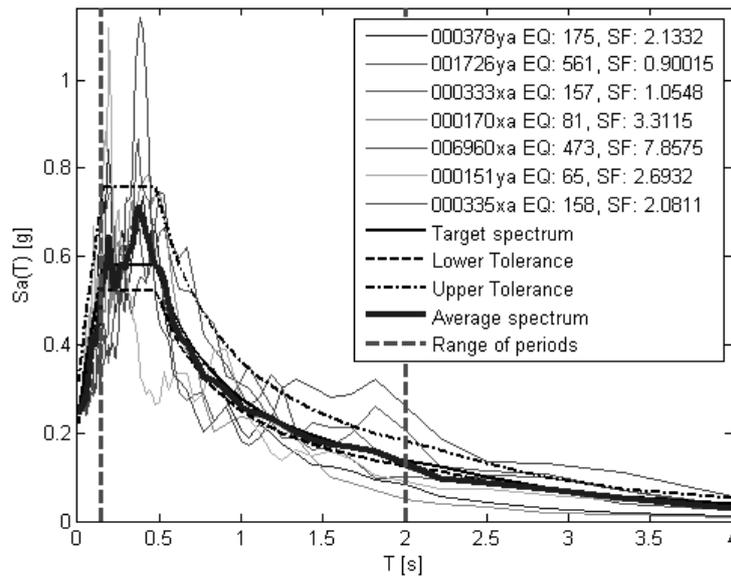


Figure 3.6.: Esempio di *set* di accelerogrammi naturali spettro-compatibili (ricavato mediante il software *REXEL* [49]).

seguita da tratti di ampiezza rispettivamente crescente da zero e decrescente a zero, in modo che la durata complessiva dell'accelerogramma sia non inferiore a 25 s.

L'uso di accelerogrammi registrati è in genere ammesso a condizione che la loro scelta sia rappresentativa della sismicità del sito e sia adeguatamente giustificata in base alle caratteristiche sismogenetiche della sorgente, alle condizioni del sito di registrazione, alla magnitudo, alla distanza dalla sorgente e alla massima accelerazione orizzontale attesa al sito; essi devono essere selezionati e scalati in modo da approssimare gli spettri di risposta nel campo di periodi di interesse per il problema in esame.

La rappresentazione dell'azione sismica mediante accelerogrammi comporta necessariamente un'analisi di tipo *time-history* della struttura; come sopra anticipato, la complessità e l'onerosità in termini di calcoli di questo tipo di analisi in genere si giustifica solo su una struttura già dimensionata in modo pressoché definitivo, risultando più conveniente in fase di progettazione preliminare utilizzare piuttosto una rappresentazione a spettri di risposta. Nel capitolo 4, ad esempio, sarà presentato un *case-study* per il quale saranno effettuate analisi dinamiche non lineari utilizzando opportune serie accelerogrammi naturali a scopo di ulteriore verifica della struttura precedentemente dimensionata.

3.2.2. Condizioni prestazionali (stati limite)

Ciascuno dei livelli prestazionali $P_j \in \mathbf{P}$ sarà definito a sua volta tramite il soddisfacimento di una o più disuguaglianze riguardanti grandezze di interesse assunte come parametri di riferimento o indici capaci descrivere compiutamente il grado di danno di elementi strutturali e non strutturali della costruzione. La scelta di quanti e quali indici di danno considerare presenta una certa

3. L'idea progettuale

discrezionalità; in modo complementare ai quattro input sismici del §3.2.1 che tipicamente sono considerati possono essere definiti i seguenti livelli prestazionali:

- *Stato Limite di Operatività (SLO)*: a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso (incluso gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature rilevanti alla sua funzione) non deve subire danni ed interruzioni d'uso significative.
- *Stato Limite di Danno (SLD)*: a seguito del terremoto la costruzione nel suo complesso (incluso gli elementi strutturali, quelli non strutturali e le apparecchiature rilevanti alla sua funzione) subisce danni tali da non mettere a rischio gli utenti e da non compromettere significativamente la capacità di resistenza e di rigidezza nei confronti delle azioni verticali ed orizzontali, mantenendosi immediatamente utilizzabile pur nell'interruzione d'uso di parte delle apparecchiature;
- *Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)*: a seguito del terremoto la costruzione subisce rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e significativi danni dei componenti strutturali cui si associa una perdita significativa di rigidezza nei confronti delle azioni orizzontali, pur conservando una parte della resistenza e rigidezza per azioni verticali e un margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali;
- *Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC)*: a seguito del terremoto la costruzione subisce gravi rotture e crolli dei componenti non strutturali ed impiantistici e danni molto gravi dei componenti strutturali pur conservando ancora un margine di sicurezza per azioni verticali ed un esiguo margine di sicurezza nei confronti del collasso per azioni sismiche orizzontali.

Gli stati limite di Operatività e di Danno possono essere riguardati nell'insieme come Stati limite di Esercizio (SLE), mentre quelli di salvaguardia della Vita e di prevenzione del Collasso come Stati Limite Ultimi (SLU):

$$\begin{array}{l} \text{Stati Limite di Esercizio (SLE)} \\ \text{Stati Limite Ultimi (SLU)} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \text{Stato Limite di Operatività (SLO)} \\ \text{Stato Limite di Danno (SLD)} \\ \text{Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)} \\ \text{Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC)} \end{array} \right.$$

I quattro stati limite così definiti ricalcano nella sostanza i livelli prestazionali proposti dal documento *Vision2000* [82] nel 1995, secondo la corrispondenza indicata nella tabella 3.2; essi consentono di individuare quattro situazioni diverse che, al crescere progressivo dell'azione sismica, ed al conseguente progressivo superamento dei quattro stati limite ordinati per azione sismica crescente (SLO, SLD, SLV, SLC), fanno corrispondere una progressiva crescita del danneggiamento all'insieme di struttura, elementi non strutturali ed impianti, per individuare così univocamente ed in modo quasi "continuo" le caratteristiche prestazionali richieste alla generica costruzione.

In generale è opportuno che ad una struttura sia richiesto il soddisfacimento di almeno da uno stato limite di esercizio e di uno stato limite ultimo al fine di una compiuta definizione del suo

3. L'idea progettuale

D.M. 14/01/2008 [28]	Vision 2000 [82]
Stato Limite di Operatività (SLO)	<i>Fully Operational</i>
Stato Limite di Danno (SLD)	<i>Operational</i>
Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV)	<i>Life-Safety</i>
Stato Limite prevenzione del Collasso (SLC)	<i>Near-Collapse</i>

Table 3.2.: Corrispondenza fra livelli prestazionali della vigente normativa italiana [28] e del documento tecnico di riferimento Vision2000 [82].

comportamento prestazionale durante eventi sismici a diversa probabilità di accadimento: la vigente normativa italiana [28], ad esempio, per strutture di importanza ordinaria impone il contemporaneo soddisfacimento dello Stato Limite di Danno (SLD) dello Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV) per quanto riguarda gli stati limite ultimi.

È chiaro che in pratica tali definizioni discorsive andranno adeguatamente formalizzate in termini matematici mediante relazioni riguardanti grandezze fisiche di interesse come spostamenti, accelerazioni, forze, ecc. Ciascuno dei livelli prestazionali $P_j \in \mathbf{P}$ dovrà infatti essere definito a sua volta tramite il soddisfacimento di una o più disuguaglianze riguardanti tali grandezze assunte come parametri di riferimento o indici capaci descrivere compiutamente il grado di danno di elementi strutturali e non strutturali della costruzione. Nell'ottica del *Displacement-Based Design* e in previsione di eseguire analisi statiche non lineari sulla struttura, quale indici di danno dovranno essere scelti preferibilmente parametri esprimibili in ultima analisi attraverso valori di forza o di spostamento in corrispondenza di un punto di controllo significativo della struttura. ⁽⁶⁾

La scelta di quanti e quali indici di danno considerare presenta una certa discrezionalità; per descrivere il comportamento di una struttura soggetta a differenti livelli di intensità sismica in letteratura sono spesso utilizzati i seguenti parametri:

- *Interstory Drift* (δ/H): rapporto fra lo spostamento relativo orizzontale fra due punti sulla stessa verticale nella costruzione e l'altezza di interpiano;
- *Resistenza al limite elastico* (F_y): massima forza orizzontale che la struttura è in grado di sostenere senza uscire dal campo elastico;
- *Spostamento al limite elastico* (δ_y): spostamento del punto di controllo oltre il quale la struttura esce dal campo elastico;
- *Duttilità* (μ): rapporto fra lo spostamento δ della struttura durante il sisma considerato e lo spostamento δ_y al limite elastico ossia $\mu = \delta/\delta_y$;
- *Spostamento ultimo* (δ_u): spostamento ultimo raggiungibile dalla struttura in corrispondenza del quale avviene il collasso;

⁽⁶⁾Per la tipologia strutturale di fig. 3.1 tale punto di controllo può essere assunto convenientemente nel baricentro del primo piano.

3. L'idea progettuale

- *Accelerazione massima* (A_{\max}): pseudo-accelerazione massima sopportabile dalla struttura per evitare danni al contenuto;
- *Residual Drift* (δ_{res}/H): definito come il rapporto fra lo spostamento orizzontale residuo del punto di controllo valutato *post* sisma (rispetto alla posizione di quiete *ante* sisma) e l'altezza di interpiano.⁽⁷⁾

In funzione di tali parametri (o di altri similari) potranno essere formalizzate matematicamente le condizioni che esprimono gli stati limite precedentemente citati. I vari Autori forniscono in realtà valori quasi sempre non univoci degli indici di danno in corrispondenza dei diversi stati limite. Priestley et al. [78], ad esempio, associano i seguenti fenomeni, riferiti in particolare a singole sezioni in c.a. e ordinati per severità crescente, come eventi di discriminazione fra uno stato limite e l'altro (fig. 3.7a):

fessurazione: significativo ovviamente per i soli elementi strutturali in cemento armato ed in muratura, la prima fessurazione segna in genere un decremento permanente di rigidezza. È chiaro che per elementi strutturali che verosimilmente si comporteranno in modo anelastico sotto sisma tale stato limite avrà scarsa rilevanza, dal momento che esso sarà superato già per livelli di eccitazione sismica molto bassi. Tuttavia tale stato limite può risultare significativo per strutture che devono comportarsi essenzialmente in modo elastico per il livello di intensità sismica considerato al fine di determinare il corretto valore di rigidezza (si pensi ad esempio ad un elemento precompresso);

primo snervamento (limite elastico): tale stato limite, verificantesi al raggiungimento della tensione al limite elastico nella fibra estrema della sezione, segna un sempre una significativa variazione di rigidezza dell'elemento strutturale ed è importante per la valutazione della corretta rigidezza elastica da utilizzare nei calcoli;

espulsione del copriferro: per strutture in cemento armato o in muratura armata, l'espulsione del copriferro risulta significativa in particolar modo per sezioni non confinate o per sezioni soggette ad alti livelli di compressione assiale;

instabilità: per le strutture in muratura armata e in c.a. l'instabilità delle armature longitudinali è sempre un evento significativo, dal momento che il suo avverarsi presuppone nella maggioranza dei casi dei provvedimenti di consolidamento o la sostituzione dell'intero elemento strutturale interessato; considerazioni analoghe possono essere fatte per le strutture in acciaio (specialmente quelle costituite da travi e colonne flangiate), sia in caso di instabilità completa di un elemento strutturale che in quello di imbozzamento locale della sezione.

Gli Autori citati raccomandano valori di non superiori a 1,2% per evitare danni consistenti (tali cioè da necessitare riparazione) alle parti strutturali, limite che scende a 0,5% (come recepito da

⁽⁷⁾Per una struttura che si comporta elasticamente sotto sisma si ha ovviamente $\delta_{\text{res}} = 0$.

3. L'idea progettuale



Figura 3.7.: Condizioni prestazionali secondo Priesley et al. [78]: (a) fenomeni significativi a livello di singola sezione in una struttura in c.a. per descrivere i diversi stati limite; (b) curva di capacità di una generica struttura con indicazione degli spostamenti corrispondenti ai quattro possibili stati limite. (da [78])

diverse normative, non ultima quella italiana [28]) per evitare danni significativi alle parti non strutturali (partizioni fragili, ecc.). Tali valori potrebbero quindi in generale essere presi come valori limite oltre i quali il danno non risulta più di lieve entità; è chiaro quindi che in una struttura, specialmente per gli stati limite meno severi (SLO, SLD), spesso sono le parti non strutturali a governare il progetto, fissando in generale valori limite più stringenti agli indici di danno. Vengono inoltre riconosciuti un valori indicativi di duttilità $3 \leq \mu \leq 6$ e di *interstory drift* pari a $2,0 \div 2,5\%$ come ancora accettabili allo SLV, mentre fanno corrispondere il collasso della struttura ad un abbattimento convenzionale della resistenza del 20% rispetto al valore massimo raggiunto dalla curva di capacità (fig. 3.7b)

Il documento *Vision 2000* raccomanda che *interstory drift* e *residual drift* si mantengano inferiori ai valori riportati nella tabella 3.3 a seconda del livello prestazionale considerato (valori riportati anche da Mahin in [60]), mentre le vigenti norme tecniche italiane [28] forniscono i seguenti valori per il soddisfacimento dello SLD: ⁽⁸⁾

$\delta/H \leq 0,005$ per tamponamenti collegati rigidamente alla struttura che interferiscono con la deformazione della stessa;

$\delta/H \leq 0,01$ per tamponamenti progettati in modo da non subire danni a seguito di spostamenti d'interpiano;

$\delta/H \leq 0,003$ per strutture in muratura ordinaria;

$\delta/H \leq 0,004$ per strutture in muratura armata.

Come si vede, le varie fonti forniscono in alcuni casi valori differenti dei parametri utilizzati per descrivere gli stati limite, per cui in ultima analisi (fatte salve ovviamente eventuali prescrizioni normative cogenti) è compito del Progettista d'intesa con la Committenza quantificarne gli effettivi valori limite.

⁽⁸⁾Per lo SLO vengono fissati limiti corrispondenti a 2/3 dei valori relativi allo SLD (verifica obbligatoria solo per costruzioni di importanza speciale, come scuole, ospedali, caserme, ecc.)

3. L'idea progettuale

Livello prestazionale	<i>Interstory Drift (%)</i>	<i>Residual Drift (%)</i>
<i>Fully Operational</i>	$\leq 0,2$	≈ 0
<i>Operational</i>	$\leq 0,5$	≈ 0
<i>Life-safety</i>	$\leq 1,5$	$\leq 0,5$
<i>Near-Collapse</i>	$\leq 2,5$	$\leq 2,5$

Tabella 3.3.: Condizioni prestazionali raccomandate in [82, 60].

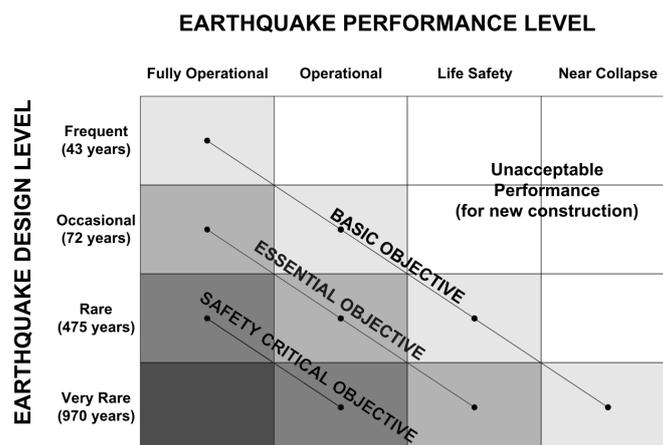


Figura 3.8.: Obiettivi prestazionali secondo il documento tecnico *Vision2000* [82].

3.2.3. Formulazione degli obiettivi prestazionali

Come accennato precedentemente, gli obiettivi prestazionali potranno essere individuati abbinando le condizioni prestazionali come definite al §3.2.2 agli specifici input sismici del §3.2.1, in accordo alla filosofia prestazionale di progetto sinteticamente illustrata nella figura 3.8 tratta dal documento tecnico di riferimento *Vision2000* [82].

Senza perdere in generalità, nel seguito faremo riferimento ad una struttura di importanza ordinaria per la quale devono dunque essere soddisfatti gli obiettivi prestazionali della tabella 3.4, ossia:

- obiettivo ❶: la struttura non deve superare lo *stato limite di operatività* qualora soggetta a *sisma frequente*;
- obiettivo ❷: la struttura non deve superare lo *stato limite di danno* qualora soggetta a *sisma occasionale*;
- obiettivo ❸: la struttura non deve superare lo *stato limite di salvaguardia della vita* qualora soggetta a *sisma raro*;
- obiettivo ❹: la struttura non deve superare lo *stato limite di collasso* qualora soggetta a *sisma molto raro*.

3. L'idea progettuale

		STATI LIMITE (LIVELLI PRESTAZIONALI)			
		Operatività	Danno	Salvaguardia della vita	Collasso
SISMI	Frequente	①			
	Occasionale		②		
	Raro			③	
	Molto raro				④

Tabella 3.4.: Obiettivi prestazionali tipici per una struttura di importanza corrente.

Le considerazioni riferite ad una struttura ordinaria si estendono facilmente a strutture a strutture di maggiore importanza (scuole, ospedali, caserme, ecc.), fatto salvo ovviamente il valore più stringente richiesto ai parametri assunti come indici di danno per il soddisfacimento delle condizioni prestazionali.

3.3. La curva “obiettivo” e l’approccio progettuale

Definiti gli obiettivi prestazionali in termini di forze e/o spostamenti limite per ciascun sisma di riferimento, al fine di poter confrontare direttamente la domanda sismica e la capacità offerta della struttura, determinata tramite analisi statica non lineare ⁽⁹⁾, si ritiene opportuno esprimere entrambe nelle medesime coordinate accelerazione - spostamento oppure forza - spostamento.

Le due modalità di rappresentazione sono concettualmente equivalenti, essendo possibile passare dall’una all’altra rispettivamente moltiplicando o dividendo le ordinate del diagramma per la massa totale m della struttura: tuttavia se l’uso delle coordinate accelerazione - spostamento (come originariamente previsto nel *Capacity Spectrum Method*) consente di fornire una rappresentazione della domanda sismica indipendente dalla particolare struttura in oggetto, l’uso delle coordinate forza - spostamento appare più conveniente dal punto di vista strettamente progettuale per il fatto che consente di leggere direttamente i valori di forza e rigidità associati a un certo spostamento per la struttura da dimensionare.

Nel seguito si farà dunque riferimento a quest’ultima rappresentazione, e le curve di domanda sismica sul diagramma forza - spostamento si potranno quindi ottenere dagli spettri di risposta in formato accelerazione - spostamento moltiplicando le ordinate per la massa totale m della struttura.

Ciò premesso, per *curva obiettivo* intenderemo la curva di capacità del sistema, individuata nel piano $F - \delta$ (forza - spostamento), in grado soddisfare contemporaneamente in modo ottimale tutti gli assegnati obiettivi prestazionali. Ciò può essere fatto imponendo analiticamente uno alla volta gli obiettivi prestazionali di cui al §3.2.3 secondo il procedimento di seguito esposto, potendosi

⁽⁹⁾In letteratura la curva di capacità determinata tramite analisi statica non lineare viene frequentemente indicata anche come curva *pushover*.

3. L'idea progettuale

comunque visualizzare ogni singolo *step* di calcolo sul diagramma forza - spostamento. Nota tale curva, come si vedrà, potrà essere dimensionato il sistema resistente alle azioni orizzontali.

Poiché la struttura della figura 3.1 è assimilabile, almeno in prima approssimazione, ad un oscillatore semplice di massa m (pari alla massa totale della sovrastruttura) con l'intero piano terra funzionante da "strato" di isolamento sismico per i piani superiori, la resistenza e la rigidezza del piano terra saranno date dalla somma dei contributi dei due sistemi resistenti che agiscono in parallelo:

- il sistema resistente alle azioni verticali, ed in particolare i pilastri del piano terra;
- il sistema resistente alle azioni orizzontali, costituito dagli elementi dissipativi.

L'approccio progettuale di seguito esposto si compone delle seguenti fasi:

1. dimensionamento del sistema resistente alle azioni verticali per i soli carichi statici e determinazione della curva di capacità del solo sistema resistente alle azioni verticali;
2. determinazione della *curva obiettivo* (curva di capacità dell'intera struttura) sulla base del soddisfacimento ottimizzato degli obiettivi prestazionali prefissati;
3. determinazione della curva di capacità del sistema resistente alle azioni orizzontali per differenza fra la *curva obiettivo* (determinata al punto 2) e la curva di capacità del solo sistema resistente alle azioni verticali (determinata al punto 1);
4. scelta del numero e della tipologia degli elementi dissipativi che andranno a costituire il sistema resistente alle azioni orizzontali, sulla base della curva di capacità determinata al punto 3;
5. controllo del soddisfacimento di tutti gli obiettivi prestazionali in base alla curva di capacità effettiva del sistema resistente alle azioni orizzontali, ora completamente dimensionato.
6. dimensionamento del sistema irrigidente della sovrastruttura;
7. verifica finale della struttura dimensionata mediante analisi dinamiche non lineari su opportuni *sets* di accelerogrammi spettro-compatibili (controllo che il comportamento meccanico della struttura soddisfi *in media* ⁽¹⁰⁾ gli obiettivi prestazionali).

Di seguito verranno esaminati in forma relativamente generale gli aspetti principali della procedura; ⁽¹¹⁾ per fissare le idee, supporremo per semplicità che il sistema resistente alle azioni verticali e quello resistente alle azioni orizzontali presentino entrambi un comportamento elastico - perfettamente plastico. Al §4.3.3 vedremo tuttavia che per contrastare gli effetti del secondo ordine e ottenere così sufficienti garanzie contro il collasso della struttura è opportuno che quantomeno il sistema resistente alle azioni orizzontali presenti un comportamento significativamente *incrudente* o, ancora meglio, *incrudente trilineare*.

⁽¹⁰⁾Supponendo che ciascun *set* preveda almeno sette accelerogrammi, cfr. §3.2.1.

⁽¹¹⁾Nel capitolo 4 verrà illustrato un esempio progettuale concreto, con illustrazione dettagliata dell'intera procedura.

3.3.1. Il sistema resistente alle azioni verticali

Grazie alla sostanziale indipendenza di ruoli fra i sistemi resistenti evidenziata al §3.1, è possibile dimensionare il sistema resistente alle azioni verticali (travi e pilastri) *fin dall'inizio della progettazione*, senza necessità cioè di eseguire una specifica analisi sismica preventiva. Dunque tale sistema resistente potrà considerarsi noto fin da subito, e per esso potrà essere individuata la curva di capacità nel piano forza - spostamento.

A riguardo in generale avrà naturalmente interesse la determinazione del legame forza - spostamento dei pilastri del piano terra, in quanto il funzionamento di tale piano sarà dato dai contributi sia di tali pilastri che degli elementi dissipativi che costituiscono il sistema resistente alle azioni orizzontali. Poiché però i pilastri sono dimensionati all'inizio della progettazione sulla base dei carichi statici, spetterà quindi agli elementi di controvento del piano terra "plasmare" le proprie caratteristiche meccaniche per soddisfare in modo ottimale gli obiettivi prestazionali prefissati.

In figura 3.1 si è supposto, senza perdere in generalità, che il sistema resistente alle azioni verticale fosse costituito da un telaio pendolare con le travi incernierate agli estremi di ciascuna campata e i pilastri continui lungo l'altezza incernierati alla base. Tale schema statico, di per sé labile, acquista naturalmente significato solo per la presenza degli altri due sistemi resistenti di controvento (piano terra e sovrastruttura). In generale, a seconda dei vincoli alle due estremità, i pilastri del piano terra si troveranno in una situazione di regime statico intermedio fra due schemi statici:

1. trave (mensola) vincolata elasticamente all'estremo superiore e incernierata alla base;
2. trave incastrata alla base e vincolata all'estremo superiore con un incastro scorrevole (che simula l'infinita rigidezza delle travate del primo piano).

Supponendo che i pilastri del piano terra siano tutti uguali e abbiano lo stesso schema statico, lo spostamento orizzontale di ciascuno di essi potrà in ogni caso essere espresso nella forma:

$$\delta = \frac{FH^3}{c_1 EJ}$$

essendo c_1 un'opportuna costante che dipende dallo schema statico (ad esempio $c_1 = 3$ per una mensola perfettamente incastrata, $c_1 = 12$ per lo schema incastro - incastro scorrevole), E il modulo elastico dell'acciaio e J il momento d'inerzia per flessione nella direzione considerata; di conseguenza la rigidezza alla traslazione dei pilastri, supposti in numero di n sarà data da:

$$K_V = n c_1 \frac{EJ}{H^3} \quad (3.6)$$

Per quanto riguarda il momento nella sezione più sollecitata del pilastro, si potrà in generale

3. L'idea progettuale

scrivere:

$$M = \frac{FH}{c_2}.$$

ove anche c_2 è un coefficiente numerico che dipende dallo schema statico (ad esempio $c_2 = 1$ per una mensola perfettamente incastrata e $c_2 = 2$ per lo schema incastro - incastro scorrevole). Al limite elastico si avrà⁽¹²⁾

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = f_y$$

da cui

$$M_y = W(f_y - \sigma_N) = Wf_y \left(1 - \frac{\sigma_N}{f_y}\right) = \alpha_N W f_y$$

avendo posto $\sigma_N = N/A$ e $\alpha_N = 1 - \sigma_N/f_y < 1$.

Dunque, imponendo che $M = M_y$ per $F = F_{y,V}$ si ottiene:

$$\frac{F_{y,V}H}{c_2} = Wf_{y,\text{red}}$$

da cui

$$F_{y,V} = \frac{c_2 W f_{y,\text{red}}}{H} \quad (3.7)$$

mentre lo spostamento al limite elastico $\delta_{y,V}$ dei pilastri può essere determinato come

$$\delta_{y,V} = \frac{(F_{y,V}H)H^2}{c_1 EJ} = \frac{\alpha_N W f_y H^2}{c_1 c_2 EJ} = \frac{2\alpha_N}{c_1 c_2} \cdot \varepsilon_y \frac{H^2}{h} \quad (3.8)$$

essendo $W = 2J/h$ con h dimensione della sezione nella direzione considerata.⁽¹³⁾

Nel caso di pilastri diversi fra loro o con differenti schemi statici le formule (3.6), (3.7) e (3.8) dovranno essere opportunamente modificate; in ogni caso alla fine del dimensionamento del sistema resistente alle azioni verticali risulteranno note la rigidezza elastica K_V , la resistenza al limite elastico $F_{y,V}$ e lo spostamento elastico $\delta_{y,V}$ e sarà possibile diagrammare nel piano $F - \delta$ la relativa curva di capacità (fig. 3.9).

In generale potrà risultare $K_V < K$, dal momento che la rigidezza del solo sistema resistente alle azioni verticali potrebbe non essere in grado di soddisfare l'obiettivo prestazionale necessitando appunto di un sistema aggiuntivo di controvento (il sistema resistente alle azioni orizzontali). Tuttavia dovrà necessariamente risultare $\delta_{y,V} \geq \delta_y$, dal momento che altrimenti ciò significherebbe che i pilastri del piano terra superano il limite elastico per un sisma di intensità

⁽¹²⁾Trascurando per ora i fenomeni di instabilità.

⁽¹³⁾Per $\alpha_N = 0,7$; $c_1 = 3$; $c_2 = 1$ (mensola) si ottiene ad esempio $\delta_{y,V} \simeq 0,47 \varepsilon_y H^2/h$.

3. L'idea progettuale

inferiore a quello occasionale.

Dalla 3.8 si nota inoltre che, fissati i valori di α_N e di H , per avere $\delta_{y,V}$ maggiore possibile occorrerebbe:

- utilizzare schemi statici per i quali il prodotto $c_1 c_2$ è il minore possibile (ad esempio, come in fig. 4.3, prevedendo delle cerniere alla base dei pilastri);
- utilizzare un acciaio con ε_y elevata (o equivalentemente, con f_y elevata);
- utilizzare profili con h ridotta (per esempio, in caso di sezioni a doppio T, tipo HE delle serie B o M).⁽¹⁴⁾

3.3.2. Determinazione della curva obiettivo

La determinazione della *curva obiettivo* viene effettuata sulla base degli obiettivi prestazionali di cui al §3.2.3, per cui non è possibile fornire una procedura universalmente valida per la sua costruzione. Nel caso più generale la struttura presenterà un comportamento elastico per poi entrare in campo plastico; senza perdere in generalità potremo supporre che la struttura rimanga in campo elastico qualora soggetta a sismi di intensità non superiore a quello occasionale. Le caratteristiche elastiche (rigidezza e resistenza) potranno in tale ipotesi essere determinate imponendo il soddisfacimento dei primi due obiettivi prestazionali, sottintendendo infatti che per i due sismi meno intensi (ma con maggiore probabilità di avvenire) la struttura debba permanere in campo elastico.

Di seguito viene dunque descritta una procedura che potrebbe tipicamente interessare la tipologia strutturale con “isolamento di piano”; la curva verrà costruita man mano imponendo nell'ordine ognuno dei quattro possibili obiettivi prestazionali della tabella 3.4 relativi ad una costruzione di importanza ordinaria.

Obiettivo prestazionale ❶

Supponiamo che per il sisma frequente debba essere (fig. 3.9)

$$\delta \leq \delta_{FO};$$

per esempio tale condizione potrebbe derivare da una limitazione allo spostamento d'interpiano (*interstory drift*) al fine di evitare danni su tamponature ed elementi non strutturali fragili. Tale limitazione comporterà che a partire dallo spettro degli spostamenti S_{De} dato dalle (3.3) possa essere ricavato il corrispondente periodo limite T_{FO} e quindi tramite esso resti individuata la rigidezza elastica K minima che il sistema deve possedere:

$$K \geq K_{FO} = \frac{4\pi^2 m}{T_{FO}^2}.$$

⁽¹⁴⁾Compatibilmente con i problemi di stabilità.

3. L'idea progettuale

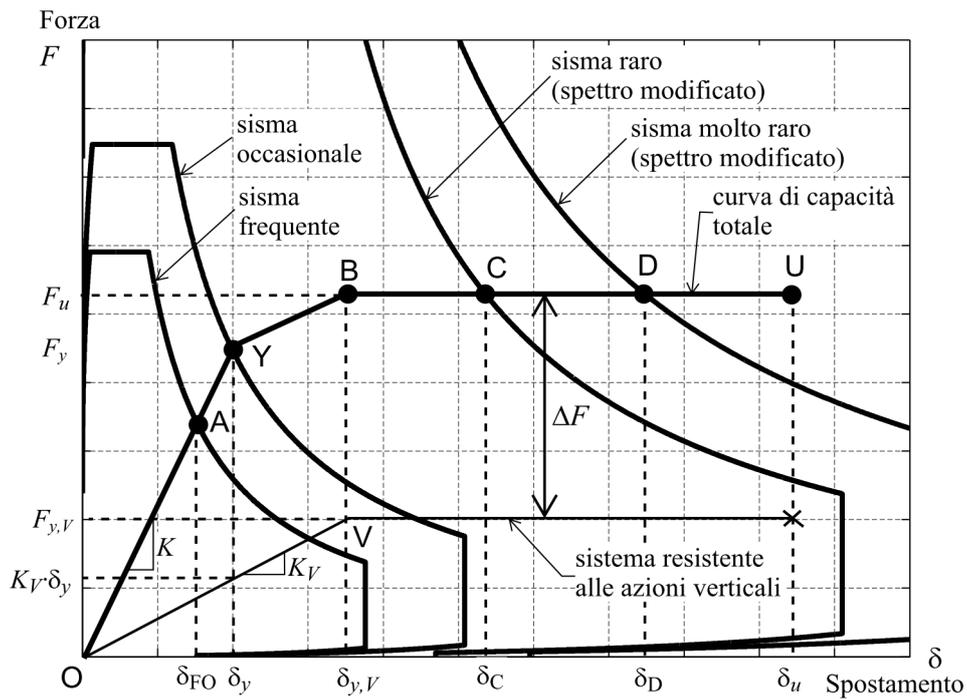


Figura 3.9.: Costruzione della *curva obiettivo*.

Supponendo ad esempio di trovarsi nella condizione $T_C \leq T \leq T_D$ lo spettro di risposta dello spostamento assume la forma (lineare):

$$\delta = \frac{C_A}{4\pi^2} \cdot PGA \cdot T_C \cdot T$$

per cui

$$T_{FO} = \frac{4\pi^2 \delta}{C_A \cdot PGA \cdot T_C}$$

e quindi

$$K \geq K_{FO} = \frac{m(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{4\pi^2 \delta_{FO}^2} \quad (3.9)$$

Resta così individuata l'inclinazione del tratto OA della curva obiettivo.

3. L'idea progettuale

Obiettivo prestazionale ②

Consideriamo soddisfatto il presente obiettivo prestazionale se è verificata la seguente condizione sulla resistenza qualora la struttura sia soggetta ad un sisma Occasionale:

$$F_y \geq F$$

essendo F_y la resistenza del sistema ed F la forza a cui il sistema è soggetto per il sisma considerato. Quest'ultima si ottiene a partire dallo spettro delle accelerazioni avendo noto il periodo T determinato in precedenza; a partire da tale valore, infatti, si determina il corrispondente valore della pseudoaccelerazione $A(T)$ e da essa si può ricavare

$$F = mA(T).$$

Nel caso che ad esempio sia $T_C \leq T \leq T_D$ dovrà essere:

$$F_y = m \frac{C_A \cdot PGA \cdot T_C}{T} \quad (3.10)$$

essendo naturalmente i parametri C_A , PGA e T_C riferiti al sisma in oggetto.

Note quindi la rigidezza K e la resistenza F_y resta così individuato il punto Y in figura 3.9, ossia resta univocamente determinato il primo tratto OY (quello elastico) della *curva obiettivo*; si nota per inciso che i valori di K ed F_y così determinati sono quelli ottimali per ottenere il soddisfacimento dei primi due obiettivi prestazionali. Resta inoltre individuato lo spostamento elastico che la struttura deve possedere, dato da

$$\delta_y = \frac{F_y}{K}$$

Per quanto detto al §3.3.1, dovrà necessariamente risultare $\delta_{y,v} \geq \delta_y$; in caso contrario ciò significherebbe che i pilastri si plasticizzano prima di aver superato il sisma Occasionale.

Notiamo che in generale anche per il sisma Occasionale (come per quello Frequente) potrebbe essere presente una condizione sugli spostamenti del tipo

$$\delta \leq \delta_{OP};$$

in tal caso, ripercorrendo il ragionamento precedente si troverebbe una condizione del tipo

$$K \geq K_{OP} = \frac{m(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{4\pi^2 \delta_{OP}^2}$$

per cui la rigidezza del sistema verrà assunta in pratica pari a $K = \max(K_{FO}, K_{OP})$ e il periodo proprio del sistema sarà $T = \min(T_{FO}, T_{OP})$.

Obiettivo prestazionale ③

Supponiamo che questo obiettivo prestazionale sia soddisfatto qualora la duttilità richiesta al sistema durante il sisma raro non sia superiore a un valore $\bar{\mu}$, che ragionevolmente può essere compreso nel *range* $2 \leq \bar{\mu} \leq 4$. La scelta dell'effettivo valore di $\bar{\mu}$ dipende dal Progettista e dal grado di danno ritenuto accettabile (a valori maggiori di duttilità richiesta corrispondono verosimilmente danni maggiori).

In tal caso, essendo noto δ_y dai passi precedenti, risulta noto lo spostamento limite che la struttura può subire durante il sisma raro, ossia:

$$\delta_{lim} = \bar{\mu} \delta_y.$$

Potremo quindi ritenere soddisfatto l'obiettivo prestazionale qualora, con riferimento alla figura 3.9, risulti:

$$\delta_C \leq \delta_{lim} = \bar{\mu} \delta_y \quad (3.11)$$

essendo δ_C lo spostamento che la struttura subisce qualora soggetta al sisma Raro in corrispondenza del punto di funzionamento C. Tale spostamento può essere calcolato a partire dagli spettri modificati in base allo smorzamento equivalente alla dissipazione energetica per isteresi dei materiali (appendice A), in modo da tenere conto che la struttura è entrata in campo plastico. Assumendo come valide le relazioni (A.3) e (A.8) presentate nell'appendice A, si perviene per $T_C \leq T \leq T_D$ ad un'espressione dello spettro di risposta modificato del tipo: ⁽¹⁵⁾

$$F(\delta, \delta_y) = \frac{m}{4\pi^2} \cdot \frac{(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{(1+p)\delta - p\delta_y} \quad (3.12)$$

essendo p un coefficiente numerico che dipende dalle capacità dissipative della tipologia strutturale in oggetto (o meglio: dal modello isteretico considerato per essa) dato in tabella A.1.

Poiché per $\delta = \delta_C$ si ha anche (fig. 3.9):

$$F = F_u = F_y + K_V(\delta_{y,V} - \delta_y) \quad (3.13)$$

uguagliando le (3.12) e la (3.13) si ottiene un'equazione che fornisce lo spostamento incognito δ_C . ⁽¹⁶⁾

⁽¹⁵⁾A rigore occorrerebbe tenere conto dei differenti livelli di smorzamento equivalente fornito dai due sistemi resistenti ed effettuare un calcolo iterativo. Si veda in proposito l'annotazione finale dell'appendice (A).

⁽¹⁶⁾La (3.13) si generalizza facilmente ad un comportamento incrudente anziché perfettamente plastico.

3. L'idea progettuale

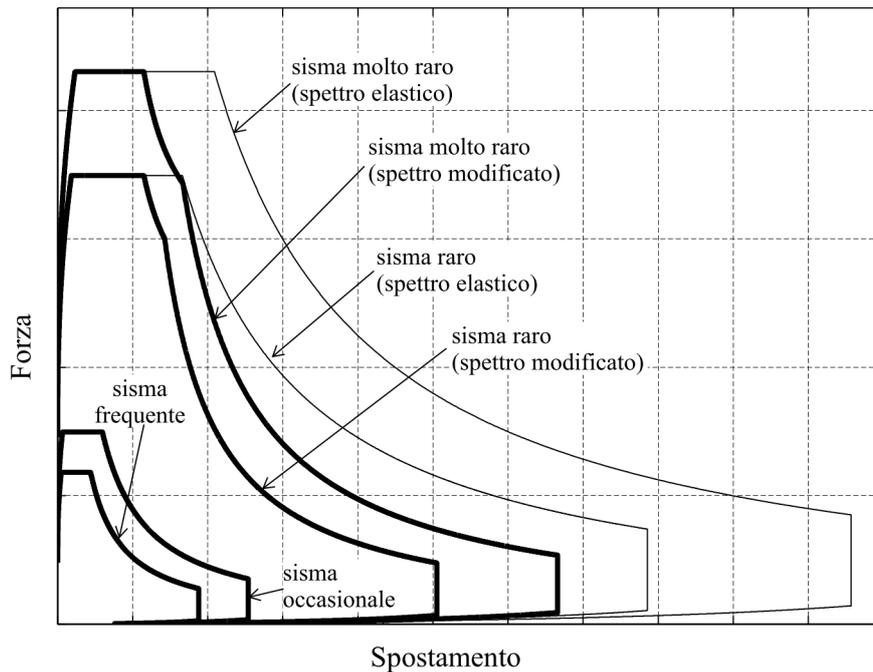


Figura 3.10.: Spettri di risposta in coordinate forza - spostamento modificati in base allo smorzamento equivalente alla dissipazione energetica per isteresi dei materiali.

Obiettivo prestazionale ④

Per quanto riguarda lo stato limite di collasso, tralasciando per ora l'importante problematica degli effetti del secondo ordine che sarà trattata al §3.4, occorre verificare che (fig. 3.9):

$$\delta_D \leq \delta_u \quad (3.14)$$

essendo δ_u lo spostamento ultimo del sistema resistente alle azioni verticali, determinato in generale mediante un'analisi (statica) non lineare. Ovviamente tale verifica andrà eseguita anche per il sistema resistente alle azioni orizzontali, una volta che esso sia stato effettivamente dimensionato.

Lo spostamento richiesto δ_D (in corrispondenza del punto di funzionamento D) si determina invece in modo analogo a δ_C per l'obiettivo prestazionale precedente, facendo quindi riferimento allo spettro di risposta (questa volta per il sisma Molto Raro) in formato $F - \delta$ modificato in base allo smorzamento equivalente al comportamento dissipativo isteretico del materiale (cfr. appendice A).

3.3.3. Il sistema resistente alle azioni orizzontali

Determinate la *curva obiettivo* come al §3.3.2 e la curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali come al §3.3.1, è possibile ricavare la *curva di capacità ottimale* del sistema

3. L'idea progettuale

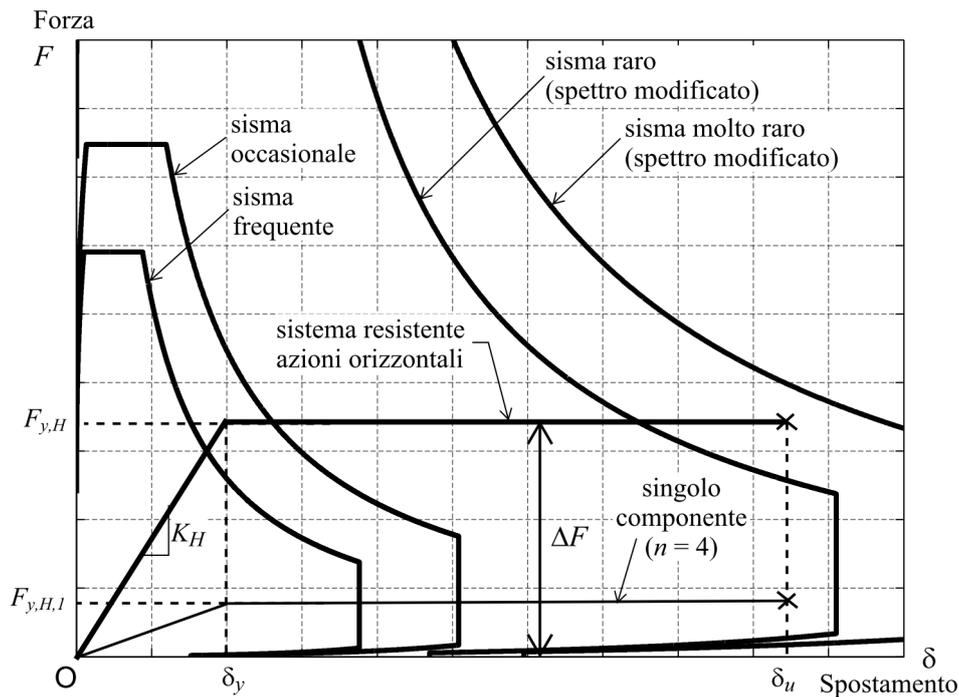


Figura 3.11.: Curva di capacità ottimale del sistema resistente alle azioni orizzontali e del singolo componente dissipativo (per $n = 4$)

resistente alle azioni orizzontali per differenza fra le due precedenti, dal momento che i due sistemi resistenti (alle azioni verticali e alle azioni orizzontali) risultano agire in parallelo (in figura 3.9 tale “differenza” fra curve di capacità è stata indicata con ΔF).

Nell’ipotesi semplificata di sistemi elastici - perfettamente plastici, tale curva sarà ovviamente bilatera e caratterizzata dai seguenti parametri:

$$\delta_{y,H} = \delta_y \quad F_{y,H} = F_y - K_V \delta_y \quad K_H = K - K_V \quad \delta_{u,H} > \delta_D$$

essendo $\delta_{y,H}$ lo spostamento al limite elastico, $F_{y,H}$ la resistenza al limite elastico e $\delta_{u,H}$ lo spostamento ultimo del sistema resistente alle azioni orizzontali.

In base a tale curva che in generale – tenuto conto anche degli effetti del secondo ordine – avrà una forma bilineare (elastica - incrudente) o trilineare (cfr. §3.4), potranno essere dimensionati i singoli componenti dissipativi che costituiscono in pratica il sistema resistente alle azioni orizzontali (fig. 3.1). Supponendo infatti che tali elementi siano tutti uguali e in numero di n , basterà dividere le ordinate della curva per n e ottenere così la *curva di capacità ottimale del singolo componente dissipativo*.

3.3.4. Il sistema di irrigidimento della sovrastruttura

Per quanto riguarda il sistema di irrigidimento della sovrastruttura (fig. 3.1), esso assolve la funzione essenziale di rendere i piani superiori *sufficientemente rigidi* rispetto al piano terra, in modo tale che:

- la struttura possa essere modellata come sistema a un grado di libertà (SDOF);
- il piano terra possa effettivamente fungere da isolamento sismico (“di piano”) per la sovrastruttura.

Non è possibile stabilire a priori il tipo e le modalità con cui tale sistema deve essere realizzato, dal momento che gli unici requisiti che sono richiesti per esso sono di rimanere in campo elastico e di possedere una rigidità adeguatamente superiore a quella del piano terra. Come vedremo al §4.8, in pratica tale sistema di controvento può essere dimensionato applicando sia i principi di *Capacity Design* sia controllando a posteriori che il comportamento d’insieme sia effettivamente assimilabile a quello di un sistema a un grado di libertà.

Notiamo infine che per la validità del procedimento di calcolo esposto altrettanta importanza risiede nel fatto che gli orizzontamenti possano essere considerati infinitamente rigidi nel proprio piano.⁽¹⁷⁾

3.4. Considerazioni sugli effetti del secondo ordine

Nella procedura delineata al §3.3 non sono tuttavia stati messi in conto gli effetti del secondo ordine, spesso citati in letteratura anche come “effetto $P - \delta$ ”; si tratta tuttavia di una problematica di estrema importanza giocando spesso un ruolo decisivo per il verificarsi del collasso di una struttura, pur non essendo nella progettazione tradizionale⁽¹⁸⁾ non considerata in modo esplicito.

Il problema è in realtà complesso in quanto coinvolge un reciproca interazione fra carichi verticali e carichi sismici orizzontali (da essi dipendenti); seguendo l’approccio semplificato proposto da Priestley et al. [78], consideriamo il sistema a un grado di libertà della figura 3.12, soggetto ad una forza verticale P e ad una forza orizzontale F . Il sistema, per effetto della forza F , si sposta orizzontalmente dello spostamento δ ; tuttavia in un’analisi *del primo ordine* (ossia valutando l’equilibrio nella posizione indeformata) il momento alla base è dovuto esclusivamente alla forza F e vale:

$$M^I = F \cdot H$$

essendo H la distanza della forza F dalla base dell’oscillatore.

⁽¹⁷⁾Nel caso di un edificio in acciaio i solai potrebbero ad esempio essere realizzati da una lamiera grecata e sovrastante soletta collaborante in c.a.

⁽¹⁸⁾Basata sul fattore di struttura q (si veda ad esempio [24, 28]).

3. L'idea progettuale

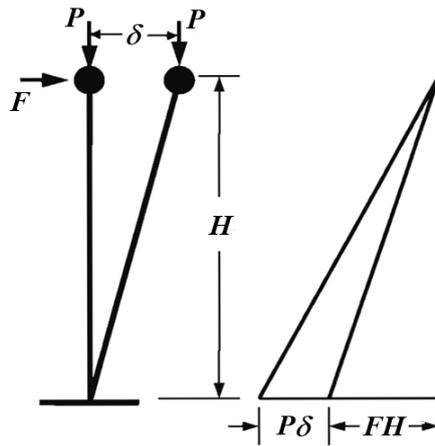


Figura 3.12.: Genesi dell'effetto $P - \delta$ (da [78]).

In realtà, com'è noto, tale valutazione è lecita esclusivamente se lo spostamento orizzontale δ è sufficientemente piccolo, in quanto a spostamento avvenuto *anche la forza verticale P* contribuirà al momento alla base; tale contributo, pari a

$$M^{II} = P \cdot \delta$$

può essere dunque evidenziato solo qualora le equazioni di equilibrio vengano scritte riferendosi alla configurazione deformata (o, come anche si dice, svolgendo un'analisi *del secondo ordine*).

Il momento complessivo M alla base dell'oscillatore sarà pertanto dato dalla somma delle due aliquote M^I e M^{II} , cioè:

$$M = M^I + M^{II} = F \cdot H + P \cdot \delta \quad (3.15)$$

Se dunque la sezione di base dell'oscillatore fosse dotata di un momento resistente M_{res} , qualora fosse $P = 0$ (ovvero in un'analisi del primo ordine) la forza massima F sollecitante ammessa sarebbe data da:

$$F^I = \frac{M_{res}}{H}$$

mentre la presenza di $P \neq 0$ comporta che la forza massima ammissibile per l'oscillatore sia invece

$$F^{II} = \frac{M_{res} - P \delta}{H} = F^I - \frac{P}{H} \delta < F^I. \quad (3.16)$$

In conclusione, la presenza del carico verticale P diminuisce l'effettiva capacità dell'oscillatore di sopportare il carico orizzontale F ; tale diminuzione di capacità resistente può essere quantificata in

3. L'idea progettuale

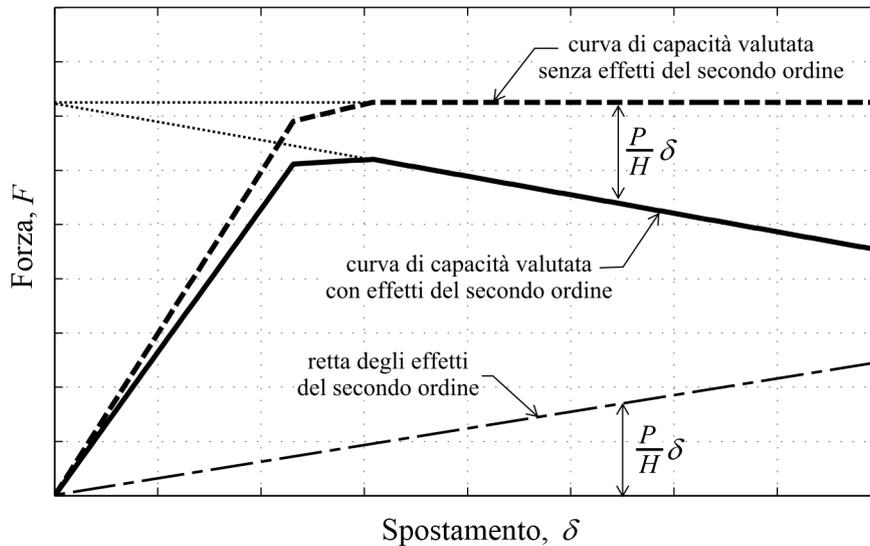


Figura 3.13.: Influenza degli effetti del secondo ordine sulla curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali.

modo semplificato secondo la (3.16) in funzione dello spostamento orizzontale δ come

$$\Delta F = -\frac{P}{H} \delta. \quad (3.17)$$

Volendo dunque considerare gli effetti del secondo ordine (cosa senz'altro opportuna) all'interno della procedura descritta al §3.3 anche per la tipologia strutturale della figura 3.1, occorrerà “penalizzare” la curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali determinata al §3.3.1 abbassandone tutte le ordinate della quantità ΔF data dalla (3.17). In questo caso P rappresenta il peso dell'intero edificio ed H l'altezza del piano terra.

Nella figura 3.13 è riportato in forma qualitativa come può modificarsi la curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali per effetto $P - \delta$: si nota che se la curva di partenza presentava un tratto perfettamente plastico, considerando gli effetti $P - \delta$ essa presenta inclinazione (cioè rigidità tangente) negativa. Questo rende evidente che *l'esclusiva presenza di sistemi perfettamente plastici o poco incrudenti non consente sufficienti garanzie di non-collasso quando gli spostamenti divengono significativi.*

Consideriamo infatti, a maggiore chiarimento di quanto detto, il sistema della figura 3.14a avente un comportamento post-elastico debolmente incrudente⁽¹⁹⁾: in assenza di effetti del secondo ordine, il punto A sarebbe il punto di funzionamento del sistema qualora soggetto allo spettro di progetto 1, mentre per lo spettro di progetto 2 non si verificherebbe il collasso in quanto il punto U rappresentativo delle condizioni ultime è posto oltre lo spettro. Ben diversa è la

⁽¹⁹⁾Naturalmente la situazione si aggraverebbe ancora di più nel caso di comportamento perfettamente plastico.

3. L'idea progettuale

situazione considerando gli effetti del secondo ordine, potendosi notare in particolare le seguenti problematiche:

- il sistema presenta una rigidezza tangente negativa nel ramo post-elastico;
- il punto di funzionamento del sistema per lo spettro 1 si sposta da A in A', con aumento notevole della richiesta di spostamento necessaria;
- si verifica il collasso del sistema per lo spettro 2, in quanto il punto U' non supera lo spettro.

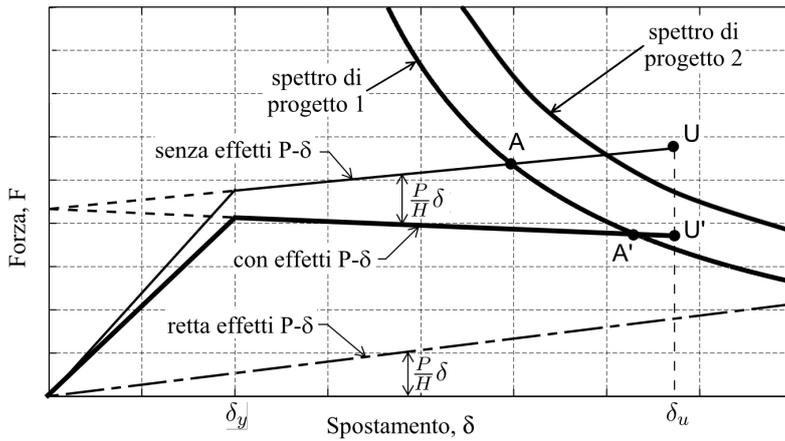
Migliore è quindi la situazione presentata nella figura 3.14b, in cui il sistema questa volta risulta avere un incrudimento in grado di contrastare pienamente gli effetti del secondo ordine: passando dal punto di funzionamento A ad A' (spettro 1) si nota in questo caso una richiesta molto minore di spostamento rispetto al caso precedente, mentre per lo spettro 2 la struttura ora non subisce il collasso.

Una terza interessante possibilità è quella presentata nella figura 3.14c, in cui il sistema presenta un comportamento *trilineare*, dopo un ramo moderatamente incrudente, un terzo ramo fortemente incrudente: si nota in questo caso, oltre ai vantaggi elencati per la figura 3.14b, un ulteriore presidio contro il collasso dovuto alla notevole inclinazione del terzo ramo, efficace anche per spostamento ultimo δ_u minore rispetto ai casi precedenti.

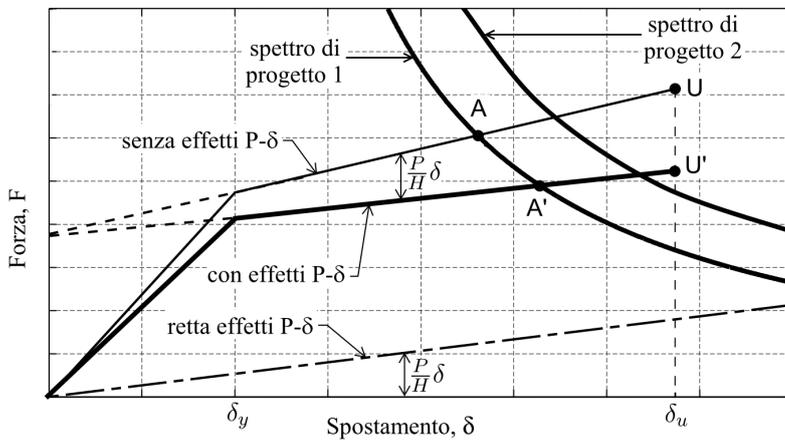
In ogni caso si sottolinea la necessità di impiegare elementi dissipativi di controvento a comportamento significativamente incrudente come componenti del sistema resistente alle azioni orizzontali, intendendo con ciò che essi nel complesso siano in grado di fornire una rigidezza post-elastica superiore al valore critico P/H dato dalla (3.17); saranno inoltre da preferirsi elementi che mostrano un comportamento di tipo trilineare simile come quello della figura 3.14c. A riguardo, nei capitoli 5 e 6 saranno presentati due possibili elementi dissipativi isteretici (rispettivamente *Crescent-Shaped Brace Yielding Brace System*) che possono vantaggiosamente essere utilizzati come componenti del sistema resistente alle azioni orizzontali all'interno di una tipologia strutturale con isolamento sismico “di piano” dal momento che il loro comportamento risulta di tipo *incrudente trilineare* nel senso anzidetto. In proposito si cita quanto espresso dai ricercatori che hanno ideato lo *Yielding Brace System* (YBS) a proposito dell'importante ruolo che rigidezza finale incrudente può venire ad assumere:

“It is believed that this post-yield stiffening will improve the seismic response of buildings using the YBS. At large drifts, yielding structural systems can collect inelastic demands in only a few storeys, leading to what is often referred to as a soft storey response. Systems that behave in this way are not utilizing the energy dissipation capacity of all of the other storeys and can result in the premature failure or collapse of the floor where the deformations are concentrated. It is believed that the post-yield stiffness of the YBS will halt the formation of a soft storey and encourage the spread of plasticity to adjacent stories.” (da Gray et al. [41]).

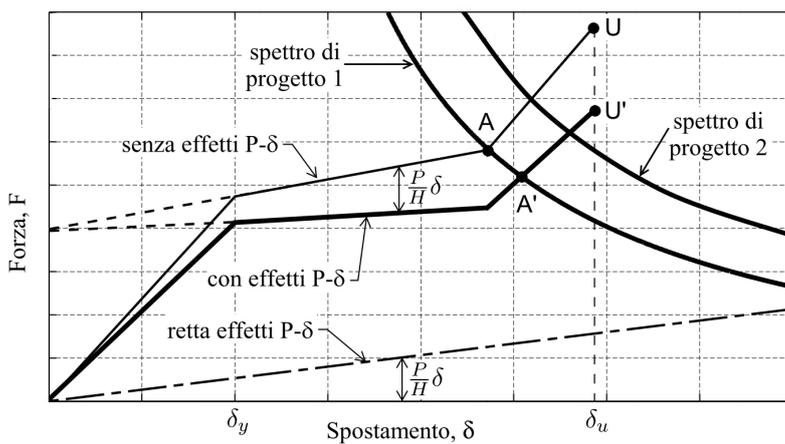
3. L'idea progettuale



(a) comportamento debolmente inelastico



(b) comportamento fortemente inelastico



(c) comportamento trilineare

Figura 3.14.: Effetti di diversi comportamenti post-elastici sulla risposta strutturale.

4. Esempio di studio

SOMMARIO: Nel presente capitolo i concetti presentati nei capitoli precedenti vengono illustrati con riferimento ad un esempio concreto, al fine di esplorare l'effettiva percorribilità delle soluzioni progettuali proposte di identificarne potenzialità e limiti. I dimensionamenti effettuati mostrano in generale che l'approccio di progetto risulta effettivamente percorribile per il soddisfacimento ottimizzato di più obiettivi sismici prestazionali.

4.1. Introduzione

Senza perdere di generalità, nel presente capitolo i concetti esposti precedentemente saranno dettagliati con riferimento ad uno specifico esempio progettuale. Trattasi di un fabbricato residenziale a struttura metallica a cinque piani fuori terra, con pianta rettangolare di dimensioni $36,00\text{ m} \times 18,00\text{ m}$ costituita da sei campate in direzione longitudinale e tre campate in direzione trasversale, ciascuna di $6,00\text{ m}$; l'interpiano, costante lungo l'altezza della costruzione, è pari a $3,50\text{ m}$ (fig. 4.1 e 4.2). La struttura è volutamente regolare sia in pianta che in elevazione, nell'esplicito intento di poter ritenere disaccoppiato il comportamento sismico nelle due direzioni ortogonali di ingresso del sisma.

Nel seguito si prenderanno le vigenti Norme Tecniche per le Costruzioni ([28, 19]) come riferimento normativo di base per poter praticamente definire le azioni e svolgere effettivamente le verifiche degli elementi strutturali; si fa notare tuttavia fin d'ora che quanto verrà esposto può essere agevolmente esteso ad altri contesti normativi, modificandosi eventualmente in tal caso l'entità delle azioni e i criteri di verifica, ma rimanendo comunque concettualmente applicabile la metodologia proposta. ⁽¹⁾

L'edificio si suppone sito nella città di Bologna e fondato su terreno di categoria topografica T1 ⁽²⁾ e categoria di sottosuolo tipo C ⁽³⁾, come definiti al §3.2.2 del D.M. 14/01/2008.

La struttura si suppone realizzata interamente in acciaio da carpenteria S355 (tensione caratteris-

⁽¹⁾L'intento non è quello di effettuare un dimensionamento esecutivo e completo di una struttura, ma principalmente quello di esemplificare l'approccio progettuale presentato in forma generale al capitolo precedente.

⁽²⁾“Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$ ”

⁽³⁾“Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti con spessori superiori a 30 m , caratterizzati da un graduale miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di $V_{s,30}$ compresi tra 180 m/s e 360 m/s [omissis]”

4. Esempio di studio

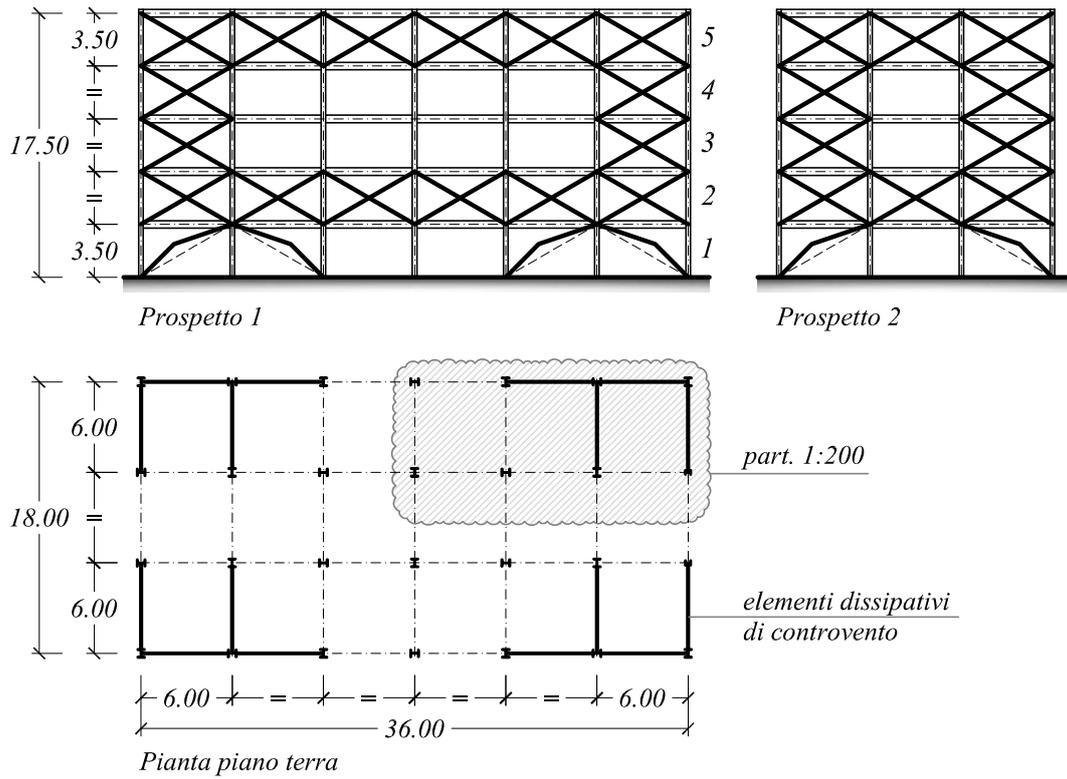


Figure 4.1.: Pianta e prospetti della struttura di esempio (scala 1:500). La posizione dei controventi in pianta e in alzato è evidenziata con tratto marcato.

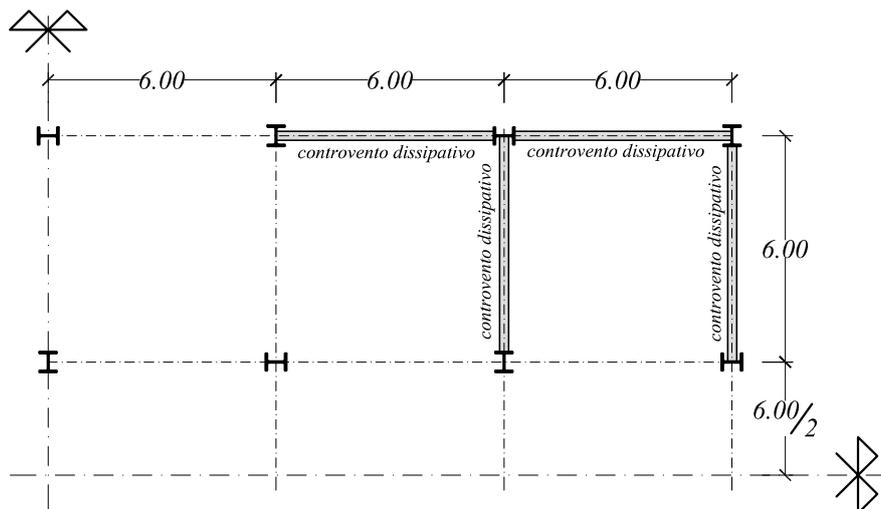


Figure 4.2.: Particolare pianta struttura di esempio (scala 1:200).

4. Esempio di studio

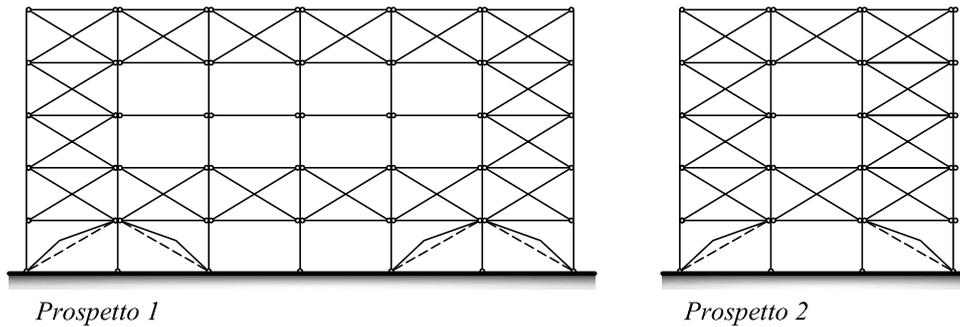


Figure 4.3.: Schema statico adottato per la struttura in questione.

tica di snervamento $f_{yk} = 355 \text{ N/mm}^2$, tensione caratteristica di rottura $f_{tk} = 510 \text{ N/mm}^2$)⁽⁴⁾ e sarà costituita da un telaio pendolare (fig. 4.3) costituito dai tre seguenti sistemi resistenti, fisicamente e funzionalmente separati l'uno dall'altro, in accordo alla concezione strutturale delineata nei capitoli precedenti:

- *sistema resistente alle azioni verticali*, costituito dai telai orditi nelle due direzioni principali, con travi incernierate agli estremi e pilastri continui incernierati alla base;
- *sistema resistente alle azioni orizzontali*, posizionato interamente al piano terra al fine di realizzare l'isolamento sismico "di piano" e costituito da specifici elementi dissipativi di controvento le cui caratteristiche meccaniche ottimali sono da determinarsi;
- *sistema di irrigidimento della sovrastruttura*, da posizionarsi dal primo piano alla copertura.

Per brevità di calcolo e senza per questo nulla togliere alla sostanza del procedimento, si fa notare che i pilastri – costituiti da profilati a doppio T – sono stati disposti con la sezione trasversale alternativamente ruotata rispetto a ciascuna direzione principale del fabbricato, e ciò allo scopo evidente di dotare il fabbricato della medesima rigidezza traslazionale nelle due direzioni di ingresso del sisma.

Nelle verifiche si terrà conto del seguente valori di progetto della tensione di snervamento per l'acciaio utilizzato:

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_M}$$

essendo $\gamma_M = 1,05$ un opportuno coefficiente di sicurezza sul materiale definito in accordo alle Norme Tecniche per le Costruzioni, per cui:

$$f_{yd} = 338,1 \text{ N/mm}^2 \quad \text{per spessori del profilo} \leq 40 \text{ mm};$$

$$f_{yd} = 319,0 \text{ N/mm}^2 \quad \text{per spessori del profilo} > 40 \text{ mm (ma comunque} \leq 80 \text{ mm),}$$

⁽⁴⁾Valori validi per spessori non superiori a 40 mm; per spessori superiori a 40 mm (ma comunque non oltre 80 mm) si ha $f_{yk} = 335 \text{ N/mm}^2$, $f_{tk} = 470 \text{ N/mm}^2$.

4. Esempio di studio

essendo $\gamma_M = 1,05$ un opportuno coefficiente di sicurezza sul materiale definito in accordo alle Norme Tecniche per le Costruzioni.

4.2. Analisi dei carichi e combinazioni di carico

Distingueremo, per ragioni di chiarezza, i carichi statici verticali da quelli sismici orizzontali.

Per quanto riguarda i primi, una possibile (realistica) analisi dei carichi è riportata nella tab. 4.1, avendo indicato, ai sensi del §2.5.1.3 delle NTC, con G_1 i carichi derivanti dal peso proprio di tutti gli elementi strutturali (permanenti portanti), con G_2 il peso di tutti gli elementi non strutturali (permanenti portati) e con Q_{k1} e Q_{k2} i carichi variabili agenti, dati nel presente caso rispettivamente da un sovraccarico da civile abitazione sui solai intermedi e dalla neve in copertura.

Con riferimento alla citata tabella, è possibile ricondurre il peso localizzato delle tamponature esterne a carichi distribuiti equivalenti; supponendo che esse abbiano un'altezza media costante di 3,00 m (inferiore all'altezza netta di piano per la presenza di aperture) e che esse si estendano in pianta per uno sviluppo lineare di $2 \times 36,00\text{ m} + 2 \times 18,00\text{ m} = 108,00\text{ m}$, per ciascuno dei piani intermedi la loro incidenza risulta:

$$4,00\text{ kN/m}^2 \times 3,00\text{ m} \times 108,00\text{ m} / 648,00\text{ m}^2 = 2,00\text{ kN/m}^2,$$

essendo $36,00\text{ m} \times 18,00\text{ m} = 648,00\text{ m}^2$ l'area di ciascun piano. Per il solaio di copertura l'incidenza delle tamponature (ai fini del calcolo delle masse sismiche) viene computata in via semplificata pari alla metà di quella relativa ai piani intermedi.

In modo analogo anche per i pesi propri degli elementi strutturali è stato considerato un carico distribuito equivalente (pari a $1,00\text{ kN/m}^2$).

Combinazione fondamentale (SLU)

Il carico complessivo agli stati limite ultimi per ciascun piano intermedio è pari a:

$$\begin{aligned} q_{U,1} &= \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \gamma_{Q1} Q_{k1} = \\ &= 1,3 \times (3,00 + 1,00) + 1,5 \times (3,40 + 2,00) + 1,5 \times 2,00 = 16,30\text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

mentre per la copertura si considera il carico:⁽⁵⁾

$$\begin{aligned} q_{U,2} &= \gamma_{G1} G_1 + \gamma_{G2} G_2 + \psi_{02} \gamma_{Q2} Q_{k2} = \\ &= 1,3 \times (3,00 + 1,00) + 1,5 \times 1,25 + 0,5 \times 1,5 \times 1,20 \simeq 8,00\text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

dove $\psi_{02} = 0,5$ è il coefficiente di combinazione del carico neve

⁽⁵⁾A rigore occorrerebbe considerare anche il caso in cui la neve viene assunta come azione principale (combinazione più gravosa per il calcolo delle travi di copertura e dell'ultimo ordine di pilastri), ma nel presente caso ciò è superfluo in quanto a favore di sicurezza il dimensionamento dei solai di interpiano verrà esteso alla copertura (cfr. §.4.3).

4. Esempio di studio

Solaio d'interpiano		
Peso proprio solaio:		3,00 kN/m ² G_1
Controsoffitto in cartongesso:		0,20 kN/m ²
Sottofondo alleggerito:	$0,10 \text{ m} \times 8,00 \text{ kN/m}^3 =$	0,80 kN/m ²
Massetto e pavimento:	$0,06 \text{ m} \times 20,00 \text{ kN/m}^2 =$	1,20 kN/m ²
Tramezzi:		1,20 kN/m ²
		3,40 kN/m ² G_2
Sovraccarico (civile abitazione):		2,00 kN/m ² Q_{k1}
Solaio di copertura		
Peso proprio solaio:		3,00 kN/m ² G_1
Controsoffitto in cartongesso:		0,20 kN/m ²
Coibentazione:		0,15 kN/m ²
Impermeabilizzazione:		0,05 kN/m ²
Manto di copertura:		0,60 kN/m ²
Impiantistica solare:		0,25 kN/m ²
		1,25 kN/m ² G_2
Sovraccarico (neve):	$0,8 \times 1,50 \text{ kN/m}^2 =$	1,20 kN/m ² Q_{k2}
Tamponature esterne (per 1 m di altezza)		
Parete in laterizio alveolato:	$0,30 \text{ m} \times 12,00 \text{ kN/m}^3 =$	3,60 kN/m ²
Intonaco interno:	$0,015 \text{ m} \times 20,00 \text{ kN/m}^2 =$	0,30 kN/m ²
Termocappotto:		0,10 kN/m ²
		4,00 kN/m ² G_2
Elementi strutturali		
Travi:		0,50 kN/m ²
Pilastri:		0,25 kN/m ²
Altri elementi (controventi, ecc.):		0,25 kN/m ²
		1,00 kN/m ² G_1

Table 4.1.: Analisi dei carichi statici per l'esempio proposto (in accordo alla simbologia adottata nel D.M. 14/01/2008: G_1 = pesi propri strutturali; G_2 = pesi permanenti portati; Q_{k1} , Q_{k2} = carichi variabili).

4. Esempio di studio

Combinazione rara di esercizio (SLE)

Il carico complessivo di esercizio (combinazione rara) per ciascun piano intermedio è pari a:

$$\begin{aligned} q_{R,1} &= G_1 + G_2 + Q_{k1} = \\ &= (3,00 + 1,00) + (3,40 + 2,00) + 2,00 = 11,40 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

mentre per la copertura è: ⁽⁶⁾

$$\begin{aligned} q_{R,2} &= G_1 + G_2 + \psi_{02} Q_{k2} = \\ &= (3,00 + 1,00) + 1,25 + 0,5 \times 1,20 = 5,80 \text{ kN/m}^2. \end{aligned}$$

Combinazione sismica (E)

Com'è noto, le verifiche in presenza di sisma devono essere effettuate per la combinazione di carico così come definita al §3.2.4 delle Norme Tecniche per le Costruzioni:

$$G_1 + G_2 + E + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj}$$

dove, oltre ai simboli già definiti:

E rappresenta l'azione sismica;

ψ_{2j} è coefficiente di combinazione relativo al valore quasi-permanente del j -esimo carico variabile (pari a 0,3 per carichi da civile abitazione e pari a 0 per il carico neve).

Coerentemente con tale combinazione di carico, gli effetti dell'azione sismica devono essere valutati tenendo conto delle masse associate ai seguenti carichi gravitazionali:

$$G_1 + G_2 + \sum_j \psi_{2j} Q_{kj}.$$

Nel caso specifico, pertanto, il carico di ciascun piano intermedio ai fini sismici è dato da:

$$q_{E,1} = (3,00 + 1,00) + (3,40 + 2,00) + 0,30 \times 2,00 = 10,00 \text{ kN/m}^2$$

mentre quello della copertura risulta:

$$q_{E,2} = (3,00 + 1,00) + (1,25 + 2,00/2) + 0,00 \times 1,20 = 6,25 \text{ kN/m}^2.$$

Di conseguenza il peso P dell'intero fabbricato efficace ai fini sismici è dato da

$$P = (4 \times 10,00 + 6,25) \times 36,00 \times 18,00 = 29970 \text{ kN}$$

⁽⁶⁾vedi nota (5).

4. Esempio di studio

e il corrispondente valore della massa totale m del fabbricato risulta

$$m = \frac{P_{\text{tot}}}{g} = \frac{29970 \times 10^3 \text{ N}}{9,81 \text{ m/s}^2} = 3055 \times 10^3 \text{ kg} = 3055 \text{ t}.$$

4.3. Sistema resistente alle azioni verticali

Noti i carichi statici è possibile effettuare un dimensionamento preliminare del sistema resistente ai carichi verticali (travi e pilastri). Per semplicità e a favore di sicurezza il dimensionamento delle travi relative al generico piano intermedio sarà esteso alla copertura; in modo analogo per i pilastri si considererà la medesima sezione trasversale per tutta l'altezza del fabbricato.

4.3.1. Travi

Il dimensionamento di massima delle travi avverrà sulla base delle seguenti verifiche:

- verifica di deformabilità allo stato limite di esercizio;
- verifica di resistenza allo stato limite ultimo.

Si suppone che le travi siano sufficientemente presidiate nei confronti del problema dello svergolamento grazie ad opportuni dettagli costruttivi, in modo da poter omettere tale verifica.

Assumendo che la freccia f della trave soggetta ad un carico $q = 11,40 \text{ kN/m}^2 \times 6,00 \text{ m} = 68,40 \text{ kN/m}$ valutato per area di influenza risulti non superiore a $1/500$ della luce $L = 6,00 \text{ m}$ di ciascuna campata deve risultare

$$f \simeq \frac{5}{384} \frac{qL^4}{EJ_x} \leq \frac{L}{500}$$

per cui, con i dati del problema

$$J_x \geq 48804 \text{ cm}^4$$

avendo indicato come di consueto con $E = 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$ il modulo elastico dell'acciaio e con J_x il momento d'inerzia della sezione attorno all'asse di flessione.

Adottando un profilo **IPE500** ($J_x = 48200 \text{ cm}^4$; $W_x = 1928 \text{ cm}^3$) la verifica di resistenza, effettuata questa volta agli stati limite ultimi per un carico $q = 16,30 \text{ kN/m}^2 \times 6,00 \text{ m} = 97,80 \text{ kN/m}$, si può ritenere soddisfatta in quanto

$$\frac{M_{\text{sd}}}{M_{\text{rd}}} = 0,675 \leq 1$$

essendo $M_{\text{sd}} \simeq \frac{qL^2}{8} = 440,1 \text{ kNm}$ il momento massimo sollecitante e $M_{\text{rd}} = f_{yd} \cdot W_x = 651,66 \text{ kNm}$ il momento resistente (al limite elastico) della sezione impiegata ($W_x =$ modulo resistente della sezione).

4. Esempio di studio

4.3.2. Pilastri

Per quanto riguarda i pilastri, si considera in via semplificata uno dei pilastri interni soggetto ad un carico centrato: ⁽⁷⁾

$$N_{sd} = (4 \times 16,30 + 8,00) \times 6,00^2 = 2635,2 \text{ kN},$$

calcolato in base all'area d'influenza per la combinazione fondamentale (SLU). Come profilo di tentativo può essere scelta una sezione di *classe I* (ai sensi del §4.2.3.1 delle Norme Tecniche per le Costruzioni) con area A tale da rispettare la relazione

$$N_{Ed} \leq 0,3 \cdot N_{PL,Rd} = 0,3 \cdot A f_{yd}$$

data nella Circolare esplicativa delle Norme Tecniche per le Costruzioni al §C7.5.2.1, dove N_{Ed} è lo sforzo normale nel pilastro valutato per la combinazione sismica, ossia $N_{Ed} = (4 \times 10,00 + 6,25) \times 6,00^2 \simeq 1665 \text{ kN} (\simeq 0,63 N_{sd})$. Nel presente caso si pone quindi $A \geq N_{Ed} / (0,3 f_{yd}) = 1667 \times 10^3 / (0,3 \times 338,1) = 16435 \text{ mm}^2$.

Adottando un profilo tipo **HE400B** caratterizzato da:

$b = 300 \text{ mm}$	$h = 400 \text{ mm}$	$A = 19780 \text{ mm}^2$
$J_x = 57680 \text{ cm}^4$	$W_x = 2884 \text{ cm}^3$	$i_x = 170,8 \text{ mm}$
$J_y = 10820 \text{ cm}^4$	$W_y = 721,3 \text{ cm}^3$	$i_y = 74,0 \text{ mm}$

con il significato usuale dei simboli ed effettuando la verifica in base a quanto disposto al §4.2.4.1.3.1 delle Norme Tecniche per le Costruzioni, si trova

$$\frac{N_{sd}}{N_{b,Rd}} = \frac{N_{sd}}{\chi A f_{yd}} = \frac{2635,2 \times 10^3}{0,421 \times 19780 \times 338,1} = 0,94 \leq 1$$

avendo posto:

β	$= 2,0$	fattore di vincolo (mensola);
H	$= 3,50 \text{ m}$	altezza del pilastro;
$\lambda = \beta H / i_y$	$= 94,59$	snellezza del pilastro;
$\lambda_0 = \pi \sqrt{E / f_{yk}}$	$= 76,40$	snellezza di riferimento;
$\bar{\lambda} = \lambda / \lambda_0$	$= 1,238$	snellezza adimensionale;

⁽⁷⁾I pilastri vengono dimensionati in via semplificata a sforzo normale centrato in questa sede non ha interesse un dimensionamento particolarmente dettagliato del sistema resistente alle azioni verticali in quanto, come anticipato al §4.1, il fine è quello di illustrare un particolare approccio progettuale nei riguardi delle azioni sismiche, che tale rimane nella sostanza anche qualora si rivelasse necessario modificare la sezione dei pilastri a seguito di verifiche più precise.

4. Esempio di studio

$$\begin{aligned}\alpha &= 0,49 && \text{fattore d'imperfezione;} \\ \Phi &= 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2] = 1,511 && \text{fattore ausiliario di calcolo;} \\ \chi &= \left(\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}\right)^{-1} = 0,421 && \text{fattore di instabilità } (\leq 1).\end{aligned}$$

Essendo le colonne incernierate per ipotesi alla base, la rigidità elastica di ciascun pilastro del piano terra può essere valutata in prima approssimazione ⁽⁸⁾ come

$$K_{V,1} \simeq 1,6 \cdot \frac{EJ_x}{H^3} = 1,6 \cdot \frac{2,1 \times 10^5 \times 39\,550 \times 10^4}{3500^3} = 3099 \text{ N/mm} = 4520,2 \text{ kN/m}$$

per flessione attorno all'asse forte e

$$K_{V,2} \simeq 1,6 \cdot \frac{EJ_y}{H^3} = 1,6 \cdot \frac{2,1 \times 10^5 \times 13\,160 \times 10^4}{3500^3} = 1031 \text{ N/mm} = 807,6 \text{ kN/m}$$

per flessione attorno all'asse debole; complessivamente dunque la rigidità alla traslazione orizzontale del piano terra può essere calcolata come

$$K_V = n \cdot 14 \times K_{V,1} + n \cdot 14 \times K_{V,2} = 74\,589 \text{ kN/m} \quad (4.1)$$

avendo orientato secondo ciascuna direzione principale del fabbricato un ugual numero di pilastri secondo i due assi di flessione (per scelta iniziale).

Per quanto segue ha interesse la determinazione dello spostamento al limite elastico dei pilastri in presenza di azioni sismiche; esso si attinge quando

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{M}{W} = f_{yd}$$

ossia per una forza orizzontale F tale che

$$F = \frac{M}{H} = \frac{W}{H} \cdot \left(f_{yd} - \frac{N}{A}\right)$$

e quindi per uno spostamento ⁽⁹⁾

$$\delta = \frac{F}{K} = \frac{(f_{yd} - N/A) \cdot W \cdot H^2}{1,6EJ} = \frac{2(f_{yd} - N/A) \cdot H^2}{1,6Eh}.$$

Poiché $N_{Ed} = 1667 \text{ kN}$ e $h = 310 \text{ mm}$ (pari alla massima fra le due dimensioni della sezione trasversale adottata), si avrà:

$$\delta_{y,V,1} = \frac{2 \times (338,1 - 1667 \times 10^3 / 17780) \times 3500^2}{1,6 \times (2,1 \times 10^5) \times 300} = 46 \text{ mm} = 0,046 \text{ m}$$

⁽⁸⁾Lo schema statico è quello di una mensola con un incastro cedevole. In proposito si veda [45].

⁽⁹⁾Il valore minimo dello spostamento elastico si ottiene per flessione attorno all'asse forte.

4. Esempio di studio

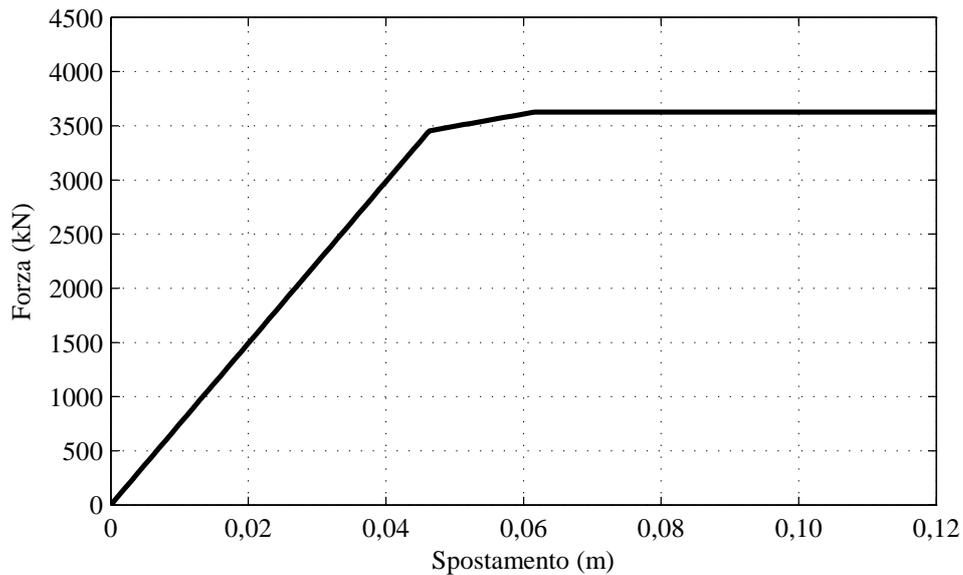


Figure 4.4.: Curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali nel piano forza-spostamento.

per i pilastri orientati con flessione attorno all'asse forte;

$$\delta_{y,V,2} = \frac{2 \times (338,1 - 1667 \times 10^3 / 19780) \times 3500^2}{1,6 \times (2,1 \times 10^5) \times 400} = \delta_{y,V,1} \cdot \frac{H}{B} = 62 \text{ mm} = 0,062 \text{ m}$$

Definiti lo spostamento elastico e la rigidezza del sistema resistente alle azioni verticali è possibile graficarne la curva di comportamento meccanico nel piano forza-spostamento (fig. 4.4). A favore di sicurezza il comportamento post-elastico dei pilastri è stato assunto perfettamente plastico.

In via semplificata è possibile eventualmente considerare un unico spostamento elastico δ_e per i pilastri, comunque essi siano orientati, il cui valore (intermedio fra $\delta_{e,1}$ e $\delta_{e,2}$) si ricava imponendo l'uguaglianza

$$(K_{V,1} + K_{V,2}) \delta_e = (K_{V,1} + K_{V,2}) \delta_{y,V,1} + K_{V,2} \cdot (\delta_{y,V,2} - \delta_{y,V,1})$$

da cui

$$\delta_{y,V} = \frac{K_{V,1} \cdot \delta_{y,V,1} + K_{V,2} \cdot \delta_{y,V,2}}{K_{V,1} + K_{V,2}} = \frac{4520,2 \times 0,046 + 807,6 \times 0,062}{4520,2 + 807,6} \simeq 0,049 \text{ m.}$$

In sostanza $\delta_{y,V}$ è lo spostamento (fittizio) per il quale si raggiungerebbe la resistenza massima se la resistenza fosse sempre K_V (intersezione del primo e del terzo ramo della curva di capacità in fig. 4.4) ed è dato dalla media pesata dei due spostamenti $\delta_{y,V,1}$ e $\delta_{y,V,2}$ in base alle rigidezze $K_{V,1}$ e $K_{V,2}$.

Come vedremo nel seguito, uno degli obiettivi prestazionali sismici che saranno formulati prevede che la struttura permanga allo stato elastico qualora investita da un sisma di una prefissata intensità:

4. Esempio di studio

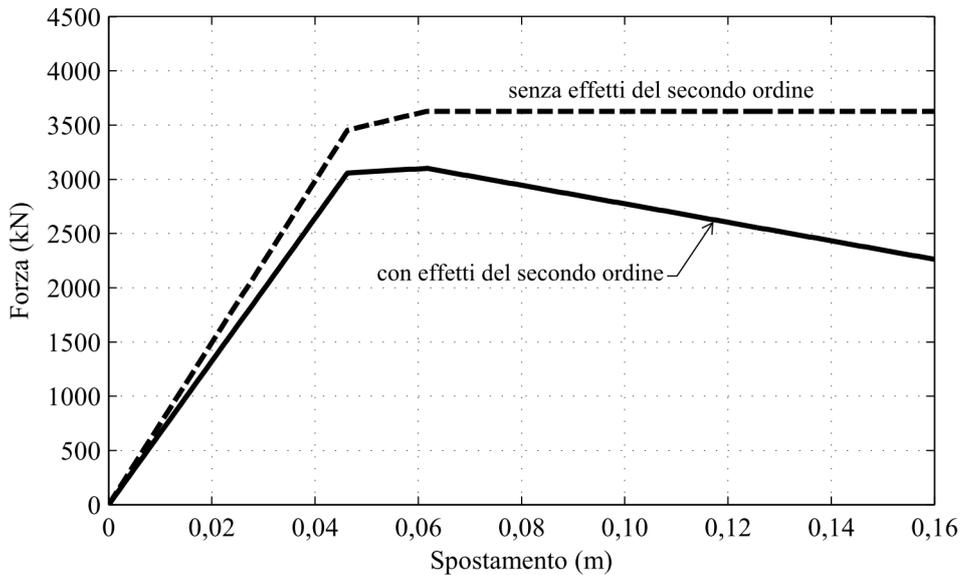


Figure 4.5.: Effetti del secondo ordine sulla curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali.

ciò comporta naturalmente che gli spostamenti $\delta_{e,1}$ e $\delta_{e,2}$ risultino maggiori della domanda di spostamento valutata per il sisma considerato.

4.3.3. Effetti del secondo ordine

Se per i carichi statici usualmente gli effetti del secondo ordine possono essere trascurati, per quanto segue ha interesse determinarne l'influenza sulla curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali all'aumentare dello spostamento orizzontale. Poiché il peso effettivo ai fini sismici del fabbricato è $P = 29970 \text{ kN}$ è possibile tenere in conto i suddetti effetti del secondo ordine in maniera semplificata seguendo l'approccio proposto in [78] descritto qui al §3.4, ossia "penalizzando" la curva di capacità del sistema resistente alle azioni verticali con lo spostamento verso il basso delle ordinate di una quantità ΔF pari a:

$$\Delta F = -\frac{P}{H} \cdot \delta = -\frac{29970}{3,50} \cdot \delta = -8563 \cdot \delta \quad [\text{kN}] \quad (4.2)$$

con δ espresso in m (fig. 4.5).

4.4. Obiettivi prestazionali sismici

Verranno ora definiti per l'esempio progettuale in questione i cosiddetti *obiettivi prestazionali*, ottenuti individuando le *prestazioni* che la struttura deve garantire (ovvero gli *stati limite* che la struttura non deve oltrepassare) qualora soggetta a determinate *azioni sismiche* convenzionalmente stabilite in base alla probabilità di accadimento. Si tratta dunque innanzitutto di definire da un lato

4. Esempio di studio

Parametro	Valore	ref. D.M. 14/01/2008
Latitudine N	44,5075°	
Longitudine E	11,3514°	
Vita nominale V_N	50 anni	Tab. 2.4.I
Classe d'uso	II	§2.4.2
Coefficiente d'uso C_U	1,0	Tab. 2.4.II
Periodo di riferimento $V_R = V_N \cdot C_U$	50 anni	§2.4.3
Categoria di sottosuolo	C	Tab. 3.2.II
Categoria topografica	T1	Tab. 3.2.VI

Table 4.3.: Parametri per la caratterizzazione sismica dell'edificio.

le azioni sismiche di riferimento (§4.4.1), dall'altro i livelli prestazionali richiesti (§4.4.2), per poi abbinarli convenientemente tra loro formulando così gli obiettivi prestazionali che la struttura deve raggiungere (§4.4.3).

4.4.1. Azioni sismiche di riferimento

Com'è noto, le azioni sismiche di progetto, in base alle quali valutare il rispetto dei diversi stati limite considerati, possono essere definite a partire da una "pericolosità sismica di base" in condizioni ideali di sito di riferimento rigido (sottosuolo di categoria A) con superficie topografica orizzontale (di categoria T1). Tale pericolosità sismica è definita in termini di accelerazione orizzontale massima attesa a_g in condizioni di campo libero su sito di riferimento rigido, nonché di ordinate dello spettro di risposta elastico in accelerazione ad essa corrispondente $S_e(T)$, con riferimento a prefissate probabilità di eccedenza P_{V_R} nel periodo di riferimento V_R . Per una fissata probabilità di eccedenza P_{V_R} può essere definito il *periodo di ritorno* del sisma come

$$T_R = \frac{V_R}{\ln(1 - P_{V_R})}.$$

In alternativa la caratterizzazione dell'azione sismica può avvenire attraverso l'uso di specifici accelerogrammi, purché correttamente commisurati alla pericolosità sismica del sito.

I parametri adottati per caratterizzare sismicamente la costruzione in oggetto sono descritti nella tabella 4.3

Le forme spettrali sono definite, per ciascuna probabilità di superamento nel periodo di riferimento, a partire dai valori dei seguenti parametri, valutati su *sito di riferimento rigido orizzontale* (sottosuolo di categoria A):

a_g accelerazione orizzontale massima al sito;

F_0 valore massimo del fattore di amplificazione dello spettro in accelerazione orizzontale;

T_C^* periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale.

Il valore di a_g è desunto direttamente dalla pericolosità sismica di riferimento, attualmente fornita per l'Italia dall'Istituto Nazionale di Geofisica e Vulcanologia (INGV), mentre F_0 e T_C^* sono

4. Esempio di studio

Sisma	T_R (anni)	P_{V_R} (%)	a_g/g	F_0	T_C^* (s)
Frequente	30	81	0,053	2,478	0,258
Occasionale	50	63	0,067	2,482	0,272
Raro	475	10	0,166	2,404	0,310
Molto raro	975	5	0,212	2,436	0,315

Table 4.4.: Parametri di definizione della pericolosità sismica di base.

calcolati in modo che gli spettri di risposta elastici in accelerazione, velocità e spostamento forniti dalle NTC approssimino al meglio i corrispondenti spettri di risposta elastici in accelerazione, velocità e spostamento derivanti dalla pericolosità di riferimento.

Nelle tabelle 4.4 e 4.6 si riportano in dettaglio i parametri sismici caratterizzanti i livelli di intensità sismica considerati, determinati attraverso il foglio di calcolo *Spettri-NTC ver1.03*[57]. Per ciascun livello di intensità sismica considerato (sisma frequente, occasionale, raro e molto raro) sono stati indicati:

T_R	periodo di ritorno del sisma;
P_{V_R}	probabilità di superamento nel periodo di riferimento V_R ;
a_g/g	accelerazione sismica a_g su suolo rigido adimensionalizzata come di consueto rispetto all'accelerazione di gravità $g = 9,81 \text{ m/s}^2$;
S_S	coefficiente di amplificazione stratigrafica (cfr. Tab. 3.2.V delle NTC);
S_T	coefficiente di amplificazione topografica (cfr. Tab. 3.2.VI delle NTC);
$S = S_S \cdot S_T$	coefficiente di amplificazione che tiene conto della categoria di sottosuolo e delle condizioni topografiche;
$PGA = S \cdot a_g$	accelerazione di picco sul terreno effettivamente presente nel sito di costruzione (<i>Peak Ground Acceleration</i>), usualmente espressa come multiplo dell'accelerazione di gravità g ;
C_C	coefficiente che correla il periodo T_C^* al periodo T_C ;
$T_C = C_C \cdot T_C^*$	periodo di inizio del tratto a velocità costante dello spettro in accelerazione orizzontale, valutato per le caratteristiche stratigrafiche e topografiche effettivamente presenti nel sito di costruzione;
$T_B = T_C/3$	periodo di inizio del tratto ad accelerazione costante dello spettro in accelerazione orizzontale, valutato per le caratteristiche stratigrafiche e topografiche effettivamente presenti nel sito di costruzione;
$T_D = 1,6 + 4,0 \cdot \frac{a_g}{g}$	periodo di inizio del tratto ad accelerazione costante dello spettro in accelerazione orizzontale, valutato per le caratteristiche stratigrafiche e topografiche effettivamente presenti nel sito di costruzione.

4. Esempio di studio

Sisma	T_R (anni)	S_S	S_T	S	PGA (g)	C_C	T_B (s)	T_C (s)	T_D (s)
Frequente	30	1,500	1,0	1,500	0,080	1,641	0,141	0,424	1,812
Occasionale	50	1,500	1,0	1,500	0,101	1,641	0,146	0,439	1,868
Raro	475	1,461	1,0	1,461	0,243	1,545	0,160	0,479	2,264
Molto raro	975	1,390	1,0	1,390	0,295	1,538	0,161	0,484	2,448

Table 4.6.: Parametri derivati dalla pericolosità sismica di base.

Nelle figure 4.6 e 4.7, prodotte dal citato foglio di calcolo, sono rappresentati rispettivamente i parametri di base della pericolosità sismica del sito in funzione del periodo di ritorno del sisma e gli spettri di risposta in termini di accelerazione per i livelli di input sismico considerati.

A partire da ciascuno spettro di risposta in termini di accelerazione S_e , definito per un fissato input sismico, è possibile ricavare il corrispondente spettro di risposta in termini di spostamento S_d attraverso la relazione approssimata:

$$S_d = \omega^2 S_e = \frac{4\pi^2}{T^2} S_e$$

valida a rigore per un oscillatore semplice che si muove con moto sinusoidale con pulsazione ω (ovvero con periodo T). Gli spettri di risposta in termini di spostamento per il sito di interesse sono rappresentati in fig. 4.7b.

Le azioni sismiche di riferimento possono infine essere rappresentate sinteticamente nel piano accelerazione - spostamento a partire dagli spettri di risposta delle figure 4.7a e 4.7b come descritto al §3.2.1; moltiplicando le ordinate di quest'ultimo diagramma per la massa totale m del fabbricato è possibile infine ottenere una rappresentazione della domanda sismica nel piano $F - \delta$ (forza - spostamento). nelle figure 4.8a e 4.8b sono rappresentati tali spettri rispettivamente in formato accelerazione - spostamento e forza - spostamento per il sito di costruzione in oggetto, determinati con il codice originale di calcolo in linguaggio di programmazione *Matlab* riportato nell'appendice B.

L'azione sismica, potrebbe in alternativa essere modellata tramite opportune serie di accelerogrammi spettro - compatibili⁽¹⁰⁾; tuttavia in fase di progettazione preliminare risulta in genere più conveniente utilizzare una modellazione dell'azione sismica a spettro di risposta, rinviando l'eventuale utilizzo degli accelerogrammi ad una fase progettuale più avanzata oppure direttamente ad una fase finale di verifica su una struttura già completamente dettagliata (§4.9).

⁽¹⁰⁾In [24], ad esempio, per ciascun sisma è richiesto l'utilizzo di un *set* di almeno sette accelerogrammi, nel qual caso può essere considerato il valore medio di ciascuna quantità rappresentative della risposta strutturale; qualora il numero di accelerogrammi considerati fosse inferiore a sette (comunque non inferiore a tre), è necessario considerare il valore più sfavorevole delle quantità di risposta.

4. Esempio di studio

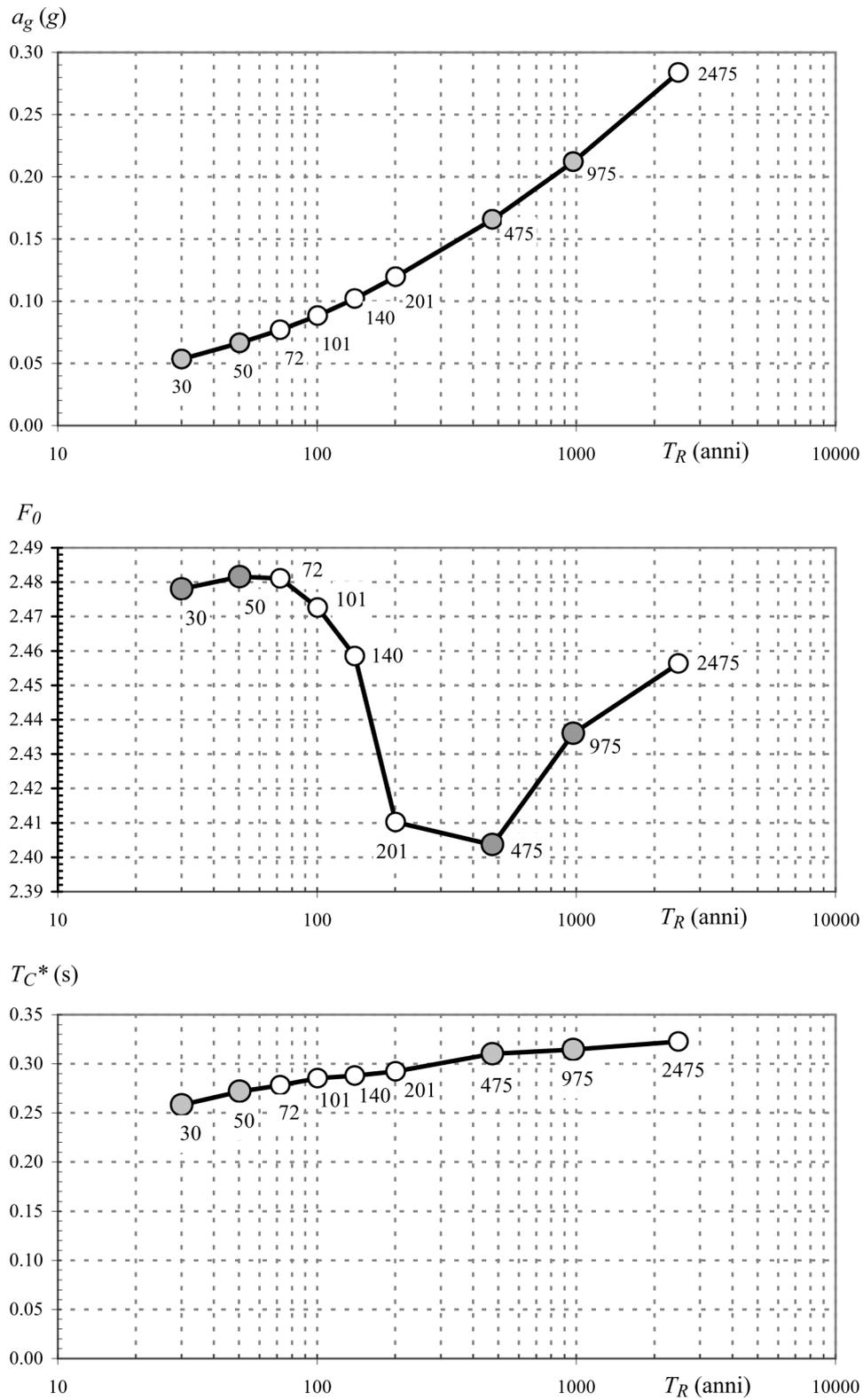
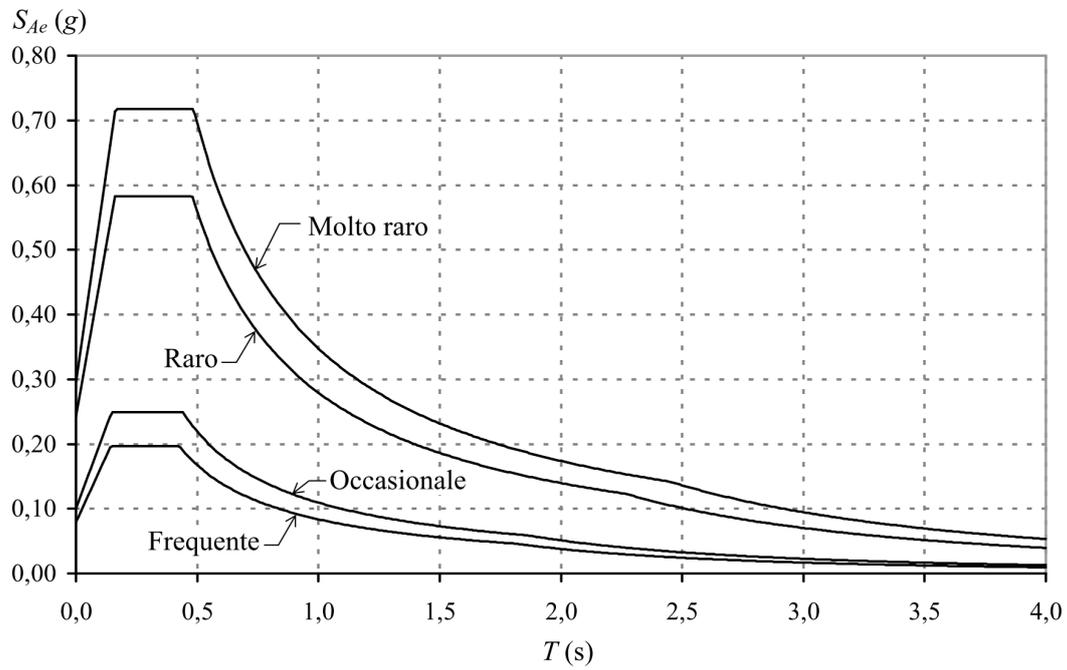
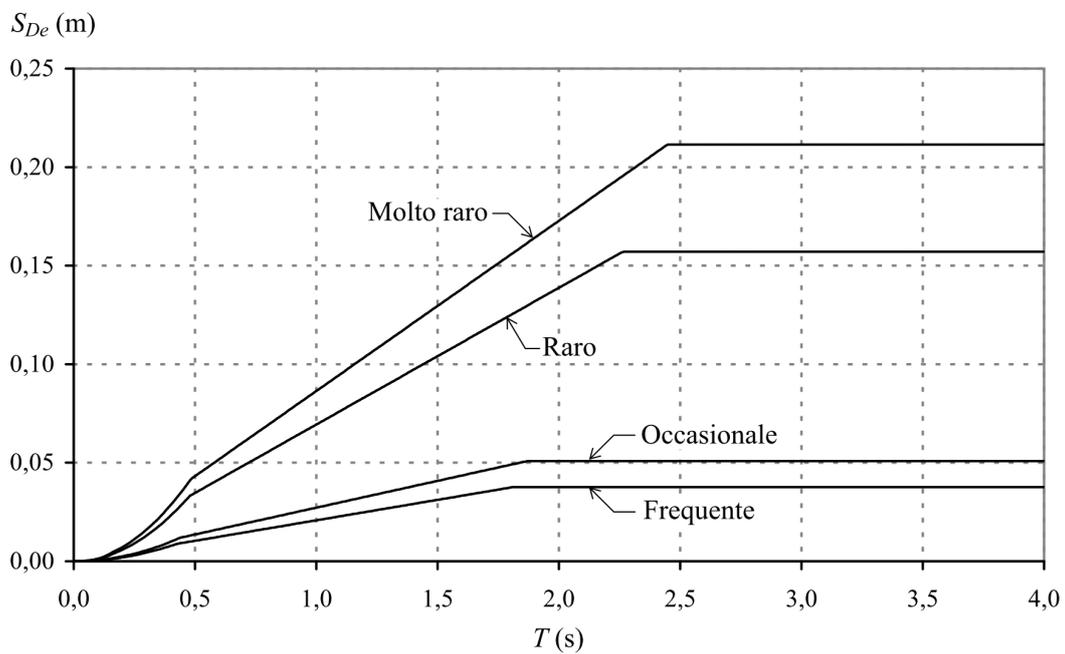


Figure 4.6.: Parametri a_g , F_0 e T_C^* per la definizione della pericolosità sismica di base del sito. Nei diagrammi sono stati evidenziati i valori relativi ai sismi assunti come riferimento nelle fasi successive della progettazione ($T_R = 30, 50, 475, 975$ anni).

4. Esempio di studio



(a) in termini di accelerazione



(b) in termini di spostamenti

Figure 4.7.: Spettri di risposta elastici per il sito di interesse.

4. Esempio di studio

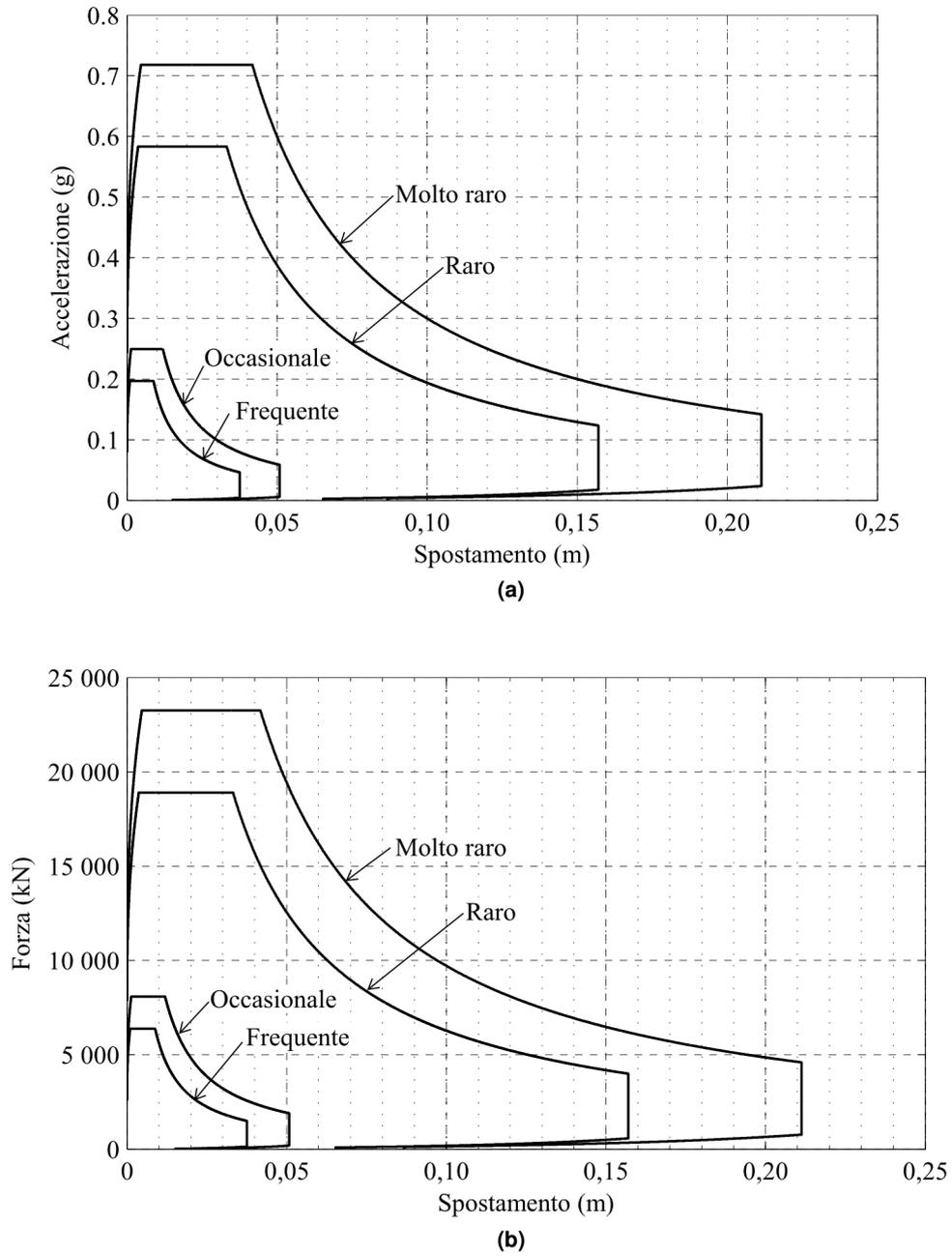


Figure 4.8.: Spettri di risposta elastici (a) in formato accelerazione-spostamento e (b) in formato forza-spostamento.

4.4.2. Condizioni prestazionali (stati limite)

La definizione delle condizioni prestazionali viene di seguito effettuata con riferimento ai quattro stati limite presentati al §3.2.2:

- Stato Limite di Operatività (SLO);
- Stato Limite di Danno (SLD);
- Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV);
- Stato Limite di prevenzione del Collasso (SLC).

In quanto segue è sottinteso che qualora il sistema resistente alle azioni verticali raggiunga il limite elastico per uno spostamento $\delta_{y,V}$ maggiore dello spostamento al limite elastico $\delta_{y,H}$ del sistema resistente alle azioni orizzontali; salvo diversa specificazione, per spostamento al limite elastico δ_y della struttura intenderemo il minore dei due valori $\delta_{y,V}$ e $\delta_{y,H}$, ossia $\delta_{y,H}$:

$$\delta_y = \min(\delta_{y,V}; \delta_{y,H}) = \delta_{y,H}.$$

Stato Limite di Operatività (SLO) Tale stato limite si intende soddisfatto qualora la struttura permanga in campo elastico, gli elementi non strutturali (tamponature, tramezzi, impianti, ...) subiscano danni trascurabili e tutti i servizi forniti non subiscano interruzioni. Nel presente esempio considereremo soddisfatte tali condizioni prestazionali qualora:

$$\begin{cases} F \leq F_y \\ \delta \leq \delta_{SLO} = 0,005H \end{cases} \quad (4.3)$$

essendo F_y la resistenza al limite elastico della struttura e H l'altezza del piano terra.

Nel caso specifico, essendo $H = 3,50$ m la seconda delle (4.3) diventa $\delta \leq 17,5$ mm; la prima delle 4.3 ha invece qui secondaria importanza in quanto compare anche come condizione allo Stato Limite di Danno (e dunque dev'essere soddisfatta per un terremoto più intenso).

Stato Limite di Danno (SLD) Tale stato limite si intende soddisfatto qualora la struttura permanga in campo elastico, gli elementi non strutturali (tamponature, tramezzi, impianti, ...) subiscano danni contenuti ma comunque riparabili e i servizi essenziali che il fabbricato fornisce non subiscano interruzioni. Tale condizione potrebbe, in analogia a quanto visto per lo Stato limite di Operatività, essere espressa in termini di spostamento di interpiano δ/H (ovviamente con un valore limite meno stringente); in via semplificata, in questo esempio considereremo tuttavia soddisfatto lo Stato Limite di Danno qualora:

$$F \leq F_y \quad (4.4)$$

essendo F la forza orizzontale a cui è soggetta la struttura durante il sisma occasionale.

4. Esempio di studio

Stato Limite di salvaguardia della Vita (SLV) Tale stato limite si intende soddisfatto qualora non sussista conseguenza alcuna in termini di vite umane; gli elementi strutturali, quelli non strutturali (tamponature, tramezzi, impianti, ...) e i servizi forniti potranno dunque subire rispettivamente danni e interruzioni anche consistenti ma pur sempre riparabili, pur non essendo sempre tale riparazione economicamente conveniente. In generale tali condizioni prestazionali possono ritenersi soddisfatte qualora la duttilità μ richiesta alla struttura soggetta al sisma in questione non risulti eccessiva:

$$\mu = \delta / \delta_y \leq \bar{\mu} \leq \mu_{lim}$$

essendo $\mu_{lim} \approx 5$. In questo esempio considereremo $\bar{\mu} = 4$, per cui dovrà essere:

$$\delta \leq \bar{\mu} \delta_y = 4 \delta_y.$$

Essendo inoltre senz'altro opportuno considerare gli effetti del secondo ordine sulla struttura, per quanto specificato al §4.3.3 imporrò inoltre la condizione che in fase post-elastica la struttura presenti una rigidezza tangente superiore al valore $K_{min} = P/H$:

$$K > K_{min} = \frac{P}{H}$$

essendo P il peso totale della struttura e H l'altezza del piano terra. Dunque, ricapitolando:

$$\begin{cases} \delta \leq \bar{\mu} \delta_y & \text{con } \bar{\mu} = 4 \\ K > P/H. \end{cases} \quad (4.5)$$

Stato Limite di Collasso (SLC) Tale stato limite si intende soddisfatto qualora non avvenga il collasso della struttura al termine dell'azione sismica; gli elementi strutturali, quelli non strutturali (tamponature, tramezzi, impianti, ...) e i servizi forniti potranno dunque subire rispettivamente danni e interruzioni anche consistenti ma pur sempre riparabili, pur non essendo sempre tale riparazione economicamente conveniente. In questo esempio considereremo soddisfatto tale stato limite se:

$$\begin{cases} \delta \leq \delta_u \\ K > P/H. \end{cases}$$

essendo δ_u lo spostamento ultimo della struttura (valore minimo fra gli spostamenti ultimi del sistema resistente alle azioni verticali e del sistema resistente alle azioni orizzontali).

4.4.3. Formulazione degli obiettivi prestazionali

Nella tabella 4.7 sono indicati sinteticamente gli obiettivi prestazionali scelti, ottenuti facendo corrispondere a ciascun sisma di riferimento un preciso livello prestazionale:

4. Esempio di studio

		STATI LIMITE (LIVELLI PRESTAZIONALI)			
		Operatività	Danno	Salvaguardia della vita	Collasso
SISMI	Frequente	❶			
	Occasionale		❷		
	Raro			❸	
	Molto raro				❹

Table 4.7.: Obiettivi prestazionali.

- obiettivo ❶: la struttura non deve superare lo *stato limite di operatività* qualora soggetta a *sisma frequente*;
- obiettivo ❷: la struttura non deve superare lo *stato limite di danno* qualora soggetta a *sisma occasionale*;
- obiettivo ❸: la struttura non deve superare lo *stato limite di salvaguardia della vita* qualora soggetta a *sisma raro*;
- obiettivo ❹: la struttura non deve superare lo *stato limite di collasso* qualora soggetta a *sisma molto raro*.

Si tratta, per quanto detto al capitolo 3, di una domanda prestazionale che tipicamente può essere assunta per edifici ordinari con vita utile di 50 anni (ad esempio i fabbricati residenziali) come si è ipotizzato per l'esempio in oggetto.

4.5. Costruzione della curva obiettivo

Dimensionato il sistema resistente alle azioni verticali e definiti gli obiettivi prestazionali, si può procedere alla determinazione della cosiddetta *curva obiettivo*. Si tratta in sostanza di individuare nel piano $F - \delta$ (forza - spostamento) la curva di comportamento meccanico della struttura che soddisfa contemporaneamente in modo ottimale tutti gli assegnati obiettivi prestazionali. Ciò può essere fatto imponendo analiticamente uno alla volta gli obiettivi prestazionali di cui al §4.4.3 secondo il procedimento di seguito esposto, pur potendosi visualizzare ogni singolo *step* di calcolo sul diagramma forza - spostamento nello spirito del *Capacity Spectrum Method* (cfr. §4.7).

Obiettivo prestazionale ❶

Tramite l'imposizione del primo obiettivo prestazionale si ricava la rigidità elastica che la struttura deve presentare al piano terra. Infatti, supponendo che il periodo proprio della struttura T

4. Esempio di studio

sia compreso fra T_C e T_D , risulta:

$$K = \frac{m}{4\pi^2} \cdot \frac{(F_0 \cdot PGA \cdot T_C)^2}{\delta^2} \quad (4.6)$$

dove i parametri sismici F_0 , PGA e T_C sono naturalmente riferiti al sisma di riferimento frequente. Nel caso specifico, pertanto:

$$\begin{aligned} K &= \frac{29970}{4\pi^2 g} \times \frac{(2,478 \times 0,080g \times 0,424)^2}{0,0175^2} \simeq \frac{29970 \times (2,478 \times 0,080 \times 0,424)^2}{4 \times 0,0175^2} = \\ &= 172848 \text{ kN/m}. \end{aligned}$$

Si nota fin da ora che tale rigidità non può essere fornita esclusivamente dai pilastri del piano terra (facenti parte del sistema resistente alle azioni verticali); essa sarà dunque fornita in concomitanza dai pilastri del piano terra e dai controventi dissipativi costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali.

Il periodo proprio della struttura, pensata come sistema a un grado di libertà, risulta pertanto:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}} = 2\pi \times \sqrt{\frac{3055}{172848}} = 0,835 \text{ s} \quad (T_C \leq T \leq T_D)$$

Obiettivo prestazionale ②

Tramite l'imposizione del secondo obiettivo prestazionale si determina la resistenza elastica F_y che la struttura deve presentare qualora sia dotata della rigidità K ricavata precedentemente. Si ha:

$$F_y = m \cdot \frac{F_0 \cdot PGA \cdot T_C}{T} = \frac{F_0 \cdot PGA \cdot T_C}{2\pi} \sqrt{mK} \quad (4.7)$$

dove questa volta i parametri sismici F_0 , PGA e T_C sono riferiti al sisma di riferimento occasionale. Pertanto:

$$\begin{aligned} F_y &= \frac{2,482 \times 0,101g \times 0,439}{2\pi} \sqrt{\frac{29970 \times 10^3}{g} \times 172848 \times 10^3} \simeq \\ &\simeq 0,5 \times 2,482 \times 0,101 \times 0,439 \times \sqrt{29970 \times 10^3 \times 172848e3} = \\ &= 3960,3 \times 10^3 \text{ N} = \end{aligned}$$

Lo spostamento al limite elastico è dunque

$$\delta_y = F_y/K = 3960,3/172848 = 0,023 \text{ m};$$

tale valore dovrà naturalmente essere assicurato in fase elastica sia dai pilastri (nelle due direzioni) che dai controventi dissipativi del piano terra. Per quanto riguarda in particolare i pilastri, tale

4. Esempio di studio

verifica risulta soddisfatta in quanto (cfr. §(4.3.2)):

$$\delta_{e,1} = 0,046 \text{ m} \geq \delta_y$$

$$\delta_{e,2} = 0,062 \text{ m} \geq \delta_y$$

Notiamo infine che per lo spostamento $\delta_y = 0,023 \text{ m}$ i pilastri reagiscono in regime elastico con la forza:

$$F_V = K_V \cdot \delta_y = 74589 \times 0,023 = 1715,5 \text{ kN}.$$

Obiettivo prestazionale ③

Tenuto conto degli effetti del secondo ordine (§4.3.3) il sistema dovrà presentare *almeno* una rigidità minima $K_{\min} > 8536 \text{ kN/m}$ ⁽¹¹⁾, per cui la forza F nel ramo post-elastico assumerà la seguente espressione:

$$\begin{aligned} F &= K \cdot \delta_y + K_V (\delta - \delta_y) + K_{\min} \delta = (K - K_V) \delta_y + (K_V + K_{\min}) \delta = \\ &= (172848 - 74589) \times 0,023 + (74589 + 8563) \cdot \delta \\ &= 2259,96 + 83125 \cdot \delta \quad [\text{kN}], \end{aligned} \quad (4.8)$$

con δ espresso in m.

L'espressione (4.8) è valida finché $\delta \leq \delta_{y,V}$, ossia finché i pilastri possono contribuire alla curva di capacità totale con la propria rigidità elastica. Assumendo a favore di sicurezza che i pilastri abbiano un comportamento perfettamente plastico (fig. 4.5), per $\delta \geq \delta_{y,V}$ il sistema resistente alle azioni orizzontali dovrà continuare a fornire la rigidità $K > K_{\min}$, per cui l'espressione della forza $F = F(\delta)$ diventa:

$$\begin{aligned} F &= K \cdot \delta_y + K_V (\delta_{y,V} - \delta_y) + K_{\min} \delta = \\ &= 172848 \times 0,023 + 74589 \times (0,049 - 0,023) + 8563 \cdot \delta \\ &= 5914,82 + 8536 \cdot \delta \quad [\text{kN}], \end{aligned} \quad (4.9)$$

con δ espresso al solito in m.

Definito lo spostamento elastico δ_y è possibile determinare lo spettro di risposta in formato $F - \delta$ opportunamente modificato in base allo smorzamento viscoso equivalente al comportamento

⁽¹¹⁾Si noti che, affinché la struttura non collassi, K_{\min} deve essere *strettamente* maggiore di 8536 kN/m. Naturalmente, data la gravità delle conseguenze di un collasso per effetti del secondo ordine, può essere valutata l'opportunità di maggiorare tale rigidità minima teorica con un opportuno fattore di sicurezza. Una via alternativa, come si vedrà fra breve, è quella di utilizzare specifici elementi di controvento al piano terra caratterizzati da un comportamento post-elastico *includente*, ossia con rigidità tangente post-elastica che aumenta al progredire dello spostamento. I dispositivi *Crescent-Shaped Brace* che saranno esaminati nel seguito offrono un esempio interessante di un tale comportamento.

4. Esempio di studio

dissipativo isteretico. Nel caso specifico esso può essere espresso come:

$$F = \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{m \cdot (F_0 \cdot PGA \cdot T_C)^2}{(p+1)\delta - p\delta_e} = 0,25 \times \frac{29970 \times (2,404 \times 0,243 \times 0,479)^2}{(1,837+1) \cdot \delta - 1,837 \times 0,023} =$$
$$= 0,25 \times \frac{2436,6}{2,837 \cdot \delta - 0,0422} = \frac{214,72}{\delta - 0,0149} \quad [\text{kN}] \quad (4.10)$$

con δ espresso al solito in m.

Uguagliando le due espressioni (4.8) e (4.10) si trova $\delta = 0,049$ m, ossia (per questo esempio) un valore pressoché identico allo spostamento elastico dei pilastri, con una richiesta di duttilità alla struttura

$$\mu = \delta/\delta_y = 0,049/0,023 = 2,13 \leq \bar{\mu}.$$

Ritenendo dunque accettabile per μ tale valore ⁽¹²⁾ il valore della forza F a cui la struttura sarà soggetta per il sisma Raro risulta:

$$F = 2259,96 + 83\,125 \times 0,049 = 6331,1 \text{ kN}$$

corrispondente ad una pseudoaccelerazione

$$A = F/m = (6229,21 \times 10^3)/(3055 \times 10^3) = 0,208 g,$$

valore di non particolarmente rilevante, in particolare per un sisma con tempo di ritorno di 475 anni.

In generale, dall'uguaglianza delle espressioni (4.8) e (4.10) potrebbe risultare come soluzione uno spostamento $\delta > \delta_{y,v}$: in tal caso la soluzione non ha corrispondenza fisica e lo spostamento effettivo δ risulterà la soluzione dell'equazione che si ottiene uguagliando la (4.9) e la (4.10) (nel nostro esempio, tale equazione fornisce naturalmente ancora $\delta = 0,049$ m).

Obiettivo prestazionale ④

Ripetendo il ragionamento dell'obiettivo prestazionale precedente, questa volta riferito per allo spettro di risposta relativo al sisma Molto Raro, se il sistema resistente alle azioni orizzontali fornisce una rigidezza pari ad almeno $K_{\min} = 8536 \text{ kN/m}$, lo spostamento δ del sistema si ricava uguagliando la 4.9 e la 4.10, scritta questa volta con i parametri relativi al sisma Molto Raro. Si ottiene così l'equazione in δ :

$$5914,82 + 8536 \cdot \delta = \frac{319,49}{\delta - 0,0149}$$

⁽¹²⁾Come già precedentemente detto, la duttilità μ è direttamente correlata al danno sulla struttura, dunque valori elevati di μ implicano elevati gradi di danno alla struttura. Indicativamente si può porre $\mu \leq 2 \div 4$, a seconda del grado di danneggiamento ritenuto accettabile.

4. Esempio di studio

che, risolta, fornisce $\delta = 0,064$ m.

Dunque sia i pilastri del piano terra (facenti parte del sistema resistente alle azioni verticali) che gli elementi dissipativi costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali dovranno presentare uno spostamento ultimo superiore a tale valore di spostamento.

La forza orizzontale che la struttura subisce è questa volta pari a

$$F = 5914,82 + 8536 \times 0,064 = 6461,1 \text{ kN}$$

corrispondente ad una pseudoaccelerazione $A = F/m = (6461,21 \times 10^3)/(3055 \times 10^3) = 0,216 g$.

4.6. Dimensionamento del sistema resistente alle azioni orizzontali

La curva di comportamento ottimale del solo sistema resistente alle azioni orizzontali si può ricavare per semplice differenza fra la curva-obiettivo dell'intera struttura e la curva di comportamento del sistema resistente alle azioni verticali, nota fin dall'inizio della progettazione.

Per comodità ricordiamo le caratteristiche di resistenza e rigidezza del sistema resistente alle azioni verticali, determinate al §4.3.2:

$$K_V = 74589 \text{ kN}$$

$$\delta_{V,e} \simeq 0,064 \text{ m.}$$

Ricordiamo inoltre che gli effetti del secondo ordine, per la (4.2), possono essere valutati come:

$$\Delta F = -\frac{P}{H} \cdot \delta = -\frac{29970}{3,50} \cdot \delta = -8563 \cdot \delta \quad [\text{kN}]$$

con δ espresso in m.

Le caratteristiche elastiche ottimali che dunque il sistema resistente alle azioni orizzontali dovrebbe presentare risultano dunque:

$$K_H = K - K_V = \Delta K = 172848 - 74589 = 98259 \text{ kN/m}$$

$$F_H = 3960,3 - (74589 - 8536) \times 0,023 = 2441,1 \text{ kN.}$$

Noti K_H e F_{yH} è possibile dimensionare il sistema di controvento dissipativo del piano terra. Supponendo di disporre n.8 dispositivi in ciascuna delle due direzioni, ogni singolo dispositivo dovrà essere dotato dei seguenti valori di rigidezza e resistenza:

$$K_{H,1} = 98259/8 = 12282,4 \text{ kN/m} \quad (4.11)$$

$$F_{H,1} = 2441,1/8 = 305,1 \text{ kN}$$

4. Esempio di studio

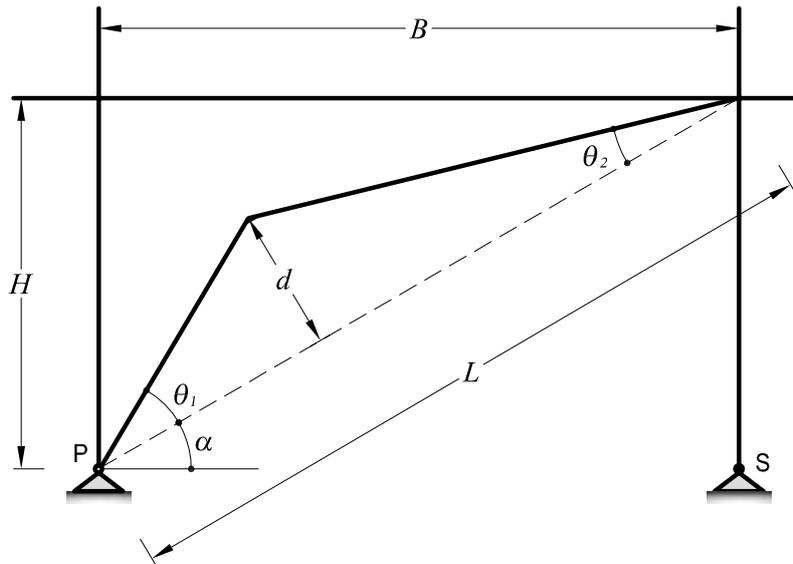


Figure 4.9.: *Crescent-Shaped Brace*

Una possibile soluzione per i dispositivi isteretici dissipativi costituenti il sistema resistente alle azioni orizzontali sono rappresentati dai *Crescent-Shaped Braces* (fig. 4.9) il cui comportamento meccanico sarà descritto dettagliatamente nel capitolo 5.

Tale tipologia di elementi presenta un comportamento elastico caratterizzato dai seguenti parametri:

$$\text{rigidezza: } K_{H,1} = \frac{3EJ_x}{L^3} \cdot \frac{\cos^2 \alpha}{\xi^2(1+2\xi^2)} \quad (4.12)$$

$$\text{resistenza: } F_{H,y,1} = Af_{yd} \cdot \frac{2\kappa^2}{2\kappa^2 + \xi(L/h)} \cdot \cos \alpha.$$

Pertanto, fissato un valore del fattore di ribassamento $\xi = d/L$ e nota la geometria dell'asse del controvento è possibile ricavare J_x dalla prima delle (4.12):

$$J_x = K \cdot \frac{\xi^2(1+2\xi^2)L^3}{3E \cos^2 \alpha}. \quad (4.13)$$

Nel caso specifico, posto ad esempio come valore di primo tentativo $\xi = 0,1$ ed essendo:

$$E = 2,1 \times 10^5 \text{ kN/m}^2$$

$$f_{yd} = 338,1 \text{ N/mm}^2$$

$$L = \sqrt{B^2 + H^2} = 6,946 \text{ m}$$

$$\alpha = \arctan(H/B) = 30,26^\circ$$

4. Esempio di studio

per $\kappa = 0,44$ (sezione a doppio T tipo HEB) è possibile ricavare J_x dalla prima delle (4.12):

$$\begin{aligned} J_{x,\text{req}} &= 12282,4 \times \frac{6946^3 \times 0,1^2 (1 + 2 \times 0,1^2)}{3 \times 2,1 \times 10^5 \times 0,746} = \\ &= 8934 \times 10^4 \text{ mm}^4 = 8934 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Scelto quindi un profilo in base a J_x ⁽¹³⁾, è possibile verificare se anche la seconda delle (4.11) risulti soddisfatta: adottando ad esempio un profilo **HE240B** ($J_x = 11260 \text{ cm}^4$; $h = 240 \text{ mm}$; $A = 10600 \text{ mm}^2$; $\kappa = 0,430$) si ottiene:

$$\begin{aligned} F_y &= 10600 \times 338,1 \times \frac{2 \times 0,430^2 \times 0,864}{2 \times 0,430^2 + 0,1 \times 6946/240} \\ &= 350821 \text{ N} = 350,8 \text{ kN} \geq F_{H,1} \end{aligned}$$

per cui entrambi i requisiti risultano soddisfatti. ⁽¹⁴⁾

Una verifica esaustiva del soddisfacimento degli obiettivi prestazionali ③ e ④ richiede la conoscenza del comportamento post-elastico della coppia di *Crescent-Shaped Brace*, l'uno teso e l'altro compresso. La necessità della disposizione speculare dei *Crescent-Shaped Brace* a coppie deriva dal fatto che le due sollecitazioni di trazione e compressione, come si vedrà nel capitolo 5 e come del resto messo in luce chiaramente dalla fig. 4.12, implicano un comportamento meccanico post-elastico profondamente diverso del controvento per cui si avrebbe una differente risposta della struttura a seconda del verso di ingresso del sisma, non noto a priori. È quindi opportuno riferirsi alla coppia di *Crescent-Shaped Brace* come all'unità "base" del sistema di controvento.

Il comportamento meccanico della coppia di *Crescent-Shaped Braces* può essere determinato mediante analisi statica non-lineare effettuata mediante appositi codici di calcolo agli elementi finiti una volta fissata la sezione trasversale e la geometria d'asse del controvento (cioè in sostanza il fattore di ribassamento $\xi = d/L$, per controventi a bilaterale). Allo scopo è stato predisposto per il codice di calcolo *SeismoStruct* un modello numerico a 5 nodi e 4 elementi *beam* con discretizzazione a fibre ⁽¹⁵⁾, con vincoli a cerniera nei nodi di base e un vincolo a carrello nel nodo sommitale. Il legame costitutivo adottato per il materiale è di tipo elastico-incrudente (fig. (4.10)) con le seguenti posizioni:

⁽¹³⁾ Ai fini progettuali può risultare opportuno in realtà incrementare il valore teorico di J_x che discende dalla 4.13 in quanto: 1) non si è tenuto conto della deformabilità per sforzo assiale il cui contributo alla deformabilità totale, se pur ridotto, potrebbe non essere del tutto trascurabile. Inoltre i *Crescent-Shaped Braces* sono disposti a coppie, l'uno teso e l'altro compresso, con comportamento meccanico differente fin dalle prime fasi di carico (il *Crescent-Shaped Brace* compresso presenta rigidità inferiore a quello teso). Indicativamente per un dimensionamento di massima si può ritenere congruo un aumento del valore teorico di J_x del 10÷20%.

⁽¹⁴⁾ A rigore occorrerebbe ricalcolare la forza $F_{H,1}$ richiesta corrispondente ad un valore diverso (maggiore) della rigidità K_H fornita dai controventi effettivamente utilizzati tramite la (4.7). Nel presente caso la rigidità effettiva è pari a $57820 + 115028 \times J_x/J_{x,\text{req}} = 181669 \text{ kN/m} = 1,051 \cdot K$, per cui la resistenza richiesta $F_{H,1}$ aumenta in base alla (4.7) al valore $(3960,3 \times \sqrt{1,051} - 1330,0)/8 = 341,2 \text{ kN}$ (+3,8%).

⁽¹⁵⁾ La modellazione a fibre, frequente soprattutto per le strutture composite come il cemento armato, torna ugualmente utile anche nel caso di un materiale omogeneo come l'acciaio in quanto consente di implementare modelli poco onerosi per tempo di calcolo, facendo riferimento direttamente al legame costitutivo $\sigma - \varepsilon$ del materiale.

4. Esempio di studio

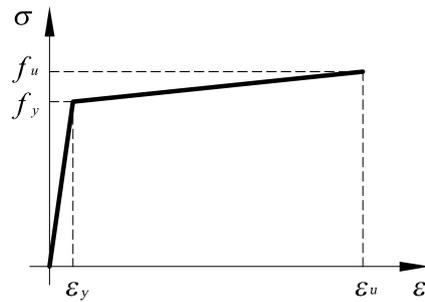


Figure 4.10.: Legame costitutivo elastico-incrudente ($r = 0,005$) adottato per la modellazione della coppia di *Crescent-Shaped Brace*.

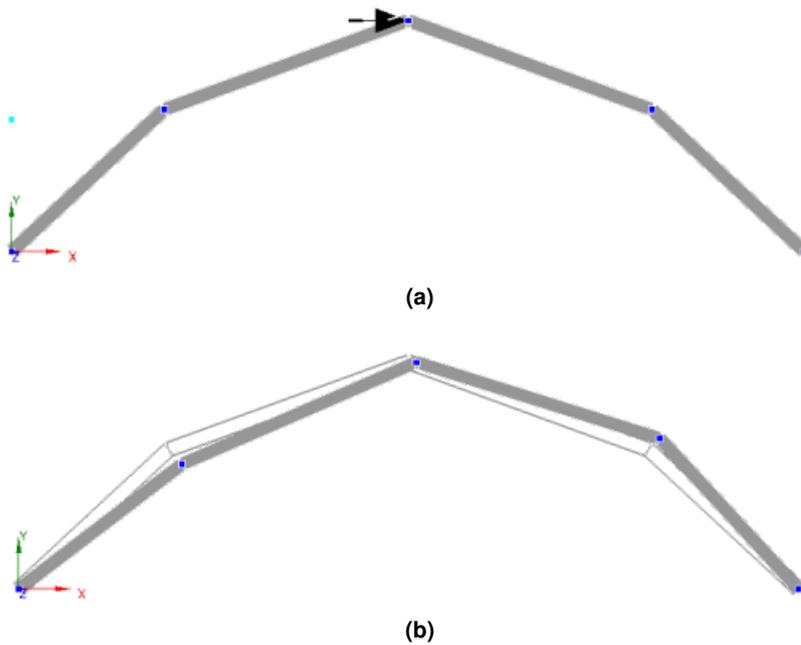


Figure 4.11.: Coppia di *Crescent-Shaped Braces*, l'uno teso e l'altro compresso: (a) modello di calcolo; (b) deformata qualitativa per uno spostamento orizzontale del nodo superiore (nodo di controllo).

f_y	$= 338,1 \text{ N/mm}^2$	tensione di snervamento di progetto;
E	$= 2,1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2$	modulo elastico longitudinale dell'acciaio;
$\varepsilon_y = f_y/E$	$= 1,61 \times 10^{-3}$	deformazione al limite elastico;
$\varepsilon_u = 50\varepsilon_y$	$= 8,05 \times 10^{-2}$	deformazione ultima dell'acciaio;
$r = \frac{f_u - f_y}{E(\varepsilon_u - \varepsilon_y)}$	$= 0,005$	rapporto (adimensionale) di incrudimento.

Su tale modello è stata effettuata un'analisi statica non lineare in controllo di spostamento, applicando uno spostamento crescente in modo monotono da 0 a 200 mm al nodo sommitale del modello e calcolando il valore corrispondente della forza necessaria per compiere tale spostamento.

In fig. (4.12), a risultanza delle elaborazioni numeriche effettuate, è rappresentato il legame

4. Esempio di studio

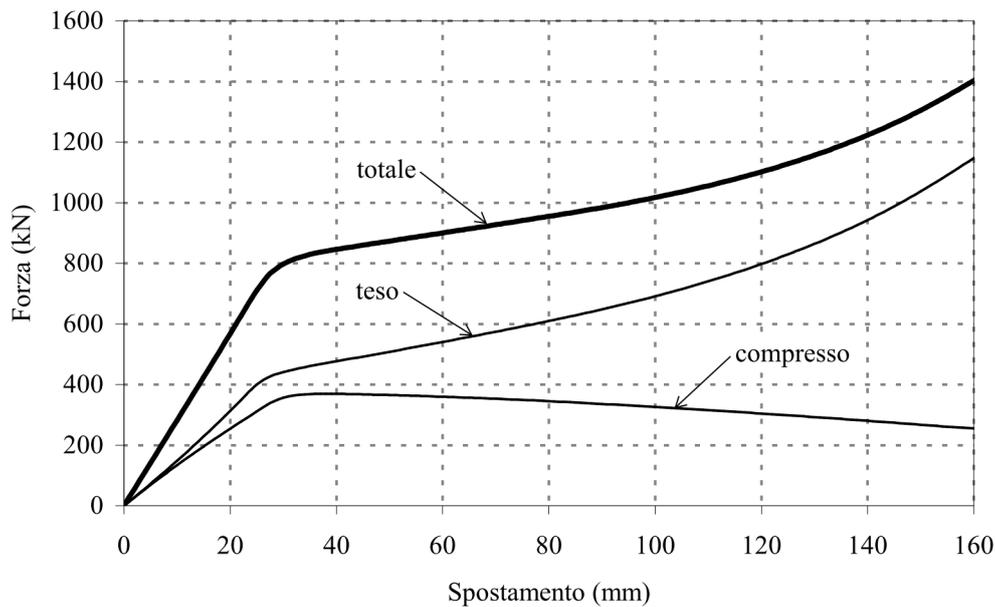


Figure 4.12.: Coppia di *Crescent-Shaped Braces*, l'uno teso e l'altro compresso: legame costitutivo $F - \delta$ derivante dalle elaborazioni numeriche effettuate (sezione trasversale HE240B; $\xi = d/L = 0,1$).

costitutivo forza - spostamento per la coppia di *Crescent-Shaped Braces*, evidenziando i singoli contributi delle parti tese e compresse.

Come si può notare, il diagramma totale (somma delle aliquote relative al controvento teso e a quello compresso) dopo un primo tratto elastico presenta un caratteristico andamento post-elastico incrudente con aumento della rigidità tangente al progredire dello spostamento orizzontale. Tale caratteristica, com'è evidente, risulta particolarmente vantaggiosa per il sistema strutturale qui proposto, in particolare per la possibilità di contrastare con l'incrudimento dei *Crescent-Shaped Braces* gli effetti del secondo ordine sul sistema resistente alle azioni verticali (fig. 4.5).

Complessivamente, la curva di capacità totale del sistema resistente alle azioni orizzontali si otterrà a partire da quella della fig. 4.12 moltiplicando le ordinate per il numero di coppie presenti (fig. 4.13, nel caso specifico sono presenti 4 coppie di *Crescent-Shaped Braces* per ciascuna direzione).

Una volta stabilito il legame forza - spostamento del sistema resistente alle azioni orizzontali è possibile tracciare su uno stesso piano $F - \delta$ sia la domanda sismica (rappresentata dagli spettri di risposta di fig. 4.8b) che la curva di capacità effettiva della struttura al fine di verificare graficamente l'effettivo soddisfacimento di tutti gli obiettivi prestazionali. Ovviamente la curva di capacità effettiva sarà rappresentata dalla somma della curva relativa al sistema resistente alle azioni verticali (cioè dei pilastri, fig. 4.4 e 4.5) e di quella del sistema resistente alle azioni orizzontali rappresentato nella fig. 4.13.

Infine la verifica di instabilità del controvento compresso (§(5.8)), tenendo conto anche di una

4. Esempio di studio

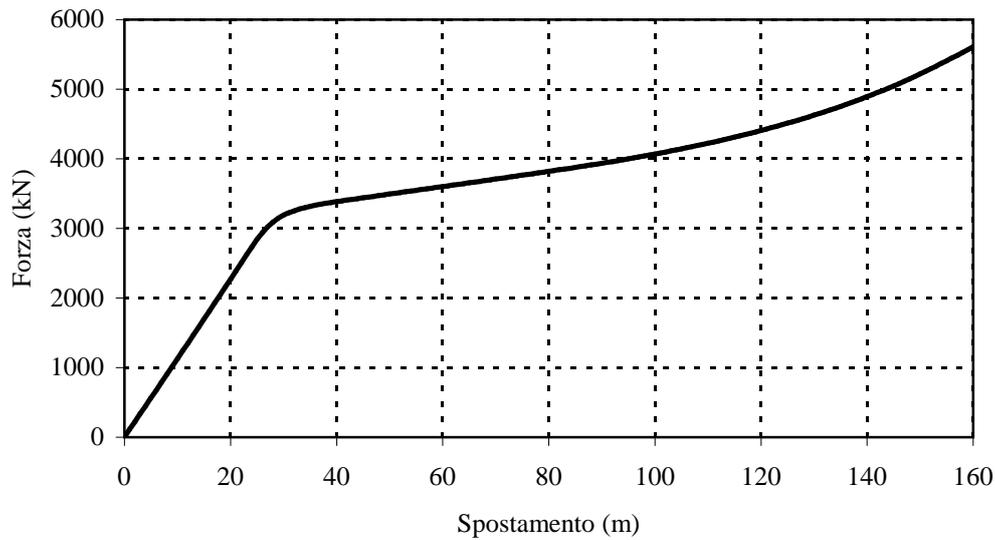


Figure 4.13.: Curva di capacità totale del sistema resistente alle azioni orizzontali, costituito da quattro coppie di *Crescent-Shaped Braces* tesi/compressi in ciascuna direzione di ingresso del sisma.

possibile instabilità flessio-torsionale, può essere verificata mediante la formula d'interazione: ⁽¹⁶⁾

$$\frac{P}{\chi_{\min} A f_{yd}} + \frac{M_{eq}}{\chi_{LT} f_{yd} W_x (1 - P/P_{cr,E})} \leq 1.$$

Tale espressione, per $P = F_{res}$ e $M_{eq} = 0,75 F_{res} d = 0,75 F_{res} \xi L$, fornisce:

$$\frac{406,0 \times 10^3}{0,307 \times 10600 \times 338,1} + \frac{211,5 \times 10^3}{0,757 \times 338,1 \times (938,3 \times 10^3) \times (1 - 406,0/1620,3)} = 0,97 \leq 1$$

essendo:

P	$= F_{res}$	$= 406,0 \text{ kN}$	sforzo assiale applicato;
M_{eq}	$= 0,75 F_{res} d = 0,75 F_{res} \xi L$	$= 211,5 \text{ kNm}$	momento equivalente;
β		$= 1,0$	fattore di vincolo;
ℓ	$\simeq L \sqrt{1 + 4\xi^2}$	$= 7,084 \text{ m}$	lunghezza del controvento;
λ	$= \beta \ell / i_y$	$= 116,51$	snellezza del controvento;
λ_0	$= \pi \sqrt{E / f_{yk}}$	$= 76,40$	snellezza di riferimento;
$\bar{\lambda}$	$= \lambda / \lambda_0$	$= 1,525$	snellezza adimensionale;
α		$= 0,49$	fattore d'imperfezione;

⁽¹⁶⁾ Come momento equivalente M_{eq} si deve assumere il valore $1,3 \cdot M_{medio}$, con la limitazione $0,75 M_{max} \leq M_{eq} \leq M_{mqx}$. Per un *Crescent-Shaped Brace*, essendo il diagramma del momento lineare con valore nullo agli estremi, si ha $M_{medio} = 0,5 M_{max}$, per cui $M_{eq} = 0,75 M_{max}$.

4. Esempio di studio

Φ	$= 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$	$= 1,987$	fattore ausiliario di calcolo;
χ_{\min}	$= \left(\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2} \right)^{-1}$	$= 0,307$	fattore di instabilità (≤ 1);
$P_{cr,E}$	$= \pi^2 EJ_y / \ell^2$	$= 1620,3 \text{ kN}$	carico critico euleriano;
M_{cr}	(cfr. NTC formula [C4.2.30])	$= 715,1 \text{ kNm}$	momento critico a svergolamento;
$\bar{\lambda}_{LT}$	$\sqrt{W_{x,yk} / M_{cr}}$	$= 0,682$	snellezza adim. a svergolamento;
f	(cfr. NTC formula [4.2.53])	$= 1,160$	
α_{LT}		$= 0,34$	fattore d'imperfezione (a svergolam.);
Φ_{LT}	(cfr. NTC formula [4.2.51])	$= 0,723$	fattore ausiliario di calcolo;
χ_{LT}	(cfr. NTC formula [4.2.51])	$= 0,757$	fattore di instabilità a svergolam. (≤ 1);

Essendo tale verifica soddisfatta, in pratica la crisi per resistenza sopravviene prima di quella per instabilità, come auspicabile affinché possa effettivamente avvenire una dissipazione energetica per isteresi.

4.7. Curva di capacità effettiva e verifica degli obiettivi prestazionali

I diagrammi risultanti dei sistemi resistenti (verticale e orizzontale) sono rappresentati in fig. 4.14, assieme alla *curva obiettivo* come determinata al §4.5: da tali diagrammi si può notare da un lato il soddisfacimento di tutti gli obiettivi prestazionali prefissi, dall'altro un ottimo accordo fra *curva obiettivo* e curva di capacità effettiva, e ciò a ulteriore riprova del vantaggio offerto dall'impiego dei *Crescent-Shaped Braces* come elementi di controvento per il sistema resistente alle azioni verticali.

Nella figura sono indicati anche i singoli contributi del sistema resistente alle azioni verticali e del sistema resistente alle azioni orizzontali alla capacità totale della struttura; per quanto riguarda gli spettri del sisma Raro e del sisma Molto Raro sono stati rappresentati sia gli spettri elastici che quelli da essi derivati in base allo smorzamento viscoso equivalente per dissipazione isteretica del materiale in campo plastico.

4.8. Dimensionamento del sistema irrigidente della sovrastruttura

Per completare, seppure in modo semplificato, il dimensionamento della struttura, occorre definire le caratteristiche che deve presentare il *sistema irrigidente della sovrastruttura*, ossia il sistema di controvento disposto lungo l'altezza del fabbricato al di sopra del primo piano. Come

4. Esempio di studio

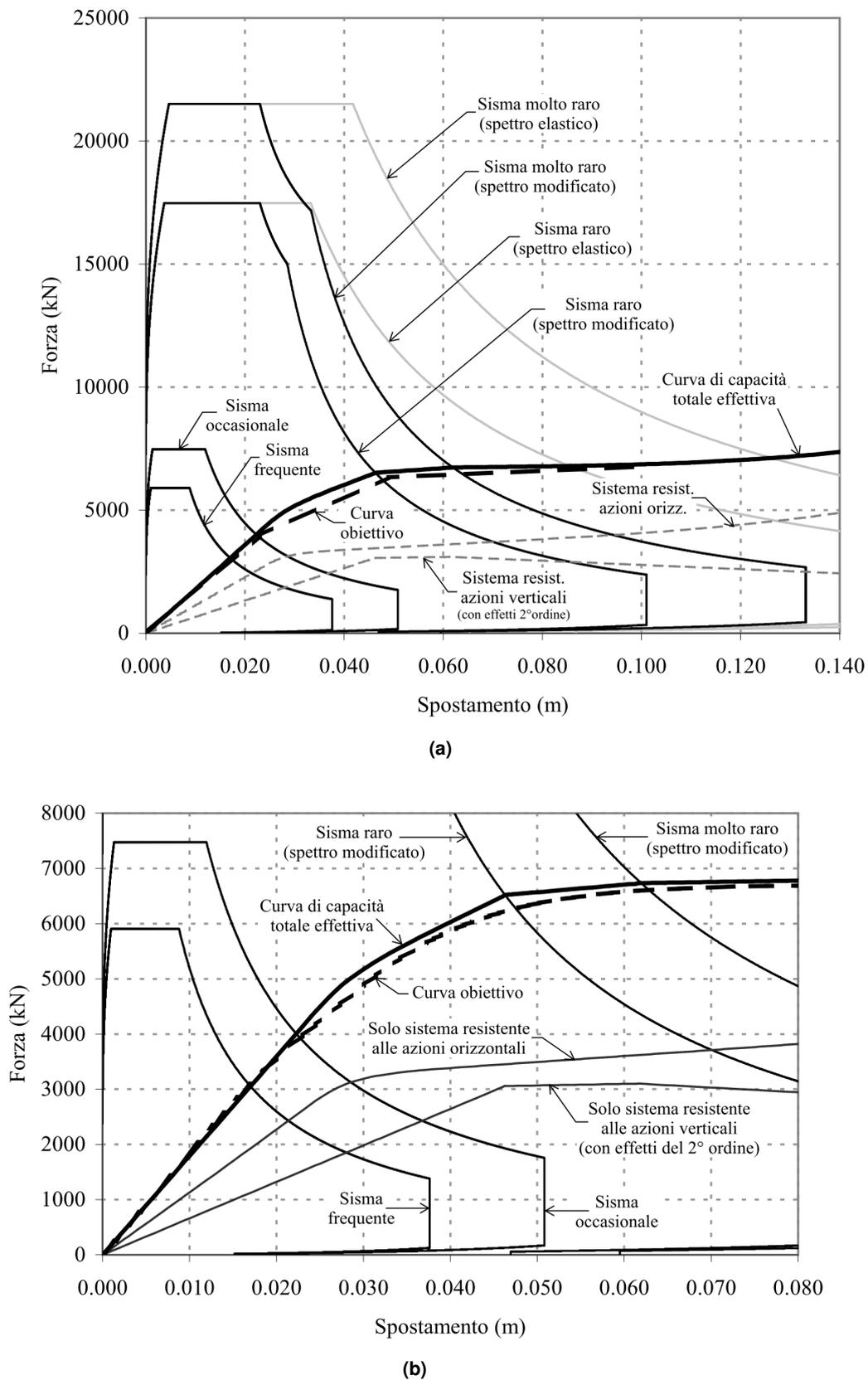


Figure 4.14.: Confronto fra domanda sismica (spettri di risposta) e curve di capacità nel piano forza - spostamento: (a) intera gamma degli spostamenti di interesse; (b) dettaglio fino a uno spostamento di 80 mm.

4. Esempio di studio

anticipato al §3.3.4, esso assolve la funzione essenziale di rendere i piani superiori *sufficientemente rigidi* rispetto al piano terra, in modo tale che:

1. la struttura possa essere modellata come sistema a un grado di libertà (SDOF);
2. il piano terra possa effettivamente fungere da isolamento sismico (“di piano”) per la sovrastruttura.

Senza perdere di generalità, nelle fig. (4.1) e (4.3) tale sistema irrigidente è stato pensato costituito da tradizionali controventi a croce opportunamente disposti nel prospetto. Un possibile criterio di massima per effettuare il dimensionamento di tali controventi è considerare che essi, in accordo ai principi del *Capacity Design* siano progettati per rimanere in campo elastico per un’azione adeguatamente maggiorata rispetto al valore di calcolo tramite un opportuno coefficiente di sicurezza.

Nell’esempio specifico, si può considerare soddisfacente un dimensionamento basato sulla massima forza che viene raggiunta durante il sisma raro ($a_g/g = 0,166$), aumentata di un coefficiente di sovrarresistenza del 30%. Perciò, poiché le masse m_i di ciascun piano sono:

$$m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 660,5\text{t}; \quad m_5 = 412,8\text{t}$$

le forze di piano $F_i = m_i \cdot a_g$ valgono

$$F_1 = F_2 = F_3 = F_4 = 1076\text{kN} \quad F_5 = 672\text{kN}$$

ed i tagli di piano

$$T_5 = 672\text{kN} \quad T_4 = 1748\text{kN} \quad T_3 = 2824\text{kN} \quad T_2 = 3900\text{kN} \quad T_1 = 4976\text{kN}.$$

Lo sforzo massimo sui controventi a croce (considerando a favore di sicurezza solo quelli tesi) si ha in corrispondenza del secondo piano in cui sono presenti, in direzione trasversale, 4 profili resistenti. Dunque, considerato anche l’angolo α di inclinazione dei controventi rispetto all’orizzontale (pari a circa 30°), lo sforzo per cui essi devono essere dimensionati a trazione risulta

$$S_{\max} = 1,3 \times \frac{3900\text{kN}}{4 \cos 30^\circ} = 1464\text{kN}.$$

Adottando pertanto un profilo UPN260 ($A = 4830\text{mm}^2$) si ottiene $N_{t,Rd} = 4830 \times 338,1 = 1633 \times 10^3\text{kN} \geq S_{\max}$.

Un altro criterio che può essere adottato in alternativa o a completamento di quello basato sul *Capacity Design* parte dall’ovvia analogia fra l’isolamento sismico “di piano” e il tradizionale isolamento sismico di base realizzato con appoggi in gomma elastomerica o con funzionamento a pendolo inverso. La teoria su cui poggia la tecnica dell’isolamento sismico di base è nota ormai da anni e sufficientemente consolidata (si vedano ad es. [54] e [18]): da essa sappiamo che affinché lo

4. Esempio di studio

strato di isolamento risulti efficace occorre in linea di massima che il cosiddetto *grado di isolamento sismico* γ , dato dal rapporto fra il periodo proprio della struttura non isolata e quello della struttura provvista dello strato di isolamento, sia almeno pari a $2,5 \div 3$. In altre parole si può dimensionare in sistema di controvento dal primo piano alla copertura in modo che

$$\gamma_{is} = \frac{T}{T_s} \geq 2,5 \div 3$$

avendo indicato con T il periodo fondamentale dell'intera struttura (isolata) e con T_s quello della sovrastruttura.

A riguardo un'indicazione di larga massima può essere ottenuta se la sovrastruttura può essere assimilata ad un telaio *shear-type* (cioè con travate infinitamente rigide) avente massa m e rigidezza k uguali a tutti i piani. In tal caso, detto n il numero di piani, si può dimostrare che il periodo proprio del telaio può essere valutato come

$$T(n) \simeq \frac{2\pi}{\sqrt{5}} \sqrt{(1 + 2n + 2n^2) \frac{m}{k}}.$$

Riportato al presente caso, la formula va adattata sostituendo $n - 1$ con n essendo l'intero piano terra deputato a realizzare lo strato di isolamento sismico, per cui:

$$T_s \simeq \frac{2\pi}{\sqrt{5}} \sqrt{(2n^2 - 6n + 5) \frac{m}{k}}.$$

Se k_0 è la rigidezza del piano terra, ed il periodo proprio della struttura vale dunque

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{nm}{k_0}}$$

allora si dovrà avere:

$$2\pi \sqrt{\frac{nm}{k_0}} \geq \gamma_{is} \cdot \frac{2\pi}{\sqrt{5}} \sqrt{(2n^2 - 6n + 5) \frac{m}{k}}$$

da cui

$$k \geq \gamma_{is}^2 \frac{(2n^2 - 6n + 5)}{5n} k_0.$$

Poiché nel possibile campo di interesse dei valori di n (diciamo $4 \leq n \leq 15$) risulta $\frac{2n^2 - 6n + 5}{5n} \approx 0,1n^{1,5}$, la precedente può essere approssimata con:

$$k \approx 0,1\gamma_{is}^2 n^{1,5} k_0. \quad (4.14)$$

4. Esempio di studio

Adottando $\gamma_{fs} = 2,5$ (fatta salva comunque una verifica dettagliata *a posteriori* dell'effettivo comportamento della sovrastruttura) possiamo infine scrivere:

$$k \approx 0,63 n^{1,5} k_0.$$

Nel nostro caso ($n = 5$) si ottiene dunque $k \approx 7 k_0$, relazione che fornisce l'ordine di grandezza della rigidezza k che dev'essere fornita al sistema di irrigidimento della sovrastruttura in rapporto alla rigidezza del piano terra; essendo $k_0 = K \simeq 172\,848 \text{ kN/m}$ occorrerebbe pertanto fornire a ciascun piano superiore una rigidezza

$$k \geq 7 \times 172\,848 = 1,210 \times 10^6 \text{ kN/m}$$

che, ripartita su (almeno) 4 controventi tesi per piano, comporta per ciascuno di essi la condizione

$$k = \frac{EA}{\ell \cos^2 \alpha} \geq \frac{1,210 \times 10^6 \text{ kN/m}}{4}$$

da cui

$$A \geq \frac{1,210 \times 10^6 \times 0,746 \times 6946}{4 \times 2,1 \times 10^5} = 7464 \text{ mm}^2$$

richiedendo quindi l'utilizzo di un profilo maggiore rispetto a quello precedentemente trovato (UPN320 anziché UPN260).⁽¹⁷⁾

È chiaro che adottando valori maggiori di γ ⁽¹⁸⁾ la sovrastruttura subirà minori spostamenti d'interpiano e un minore danneggiamento. La scelta del valore di γ deve in ogni caso risultare dal compromesso fra l'onerosità economica del sistema irrigidente della sovrastruttura (più è rigido e maggiore è il suo costo) e l'eventuale danno ai piani superiori ritenuto accettabile; tuttavia è da tenere presente che – anche per elementi non strutturali come i tamponamenti – spostamenti d'interpiano inferiori a $H/300$ non comportano sostanzialmente alcun danno, per cui il conferimento della sovrastruttura di una rigidezza oltre un certo limite può non apportare più effettivi benefici tali da giustificare il costo.

Si ricorda che la (4.14) vale nell'ipotesi (non sempre soddisfatta) di travate infinitamente rigide; è presumibile comunque che relazioni analoghe possano essere formulate per il caso di travate deformabili.

4.9. Verifica mediante analisi dinamiche non-lineari

L'azione sismica, come precedentemente accennato, può essere modellata (in alternativa agli spettri di risposta) tramite opportune serie di accelerogrammi spettro - compatibili, utilizzabili

⁽¹⁷⁾In realtà sono state fatte diverse approssimazioni piuttosto grossolane, che rendono il risultato solo parzialmente affidabile.

⁽¹⁸⁾In [78], ad esempio, gli Autori fanno riferimento per l'isolamento di base ad un valore $\gamma = 3$.

4. Esempio di studio

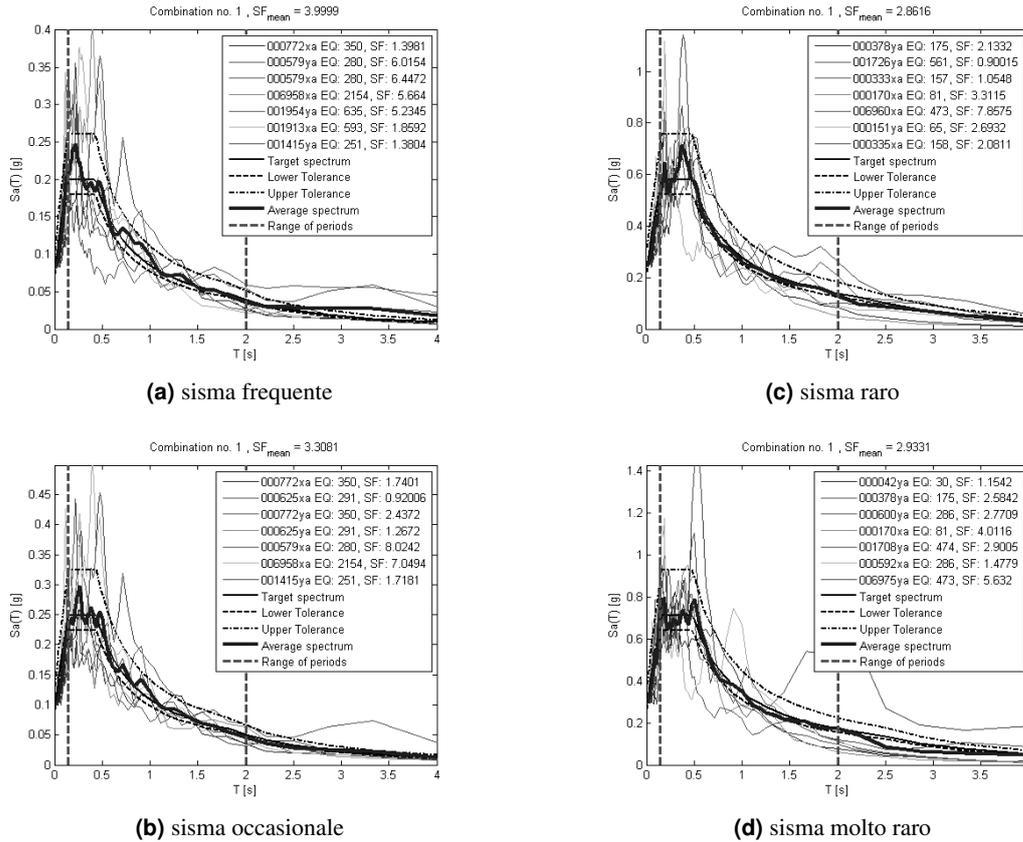


Figure 4.15.: Gruppi di accelerogrammi spettro-compatibili utilizzati.

come input per l'esecuzione di analisi dinamiche non-lineari (o *time-history analysis*, con termine anglosassone); ed è chiaro che l'onere di calcolo che deriva da tale tipo di calcolo si giustifica in generale solo se la struttura, come ora è già stata in qualche modo dimensionata.

In tal caso le analisi dinamiche non-lineari possono assumere l'importante funzione di una dettagliata e puntuale verifica *a posteriori* della correttezza della fase progettuale precedente.

Nel presente caso sono stati considerati quattro gruppi di sette accelerogrammi ciascuno, controllando che ciascuno gruppo risultasse compatibile con lo spettro del sisma di riferimento considerato. I gruppi di accelerogrammi, ricavati mediante scalatura delle registrazioni presenti dall'*European Strong-motion Database* (ESD), sono stati ottenuti mediante il *software Rexel v.3.3beta* [49] specificando una tolleranza di $-10\%/ +30\%$ rispetto allo spettro di normativa sull'intervallo di periodi da 0,15 s a 2,0 s (fig. 4.15).

Le analisi dinamiche sono state effettuate sul modello tridimensionale di figura 4.16, assegnando un comportamento elastico a tutti gli elementi *beam* sopra il primo piano e un comportamento elastoplastico secondo il modello di Menegotto-Pianto (fig. 5.35) per i pilastri e i *Crescent-Shaped Brace* del piano terra, modellati con elementi *beam* a fibre.

Nella tabella 4.10 sono riportati, per ciascun sisma e per ciascuna storia temporale, gli spostamenti massimi (in valore assoluto) del primo piano; come si vede, tali valori sono coerenti in media con i

4. Esempio di studio

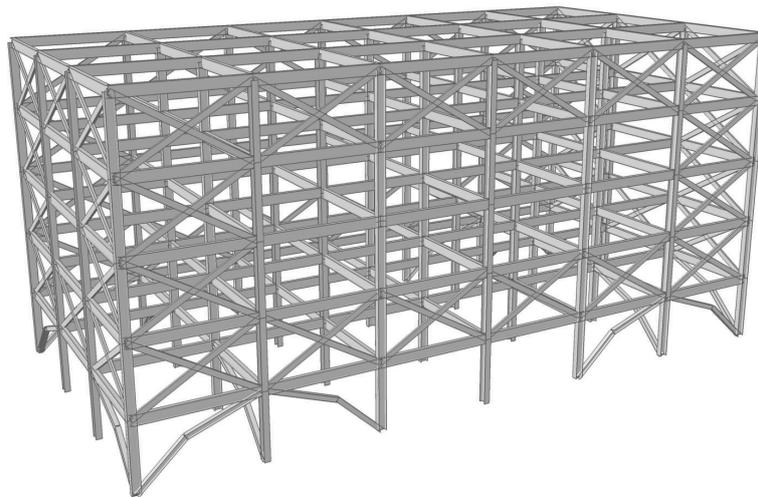


Figure 4.16.: Modello 3D ad elementi finiti su cui sono state effettuate le analisi *time-history*.

Time History	SISMI			
	Frequente	Occasionale	Raro	Molto Raro
01	0,025	0,032	0,032	0,044
02	0,004	0,005	0,047	0,069
03	0,004	0,009	0,049	0,071
04	0,017	0,050	0,079	0,120
05	0,013	0,027	0,036	0,054
06	0,011	0,019	0,057	0,084
07	0,008	0,011	0,021	0,029
<i>Media</i>	<i>0,012</i>	<i>0,022</i>	<i>0,046</i>	<i>0,067</i>

Table 4.10.: Spostamento massimo in valore assoluto (m) del primo piano (da analisi dinamiche non lineari).

risultati trovati precedentemente.

In figura 4.17 sono rappresentati invece, a titolo esemplificativo, i profili di spostamento lungo l'altezza dell'edificio per i sette accelerogrammi relativi al sisma raro. Come si può notare, in tutti i profili la maggior parte dello spostamento avviene fra il piano terra e il primo piano, con un andamento caratteristico simile a quello degli edifici isolati alla base: in sostanza la sovrastruttura (dal primo piano alla copertura) risulta in buona parte "schermata" dal piano terra contro gli effetti del sisma, giustificandosi così la denominazione di "isolamento di piano" data alla tipologia strutturale in oggetto.

In figura 4.18, è presentato un confronto fra i risultati (spostamenti e forze) delle analisi dinamiche e la curva di capacità precedentemente determinata; come si vede l'accordo si può ritenere soddisfacente a conferma della validità dell'approccio progettuale proposto al capitolo 3.

4. Esempio di studio

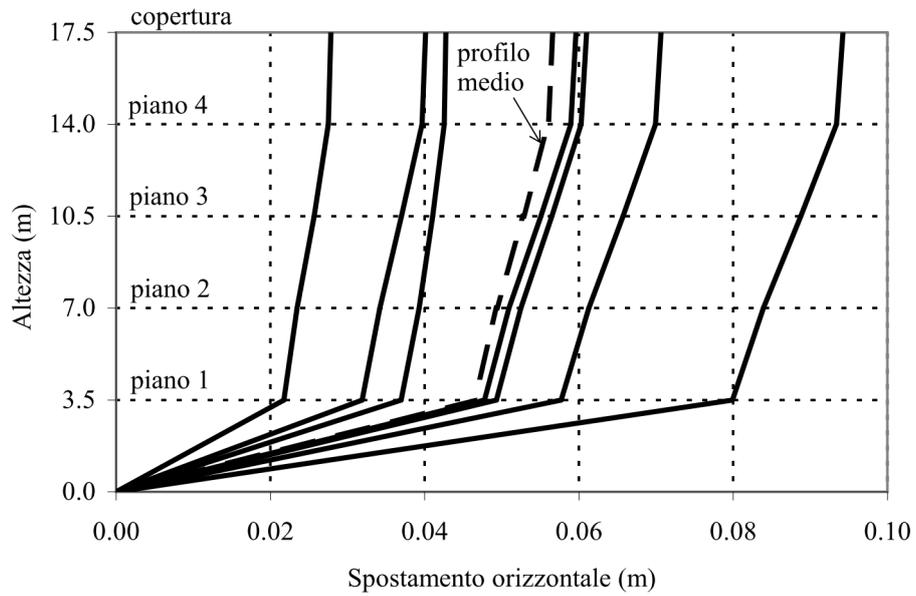


Figure 4.17.: Profili di spostamento lungo l'altezza dell'edificio per sisma raro.

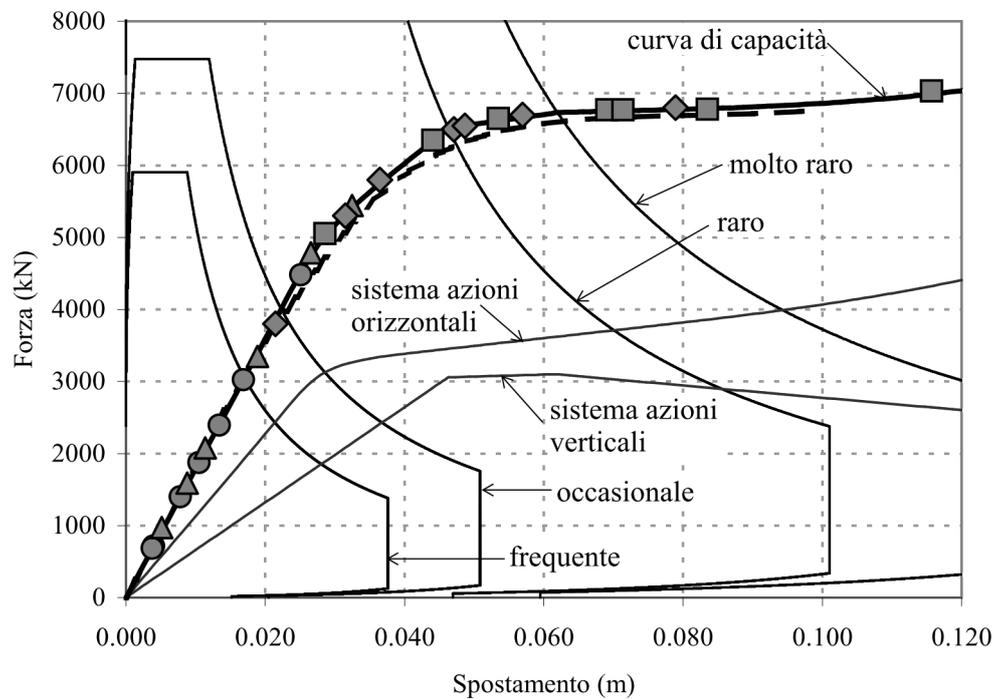


Figure 4.18.: Confronto fra curva di capacità e risultati delle analisi dinamiche non lineari.

5. Crescent-Shaped Braces

SOMMARIO: Nel presente capitolo vengono studiati con maggiore dettaglio i *Crescent-Shaped Braces*, un particolare sistema di controvento dissipativo isteretico in acciaio utilizzabile, fra le altre applicazioni, come possibile soluzione per essere inserito come sistema resistente alle azioni orizzontali in una struttura con isolamento di piano. Caratteristica distintiva dei *Crescent-Shaped Braces* è quella di presentare un'eccentricità non nulla in ogni sezione fra la linea d'asse e la curva delle pressioni, risultando così soggetto sia a sforzo normale che a flessione-taglio. Il comportamento dei controventi verrà studiato dapprima in ambito elastico definendone resistenza e rigidezza, quindi in ambito post-elastico, mostrando che essi esibiscono un caratteristico comportamento elastico-incrudente. Verranno inoltre esaminati l'influenza che diversi parametri (geometria, inclinazione, sezione trasversale, ecc.) hanno sul comportamento meccanico del controvento, la problematica della stabilità dell'equilibrio per il controvento compresso e il comportamento per azioni cicliche.

5.1. Introduzione

In questo capitolo verrà presentato un particolare sistema di controvento dissipativo isteretico utilizzabile, fra le altre applicazioni, come possibile soluzione per essere inserito al piano terra di una struttura come elemento del sistema resistente alle azioni orizzontali per realizzare l'isolamento sismico "di piano" (sulla fattispecie dell'esempio progettuale presentato nel capitolo precedente).

Il controvento, illustrato in figura 5.1 per una geometria a bilatera, è costituito in generale da un elemento in acciaio con forma tale da presentare un'eccentricità non nulla in ogni sezione fra la linea d'asse e la curva delle pressioni (eccetto al più agli estremi); la stessa denominazione *Crescent-Shaped Braces* qui adottata seguendo [85] trae origine del resto dalla possibilità di conferire effettivamente al controvento una forma anche curva ⁽¹⁾.

Fra i vantaggi offerti da un assemblaggio strutturale di questo tipo possiamo fin da ora citare il fatto che si tratta di elementi costruiti interamente con un materiale tradizionale (acciaio) e come tali non necessitano di preventive validazioni o prove sperimentali per essere messi in opera, anche se usati con funzione di protezione sismica passiva (a differenza di altri dispositivi quali isolatori e smorzatori viscosi). Inoltre, come vedremo, la possibilità da parte del progettista di poter variare diversi parametri indipendenti del controvento (materiale impiegato, sezione trasversale, eccentricità

⁽¹⁾"A mezzaluna".

5. Crescent-Shaped Braces

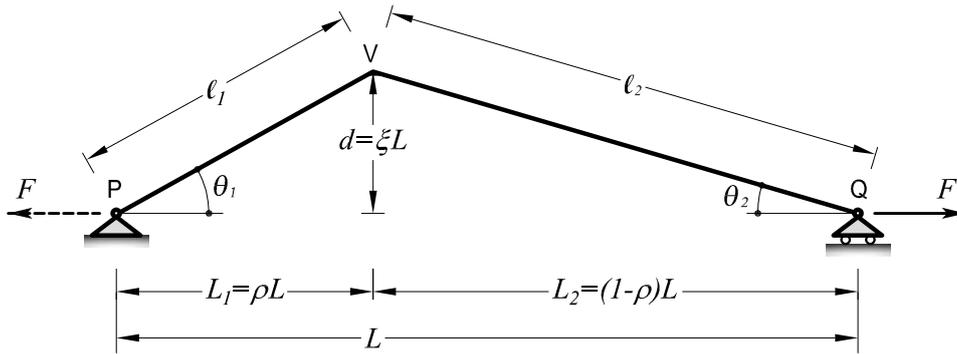


Figura 5.1.: *Crescent-Shaped Brace* con geometria a bilatera.

al vertice, forma della linea d'asse) consente di ottenere un comportamento meccanico calibrato in base alle effettive esigenze della struttura in cui l'elemento deve essere inserito. L'impiego dei *Crescent-Shaped Braces* come elementi di controvento per realizzare l'isolamento "di piano" è particolarmente indicato anche in relazione al particolare comportamento elastico - plastico - incoerente che essi esibiscono. ⁽²⁾

Dal punto di vista architettonico, infine, i *Crescent-Shaped Braces* risultano in genere controventi meno invasivi rispetto a quelli tradizionali a croce, in quanto consentono di fruire dell'intera porzione sottostante.

5.2. Comportamento elastico

Consideriamo innanzitutto un *Crescent-Shaped Brace* con forma a bilatera, cioè costituito da due tratti rettilinei di lunghezze l_1 e l_2 , e sezione trasversale costante vincolato alle estremità in modo isostatico con una coppia di vincoli cerniera-carrello e soggetto all'estremo Q ad una forza F che per ora supporremo diretta secondo la congiungente PQ verso l'esterno del controvento. In ogni sezione del controvento (eccettuati gli estremi) sono presenti contemporaneamente le sollecitazioni di sforzo assiale, taglio e momento flettente.

Per quanto segue è opportuno introdurre un *parametro adimensionale di ribassamento* del controvento definito come

$$\xi = \frac{d}{L};$$

Valori di interesse progettuale per ξ potrebbero collocarsi nel *range* $(0,07 \div 0,15)$.

Lo sforzo assiale (di trazione) e quello di taglio, costanti lungo ciascun tratto PV e QV valgono

⁽²⁾Tale andamento, come si è visto nei capitoli precedenti, risulta in genere quello ottimale per soddisfare contemporaneamente più obiettivi prestazionali sismici.

5. Crescent-Shaped Braces

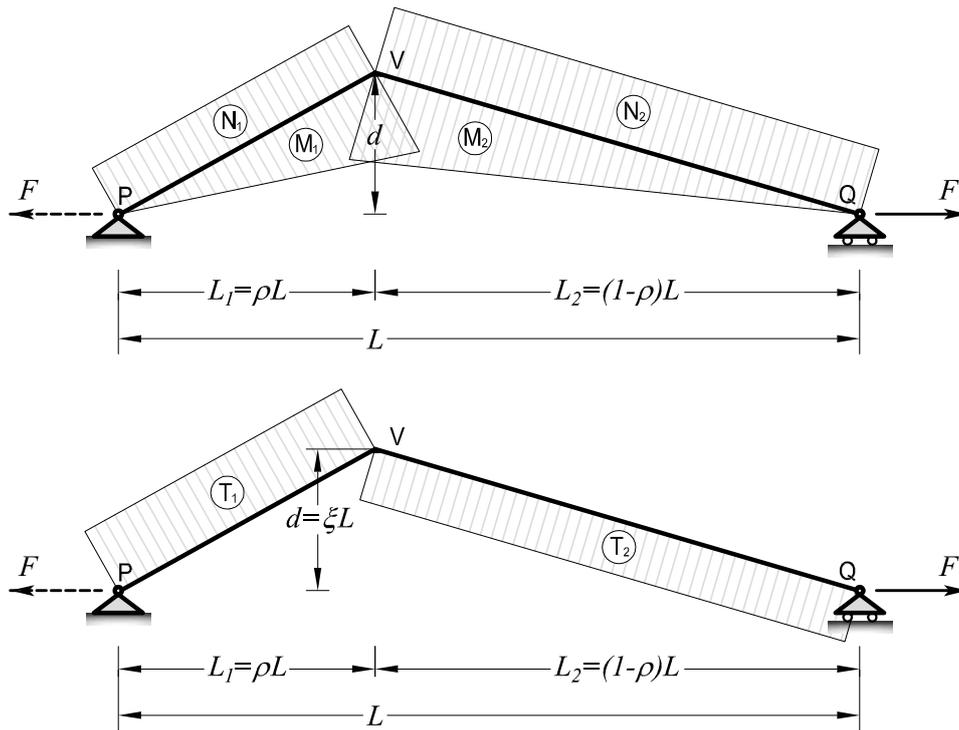


Figura 5.2.: Diagrammi delle sollecitazioni (N , M , T) per un generico *Crescent-Shaped Brace* con forma a bilatera.

rispettivamente (in valore assoluto):

$$N_1 = F \cos \theta_1 \qquad N_2 = F \cos \theta_2 \qquad (5.1a)$$

$$T_1 = F \sin \theta_1 \qquad T_2 = F \sin \theta_2. \qquad (5.1b)$$

Per fissare le idee e senza perdere di generalità supporremo che risulti $\theta_1 \geq \theta_2$ come rappresentato in figura 5.1 e porremo

$$N_{\max} = \max(N_1, N_2).$$

Il momento flettente risulta lineare lungo i due tratti, con valore nullo agli estremi P e Q e valore massimo in V (vertice) pari a

$$M_{\max} = Fd.$$

La sezione più sollecitata è dunque chiaramente quella di vertice, soggetta dunque per semplici considerazioni di equilibrio ad uno sforzo assiale F e ad un momento Fd ; trascurando l'influenza dello sforzo di taglio (come è lecito se il controvento è sufficientemente snello) si può facilmente

5. Crescent-Shaped Braces

determinare la tensione elastica massima in V :

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} + \frac{M_{\max}}{W} = \frac{F}{A} + \frac{Fd}{W} = \frac{Fd}{W} \left(1 + \frac{W}{Ad} \right) \quad (5.2)$$

essendo rispettivamente A e W l'area della sezione trasversale e il modulo di resistenza del controvento rispetto all'asse di flessione.

Poiché, detto J il momento d'inerzia della sezione trasversale rispetto all'asse di flessione del controvento e i il corrispondente raggio d'inerzia, risulta $A = J/i^2$ e quindi

$$\frac{W}{Ad} = \frac{2J}{Adh} = \frac{2Ai^2}{Adh} = \frac{2i^2}{dh}$$

essendo h l'altezza della sezione trasversale.

Notiamo ora che in generale il raggio d'inerzia i_x può sempre essere espresso in funzione dell'altezza h come

$$i = \kappa \cdot h \quad (5.3)$$

essendo κ un opportuno fattore numerico che per le sezioni di più comune impiego può essere assunto pari a⁽³⁾:

$\kappa = 1/\sqrt{12} \simeq 0,29$	per sezioni rettangolari e cruciformi;
$\kappa \simeq 0,42$	per profilati a doppio T tipo IPE e tipo HE serie M;
$\kappa \simeq 0,44$	per profilati a doppio T tipo HE serie A e B;
$\kappa \simeq 0,39$	per profilati UPN;
$\kappa = 1/\sqrt{8} \simeq 0,35$	per sezioni circolari cave a spessore sottile.

Pertanto la (5.2) diventa

$$\sigma_{\max} = \frac{Fd}{W} \left(1 + 2\kappa^2 \frac{h}{d} \right) = \sigma_M \left(1 + 2\kappa^2 \frac{h}{d} \right) \quad (5.4)$$

essendo $\sigma_M = M_C/W = Fd/W$ il contributo alla tensione σ_{\max} derivante dal solo effetto del momento flettente. Si nota che σ_{\max} non dipende dalla lunghezza L del controvento ma esclusivamente dalla geometria della sezione trasversale e dalla distanza (eccentricità) d .

A titolo di esempio, consideriamo un controvento a bilatera del tipo di quello della fig. 5.1 realizzato con un profilo a doppio T di tipo HE280B (per cui $h = 280$ mm) avente una geometria caratterizzata da $L = [7,00]$ m e $d = [0,70]$ m. In tal caso la (5.4) porge ($\kappa = 0,433$):

$$\frac{\sigma_{\max}}{\sigma_M} = 1 + 2 \cdot 0,433^2 \cdot \frac{0,28}{0,70} = 1,15.$$

⁽³⁾Per un'ipotetica sezione teorica a masse concentrate si avrebbe evidentemente $\kappa = 0,5$; in generale risulterà quindi $\kappa < 0,5$.

5. Crescent-Shaped Braces

In generale dunque *non è lecito* trascurare il contributo dello sforzo assiale a σ_{\max} , trattandosi di un'aliquota significativa, seppur minoritaria, rispetto a σ_M .

Il controvento raggiunge il limite elastico quando $\sigma_{\max} = f_y$, essendo f_y la resistenza (nominale) allo snervamento. Dunque la resistenza elastica F_y del controvento, ricavabile dalla (5.4) con semplici passaggi, è data da:

$$F_y = \frac{f_y W}{d} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2\kappa^2}{\xi} \left(\frac{h}{L}\right)} = \frac{f_y W}{\xi L + 2\kappa^2 h} \quad (5.5)$$

Un'espressione alternativa alla (5.5), e per certi aspetti più eloquente, può essere ottenuta nuovamente a partire dalla (5.2) raccogliendo a fattor comune F/A anziché Fd/W :

$$\sigma_{\max} = \frac{F}{A} \left(1 + d \frac{A}{W}\right)$$

portando così, attraverso considerazioni analoghe a quelle svolte in precedenza, alla seguente espressione per F_y :

$$F_y = Af_y \cdot \frac{2\kappa^2 h}{\xi L + 2\kappa^2 h} = \eta \cdot Af_y. \quad (5.6)$$

In tale espressione si ravvisa che Af_y sarebbe la resistenza di un controvento puramente assiale (privo dell'eccentricità d), ed il fattore riduttivo

$$\eta = \eta(\kappa, h, d) = \frac{2\kappa^2 h}{2\kappa^2 h + d} = \frac{2\kappa^2}{2\kappa^2 + \xi(L/h)} < 1$$

risulta in sostanza un coefficiente che penalizza la resistenza per l'effetto della geometria effettiva (eccentrica) del controvento.

Nel caso dell'esempio numerico sopra considerato, si otterrebbe

$$\eta = \frac{2 \cdot 0,433^2 \cdot 0,28}{2 \cdot 0,433^2 \cdot 0,28 + 0,70} \simeq 0,13$$

per cui la resistenza del controvento si riduce circa al 13% della corrispondente resistenza a sforzo normale di un controvento privo di eccentricità congiungente direttamente gli estremi A e B di fig. 5.1. Il coefficiente η è naturalmente tanto minore quanto meno il controvento è ribassato.

Per quanto riguarda la deformabilità elastica del controvento a bilatera, applicando il Principio dei Lavori Virtuali e trascurando come di consueto lo sforzo di taglio, si ottiene:

$$\delta = \delta_N + \delta_M$$

5. Crescent-Shaped Braces

con

$$\delta_N = \int_{PV} (1 \cdot \cos \theta_1) \cdot \frac{N_1}{EA} ds + \int_{QV} (1 \cdot \cos \theta_2) \cdot \frac{N_2}{EA} ds \quad (5.7a)$$

$$\delta_M = \int_{PV} (1 \cdot s \cdot \sin \theta_1) \cdot \frac{M_1}{EA} ds + \int_{QV} (1 \cdot s \cdot \sin \theta_2) \cdot \frac{M_2}{EA} ds \quad (5.7b)$$

essendo s l'ascissa curvilinea che percorre ciascuno dei tratti AB e BC .

Sviluppando la (5.7a) si ottiene:

$$\begin{aligned} \delta_N &= \int_0^{\ell_1} \frac{F \cos^2 \theta_1}{EA} ds + \int_0^{\ell_2} \frac{F \cos^2 \theta_2}{EA} ds = \\ &= \frac{F}{EA} (\ell_1 \cos^2 \theta_1 + \ell_2 \cos^2 \theta_2) = \\ &= \frac{F}{EA} (L_1 \cos \theta_1 + L_2 \cos \theta_2) \end{aligned}$$

cioè

$$\delta_N = \frac{FL}{EA} [\rho \cos \theta_1 + (1 - \rho) \cos \theta_2]. \quad (5.8)$$

Allo stesso modo, sviluppando la (5.7b) si trova:

$$\begin{aligned} \delta_M &= \int_0^{\ell_1} \frac{Fs^2 \sin^2 \theta_1}{EJ_x} ds + \int_0^{\ell_2} \frac{Fs^2 \sin^2 \theta_2}{EJ_x} ds = \\ &= \frac{F}{EJ_x} \left(\frac{\ell_1^3 \sin^2 \theta_1}{3} + \frac{\ell_2^3 \sin^2 \theta_2}{3} \right) \end{aligned}$$

e quindi

$$\delta_M = \frac{Fd^2}{3EJ} (\ell_1 + \ell_2) = \frac{Fd^2 \ell}{3EJ} \quad (5.9)$$

essendo $\ell = \ell_1 + \ell_2$ lo sviluppo complessivo del controvento.

È interessante effettuare alcune considerazioni sulle due formule (5.8) e (5.9).

Osserviamo innanzitutto che

$$\ell_1 = \sqrt{L_1^2 + d^2} = L \sqrt{\rho^2 + \xi^2}$$

$$\ell_2 = \sqrt{L_2^2 + d^2} = L \sqrt{(1 - \rho)^2 + \xi^2}$$

5. Crescent-Shaped Braces

Come si nota, per un ampio *range* di valori del parametro ρ (indicativamente per ρ compreso fra 0,3 e 0,7) è possibile ritenere con ottima approssimazione costanti le funzioni f_1 e f_2 con valore pari a quello che si otterrebbe per $\rho = 0,5$ (controvento a bilatera simmetrica). In tal caso le (5.12a) e (5.12b) si semplificano in:

$$f_1|_{\rho=0,5} = \sqrt{1+4\xi^2}$$

$$f_2|_{\rho=0,5} = \frac{1}{\sqrt{1+4\xi^2}}$$

per cui le (5.8) e (5.9) diventano

$$\delta_N = \frac{FL}{EA} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+4\xi^2}} \quad (5.13a)$$

$$\delta_M = \frac{Fd^2L}{3EJ} \cdot \sqrt{1+4\xi^2}. \quad (5.13b)$$

Come si vede dai diagrammi della figura 5.3, l'influenza del parametro λ è comunque relativamente modesta nel campo di valori di pratico interesse (indicativamente $\xi = 0,07 \div 0,15$).

Dal confronto delle (5.13a) e (5.13b) e ricordando la (5.3) è possibile valutare l'entità relativa dei contributi δ_N e δ_M allo spostamento totale δ , essendo:

$$\frac{\delta_N}{\delta_M} = \frac{3J}{Ad^2} \cdot \frac{1}{1+4\xi^2} = \frac{i^2}{d^2} \cdot \frac{3}{1+4\xi^2} = \frac{3\kappa^2}{\xi^2(1+4\xi^2)} \left(\frac{h}{L}\right)^2 \simeq \frac{3\kappa^2}{\xi^2} \left(\frac{h}{L}\right)^2. \quad (5.14)$$

Riferendosi ai dati numerici dell'esempio citato in precedenza ($\kappa = 0,433$; $\xi = 0,10$; $h/L = 0,04$) si ottiene $\delta_N/\delta_M = 0,085$; in altre parole, il contributo dello sforzo assiale allo spostamento orizzontale del carrello in B è pari al 8,5% del contributo dovuto al momento flettente. L'importanza dello sforzo assiale si fa risentire maggiormente, come del resto ci si attende, quanto più il controvento è ribassato: qualora infatti ad esempio lo stesso controvento presentasse $d = 0,35$ m (e dunque $\xi = 0,05$) si troverebbe $\delta_N/\delta_M = 0,36$. Inoltre tale effetto risulta più significativo per le sezioni con κ elevato, come le sezioni a doppio T; se il controvento dell'esempio numerico avesse una sezione rettangolare ($\kappa = 0,29$) si otterrebbe $\delta_N/\delta_M = 0,039$ e $\delta_N/\delta_M = 0,16$ rispettivamente per $\xi = 0,10$ e $\xi = 0,05$. Alcuni valori di esempio sono riassunti nella tabella 5.1.

$\xi = d/L$	δ_N/δ_M
0,20	$\leq 2,2\%$
0,15	$\leq 4,0\%$
0,10	$\leq 8,5\%$
0,05	$\leq 36\%$

Tabella 5.1.: Influenza dello sforzo assiale sullo spostamento di estremità in base al rapporto $\xi = d/L$ del controvento ($h/L = 0,04$; $\kappa = i/h = 0,44$).

5. Crescent-Shaped Braces

I due contributi δ_N e δ_M si uguagliano per un valore di ξ che si ricava in prima approssimazione dalla (5.14) imponendo

$$\frac{3\kappa^2}{\xi^2} \left(\frac{h}{L}\right)^2 = 1$$

ossia per $\xi \simeq \sqrt{3}\kappa h/L$ (con i dati numerici sopra considerati si otterrebbe $\xi \simeq 0,03$).

Dalle considerazioni effettuate risulta comunque che per valori non troppo ridotti di ξ (indicativamente per $\xi \geq 0,08 \div 0,1$) – ed in particolare per sezioni con basso valore di κ – il contributo di N allo spostamento è relativamente modesto ed è pertanto spesso lecito trascurare la deformabilità assiale del controvento. In tale ipotesi, accettabile in diversi casi di pratico interesse, si ha pertanto:

$$\delta \simeq \delta_M = \frac{Fd^2\ell}{3EJ} \simeq \frac{Fd^2L}{3EJ} \cdot \sqrt{1+4\xi^2}$$

per cui la rigidezza elastica K alla traslazione risulta

$$K \simeq \frac{3EJ}{d^2\ell} \simeq \frac{3EJ}{d^2L} \frac{1}{\sqrt{1+4\xi^2}} = \frac{3EJ}{L^3} \frac{1}{\xi^2 \sqrt{1+4\xi^2}} \quad (5.15)$$

ovvero in forma equivalente

$$K \simeq \frac{EA}{L} \cdot \frac{3\kappa^2}{\xi^2 \sqrt{1+4\xi^2}} \left(\frac{h}{L}\right)^2 = \frac{EA}{L} \cdot g_1(\xi, \kappa, h/L) \quad (5.16)$$

avendo posto

$$g_1(\xi, \kappa, h/L) = \frac{3\kappa^2}{\xi^2 \sqrt{1+4\xi^2}} \left(\frac{h}{L}\right)^2.$$

Qualora le ipotesi per la validità della 5.15 non risultino accettabili si utilizzeranno le seguenti espressioni generali per lo spostamento δ e la rigidezza alla traslazione K :

$$\delta = \delta_N + \delta_M = \frac{FL}{EA} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+4\xi^2}} + \frac{Fd^2L}{3EJ_x} \cdot \sqrt{1+4\xi^2}$$

$$K = \frac{F}{\delta} = \frac{EA}{L} \cdot \frac{3\kappa^2 \sqrt{1+4\xi^2}}{3\kappa^2 + \xi^2(1+4\xi^2)} \cdot \left(\frac{h}{L}\right)^2 = \frac{EA}{L} \cdot g_2(\xi, \kappa, h/L). \quad (5.17)$$

Nella figura (5.4) sono rappresentati gli andamenti delle funzioni g_1 e g_2 al variare del parametro ξ per i valori $\kappa = 0,44$ (sezione a doppio T) e $\kappa = 0,29$ (sezione rettangolare), avendo fissato il rapporto $L/h = 0,04$; come può notare, la (5.16) risulta un'approssimazione accettabile per la (5.17) per valori di ξ non inferiori a circa $0,07 \div 0,10$ in dipendenza dal tipo di sezione trasversale considerata.

5. Crescent-Shaped Braces

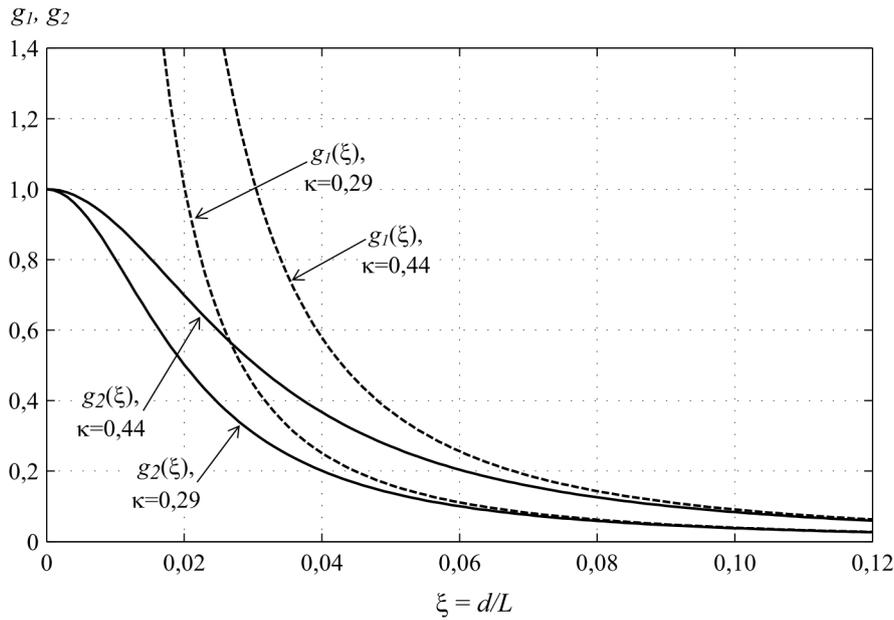


Figura 5.4.: Diagrammi delle funzioni g_1 e g_2 nelle (5.16) e (5.17) al variare del parametro $\xi = d/L$ (per $h/L = 0,04$).

Si nota inoltre, per inciso, che la funzione g_2 (o la sua approssimante g_1 , qualora ritenuta valida) rappresenta il rapporto fra la rigidezza alla traslazione del *Crescent-Shaped Brace* e quella di un controvento puramente assiale ($d = 0$) di lunghezza L congiungente direttamente i due estremi P e Q.

Si può infine osservare che per i dimensionamenti correnti si può usualmente ritenere in ogni caso $4\xi^2 \ll 1$ per cui è lecito sviluppare in serie di MacLaurin le radici presenti nelle espressioni di g_1 e g_2 presenti nelle (5.15-5.16) e (5.17), le quali dunque diventano rispettivamente:

$$K \approx \frac{3EJ}{L^3} \cdot \frac{1}{\xi^2(1+2\xi^2)} = \frac{EA}{L} \cdot \frac{3\kappa^2}{\xi^2(1+2\xi^2)} \left(\frac{h}{L}\right)^2 \quad (5.18a)$$

$$K \approx \frac{EA}{L} \cdot \frac{3\kappa^2(1+2\xi^2)}{3\kappa^2 + \xi^2(1+4\xi^2)} \left(\frac{h}{L}\right)^2, \quad (5.18b)$$

valide rispettivamente qualora sia possibile o meno trascurare la deformabilità assiale del controvento.

5.3. Comportamento post-elastico

Per descrivere compiutamente il comportamento post-elastico del controvento di fig. 5.1 è necessario considerare sia gli effetti di non-linearità meccanica derivanti dal superamento del limite elastico nel materiale che gli effetti di non-linearità geometrica derivanti dalla controvento è

5. Crescent-Shaped Braces

soggetto a sforzo normale e momento flettente. Alcune preliminari considerazioni che possono essere effettuate sono le seguenti.

La prima plasticizzazione avviene ovviamente nella sezione di vertice V, soggetta al momento massimo $M_{\max} = Fd$; se dunque denotiamo con M_y il momento al limite elastico, dato da

$$M_y = f_y W$$

il corrispondente valore della forza F_y risulta

$$F_y = \frac{M_y}{d} = \frac{f_y W}{2\kappa^2 h + d}$$

avendo indicato con f_y la tensione nominale di snervamento dell'acciaio impiegato e con W il modulo di resistenza della sezione trasversale impiegata.

Trattandosi di una struttura isostatica, il diagramma del momento si manterrà lineare nei due tratti PV e QV anche in ambito post-elastico, con punti di nullo agli estremi P e Q e valore massimo in V. Data la forma lineare, fino a rottura, del diagramma del momento si intuisce che il comportamento del controvento è riconducibile, per quanto riguarda il comportamento a flessione, al caso ben noto in letteratura della mensola soggetta ad un carico concentrato di estremità (si veda ad esempio [76]).

Per fissare le idee, consideriamo un controvento con configurazione a bilatera simmetrica (fig. 5.5). Uno dei modelli più semplici per la schematizzazione di un materiale duttile quale l'acciaio da carpenteria è il ben noto modello elastico-perfettamente plastico (o di Prandtl) rappresentato dal diagramma $\sigma - \varepsilon$ della figura 5.6b, secondo il quale la fase elastica è seguita da una fase a tensione costante (pari alla tensione di snervamento f_y) fino al raggiungimento della deformazione ultima. Se in prima approssimazione trascuriamo l'influenza dello sforzo assiale e assumiamo per il materiale un tale comportamento meccanico, nel caso di sezione trasversale rettangolare lo spostamento adimensionale in sommità di una mensola, esprimibile in forma chiusa, è dato da:

$$\Delta(f) = \frac{\delta}{\delta_y} = \frac{5 - (3 + f)\sqrt{3 - 2f}}{f^2}$$

essendo:

δ_y lo spostamento al limite elastico;

$f = F/F_y$ il valore della forza F adimensionalizzato rispetto al valore F_y di snervamento.

Detto β il *beneficio plastico* della sezione considerata (o *fattore di forma*)⁽⁴⁾, il momento plastico M_p può esser espresso come

$$M_p = \beta M_y$$

⁽⁴⁾Il coefficiente β vale 1,5 per sezioni rettangolari e circa 1,10÷1,15 per sezioni a doppio T. Si veda [76] per ulteriori dettagli.

5. Crescent-Shaped Braces

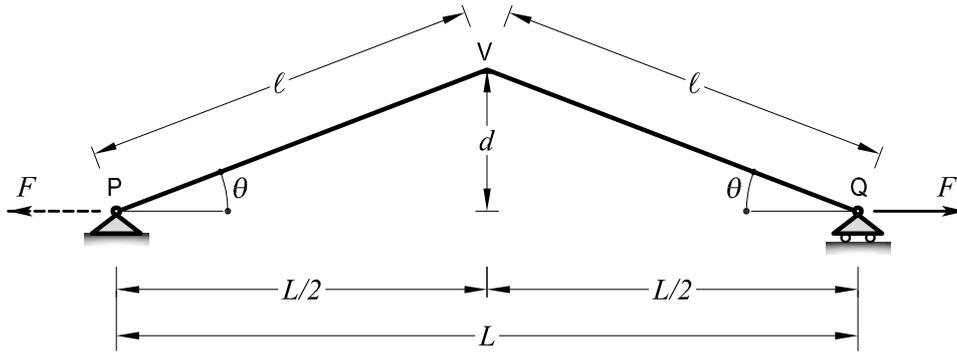


Figura 5.5.: Crescent-Shaped Brace a bilatera simmetrica.

per cui, stante la linearità del diagramma del momento e detta L la lunghezza della mensola, sarà:

$$F_p = \frac{M_p}{d} = \frac{\beta M_y}{d} = \beta F_y$$

Dunque, in base alle ipotesi assunte, non potendo aversi $M > M_p$ il valore massimo di f sarà necessariamente pari a β . In tal caso lo spostamento limite dell'estremo della mensola risulterebbe (per $\beta = 1,5$):

$$\Delta_u = \Delta(\beta) = \frac{5 - (3 + \beta)\sqrt{3 - 2\beta}}{\beta^2} = \frac{5}{\beta^2} = 2,22.$$

per cui nel caso del controvento, ricordando la (5.9), si otterrebbe:

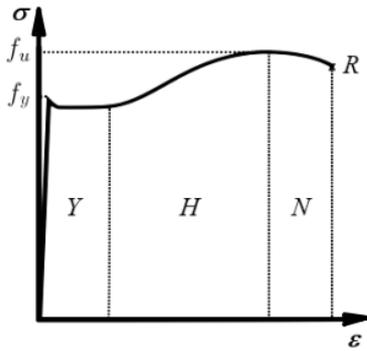
$$\delta_u = 2,22 \delta_y = 2,22 \frac{F d^2 \ell}{3EJ_x} = 0,74 \frac{F d^2 \ell}{EJ_x}.$$

In realtà, l'adozione del diagramma di Prandtl come legame costitutivo per il materiale porta come vedremo a risultati del tutto fuorvianti sugli spostamenti; infatti, come peraltro osservano gli stessi Autori in [76], un descrizione esaustiva del comportamento deformativo in campo plastico di una struttura non può essere basata sulla tale schematizzazione di Prandtl ma deve necessariamente tenere in conto anche dell'incrudimento del materiale. Una possibile schematizzazione alternativa per il comportamento meccanico di un acciaio è costituita dal legame costitutivo elastico - incrudente bilineare (fig. 5.6c), caratterizzato dai seguenti parametri:

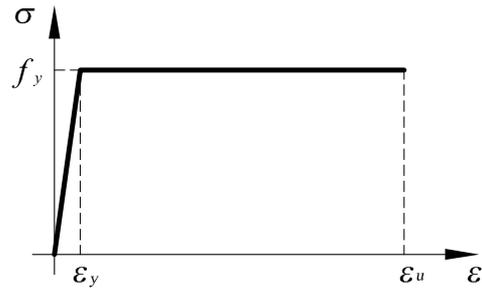
- E modulo elastico del materiale;
- E_1 modulo post-elastico del materiale;
- f_y limite elastico del materiale (resistenza allo snervamento);
- ε_y deformazione ultima del materiale.

Da tali parametri possono essere derivati i seguenti:

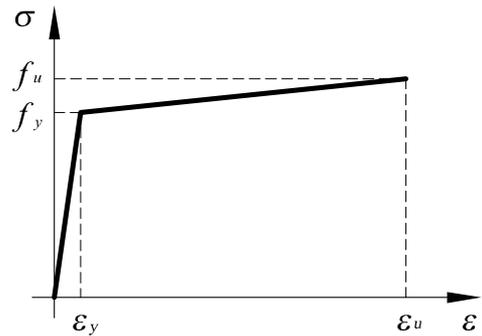
5. Crescent-Shaped Braces



(a) Andamento tipico di una prova a trazione su un provino in acciaio da carpenteria: f_y = tensione di snervamento; f_u = resistenza ultima; R = rottura; Y = snervamento; H = in-crudimento; N = strizione. (fonte: Wikipedia)



(b) Legame elastico - perfettamente plastico (Prandtl)



(c) Legame elastico-incrudente

Figura 5.6.: Legami costitutivi $\sigma - \varepsilon$ per un acciaio.

$$\begin{aligned} \varepsilon_y &= f_y/E && \text{deformazione al limite elastico;} \\ r &= E_1/E && \text{coefficiente di incrudimento (o } \textit{hardening ratio}); \\ \mu_0 &= \varepsilon_u/\varepsilon_y && \text{duttilità del materiale.} \end{aligned}$$

A partire da tale legame costitutivo del materiale, analisi statiche non lineari in controllo di spostamento effettuate su semplici modelli numerici (fig. 5.7) hanno messo in luce un tipico comportamento del controvento. Nella figura 5.8 è riportato il legame forza - spostamento ricavati da un'analisi statica non lineare effettuata su ad un modello agli elementi finiti di un *Crescent-Shaped Brace* simmetrico avente $L = [7,00]m$ e $\xi = 0,1$ e realizzato con un generico acciaio avente $f_y = 300N/mm^2$. Come prima ipotesi è stata fissata una ipotetica sezione rettangolare di dimensioni $100\text{ mm} \times 240\text{ mm}$, modellata numericamente a fibre con i codici di calcolo *Straus7* e *SeismoStruct*. Nella figura 5.9 è rappresentato invece il parametro di ribassamento $\xi = d/L$ del controvento in funzione dello spostamento orizzontale del carrello, con andamento quasi lineare fino a rottura. Come evidenziato nelle stesse figure e come risulterà via via più chiaro dall'esame dalle successive considerazioni, è possibile riconoscere nella curva di capacità del controvento cinque regioni di comportamento:

regione A il comportamento è elastico, l'andamento è approssimativamente lineare (se si esclude la non-linearità geometrica intrinseca al problema) e il controvento si comporta in maniera

5. Crescent-Shaped Braces

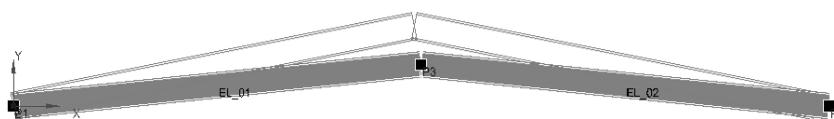


Figura 5.7.: Modello agli elementi finiti utilizzato per lo studio in campo post-elastico dei *Crescent-Shaped Braces* ($L = [7,00]m$; $\xi = 0,1$). In figura è rappresentata anche la configurazione deformata schematica per uno spostamento orizzontale di 120 mm del vincolo di destra (carrello).

essenzialmente flessionale⁽⁵⁾ secondo le relazioni descritte al §5.2;

regione B nella sezione di vertice (la più sollecitata a flessione) si raggiunge dapprima il momento al limite elastico $M_y = f_y W$, poi il momento $M_p = \beta M_y$ al limite plastico, essendo β il cosiddetto *fattore di forma* o *beneficio plastico*; la rigidezza tangente, pressoché costante, risulta comunque non nulla per effetto combinato sia dell'incrudimento del materiale che della non-linearità geometrica del problema; il comportamento del controvento rimane comunque ancora prevalentemente flessionale, con modesta influenza dello sforzo assiale (il controvento non è ancora sufficientemente ribassato);

regione C l'abbassamento del vertice (indicativamente $\xi \leq 0,05$) diventa tale che l'influenza dello sforzo assiale si fa risentire sempre maggiormente, mentre l'influenza del momento flettente diviene via via minore (in quanto il braccio d della forza F diviene sempre più piccolo); si tratta di un comportamento di transizione a comportamento *misto* flessionale e assiale, caratterizzato da un aumento della rigidezza tangente per effetto dello sforzo assiale sempre più consistente;

regione D il controvento è notevolmente ribassato (indicativamente $\xi \leq 0,02$), l'effetto del momento flettente è scarsa, il controvento reagisce pressoché solo a sforzo assiale manifestando una rigidezza pressoché costante notevolmente superiore a quella della regione B a comportamento flessionale;

regione E il controvento è oramai pressoché completamente disteso, al raggiungimento dell'intera plasticizzazione della sezione per sforzo assiale la sezione ha raggiunto lo spostamento ultimo, comportandosi come una barra in trazione la cui rigidezza (puramente assiale) è dettata in sostanza solo dalle proprietà incrudenti del materiale; il controvento non possiede più alcuna riserva di resistenza.

Nella figura 5.10 vengono riportati gli andamenti dei rapporti adimensionali $n = N/N_p$ e $m = M/M_p$ in funzione dello spostamento orizzontale δ , essendo N lo sforzo assiale presente nel controvento, M il momento nella sezione più sollecitata (sezione di vertice), $N_p = A f_y$ lo sforzo

⁽⁵⁾ A meno che non sia *già in partenza* molto ribassato, nel qual caso l'influenza dello sforzo assiale si fa risentire fin da subito.

5. Crescent-Shaped Braces

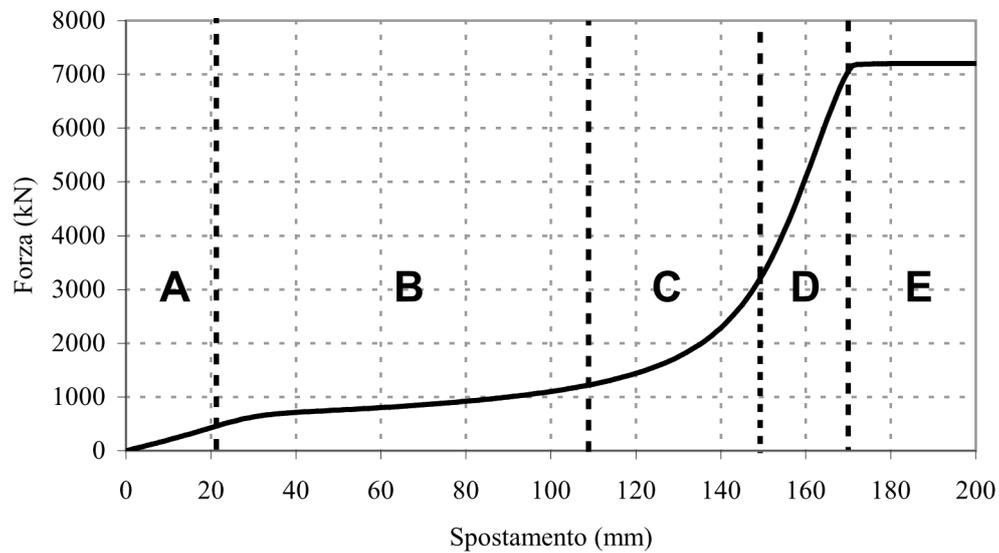


Figura 5.8.: Legame forza - spostamento ricavato da analisi statica non lineare in controllo di spostamento su un modello di *Crescent-Shaped Brace* agli elementi finiti (sezione rettangolare $[100]mm \times [240]mm$).

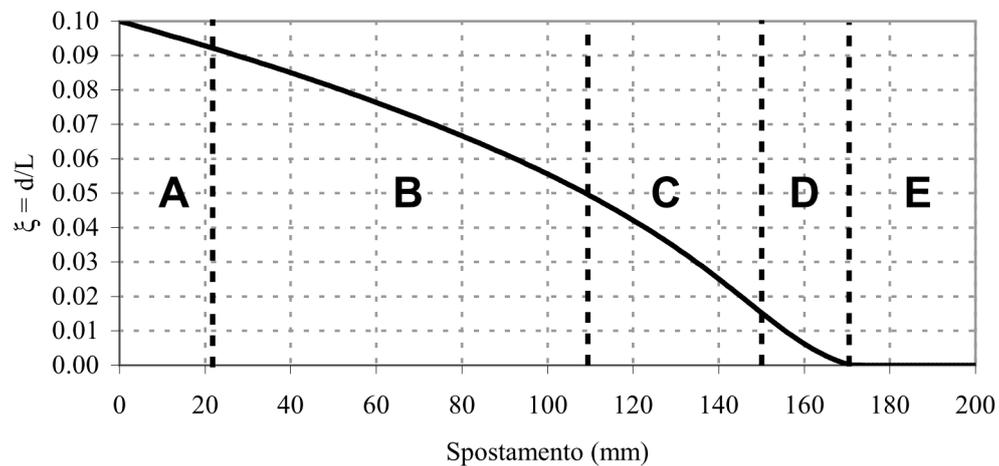


Figura 5.9.: Andamento del parametro di ribassamento $\xi = d/L$ in funzione dello spostamento orizzontale (sezione rettangolare $[100]mm \times [240]mm$).

5. Crescent-Shaped Braces

assiale plastico e $M_p = \beta M_y = \beta W f_y$ il momento plastico della sezione. A giustificazione della suddivisione nelle predette cinque regioni di comportamento, si evidenzia quanto segue:

regione A: il controvento è in regime elastico, come dimostra l'andamento lineare delle funzioni n ed m e lo sforzo assiale si mantiene a un livello ampiamente minore di quello plastico ($n < 0,1$);

regione B: il momento nella sezione di vertice raggiunge dapprima il momento plastico M_p (e corrispondentemente $m = 1$), per mantenersi poi sostanzialmente costante fino al raggiungimento di considerevoli spostamenti orizzontali, mentre lo sforzo assiale si mantiene ancora a livelli molto ridotti ($n < 0,2$);

regione C: il controvento raggiunge un ribassamento tale che l'influenza dello sforzo assiale diventa sempre più importante, mentre il momento è costretto a diminuire dal valore plastico M_p secondo una legge che in generale dipende dal tipo di sezione⁽⁶⁾ (al progredire dello spostamento si nota un progressivo "scambio di ruoli" fra momento flettente e sforzo assiale);

regione D: il controvento è molto ribassato, il momento flettente diminuisce rapidamente fino ad annullarsi mentre gli effetti dello sforzo assiale divengono predominanti;

regione E: il controvento, completamente teso, è soggetto unicamente allo sforzo assiale plastico N_p e come tale ha esaurito ogni possibile riserva di resistenza.

In figura 5.11 sono rappresentate le configurazioni deformate di un *Crescent-Shaped Brace* per diversi valori dello spostamento orizzontale del vincolo di destra, con indicazione per ciascuna di esse delle zone della trave che risultano completamente plasticizzate ($\sigma = f_y$). In accordo alla figura 5.10 si può notare che la plasticizzazione, a partire dalla sezione di vertice, interessa i due lembi della sezione e si estende via via in porzioni sempre più distanti dal vertice man mano che aumenta lo spostamento di controllo. Quando il controvento è sufficientemente ribassato, il momento flettente si riduce (regione **D**) mentre aumenta lo sforzo normale: il lembo superiore si scarica a scapito di quello inferiore, fino a raggiungere alla fine l'intera plasticizzazione per trazione della sezione.

Le stesse considerazioni sono state svolte per un modello agli elementi finiti similare, ma avente una sezione trasversale a doppio T; e anche in questo caso, sebbene con alcune differenze che saranno messe in luce al §5.5, è possibile riconoscere caratteristiche analoghe per la curva forza - spostamento e i gli altri diagrammi (figure 5.12, 5.13 e 5.14). In particolare, anche in questo caso si possono riconoscere cinque regioni di comportamento – al solito indicate con A, B, C, D ed E – con comportamento meccanico simile a quello della sezione rettangolare, sebbene di estensione relativa diversa.

Gli aspetti essenziali del problema possono peraltro essere colti, almeno qualitativamente, facendo riferimento al semplice modello discreto a due gradi di libertà della figura 5.15. Si tratta

⁽⁶⁾Per la sezione rettangolare, ad esempio, deve essere $m = 1 - n^2$. Si veda [76] per ulteriori dettagli.

5. Crescent-Shaped Braces

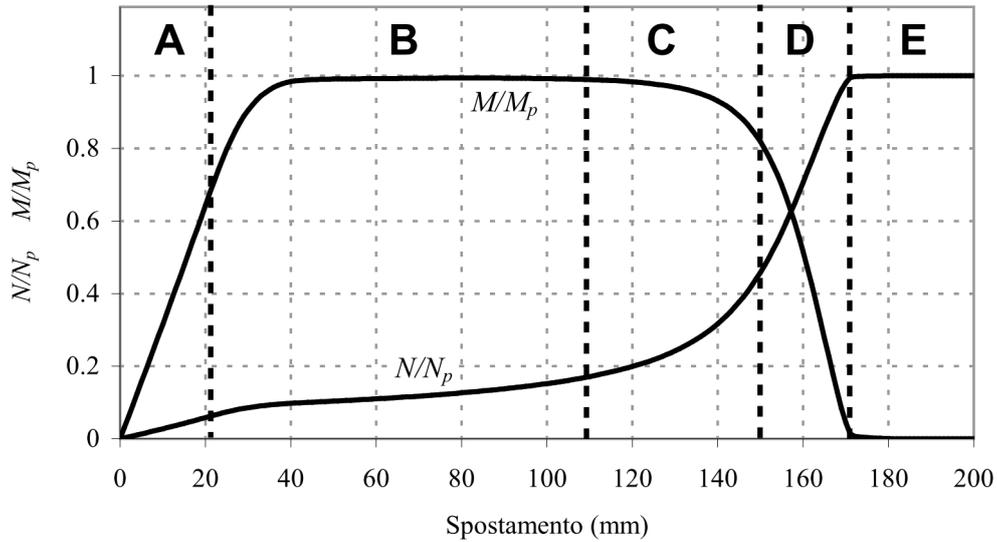


Figura 5.10.: Andamento dei rapporti adimensionali N/N_p e M/M_p in funzione dello spostamento (N_p = sforzo assiale plastico; M_p = momento plastico) per una sezione rettangolare $[100]mm \times [240]mm$.

di un'asta di lunghezza ℓ vincolata a una molla avente rigidezza rotazionale k_r ; l'asta si suppone deformabile solo assialmente con rigidezza assiale k_a . La posizione iniziale resta individuata dall'angolo φ_0 e all'estremo libero è applicata una forza F . Quali parametri lagrangiani per descrivere la configurazione del sistema adotteremo la rotazione φ e l'aumento di lunghezza a .

Supponiamo dapprima che l'asta sia inestensibile ($k_a = \infty$) e la molla elastica, in grado cioè di reagire con un momento $M = k_r \varphi$. Il caso, peraltro semplice, è ben noto in letteratura: sotto l'azione della forza F l'asta è costretta a ruotare di un angolo φ tale che risulti soddisfatto l'equilibrio alla rotazione, ovvero:

$$F \ell \sin(\varphi_0 - \varphi) = k_r \varphi$$

per cui

$$F = \frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi}{\sin(\varphi_0 - \varphi)}. \quad (5.19)$$

Il corrispondente spostamento orizzontale δ resta definito anch'esso in funzione di φ dalla seguente espressione:⁽⁷⁾

$$\delta = 2\ell[\cos(\varphi_0 - \varphi) - \cos \varphi_0]. \quad (5.20)$$

⁽⁷⁾Il fattore 2 al secondo membro tiene conto che un *Crescent-Shaped Brace* è in realtà costituito da due aste speculari.

5. Crescent-Shaped Braces

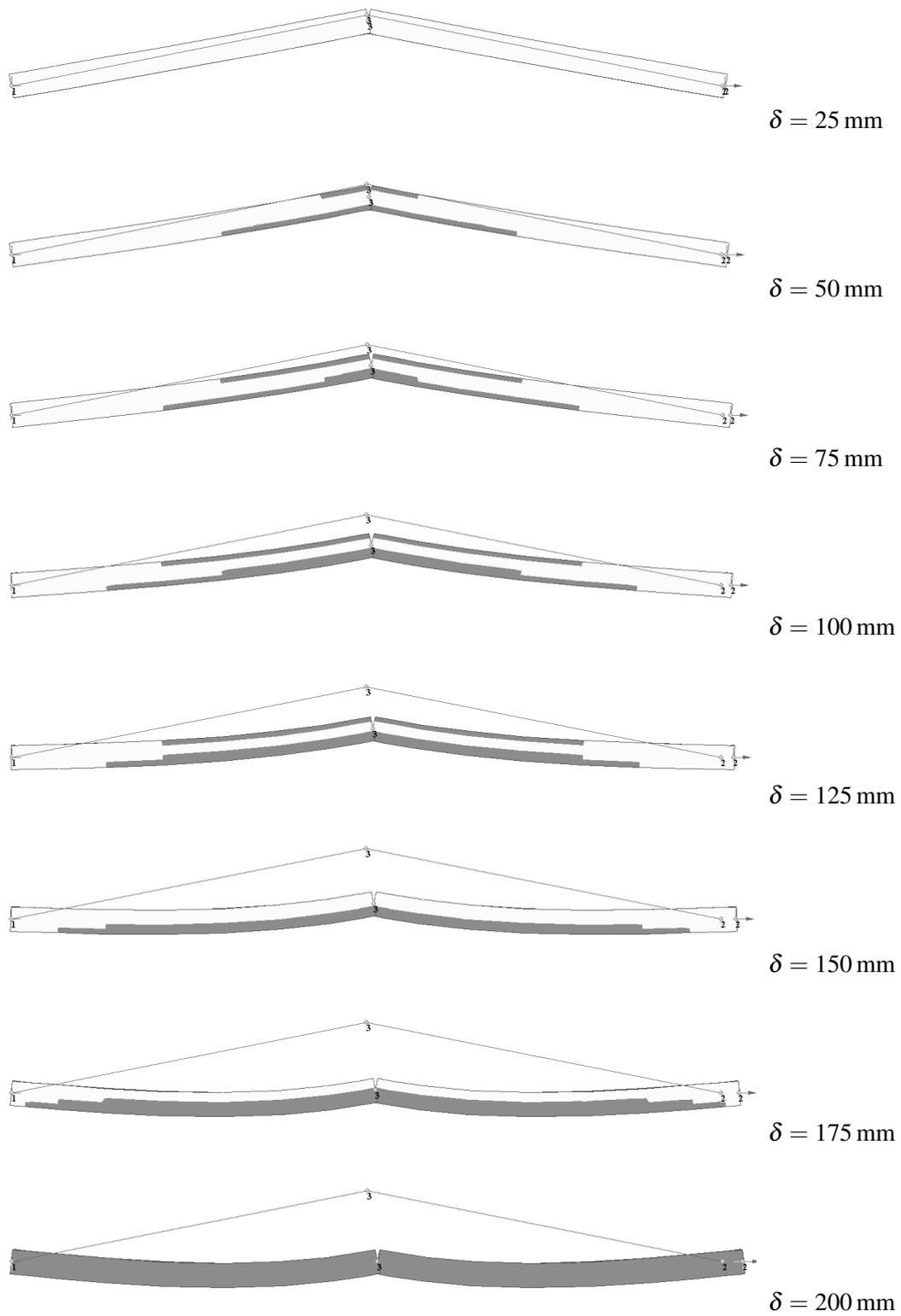


Figura 5.11.: Configurazioni deformate di un *Crescent-Shaped Brace* per diversi valori dello spostamento orizzontale prodotte dal software *Straus7* per un modello agli elementi finiti a sezione rettangolare $[100]mm \times [240]mm$. Le porzioni plasticizzate delle travi sono evidenziate con un campitura grigia.

5. Crescent-Shaped Braces

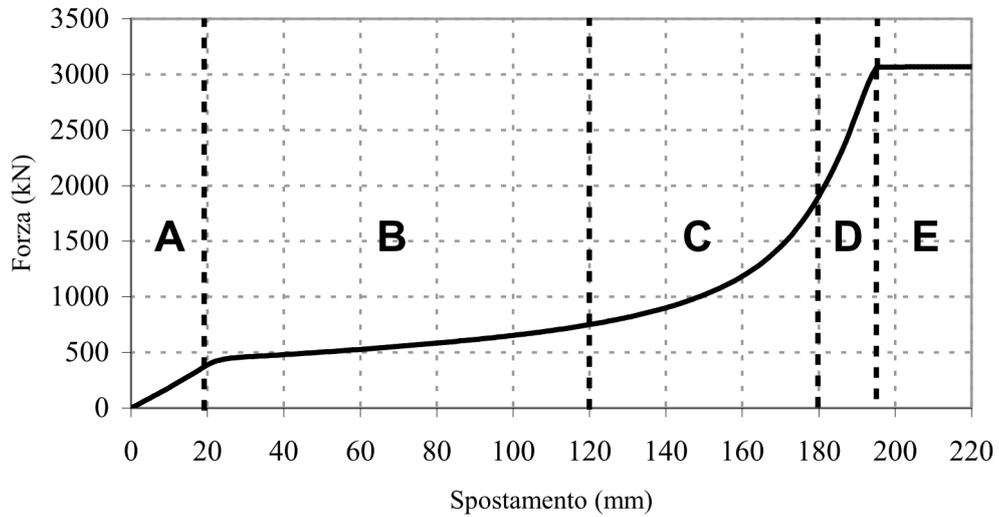


Figura 5.12.: Legame forza - spostamento ricavato da analisi statica non lineare in controllo di spostamento su un modello di *Crescent-Shaped Brace* agli elementi finiti (sezione a doppio T tipo HE240B).

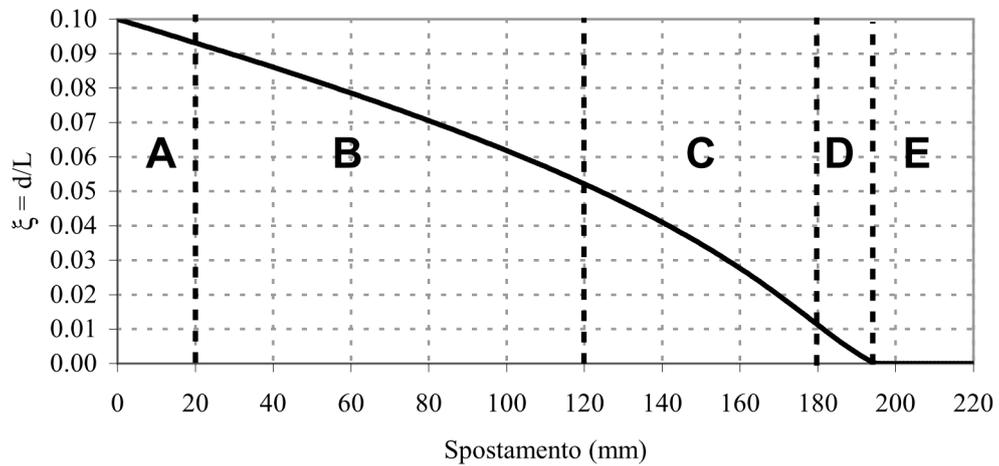


Figura 5.13.: Andamento del parametro di ribassamento $\xi = d/L$ in funzione dello spostamento orizzontale (sezione a doppio T tipo HE240B).

5. Crescent-Shaped Braces

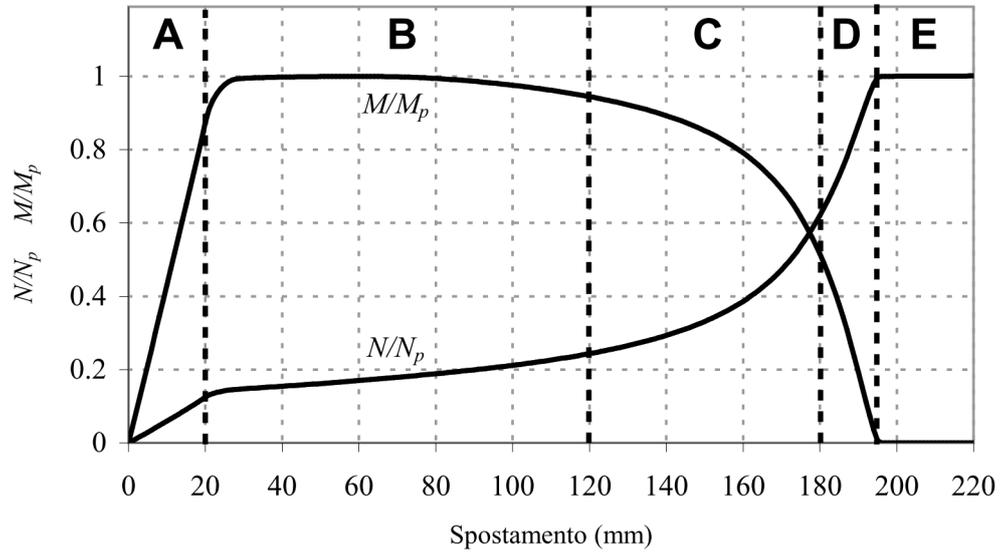


Figura 5.14.: Andamento dei rapporti adimensionali N/N_p e M/M_p in funzione dello spostamento (sezione a doppio T tipo HE240B).

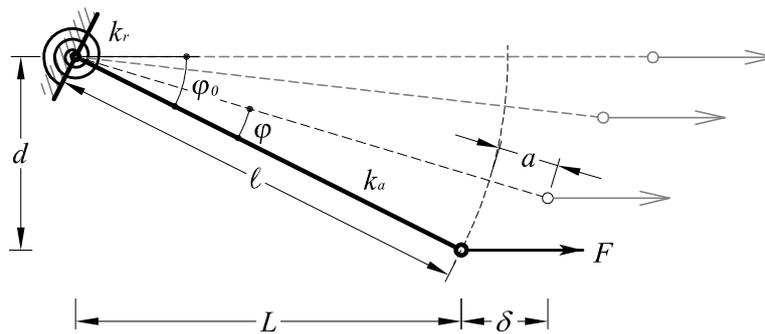


Figura 5.15.: Modello discreto a due gradi di libertà (φ , a) per lo studio del *Crescent-Shaped Braces* in campo post-elastico.

5. Crescent-Shaped Braces

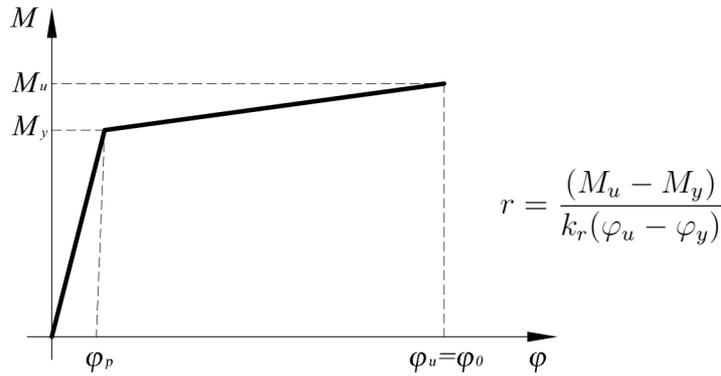


Figura 5.16.: Legame costitutivo elastico - incrudente assunto per la molla del modello proposto a due gradi di libert .

Le (5.19) e (5.20) definiscono in pratica il legame $F - \delta$ del sistema in forma parametrica (il parametro   naturalmente φ).

Supponiamo ora che la molla non risulti infinitamente elastica ma dimostri un comportamento elastico - incrudente descritto dalle seguenti relazioni (fig. (5.16)):

$$\begin{cases} M = k_r \varphi & \text{per } \varphi \leq \varphi_p \\ M = k_r \varphi_p + r k_r (\varphi - \varphi_p) & \text{per } \varphi > \varphi_p \end{cases} \quad (5.21)$$

essendo $\varphi_p = \beta \varphi_y$ la rotazione della molla in corrispondenza del momento plastico $M_p = \beta M_y$, valutato moltiplicando il momento elastico M_y per il coefficiente β .⁽⁸⁾ In tal caso le (5.19) e (5.20) restano valide solo fino a $\varphi \leq \varphi_y$ mentre oltre tale valore la (5.19) si modifica in

$$F = \frac{k_r}{l} \cdot \frac{\beta \varphi_y (1 - r) + r \varphi}{\sin(\varphi_0 - \varphi)}. \quad (5.22)$$

mentre la (5.20) rimane inalterata essendo stata ricavata sulla base di sole considerazione geometriche.

Consideriamo ora anche il contributo della rigidezza assiale k_a .

Nel caso di molla elastica (ossia per $\varphi \leq \varphi_y$), dovranno essere soddisfatti sia l'equilibrio alla traslazione secondo l'asse dell'asta che il consueto equilibrio alla rotazione. Dunque:

$$\begin{cases} F \cos(\varphi_0 - \varphi) = k_a a \\ F \cdot d = k_r \varphi \end{cases}$$

con $d = (\ell + a) \sin(\varphi_0 - \varphi)$.

⁽⁸⁾Si noti l'analogia con lo studio di una sezione in campo plastico, per la quale β   il cosiddetto *beneficio plastico di sezione*.

5. Crescent-Shaped Braces

Uguagliando le due espressioni risulta un'equazione quadratica che fornisce a in funzione di φ :

$$a = \frac{\ell}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{4 k_r}{\ell^2 k_a} \frac{\varphi}{\tan(\varphi_0 - \varphi)} - 1} \right]$$

che, sostituita in una delle due, consente di ricavare F :

$$F = \frac{k_a a}{\cos(\varphi_0 - \varphi)}. \quad (5.23)$$

Per quanto riguarda δ , la (5.20) si modifica in:

$$\delta = 2[(\ell + a) \cos(\varphi_0 - \varphi) - \ell \cos \varphi_0]. \quad (5.24)$$

Al superamento di φ_y ripercorrendo i passaggi tenendo conto della seconda delle (5.21) si ottiene la seguente espressione per a :

$$a = \frac{\ell}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{4 k_r \beta \varphi_y (1-r) + r \varphi}{\ell^2 k_a \tan(\varphi_0 - \varphi)} - 1} \right]$$

mentre le espressioni (5.23) e 5.24 rimangono invariate.

Riepilogando:

$$F = \frac{k_a a}{\cos(\varphi_0 - \varphi)} \quad (5.25a)$$

$$\delta = 2[(\ell + a) \cos(\varphi_0 - \varphi) - \ell \cos \varphi_0] \quad (5.25b)$$

con

$$\begin{cases} a = \frac{\ell}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{4 k_r}{\ell^2 k_a} \frac{\varphi}{\tan(\varphi_0 - \varphi)} - 1} \right] & \text{per } \varphi \leq \varphi_p \\ a = \frac{\ell}{2} \left[1 + \sqrt{\frac{4 k_r \beta \varphi_y (1-r) + r \varphi}{\ell^2 k_a \tan(\varphi_0 - \varphi)} - 1} \right] & \text{per } \varphi > \varphi_p \end{cases} \quad (5.26)$$

Per adattare il modello discreto al caso numerico precedentemente introdotto, possiamo assegnare a k_r in via approssimata il valore che deriva considerando la rotazione alla corda θ di una trave a mensola soggetta a un carico concentrato all'estremità (fig. 5.17). Poiché in tal caso:

$$\delta = \frac{F \ell^3}{3EJ} = \frac{M \ell^2}{3EJ}$$

5. Crescent-Shaped Braces

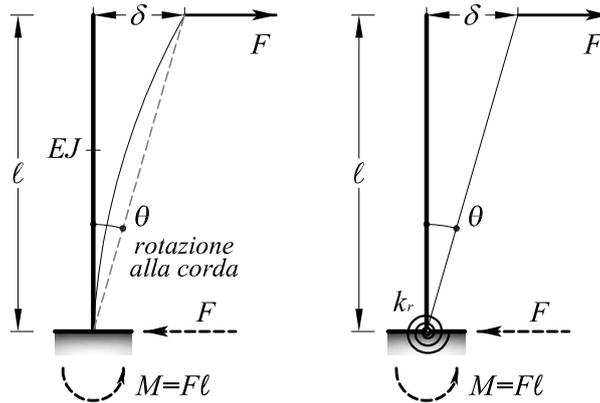


Figura 5.17.: Schema statico a mensola per ricavare il parametro equivalente k_r dal caso continuo al modello discreto proposto sulla base della medesima inflessione δ all'estremo libero e della medesima rotazione alla corda θ .

si ha

$$\theta \approx \frac{\delta}{l} = \frac{Ml}{3EJ}$$

per cui

$$k_r \approx \frac{M}{\theta} = \frac{3EJ}{l}. \quad (5.27)$$

La rotazione φ_y al limite elastico si può approssimare in modo analogo imponendo:

$$\varphi_y \approx \theta_y = \frac{\delta_y}{l} = \frac{M_y l}{3EJ} = \frac{2\varepsilon_y}{h} \cdot \frac{l}{3} = \frac{2}{3} \varepsilon_y \cdot \frac{l}{h} = \frac{2 f_y l}{3 E h} \quad (5.28)$$

essendo $M_y/EJ = 2\varepsilon_y/h$ la curvatura al limite elastico della sezione (h = altezza della sezione).

Per quanto riguarda k_a si propone una relazione del tipo:

$$k_a = \alpha \frac{EA}{l} \quad (5.29)$$

dove $\alpha = 1$ in fase elastica e $\alpha < 1$ ⁽⁹⁾ per tenere conto dell'influenza dell'interazione sforzo normale - momento flettente sulla deformabilità assiale dell'asta in fase plastica. Pertanto nelle (5.26) si può porre:

$$\frac{k_r}{k_a} \approx \frac{3EJ/l}{\alpha EA/l} = \frac{3}{\alpha} \cdot \frac{J}{A} = \frac{3}{\alpha} i^2 = \frac{3}{\alpha} k^2 h^2.$$

⁽⁹⁾Il valore di α va calibrato in base al tipo di sezione; indicativamente, sulla base delle elaborazioni numeriche svolte si può porre $\alpha \simeq 0,3$ per sezioni rettangolari e $\alpha \simeq 0,15$ per sezioni a doppio T. L'argomento richiederebbe ulteriori approfondimenti.

5. Crescent-Shaped Braces

In figura 5.18 sono riportati i risultati di analisi statiche non lineari eseguite su un modello agli elementi finiti e quelli derivanti dall'applicazione delle (5.25a) e (5.25b) (risolte numericamente), avendo assegnato a k_r e k_a i valori numerici che si ottengono coi dati di un *Crescent-Shaped Brace* avente $L = [7,00]m$ e $\xi = 0,1$ per due sezioni campione (sezione rettangolare $[100]mm \times [240]mm$ e una sezione a doppio T tipo HE240B) realizzate con un generico acciaio avente $f_y = 300N/mm^2$.

Come si può notare, nonostante la sua semplicità il modello discreto coglie molto bene il comportamento del *Crescent-Shaped Brace*, in particolar modo per la fase elastica e per il primo tratto di quella post-elastica (per la sezione rettangolare per la sezione rettangolare la coincidenza è quasi perfetta su tutto il campo degli spostamenti).

In figura sono rappresentate anche le curve ottenute mediante le (5.19) e (5.20) ossia considerando l'asta infinitamente rigida ($k_a = \infty$): si vede che anch'esse costituiscono una buona approssimazione, almeno nei casi esaminati, per valori non eccessivi dello spostamento (indicativamente 60-80 mm), oltre i quali presentano un comportamento asintotico verso lo spostamento che si ottiene quando l'asta è completamente distesa: ⁽¹⁰⁾

$$\delta_{im} = 2\ell(1 - \cos \varphi_0).$$

5.4. Influenza dell'incrudimento del materiale

In figura 5.19 sono presentati graficamente i risultati delle elaborazioni numeriche effettuate con il codice di calcolo *SeismStruct* effettuate su un modello agli elementi finiti di un *Crescent-Shaped Brace* di preassegnata geometria (sempre $L = [7,00]m$, $\xi = 0,1$) per due diverse sezioni trasversali (rettangolare $[100]mm \times [240]mm$ e HE240B).

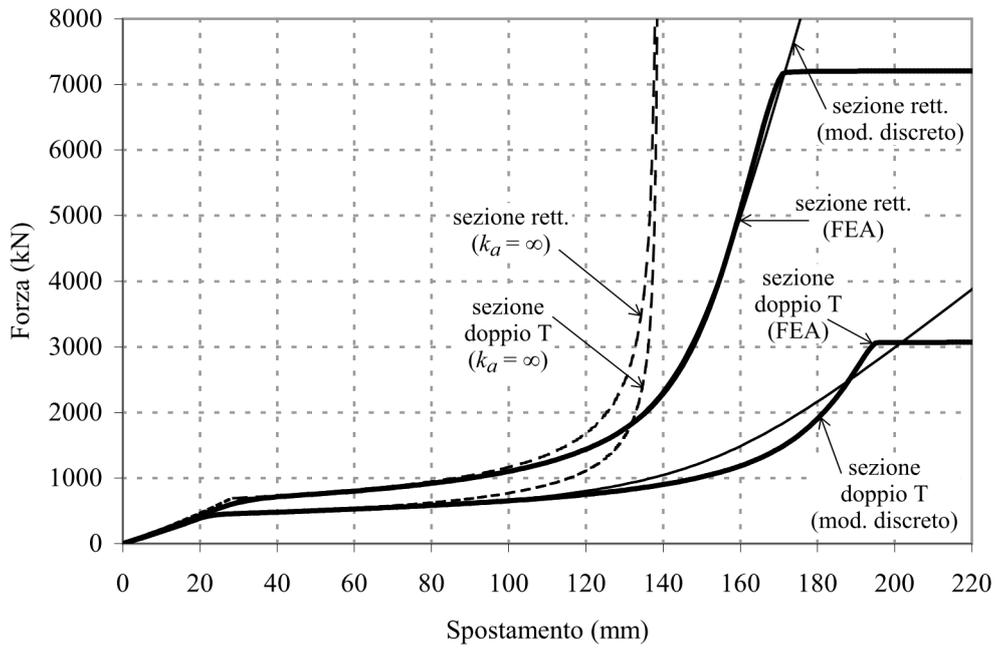
In entrambi i casi si nota una modesta influenza del coefficiente d'incrudimento $r = E_1/E$ (fig. (5.6)) sul comportamento post-elastico del controvento ⁽¹¹⁾, con aumento della rigidità tangente (ossia dell'inclinazione della curva $F - \delta$) all'aumentare di r . È interessante piuttosto notare che il *Crescent-Shaped Brace* dimostra un comportamento incrudente (ossia si assiste ad un aumento della forza al progredire dello spostamento) *anche nel caso di materiale perfettamente plastico* ($r = 0$), e ciò per effetto della non-linearità geometrica stessa del problema e della sempre maggiore influenza che viene via via ad assumere lo sforzo normale man mano che il controvento diventa ribassato.

Ai fini pratici, in ogni caso, il valore di r scelto per modellare il materiale (s'intende entro un *range* di valori realistici) riveste un'importanza relativamente secondaria rispetto ad altre scelte progettuali, tanto più se si considera che il comportamento meccanico dell'acciaio utilizzato è sostanzialmente un dato iniziale del problema e non una scelta a carico del progettista; in linea di massima, il valore $r = 0,005$ tipicamente proposto come valore di *default* in diversi codici di calcolo può essere ritenuto adeguato nella maggioranza delle situazioni.

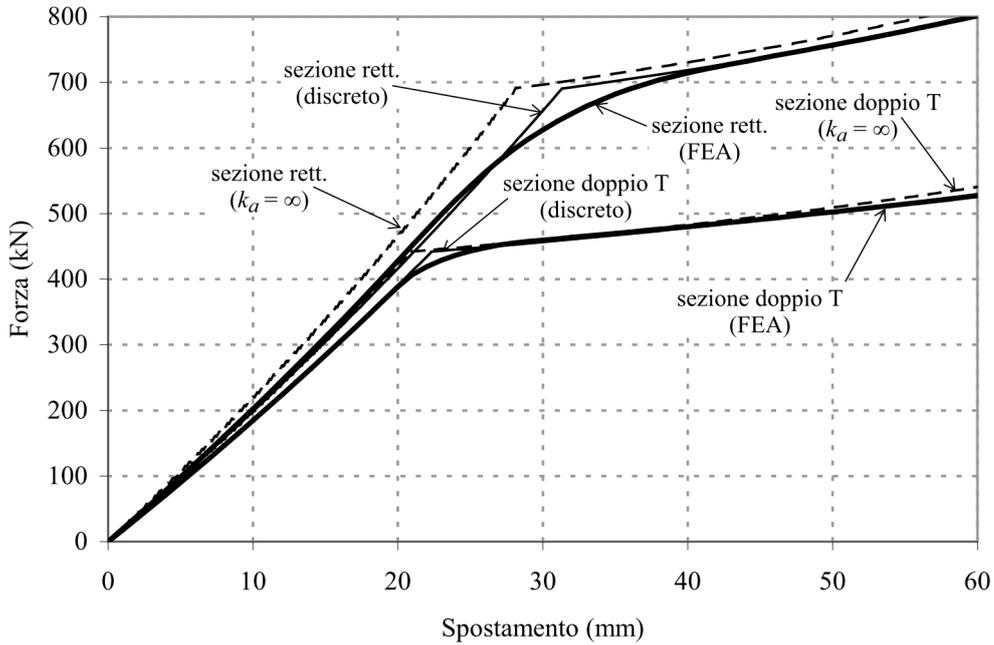
⁽¹⁰⁾Per il caso specifico $\delta_{im} = 138$ mm.

⁽¹¹⁾Il comportamento elastico, ovviamente, rimane invariato.

5. Crescent-Shaped Braces



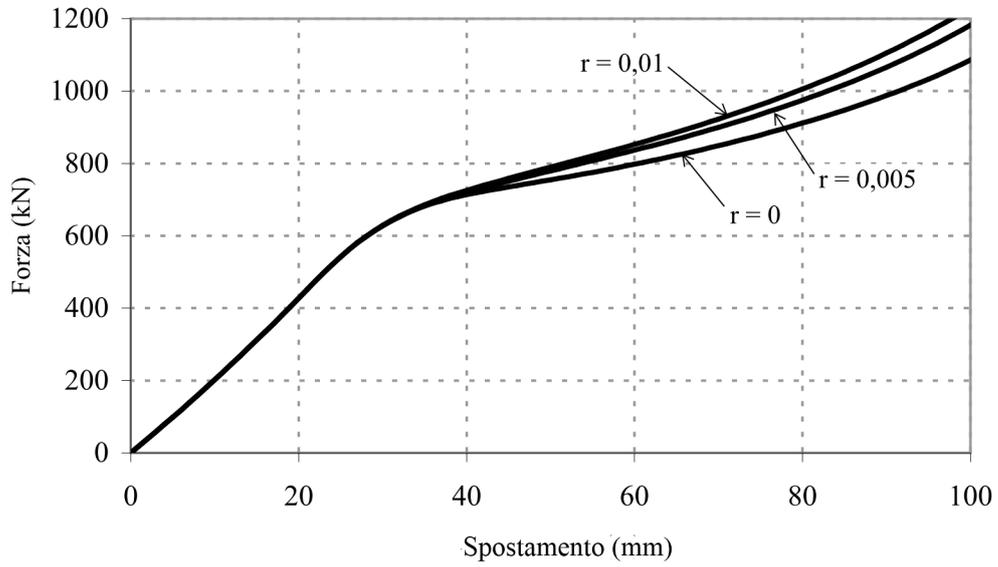
(a)



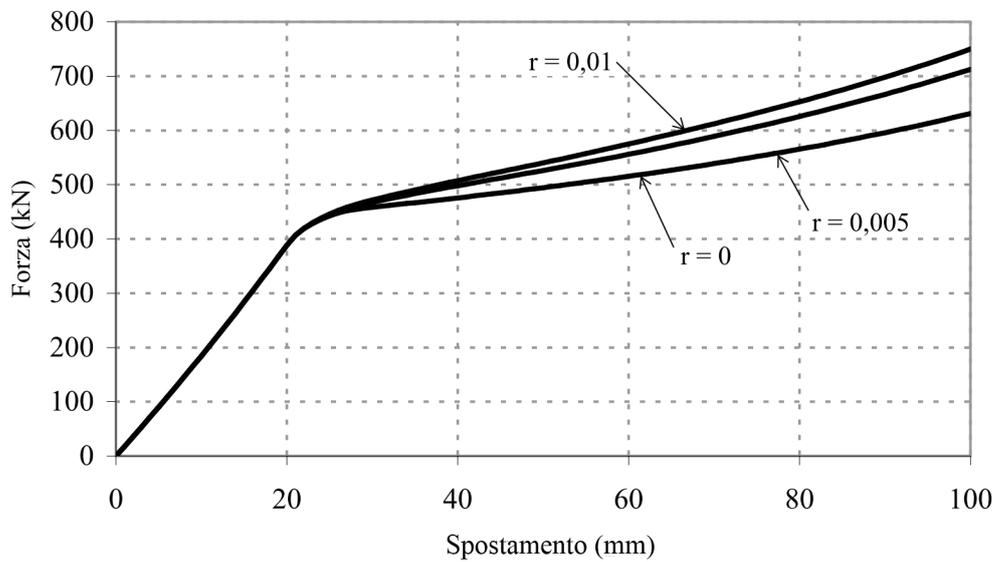
(b)

Figura 5.18.: Confronto curve $F - \delta$ di capacità fra risultati delle analisi statiche non lineari agli elementi finiti (tratto continuo) e la soluzione in forma chiusa del modello discreto proposto (curve tratteggiate): (a) intero range degli spostamenti; (b) dettaglio del diagramma precedente fino uno spostamento massimo di 60 mm.

5. Crescent-Shaped Braces



(a)



(b)

Figura 5.19.: Influenza dell'incrudimento sul comportamento post-elastico di un *Crescent-Shaped Brace*:
(a) sezione rettangolare 100 mm × 240 mm; (b) sezione HE240B.

5.5. Influenza della sezione trasversale

La scelta della sezione trasversale (mantenendo ora fissata la geometria dell'asse del controvento, ossia le distanze L e d) incide ovviamente sul comportamento elastico del *Crescent-Shaped Brace*, come risulta subito evidente dalle (5.5) e (5.15). In particolare – come del resto ci si aspetta – la resistenza è sostanzialmente legata al modulo di resistenza W della sezione, mentre la deformabilità è direttamente legata (se il controvento non è troppo ribassato) al momento d'inerzia J . Si nota tuttavia che per quanto riguarda la resistenza, non essendo in generale lecito trascurare il contributo dello sforzo assiale, due sezioni con uguale W possono comportare resistenze differenti del controvento se le grandezze $\kappa = i/h$ e

A titolo di esempio, consideriamo le seguenti due sezioni:

- sezione rettangolare $[100]mm \times [240]mm$, avente rispettivamente i seguenti valori per area, modulo di resistenza e momento d'inerzia:

$$A_1 = 240 \times 10^2 \text{ mm}^2 \quad W_1 = 960 \times 10^3 \text{ mm}^2 \quad J_1 = 11\,520 \times 10^4 \text{ mm}^4;$$

- sezione a doppio T tipo HE240B, per la quale invece:

$$A_2 = 106 \times 10^2 \text{ mm}^2 \quad W_2 = 938,3 \times 10^3 \text{ mm}^2 \quad J_2 = 11\,260 \times 10^4 \text{ mm}^4.$$

Come si può notare, le due sezioni esibiscono valori pressoché uguali di h , W e J , ma la sezione rettangolare presenta un'area A più grande di oltre il doppio dell'altra (cosa del resto che ci si poteva attendere facilmente, dal momento che le sezioni a doppio T ottimizzano la distribuzione del materiale posizionandolo nei punti più lontani dall'asse neutro).

Fissato $\xi = 0,1$, $f_y = 300 \text{ N/mm}^2$, $\kappa_1 = 0,29$, $\kappa_2 = 0,43$, $L = [7,00]m$ la (5.5) fornisce rispettivamente nei due casi

$$F_{y,1} = [389,0]kN$$

$$F_{y,2} = [357,1]kN;$$

si nota pertanto una modesta differenza (9% circa) fra i valori di resistenza legata in sostanza al diverso valore del coefficiente κ . Del resto, se fosse esattamente $W_1 = W_2 = W$, nei due casi si otterrebbe:

$$\frac{F_{y,1}}{F_{y,2}} = \frac{\xi L + 2\kappa_2^2 h}{\xi L + 2\kappa_1^2 h} = \frac{1 + \frac{2\kappa_2^2}{\xi} \cdot \left(\frac{h}{L}\right)}{1 + \frac{2\kappa_1^2}{\xi} \cdot \left(\frac{h}{L}\right)}$$

cui a parità di ξ e del rapporto h/L la resistenza è legata esclusivamente al coefficiente k . Per $\xi = 0,1$ e $h/L = 0,04$ si otterrebbe ad esempio $F_{y,1}/F_{y,2} \simeq 1,08$, modesto aumento di resistenza

5. Crescent-Shaped Braces

difficilmente ripagabile dall'invece cospicuo aumento dell'area della sezione trasversale.

Un discorso analogo può essere effettuato con riguardo alla rigidezza. Nell'ipotesi infatti di poter trascurare il contributo dello sforzo assiale, per la (5.15) si ottiene subito, a parità di tutti gli altri parametri geometrici:

$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{J_1}{J_2}$$

per cui per raggiungere un uguale momento d'inerzia (quindi uguale rigidezza) una sezione rettangolare deve impiegare un'area notevolmente superiore rispetto ad una sezione a doppio T.

È interessante notare invece il differente comportamento post-elastico delle due sezioni, benché caratterizzate da valori pressoché identici di resistenza e rigidezza. A riguardo è stato predisposto un modello a fibre di un *Crescent-Shaped Brace* con il codice di calcolo *SeismoStruct*, prevedendo per la sezione trasversale le due alternative predette.

Come si nota dalla figura 5.20, a fronte del pressoché medesimo comportamento elastico nei due casi si ha un comportamento post-elastico nettamente differente fin dalle prime fasi. Infatti al superamento del limite elastico la sezione possiede ancora maggiori o minori riserve plastiche a seconda della sezione adottata e quantificabili dal coefficiente di forma

$$\beta = \frac{M_p}{M_y}$$

ricordato anche al §5.3. Il fatto pertanto che per una sezione rettangolare sia $\beta = 1,5$ mentre per una sezione a doppio T sia $\beta = 1,10 \div 1,15$ giustifica che le due curve risultano discoste fin dal superamento del limite elastico, in quanto la sezione rettangolare presenta un momento plastico maggiore rispetto alla sezione a doppio T.

Si nota inoltre che, rispetto alla sezione a doppio T, la sezione rettangolare è caratterizzata da:

- rigidezza tangente superiore lungo tutto il tratto post-elastico;
- valori di forza superiori, soprattutto nelle ultime fasi (regioni C, D ed E come individuate al §5.3) della simulazione numerica, a parità di spostamento considerato;

Ciò può essere spiegato dal fatto che a parità, di caratteristiche elastiche (resistenza e rigidezza), la sezione rettangolare presenta come si è visto un'area molto maggiore di quella a doppio T, con un rapporto $A_1/A_2 = 2,26$; tale rapporto è anche quello che evidentemente sussiste fra i due valori dello sforzo normale plastico, ciò che rende ragione del valore finale decisamente maggiore della curva di capacità della sezione rettangolare (regione E). Fra la fase elastica A e la fase plastica E la rigidezza assiale del controvento acquista come si è visto sempre maggiore importanza, ed è logico attendersi che tale rigidezza aumenti per la sezione rettangolare più che per quella a doppio T man mano che la deformazione del controvento progredisce, essendo essa legata preminentemente all'area della sezione.

5. Crescent-Shaped Braces

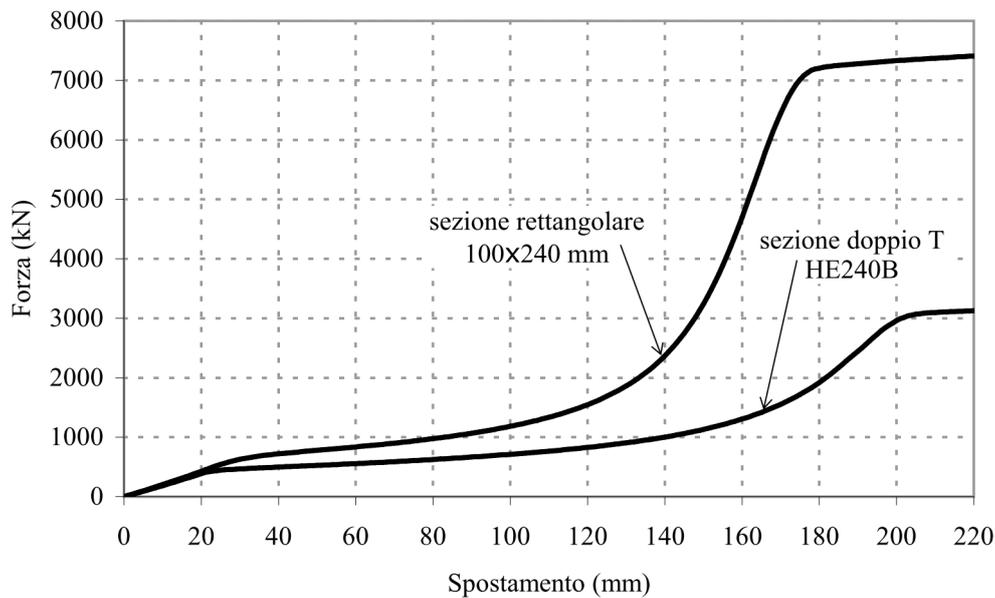


Figura 5.20.: Influenza della sezione trasversale per due *Crescent-Shaped Braces* aventi la stessa geometria d'asse ($L = [7,00]m$; $\xi = 0,1$).

Nella figura 5.21 sono rappresentati, a completamento dei diagrammi della figura 5.14, i diagrammi delle quantità adimensionali $n = N/N_p$ e $m = M/M_p$ per le due sezioni considerate in funzione dello spostamento δ/δ_u adimensionalizzato rispetto allo spostamento ultimo δ_u ; per la figura 5.21a le quantità N_p , M_p e δ_u sono valutate con riferimento alla specifica sezione a cui sono riferiti, mentre per la figura 5.21b l'adimensionalizzazione è avvenuta rispetto alle quantità N_p , M_p e δ_u della sezione rettangolare. In ogni caso si nota che per le due sezioni l'andamento qualitativo della curva forza - spostamento è sostanzialmente il medesimo nei due casi.

5.6. Influenza della forma del controvento

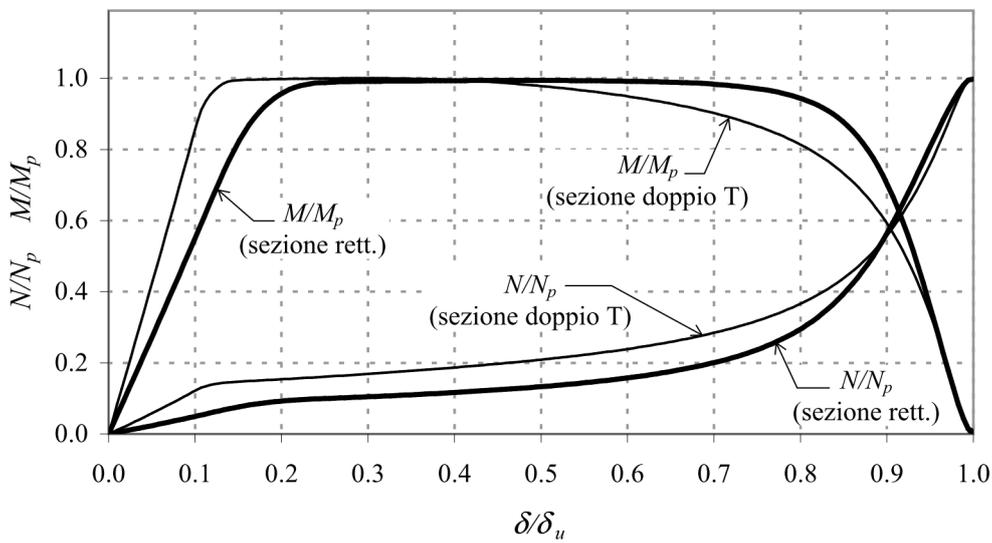
Consideriamo per semplicità il caso di un controvento di forma curva generica simmetrica avente dimensioni caratteristiche L e d (fig. 5.22).

Sia $y(x)$ l'equazione che descrive il controvento. Trascurando la deformabilità assiale, possiamo subito dire che per quanto riguarda le resistenze, le formule (5.5) e (5.6) che forniscono la resistenza di un controvento a bilatera con eccentricità massima d possono ancora ritenersi valide, in quanto anche nel caso di asse curvo le sollecitazioni massime si ritrovano sempre nella corrispondente sezione del controvento e valgono:

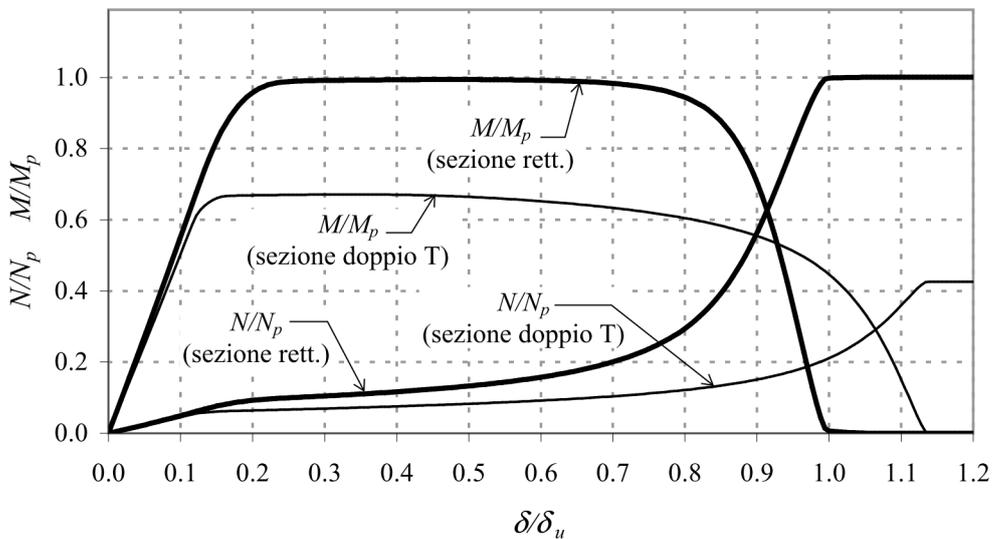
$$N_{\max} = F;$$

$$M_{\max} = Fd.$$

5. Crescent-Shaped Braces



(a)



(b)

Figura 5.21.: Diagrammi delle quantità N/N_p e M/M_p per le due sezioni considerate (rettangolare e a doppio T) in funzione dello spostamento adimensionalizzato rispetto allo spostamento ultimo δ_u : (a) adimensionalizzazione rispetto ai rispettivi valori di N_p , M_p e δ_u per le due diverse sezioni; (b) adimensionalizzazione rispetto ai valori di N_p , M_p e δ_u valutati per la sezione rettangolare.

5. Crescent-Shaped Braces

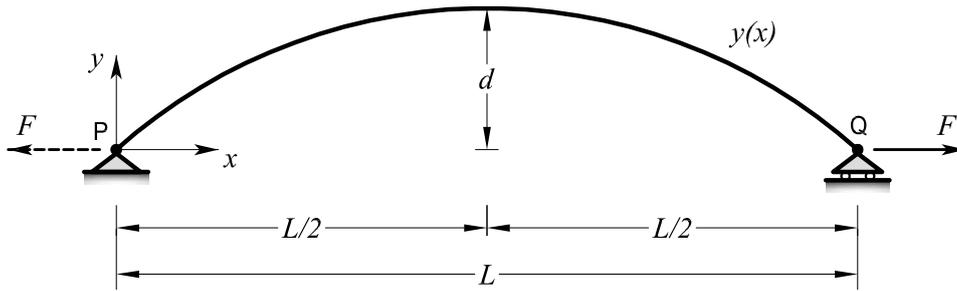


Figura 5.22.: Schema generico di controvento ad asse curvilineo.

Dunque due controventi aventi la stessa eccentricità d sono dotati della medesima resistenza elastica, indipendentemente dalla forma del controvento.

Per quanto riguarda invece la deformabilità in fase elastica, è possibile in generale applicare il Principio dei Lavori Virtuali per il calcolo dello spostamento relativo orizzontale del secondo estremo del controvento tenendo conto in generale di tutte le caratteristiche di sollecitazione (N, M, T). La sezione corrente del controvento posta ad ascissa x risulterà inclinata rispetto alla congiungente gli estremi di un angolo θ tale che $\tan \theta = y'(x)$. In tale sezione, se F è la forza applicata al secondo estremo, saranno presenti le caratteristiche di sollecitazione assumeranno i seguenti valori:

$$\begin{cases} N(x) = F \cos \theta(x) = F / \sqrt{1 + [y'(x)]^2} \\ T(x) = F \sin \theta(x) = F y'(x) / \sqrt{1 + [y'(x)]^2} \\ M(x) = F \cdot y(x) \end{cases} \quad (5.30)$$

Il Principio dei Lavori Virtuali fornisce allora in generale

$$\delta = \int_{\ell} \frac{N_1(s)N(s)}{EA} ds + \int_{\ell} \chi \frac{T_1(s)T(s)}{GA} ds + \int_{\ell} \frac{M_1(s)M(s)}{EJ} ds \quad (5.31)$$

essendo N_1, T_1 e M_1 le sollecitazioni derivanti nella generica sezione per effetto di una forza ausiliaria $F_1 = 1$ applicata al secondo estremo e ℓ lo sviluppo del controvento percorso dall'ascissa curvilinea s ; con A e J si sono indicati, secondo la consueta simbologia, rispettivamente l'area e il momento d'inerzia della sezione trasversale, con χ il fattore di taglio e con E e G rispettivamente i moduli di elasticità normale e tangenziale del materiale (per l'acciaio $E = 2,1 \times 10^5$ MPa; $G = 8,1 \times 10^4$ MPa).

Se supponiamo:

- che la trave sia sufficientemente snella in modo da poter trascurare la deformabilità a taglio;
- che il controvento non sia troppo ribassato in modo da trascurare la deformabilità per sforzo normale

5. Crescent-Shaped Braces

considerando solo il contributo flessionale e ammettendo inoltre che la sezione sia costante dalle (5.30) e (5.31) si ottiene:

$$\delta = \frac{F}{EJ} \int_{\ell} y^2(s) ds = \frac{F}{EJ} \int_0^L y^2(x) \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx \quad (5.32)$$

Notiamo che l'integrale $\int_{\ell} y^2(s) ds$ rappresenta il momento d'inerzia *della curva* $y(x)$ *che descrive il controvento, pensata essa stessa come sezione trasversale e assunta con spessore unitario*, rispetto all'asse di applicazione della forza F .⁽¹²⁾ Nel seguito indicheremo con I^* tale quantità:

$$I^* = \int_{\ell} y^2(s) ds = \int_0^L y^2(x) \sqrt{1 + [y'(x)]^2} dx$$

e con questa posizione potremo scrivere sinteticamente

$$\delta \approx \delta_M = \frac{FI^*}{EJ}. \quad (5.33)$$

Dunque un *Crescent-Shaped Brace* esibirà una deformabilità tanto maggiore (ossia avrà una rigidezza elastica tanto minore) quanto maggiore è il momento d'inerzia I^* della linea d'asse rispetto alla congiungente gli estremi, e la configurazione a bilatera, presentando due tratti rettilinei, risulterà la più rigida essendo quella con momento d'inerzia minore.

Per noti concetti di geometria delle masse, I^* può essere espresso in funzione dell'area della sezione (in questo caso espressa numericamente dalla lunghezza ℓ dello sviluppo del controvento, essendo lo spessore unitario) e del raggio d'inerzia i^* . Se si pone $i^* = \kappa^* d$ con $\kappa^* < 1$ dipendente dalla forma del controvento, si avrà evidentemente $I^* = i^{*2} \ell = \kappa^{*2} d^2 \ell$. Dunque la 5.33 si può anche scrivere come:

$$\delta \approx \delta_M = \frac{Fd^2 \ell}{cEJ} \quad (5.34)$$

essendo $c = 1/\kappa^{*2}$ un opportuno coefficiente numerico che dipende dalla forma del controvento. Per quanto detto sopra, tenuto conto della (5.9), risulterà senz'altro $c \leq 3$.

Osserviamo inoltre che la curva $y(x)$ può sempre essere normalizzata dividendo le ordinate per $y_{\max} = d$ e le ascisse per $x_{\max} = L$; adottando quindi la sostituzione di variabile $t = x/L$ (ascissa adimensionale) si ottiene così una curva

$$u(t) = \frac{y(x/L)}{d}.$$

⁽¹²⁾Un approfondimento di questo tema si può trovare nella *Teoria dell'ellisse di elasticità* (si veda ad es. [6], vol.II cap.XVII).

5. Crescent-Shaped Braces

L'espressione che fornisce I^* diventa allora

$$I^* = \int_0^1 d^2 [u(t)]^2 \sqrt{1 + \frac{d^2 [u'(t)]^2}{L^2}} (L dt) = d^2 L \int_0^1 y_1(t) \sqrt{1 + \xi^2 [u'(t)]^2} dt = d^2 L I_1^*$$

avendo posto

$$I_1^* = \int_0^1 u(t)^2 \sqrt{1 + \xi^2 [u'(t)]^2} dt$$

ed essendo al solito $\xi = d/L$.

Fissati dunque un certo rapporto $\xi = d/L$ e la forma del controvento, il valore di I_1^* può essere calcolato una volta per tutte per la curva normalizzata $u(x)$. Una volta trovato I_1^* si avrà:

$$\delta = \frac{F I^*}{EJ} = \frac{F d^2 L I_1^*}{EJ} = \frac{F d^2 L}{k E J}$$

ove $k = k(\xi) = 1/I_1^*$ è un fattore numerico che dipende naturalmente (oltre che da ξ) dalla forma considerata per il controvento. Si riportano di seguito alcune applicazioni di esempio.

Esempio 1. Consideriamo innanzitutto un controvento simmetrico a bilatera (fig. 5.5). Per esso sarà $y(x) = 2\xi x$ essendo $\tan \theta = d/(L/2) = 2\xi$, mentre $u(t) = 2t$ per cui

$$I_1^* = 2 \int_0^{1/2} (2t)^2 \sqrt{1 + \xi^2 \cdot 2^2} dt = \frac{\sqrt{1 + 4\xi^2}}{3} \quad \text{e} \quad k = \frac{3}{\sqrt{1 + 4\xi^2}}.$$

Si ritrova così la (5.13b). Per $\xi = 0,10$, ad esempio, si trova $k = 2,94$.

Esempio 2. Il controvento sia ora costituito da due tratti rettilinei di lunghezza differente (controvento a bilatera non simmetrica) tali che $L_1 = \rho L$; $L_2 = (1 - \rho)L$. Convieni in questo caso trattare separatamente i due rami rettilinei del controvento. Per essi si ha rispettivamente (fig. 5.1) $y_1 = px_1$; $y_2 = qx_2$, essendo $p = \tan \theta_1 = \frac{d}{\rho L} = \xi/\rho$ e $q = \tan \theta_2 = \frac{d}{(1-\rho)L} = \xi/(1-\rho)$. Essendo $u(t_1) = t_1/\rho$; $u(t_2) = t_2/(1-\rho)$ si ottiene

$$\begin{aligned} I_1^* &= \int_0^\rho \left(\frac{t_1}{\rho}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{\rho^2}} dt_1 + \int_0^{1-\rho} \left(\frac{t_2}{1-\rho}\right)^2 \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{(1-\rho)^2}} dt_2 \\ &= \frac{1}{\rho^2} \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{\rho^2}} \cdot \frac{\rho^3}{3} + \frac{1}{(1-\rho)^2} \sqrt{1 + \frac{\xi^2}{(1-\rho)^2}} \cdot \frac{(1-\rho)^3}{3} \\ &= \frac{\sqrt{\rho^2 + \xi^2} + \sqrt{(1-\rho)^2 + \xi^2}}{3} \end{aligned}$$

e quindi

$$k = \frac{3}{\sqrt{\rho^2 + \xi^2} + \sqrt{(1-\rho)^2 + \xi^2}}$$

5. Crescent-Shaped Braces

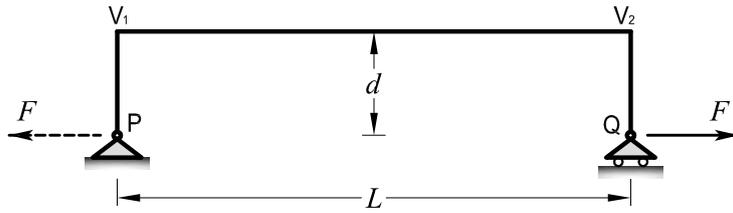


Figura 5.23.: Situazione limite per un *Crescent-Shaped Brace* (cfr. esempio 4).

ritrovando così la (5.10). Per $\xi = 0,10$ e $\rho = 0,3$, ad esempio, si trova $k = 2,93$, risultato pressoché identico a quello dell'esempio precedente.

Esempio 3. Consideriamo ora un controvento avente forma sinusoidale con equazione $y(x) = d \sin(\pi x/L)$. In questo caso si ha $u(t) = \sin(\pi t)$ per cui

$$I_1^* = \int_0^1 \sin^2(\pi t) \sqrt{1 + \xi^2 \pi^2 \cos^2(\pi t)} dt.$$

Per un fissato valore di ξ l'integrale al secondo membro può essere calcolato facilmente per via numerica; per $\xi = 0,10$, ad esempio, si trova $I_1^* = 0,506$ e conseguentemente $k = 1/0,506 = 1,98$.

Esempio 4. Il caso limite opposto a quella della bilatera simmetrica, si avrà evidentemente nel caso della 5.23: in questo caso si trova subito $I^* = 2d^3/3 + Ld^2$ per cui

$$\delta = \frac{F(2d^3/3 + Ld^2)}{EJ} = \frac{Fd^2L(1 + 2\xi/3)}{EJ}$$

e quindi $k = \frac{1}{1 + 2\xi/3}$. Per $\xi = 0,10$, ad esempio, si trova $k = 0,94$.

Esempio 5. Consideriamo ora una configurazione del controvento a trilatera (fig. 5.24) costituito da tre rami lineari, in cui il secondo è parallelo alla congiungente gli estremi. In questo caso per il controvento, assunto simmetrico, può essere definita la lunghezza parziale L_c del tratti superiore e il rapporto

$$\lambda = \frac{L_c}{L}.$$

Pertanto:

$$\ell_1 = \ell_3 = L \sqrt{\left(\frac{1-\lambda}{2}\right)^2 + \xi^2} = \frac{L}{2} \sqrt{(1-\lambda)^2 + 4\xi^2}$$

$$\ell_2 = L_c = \lambda L$$

5. Crescent-Shaped Braces

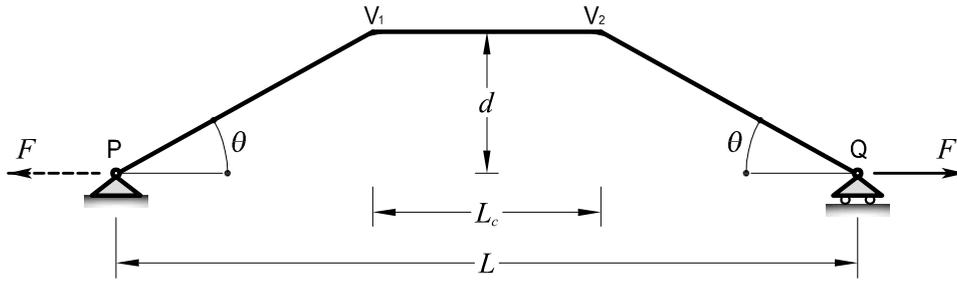


Figura 5.24.: Geometria per lo studio dell'influenza della forma del *Crescent-Shaped Brace* sul comportamento post-elastico.

per cui

$$I^* = d^2 \left(\frac{\ell_1}{3} + \ell_2 + \frac{\ell_3}{3} \right) = L \left(\lambda + \frac{\sqrt{(1-\lambda)^2 + 4\xi^2}}{3} \right).$$

Di conseguenza:

$$k = k(\xi) = \frac{3}{3\lambda + \sqrt{(1-\lambda)^2 + 4\xi^2}}.$$

Per $\lambda = 0$ si ritrova il risultato dell'esempio 1, per $\lambda = 1$ quello dell'esempio 4; per $\lambda = 0,5$ e $\xi = 0,1$ si trova $k = 1,47$.

Per quanto riguarda l'influenza della forma del controvento sul comportamento post-elastico, si può notare che quanto più il controvento si avvicina alla situazione limite degli esempi 4 e 5 (a parità di eccentricità d) tanto più estese saranno fin da subito le zone soggette a plasticizzazione, per cui il controvento manifesterà un maggiore deformabilità anche oltre il limite elastico. A riguardo è stata predisposta una serie di modelli agli elementi finiti del tipo di quello a trilatera indicato nella figura 5.24, diversificati solo per il rapporto $\lambda = L_c/L$ con L fissato⁽¹³⁾: è chiaro infatti che una forma generica (anche curva) potrà essere riguardata come una situazione intermedia fra un controvento a bilatera ($\lambda = 0$) e uno a trilatera (con un opportuno valore del parametro $\lambda > 0$).

Dai risultati delle elaborazioni numeriche, illustrate nella figura 5.25, si può notare, come anticipato, che tutti i modelli mostrano la stessa resistenza elastica (in quanto l'eccentricità d è costante per tutti), ma rigidzze sia elastica che post-elastica via via inferiori al crescere del parametro λ . È presumibile, tuttavia, che alla minore rigidezza post-elastica corrisponda in generale una maggiore capacità dissipativa per isteresi. Infatti, se si considera in prima approssimazione valida la relazione proposta in [17] sullo smorzamento viscoso equivalente ζ_{eq} di un oscillatore

⁽¹³⁾ Al solito si sono assunti i seguenti dati numerici con riferimento a una sezione a doppio T tipo HE240B: $L = 7,00$ m; $\xi = 0,1$; $f_y = 300$ N/mm²; $r = 0,005$.

elastoplastico con legame forza - spostamento bilineare:

$$\zeta_{eq} = \frac{2(\mu - 1)(1 - r)}{\pi \mu (1 + r\mu - r)} \quad (5.35)$$

si può notare che, a parità di duttilità μ (e quindi di spostamento δ essendo δ_y fissato), lo smorzamento viscoso equivalente ζ_{eq} diminuisce al aumentare del coefficiente di incrudimento r in conseguenza della diminuzione dell'area dei cicli di isteresi (fig. 5.26).

Per altre elaborazioni numeriche di dettaglio effettuate per studiare l'influenza della forma sul comportamento meccanico dei *Crescent-Shaped Braces* si rimanda alla Tesi di Laurea [2].

5.7. Influenza dell'inclinazione del controvento

Si intuisce che lo studio dell'elemento di controvento inclinato all'interno di una singola campata del telaio (fig. 5.27) può essere ricondotto allo studio del controvento disposto orizzontalmente come in fig. 5.1 facendo uso di un opportuno *fattore di inclinazione* legato evidentemente all'angolo $\alpha = \arctan(H/B)$. Siano infatti L e d le dimensioni "caratteristiche" del controvento, date rispettivamente dalla lunghezza della congiungente gli estremi e dalla distanza massima fra tale congiungente e i punti del controvento stesso.

Notiamo preliminarmente che per le dimensioni e la forma del controvento non possono essere completamente arbitrarie, dovendo essere inserito all'interno di campate di prefissate dimensioni con limitata variabilità di pratico interesse (per l'esempio progettuale del 4, ad esempio, era $B = [6,00]m$ e $H = [3,50]m$ per cui $\alpha \simeq 30^\circ$). La lunghezza caratteristica L del controvento sarà naturalmente fissata dalle dimensioni B e H del telaio (in quanto $L^2 = B^2 + H^2$), mentre la distanza d non potrà essere maggiore di un certo valore al fine di poter inserire praticamente il controvento all'interno del telaio, dovendo senz'altro essere $d \leq B \sin \alpha$.

Se dunque δ è lo spostamento dell'estremo B rispetto all'estremo A misurato lungo la congiungente AB (cioè l'allungamento del controvento), lo spostamento orizzontale δ_h del punto B lungo la direzione DB è dato (nell'ipotesi di spostamenti sufficientemente piccoli)⁽¹⁴⁾ da:

$$\delta_h = \frac{\delta}{\cos \alpha}$$

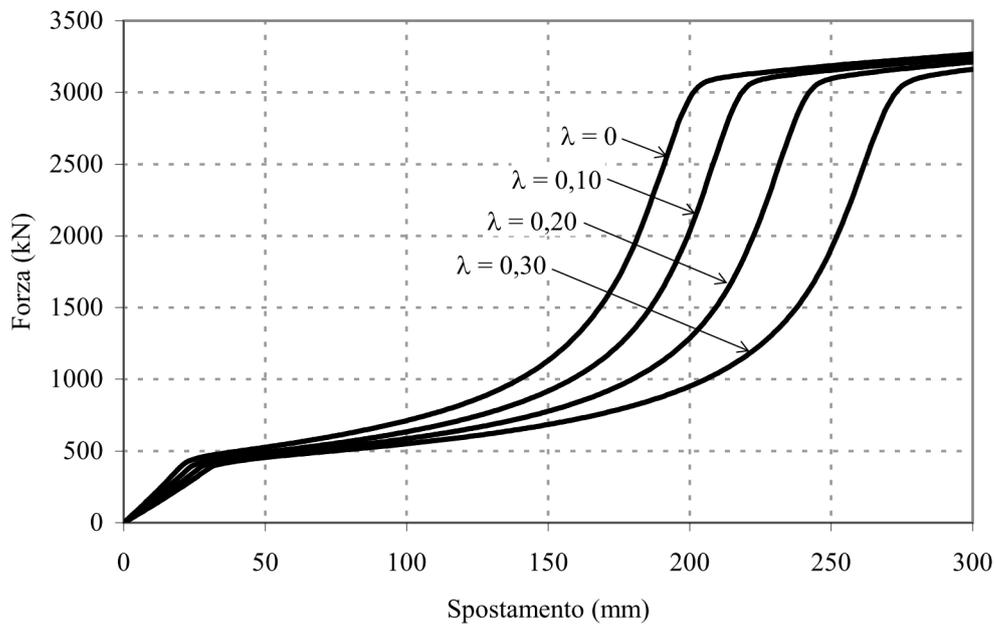
e conseguentemente, se K è la rigidezza del controvento valutata secondo la congiungente i suoi estremi e K_h è la rigidezza del controvento in direzione orizzontale, risulta

$$K_h = \frac{F_h}{\delta_h} = \frac{F \cos \alpha}{\delta / \cos \alpha} = \frac{F}{\delta} \cdot \cos^2 \alpha = K \cos^2 \alpha = \frac{K}{1 + (H/B)^2} \quad (5.36)$$

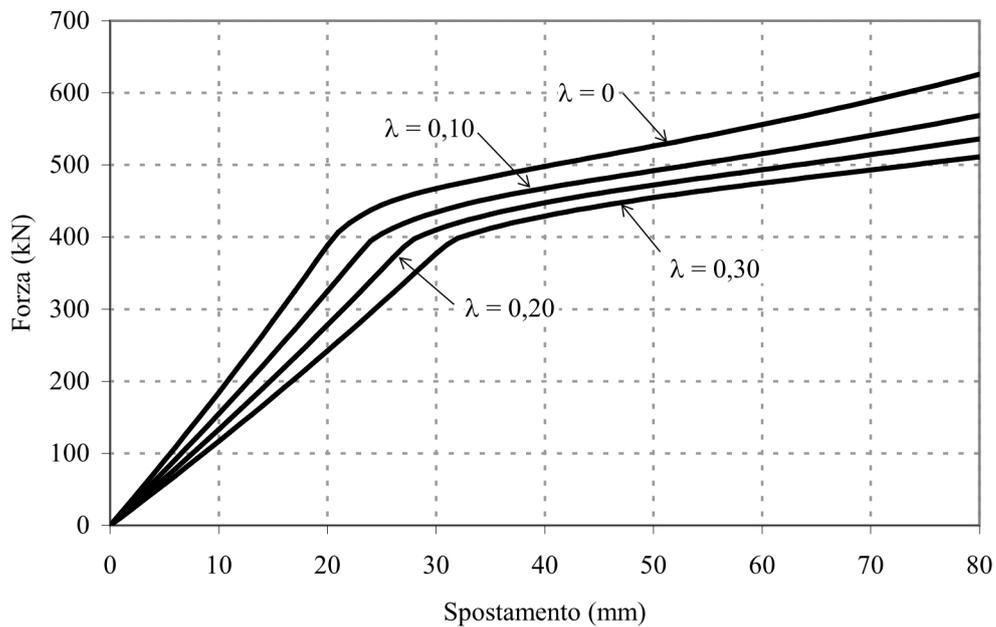
essendo $\cos^2 \alpha = 1/(1 + \tan^2 \alpha)$ e $\tan \alpha = H/B$.

⁽¹⁴⁾ Anche con spostamenti orizzontali di interpiano δ_0 pari a $0,1H$ (pari dunque al 10% dell'altezza di interpiano) l'errore relativo sul calcolo di δ che si commette considerando α costante è contenuto in pochi punti percentuali. Per i nostri fini, dunque, questa ipotesi può essere ritenuta valida nella maggioranza dei casi di pratico interesse.

5. Crescent-Shaped Braces



(a)



(b)

Figura 5.25.: Elaborazioni su modelli agli elementi finiti del tipo della fig. 5.24 per diversi valori del rapporto $\lambda = L_c/L$ (*Crescent-Shaped Brace* con $L = 7,00$ m; $\xi = 0,1$; sezione HE240B; $f_y = 300$ N/mm²; $r = 0,005$): (a) intero campo di spostamenti; (b) dettaglio per uno spostamento fino a 80 mm.

5. Crescent-Shaped Braces

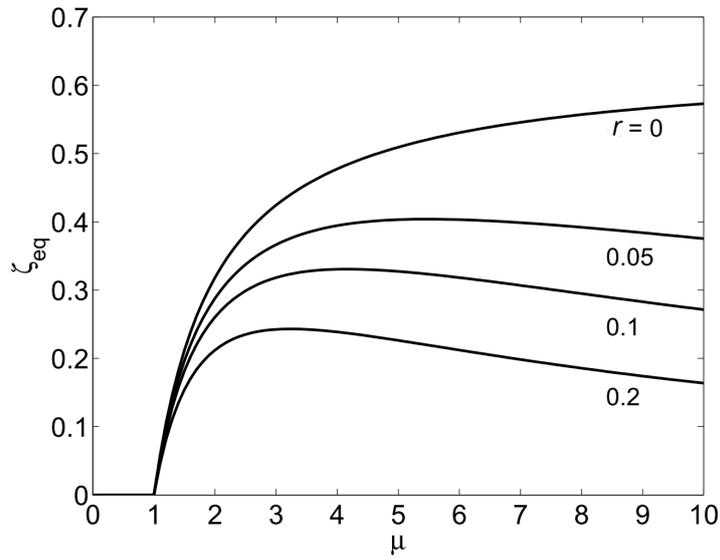


Figura 5.26.: Smorzamento equivalente in funzione della duttilità μ per di versi valori del coefficiente di incrudimento r secondo la (5.35) (da [17]).

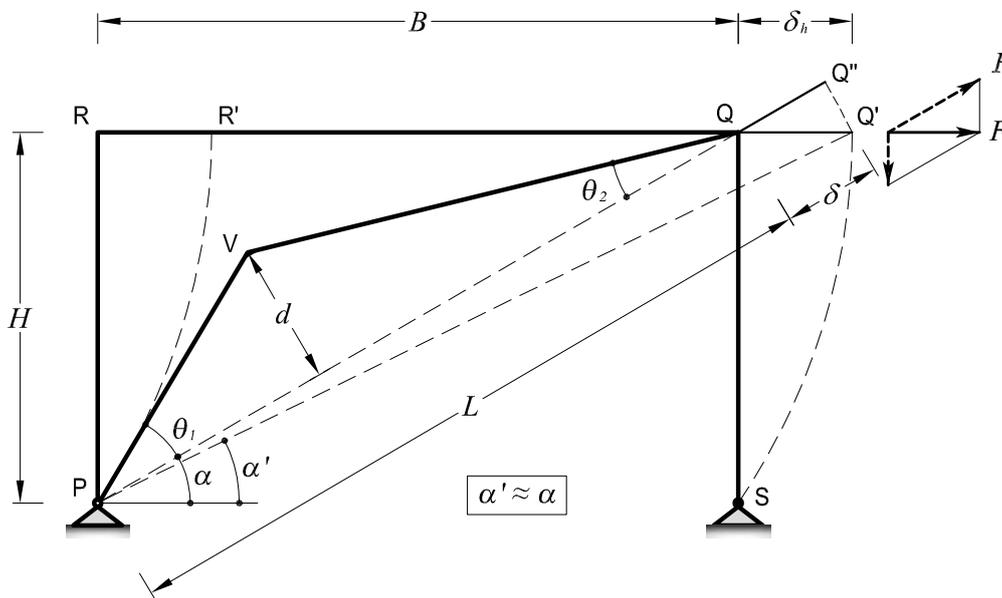


Figura 5.27.: Deformabilità di un *Crescent-Shaped Brace* inclinato di un angolo α rispetto all'orizzontale all'interno della campata di un telaio.

5. Crescent-Shaped Braces

Per quanto riguarda invece la resistenza, si ha evidentemente:

$$F_h = F \cos \alpha = \frac{F}{\sqrt{1 + (H/B)^2}}. \quad (5.37)$$

In sostanza, il citato fattore di inclinazione può essere assunto pari a $(\cos^2 \alpha)$ per quanto riguarda la *rigidezza* e a $(1/\cos \alpha)$ per quanto riguarda la *resistenza*: si può dunque studiare il controvento avulso dal telaio (come in fig. 5.1), utilizzando poi le relazioni (5.36) e (5.37) per passare al caso di controvento inclinato.

A titolo di esempio, si nota che per $B = 2H$ si ha $\alpha = 26,6^\circ$ e $\cos^2 \alpha = 0,8$, $\cos \alpha \simeq 0,9$ per cui $K_h = 0,8K$ e $F_h \simeq 0,9F$; per $H = B$ si troverebbe invece $\alpha = 45^\circ$ per cui $K_h = 0,5K$ e $F_h = 0,7$.

I due casi esaminati possono ritenersi situazioni limite di pratico interesse per cui in conclusione si può affermare che la collocazione inclinata del controvento all'interno di un telaio comporta indicativamente una riduzione della rigidezza (in direzione orizzontale) in misura variabile dal 20% al 50% e una riduzione della resistenza dal 10% al 30% rispetto ai valori forniti al §5.2. Il valore effettivo di tale riduzione dipende dal rapporto H/B ed aumenta quanto più è alto tale rapporto.

5.8. Il comportamento e la stabilità dell'equilibrio del controvento compresso

Come anticipato nel capitolo 4, qualora il *Crescent-Shaped Brace* risulti compresso (fig. 5.28) il legame forza - spostamento si differenzia significativamente da quello dello stesso controvento soggetto a trazione. Per inquadrare il problema consideriamo nuovamente il modello discreto del §5.3, trascurando per semplicità l'effetto dello sforzo normale (tanto più che, per effetto della compressione, il braccio d della forza F ora tende a crescere).

Fintanto che la molla è elastica (cioè per $\varphi \leq \varphi_p$), le (5.19) e (5.20) che qui riportiamo per comodità nella forma

$$F_t = \frac{k_r \varphi}{d} = \frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi}{\sin(\varphi_0 - \varphi)}$$

$$\delta_t = 2\ell[\cos(\varphi_0 - \varphi) - \cos \varphi_0]$$

si modificano rispettivamente in (fig. 5.29):

$$F_c = \frac{k_r \varphi}{d} = \frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi}{\sin(\varphi_0 + \varphi)}$$

$$\delta_c = 2\ell[\cos \varphi_0 - \cos(\varphi_0 + \varphi)].$$

ove il pedice t sta per "trazione" e il pedice c per "compressione". Per $\varphi > \varphi_p$ si ha invece:

$$F_t = \frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi_p}{\sin(\varphi_0 - \varphi)} \qquad F_c = \frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi_p}{\sin(\varphi_0 + \varphi)}$$

5. Crescent-Shaped Braces

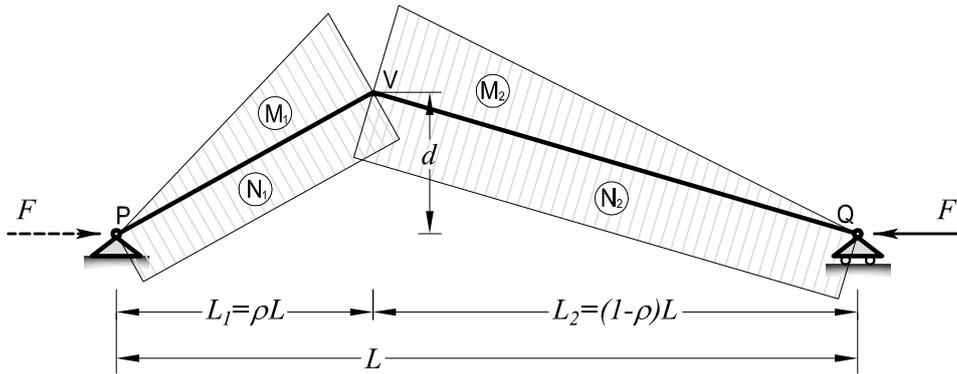


Figura 5.28.: Sollecitazioni di sforzo assiale ($N < 0$) e momento flettente in un *Crescent-Shaped Brace* soggetto ad una forza F di compressione.

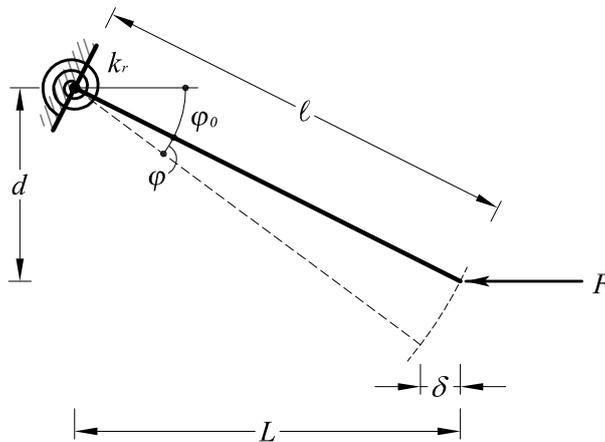


Figura 5.29.: Modello discreto a un grado di libertà (φ) per lo studio semplificato del *Crescent-Shaped Brace* compresso.

mentre le espressioni di δ_t e δ_c rimangono invariate.

Graficando per via numerica (con il software *Matlab*) le equazioni al variare del medesimo parametro φ a partire dai dati numerici degli esempi precedenti ($L = [7,00]m$, $\xi = 0,1$, sezione a doppio T tipo HE240B, $f_y = 300\text{N/mm}^2$) si ottengono i grafici della figura 5.30.⁽¹⁵⁾ Pur nella sua semplicità, il modello discreto coglie almeno qualitativamente la significativa differenza di comportamento fra un controvento teso e uno compresso. In particolare si nota che al superamento superamento dello spostamento corrispondente al momento limite, quest'ultimo mostra anzi un andamento discendente della curva di capacità (*softening*), cosa del resto prevedibile in quanto dopo il raggiungimento del momento limite M_p all'aumentare dello spostamento il prodotto $Fd = M_p$ si mantiene costante mentre il braccio d aumenta. Ciò comporta, nell'ottica di impiegarlo come elemento dissipativo, che sia necessario accoppiarlo sempre ad uno speculare controvento teso (come si è fatto peraltro nell'esempio progettuale del capitolo 4). Solo in tal modo la rigidità risultante dall'accoppiamento dei due controventi garantisce ancora una rigidità tangente post-

⁽¹⁵⁾Come stabilito al §5.3, si è assunto $k_r = 3EJ/\ell$ e $\varphi_p = \beta M_y/k_r = \beta W f_y/k_r$.

5. Crescent-Shaped Braces

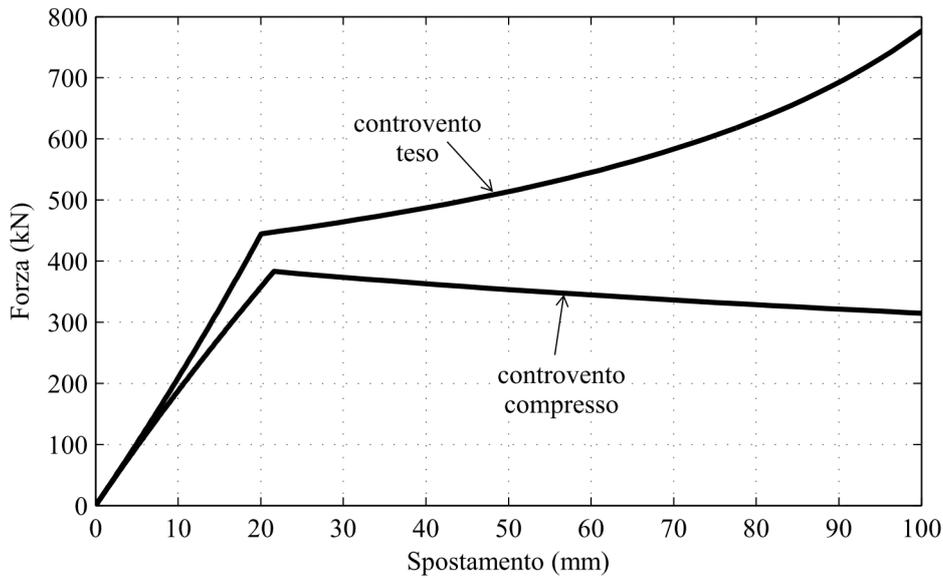


Figura 5.30.: Curve forza - spostamento per *Crescent-Shaped Braces* teso e compresso, valutate in modo semplificato con il modello discreto a uno grado di libertà della fig. 5.29.

elastica positiva e il comportamento della coppia è ancora incrudente.

Il valore massimo raggiunto dalla forza F_c per il controvento compresso risulta dunque inferiore al valore F_t relativo al controvento teso; al termine della fase elastica della molla ($\varphi = \varphi_y$) si ha infatti:

$$\frac{F_c}{F_t} = \frac{\frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi_y}{\sin(\varphi_0 + \varphi_y)}}{\frac{k_r}{\ell} \cdot \frac{\varphi_y}{\sin(\varphi_0 - \varphi_y)}} = \frac{\sin(\varphi_0 - \varphi_y)}{\sin(\varphi_0 + \varphi_y)}.$$

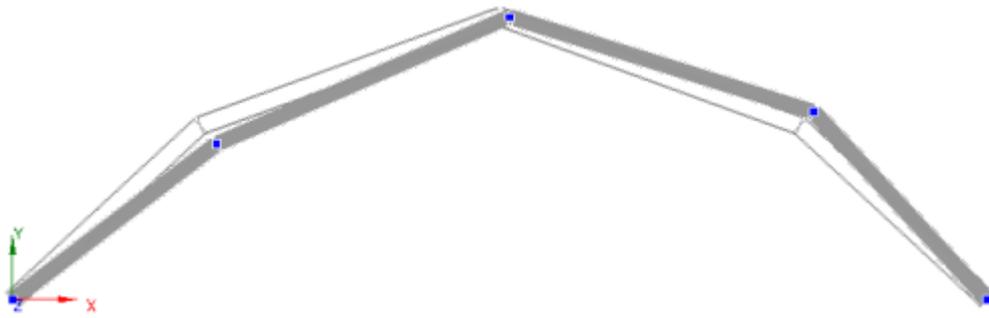
Se poniamo $\varphi_0 = \arctan(0,70/3,50) = [0,1974]rad$ e, in base alla 5.28, $\varphi_y \simeq 0,67 \cdot \varepsilon_y \ell / h = [0,016]rad$, dalla precedente si ottiene (come ordine di grandezza): $F_c/F_t \simeq 0,85$.

Nella figura 5.31 sono riportati infine i risultati delle elaborazioni numeriche effettuate su un modello agli elementi finiti della coppia di *Crescent-Shaped Braces*; si nota un andamento sostanzialmente simile a quello della figura 5.30 e, fra l'altro, un buon accordo con le previsioni del modello discreto.

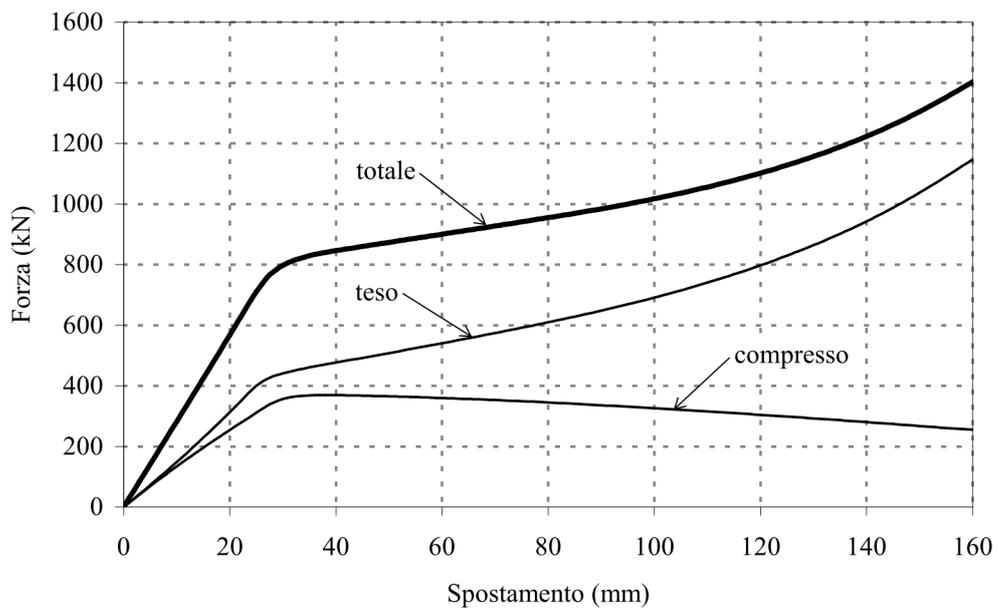
Per quanto riguarda il problema – tutt'altro che secondario – della stabilità dell'equilibrio, è noto⁽¹⁶⁾ che le complicazioni rispetto alla teoria del primo ordine sono ben diverse a seconda che la struttura sia *limitatamente* o *fortemente deformabile*, ossia a seconda che, pur mettendo in conto le deformazioni nella stesura dell'equilibrio, sia lecito o no continuare a ritenere in

⁽¹⁶⁾Si veda ad esempio il vol. III parte prima dell'opera [76], da cui è tratta la considerazione che segue.

5. Crescent-Shaped Braces



(a)



(b)

Figura 5.31.: Coppia di *Crescent-Shaped Braces*, l'uno teso e l'altro compresso: (a) modello agli elementi finiti implementato; (b) legame costitutivo $F - \delta$ derivante dalle elaborazioni numeriche (sezione trasversale HE240B; $\xi = d/L = 0,1$).

5. Crescent-Shaped Braces

ogni sezione la rotazione della tangente pochissimo diversa dal relativo coefficiente angolare ($dv/dx \ll 1$), e la curvatura esprimibile con la solita relazione approssimata $\chi = d^2v/dx^2$. Nel caso dei *Crescent-Shaped Brace*, tuttavia, possiamo ritenere valide le ipotesi relativa alla *limitata deformabilità*, per cui ammetteremo come validi i risultati classici della Scienza delle Costruzioni riguardo all'instabilità.

In generale, il controvento della fig. 5.2 soggetto ad una forza F di compressione risulta pressoinflesso da uno sforzo normale approssimativamente costante e pari a F e da un momento flettente agente nel piano stesso del controvento e avente andamento lineare con massimo pari a Fd nel vertice V e nullo agli estremi P e Q. Si intuisce pertanto che l'instabilità del controvento può avvenire in due modalità differenti a seconda che avvenga *nel piano* o *fuori dal piano* del controvento stesso:

- l'instabilità *nel piano* comporta in generale una graduale perdita di rigidezza della struttura che si allontana dalla configurazione iniziale indeformata. Le sollecitazioni di sforzo normale e momento flettente agiscono nello stesso piano in cui si verifica l'amplificazione della deformata: si ha una crisi di resistenza poiché a piccoli valori di carico corrispondono elevate deformazioni e quindi sollecitazioni (comportamento asintotico);
- l'instabilità *fuori dal piano* si manifesta in generale con un improvviso sbandamento dell'asta al di fuori del piano in cui agiscono le sollecitazioni primarie di sforzo normale e momento flettente (comportamento biforcuto o euleriano),

ed è chiaro che la crisi effettiva del controvento per instabilità si verificherà per il primo dei due fenomeni che avviene. Resta inteso, naturalmente, che il dimensionamento del controvento dovrà tuttavia essere tale da scongiurare entrambi i pericoli e far sì che la crisi dell'elemento avvenga piuttosto per resistenza.

Di seguito esamineremo quindi i due problemi distinti della stabilità nel piano e di quella fuori dal piano, verificando di volta in volta per uno specifico controvento con definita geometria e tipo di sezione trasversale. A riguardo le verifiche saranno riferite agli stessi dati dell'esempio progettuale presentato nel capitolo 4 e allo stesso profilo HE240B ivi utilizzato per i *Crescent-Shaped Brace*, in modo tale così di completarne le verifiche strutturali necessarie. A riguardo ricordiamo che il profilo **HE240B** è caratterizzato da:

$$\begin{array}{lll} b = [240]mm & h = [240]mm & A = [10600]mm^2 \\ J_x = [11260]cm^4 & W_x = [938,3]cm^3 & i_x = [103,1]mm \\ J_y = [3923]cm^4 & W_y = [326,9]cm^3 & i_y = [60,8]mm \end{array}$$

È chiaro tuttavia che le considerazioni che seguono sono del tutto generali e possono essere estesi, con le dovute modifiche anche a sezioni trasversali di altro tipo; supporremo in ogni caso che la sezione adottata sia doppiamente simmetrica.

5. Crescent-Shaped Braces

Al fine di poter confrontare le condizioni per cui si verifica la crisi per resistenza e quelle per cui la crisi avviene per instabilità, notiamo che per la 5.6 ($\kappa = 103,1/240 = 0,430$) la crisi per resistenza avviene per un valore della forza F pari a:

$$F_{\text{res}} = 10600 \times 338,1 \times \frac{2 \times 0,430^2}{2 \times 0,430^2 + 0,1 \times 6946/240} = [406043]N = [406,0]kN$$

e il corrispondente momento massimo nella sezione di vertice vale:

$$M_{\text{res}} = F_{\text{res}} \cdot d = 406,0 \times 0,695 = [281,8]kNm.$$

Come anticipato, il dimensionamento del controvento potrà infatti ritenersi soddisfacente se la crisi per resistenza precede quella per instabilità essendo in tal modo possibile per esso sviluppare le proprie capacità dissipative isteretiche.

5.8.1. Instabilità del controvento fuori dal piano

A favore di sicurezza si può considerare il controvento come un elemento rettilineo di lunghezza $\ell = \ell_1 + \ell_2$ pari allo sviluppo effettivo del controvento stesso. In generale, l'instabilità fuori dal piano in cui agiscono i carichi esterni di un'asta può avvenire in modo euleriano con o senza interessamento di fenomeni di instabilità flessionale (svergolamento); infatti poiché il controvento è soggetto anche a flessione, potrebbe sussistere il caso di sbandamento fuori dal piano per via dello svergolamento.

Saranno pertanto di seguito valutati:

- il carico critico euleriano di una trave di luce ℓ soggetta a una compressione uniforme;
- il momento critico di instabilità flessionale (svergolamento) di una trave soggetta a flessione;
- la riduzione del momento critico dovuta alla possibile interazione dei due problemi precedenti.

Carico critico euleriano Per quanto riguarda la determinazione del carico critico euleriano, dal punto di vista teorico esisterà un valore di carico critico per ciascuno dei tre modi possibili di *buckling* (uno per lo sbandamento traslazionale secondo una direzione, uno per lo sbandamento traslazionale nell'altra direzione e il terzo per instabilità torsionale) e l'effettiva crisi avverrà al raggiungimento del minore dei tre valori.

L'espressione analitica che fornisce il valore dei predetti carichi critici può essere reperita in letteratura (si veda ad esempio [26]):

$$P_{\text{cr},x} = \frac{\pi^2 E J_x}{(\beta_x \ell)^2} \quad P_{\text{cr},y} = \frac{\pi^2 E J_y}{(\beta_y \ell)^2} \quad P_{\vartheta} = \frac{A}{J_c} G J_t \left[1 + \frac{\pi^2 E J_{\omega}}{G J_t (\beta_{\vartheta} \ell)^2} \right]$$

5. Crescent-Shaped Braces

essendo rispettivamente β_x , β_y e β_ϑ i fattori di vincolo relativi ai due assi di flessione x e y e quello nei confronti della torsione, J_x e J_y i momenti d'inerzia flessionali, J_c il momento d'inerzia polare rispetto al centro di taglio ⁽¹⁷⁾, J_t e J_ω le rigidezze torsionali primaria e secondaria (da ingobbamento), E e G i moduli di elasticità longitudinale e tangenziale del materiale ed infine ℓ la luce dell'asta.

Nel caso della sezione HE240B adottata tali espressioni forniscono rispettivamente ($\beta_x = \beta_y = \beta_\vartheta = 1$, $\ell \simeq 7084$ mm):

$$P_{cr,x} \simeq [4650]kN; \quad P_{cr,y} \simeq [1620]kN; \quad P_\vartheta \simeq [6238]kN.$$

Tali valori sono del tutto teorici, non tenendo in alcun conto le imperfezioni delle aste reali. Tuttavia dal loro esame risulta evidente quantomeno che per la sezione in questione il problema dell'instabilità avviene sostanzialmente in modo traslazionale con sbandamento verso la direzione y di minor rigidezza (come del resto ci si aspetta), in quanto

$$P_{cr} = \min(P_{cr,x}, P_{cr,y}, P_\vartheta) = 1620 \text{ kN}$$

con un coefficiente di sicurezza

$$FS = \frac{P_{cr}}{F_{res}} = \frac{1620}{406,0} = 3,99.$$

Svergolamento Per quanto riguarda il momento critico per instabilità flessionale (svergolamento) in tal caso l'espressione teorica del momento critico, reperibile anch'essa in letteratura ([76]) è data da

$$M_{cr} = \psi \frac{\pi}{\beta_\vartheta \ell} \sqrt{E J_y G J_t} \cdot \sqrt{1 + \frac{\pi^2}{(\beta_\vartheta \ell)^2} \cdot \frac{E J_\omega}{G J_t}}$$

ove, oltre ai simboli citati in precedenza, il coefficiente ψ tiene conto della distribuzione effettiva del momento flettente lungo l'asta ($\psi = 1$ per M costante). Nel caso specifico ($\psi = 1,75$) si ottiene

$$M_{cr} = [715,1]kNm$$

con un coefficiente di sicurezza pari a

$$FS = \frac{M_{cr}}{M_{res}} = \frac{715,1}{281,8} = 2,54.$$

Interazione fra instabilità euleriana e svergolamento Come raccomandato in [9], è opportuno considerare un valore ridotto di P_{cr} per una possibile interazione dell'instabilità di tipo euleriano

⁽¹⁷⁾ Com'è noto per sezioni doppiamente simmetriche il centro di taglio coincide con il baricentro, ed in tal caso $J_c = J_x + J_y$.

5. Crescent-Shaped Braces

con lo svergolamento. Tale valore $P_{cr,red}$ si può determinare risolvendo la seguente equazione quadratica⁽¹⁸⁾:

$$(P_{cr} - P_{cr,red}) \cdot \left(\frac{\pi^2}{\ell^2} EJ_{\omega} + GJ_t - P_{cr,red} \frac{I_c}{A} \right) - P_{cr,red} \cdot d^2 = 0$$

che nel caso specifico fornisce $P_{cr,red} = 477,1 \text{ kN} \geq F_{res}$.

Ai fini pratici, un primo veloce controllo nei confronti dell'instabilità di tipo euleriano che tenga direttamente conto anche delle imperfezioni delle aste reali può comunque essere effettuata nella forma proposta anche dalle Norme Tecniche per le Costruzioni:

$$N_{Sd} \leq N_{b,Rd}$$

essendo N_{Sd} lo sforzo assiale sollecitante e

$$N_{b,Rd} = \chi A f_y$$

quello resistente, valutato come aliquota dello sforzo normale plastico $N_p = A f_y$ attraverso il coefficiente riduttivo χ .

Poiché però per la 5.6 per i *Crescent-Shaped Braces* è anche:

$$F_y = \eta A f_y = \frac{2\kappa^2 h}{\xi L + 2\kappa^2 h} A f_y$$

il dimensionamento si potrà ritenere soddisfacente se $F_y \leq N_{b,Rd}$ essendo in tal modo scongiurata la crisi di instabilità fuori dal piano prima di quella di resistenza. Confrontando le precedenti si ottiene semplicemente

$$\eta \leq \chi$$

ossia deve risultare

$$\frac{2\kappa^2 h}{\xi L + 2\kappa^2 h} \leq \chi \quad (5.38)$$

Posto allora nel caso specifico:

$$\begin{aligned} \beta &= 1,0 && \text{fattore di vincolo;} \\ \ell &\simeq L \sqrt{1 + 4\xi^2} && = 7,084 \text{ m} \quad \text{lunghezza del controvento;} \end{aligned}$$

⁽¹⁸⁾Vedasi [9].

5. Crescent-Shaped Braces

λ	$= \beta \ell / i_y$	$= 116,51$	snellezza del controvento;
λ_0	$= \pi \sqrt{E / f_{yk}}$	$= 76,40$	snellezza di riferimento;
$\bar{\lambda}$	$= \lambda / \lambda_0$	$= 1,525$	snellezza adimensionale;
α		$= 0,49$	fattore d'imperfezione;
Φ	$= 0,5 \cdot [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2]$	$= 1,987$	fattore ausiliario di calcolo;
χ	$= \left(\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2} \right)^{-1}$	$= 0,307$	fattore di instabilità (≤ 1).

anche questa verifica risulta soddisfatta in quanto:

$$\frac{2 \times 0,430^2 \times 240}{0,1 \times 6946 + 2 \times 0,430^2 \times 240} = 0,113 \leq 0,307.$$

È interessante viceversa risalire al valore minimo di ξ per il quale si abbia $\eta = \chi$: dalla (5.40) si ottiene subito che dev'essere

$$\xi \geq 2\kappa^2 \frac{h}{L} \cdot \frac{1 - \chi}{\chi}$$

e con i dati del problema $\xi \geq 0,027$ (avendo posto, con leggera approssimazione, $\ell \approx L$).

5.8.2. Instabilità del controvento nel piano

Lo studio dell'instabilità del controvento nel proprio piano può essere effettuato con riferimento a diversi modelli semplificati di seguito esposti, la cui trattazione teorica è da tempo nota in letteratura. ⁽¹⁹⁾

Coppia di travi vincolate elasticamente l'una all'altra In [6, vol.IV] vengono fornite, sotto forma di esercizi, le soluzioni per schemi statici che ricordano quello dei *Crescent-Shaped Braces* (fig. 5.32).

Nel caso in cui le due aste abbiano uguale lunghezza ⁽²⁰⁾ lo sforzo assiale critico è dato semplicemente da:

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 EJ_x}{\ell_1^2}$$

essendo $\ell_1 = \ell/2$ la lunghezza di ciascuna delle due aste. È quindi evidente come questo meccanismo di crisi non possa in realtà avverarsi nel caso dei *Crescent-Shaped Braces*, risultando molto più pericolosa l'instabilità fuori dal piano (calcolata, come si è visto, facendo riferimento a J_y e all'intera luce ℓ come lunghezza libera d'inflessione).

⁽¹⁹⁾ Si veda ad esempio [26, 83, 76, 6], solo per citarne alcuni.

⁽²⁰⁾ *Op.cit.*, esercizio 2056.

5. Crescent-Shaped Braces

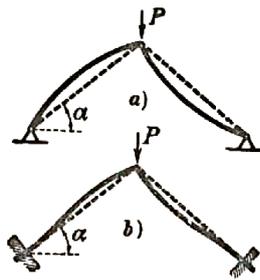


Fig. 1821.

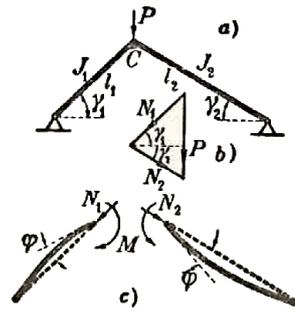


Fig. 1822.

Figura 5.32.: Instabilità nel piano di due aste un estremo comune(da [6])

Se le due aste hanno lunghezza differente il procedimento per il calcolo del carico critico è più complesso: ⁽²¹⁾ osservando che ciascuno dei due tratti rettilinei PV e QV che costituiscono il *Crescent-Shaped Brace* può essere pensato come trave vincolata elasticamente all'estremo comune V (il vincolo elastico è rappresentato dall'altro tratto rettilineo) è possibile ricavare il valore del carico critico imponendo la congruenza delle rotazioni in V.

In generale, per una trave appoggiata soggetta a un carico P di compressione e alle coppie di estremità M_A e M_B le rotazioni di estremità φ_A e φ_B sono esprimibili come:

$$\varphi_A = \frac{\ell}{6EJ} \left[2M_A f_1(\alpha\ell) - M_B f_2(\alpha\ell) \right] \quad \varphi_B = \frac{\ell}{6EJ} \left[2M_B f_1(\alpha\ell) - M_A f_2(\alpha\ell) \right] \quad (5.39)$$

essendo f_1 e f_2 due fattori di amplificazione dovuti alla compressione di P :

$$f_1(\alpha\ell) = \frac{3}{\alpha\ell} \left(\frac{1}{\alpha\ell} - \frac{1}{\tan \alpha\ell} \right) \quad f_2(\alpha\ell) = \frac{6}{\alpha\ell} \left(\frac{1}{\sin \alpha\ell} - \frac{1}{\alpha\ell} \right)$$

ed avendo posto $\alpha^2 = P/(EJ)$.

Nel caso del *Crescent-Shaped Brace*, tenuto conto che agli estremi P e Q dei due tratti il momento è nullo (fig. 5.2), la congruenza delle rotazioni in V è assicurata per un medesimo valore non nullo del momento M_V in tale sezione se, per la (5.39):

$$\frac{M_V \ell_1}{3EJ} f_1(\alpha_1 \ell_1) = - \frac{M_V \ell_2}{3EJ} \cdot f_1(\alpha_2 \ell_2)$$

ossia se

$$\frac{f_1(\alpha_1 \ell_1)}{f_1(\alpha_2 \ell_2)} = \frac{\ell_2}{\ell_1} \quad (5.40)$$

⁽²¹⁾ *Op.cit.*, esercizio 2058.

5. Crescent-Shaped Braces

con

$$\begin{aligned} f_1(\alpha_1 \ell_1) &= \frac{3}{\alpha_1 \ell_1} \left(\frac{1}{\alpha_1 \ell_1} - \frac{1}{\tan \alpha_1 \ell_1} \right); & \alpha_1 &= \frac{N_1}{EJ}; \\ f_1(\alpha_2 \ell_2) &= \frac{3}{\alpha_2 \ell_2} \left(\frac{1}{\alpha_2 \ell_2} - \frac{1}{\tan \alpha_2 \ell_2} \right); & \alpha_2 &= \frac{N_2}{EJ}. \end{aligned}$$

Notando ora che per le (5.1a) si ha $N_1 = F \cos \theta_1$ e similmente $N_2 = F \cos \theta_2$ sarà inoltre:

$$\alpha_2^2 = \frac{N_2}{EJ} = \frac{F \cos \theta_2}{EJ} = \frac{N_1}{EJ} \cdot \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} = \alpha_1^2 \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \quad (5.41)$$

Sostituendo la (5.41) nella (5.40) si trova così un'equazione trascendente in α_1 che, risolta, permette di ricavare il valore critico dello sforzo assiale:

$$N_{1,cr} = \alpha_1^2 EJ$$

e quindi $F_{1,cr} = N_{1,cr} / \cos \theta_1$.

In ogni caso è facile convincersi che questo tipo di instabilità non è comunque quello determinante, in quanto esso sarà comunque associato a un carico critico superiore a quello per instabilità fuori dal piano.

Asta con imperfezione Approssimando il *Crescent-Shaped Brace* ad un'asta di luce L che presenta un asse inizialmente curvo secondo una funzione sinusoidale del tipo

$$v_0(z) = d \sin \frac{\pi z}{L}$$

e soggetta a un carico di compressione P , la deformata si trova risolvendo l'equazione differenziale $\left(\alpha^2 = \frac{P}{EJ} \right)$:

$$v'' + \alpha^2 v = -\alpha^2 d$$

ed assume la ben nota espressione:

$$v(z) = c_a d \sin \frac{\pi z}{L}$$

essendo $c_a = c_a(P)$ un fattore di amplificazione dato da

$$c_a = \frac{1}{1 - P/P_{cr,E}} \quad (5.42)$$

con $P_{cr,E}$ carico critico euleriano. La crisi dell'asta avviene allora per resistenza quando si raggiunge la tensione di snervamento in una fibra della sezione più sollecitata, ossia in quella di mezzzeria

5. Crescent-Shaped Braces

($v = L/2$) nella quale il momento vale pertanto

$$M_{\max} = c_d P d. \quad (5.43)$$

Di conseguenza per verificare la crisi dell'asta occorrerà evidentemente controllare che risulti:

$$\frac{P}{A} + \frac{M_{\max}}{W} \leq f_{yd}$$

ovvero, tenuto conto delle (5.42) e (5.43):

$$\frac{P}{A f_{yd}} + \frac{P d}{f_{yd} W (1 - P/P_{cr,E})} \leq 1 \quad (5.44)$$

5.8.3. Verifiche di comportamento

Nel caso di travi vincolate isostaticamente, compresse e inflesse in un piano di simmetria della sezione (come appunto è il caso dei *Crescent-Shaped Braces*) può essere effettuata utilizzando una formula d'interazione del tipo di quella raccomandata in [76, vol.III] che generalizza in sostanza la (5.44):

$$\frac{P}{P_u} + \frac{c_m M}{M_u (1 - P/P_{cr,E})} \leq 1$$

dove:

P_u è lo sforzo normale ultimo applicabile all'asta in assenza di momento flettente, pari al valore minimo fra lo sforzo assiale plastico $N_p = f_{yd} A$ e il carico critico euleriano $P_{cr,E}$;

M_u è il momento flettente ultimo applicabile all'asta in assenza di sforzo normale (per sezioni a doppio T di classe 1 e 2 tale momento è di poco inferiore al momento M_P di completa plasticizzazione, ossia si può porre $M_u \approx M_P$);

M rappresenta il valore massimo del momento del I ordine;

c_m coefficiente numerico che tiene conto dell'effettiva forma del diagramma del momento flettente, dato dagli Autori per diverse condizioni di carico.

In essa, al fine di controllare che la crisi del *Crescent-Shaped Brace* avvenga per resistenza prima che per instabilità, occorrerà porre $P = F_{res}$; inoltre, dovendo porsi in generale $M_{eq} = 1,3 \cdot M_{medio}$, con la limitazione $0,75 M_{\max} \leq M_{eq} \leq M_{mqx}$, poiché per un *Crescent-Shaped Brace* il diagramma del momento risulta lineare con valore nullo agli estremi (e quindi $M_{medio} = 0,5 M_{\max}$), per esso si avrà

$$M_{eq} = 0,75 M_{\max} = 0,75 F_{res} d = 0,75 F_{res} \xi L.$$

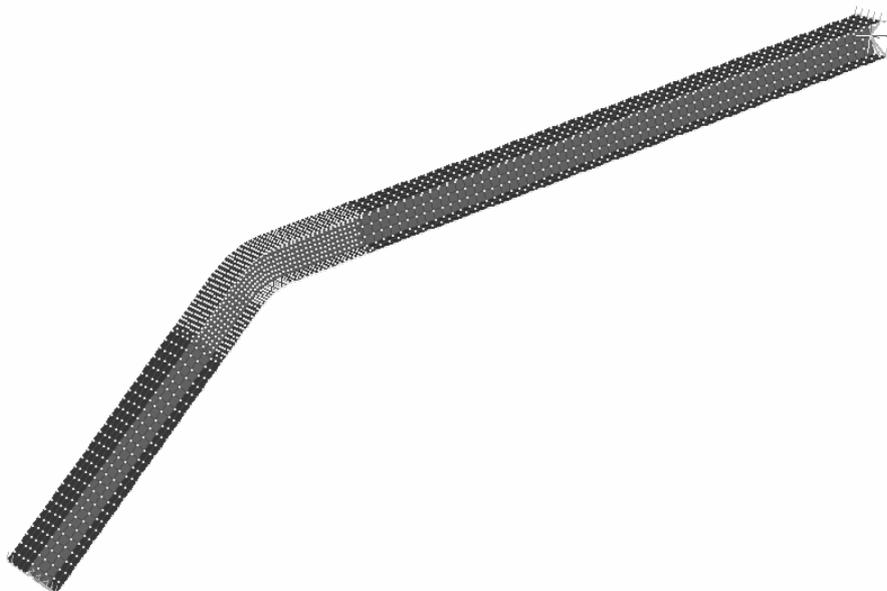


Figura 5.33.: Modello di *Crescent-Shaped Brace* realizzato con il codice di calcolo *Straus* al fine di evidenziare eventuali problemi di instabilità locale.

Una verifica onnicomprensiva sulle problematiche della stabilità precedentemente esaminate in grado di tenere conto anche dei fenomeni di instabilità flessio-torsionale, può essere effettuata con riferimento alla formula d'interazione fornita in [28, 19]:

$$\frac{P}{\chi_{\min} A f_{yd}} + \frac{M_{\text{eq}}}{\chi_{\text{LT}} f_{yd} W_x (1 - P/P_{\text{cr,E}})} \leq 1 \quad (5.45)$$

in cui i fattori riduttivi χ_{\min} e χ_{LT} , entrambi con valore ≤ 1 , si riferiscono rispettivamente dell'instabilità di tipo euleriano e a quella di tipo flessio-torsionale tenendo conto anche delle inevitabili imperfezioni delle aste reali. Si rimanda a [28, 19] per ulteriori dettagli in merito; ricordiamo che la verifica numerica del *Crescent-Shaped Brace* con sezione HE240B è stata effettuata, nel contesto dell'esempio progettuale del capitolo (4), al §4.6 applicando direttamente la formula (5.45).

5.8.4. Instabilità locale

Per saggiare il problema dell'instabilità locale (imbozzamento) è stata effettuata un'analisi numerica agli elementi finiti con il codice di calcolo *Straus*. Il modello implementato rappresenta un singolo *Crescent-Shaped Brace* discretizzato con elementi finiti 2D di tipo *plate* a quattro nodi (fig. 5.33). I vincoli esterni (rispettivamente cerniera in basso e carrello orizzontale in alto) sono stati applicati ai nodi baricentrici delle sezioni terminali del modello, provvedendo con elementi rigidi tipo *link* a collegare i restanti nodi della sezione a quello baricentrico.

Sul modello è stata quindi effettuata un'analisi statica non lineare, applicando lo spostamento di controllo al carrello superiore (rivolto ovviamente in modo tale da comprimere il controvento).

5. Crescent-Shaped Braces

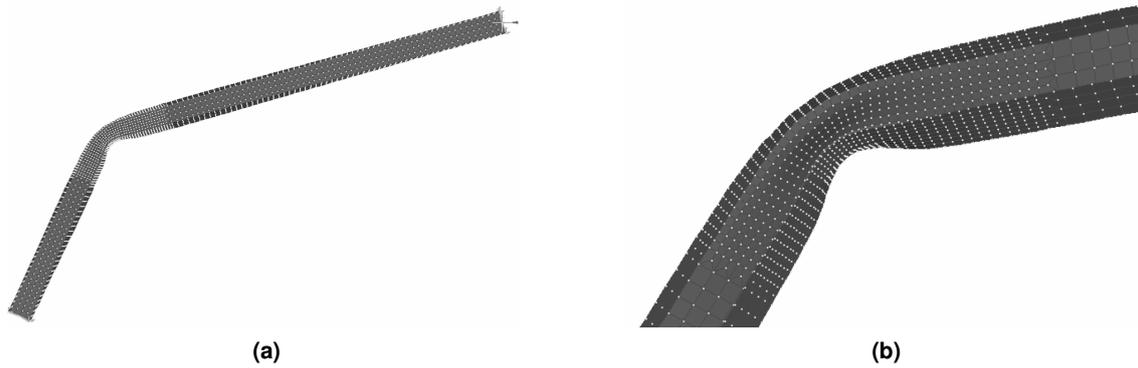


Figura 5.34.: Deformata del modello di *Crescent-Shaped Brace* per uno spostamento orizzontale di 300 mm del carrello superiore: (a) deformata complessiva; (b) dettaglio del punto di ginocchio imbozzamento delle flange.

Dall'esame della deformata del modello per diversi valori dello spostamento orizzontale si è potuto constatare che fino a uno spostamento di 300 mm non si sono sostanzialmente verificati fenomeni di instabilità locale. I risultati delle elaborazioni sono rappresentate in forma grafica nella figura 5.34, dalla quale risulta evidente l'imbozzamento delle flange della sezione trasversale nella sezione di ginocchio del controvento.

5.9. Considerazioni sul comportamento a fatica

Per studiare il comportamento dei *Crescent-Shaped Brace* per azioni cicliche sono state effettuate diverse simulazioni numeriche con il codice di calcolo *SeismoStruct* su modelli agli elementi finiti adottando per il materiale il modello di Menegotto - Pinto [64] come modificato da Filipopou et al. [34] in modo da tenere conto della deformazione isotropa del materiale per effetto dell'incrudimento. Tale legame costitutivo (fig. 5.35) è espresso dalla relazione

$$\sigma^* = b\varepsilon^* + \frac{(1-b)\varepsilon}{(1+\varepsilon^{*R})^{1/R}} \quad (5.46)$$

con:

$$\varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_r}{\varepsilon_0 - \varepsilon_r}$$

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_r}{\sigma_0 - \sigma_r}$$

$$R = R_0 - \frac{a_1 \xi}{a_2 + \xi}$$

$$R_0 = 20 \quad a_1 = 18,5 \quad a_2 = 0,15$$

ed essendo ε e σ la deformazione e la tensione nell'acciaio, $(\varepsilon_r, \sigma_r)$ il punto di scarico assunto pari a (0,0) nello stato iniziale elastico-lineare, b il fattore di incrudimento (*hardening ratio*) e ξ la

5. Crescent-Shaped Braces

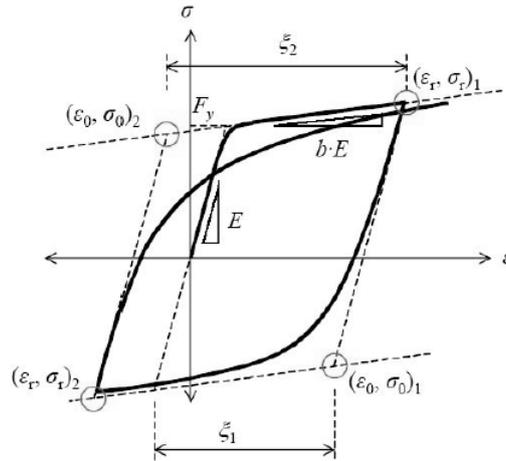


Figura 5.35.: Diagramma teorico sforzo-deformazione per il legame Menegotto-Pinto.

differenza fra il massimo valore della deformazione nella direzione del carico e dello scarico.

In particolare sono stati predisposti tre modelli di *Crescent-Shaped Braces*, rappresentati nella figura 5.36 e indicati come modello “A”, modello “B” e modello “C”. I modelli “A” e “B” sono vincolati con una cerniera all’estremo sinistro e un carrello all’estremo destro, mentre il modello “C” è vincolato con due cerniere ai nodi inferiori e un carrello nel nodo centrale; nei nodi vincolati a carrello si è applicato uno spostamento di controllo ciclico (diretto in ogni caso orizzontalmente) seguendo la storia di carico rappresentata in figura 5.37.

Nella figura 5.38 sono presentati i risultati relativi ai tre modelli predetti. Tutti i modelli presentano in generale un buon comportamento dissipativo, legato alla forma dei cicli di isteresi tipica dei materiali duttili come l’acciaio. I modelli “A” e “B” presentano un comportamento asimmetrico in trazione e compressione che non deve sorprendere tenuto conto di quanto evidenziato nel §5.8; per il modello “C”, costituito dalla coppia speculare di *Crescent-Shaped Braces*, si nota invece un perfetto comportamento simmetrico, con cicli di isteresi ampi e stabili.

A supporto delle simulazioni numeriche qui presentate potrà eventualmente essere realizzata in futuro una campagna di prove sperimentali analoga quella effettuata dall’Università di Toronto (Canada) per i sistemi *Scorpion*TM (si vedano in proposito il capitolo 6 e i riferimenti bibliografici [43, 41, 42]). Su tali prove sperimentali dovrebbero essere calibrati i coefficienti a e b della relazione di Coffin-Manson [21], usualmente utilizzata per esprimere la crisi dei metalli duttili per fatica oligociclica:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = a(2N_f)^b \quad (5.47)$$

essendo $\Delta \epsilon$ la variazione della deformazione in un singolo ciclo e N_f il numero di cicli completi che portano a rottura il provino.

5. Crescent-Shaped Braces

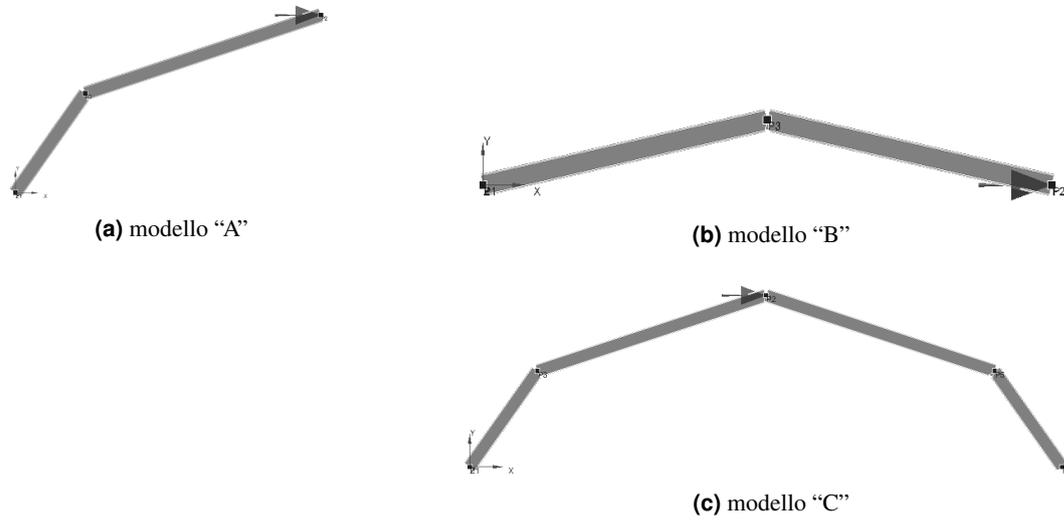


Figura 5.36.: Modelli di *Crescent-Shaped Braces* agli elementi finiti utilizzati per lo studio del comportamento a fatica.

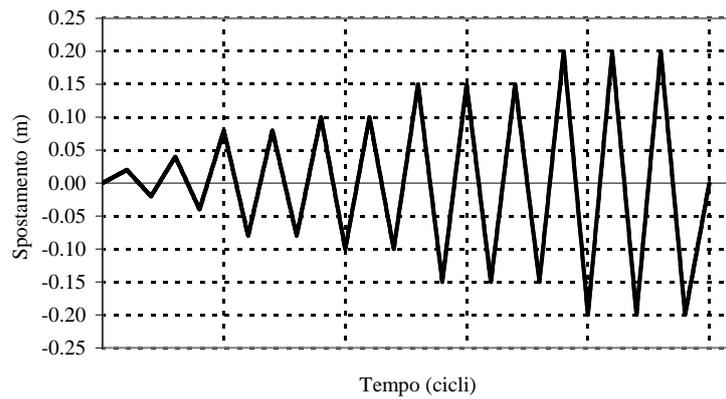
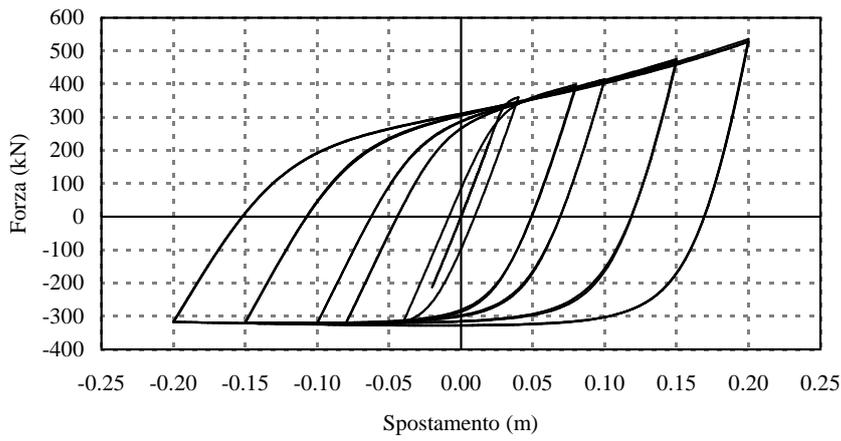
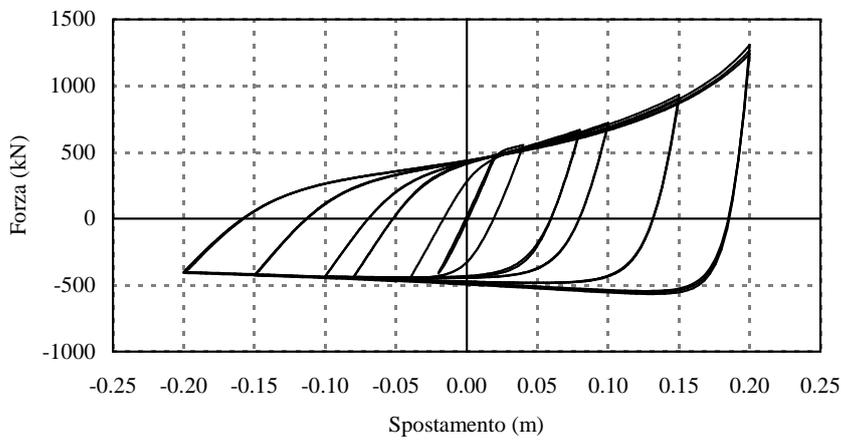


Figura 5.37.: Storia di carico adottata per le simulazioni numeriche di *Crescent-Shaped Brace* soggetti ad azioni cicliche.

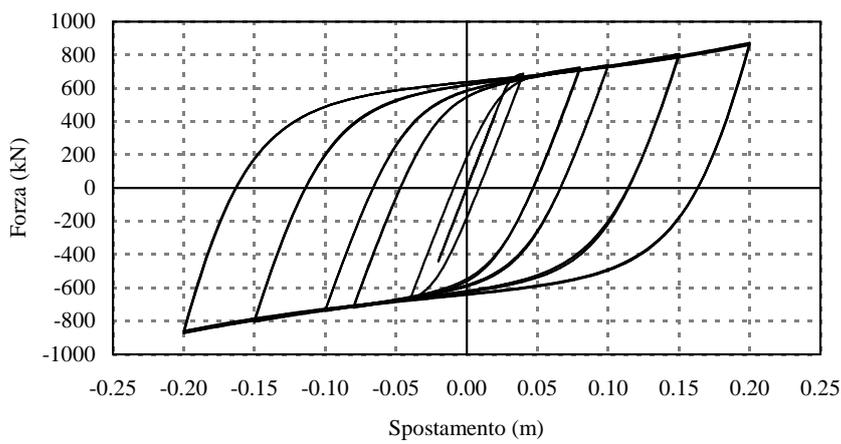
5. Crescent-Shaped Braces



(a) modello "A"



(b) modello "B"



(c) modello "C"

Figura 5.38.: Risultati delle simulazioni numeriche di *Crescent-Shaped Braces* soggetti ad azioni cicliche.

6. Yielding Brace System

SOMMARIO: Recentemente alcuni ricercatori dell'Università di Toronto in Canada hanno proposto e testato una nuova tipologia di smorzatore isteretico al fine di migliorare le prestazioni sismiche dei telai controventati (si vedano i riferimenti bibliografici [43, 41, 42]). In tale sistema un connettore duttile in acciaio fuso è in grado di dissipare energia sismica attraverso la deformazione plastica a flessione di speciali “dita” allo scopo appositamente progettate. Al posto dello snervamento a trazione e dell'improvvisa instabilità dei controventi tradizionali, qui si ha in sostanza una flessione ciclica in campo plastico; questo garantisce un'isteresi simmetrica del controvento con dissipazione energetica una notevolmente aumentata. Il sistema mostra una elevata rigidità iniziale, con un'ottima duttilità e un'ottima capacità dissipativa grazie a cicli di isteresi ampi e stabili, nonché un aumento finale della rigidità post-elastica che presentano forti analogie con il comportamento meccanico dei *Crescent-Shaped Braces* presentati al capitolo 5.

6.1. Descrizione generale del sistema di controvento

Recentemente alcuni ricercatori dell'Università di Toronto in Canada hanno proposto e successivamente testato una nuova tipologia di smorzatore isteretico al fine di migliorare le prestazioni sismiche dei telai controventati (si vedano i riferimenti bibliografici [43, 41, 42]). In tale sistema, detto *Yielding Brace System*, un connettore duttile in acciaio fuso è in grado di dissipare energia sismica attraverso la deformazione plastica a flessione di speciali “dita” allo scopo appositamente progettate. Al posto dello snervamento a trazione e dell'improvvisa instabilità dei controventi tradizionali, qui si ha in sostanza una flessione ciclica in campo plastico; questo garantisce un'isteresi simmetrica del controvento con dissipazione energetica una notevolmente aumentata.

Lo *Yielding Brace System* consiste di due connettori in acciaio fuso saldati da un lato a una tradizionale asta di controvento con sezione a doppio T o cava (fig. 6.1). Ogni connettore è costituito da un “braccio” elastico e da un certo numero di “dita” elastoplastiche (fig. 6.2). Le “dita” sono inserite in apposite piastre collegate dall'altro lato al nodo trave-pilastro. Qualora soggetto a forza laterali, il controvento risulta essenzialmente caricato assialmente; lo sforzo assiale è trasmesso ai connettori attraverso le saldature lungo tutto il controvento e alla giunzione inferiore attraverso la flessione delle “dita”.

Tale flessione in campo plastico (per esempio, durante un terremoto violento) garantisce un'efficace dissipazione energetica; la forma triangolare che è stata scelta per esse ha anzi lo scopo di

6. Yielding Brace System

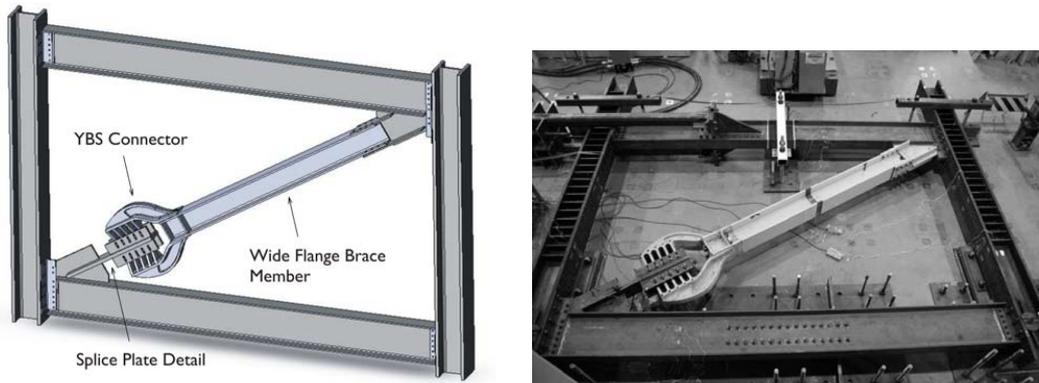


Figura 6.1.: *Yielding Brace System* con funzione di controvento inserito in un telaio.

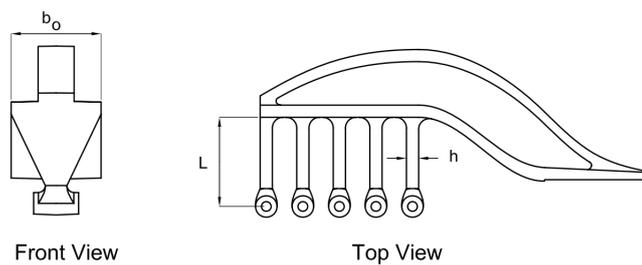


Figura 6.2.: Connettore di uno *Yielding Brace System*, costituito da un “braccio” elastico e da un certo numero di “dita” elastoplastiche.

favorire la diffusione massima possibile della zona plasticizzata. Ciascun “dito” elastoplastico è poi collegato alla piastra di giunzione tramite inserimento in fori asolati perpendicolari all’asse del controvento. Tale dettaglio costruttivo è di fondamentale importanza visto che quando la “dita” si deformano oltre un certo limite la loro rigidità assiale comincia a contribuire alla rigidità globale dello *Yielding Brace System*. Già in questo si può notare una palese analogia col comportamento del *Crescent-Shaped Braces* presentati al capitolo 5, in quanto anche per essi si poteva notare un contributo crescente dello sforzo assiale alla rigidità complessiva al progredire dello spostamento orizzontale (cfr. §5.3). Per entrambe le tipologie di controvento, dunque, tale comportamento fornisce un netto incremento di resistenza per grandi spostamenti.

6.2. Comportamento meccanico

La semplice geometria delle “dita” elastoplastiche e la sezione trasversale essenzialmente rettangolare di ciascuna di esse consente un’accurata previsione delle caratteristiche elastiche (resistenza P_p e rigidità K) dello *Yielding Brace System*, facilmente ricavabili da semplici considerazioni di

6. Yielding Brace System

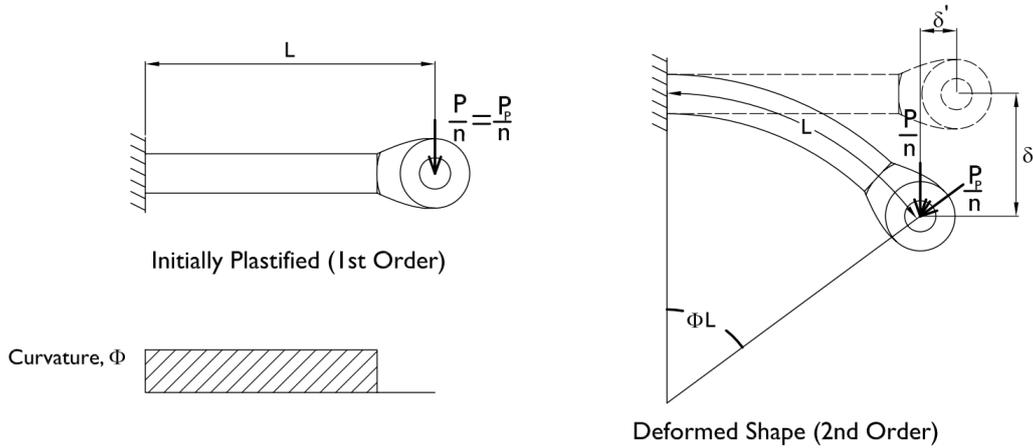


Figura 6.3.: Deformata di un singolo “dito” elastoplastico dello *Yielding Brace System*.

equilibrio (si veda [43] in proposito). Si ha infatti:

$$P_p = \frac{nb_0h^2}{4L} f_{yd} \quad (6.1)$$

$$K = \frac{nb_0Eh^3}{6L^3} \quad (6.2)$$

essendo n il numero di “dita” elastoplastiche presenti nello *Yielding Brace System*, b_0 e h sono rispettivamente la larghezza di ciascun singolo “dito” alla sua base e il suo spessore, L è la lunghezza di ogni “dito”, f_{yd} è il valore di progetto della tensione di snervamento dell’acciaio impiegato e, al solito, E è il modulo elastico dell’acciaio.

Si nota anche in questo caso, in analogia ai *Crescent-Shaped Braces* illustrati al capitolo 5, che resistenza e rigidità sono date in funzione di più parametri indipendenti (in questo caso n , b_0 , h , L), in modo tale che è possibile calibrare il comportamento del controvento sulla base di specifici obiettivi prestazionali prefissati.

Inoltre, una buona previsione del comportamento post-elastico inelastico del controvento può essere ottenuta assumendo che quando severamente deformato, ciascun “dito” elastoplastico continua ad avere una curvatura costante e la plasticità è conservata mantenendo uguale a F_y/n la componente della forza che agisce normalmente all’estremo del “dito” (fig. 6.3). Pertanto si ha:

$$P = \frac{P_p}{\cos(2\Delta/L)} \quad (6.3)$$

essendo Δ lo spostamento del controvento.

L’analisi statica non lineare su un modello agli elementi finiti del connettore del controvento ha del resto mostrato per esso un caratteristico legame forza - spostamento che presenta forti analogie con quello dei *Crescent-Shaped Braces* (fig. 6.4).

6. Yielding Brace System

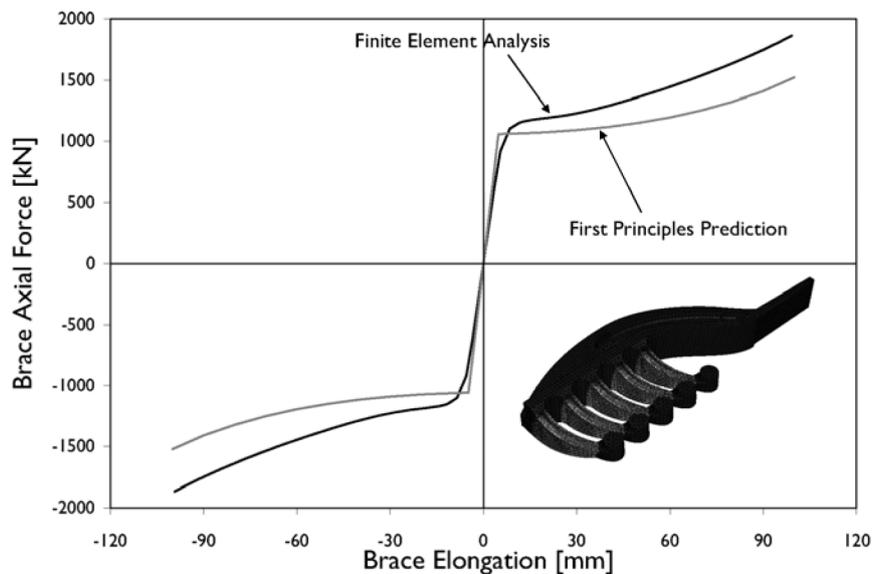


Figura 6.4.: Legame forza - spostamento di un prototipo di *Yielding Brace System*.

6.3. Prove sperimentali

Un importante aspetto nel progetto di uno *Yielding Brace System* è lo studio del comportamento a fatica oligociclica delle “dita” elastoplastiche. A riguardo i ricercatori dell’università di Toronto, basandosi sul modello di Coffin-Manson [21], hanno svolto diverse campagne di prove sperimentali su prototipi di diversa grandezza (si veda [41]), approdando tramite regressione lineare dei dati sperimentali alla seguente relazione del tipo di quella citata al §5.47 per i *Crescent-Shaped Braces*:

$$\frac{\Delta \epsilon}{2} = 0,1263(2N_f)^{-0,2550}$$

dove $\Delta \epsilon$ è la differenza di deformazione in un singolo ciclo e N_f è il numero di cicli completi che produce la rottura del provino (fig. 6.5).

Di seguito si riportano infine le curve di isteresi determinate sperimentalmente per i prototipi di *Yielding Brace System* testati: anche in questo caso si notano forti analogie con le curve di isteresi determinate analiticamente al §5.9 per i *Crescent-Shaped Braces* (in particolare con le curve della fig. 5.38c).

In conclusione, lo *Yielding Brace System* introdotto dai ricercatori dell’Università di Toronto presenta forti analogie di comportamento meccanico (sia elastico che post-elastico) coi *Crescent-Shaped Braces* e può quindi essere considerato un’ulteriore possibilità per essere utilizzato come componente dissipativo del sistema resistente alle azioni orizzontali nella tipologia strutturale a isolamento sismico “di piano” trattata nella presente tesi (fig. 3.1).

6. Yielding Brace System

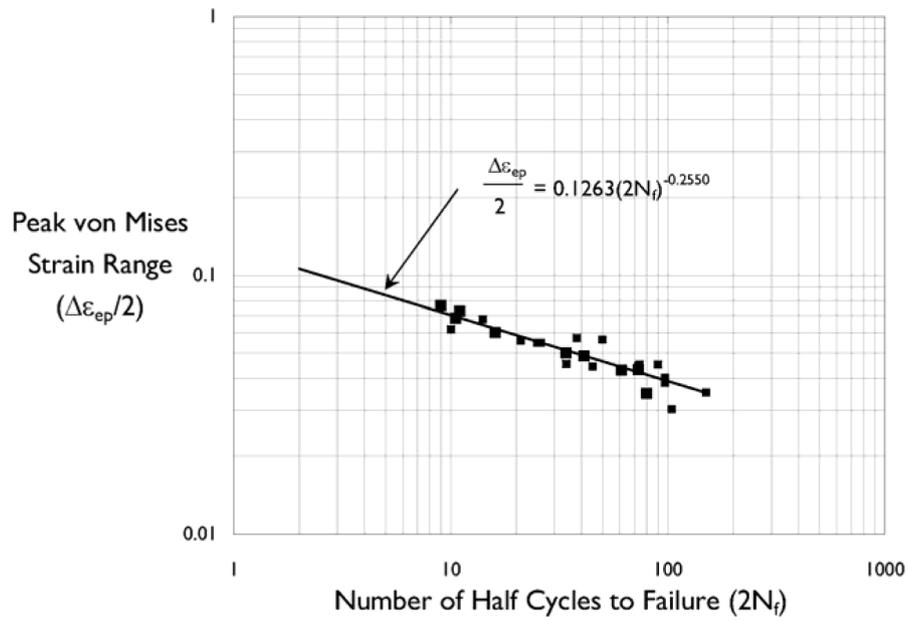


Figura 6.5.: Regressione lineare dei risultati sperimentali per la determinazione dei coefficienti nel modello di Coffin-Manson per un *Yielding Brace System*.

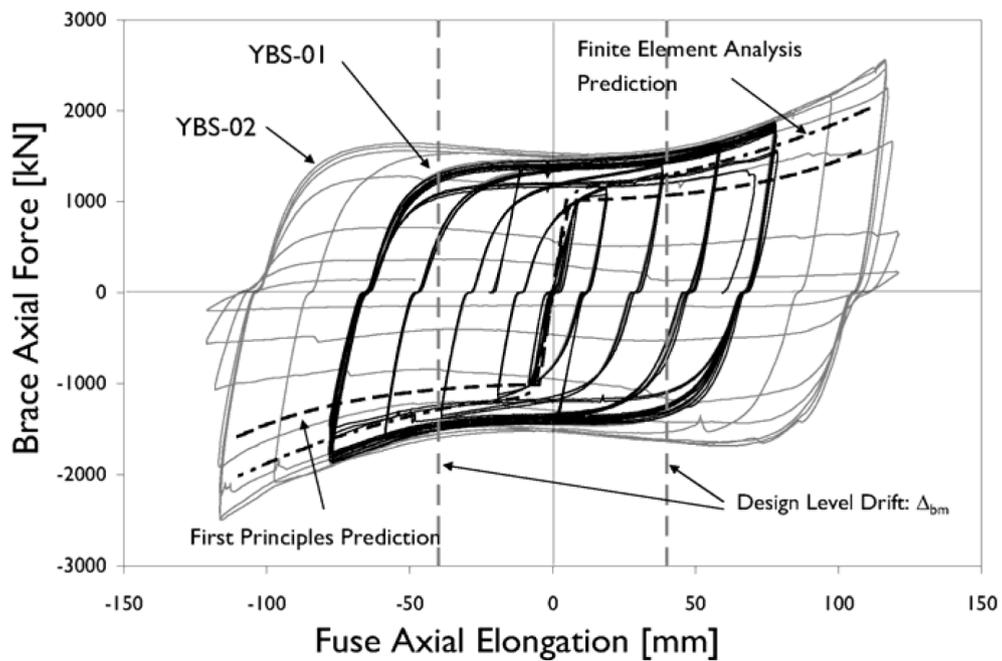


Figura 6.6.: Risposta isteretica sperimentale di uno *Yielding Brace System*.

7. Conclusioni

Con la presente tesi di ricerca si è inteso studiare le possibilità applicative di una particolare tipologia strutturale dotata di isolamento sismico “di piano”, intendendosi con ciò una struttura in cui l’intero piano terra, tramite l’inserimento di opportuni elementi dissipativi ed in analogia al consueto isolamento sismico di base, agisce da “strato” di protezione passiva per i piani sovrastanti.

Lo studio è stato effettuato nel contesto della filosofia multi-prestazionale del *Performance-Based Seismic Design*, basandosi cioè sull’imposizione di specifici obiettivi prestazionali ottenuti associando livelli di intensità sismica convenzionalmente definiti con determinate condizioni prestazionali (o stati limite), e con riferimento ad un esempio progettuale concreto. L’imposizione di tali obiettivi prestazionali secondo un approccio di progetto appositamente codificato per la classe di strutture in oggetto ha permesso di caratterizzarne il comportamento meccanico in termini di rigidità elastica, resistenza e grandezze post-elastiche significative (come duttilità e rigidità finale incrudente), ottenendo così una curva ottimale nel piano forza-spostamento (*curva obiettivo*) in relazione al soddisfacimento di tutti i prefissati obiettivi prestazionali e che in generale è opportuno presenti un andamento trilineare costituito da:

- un primo tratto caratterizzato dalla rigidità elastica;
- un secondo tratto plastico o moderatamente incrudente;
- un tratto finale fortemente incrudente, al fine di ottenere una diminuzione della richiesta di spostamento per sismi molto intensi nonché un ulteriore presidio contro il collasso della struttura per effetti del secondo ordine.

La presenza dell’isolamento “di piano” si è dimostrata particolarmente vantaggiosa per il fatto che consente di disaccoppiare il sistema resistente alle azioni verticali (travi e pilastri) da quello resistente alle azioni orizzontali (il sistema di controvento del piano terra) con notevoli semplificazioni di calcolo dal momento che:

- la struttura può essere studiata come sistema dinamico ad un solo grado di libertà;
- il sistema resistente alle azioni verticali può essere dimensionato per i soli carichi statici e può quindi ritenersi noto fin dalle prime fasi della progettazione;
- la *curva obiettivo* del sistema di controvento del piano terra (che realizza in pratica l’isolamento “di piano”) può conseguentemente essere individuata per differenza fra la curva “obiettivo” dell’intera struttura e quella del solo sistema resistente ai carichi verticali.

7. Conclusioni

Si è inoltre mostrato che, nello spirito del *Capacity Spectrum Method*, tutte le fasi progettuali possono essere seguite visualizzando graficamente su uno stesso diagramma sia l'azione sismica definita dagli spettri di risposta in formato forza-spostamento che la curva di capacità della struttura in esame determinata in generale tramite un'analisi statica non lineare. In tal modo si ha un controllo completo e agevole del comportamento meccanico della struttura in esame attraverso un confronto diretto fra domanda sismica e capacità della struttura; così facendo si ha inoltre la possibilità di considerare, seppure in modo semplificato, anche degli effetti del secondo ordine sulla struttura.

Il comportamento non lineare della struttura è stato tenuto in conto, in accordo alla formulazione teorica del *Direct Displacement-Based Design*, attraverso l'attribuzione di uno smorzamento viscoso equivalente a quello isteretico, il cui valore specifico varia in base al particolare sistema struttura considerato (acciaio, telaio o pareti in c.a., ecc.) e può essere calcolato sulla base di equazioni semi-empiriche reperibili in letteratura. A partire da tali relazioni e dagli spettri di risposta in termini di pseudo-accelerazione e spostamento è stato possibile individuare sul citato diagramma forza-spostamento la curva rappresentativa dell'azione sismica di progetto per sistema elastoplastico sia in forma chiusa che numericamente (tramite una *routine* di calcolo originale in linguaggio *Matlab*).

Fra le possibili soluzioni per realizzare i componenti dissipativi che realizzano praticamente il sistema resistente alle azioni orizzontali (e quindi l'isolamento "di piano") è stato poi studiato nel dettaglio una particolare tipologia di controvento metallico non reperibile in letteratura (i *Crescent-Shaped Braces*), caratterizzata da una forma bilatera o curva, tale quindi da presentare un'eccentricità non nulla fra l'asse del controvento stesso e la curva delle pressioni. Un siffatto sistema di controvento esibisce peculiari caratteristiche di resistenza e duttilità essendo soggetto in ogni sezione del suo sviluppo alla compresenza di sforzo normale, taglio e momento flettente. Le numerose analisi e modellazioni eseguite hanno permesso di verificare il soddisfacimento dei diversi requisiti che si intendeva ottenere:

- tecnologia tradizionale di produzione, non-necessità di prove sperimentali e validazioni preliminari;
- elevata duttilità strutturale;
- possibilità di calibrazione dei parametri geometrici e dimensionali (sezione trasversale, geometria del controvento) al fine di ottenere precisi requisiti in termini di rigidezza, resistenza e duttilità in modo indipendente l'uno dall'altro (flessibilità progettuale);
- curva di comportamento meccanico approssimativamente trilineare;
- effettiva possibilità di ottimizzazione della risposta dinamica della struttura controventata.

Come alternativa ai *Crescent-Shaped Braces* quale elemento dissipativo per la realizzazione dell'isolamento "di piano" è stato infine presentato un particolare controvento proposto recentemente da alcuni ricercatori dell'Università di Toronto (Canada), detto *Yielding Brace System* (e brevettato

7. Conclusioni

commercialmente con il nome di *Scorpion*TM). Anche quest'ultimo, studiato dai ricercatori di Toronto senza alcun riferimento all'approccio di progetto e al concetto di isolamento "di piano" qui delineati, esibisce un comportamento meccanico caratterizzato tipicamente da una curva forza - spostamento approssimativamente trilineare e un comportamento sotto carichi ciclici (testato sperimentalmente) analogo a quello simulato numericamente per i CSBs.

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

Come si è visto nel capitolo 3, gli spettri di risposta $S_{Ae}(T)$ e $S_{De}(T)$ dati dalle (3.1) e (3.3) rispettivamente in termini di (pseudo)accelerazione A e di spostamento δ possono essere combinati nell'ottica del *Capacity Spectrum Method* in un unico diagramma in coordinate accelerazione - spostamento eliminando da esse il periodo T :⁽¹⁾

$$A(\delta) = \begin{cases} C_A \cdot \text{PGA} \cdot \eta(\xi) & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{(C_A \cdot \text{PGA} \cdot T_C)^2}{4\pi^2 \delta} \cdot \eta^2(\xi) & \text{per } T_C \leq T \leq T_D \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Nell'ottica del *Direct Displacement-Based Design* diversi Autori si sono occupati di fornire delle relazioni affidabili che forniscano lo smorzamento viscoso ξ_h equivalente a quello isteretico di un oscillatore elastoplastico in funzione della duttilità di spostamento $\mu = \delta/\delta_y$ dell'oscillatore stesso, ossia come relazioni del tipo

$$\xi_h = \xi_h(\mu). \quad (\text{A.2})$$

Una corretta stima dello smorzamento viscoso equivalente è infatti un passo importante nella metodologia del *Direct Displacement-Based Design*, in quanto errori nella stima di questo parametro comportano evidentemente un conseguente errore nella duttilità richiesta alla struttura.

Fra le più recenti formulazioni a riguardo citiamo, in accordo a [78], le due seguenti ricavate sulle base dei risultati di analisi dinamiche non lineari effettuate per diversi modelli di dissipazione isteretica su serie di accelerogrammi rispettivamente naturali e artificiali:

– *Dwairi et al.* [29]:

$$\xi_h = C \cdot \frac{\mu - 1}{\pi \mu} = \frac{C}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu}\right) \quad (\text{A.3})$$

dove il coefficiente C dipende dal modello isteretico del materiale;

⁽¹⁾Verrà qui trattato il caso $T_B \leq T \leq T_D$, essendo quello di maggior interesse pratico e comunque essendo facilmente generalizzabile agli altri intervalli di periodi. In alternativa è possibile implementare una procedura numerica come quella presentata nell'appendice B in grado di coprire l'intero *range* di periodi.

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

– Grant et al. [40]:

$$\xi_h = a \left(1 - \frac{1}{\mu^b} \right) \left[1 + \frac{1}{(T_e + c)^d} \right] \quad (\text{A.4})$$

dove i coefficienti numerici a , b , c e d dipendono dal modello isteretico considerato e T_e rappresenta il periodo effettivo dell'oscillatore (valutato cioè, nello spirito del *Direct Displacement-Based Design*, in base alla rigidità secante).

La (A.3) generalizza evidentemente l'equazione teorica che fornisce lo smorzamento equivalente in base all'area contenuta nel ciclo di isteresi di un oscillatore elastico - perfettamente plastico, per la quale è $C = 2$. Essa può inoltre considerarsi un caso particolare della (A.4), qualora in quest'ultima si ponga:

$$a = \frac{C}{2\pi}; \quad b = 1; \quad c = 0; \quad d = 0.$$

Come discusso in [78] le due formulazioni forniscono in realtà valori piuttosto vicine nella maggioranza dei casi di pratico interesse, e la dipendenza da periodo T_e che la (A.4) considera risulta in pratica trascurabile per periodi effettivi $T_e > [1,0]s$, come usualmente accade. Nel seguito per semplicità di calcolo faremo riferimento alla (A.3), adottando per il coefficiente C i valori proposti in [78] modificati rispetto a quelli originali⁽²⁾, validi per le diverse tipologie strutturali e per un valore convenzionale dello smorzamento elastico $\xi_e = 0,05$ (tabella A.1). Ciò non toglie tuttavia generalità al procedimento che si espone di seguito, potendosi in entrambi i casi – o per altri risultati simili – ottenere una relazione del tipo $\xi_h = \xi_h(\mu)$ trattabile al limite per via numerica come si è fatto per il codice originale presentato nell'appendice B.

Posto dunque che lo smorzamento viscoso totale equivalente ξ_{eq} , come considerato in [78], possa essere espresso mediante una relazione del tipo

$$\xi_{eq} = \xi_e + \xi_h(\mu)$$

essendo ξ_e lo smorzamento elastico e assumta la validità della (A.3), si ottiene:

$$\xi_{eq} = \xi_e + \frac{C}{\pi} \cdot \frac{\mu - 1}{\mu} = \xi_e + \frac{C}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{1}{\mu} \right) = \xi_e + \frac{C}{\pi} \cdot \left(1 - \frac{\delta_y}{\delta} \right) = \xi_e + c \cdot \left(1 - \frac{\delta_y}{\delta} \right) \quad (\text{A.5})$$

avendo posto per brevità $c = C/\pi$.

Per quanto riguarda il coefficiente correttivo $\eta(\xi) \leq 1$, che compare nelle (A.1) per tenere conto di valori di smorzamento viscoso $\xi \neq \xi_e$, in letteratura possono essere reperite diverse formulazioni.

⁽²⁾La modifica riguarda la correzione dello smorzamento elastico, secondo gli Autori da valutarsi in base alla rigidità tangente anziché in base a quella elastica iniziale. Se per lo smorzamento elastico si continua ad assumere il valore convenzionale $\xi_e = 5\%$, la predetta correzione viene fatta fittiziamente "ricadere" sullo smorzamento isteretico ξ_h con conseguente modifica del coefficiente C originariamente previsto in [29]. Si veda in particolare il §3.4.3 di [78] per ulteriori dettagli in merito.

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

Tipologia strutturale (modello isteretico)	ξ_e	C	$\overset{p}{(a = 0,10)}$	$\overset{p}{(a = 0,07)}$
Strutture a setti portanti in c.a., ponti	0,05	0,444	1,413	2,019
Telai in c.a.	0,05	0,565	1,800	2,569
Telai in acciaio	0,05	0,577	0,184	2,624
Elastico - Perfett. plastico	0,05	0,670	0,213	3,047
Bilineare ($r = 0,2$)	0,05	0,519	0,165	2,360

Tabella A.1.: Valori di smorzamento elastico ξ_e e del coefficiente C da considerare nella formula A.3 per diverse tipologie strutturali, tenuto conto delle correzioni proposte in [78]. In tabella è riportato anche il valore del coefficiente p che compare nella (A.9) (valutato per $a = 0,10$ e $a = 0,07$).

Gli Autori forniscono in realtà espressioni piuttosto diversificate; una disamina esaustiva delle numerose proposte a riguardo si può trovare in [27]. Di seguito citiamo solo alcune di esse, fra le più utilizzate in letteratura e in alcuni casi recepite anche in testi normativi:

$$\eta = \sqrt{\frac{0,10}{0,05 + \xi}} \quad \text{Bommer et al. [10], recepita anche dalle normative [24, 28];}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{0,07}{0,02 + \xi}} \quad \text{Priestley et al. [78], presente nell'edizione 1998 dell'EC8 [24];}$$

$$\eta = \sqrt{\frac{0,15}{0,10 + \xi}} \quad \text{Tolis e Faccioli [84];}$$

$$\eta = 1,31 - 0,19 \ln(\xi) \quad \text{Newmark e Hall [71], con } \xi \text{ espresso in valore percentuale.}$$

In ogni caso risulta importante notare che a partire dal valore di smorzamento equivalente, è possibile ricavare il coefficiente correttivo $\eta(\xi)$; e poiché a sua volta lo smorzamento equivalente può in generale esprimersi con relazioni del tipo della (A.2) in funzione della duttilità $\mu = \delta/\delta_y$ attesa per la struttura, in generale potremo infine scrivere il coefficiente η in funzione della duttilità μ , ossia sarà possibile determinare – in forma chiusa o per via numerica – la funzione

$$\eta = \eta(\mu) = \eta(\delta, \delta_y). \quad (\text{A.6})$$

A partire da tale funzione $\eta = \eta(\delta, \delta_y)$ sarà possibile modificare gli spettri in formato accelerazione - spostamento delle (A.1) come segue:

$$A(\delta) = \begin{cases} C_A \cdot \text{PGA} \cdot \eta(\delta, \delta_y) & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{(C_A \cdot \text{PGA} \cdot T_C)^2}{4\pi^2 \delta} \cdot \eta^2(\delta, \delta_y) & \text{per } T_C \leq T \leq T_D \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

Se ad esempio in accordo a [10, 24, 28, 78, 84]] si adotta per il fattore η un'espressione del tipo

$$\eta = \sqrt{\frac{a}{b + \xi_{eq}}} \quad (\text{A.8})$$

con a e b coefficienti numerici opportuni, osserviamo innanzitutto che dovendo la (A.8) fornire $\eta = 1$ per $\xi = \xi_e$, necessariamente dev'essere $a = b + \xi_e$ (come effettivamente dimostrano le coppie di valori fornite dai diversi Autori citati). Conseguentemente la (A.8) si può scrivere anche come

$$\eta = \sqrt{\frac{a}{b + \xi_e + \xi_h}} = \sqrt{\frac{a}{a + \xi_h}}$$

per cui, tenuto conto della (A.5), si trova con semplici passaggi

$$\eta = \eta(\delta, \delta_y) = \sqrt{\frac{a}{a + c(1 - \delta_y/\delta)}} = \frac{1}{\sqrt{1 + p(1 - \delta_y/\delta)}} \quad (\text{A.9})$$

avendo posto

$$p = \frac{c}{a} = \frac{C}{\pi a} \quad (\text{A.10})$$

Per $\delta = \delta_y$ si trova $\eta = 1$, come ci si aspetta.

Assumendo ad esempio $C = 0,577$ (secondo quanto raccomandato in [78] per telai in acciaio) e $a = 0,10$ in accordo a [10, 24, 28], si troverebbe $c = 0,184$ e $p = 1,837$ per cui

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{1 + 1,837(1 - \delta_y/\delta)}};$$

adottando invece i coefficienti $a = 0,07$ consigliati in [78] e nell'edizione 1998 di [24] si troverebbe, per la medesima struttura intelaiata in acciaio, $p = 2,624$ per cui per cui

$$\eta = \sqrt{\frac{1}{1 + 2,624(1 - \delta_y/\delta)}}.$$

Per $\delta/\delta_y = 4$ le due espressioni forniscono ad esempio rispettivamente $\eta = 0,648$ e $\eta = 0,580$. A titolo esemplificativo in figura A.1 è riportato il grafico del fattore η in funzione della duttilità $\mu = \delta/\delta_y$ per i valori di C riportati in tabella A.1, avendo assunto $a = 0,10$.

Come si può notare, per valori di $\mu > 4$ il valore di η risulta pressoché costante, può essere opportuno considerare per η valore costante e semplificare così i calcoli. Si nota altresì che le varie curve tendono ad avere un comportamento asintotico essendo:

$$\lim_{\mu \rightarrow \infty} \eta(\mu) = \frac{1}{\sqrt{1 + p}}$$

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

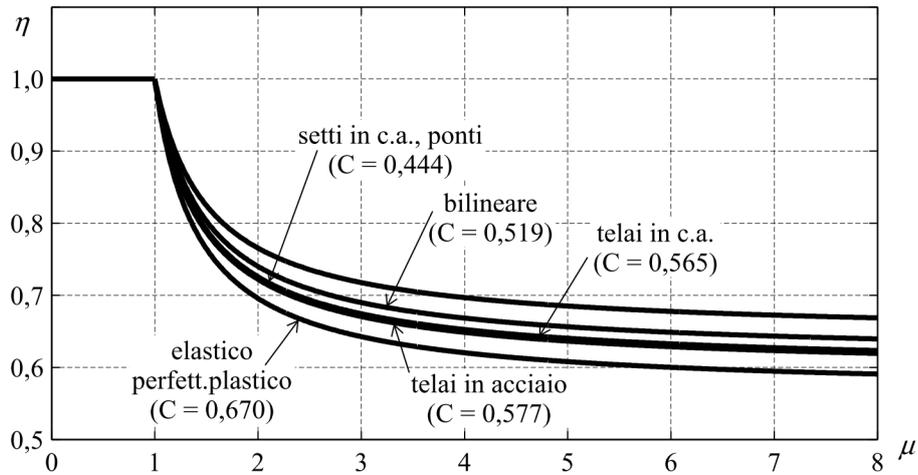


Figura A.1.: Grafico del fattore η in funzione di $\mu = \delta/\delta_y$ per diversi valori di C (con $a = 0,10$).

che nella sostanza si accorda con la limitazione $\eta \geq 0,55$ data ad esempio in [24, 28]; nel caso dei due esempi numerici precedenti, per un telaio in acciaio si troverebbe rispettivamente $\eta_{lim} \simeq 0,59$ e $\eta_{lim} \simeq 0,53$ nel caso si sia assunto $a = 0,10$ o $a = 0,07$ nella (A.8).

Sostituendo infine la (A.9) nella (A.7) si ottiene:

$$A(\delta, \delta_y) = \begin{cases} \frac{C_A \cdot PGA}{\sqrt{1 + p(1 - \delta_y/\delta)}} & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{1}{4\pi^2} \cdot \frac{(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{(1 + p)\delta - p\delta_y} & \text{per } T_C \leq T \leq T_D \end{cases} \quad (A.11)$$

ovvero, in termini di forza:

$$F(\delta, \delta_y) = \begin{cases} \frac{m \cdot C_A \cdot PGA}{\sqrt{1 + p(1 - \delta_y/\delta)}} & \text{per } T_B \leq T < T_C \\ \frac{m}{4\pi^2} \cdot \frac{(C_A \cdot PGA \cdot T_C)^2}{(1 + p)\delta - p\delta_y} & \text{per } T_C \leq T \leq T_D \end{cases} \quad (A.12)$$

essendo m la massa dell'oscillatore semplice e p il coefficiente numerico dato dalla (A.10).

Nell'appendice B è presentato un codice originale di calcolo scritto in linguaggio *Matlab* che implementa numericamente queste relazioni e le applica all'approccio di progetto presentato al capitolo 3. In figura A.2 sono rappresentati qualitativamente lo spettro di risposta elastico e quello di progetto da esso derivato per oscillatore in regime elastoplastico come potrebbero risultare dall'applicazione delle (A.12) per $T_B \leq T \leq T_D$.

L'utilizzo del procedimento esposto nella presente appendice per la derivazione degli spettri di risposta di progetto in base allo smorzamento viscoso equivalente richiede naturalmente la

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

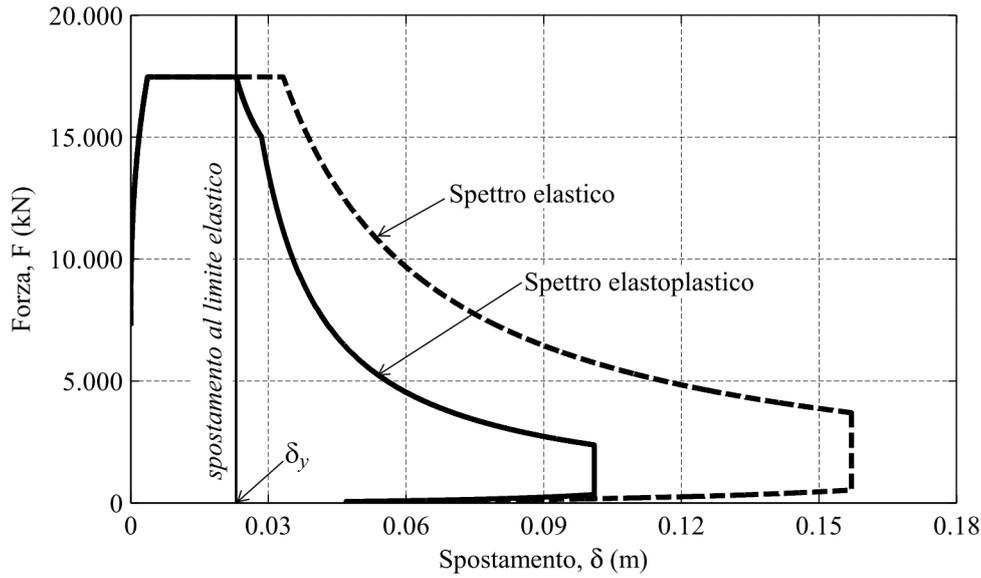


Figura A.2.: Spettro elastico e spettro elastoplastico in coordinate forza-spostamento.

preventiva definizione dello spostamento al limite elastico δ_y dell'oscillatore.

Sistemi resistenti in parallelo Un'ultima annotazione riguarda il calcolo del valore di smorzamento nel caso di compresenza nella stessa struttura di sistemi resistenti che lavorano in parallelo. Infatti essi in generale presenteranno valori diversi di spostamento al limite elastico e conseguentemente diversi valori di duttilità e di smorzamento viscoso equivalente. In tale eventualità in [78] si propone la seguente espressione semplificata per il calcolo dello smorzamento viscoso equivalente del sistema, basata sulla media pesata delle energie dissipate dai diversi sistemi componenti:

$$\xi_{eq,sys} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \delta_i \xi_{eq,i}}{\sum_{i=1}^n V_i \delta_i} \quad (A.13)$$

essendo V_i la forza sopportata dall' i -esimo sistema resistente avente smorzamento equivalente $\xi_{eq,i}$ per lo spostamento δ_i . Nel caso di sistemi resistenti in parallelo (stesso spostamento δ per tutti i sistemi resistenti), la (A.13) si particolarizza in:

$$\xi_{eq,sys} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \xi_{eq,i}}{\sum_{i=1}^n V_i} \quad (A.14)$$

A. Spettri di progetto e smorzamento equivalente

La questione riguarda evidentemente anche la tipologia strutturale con isolamento sismico “di piano” considerata al capitolo 3 (fig. 3.1), dal momento che in generale il sistema resistente alle azioni verticali e il sistema resistente alle azioni orizzontali avranno spostamenti al limite elastico differenti. Ciò richiederebbe a rigore un calcolo per iterazioni successive dello smorzamento $\xi_{eq,sys}$ del sistema e dello spostamento δ richiesto dall’azione sismica considerata, anziché il metodo semplificato utilizzato nel capitolo 4 in cui si è considerato un valore unico di smorzamento equivalente per i due sistemi resistenti.

B. Listati programmi di calcolo

Nelle pagine seguenti è riportato il listato del codice originale in linguaggio *Matlab* della routine *SpettriFD.m* in grado di plottare e salvare come dati in formato *txt* gli spettri di risposta in coordinate forza - spostamento per i quattro input sismici di riferimento usualmente assunti alla base della progettazione prestazionale in accordo al documento tecnico *Vision2000* [82]:

- sisma *frequente*;
- sisma *occasionale*;
- sisma *raro*;
- sisma *molto raro*.

Tali spettri sono calcolati dal programma a partire dai dati della pericolosità sismica di base del sito di costruzione (accelerazione di picco su suolo rigido a_g , coefficiente di stratigrafia del sottosuolo, ecc.), implementando in particolare la procedura di definizione degli spettri di risposta prevista nelle vigenti Norme Tecniche per le Costruzioni italiane ma essendo agevole da adattare anche ad altri contesti normativi.

A partire dalla conoscenza dello spostamento al limite elastico δ_y di una generica struttura, la routine è in grado anche di plottare e salvare come dati in formato *txt* gli spettri derivati da quelli elastici considerando lo smorzamento viscoso equivalente alla dissipazione energetica per isteresi del materiale in campo plastico. La formulazione implementata è quella dell'appendice A con particolare riferimento alla formula (A.3) proposta da Dwairi et al. [29] e alla formula A.8 coi valori numerici proposti da Bommer et al. [10], ma potendosi facilmente estendere ad altre formulazioni similari.

La routine è composta dal *file* principale *SpettriFD.m* e da due funzioni accessorie richiamate dal codice principale:

- la funzione *FDSRe.m* che si occupa di calcolare, plottare e salvare i dati relativamente agli spettri elastici in coordinate forza - spostamento;
- la funzione *FDSRp.m* che si occupa di calcolare, plottare e salvare i dati relativamente agli spettri di progetto in coordinate forza - spostamento modificati in base allo smorzamento viscoso equivalente.

B. Listati programmi di calcolo

```
% *****
% Codice MATLAB per la definizione grafica degli spettri di risposta
% in formato Forza-Spostamento per un oscillatore SDOF
% *****
% Autore: Stefano Gagliardi - Tesi di Dottorato (2012) - UniBo
% *****

clear all;
close all;

% *****
% INPUT   Parametri generali
% *****

Tflag = 0;      % Flag per disegnare i periodi sul grafico:
                % = 1  disegna le rette rappresentative del periodo T
                %      nel piano forza-spostamento
                % = 0  non disegna le rette

g = 9.81;      % accelerazione di gravita' (m/s)

% *****
% INPUT   Struttura
% *****
% I dati si riferiscono alla specifica struttura del capitolo 4 della Tesi.

dy = 0.023;    % spostamento al limite elastico (m)
                % richiesto per modificare gli spettri di risposta elastici
                % mediante lo smorzamento viscoso equivalente

Fy = 3960.3;   % resistenza al limite elastico (kN)

H = 3.50;     % altezza piano terra (m)
m = 29970e3/g; % massa totale della struttura (kg)
                % inserire il valore (1000/g) per avere lo spettro in forma A-D

dy_VRS = 0.054; % spostamento elastico pilstri (direzione forte) (m)
k_VRS = 59207;  % rigidezza pilastri (kN/m);

% *****
% INPUT   Azione sismica
% *****
% Vengono considerati quattro sisimi di riferimento:
% Frequente (EQ1), Occasionale (E12), Raro (EQ3), MoltoRaro (EQ4)

% -----
```

B. Listati programmi di calcolo

```
% Parametri fissati da normativa ITA (D.M. 14/01/2008)
% -----
% I valori di default si riferiscono a Bologna come sito di costruzione
% e alla normativa tecnica italiana (D.M. 14/01/2008).
%
% Modificare in base al sito effettivo di costruzione.
%
% Ogni componete dei vettori rappresenta il parametro relativo
% un sisma di riferimento (nell'ordine EQ1, EQ2, EQ3, EQ4)

a = [0.053 0.067 0.166 0.212];      % ag/g (adim.) su suolo tipo A

F0 = [2.478 2.482 2.404 2.436];     % coefficiente di amplificazione (adim.)

St = 1.0;                            % coefficiente di amplificaz. topografica

Ss = [1.500 1.500 1.461 1.390];     % coefficiente di amplificaz. stratigrafica

Tc = [0.424 0.439 0.479 0.484];     % (s)

% Parametri derivati dai valori precedenti (non modificare)

S = St*Ss;                            % coefficiente di amplificazione
                                     % terreno e topografia

PGA = a.*S;                           % Peak Ground Acceleration (/g)
Tb = Tc/3;                             % (s) form. [3.2.8] NTC
Td = 1.6+4.0*a;                        % (s) form. [3.2.9] NTC

% -----
% Parametri raccomandati da EC8
% -----
Te = 6.0;                               % (s) dipende dal tipo di terreno
Tf = 10.0;                              % (s) periodo limite oltre il quale lo spostamento
                                     % della struttura coincide con quello del terreno

% -----
% Altri parametri
% -----
% Imposta identificativi stati limite corrispondenti ad indici numerici
% per maggiore leggibilita' del codice (non modificare)

EQ1 = 1;   % Sisma frequente   (TR = 30 anni)
EQ2 = 2;   % Sisma occasionale (TR = 50 anni)
EQ3 = 3;   % Sisma raro       (TR = 475 anni)
EQ4 = 4;   % Sisma molto raro  (TR = 975 anni)

% -----
```

B. Listati programmi di calcolo

```
% Parametri grafici
% -----
% Colori associati agli spettri di risposta per il plottaggio degli spettri
% secondo la convenzione Matlab:
% 'k' = nero, 'b' = blu, 'r' = rosso, 'g' = verde, 'c' = azzurro
% 'y' = giallo, 'm' = viola, 'w' = bianco, ecc.

color_EQ1 = 'b';
color_EQ2 = 'g';
color_EQ3 = 'r';
color_EQ4 = 'm';

% *****
% Parametri smorzamento viscoso equivalente
% *****

csi = 0.05;           % smorzamento elastico (5%)

p = 0.10;            % coefficiente numeratore coefficiente eta
                    % di smorzamento viscoso (/100)
                    % (form. [3.2.6] NTC)
                    % = 0.10 Bommer et al.(2000), NTC2008, EC8:2005
                    % = 0.07 Priestley et al.(2007), EC8:1998
                    % = 0.15 Tolis&Faccioli (1999)

C = 0.577;          % coefficiente di Priestley-Calvi-Kowalsky
                    % per il calcolo dello smorzamento isteretico
                    % cfr. formula (3.17) pag.86
                    % (sulla base di Dwairi et al., 2004)
                    % Valori di esempio:
                    % = 0.577 telai in acciaio
                    % = 0.565 telai in c.a.

% *****
% Parametri smorzamento derivati (non modificare)
% *****

q = p - csi;        % coefficiente denominatore coefficiente eta
                    % di smorzamento viscoso (/100)

eta0 = sqrt(p/(q+csi)); % coefficiente di smorzamento elastico

% *****
% ***** OUTPUT *****
% *****
% *****
```

B. Listati programmi di calcolo

```
% ***** SPETTRI DI RISPOSTA ELASTICI (in formato F-D) *****
% *****
% Viene richiamata la funzione 'plotADSRe' che plotta gli spettri di risposta
% in formato forza - spostamento e prepara una matrice per esportare
% i dati in formato testo.

clf
hold on

% -----
% EQ1 - Sisma frequente - Spettro ELASTICO
% -----
[E1] = FDSRe(m,Tb(EQ1),Tc(EQ1),Td(EQ1),Te,Tf, ...
           a(EQ1),F0(EQ1),S(EQ1),eta0,color_EQ1,1);

save EQ1el.txt E1 -ascii    % esporta i dati in formato testo
                           % nella cartella corrente
                           % colonna 1: spostamento EQ1
                           % colonna 2: forza EQ1

% -----
% EQ2 - Sisma Occasionale - Spettro ELASTICO
% -----
[E2] = FDSRe(m,Tb(EQ2),Tc(EQ2),Td(EQ2),Te,Tf, ...
           a(EQ2),F0(EQ2),S(EQ2),eta0,color_EQ2,1);

save EQ2el.txt E2 -ascii    % esporta i dati in formato testo
                           % nella cartella corrente
                           % colonna 1: spostamento EQ2
                           % colonna 2: forza EQ2

% -----
% EQ3 - Sisma Raro - Spettro ELASTICO
% -----
[E3] = FDSRe(m,Tb(EQ3),Tc(EQ3),Td(EQ3),Te,Tf, ...
           a(EQ3),F0(EQ3),S(EQ3),eta0,color_EQ3,1);

save EQ3el.txt E3 -ascii    % esporta i dati in formato testo
                           % nella cartella corrente
                           % colonna 1: spostamento EQ3
                           % colonna 2: forza EQ3

% -----
% EQ4 - Sisma Molto Raro - Spettro ELASTICO
% -----
[E4] = FDSRe(m,Tb(EQ4),Tc(EQ4),Td(EQ4),Te,Tf, ...
           a(EQ4),F0(EQ4),S(EQ4),eta0,color_EQ4,1);
```

B. Listati programmi di calcolo

```
save EQ4el.txt E4 -ascii % esporta i dati in formato testo
                          % nella cartella corrente
                          % colonna 1: spostamento EQ4
                          % colonna 2: forza EQ4

% *****
% ***** SPETTRI DI RISPOSTA MODIFICATI (in formato F-D) *****
% *****
% La modifica degli gli spettri di risposta avviene in base allo smorzamento
% equivalente della struttura (vedi Priestley-Calvi-Kovalsky (2007) e DDBD
% *****
% Viene richiamata la funzione 'plotADSRp' che plotta gli spettri di risposta
% in formato forza - spostamento e prepara una matrice per esportare
% i dati in formato testo.

% NOTA BENE: sono considerati solo EQ3 e EQ4 (la struttura rimane elastica fino
% al sisma occasionale, poi entra in campo plastico)

% -----
% EQ1 - Sisma frequente - Spettro MODIFICATO (smorzamento viscoso equivalente)
% -----
[P1] = FDSRp(m,dy,p,C,Tb(EQ1),Tc(EQ1),Td(EQ1),Te,Tf, ...
          a(EQ1),F0(EQ1),S(EQ1),color_EQ1,2);

save EQ1mod.txt P1 -ascii % esporta i dati in formato testo
                          % nella cartella corrente
                          % colonna 1: spostamento EQ1
                          % colonna 2: forza EQ1

% -----
% EQ2 - Sisma Occasionale - Spettro MODIFICATO (smorzamento viscoso equivalente)
% -----
[P2] = FDSRp(m,dy,p,C,Tb(EQ2),Tc(EQ2),Td(EQ2),Te,Tf, ...
          a(EQ2),F0(EQ2),S(EQ2),color_EQ2,2);

save EQ2mod.txt P2 -ascii % esporta i dati in formato testo
                          % nella cartella corrente
                          % colonna 1: spostamento EQ2
                          % colonna 2: forza EQ2

% -----
% EQ3 - Sisma Raro - Spettro MODIFICATO (smorzamento viscoso equivalente)
% -----
[P3] = FDSRp(m,dy,p,C,Tb(EQ3),Tc(EQ3),Td(EQ3),Te,Tf, ...
          a(EQ3),F0(EQ3),S(EQ3),color_EQ3,2);

save EQ3mod.txt P3 -ascii % esporta i dati in formato testo
```

B. Listati programmi di calcolo

```
% nella cartella corrente
% colonna 1: spostamento EQ3
% colonna 2: forza EQ3

% -----
% EQ4 - Sisma Molto Raro - Spettro MODIFICATO (smorzamento viscoso equivalente)
% -----
[P4] = FDSRp(m,dy,p,C,Tb(EQ4),Tc(EQ4),Td(EQ4),Te,Tf, ...
        a(EQ4),F0(EQ4),S(EQ4),color_EQ4,2);

save EQ4mod.txt P4 -ascii % esporta i dati in formato testo
                          % nella cartella corrente
                          % colonna 1: spostamento EQ4
                          % colonna 2: forza EQ4

% -----
% EQ4 - Sisma Molto Raro - Spettro MODIFICATO (smorzamento viscoso equivalente)
% -----

dmax = g*a.*S.*F0*eta0.*Tc.*Td/(4*pi^2); % vettore degli spostamenti massimi
Fmax = m*g*a.*S.*F0*eta0/1000;          % vettore delle forze massime (kN)

% Retta verticale in corrispondenza di dy
% (spostamento al limite elastico della struttura)
plot([dy,dy],[0,Fmax(EQ4)*1.2],'k--','linewidth',2)
text(dy,Fmax(EQ4)/2,'spostamento_al_limite_elastico', ...
     'fontsize',11, 'fontangle','italic', ...
     'rotation',90, ...
     'HorizontalAlignment','center', ...
     'VerticalAlignment','bottom');

% Parametri grafici
grid on
axis ([0,1.2*dmax(EQ4),0,1.2*Fmax(EQ4)])
xlabel ('Spostamento_(m)');
ylabel ('Forza_(kN)');

% *****
% Esporta i dati degli spettri in file unici
% *****

E = [E1 E2 E3 E4]; % riunisce i dati degli spettri ELASTICI
                    % in un'unica matrice

P = [P1 P2 P3 P4]; % riunisce i dati degli spettri MODIFICATI
                    % in un'unica matrice

save outputE.txt P -ascii % esporta tutti i dati degli spettri ELASTICI
```

B. Listati programmi di calcolo

```
% nel file 'outputE.txt' nella cartella corrente

save outputP.txt P -ascii % esporta tutti i dati degli spettri MODIFICATI
% nel file 'outputP.txt' nella cartella corrente

% Struttura dei file 'outputE.txt' e 'outputP.txt':
% colonne 1,3,5,7: spostamenti EQ1,EQ2,EQ3,EQ4
% colonne 2,4,6,8: forze EQ1,EQ2,EQ3,EQ4

% *****
% Disegna rette periodo T (qualora Tflag = 1 nei dati di input)
% *****

if Tflag==1

    T = [0.2 0.4 0.6 0.8 ...
        1.0 1.2 1.4 1.6 1.8 ...
        2.0 2.5 ...
        3.0 ...
        4.0]; % vettore dei periodi (s)
        % a libera scelta dell'utente

    ylim = 1.1*Fmax(EQ4);
    xlim = 1.1*dmax(EQ4); % imposta limiti per il posizionamento del testo

    for Ti = T

        k = m*4*pi^2/Ti^2/1000; % rigidezza corrispondente al periodo Ti
        plot ([0,1],[0,k],'color',[0.75 0.75 0.75],'linestyle',':');

        xT = min(xlim,ylim/k) + 0.002; % coordinata x per posizionamento testo
        yT = min(ylim,xlim*k) - 0.002; % coordinata y per posizionamento testo

        text (xT,yT,strcat('T=',num2str(Ti,'%2.1f'),'_s'),'_s'),'fontsize',8);
    end
end

end
```

B. Listati programmi di calcolo

```

function [X] = FDSRe(m,Tb,Tc,Td,Te,Tf,a,F0,S,eta0,format,lw)
% Plotta lo spettro di risposta ELASTICO in formato f-D
% Richiesti nell'ordine i seguenti parametri sismici:
% Tb, Tc, Td, Te, Tf, a, F0, S, eta0

n = 1000;      % discretizzazione periodo per ogni ramo dello spettro
g = 9.81;     % accelerazione di gravita' (m/s)

% *****
% RAMO 1 ( $\theta < T < T_b$ )
% *****
T1 = linspace (0,Tb,n);
a1 = a*S+a*S*(F0*eta0-1)/Tb.*T1;
d1 = (a1*g).*T1.^2/(4*pi^2);

% *****
% RAMO 2 ( $T_b < T < T_c$ )      accelerazione costante (=F0*PGA)
% *****
T2 = linspace (Tb,Tc,n);
a2 = ones(1,n)*a*S*F0*eta0;
d2 = (a2*g).*T2.^2/(4*pi^2);

% *****
% RAMO 3 ( $T_c < T < T_d$ )      velocita' costante
% *****
T3 = linspace (Tc,Td,n);
a3 = a*S*F0*eta0*Tc./T3;
d3 = (a3*g).*T3.^2/(4*pi^2);

% *****
% RAMO 4 ( $T_d < T < T_e$ )      spostamento costante
% *****
T4 = linspace (Td,Te,n);
a4 = a*S*F0*eta0*Tc*Td./T4.^2;
d4 = (a4*g).*T4.^2/(4*pi^2);

% *****
% RAMO 5 ( $T_e < T < T_f$ )      (da EC8)
% *****
T5 = linspace (Te,Tf,n);
a5 = a*S*Tc*Td*(F0*eta0+(T5-Te)/(Tf-Te)*(1-F0*eta0))./T5.^2;
d5 = (a5*g).*T5.^2/(4*pi^2);

% *****
% RAMO 6 ( $T > T_f$ ) spostamento costante (=PGD)      (da EC8)
% *****
d6 = ones(1,2)*(a*g*S*Tc*Td)/(4*pi^2);
a6 = [a*S*Tc*Td./Tf^2 0];

```

B. Listati programmi di calcolo

```
% *****
% Unisce i vari rami
% *****
% T = [T1 T2 T3 T4 T5];    % non utilizzato
F = m*g*[a1 a2 a3 a4 a5 a6]/1000;
D = [d1 d2 d3 d4 d5 d6];

% *****
% OUTPUT
% *****

% Plotta spettri di risposta ELASTICI in formato F-D
plot(D,F,format,'linewidth',lw)

% Predispone una matrice per l'esportazione dei dati in formato txt
X = [D' F'];
```

B. Listati programmi di calcolo

```

function [X] = FDSRp(m,dy,p,C,Tb,Tc,Td,Te,Tf,a,F0,S,format,lw)
% Plotta il grafico dello spettro di risposta anelastico
% in formato forza - spostamento

n = 1000;      % discretizzazione periodo per ogni ramo dello spettro
g = 9.81;     % accelerazione di gravita' (m/s)
q = pi*p/C;   % parametro smorzamento viscoso equivalente (non modificare)

% *****
% Spostamenti che delimitano ogni tratto (spettro elastico)
% *****
%  $db = (a*g*S*F0)*Tb^2/(4*pi^2)$ ;   % spostamento corrispondente a Tb

%  $dc = (a*g*S*F0)*Tc^2/(4*pi^2)$ ;   % spostamento corrispondente a Tc

%  $dd = (a*g*S*F0)*Tc*Td/(4*pi^2)$ ;   % spostamento corrispondente a Td

%  $de = dd$ ;                          % spostamento corrispondente a Td

% *****
% RAMO 1 ( $\theta < Tb$ )
% *****
T1 = linspace (0,Tb,n);
a1 = a*S+a*S*(F0-1)/Tb.*T1;
d1 = g*a1.*T1.^2/(4*pi^2);

a1e = a1(d1<=dy);
a1p = a1(d1>dy);
d1e = d1(d1<=dy);
d1p = d1(d1>dy);

d1q = (dy + sqrt(dy^2+4*q*(1+q)*d1p.^2))/(2*(1+q));
eta = sqrt(q./(1+q-dy./d1q));
a1 = [a1e a1p.*eta];
d1 = [d1e d1p.*eta];

% *****
% RAMO 2 ( $Tb < T < Tc$ ) accelerazione costante
% *****

T2 = linspace (Tb,Tc,n);
a2 = ones(1,n)*a*S*F0;
d2 = g*a2.*T2.^2/(4*pi^2);

a2e = a2(d2<=dy);
a2p = a2(d2>dy);
d2e = d2(d2<=dy);
d2p = d2(d2>dy);

```

B. Listati programmi di calcolo

```

d2q = (dy + sqrt(dy^2+4*q*(1+q)*d2p.^2))/(2*(1+q));
eta = sqrt(q./(1+q-dy./d2q));
a2 = [a2e a2p.*eta];
d2 = [d2e d2p.*eta];

% *****
% RAMO 3 (Tc<T<Td)      velocita' costante
% *****
T3 = linspace (Tc,Td,n);
a3 = a*S*F0*Tc./T3;
d3 = g*a3.*T3.^2/(4*pi^2);

a3e = a3(d3<=dy);
a3p = a3(d3>dy);
d3e = d3(d3<=dy);
d3p = d3(d3>dy);

d3q = (dy + sqrt(dy^2+4*q*(1+q)*d3p.^2))/(2*(1+q));
eta = sqrt(q./(1+q-dy./d3q));
a3 = [a3e a3p.*eta];
d3 = [d3e d3p.*eta];

% *****
% RAMO 4 (Td<T<Te)      spostamento costante
% *****
T4 = linspace (Td,Te,n);
a4 = a*S*F0*Tc*Td./T4.^2;
d4 = ones(1,n)*dd;

a4e = a4(d4<=dy);
a4p = a4(d4>dy);
d4e = d4(d4<=dy);
d4p = d4(d4>dy);

d4q = (dy + sqrt(dy^2+4*q*(1+q)*d4p.^2))/(2*(1+q));
eta = sqrt(q./(1+q-dy./d4q));
a4 = [a4e a4p.*eta];
d4 = [d4e d4p.*eta];

% *****
% RAMO 5 (Te<T<Tf)
% *****
T5 = linspace (Te,Tf,n);
a5 = a*S*Tc*Td*(F0+(T5-Te)/(Tf-Te)*(1-F0))./T5.^2;
d5 = g*a5.*T5.^2/(4*pi^2);

a5e = a5(d5<=dy);

```

B. Listati programmi di calcolo

```
a5p = a5(d5>dy);
d5e = d5(d5<=dy);
d5p = d5(d5>dy);

d5q = (dy + sqrt(dy^2+4*q*(1+q)*d5p.^2))/(2*(1+q));
eta = sqrt(q./(1+q-dy./d5q));
% a5 = a5.*eta;
% d5 = d5.*eta;
a5 = [a5p.*eta a5e ];
d5 = [d5p.*eta d5e ];

% *****
% RAM0 6 (T>Tf) spostamento costante
% *****
% PGD = (a*g*S*Tc*Td)/(4*pi^2);

% eta = sqrt(q./(1+q-dy./PGD));
% d6 = ones(1,2)*PGD*eta;
d6 = ones(1,2)*min(d5);
%a6 = [a*S*Tc*Td./Tf^2 0]*eta;
a6 = [min(a5) 0];

% *****
% Unisce i vari rami
% *****
% T = [T1 T2 T3 T4 T5];           % vettore dei periodi (s)
F = m*g*[a1 a2 a3 a4 a5 a6]/1000; % forza (kN)
D = [d1 d2 d3 d4 d5 d6];         % spostamento (m)

% *****
% OUTPUT
% *****

% Plotta spettri di risposta in formato F-D
plot(D,F,format,'linewidth',lw)

% Predispone una matrice per l'esportazione dei dati in formato txt
X = [D' F'];
```

Bibliografia

- [1] AA.VV. *LESSLOSS Risk Mitigation for Earthquake and Landslides Integrated Project, Sub-Project 8 – Ductility-dependent equivalent viscous damping equations for displacement-based design*. Deliverable 62. 2005. URL: <http://www.lessloss.org>.
- [2] J. Abdul. «Legami forza-spostamento di diverse tipologie di Crescent-Shaped Braces». Tesi di laurea. Università degli Studi di Bologna, 2010.
- [3] Applied Technology Council. *ATC 40 - Seismic evaluation and retrofit of concrete buildings*. Rapp. tecn. Redwood City, CA, 1996.
- [4] G. Ballio e C. Bernuzzi. *Progettare costruzioni in acciaio*. Hoepli, 2004.
- [5] G. Ballio e F.M. Mazzolani. *Strutture in acciaio*. Milano: Hoepli, 1982.
- [6] O. Belluzzi. *Scienza delle costruzioni*. Vol. III. Si veda in particolare il cap. XXX sulla plasticità. Zanichelli, 1953.
- [7] R.D. Bertero e V.V. Bertero. «Performance-based seismic engineering: the need for a reliable conceptual comprehensive approach». In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics* 31 (2002), pp. 627–652.
- [8] C.A. Blandon e M.J.N. Priestley. «Equivalent viscous damping equations for Direct Displacement-Based Design». In: *Journal of Earthquake Engineering* Vol. 9 Special Issue 2 (2005), pp. 257–278.
- [9] F. Bleich. *Buckling strength of metal structures*. McGraw-Hill, N, 1952.
- [10] J.J Bommer, A.S. Elnashai e A.G. Weir. «Compatible acceleration and displacement ordinates with damping ratios». In: *Proceedings of the 12th World Conference on Earthquake Engineering*. Auckland, 2000.
- [11] J.J. Bommer e R. Mandis. «Scaling of spectral displacement ordinates with damping ratios». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 34 (2005), pp. 145–165.
- [12] G.M. Calvi e G.R. Kingsley. «Displacement-based seismic design of multi-degree-of-freedom bridge structures». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 24 (1995), pp. 1247–66.
- [13] C. Capotondi. «Una soluzione innovativa per sistemi resistenti alle azioni orizzontali in grado di soddisfare molteplici obiettivi prestazionali sismici». Tesi di laurea. Università degli Studi di Bologna, 2011.

Bibliografia

- [14] A. Chopra e R. Goel. «A Modal Pushover Analysis procedure for Estimating Seismic Demands for Buildings». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 29 (2002), pp. 1441–1455.
- [15] A.K. Chopra. *Dynamics of Structures: Theory and Applications to Earthquake Engineering*. 3d. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2007.
- [16] A.K. Chopra e R.K. Goel. «Capacity-Demand-Diagrams Methods Based on Inelastic Design Spectrum». In: *Earthquake Spectra* 15(4) (1999), pp. 637–656.
- [17] A.K. Chopra e R.K. Goel. «Direct Displacement-Based Design: Use of Inelastic Design Spectra Versus Elastic Design Spectra». In: *Earthquake Spectra* 17(1) (2001), pp. 47–65.
- [18] C. Christopoulos e A. Filiatrault. *Principles of Passive Supplemental Damping and Seismic Isolation*. Pavia: IUSS Press, 2007.
- [19] *Circolare 02/02/2009 n.617 C.S.LL.PP. Istruzioni per l'applicazione delle 'Nuove norme tecniche per le costruzioni' di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008*. G.U. n.47 del 26/02/2009 S.O. n.27.
- [20] R. Clough e J. Penzien. *Dynamics of Structures*. Computer e Structures, Inc., 2004.
- [21] L.Fr.Jr. Coffin. «A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal». In: *Transactions ASME* 76(6) (1954), pp. 931–949.
- [22] K.R. Collins e B. Stojadinovic. «Limit States for Performance-based Design». In: *12th World Conference on Earthquake Engineering (Proc.)* Paper 716. Auckland, New Zealand, 2000.
- [23] Comité Européen de Normalisation (CEN). *UNI EN 1993-1-1 Eurocodice 3. Progettazione delle strutture in acciaio - Parte 1-1: Regole generali e regole per gli edifici*. Bruxelles, Belgio, 2005.
- [24] Comité Européen de Normalisation (CEN). *UNI EN 1998-1 Eurocodice 8. Progettazione delle strutture per la resistenza sismica - Parte 1: Regole generali, azioni sismiche e regole per gli edifici*. Bruxelles, Belgio, 2005.
- [25] G+D Computing. *Theoretical Manual - Theoretical background to the Straus7 finite element analysis system*. Edition 1. Suite 1, Level 7, 541 Kent St., Sydney NSW 2000 Australia, 2004.
- [26] L. Corradi Dell'Acqua. *Meccanica delle strutture - La valutazione della capacità portante*. McGraw-Hill, 1994.
- [27] L. Di Sarno. «Analisi dello smorzamento viscoso equivalente nella valutazione dell'azione sismica». In: *Atti del XIII Convegno ANIDIS*. S12.13. Bologna, 2009.
- [28] *D.M. 14/01/2008 Approvazione delle nuove norme tecniche per le costruzioni*. G.U. n.29 del 04/02/2008 S.O. n.30.

Bibliografia

- [29] H.M. Dwaيري, M.J. Kowalsky e J.M. Nau. «Equivalent Viscous Damping in Support of Direct Displacement-Based Design». In: *Journal of Earthquake Engineering* 11 (2007), pp. 512–530.
- [30] P. Fajfar. «A Nonlinear Analysis method for Performance based Seismic Design». In: *Earthquake Spectra* 16 (2000), pp. 573–592.
- [31] Federal Emergency Management Agency (FEMA). *NEHRP Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 273 and NEHRP Commentary on the Guidelines for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 274*. Rapp. tecn. 1997.
- [32] Federal Emergency Management Agency (FEMA). *NEHRP Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings, FEMA 356*. Rapp. tecn. 2000.
- [33] Federal Emergency Management Agency (FEMA). *NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures, FEMA 450*. Rapp. tecn. 2003.
- [34] F.C. Filippou, E.P. Popov e V.V. Bertero. *Effects of bond deterioration on hysteretic behaviour of reinforced concrete joints*. Rapp. tecn. Report EERC 83-19. University of California, Berkeley: Earthquake Engineering Research Center, 1983.
- [35] M. Fintel e F.R. Khan. «Shock-absorbing soft story concepts for multistory earthquake structures». In: *ACI Journal* 66 (1968), 381–390.
- [36] S.A. Freeman. «Development and Use of the Capacity Spectrum». In: *6th US National Conference on Earthquake Engineering*. 269. Seattle, 1998.
- [37] S.A. Freeman. «Review of the development of the Capacity Spectrum Method». In: *ASET Journal of Earthquake Technology* 41(1). Paper no.438 (2004), pp. 1–13.
- [38] S.A. Freeman. «The Capacity Spectrum Method as a Tool for Seismic Design». In: *Proceedings of the 11th European Conference on Earthquake Engineering*. Paris, France, 1998.
- [39] S.A. Freeman, J.P. Nicoletti e J.V. Tyrell. «Evaluations of Existing Buildings for Seismic Risk - A Case Study of Puget Sound Naval Shipyard, Bremerton, Washington». In: *Proceedings of the U.S. National Conference on Earthquake Engineering, EERI*. SP-55. 1975, pp.589–605.
- [40] D.N. Grant, C.A. Blandon e M.J.N. Priestley. *Modelling Inelastic Response in Direct Displacement-Based Design*. Rapp. tecn. Report 2005/03. 104 pp. IUSS Press, 2005.
- [41] M. Gray, C. Christopoulos e J.A. Packer. «Full-scale Testing of the Cast Steel Yielding Braces System». In: *Proceedings of the STESSA Conference*. Santiago, Chile, 2012.
- [42] M. Gray, C. Christopoulos, J.A. Packer e D.G. Lignos. «Development, Validation and Modeling of the new Cast Steel Yielding Brace System». In: *Proceedings of the 2012 Structures Congress*. Chicago, USA, 2012.
- [43] M.G. Gray, C. Christopoulos e J.A. Packer. «Cast steel yielding fuse for concentrically braced frames». In: *Proceedings of the 9th U.S. National and 10th Canadian Conference on Earthquake Engineering*. Paper No 595. Toronto, Canada, 2010.

Bibliografia

- [44] N.B Green. «Flexible First Story Construction fo Earthquake Resistance». In: *Transactions ASCE* 100 (1935), pp. 645–674.
- [45] E. Guidi. «Sistemi innovativi di controvento dissipativo per strutture in acciaio in zona sismica». Tesi di laurea. Università degli Studi di Bologna, 2010.
- [46] P. Gulkan e M. Sozen. «Inelastic response of reinforced concrete structures to earthquake motions». In: *ACI Journal* 71.12 (1974), pp. 604–610.
- [47] R.O. Hamburger. *A Framework for Performance-Based Earthquake Resistive Design*. Nota presentata all'EERC-CURE Symposium in onore di Vitelmo V. Bertero, Berkeley, California. 1997.
- [48] D.E. Hudson. «Equivalent viscous friction for hysteretic systems with earthquake-like excitation». In: *3rd World Conference on Earthquake Engineering (Proc.)* Vol. 2. II. New Zealand, 1965, pp. 185–201.
- [49] I. Iervolino, C. Galasso e E Cosenza. «REXEL: computer aided record selection for code-based seismic structural analysis.» In: *Bulletin of Earthquake Engineering* 8 (2009), pp. 339–362.
- [50] W.D. Iwan e N.C. Gates. «Estimating earthquake response of simple hysteretic structures». In: *Journal of the Engineering Mechanics Division* 105.3 (1979), 391–405.
- [51] L.S. Jacobsen. «Damping in composite structures». In: *2nd World Conference on Earthquake Engineering (Proc.)* Vol. 2. Tokio e Kioto, Giappone, 1960, pp. 1029–1044.
- [52] L.S. Jacobsen. «Effects of a Flexible First Story in a Building located on Vibrating Ground». In: *S.Timoshenko 60th Anniversary Volume*. 1938, pp.93–103.
- [53] L.S. Jacobsen. «Steady forced vibrations as influenced by damping». In: *Transactions ASME* 52 (1930), pp. 169–181.
- [54] J.M. Kelly. «Base Isolation: Linear Theory and Design». In: *Earthquake Spectra* 6.2 (1990), pp. 223–224.
- [55] M.J. Kowalsky, M.J.N. Priestley e G.A. MacRae. *Displacement-based design, a methodology for seismic design applied to single degree of freedom reinforced concrete structures*. Rapp. tecn. Report No. SSRP-94/16. Structural Systems Research, University of California, San Diego, La Jolla, California, 1994.
- [56] H. Krawinkler. *Advancing Performance-Based Earthquake Engineering*. 1999. URL: <http://peer.berkeley.edu/news/1999jan/advance.html>.
- [57] Consiglio Superiore dei Lavori Pubblici (C.S.LL.PP.) *Azioni sismiche - Spettri di risposta ver. 1.03*. Foglio di calcolo per la determinazione degli spettri di risposta rappresentativi delle componenti (orizzontali e verticale) delle azioni sismiche di progetto per il generico sito del territorio nazionale. URL: http://www.cslp.it/cslp/index.php?option=com_content&task=view&id=75&Itemid=20.

Bibliografia

- [58] M. Liu, S.A. Burns e Y.K. Wen. «Multiobjective optimization for performance-based seismic design of steel moment frame structures». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 34.3 (2004), pp. 289–306.
- [59] J.A. Mahaney, T.F. Paret, B.E. Kehoe e S.A. Freeman. «The capacity spectrum method for evaluating the structural response during the Loma Prieta earthquake». In: *National Earthquake Conference*. Memphis, 1993.
- [60] S.A. Mahin. *Earthquake Resistant Design - An Interactive Course in Earthquake Engineering*. URL: http://peer.berkeley.edu/course_modules/eqrd.
- [61] R.R. Martel. «The effects of Earthquakes on a Building with a Flexible First Story». In: *Bulletin of the Seismological Society of America* 19(3) (1929).
- [62] M.S. Medhekar e D.J.L. Kennedy. «Displacement-based seismic design of buildings - application». In: *Engineering Structures* 22 (2000), pp. 210–221.
- [63] M.S. Medhekar e D.J.L. Kennedy. «Displacement-based seismic design of buildings - theory». In: *Engineering Structures* 22 (2000), pp. 201–209.
- [64] M. Menegotto e P.E. Pinto. «Method of analysis for cyclically loaded R.C. plane frames including changes in geometry and non-elastic behaviour of elements under combined normal force and bending». In: *Symposium on the Resistance and Ultimate Deformability of Structures Acted on by Well Defined Repeated Loads*. International Association for Bridge e Structural Engineering. Zurich, Switzerland, 1973, pp. 15–22.
- [65] E. Miranda. «Reflections on the use of elastic or secant stiffness for seismic evaluation and design of structures». In: *First European Conference on Earthquake Engineering and Seismology (Proc.)* 1476. 2006.
- [66] E. Miranda e V.V. Bertero. «Evaluation of Strength Reduction Factors for Earthquake-Resistant Design». In: *Earthquake Spectra* 10(2) (1994), pp. 357–379.
- [67] L.A. Montejo e M.J. Kowalsky. *CUMBIA - Set of Codes for the Analysis of Reinforced Concrete Members*. Rapp. tecn. Report No. IS-07-01. Constructed Facilities Laboratory, 2007.
- [68] T.A. Morgan e S.A. Mahin. «Performance-Based Design of Seismic Isolated Buildings, Considering Multiple Performance Objectives». In: *International Journal of Smart Structures and Systems* 4.5 (2007), pp. 655–666.
- [69] Hejazi M. Mostaghel N. e J. Tanbakuchi. «Response of sliding structures to harmonic support motion». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 11 (1983), 355–366.
- [70] N. Mostaghel e J. Tanbakuchi. «Response of sliding structures to earthquake support motion». In: *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 11 (1983), 729–748.
- [71] N.M. Newmark e W.J. Hall. *Earthquake Spectra and Design*. Rapp. tecn. 103 pp. Oakland, USA: EERI Monograph, 1982.

Bibliografia

- [72] S. Otani. «Development of Performance-Based Design Methodology in Japan». In: *Proceedings of the International Workshop on Seismic Design Methodologies for the Next Generation of Codes*. A cura di Rotterdam A. A. Balkema. Bled, Slovenia, 1997, pp. 59–67.
- [73] S. Palladino. «Utilizzo di dispositivi isteretici per la progettazione di strutture in c.a.» Tesi di laurea. Università degli Studi di Bologna, 2011.
- [74] W.J. Palm III. *Matlab 7 per l'ingegneria e le scienze*. McGraw-Hill, 2005.
- [75] T. Paulay e M.J.N. Priestley. *Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings*. New York: John Wiley & Sons, 1992.
- [76] P. Pozzati e C. Ceccoli. *Teoria e tecnica delle strutture*. Vol. III - Sistemi di travi - Interpretazione del collasso, Parte prima - Travi metalliche. Si veda in particolare il cap. II riguardante il comportamento delle travi di materiale omogeneo in condizioni elastoplastiche. UTET, Torino, 1987.
- [77] M. Priestley. «Myths and Fallacies in Earthquake Engineering - Conflicts between Design and Reality». In: *Bulletin of New Zealand Society for Earthquake* 26(3) (1993), pp. 329–341.
- [78] M.J.N Priestley, G.M. Calvi e M.J. Kowalsky. *Displacement-Based Seismic Design of Structures*. Pavia: IUSS Press, 2007.
- [79] I. Ricci. «Progettazione sismica di tipo prestazionale di una struttura in acciaio». Tesi di laurea. Università degli Studi di Bologna, 2009.
- [80] T.T. Soong e G.F. Dargush. *Passive Dissipation Systems in Structural Engineering*. John Wiley & Sons, 1997.
- [81] Structural Engineers Association of California (SEAOC). *Recommended Lateral Force Requirements and Commentary*. 7th Edition. Sacramento, CA, USA: SEAOC, 1999.
- [82] Structural Engineers Association of California (SEAOC). *Vision 2000 - A Framework for Performance-based Design*. Sacramento, USA: California Office of Emergency Services (OES), 1995.
- [83] S.P. Timoshenko e J.N. Gere. *Theory of elastic stability*. McGraw-Hill, New York, 1961.
- [84] S.V. Tolis e E. Faccioli. «Displacement Design Spectra». In: *Journal of Earthquake Engineering* 3(1).Paper no.207 (1999), pp. 107–125.
- [85] T. Trombetti, S. Silvestri, G. Gasparini e I. Ricci. «Stiffness-Strength-Ductility-Design Approaches for Crescent Shaped Braces». In: *The Open Construction & Building Technology Journal* 3 (2009), pp. 127–140.
- [86] T. Trombetti, S. Silvestri, G. Gasparini, M. Righi e C. Ceccoli. «Correlations between the displacement response spectra and the parameters characterising the magnitude of the ground motion». In: *14th World Conference on Earthquake Engineering (Proc.)* Beijing, China, 2008.

Bibliografia

- [87] A.S. Veletsos e N.M. Newmark. «Effect of Yielding on the Behaviour of Simple Systems Subjected to Earthquake Motions». In: *Proceedings of the 2nd World Conference on Earthquake Engineering*. Tokyo, Japan, 1960, pp. 895–912.
- [88] E. Viola. *Fondamenti di dinamica delle strutture*. 2 voll. Pitagora Editrice Bologna, 2001.
- [89] Q. Xue. «A direct displacement-based seismic design procedure of inelastic structures». In: *Engineering Structures* 23(11) (2001), pp. 1453–1460.
- [90] Q. Xue e C.C. Chen. «Performance-based seismic design of structures: a direct displacement-based approach». In: *Engineering Structures* 25.14 (2003), pp. 1803–1813.