

ALMA MATER STUDIORUM- UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

DOTTORATO DI RICERCA IN
INGEGNERIA ENERGETICA, NUCLEARE E DEL CONTROLLO AMBIENTALE

CICLO XXIV

Settore Scientifico Disciplinare: ING-IND/10 FISICA TECNICA INDUSTRIALE
Settore Concorsuale di afferenza: 09/C2 FISICA TECNICA

Fluidodinamica biomedica computazionale del flusso
sanguigno in presenza di affezioni strumentali e/o
patologiche

Presentata da: Alessandra Conti

Coordinatore Dottorato
Chiar.mo Prof. Antonio Barletta

Relatore
Chiar.mo Prof. Enrico Lorenzini

Esame Finale Anno 2012

Indice

Capitolo 1	1
1.1 Il sistema cardiovascolare e le sue patologie.....	1
1.2 Il sangue: reologia e modelli reologici.....	2
1.3 Le arterie: reologia e modelli reologici.....	2
1.4 Interazione fluido-struttura (FSI) e compliance vascolare	3
Capitolo 2	5
2.1. Modellazione matematico-numerica del sistema arteria-sangue.....	5
2.2. Introduzione alle tipologie di approccio numerico al problema fluido-strutturale.....	5
2.3. ALE ed FSI nelle simulazioni 2D.....	6
2.4. Approccio semplificato per le simulazioni 3D	7
Capitolo 3	9
3.1. Introduzione.....	9
3.2. Modellazione del sangue.....	10
3.2. Modellazione delle arterie	11
3.3. Simulazioni 2D: condizioni al contorno	14
3.4. Simulazioni 3D: condizioni al contorno	15
3.6. Mesh.....	17
3.6.1. Domini bidimensionali	17
3.6.2. Domini tridimensionali.....	18
Capitolo 4	20
4.1. Presenza di catetere nell'arteria: Simulazioni 3D.....	20
4.1.1. Descrizione delle geometrie.....	20
4.1.2. Parametri di confronto dei risultati.....	21
4.1.3. Risultati.....	22
4.1.4. Analisi.....	34
4.2. Presenza di catetere nell'arteria: Simulazioni 2D	37
4.2.1. Descrizione delle geometrie.....	37
4.2.2. Parametri di confronto dei risultati.....	38
4.2.3. Risultati.....	40
4.1.1. Analisi.....	42
Capitolo 5	47
5.1. Presenza di stenosi nell'arteria: Simulazioni 2D	47

5.1.1.	Descrizione delle geometrie.....	47
5.1.2.	Parametri di confronto dei risultati.....	48
5.1.3.	Risultati.....	50
5.1.4.	Analisi.....	66
5.2.	Presenza di stenosi nell'arteria: Simulazioni 3D	75
5.2.1.	Descrizione delle geometrie.....	75
5.2.1.	Parametri di confronto dei risultati.....	76
5.2.1.	Risultati.....	77
5.2.2.	Analisi.....	97
Capitolo 6	100
	Conclusioni	100
6.1	Presenza del catetere nell'arteria: simulazioni 3D.....	100
6.2	Presenza del catetere nell'arteria: simulazioni 2D.....	101
6.3	Presenza di stenosi nell'arteria: simulazioni 2D.....	102
6.4	Presenza di stenosi nell'arteria: simulazioni 3D.....	103
Bibliografia	105
Appendice I	i
Capitolo I.1	i
I.1.1	Introduzione	i
I.1.2	Metodo e condizioni al contorno.....	ii
I.1.3	Risultati ed analisi	viii
I.1.3.1	Modello I: flusso termico co-sinusoidale secondo eq. (I.1.9).....	viii
I.1.3.2	Modello II: flusso termico secondo eq. (I.1.10).....	x
I.1.3.3	Modello I: flusso termico secondo eq. (I.1.11).....	xiv
I.1.4	Conclusioni	xv
Bibliografia	xvii
Appendice II	xxiii
Capitolo II.1	i
II.1.1	Introduzione	i
II.1.2	Metodo.....	i
II.1.3	Modellazione matematica del fenomeno dell'evaporazione in aria	ii
II.1.4	Parametri che influenzano l'evaporazione	iii
Capitolo II.2	iv
II.1.1	Modellazione dell' evaporazione in STAR-CCM+	iv

II.1.2	Proprietà fisiche	viii
II.1.3	Parametri di confronto dei risultati.....	ix
II.1.4	Coefficiente di diffusione e temperatura	x
Capitolo II.3	xii
II.3.1	Simulazioni parametriche: geometrie dei domini di calcolo e metodologia	xii
II.3.2	Analisi dei risultati	xiv
II.3.3	Effetto del coefficiente di diffusione: geometrie dei domini di calcolo e metodologia	xxii
II.3.4	Analisi dei risultati: casi con coefficiente di diffusione funzione della temperatura. ..	xxvi
II.3.5	Effetto dell'umidità relativa sull'evaporazione.....	xxvii
II.3.6	Effetto dell'umidità relativa sull'evaporazione: analisi dei risultati	xxviii
II.3.7	Conclusioni	xxx
Bibliografia	xxxiii

Indice delle Figure

Figura 1.1. Sezione di vaso arterioso.	4
Figura 2.1. Diagramma di flusso di lavoro delle simulazioni fluido-strutturali.	8
Figura 2.2. Diagramma di flusso di lavoro delle simulazioni “pseudo-FSI”.	8
Figura 3.1. Legge di pressione imposta sulla sezione di ingresso del vaso sanguigno.....	12
Figura 3.2. Condizioni al contorno meccaniche.	16
Figura 3.3. Condizioni fluidodinamiche per le arterie bidimensionali interessate dalla presenza di stenosi o catetere.....	16
Figura 3.4. Condizioni al contorno strutturali per le arterie stenotiche (3D).	18
Figura 4.1: Catetere non concentrico.	20
Figura 4.2: Catetere concentrico.....	21
Figura 4.3. Profili di velocità, casi non disturbati (diam. 4mm).....	22
Figura 4.4. Profili di velocità, casi non disturbati (diam. 6mm).....	23
Figura 4.5: Profili di Velocità per le diverse portate (Q1; Q2; Q3).....	30
Figura 4.6: Catetere non concentrico. Profili di Velocità per le diverse portate (Q1; Q2; Q3).....	32
Figura 4.7: Catetere concentrico. Profili di Velocità per le diverse portate (Q1; Q2; Q3)	33
Figura 4.8. Andamento dell'errore percentuale in funzione dell'inclinazione del catetere all'interno dell'arteria.....	36
Figura 4.9. Caso 4-Caso 5. Geometrie dei domini di calcolo.....	38
Figura 4.10. Caso 4. Profili di velocità assiale in funzione del tempo.....	43
Figura 4.11. Caso 4. Velocità minima (Ricircolo).....	44

Figura 4.12 Caso 5. Profili di velocità assiale in diverse sezioni trasversali (a t_1)	45
Figura 5.1. Caso 6-Caso 11. Geometrie dei domini di calcolo: esempi.....	53
Figure 5.2 . Caso 6. Profili di velocità assiale in funzione del tempo.....	58
Figura 5.3. Caso 6. Profili di velocità assiale in diverse sezioni trasversali (a t_1).....	59
Figura5.4. Caso 6. Dettaglio del ricircolo a valle della stenosi.	60
Figura 5.5. Caso 7. Velocità minima (Ricircolo).....	60
Figura 5.6. Caso 8. Profili di velocità assiale in funzione del tempo.	61
Figura 5.7. Caso 8. Velocità minima (Ricircolo).....	62
Figura 5.8. Caso 9. Dettaglio del ricircolo a valle della stenosi.	63
Figura 5.9. Caso 10. Profili di velocità assiale in funzione del tempo.....	63
Figura 5.10. Caso 11. Profili di velocità assiale in diverse sezioni trasversali (a t_2).....	64
Figura 5.11. Caso 11: Dettaglio del ricircolo.	65
Figura 5.12. Caso 11. Velocità minima (Ricircolo).....	65
Figura 5.13. Velocità minima (ricircolo) rilevata per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.....	70
Figura 5.14. Errore percentuale (eq. (5.1)) della minima velocità rilevata in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.	70
Figura 5.15. Velocità massima rilevata per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.	74
Figura 5.16. Errore percentuale (eq. (5.1)) della velocità massima rilevata in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.	74
Figura 5.17. Lunghezza di Disturbo rilevata a t_1 (a) e t_2 (b) (vedi Tabella 5.3) per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.	80
Figura 5.18. Errore percentuale (eq. (5.1)) della lunghezza di disturbo rilevata nell'istante t_1 (a) e nell'istante t_2 (b) in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria. .	81
Figura 5.19. Caso 12-Caso 25. Sezioni in mezzeria delle stenosi: esempi.	82
Figura 5.20. Caso 14. Profilo di velocità.....	85
Figura 5.21. Caso 17. Profili di velocità.	88
Figura 5.22. Caso 18. Profili di velocità.	89
Figura 5.23. Caso 21. Profili di velocità.	92
Figura 5.24. Caso 22. Profili di velocità.	93
Figura 5.25. Caso 25. Profili di velocità.	94
Figura 5.26. Massimo spostamento radiale per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.....	98

Figura 5.27. Scostamento percentuale (eq. (5.2)) del valore del massimo spostamento radiale rilevato in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.	99
Figura I.1.1. Modello I. Dominio di calcolo bidimensionale.	vi
Figura I.1.2. Modello II. Dominio di calcolo bidimensionale.	vi
Figura I.1.3. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b).....	ix
Figura I.1.4. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b).....	ix
Figura I.1.5. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b).....	xi
Figura I.1.6. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b).....	xi
Figura I.1.7. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b)(Casi I.13-I.36, Tabella I.1.1).....	xi
Figura I.1.8. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b)(Casi I.13-I.36, Tabella I.1.1).....	xii
Figura I.1.9. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (Casi I.37- I.42, Tabella I.1.2).....	xii
Figura I.1.10. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (Casi I.43- I.60, Tabella I.1.3).....	xii
Figura I.1.11. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e (b)(Casi I.37- I.42, Tabella I.1.3).....	xiii
Figura II.3.1. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del parametro velocità per $t = 4$ s.	xiv
Figura II.3.2. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: velocità iniziale della goccia).....	xv
Figura II.3.3. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: velocità iniziale della goccia).	xvi
Figura II.3.4. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del diametro di goccia per $t = 4$ s.	xvi
Figura II.3.5. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: diametro iniziale della goccia).	xvii
Figura II.3.6. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: diametro iniziale della goccia).	xvii
Figura II.3.7. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del parametro Coefficiente di diffusione per $t = 4$ s.	xviii

Figura II.3.8. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: coefficiente di diffusione).....	xix
Figura II.3.9. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: coefficiente di diffusione del vapore in aria).....	xx
Figura II.3.10. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del parametro Temperatura per t = 4 s.....	xx
Figura II.3.11. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: temperatura dell'aria).	xxi
Figura II.3.12. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: temperatura dell'aria).	xxii
Figura II.3.13. Andamento del rateo di evaporazione in funzione della temperatura (velocità goccia = 24.07 m s ⁻¹ , diametro 3 mm) per differenti valori del coefficiente di diffusione.	xxvi
Figura II.3.14. Andamento del rateo di evaporazione in funzione della temperatura (velocità goccia = 24.07 m s ⁻¹ , diametro 1 mm) per differenti valori del coefficiente di diffusione.	xxvii
Figura II.3.15. Andamento del rateo di evaporazione in funzione dell'umidità relativa dell'aria esterna.....	xxx

Indice delle Tabelle

Tabella 4.1: tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni di arterie con catetere concentrico e non concentrico.	36
Tabella 4.2: caratteristiche geometriche dei casi studiati.....	38
Tabella 4.3: localizzazione dei punti di rilevazione della velocità.	39
Tabella 4.4: tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni di arterie strumentate.....	42
Tabella 4.5: tabella dei risultati delle variazioni percentuali, rispetto ai “Basic Cases”, ottenuti dalle simulazioni di arterie strumentate.....	46
Tabella 5.1: Caso 6-Caso 11. Caratteristiche geometriche dei casi studiati.....	48
Tabella 5.2: Caso 6-Caso 11. Localizzazione dei punti di misura della velocità.	50
Tabella 5.3: Caso 6- Caso 11. Tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni di arterie affette da stenosi assialsimmetriche	68
Tabella 5.4:Caso 6-Caso 11. Tabella dei risultati delle variazioni percentuali, rispetto ai “Basic Cases”, ottenuti dalla simulazione di arterie affette da stenosi assialsimmetriche.....	69
Tabella 5.5: Caso 12-Caso 25. Caratteristiche geometriche delle arterie.	82
Tabella 5.6: Caso 12-Caso 25. Caratteristiche geometriche delle stenosi.	83
Tabella 5.7: Caso 12-Caso 25. Localizzazione dei punti di misura della velocità.	85

Tabella 5.8: Caso 12-Caso 25. Tabella dei risultati ottenuti dalla simulazione di arterie affette da stenosi eccentriche e sfalsate.	97
Tabella I.1.1. Caso I.1-Caso I.36. Prospetto dei casi studiati: geometria e condizioni al contorno (Modello I).....	vi
Tabella I.1.2. Caso I.37-Caso I.42. Prospetto dei casi studiati: geometria e condizioni al contorno (Modello II).	vi
Tabella I.1.3. Caso I.43-Caso I.60. Prospetto dei casi studiati: geometria e condizioni al contorno (Modello I).....	vii
Tabella II.3.1 Prospetto dei risultati delle simulazioni parametriche (a parità di tempo di simulazione e a parità di distanza percorsa dal punto di iniezione). Il simbolo (*) indica i casi ripetuti.	xii
Tabella II.3.2 Dimensioni geometriche dei domini di calcolo. Il simbolo (*) indica i casi ripetuti.	xiii
Tabella II.3.3. Dimensioni dei domini di calcolo.	xxiv
Tabella II.3.4. Prospetto dei risultati delle simulazioni con coefficiente di diffusione funzione della temperatura.	xxv
Tabella II.3.5. Prospetto dei risultati ottenuti con aria umida in percentuale variabile.	xxix
Tabella II.3.6. Dimensioni dei domini di calcolo.	xxix

Nomenclatura

Acronimi

ALE	Arbitrary Lagrangian Eulerian
DSD/SST	Deforming-Spatial Domain/Stabilized Space-Time method
FSI	Fluid Structure Interaction
“PSEUDO-FSI”	“Pseudo -Fluid Structure Interaction”
MRI	Magnetic Resonance Imaging
MR1 and MR2	Modelli iperelastici di Mooney-Rivlin

Simboli

Unità

A	Area	m^2
C_{10} e C_{01}	Costanti	Pa
C_i $i = 1, 2, 3$	Componenti del Tensore di Green-Lagrange	Pa
d	Lunghezza di disturbo	mm
D	Matrice di elasticità	Pa
E	Modulo di Young	Pa
F_t	Somma delle forze viscoso e di pressione	N
h_j $j=1, 2, 3$	Dimensione caratteristica elemento di mesh	m
I	Matrice di Identità	
I_n et $n = 1, 2, 3$	Invarianti di Piola- Kirchoff	Pa
\bar{I}_n et $n = 1, 2, 3$	Invarianti modificati di Piola- Kirchoff	Pa
J	Rapporto densità arteria (Iniziale vs Attuale)	
k	Modulo di Bulk	Pa
l	Lunghezza arteria	mm
\vec{n}	Direzione normale alla parete	
P_1	Punti di misura della velocità	
p_{min}	Pressione Minima	Pa
p_{max}	Pressione Massima	Pa
p_m	Pressione Media	Pa
q	Qualità della mesh	
\bar{Q}	Pressione media peseta (eq. 3.2)	Pa
Q	Portata Sanguigna	$ml\ min^{-1}$
r	Coordinata Radiale	
R	Raggio Arteria	mm
t	Tempo	s
t_R	Istante di Minima Velocità	s
t_1 and t_2	Istante di picco sistolico e successivo istante di massima lunghezza di disturbo	s
V	Velocità	$m\ s^{-1}$
$V_{R,max}$	Velocità Minima (Massima Velocità di Ricircolazione)	$m\ s^{-1}$
V_{max}	Velocità Massima	$m\ s^{-1}$
W	Funzione Densità di Energia di Deformazione	$J\ m^{-3}$

Lettere Greche

Unità

Δ	Differenza	
Δp	Differenza di Pressione Motrice	Pa
ε	Deformazione (eq. 3.6); Errore Percentuale (eq. 4.1)	
γ'	Gradiente di Deformazione	s^{-1}
η	Viscosità Apparente	Pa s
η_c	Viscosità di Casson	Pa s
λ	Gradiente di Deformazione	s^{-1}
ρ	Densità	$kg\ m^{-3}$
σ	Tensore di Deformazione	Pa
τ	Sforzo di Taglio	Pa
τ_0	Sforzo di Taglio	Pa
ψ	Errore percentuale (eq. 5.1)	

Pedici

01	Indice
10	Indice
d	Disturbato
i	Indice
j	Indice
l	Indice
m	Indice
max	Massimo
min	Minimo
nd	Non Disturbato
R	Ricircolazione

Appendice I

Simboli		Unità
c_p	Calore Specifico	$J\ kg^{-1}K^{-1}$
H	Altezza Canale	μm
H_h	Altezza Solido Riscaldante	μm

H_{hs}	Altezza Solido Disperdente	μm
L	Lunghezza Canale	μm
k	Conducibilità Termica	$\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$
P	Pressione (eq. I.1.14)	Pa
P_{ave}	Pressione Media (eq. I.1.13)	Pa
T	Temperatura	K
\bar{T}	Temperatura Media (eq. I.3.12)	K
V	Velocità	m s^{-1}

Lettere Greche

Unità

α	Rapporto lunghezza-altezza del microcanale	
Δ	Differenza	
μ	Viscosità	Pa s
ν	Frequenza	Hz
ρ	Densità	kg m^{-3}

Pedici

inlet	Ingresso
outlet	Uscita
max	Massimo

Appendice II

–

Simboli		Unità
v_p	Velocità della Goccia	ms^{-1}
A_p	Area della Goccia (sezione)	m^2
C_d	Coefficiente di Attrito	
p_{sat}	Pressione di Saturazione	Pa
p_{atm}	Pressione Atmosferica	Pa
F_d	Forza di Attrito	N
d_p	Diametro della Goccia	m
Nu_p	Numero di Nusselt	

Re_p	Numero di Reynolds	
Pr	Numero di Prandtl	
Sc	Numero di Schmidt	
m_0	Massa Iniziale Goccia	g
m_1	Massa Finale Goccia	g
t	Tempo	s
t^*	Tempo Adimensionale (eq. II. 2.13)	s
t_{max}	Tempo Massimo di Simulazione	s
D_{ab}	Coefficiente di Diffusione	$cm^2 s^{-1}$
T	Temperatura	K
T_0	Temperatura di Riferimento	K
T_{air}	Temperatura dell'Aria	K
T_{water}	Temperatura dell'Acqua	K

Lettere Greche

$\Delta m\%$	Rateo di evaporazione	
μ	Viscosità	Pa s
μ_0	Viscosità di Riferimento	Pa s
ρ	Densità	$kg m^{-3}$

Premessa

Il flusso sanguigno nel sistema cardiovascolare è un campo di ricerca molto investigato, essendo l'emodinamica legata allo studio di un fluido multifase (il sangue) che scorre in condotte (arterie e vene) dal comportamento meccanico non rigido. Fluendo nelle arterie, infatti, il sangue interagisce con esse, generando fenomeni di interazione fluido-struttura (FSI). Dalla fisiologia è inoltre noto che i condotti venosi ed arteriosi hanno forme geometriche piuttosto complesse, caratteristiche di ciascun individuo, le quali influenzano, insieme ad una serie di fattori quali l'età e lo stile di vita, l'insorgenza di malattie anche gravi dell'apparato circolatorio. Tali affezioni sono da ricondursi alla formazione di placche sclerotiche (aterosclerosi) di natura mista, che si accrescono creando ostruzioni ed irrigidimenti localizzati dei vasi sanguigni. Si intuisce quindi la necessità innanzitutto di diagnosticare il prima possibile l'eventuale presenza di questi depositi sclerotici. La diagnostica ha risposto a tale necessità con strumenti di misura della velocità del sangue nelle arterie: il catetere. Una delle tipologie di catetere più utilizzata è il catetere Doppler, strumento diagnostico invasivo per eccellenza, in riferimento alla quantificazione patologica dell'aterosclerosi. La presenza di tale strumentazione nel vaso sanguigno determina, però, un effetto di disturbo fluidodinamico non trascurabile sul medesimo flusso che dovrebbe misurare. Ecco perché il seguente studio esamina come ostacoli allo scorrere fisiologico del sangue nell'arteria, sia le stenosi sia il catetere Doppler. Quest'ultimo ha forma cilindrica, ed è inizialmente in posizione assialsimmetrica rispetto al vaso arterioso ([1]); sono inoltre considerate sia inclinazioni di 1° , 2° e 3° rispetto a questa posizione, sia casi con catetere nelle vicinanze della parete arteriosa, analizzando anche qui inclinazioni di 1° , 2° e 3° .

Le stenosi sono invece caratterizzate da forme irregolari ([2]), tuttavia riconducibili a semplici figure geometriche, quali trapezio, triangolo e semi-ellisse ([3]). Nel presente studio sono analizzate diversi tipi di stenosi:

- stenosi assialsimmetriche trapezoidali, triangolari e semi-ellittiche, considerando due percentuali di occlusione, in relazione all'area della sezione trasversale dell'arteria, pari al 64% e 84%, valori che fungono da indicatori della severità della stenosi stessa. Tali percentuali sono calcolate rapportando la differenza tra l'area (interna) della sezione del vaso libero dalla stenosi e l'area (interna) della sezione del vaso in presenza della stenosi, con l'area (interna) della sezione del vaso sano.
- stenosi sfalsate di varia forma e severità, variabile da un minimo del 36% ad un massimo del 84%. Tali percentuali sono calcolate rapportando la differenza tra l'area (interna) della sezione

del vaso libero dalla stenosi e l'area (interna) della sezione del vaso in presenza della stenosi, con l'area (interna) della sezione del vaso sano.

Le arterie sono modellate come vasi sanguigni cilindrici, aventi pareti rigide, o elastiche ovvero iperelastiche. Uno degli scopi del presente lavoro è infatti quello di comparare tali modelli reologici in riferimento all'emodinamica arteriosa, al fine di poter valutare se ed in quali condizioni una maggior complessità modellistica possa essere giustificata da una accuratezza del risultato notevolmente differente. Ciò in riferimento a velocità massima, minima, presenza e posizione delle zone di ricircolo, ovvero di tutti quei parametri che configurano il sistema reale alla luce delle affezioni patologiche o strumentali. Le simulazioni sono state condotte con metodologia numerica, utilizzando un codice CFD agli elementi finiti (COMSOL Multiphysics), in grado di associare le soluzioni del problema strutturale e fluidodinamico.

Data la complessità ed il notevole impegno di risorse hardware richieste dalla soluzione delle equazioni dovuta all'interazione fluido-struttura, si sono inizialmente simulati casi bidimensionali di stenosi assialsimmetriche. Passando successivamente all'analisi tridimensionale, il primo passo è stato quello di simulare e quantificare il disturbo sulla corrente ematica dovuta alla presenza del catetere Doppler, adottando la semplificazione di pareti arteriose infinitamente rigide. In ultimo si sono simulati casi di arterie stenotiche introducendo per tener conto dell'interazione fluido-struttura (FSI), un procedimento, denominato "pseudo-FSI" (che disaccoppia il problema) fornendo un primo approccio al problema tridimensionale. Nota la distribuzione di pressione, ricavata da un caso (per ogni geometria) con pareti rigide ("Basic Case"), si sono effettuate delle simulazioni meccanico-strutturali, con il codice CFD COMSOL Multiphysics vers. 3.4, adottando per le arterie i tre modelli reologici: uno elastico (Hooke) e due iperelastici (Mooney-Rivlin), al fine di ricavare un dato di stima delle deformazioni subite dal vaso stenotico.

Le quantità fisiche analizzate, ai fini della discussione dei risultati, sono la velocità massima di ricircolazione, la lunghezza di disturbo e la massima deformazione radiale subita dal vaso: tali quantità risultano essere dipendenti dalla geometria della stenosi, e quindi dalla tipologia della luce di passaggio, dalla severità e dalla interdistanza tra le stenosi (nel caso di lesioni patologiche sfalsate).

Le due appendici finali costituiscono un'estensione della ricerca oggetto della tesi. I codici CFD sono applicati a due casi particolari: la trasmissione del calore in microcanali e l'evaporazione di gocce d'acqua in sistemi non confinati. Lo studio della fluidodinamica nei microcanali attraverso i codici CFD è in effetti analogo allo studio del flusso sanguigno nei capillari; così come l'approccio Euleriano-Lagrangiano utilizzato per le simulazioni dell'evaporazione di gocce d'acqua, costituisce

un metodo di schematizzazione della natura mista (fluida e corpuscolare) del sangue. La parte inerente ai microcanali analizza il transitorio che si genera a seguito dell'applicazione di un flusso termico variabile nel tempo su una parete del microcanale variando la velocità in ingresso e le dimensioni del microcanale stesso. Le simulazioni sono realizzate in domini bidimensionali. Lo studio dell'evaporazione di gocce d'acqua è un'analisi parametrica in 3D del fenomeno evaporativo, in cui è analizzato il peso del singolo parametro (temperatura esterna, diametro iniziale della goccia, umidità relativa dell'aria, velocità iniziale della goccia, coefficiente di diffusione) sulla fisica del problema, al fine di individuare il parametro da cui l'evaporazione dipende maggiormente.

Analisi matematico-numerica del flusso sanguigno
in presenza di affezioni strumentali o patologie
aterosclerotiche.

Capitolo 1

1.1 Il sistema cardiovascolare e le sue patologie

Il sistema circolatorio è fluidodinamicamente un circuito chiuso, i cui componenti principali sono il cuore, le arterie e le vene. Il cuore ha la funzione di pompaggio del sangue ossigenato, che le arterie convogliano verso la periferia, e quindi ritorna al cuore attraverso le vene. Nel sistema sanguifero possiamo distinguere due circuiti fondamentali, ognuno deputato ad uno specifico compito: il circolo sistemico, attraverso il quale il sangue ossigenato viene distribuito ai tessuti del corpo, ed il circolo polmonare, il cui compito è quello di permettere la trasformazione del sangue venoso in arterioso, grazie all'ossigenazione che avviene a livello degli alveoli polmonari.

Le arterie hanno diametri diversi, in funzione dello specifico compito assolto. Le arterie di grande diametro (10-30 mm) assicurano una sufficiente portata di sangue dal cuore verso la periferia. La caratteristica principale delle arterie di grande diametro risiede nella loro capacità di deformazione sotto la spinta della pressione sanguigna: tale deformazione determina un mutuo scambio di energia tra flusso ematico e parete arteriosa, generando il fenomeno dell'interazione fluido-struttura. Le arterie di diametro inferiore (0.2-1 mm) sono caratterizzate da una consistente ramificazione, essendo deputate alla distribuzione a livello locale. I capillari (5-30 μm) costituiscono infine la parte terminale del sistema circolatorio arterioso, e sono deputate allo scambio di ossigeno con i tessuti per via osmotica.

Il sangue non è solo vettore di ossigeno, ma anche di tutte le sostanze prodotte ed assorbite dal corpo umano. Il sangue è un fluido multifase, formato da una parte liquida, il plasma, ed una parte corpuscolare costituita da globuli bianchi, piastrine e globuli rossi. L'eccesso di alcune sostanze nel sangue, quali ad esempio i grassi, sono alla base delle patologie aterosclerotiche, che consistono in un deposito statico localizzato, sulla parete dell'arteria, di materiale di diversa possibile natura (ematica, grassosa, mista) ([3], [4]). Nei paesi europei tali patologie sono responsabili di circa il 50% delle morti ([5], [6], [7], [8], [9] [10]). Ciò chiarisce perché la fluidodinamica del sangue e gli studi reologici correlati sono stati temi ampiamente dibattuti negli ultimi decenni, soprattutto al fine di definire i meccanismi di formazione delle patologie ostruttive cardiovascolari ([11], [12], [13]). Le stenosi infatti alterano il campo emo-fluidodinamico fisiologico, con effetti di natura circolatoria (ricircolazioni, accelerazioni) e strutturale (tensioni-deformazioni sulle pareti dell'arteria). Diversi studi, quali ad esempio ([14]), hanno dimostrato la dipendenza della crescita della lesione

Capitolo 1

aterosclerotica dalla geometria del vaso sanguigno, e da vari altri fattori emodinamici ([12], [15], [16], [17], [18], [19], [20]) quali lo sforzo di taglio.

1.2 Il sangue: reologia e modelli reologici

Il sangue è un sistema dalla duplice natura di emulsione e sospensione. La sua natura multifase è stata oggetto di studio da parte di molti autori, quali Fung ([20], [21], [22], [23]). Il sangue è formato da particelle solide (globuli bianchi, globuli rossi e piastrine) in sospensione in un fluido acquoso (plasma) nel quale sono disciolte le proteine e le molecole che circolano nel corpo. Proprio a causa di questa sua natura multifase, il sangue intero, ovvero l'insieme di plasma e particelle solide, presenta delle proprietà non-Newtoniane ([18]). La modellazione matematica del fluido ematico, quindi presenta delle criticità, nel momento in cui si approccia uno studio sul comportamento del flusso sanguigno nel sistema circolatorio. La ricerca della miglior descrizione matematica del comportamento del sangue ha determinato nel corso dei decenni tutta una serie di studi e campagne di sperimentazione i cui risultati hanno condotto alla messa a punto di diverse equazioni costitutive. Negli studi fluidodinamici sul flusso ematico, data la difficoltà di una descrizione matematica esaustiva, il sangue è stato modellato come fluido non-Newtoniano, utilizzando ad esempio il modello proposto da Casson ([24]); oppure come fluido cassoniano modificato, adottando un'equazione per la viscosità elaborata da Gonzales e Moraga ([3], [25]); o ancora come fluido a legge di potenza ([26], [27], [28], [29]); fluido di Bingham ([30]); o fluido di Herschel-Bulkley ([31]). Altri studi hanno invece considerato il sangue come fluido Newtoniano ([32], [33], [34], [35], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [44]). Come integrazione di questi approcci, la letteratura scientifica tematica riporta svariate analisi comparative tra “sangue Newtoniano” e “sangue non-Newtoniano” ([45], [46], [47], [48], [49]). In particolare i lavori di Lorenzini ([48], [49]) suggeriscono che il modello cassoniano è quello che si adatta meglio a descrivere il complesso stato di aggregazione del sangue.

1.3 Le arterie: reologia e modelli reologici

I vasi sanguigni sono solidi deformabili, costituiti da una serie di strati concentrici. Le pareti delle arterie presentano una composizione comune, anche se la proporzione dei diversi costituenti nelle

Capitolo 1

diverse parti del sistema circolatorio varia. I costituenti fondamentali delle arterie, e dei vasi sanguigni in generale, sono il collagene, l'elastina e le cellule di muscolo liscio.

Nelle arterie si distinguono tre strati: intima, media ed adventitia. L'intima comprende lo strato monocellulare dell'endotelio, posto a diretto contatto con il sangue. Questo strato endoteliale è piuttosto fragile, ed ha una grande capacità di rigenerarsi. L'endotelio è circondato da un ulteriore strato (sub-endotelio) caratterizzato dalla presenza di fibroblasti e collagene. Quest'ultimo è un materiale elastico, ed è il primo costituente fondamentale della parete dei vasi sanguigni. La tunica intima confina con la media attraverso un sottile strato di fibre elastiche, detto lamina elastica interna, ed è particolarmente sviluppato nelle arterie di diametro più piccolo. La tunica media costituisce generalmente lo strato più spesso della parete vasale, ed è inoltre caratterizzata da una grande variabilità nella sua composizione percentuale di elastina e muscolo liscio: tale fatto costituisce la giustificazione della classificazione delle arterie in "elastiche" e "muscolari" ([22]). Nella media le cellule di muscolo liscio sono organizzate in strutture lamellari, che tendono a divenire spiraliformi procedendo verso la periferia del sistema circolatorio. L'elemento di separazione tra la media e l'adventitia è costituito dalla lamina elastica esterna. La tunica adventitia è prevalentemente formata da tessuto connettivo, al cui interno sono presenti fibre sparse di elastina e collagene: dal punto di vista meccanico è quella di minor importanza. I confini dell'adventitia sono piuttosto incerti, in virtù della sua interconnessione con le cellule del tessuto circostante ([22]). La composizione microscopica della specifica arteria dipende dalla sua appartenenza al circolo sistemico o polmonare, e dal suo specifico compito ([22]). Negli ultimi decenni sono state proposte diverse equazioni costitutive per descriverne il comportamento meccanico ([50], [51], [52], [53]). Lo studio qui presentato modella le arterie, sede dei flussi in esame, come solidi rigidi (Basic Case) ([1]), oppure come corpi elastici ([13], [54], [55]), oppure ancora come solidi iperelastici ([54]), adottando in quest'ultimo caso due differenti modelli descrittivi denominati Mooney-Rivlin1 ([56]) (in seguito indicato come MR1) e Mooney-Rivlin2 ([57]) (in seguito indicato come MR2).

1.4 Interazione fluido-struttura (FSI) e compliance vascolare

Lo studio del flusso ematico nelle arterie, ed in generale nei vasi sanguigni, è piuttosto complesso, non solo per la natura multifase del sangue, ma anche per la caratteristica deformabilità dei vasi sanguigni sede dei flussi. Essendo infatti dei solidi deformabili, l'onda di pressione originata dal pompaggio del sangue dal cuore, si propaga all'interno del sistema circolatorio in maniera

Capitolo 1

differente, a seconda della risposta meccanica dei vasi a tale impulso pressorio. Le arterie al passaggio dell'onda pressoria si deformano, espandendosi e contraendosi successivamente, generando il fenomeno della compliance vascolare. In sostanza si ha una stretta correlazione tra intensità dell'onda di pressione e risposta meccanica dell'arteria, che si influenzano reciprocamente. Tale circostanza determina la necessità di risolvere le equazioni della fluidodinamica e della meccanica in modo accoppiato. Non si può infatti prescindere dalla risoluzione simultanea delle equazioni, a meno della perdita del feedback meccanico sulla fluidodinamica e viceversa. Il problema dell'introduzione del fenomeno di compliance vascolare, ovvero dell'interazione fluido-struttura, comporta un elevato costo computazionale, quindi, al fine di ottimizzare i tempi di esecuzione del calcolo, si possono adottare, come è stato fatto nel presente lavoro, delle ipotesi semplificative coerenti col fenomeno in studio, in grado di dare l'ordine di grandezza della variazione dei parametri studiati, e di quantificare in ultima analisi l'entità del disturbo prodotto dalla strumentazione (catetere Doppler) o dalla patologia (stenosi), al fine di ricavare delle utili indicazioni per ulteriori studi.

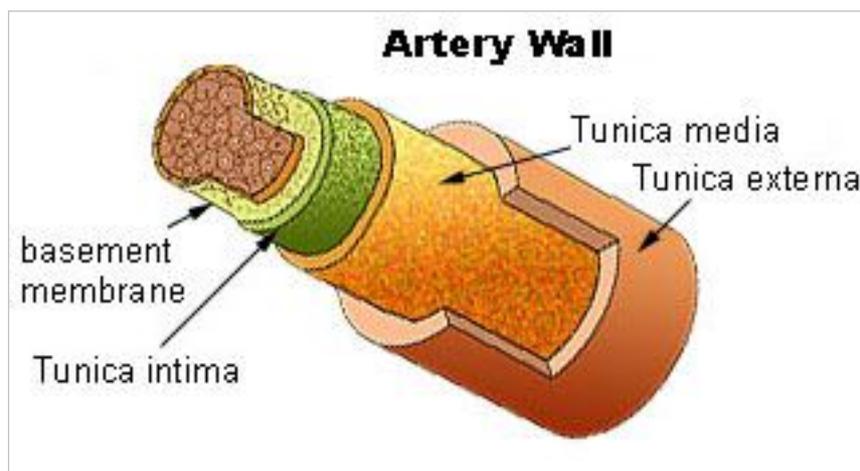


Figura 1.1. Sezione di vaso arterioso.

Capitolo 2

2.1. Modellazione matematico-numerica del sistema arteria-sangue

Al fine di poter realizzare le simulazioni occorre determinare per via matematica le caratteristiche fluidodinamiche e meccaniche del sistema arteria-sangue. Come citato in un paragrafo precedente (vedi paragrafo 1.2), numerosi autori si sono cimentati nella ricerca delle equazioni atte a descrivere nel miglior modo possibile le proprietà reologiche sia del sangue sia delle arterie.

Lo studio qui presentato, dopo un attento studio della letteratura scientifica sulle equazioni costitutive di arterie e sangue, modella il sangue come fluido di Casson, adottando un'equazione modificata da Gonzales & Moraga ([25]), mentre le arterie sono considerate rispettivamente rigide, elastiche, secondo il modello di Hooke, ovvero iperelastiche secondo due diversi modelli, MR1 ed MR2 (vedi paragrafo 1.3), proposti rispettivamente da ([56]) e ([57]).

2.2. Introduzione alle tipologie di approccio numerico al problema fluido-strutturale

A causa della compliance vascolare è necessario tenere in considerazione l'interazione fluido-strutturale, quindi il comportamento non rigido delle arterie ([44]). La soluzione delle equazioni è ovviamente più complessa, ed alcuni autori hanno perciò analizzato problemi di interazione fluido-struttura (FSI), proponendo metodi di soluzione numerica basati sulla formulazione del metodo di deforming-spatial domain/stabilized space-time (DSD/SST) esposte in ([58], [59], [60], [61], [62], [63], [64], [65]). Tale metodologia, la mesh si muove con velocità soluzione di un sistema di equazioni di elasticità lineare. Il sistema di equazioni implicite dello schema di discretizzazione che ne risulta sono risolte adottando delle specifiche matrici di condizionamento. Il metodo di preconditionamento adottato è molto simile ai metodi multi-grid, rispetto a quali si differenzia in quanto il metodo DSD/SST prevede un remeshing solo quando e dove esso sia necessario, riducendo il costo computazionale. Nel presente lavoro, tuttavia, usare la metodologia ALE (Arbitrary Lagrangian Eulerian), descritta nel seguito, piuttosto che DSD/SST, risulta sufficientemente accurato dal punto di vista di risoluzione dell'interfaccia solido-fluido e, data la semplicità delle geometrie analizzate, non gravoso dal punto di vista computazionale.

2.3. ALE ed FSI nelle simulazioni 2D

Le simulazioni fluidodinamiche descrivono il continuum da due punti di vista: Euleriano, in cui l'osservatore è fisso in un punto, e Lagrangiano, in cui l'osservatore si muove con il punto materiale. Una descrizione mista del moto è la cosiddetta "Arbitrary Lagrangian Eulerian" (ALE). La metodologia ALE combina le due descrizioni cinematiche del moto tentando di minimizzare il più possibile i loro difetti. Nella descrizione lagrangiana infatti il nodo della mesh segue il punto materiale: il suo limite consiste nell'eventualità di domini con mesh molto distorte, che debbono essere evitate al fine di ottenere risultati congruenti con la fisica del problema. Per ovviare alle eccessive distorsioni della griglia di calcolo si ricorre ad un frequente re-meshing del dominio, aggravando così il costo computazionale. L'algoritmo euleriano invece adotta una mesh fissa, non si hanno quindi distorsioni della griglia. Il difetto di una descrizione euleriana del moto consiste nella non ottimale definizione delle interfacce fluido-fluido o fluido-solido e della risoluzione meno dettagliata del flusso, rispetto ad un algoritmo lagrangiano, soprattutto se si studiano parti mobili, come nel caso delle arterie soggette a flusso sanguigno.

Nella descrizione ALE i nodi della mesh possono muoversi con la particella (caso lagrangiano), oppure possono mantenersi fissi (caso euleriano) oppure possono muoversi in modo arbitrario. In tal maniera con ALE si evitano elevate distorsioni della griglia di discretizzazione garantendo la risoluzione delle interfacce fluido-fluido o fluido-solido. Utili considerazioni comparative tra metodo Lagrangiano, Euleriano ed ALE si possono trovare in ([66]).

L'approccio FSI utilizza la formulazione ALE per studiare la mutua influenza tra la corrente fluida e le deformazioni del dominio solido ([67], [68]). La griglia di calcolo secondo ALE è mobile, quindi la dimensione del problema fluido-strutturale è maggiore rispetto ad una semplice simulazione fluidodinamica: la dimensione del problema fisico è infatti di due ordini di grandezza superiore rispetto alla semplice simulazione fluidodinamica condotta con pareti dei vasi infinitamente rigide ([69]).

Il modello si divide in due parti: il fluido segue le leggi di Navier-Stokes, il solido le equazioni della meccanica ([57]).

Il diagramma di flusso delle simulazioni FSI si compone di:

1. generazione della griglia indeformata per i domini solido e fluido;
2. soluzione delle equazioni di Navier-Stokes e determinazione del carico di pressione agente sulle pareti solide;
3. calcolo della deformazione strutturale (sotto il carico del punto 2);

Capitolo 2

4. update della griglia;
5. reiterazione della sequenza a partire dal punto 2.

Il diagramma del flusso di lavoro è riportato in Figura 2.1.

2.4. Approccio semplificato per le simulazioni 3D

Lo studio in tre dimensioni effettuato sulle arterie strumentate e stenotiche si distingue in due diversi approcci: Nel caso delle arterie interessate dalla presenza del catetere la semplificazione introdotta riguarda l'ipotesi di pareti infinitamente rigide del vaso e di un flusso sanguigno indipendente dal tempo, in quanto si sono adottati tre valori tipici di portata sanguigna (massima, media e minima).

Per i casi con arterie stenotiche, la semplificazione introdotta è inerente all'adozione della procedura qui denominata “pseudo FSI” (Figure 2.2). Nell'approccio “pseudo-FSI” il campo di moto ematico è simulato inizialmente in vasi con pareti infinitamente rigide, e chiamati nel seguito “Basic Cases”, così da ricavare i campi di pressione e di velocità da sottoporre, successivamente, in input per l'analisi meccanico-strutturale, che mira a determinare la deformazione radiale del vaso (ovvero lo spostamento dalla posizione iniziale rigida). La semplificazione introdotta dall'approccio “pseudo-FSI” è riconoscibile nel disaccoppiamento delle soluzioni delle equazioni fluidodinamiche e strutturali. La perdita del feedback meccanico-strutturale, tuttavia non inficia i risultati ottenuti, nell'ottica, ovviamente di un primo approccio al problema fluido-strutturale tridimensionale. L'intento è infatti quello di ricavare un ordine di grandezza delle deformazioni; ed in tal senso è accettabile il disaccoppiamento del problema fluidodinamico (campo di pressione e velocità) e strutturale (deformazione sotto l'azione del carico di pressione), ovvero la perdita del feedback della risposta strutturale al campo ematico.

Capitolo 2

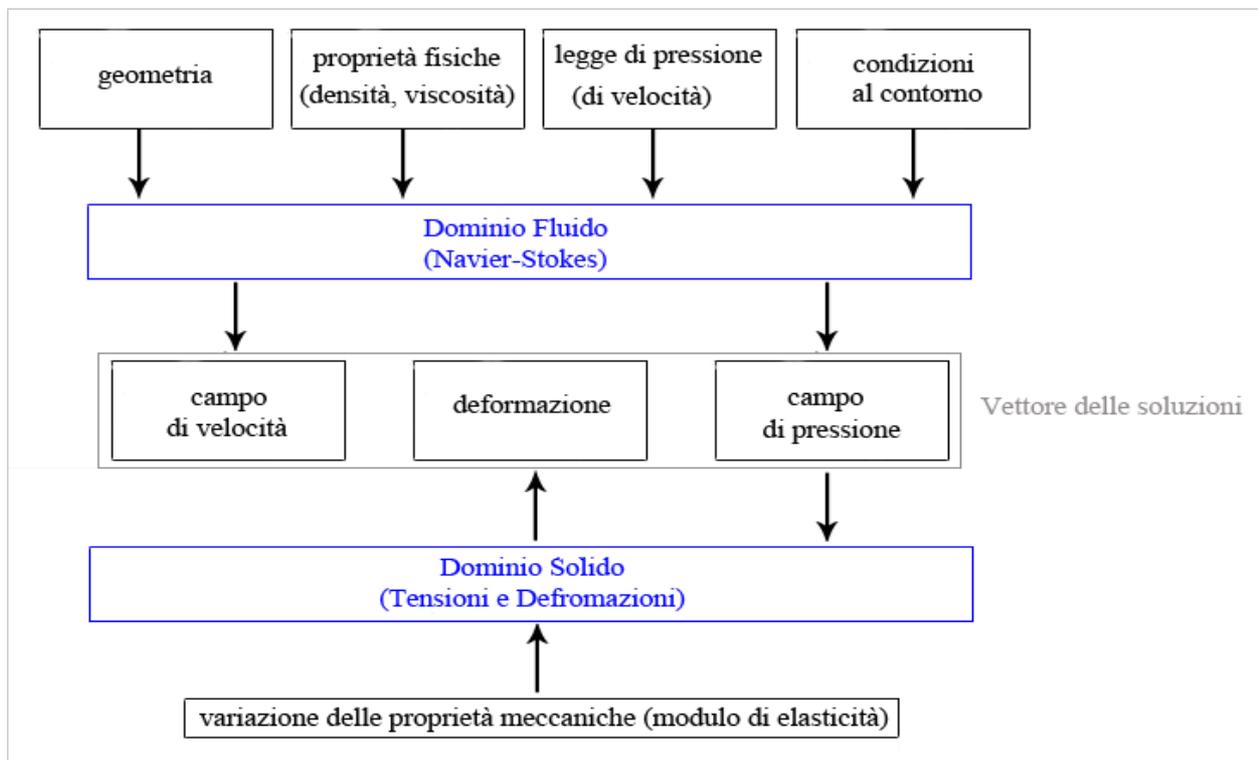


Figura 2.1. Diagramma di flusso di lavoro delle simulazioni fluido-strutturali.

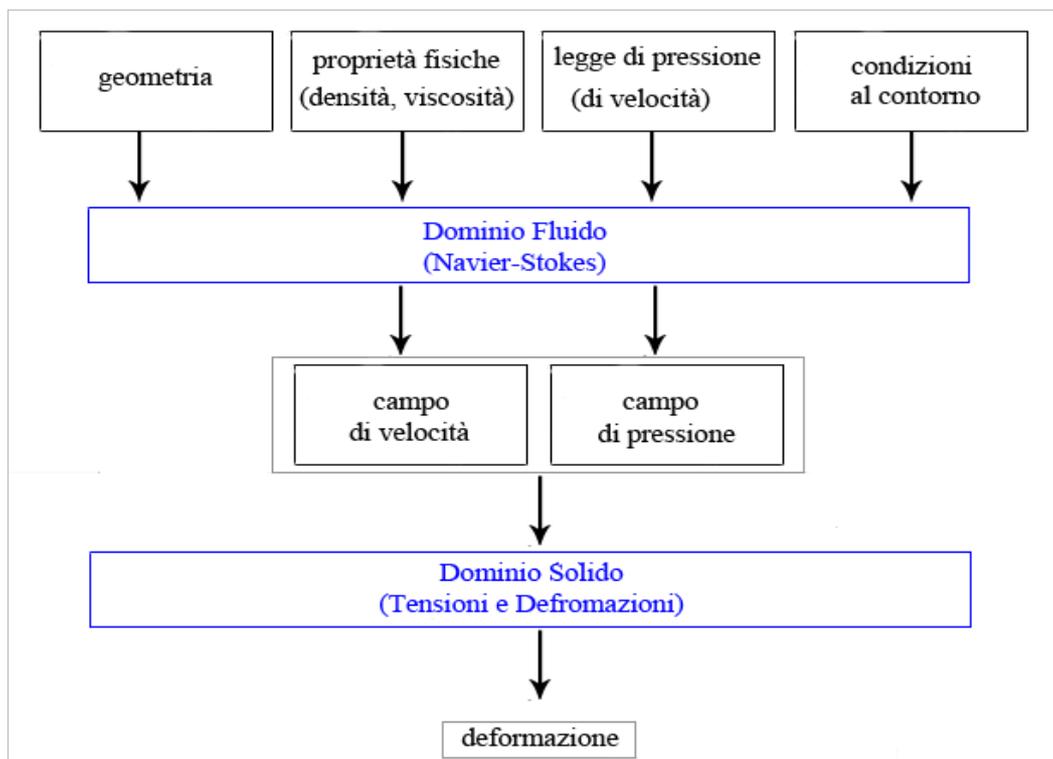


Figura 2.2. Diagramma di flusso di lavoro delle simulazioni "pseudo-FSI".

Capitolo 3

3.1. Introduzione

I vasi sanguigni hanno composizione estremamente variabile lungo i vari tratti del sistema circolatorio e il loro comportamento meccanico risulta relazionato ai contenuti percentuali di elastina e di collagene oltre che all'età e ad una moltitudine di altri fattori ([22], [70], [71], [72], [73]). Sotto questo punto di vista, non esiste in letteratura un unico modello reologico capace di descrivere al meglio tutte le tipologie dei vasi e risulta dunque di volta in volta cruciale la scelta del modello più adatto per la caratterizzazione del particolare tratto di arteria che si intende studiare. L'ipotesi di pareti rigide è infatti un'approssimazione, in quanto i dati clinici evidenziano un comportamento meccanico delle arterie che si discosta da vasi con pareti rigide, soprattutto per i grandi diametri ([74]). L'ipotesi di parete rigida è congruente solo con i vasi di piccolo diametro ([21], [22], [75], [76]). Abbandonando l'ipotesi di rigidità delle arterie di grande diametro, che comporta sottostima della velocità ([77], [78]), vari autori hanno adottato modelli elastici ([13], [44], [55]), viscoelastici o iperelastici ([44] [56], [57], [79]) per la descrizione meccanica delle arterie.

Per quanto concerne lo studio qui presentato, le arterie sono state schematizzate sia come solidi elastici sia come corpi dal comportamento meccanico iperelastico, secondo le formulazioni proposte da Chen ([56]) e da Tang ([57]).

Come per le arterie, anche il sangue è di difficile modellazione dal punto di vista matematico, data la sua natura multifasica. Nella letteratura specialistica è possibile trovare molti studi sulle proprietà reologiche del sangue e sulle sue possibili equazioni costitutive ([3], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31], [32], [33], [34], [35], [36], [37], [38], [39], [40], [41], [42], [43], [44]). Come integrazione di questi approcci, svariati autori hanno condotto analisi comparative tra "sangue Newtoniano" e "sangue non-Newtoniano", per evidenziarne le differenze ([45], [46], [47], [48], [49]). In particolare i lavori di ([48], [49]) suggeriscono che il modello cassoniano e cassoniano modificato, secondo l'equazione proposta da ([25]), è quello che si adatta meglio a descrivere il complesso stato di aggregazione del sangue. Per tale ragione nel presente lavoro si è adottata la formulazione di fluido cassoniano modificato.

Capitolo 3

3.2. Modellazione del sangue

Nella presente ricerca il sangue è un fluido non-Newtoniano, per cui si è adottata la seguente formula per il calcolo della viscosità:

$$\eta = \left(\sqrt{\eta_c} + \frac{\sqrt{\tau_0}}{\sqrt{\lambda} + \sqrt{\gamma'}} \right)^2 \quad (3.1)$$

Ove τ_0 [Pa] è la tensione di snervamento; η_c [Pa s] è la viscosità calcolata secondo l'equazione di Casson; γ' [s^{-1}] è il gradiente di deformazione; ed infine λ [s^{-1}] è una costante che limita la viscosità per $\gamma' \rightarrow 0$. I valori di tali grandezze sono stati determinati sperimentalmente ([25]), e sono pari a: $\eta_c=0.004$ [Pa s]; $\tau_0=0.021$ [Pa] e $\lambda=11.5$ [s^{-1}].

La densità del sangue è costante e pari a 1055 [$kg\ m^{-3}$].

Il flusso sanguigno è pulsatile, e per tener conto di ciò si sono adottati due metodi.

Nelle simulazioni in 3D di arterie cateterizzate si sono considerati tre valori (massimo, medio e minimo) della portata sanguigna nell'arteria, reperiti in letteratura ([33], [37], [80]). Tali valori sono denominati nel seguito come Q1, Q2, Q3, e corrispondono rispettivamente alle portate di 20 [$ml\ min^{-1}$]; 135 [$ml\ min^{-1}$]; 250 [$ml\ min^{-1}$]. Il moto del sangue è laminare ed in regime stazionario.

Nelle simulazioni di arterie cateterizzate in geometria bidimensionale e di arterie stenotiche (sia in 2D sia in 3D), per tener conto della natura pulsatile del flusso sanguigno si è implementata una legge di variazione della pressione ematica (pressione motrice) funzione del tempo (t [s]), costituita dalla somma di gaussiane pesate con esponenti negativi per far sì che all'istante iniziale la differenza di pressione motrice sia nulla (fluido in quiete) e facilitare così la convergenza del calcolo da parte del codice:

$$\Delta p(t) = \bar{Q} \cdot (1 - e^{-5t})^2 \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q} = & p_{\min} + p_{\max} \cdot e^{-400(t-0,6)^2} + p_m e^{-100(t-0,8)^2} + p_{\max} e^{-400(t-1,5)^2} + \\ & + p_m \cdot e^{-100(t-1,8)^2} + p_{\max} e^{-400(t-2,4)^2} + p_m e^{-100(t-2,6)^2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

Le costanti p_{\min} , p_{\max} e p_m valgono rispettivamente 10 [mmHg], 850 [mmHg] e 100 [mmHg] ([81], [82]). Tale legge è caratterizzata da un periodo di 0.9 [s] e sono ben distinguibili la fasi sistolica e

Capitolo 3

diastolica (Figura 3.1). Nel Caso 5 (Tabella 4.4) le costanti p_{\min} , p_{\max} e p_m valgono rispettivamente 10 [mmHg], 700 [mmHg] e 80 [mmHg] ([81], [82]), in quanto si fa riferimento ad arterie di piccolo diametro, interessate da un flusso sanguigno ridotto.

La legge sopra introdotta è settata sulla sezione di ingresso, mentre sulla sezione d'uscita del dominio fluido si è settata la condizione di pressione costante pari a zero.

La pressione motrice in ingresso (eq. 3.2) è legata alla velocità dalla seguente relazione, che descrive un profilo di velocità caratteristico del moto laminare:

$$v(r) = \frac{1}{4\pi \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p(t) \cdot (R^2 - r^2) \quad (3.4)$$

con r [m] coordinata radiale, R [m] raggio del vaso, $\Delta p(t)$ differenza di pressione motrice (tra ingresso ed uscita), η viscosità del fluido ed l [m] lunghezza del condotto arterioso.

3.2. Modellazione delle arterie

La modellazione delle arterie è effettuata adottando l'ipotesi di pareti infinitamente rigide, ovvero pareti elastiche, ovvero iperelastiche (utilizzando i già citati modelli MR1 ed MR2, paragrafo 1.3).

Per quanto concerne le arterie elastiche si ha che il tensore della tensione è proporzionale al tensore dello sforzo secondo la legge di Hooke:

$$\sigma = D \varepsilon \quad (3.5)$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{bmatrix} \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Capitolo 3

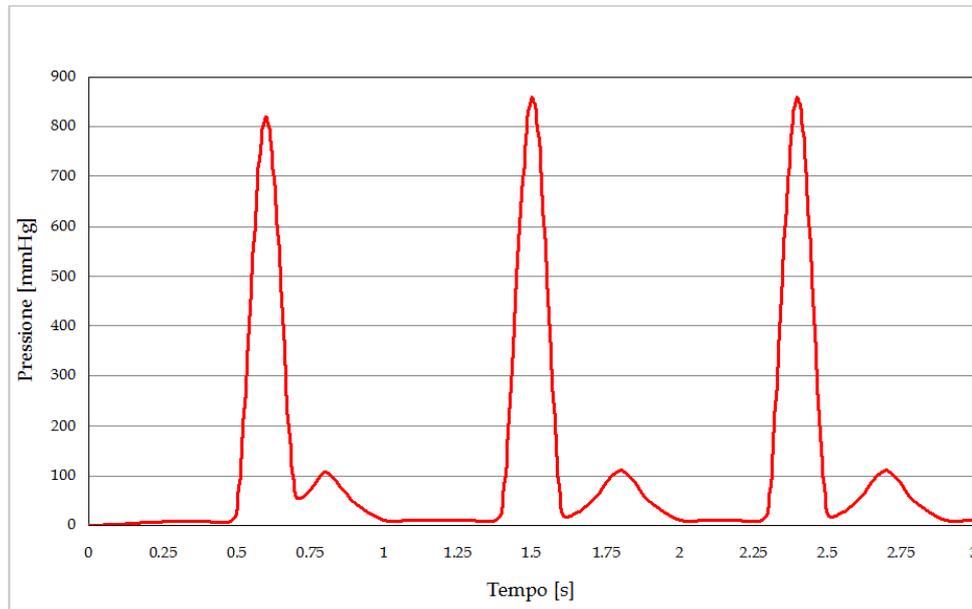


Figura 3.1. Legge di pressione imposta sulla sezione di ingresso del vaso sanguigno ([112], [113]).

$$D = \frac{E}{(1+\nu) \cdot (1-2\nu)} \cdot \begin{bmatrix} 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{\nu} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{\nu} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{\nu} \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

ove \mathbf{D} è la matrice di elasticità, E è il modulo di Young, ν è il coefficiente di Poisson ([83], [84]).

Nel presente studio sono stati adottati i seguenti valori come proposto in ([13], [65]):

- ✓ $\rho = 960 \text{ [kg m}^{-3}\text{]}$ (densità)
- ✓ $E = 500000 \text{ [Pa]}$ (modulo di Young)
- ✓ $\nu = 0.499$ (coefficiente di Poisson)

I modelli iperelastici descrivono in modo più accurato il comportamento reologico delle arterie ([22], [44], [56], [57], [79]). Il comportamento iperelastico è caratterizzato dalla presenza di un'isteresi meccanica, che causa uno stato di tensione residuo nel materiale una volta che la

Capitolo 3

tensione applicata viene rimossa ([22], [70], [85], [86], [87], [88], [89], [90], [91], [92], [93], [94]). Il parametro caratteristico dei materiali iperelastici è l'energia di deformazione W [$J m^{-3}$], funzione dello stato di deformazione, da cui si ottiene il primo tensore di Piola-Kirchhoff ([83], [84]). Per i materiali isotropi W [$J m^{-3}$] si esprime in funzione degli invarianti di deformazione:

$$I_1 = tr(C) = C_1 + C_2 + C_3 \quad (3.8)$$

$$I_2 = \frac{1}{2} (I_1^2 - tr(C^2)) \quad (3.9)$$

$$I_3 = \det(C) = J^2 \quad (3.10)$$

ove C rappresenta il tensore degli sforzi di Green-Lagrange e le C_i ($i = 1, 2, 3$) sono le sue componenti di indici uguali (componenti nella direzione dei tre assi principali di deformazione). Sotto l'ipotesi di incomprimibilità del solido gli invarianti si possono modificare:

$$\bar{I}_1 = I_1 \cdot J^{-2/3} \quad (3.11)$$

$$\bar{I}_2 = I_2 \cdot J^{-4/3} \quad (3.12)$$

ove J è il rapporto tra la densità iniziale e la densità calcolata in un dato istante (densità corrente) ([92], [93]). Il comportamento iperelastico si modella quindi esprimendo W [$J m^{-3}$] come segue:

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{2}k \cdot (J - 1)^2 \quad (3.13)$$

ove k [Pa] è il modulo di bulk del materiale, ovvero la sua capacità di resistere ad una forza di compressione uniforme. I modelli iperelastici di Mooney-Rivlin qui adottati differiscono nel valore delle costanti C_{10} e C_{01} . In particolare si ha:

✓ MR1([56]):

- $C_{10} = 10000$ [Pa]
- $C_{01} = 10000$ [Pa]
- $k = 1.2 \cdot 10^8$ [Pa]

✓ MR2 ([57]):

Capitolo 3

- $C_{10} = 9200 [Pa]$
- $C_{01} = 0 [Pa]$
- $k = 1.2 \cdot 10^8 [Pa]$

Nel modello MR2, rispetto a MR1, si hanno solamente due termini (il primo ed il terzo) nell'espressione della densità di deformazione $W [J m^{-3}]$. Il terzo termine è responsabile della risposta (deformazione) non lineare del materiale alla tensione applicata (per grandi deformazioni), mentre i primi due termini determinano il comportamento elastico (Hookeano) del materiale (piccole deformazioni). Il modello MR2 risulta essere più deformabile di MR1, in quanto la mancanza del secondo termine additivo in eq. 3.13 fa sì che si abbia una transizione “veloce” tra comportamento elastico (primo termine di eq. 3.13) ed iperelastico (terzo termine di eq. 3.13).

3.3. Simulazioni 2D: condizioni al contorno

La struttura istologica delle grandi arterie suggerisce che le proprietà di un segmento di parete di lunghezza modesta siano ragionevolmente schematizzabili come uniformi nelle direzioni longitudinale e circonferenziale ma non in quella radiale ([95]), tuttavia nella presente ricerca l'ipotesi di omogeneità delle proprietà è riscontrabile, essendo, come illustrato nelle tabelle nel seguito, che le dimensioni longitudinali e radiali dei “campioni” utilizzati per le simulazioni consentono di ritenere la parete arteriosa omogenea.

Fisiologicamente gli sforzi agenti sulle pareti arteriose sono originati da ([14], [96], [97], [98], [99], [100]):

- ✓ Pressione interna uniforme;
- ✓ Forze di trazione (opposte ed uguali) su entrambe le estremità del tratto di arteria;
- ✓ Forze inerziali dovute all'accelerazione locale;
- ✓ Forze di vincolo longitudinali dovute alla connessione tra le arterie ed i tessuti circostanti.

Tali forze reali devono tradursi in condizioni al contorno nel modello computazionale.

L'approccio FSI, relativamente ai casi 2D con formulazione ALE, comporta il settaggio delle condizioni al contorno sui domini solido e fluido, usando una griglia deformabile. Le sezioni di ingresso ed uscita del fluido, le pareti del catetere (nei casi in cui esso sia presente) e l'asse di simmetria del vaso sono fisse: sono impediti i movimenti (traslazioni) assiali e radiali, mentre sono consentite le rotazioni ([66], [101]): per tali elementi vincolati la griglia rimane indeformata. Le

Capitolo 3

pareti e le stenosi sono invece solidi deformabili, liberi da vincoli meccanici. In Figura 3.2 sono invece riassunte le condizioni al contorno meccaniche adottate. In Figura 3.3 sono mostrate le condizioni al contorno fluidodinamiche nel caso di arterie interessate dalla presenza di un catetere o di una stenosi. All'interfaccia solido-fluido si ha la condizione denominata in COMSOL Multiphysics "Fluid Load" (eq. 3.14). Tale condizione è determinata in COMSOL dalla moltiplicazione dei fattori di Lagrange presi col segno negativo e delle componenti della velocità del fluido ([102]). I moltiplicatori di Lagrange si riferiscono al dominio deformato, mentre il carico di pressione al dominio indeformato. È inoltre introdotto un fattore di correzione che è un fattore di scala tra la griglia ALE e il dominio indeformato iniziale.

All'interfaccia solido-fluido il carico agente sul solido è implementato nel codice tramite la seguente relazione:

$$\vec{F}_t = -\vec{n} \cdot [\rho \cdot \mathbf{I} + \eta \cdot (\nabla \vec{u} (\nabla \vec{u})^T)] \quad (3.14)$$

ove \mathbf{n} è il vettore normale alla parete, ρ [$kg\ m^{-3}$] è la densità del fluido, \vec{u} [$m\ s^{-1}$] è la velocità del fluido, \mathbf{I} è la matrice identità, η [$Pa\ s$] è la viscosità del fluido, e \vec{F}_t rappresenta la somma delle forze di pressione (primo termine) e viscosi (secondo termine).

3.2. Simulazioni 3D: condizioni al contorno

Nelle simulazioni con arteria cateterizzata in 3D si assumono arterie infinitamente rigide, con condizioni di no-slip alla pareti sia del vaso che del catetere. Sulla sezione di uscita si è posta la condizione di moto completamente sviluppato. Sulla sezione di ingresso la velocità è introdotta come un vettore di intensità costante ed avente la sola componente longitudinale (velocità radiale nulla), in conseguenza della definizione di una portata costante (Q1, Q2 e Q3).

Dal punto di vista strutturale nelle simulazioni 3D di arterie stenotiche (Tabella 5.2) le sezioni di ingresso ed uscita del fluido e l'asse di simmetria del vaso sono fisse: sono impediti i movimenti (traslazioni) assiali e radiali, mentre sono consentite le rotazioni ([66], [101]). Le pareti dei vasi e le stenosi sono invece solidi deformabili, liberi da vincoli meccanici. Tutte le geometrie sono caratterizzate dalla simmetria assiale su un piano, per cui è stato possibile studiare solo metà dominio, imponendo la simmetria sulla facce giacenti su tale piano (Figura 3.4).

Capitolo 3

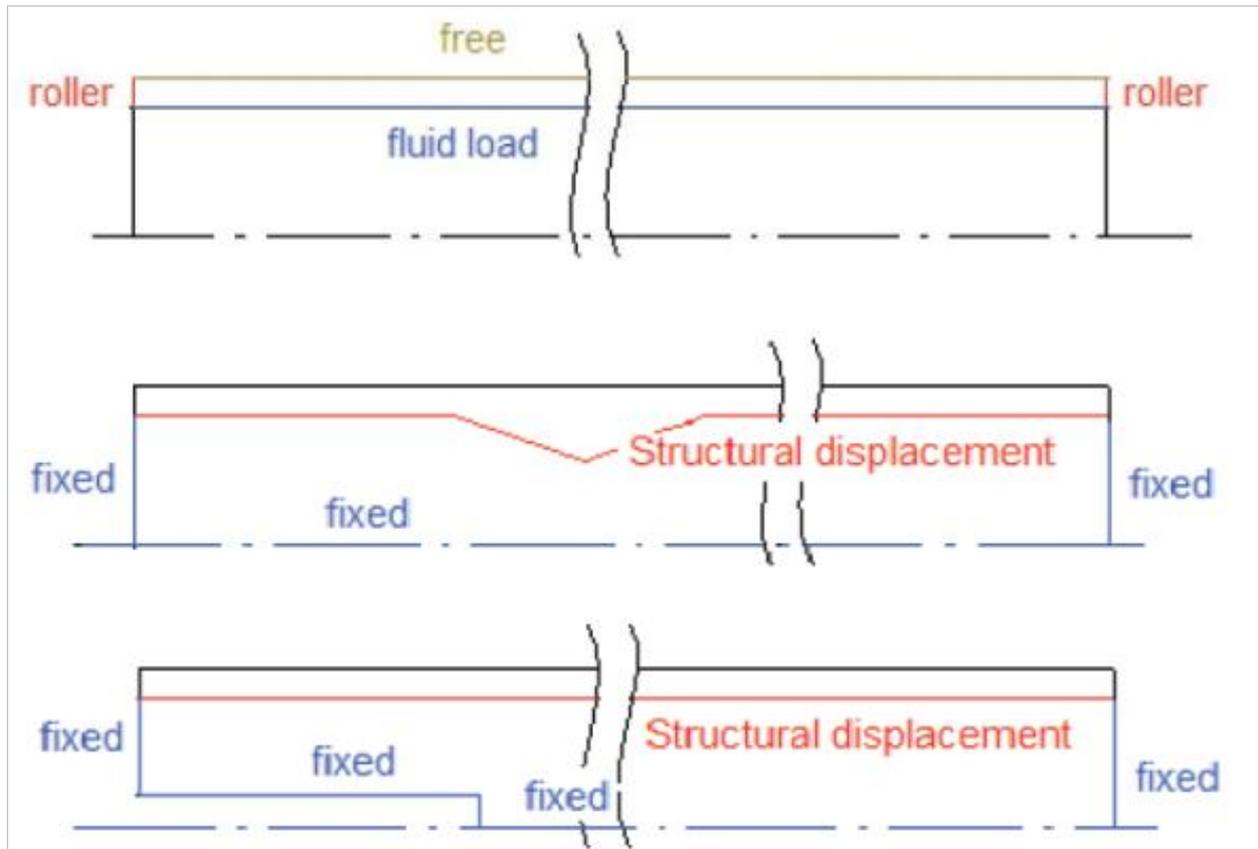


Figura 3.2. Condizioni al contorno meccaniche.

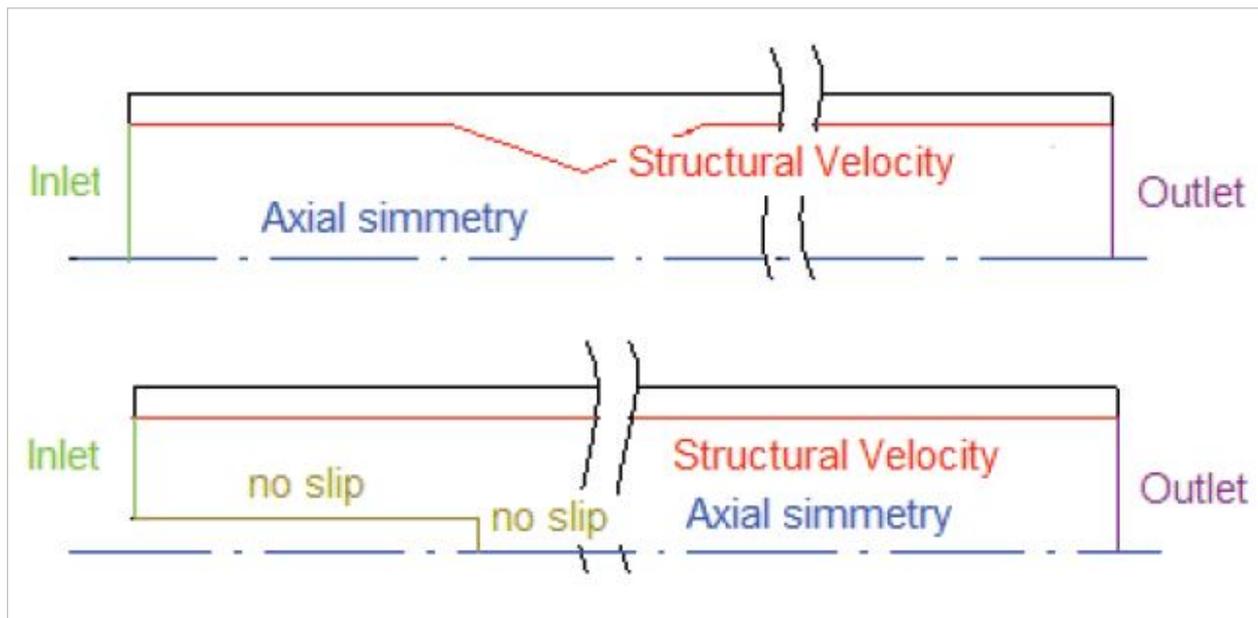


Figura 3.3. Condizioni fluidodinamiche per le arterie bidimensionali interessate dalla presenza di stenosi o catetere.

Capitolo 3

La pressione all'interfaccia, nei casi di simulazione strutturale, è ottenuta dai "Basic Case", moltiplicando i valori locali, presi negativi, con i versori degli assi cartesiani, ottenendo così il vettore delle forze per unità di area. Adottando la procedura "pseudo-FSI" lo studio fluidodinamico è eseguito limitatamente ai "Basic Cases", per i quali ci si avvale della condizione di no-slip sulle pareti sia del catetere sia dei vasi. La velocità in ingresso è quella di eq. (3.4).

3.6. Mesh

3.6.1. Domini bidimensionali

I domini geometrici bidimensionali sono meshati utilizzando elementi triangolari. Il preprocessore grafico di COMSOL Multiphysics discretizza il dominio geometrico infittendo la griglia nell'intorno degli ostacoli (catetere e stenosi), in modo da poter risolvere la fluidodinamica soprattutto nella zona a valle di essi, ove si verificano ricircoli. Ai fini della corretta analisi del problema, è fondamentale avere una griglia di discretizzazione di buona qualità. Il parametro qualità, q , compreso tra zero ed uno, è quantificabile dalla seguente formula ([102]):

$$q_A = \frac{4\sqrt{3} A}{h_1^2 + h_2^2 + h_3^2} \quad (3.15)$$

dove A è l'area soggetta a discretizzazione ed h_1 , h_2 e h_3 sono le lunghezze dei lati dei triangoli di discretizzazione. Essendo il rapporto tra la porzione d'area A del dominio da discretizzare e la somma delle aree dei quadrati costruiti sui lati (h_1 , h_2 , h_3) pesate con un fattore, tale parametro è quindi indice della corrispondenza tra dominio discretizzato e dominio reale. Una buona mesh ha un valore di q_A pari a circa 0.5. Al fine di risolvere in modo ottimale la fluidodinamica e la meccanica del problema fluido-strutturale di cui è oggetto lo studio qui proposto, è necessario introdurre dei parametri di infittimento localizzato nelle vicinanze degli ostacoli alla corrente fluida, con l'ulteriore accorgimento di far crescere in modo regolare la mesh man mano che ci si allontana dall'ostacolo stesso. In particolare ciò è possibile in COMSOL Multiphysics definendo la massima dimensione (ovvero lato dell'elemento) della mesh ed il rateo di crescita (qui posto pari al 15%) delle dimensioni dell'elemento. La massima dimensione della mesh è stata posta pari a circa 1/100 del diametro interno del vaso sanguigno.

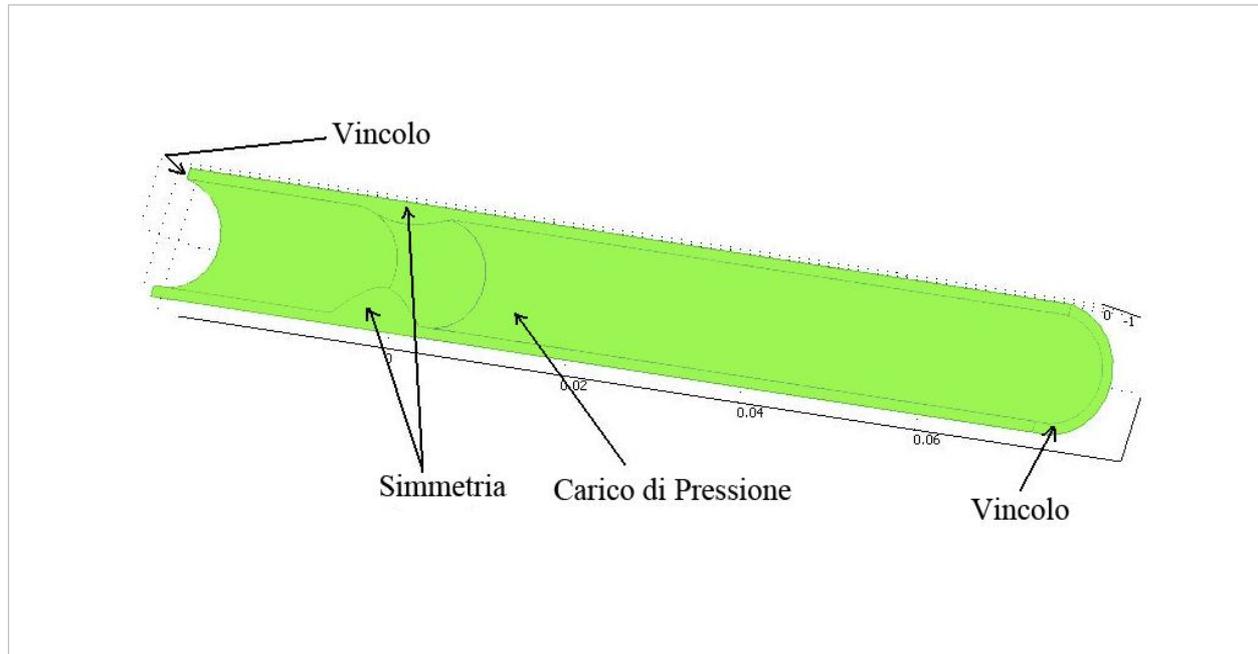


Figura 3.4. Condizioni al contorno strutturali per le arterie stenotiche (3D).

3.6.2. Domini tridimensionali

I domini geometrici tridimensionali sono meshati utilizzando elementi tetraedrici. Il preprocessore grafico di COMSOL Multiphysics discretizza il dominio geometrico infittendo la griglia nell'intorno degli ostacoli (stenosi), in modo da poter risolvere la fluidodinamica soprattutto nella zona a valle di essi, ove si verificano ricircoli. Ai fini della corretta analisi del problema, è fondamentale avere una griglia di discretizzazione di buona qualità. Il parametro qualità, q , compreso tra zero ed uno, è quantificabile dalla seguente formula ([102]):

$$q_v = \frac{72\sqrt{3} V}{(h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 + h_4^2 + h_5^2 + h_6^2)^{3/2}} \quad (3.16)$$

dove V è il volume soggetto a discretizzazione ed h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 e h_6 sono le lunghezze dei lati dei tetraedri di discretizzazione. Essendo il rapporto tra la porzione di volume V del dominio da discretizzare e la somma dei volumi dei cubi costruiti sui lati (h_1, h_2, h_3, h_4, h_5 e h_6) pesate con un fattore, tale parametro è quindi indice della corrispondenza tra dominio discretizzato e dominio reale. Una buona mesh di volume ha un valore minimo di qualità, q_v , maggiore di 0.2. Al fine di

Capitolo 3

risolvere in modo ottimale la fluidodinamica e la meccanica del problema fluido-strutturale di cui è oggetto lo studio qui proposto, è necessario introdurre dei parametri di infittimento localizzato nelle vicinanze degli ostacoli alla corrente fluida, con l'ulteriore accorgimento di far crescere in modo regolare la mesh man mano che ci si allontana dall'ostacolo stesso. In particolare ciò è possibile in COMSOL definendo la massima dimensione (ovvero lato dell'elemento) della mesh ed il rateo di crescita (qui posto pari al 15%) delle dimensioni dell'elemento. La massima dimensione della mesh è stata posta pari a circa 1/100 del diametro interno del vaso sanguigno.

Capitolo 4

4.1. Presenza di catetere nell'arteria: Simulazioni 3D

4.1.1. Descrizione delle geometrie

Le simulazioni studiano il campo di moto ematico in presenza di uno strumento diagnostico (catetere Doppler) all'interno di arterie di diametro 4 mm e 6 mm. Tali valori sono stati scelti considerando le dimensioni tipiche dei vasi sanguigni ([103]). Al fine di ottenere una soluzione numerica stabile, si è determinata la lunghezza minima dell'arteria, procedendo alla simulazione di una serie di casi ed ipotizzando una lunghezza iniziale di 250 mm. Dai risultati di questi test è emerso che la lunghezza minima da utilizzarsi è di 100 mm, poiché a tale distanza si realizza un moto completamente sviluppato. L'arteria ed il catetere sono entrambi modellati come cilindri infinitamente rigidi. Il catetere ha una lunghezza di 30 mm, ed un diametro di 0.36 mm. Il catetere assume diverse posizioni all'interno dell'arteria simulata. In particolare concentrico o non-concentrico (a distanza di 0.5 mm dalla parete del vaso), ovvero parallelo o inclinato rispetto all'asse di simmetria dell'arteria (con angolo variabile da 0° a 3°). Figura 4.1 e Figura 4.2 mostrano i domini geometrici di calcolo nel caso di catetere concentrico e decentrato parallelo all'asse di simmetria del vaso sanguigno.

Al fine di comparare i risultati si sono condotte sei ulteriori analisi del flusso ematico nelle arterie libere dal catetere, per ottenere i profili di velocità indisturbati. Nel seguito questi casi saranno indicati come “casi non disturbati”.

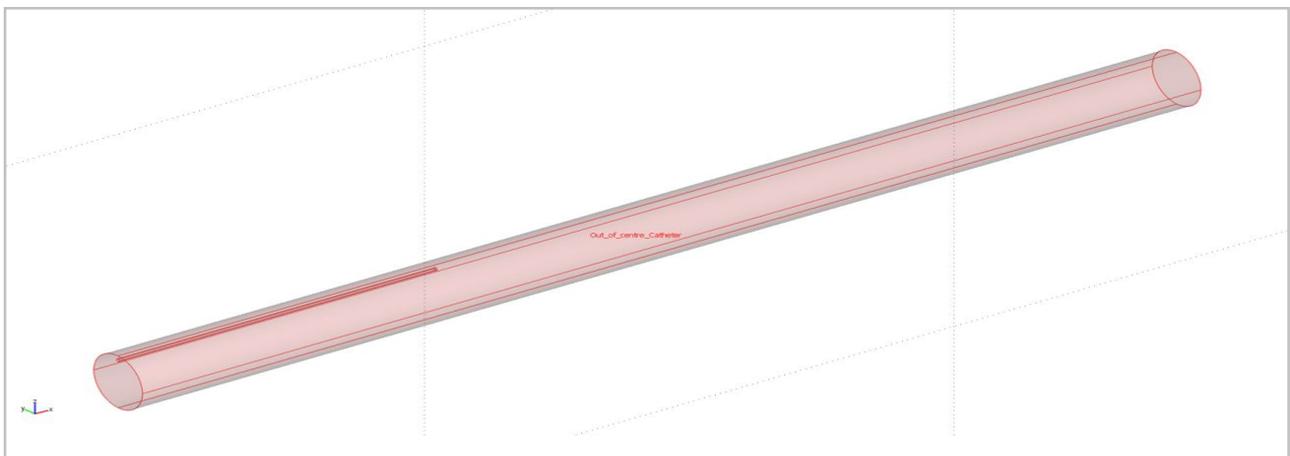


Figura 4.1: Catetere non concentrico [1].

Capitolo 4

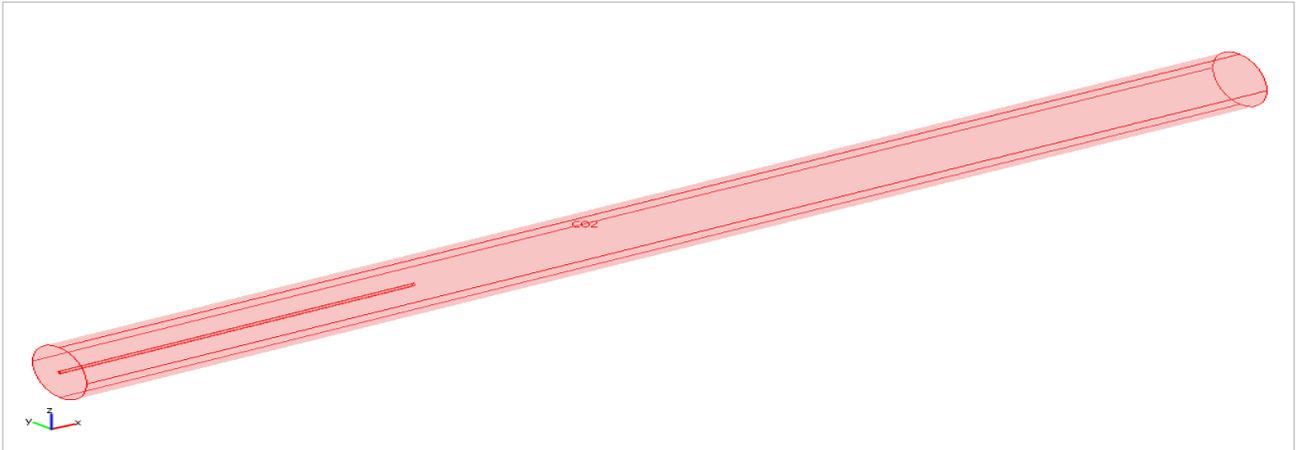


Figura 4.2: Catetere concentrico [1].

4.1.2. Parametri di confronto dei risultati

La ricerca esposta in queste pagine ha lo scopo di quantificare l'influenza, ovvero l'errore sulla misura di velocità effettuata da un catetere Doppler, causato dalla presenza stessa dello strumento. L'errore è stimato dalla seguente relazione:

$$\varepsilon = \frac{V_d - V_{nd}}{V_{nd}} * 100 \quad (4.1)$$

ove ε è l'errore relativo percentuale, $V_{nd} [m s^{-1}]$ è la velocità assiale massima nei casi non disturbati (ovvero in assenza di catetere), e $V_d [m s^{-1}]$ è la velocità assiale massima nei casi caratterizzati dalla presenza del catetere (nel seguito indicati come “casi disturbati”).

Per simulare il flusso pulsatile del sangue, si sono considerate tre diverse portate Q1, Q3 e Q2, che rappresentano la portata sanguigna durante la fase sistolica (Q3), diastolica (Q1) ed intermedia (Q2). I profili di velocità indisturbati sono riportati in Figura 4.3 e Figura 4.4.

I casi analizzati sono in totale 63: 42 per posizione concentrica del catetere, e 21 per posizione non-concentrica, con variazione dell'inclinazione del catetere.

Le velocità V_{nd} e V_d sono misurate a valle del catetere sull'asse di simmetria del vaso sanguigno ad una distanza di 5 mm dalla punta dello strumento.

Dato l'elevato numero di casi studiati, per motivi di brevità, si discutono in dettaglio nel seguito solamente una selezione dei casi più rappresentativi, sintetizzati in Tabella 4.1.

Capitolo 4

4.1.3. Risultati

Caso 1.1: diametro arteria: 6 mm; portata: Q1, catetere: concentrico; inclinazione 0°.

In questa posizione il catetere produce una disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 3.92% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.1).

Come si vede dalla Figura 4.5, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.0222440 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso a.1 ($0.021404 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 1.3: diametro arteria: 6 mm; portata: Q1, catetere: concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.0223050 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 4.21% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.1: $0.021404 \text{ m s}^{-1}$).

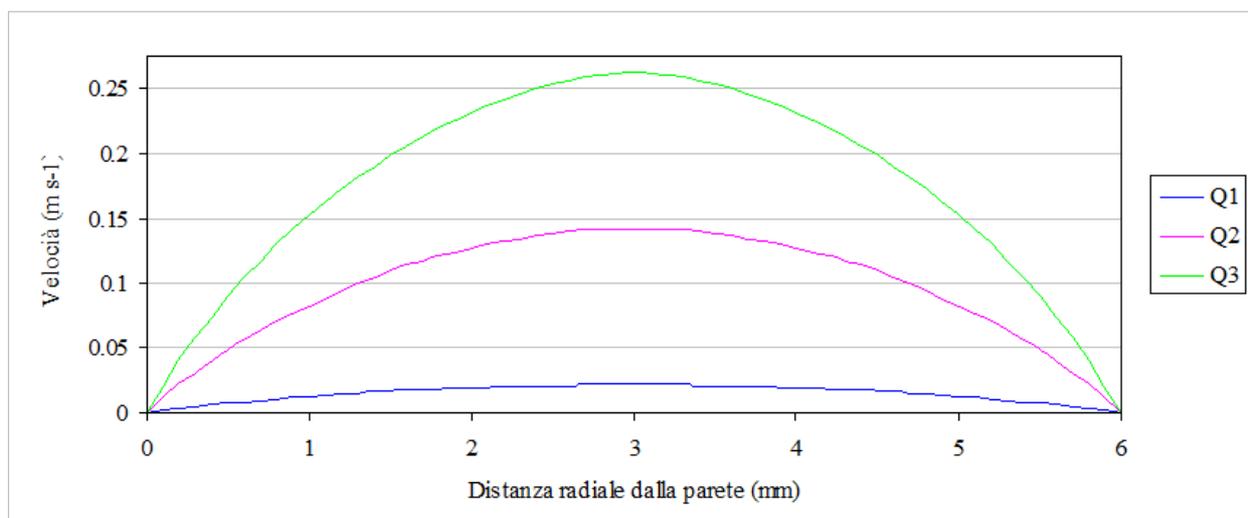


Figura 4.3: Profili di velocità, casi non disturbati (diam. 4mm). Velocità [m s^{-1}] al variare della distanza dalla parete arteriosa (Distanza Radiale dalla parete[mm])[1].

Rispetto al caso precedente, Caso 1.1, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 1.7: diametro arteria: 6 mm; portata: Q1, catetere: concentrico; inclinazione 3°

Capitolo 4

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.0223550 \text{ m s}^{-1}$; mentre per il caso non disturbato (Caso a.2, Tabella 4.1) si ha un massimo di velocità di 0.21404 m s^{-1} . L'errore percentuale, rispetto al “caso non disturbato”, è di 4.35% (Tabella 4.1 e Figura 4.5a).

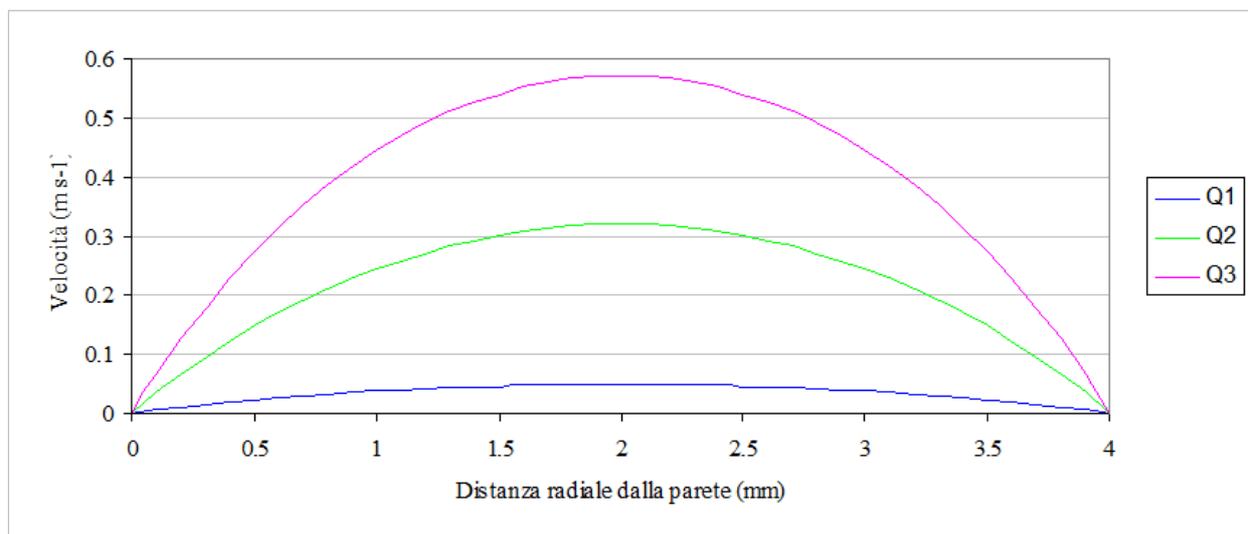


Figura 4.4: Profili di velocità, casi non disturbati (diam. 6mm). Velocità [m s^{-1}] al variare della distanza dalla parete arteriosa (Distanza Radiale dalla parete[mm]) [1].

Rispetto ai casi precedenti si nota un aumento dell'errore, dovuto, analogamente al caso precedente, all'aumento dell'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, ed al conseguente aumento dell'attrito sulla corrente fluida.

Caso 1.8: diametro arteria: 6 mm; portata: Q2, catetere: concentrico; inclinazione 0°

In questa posizione il catetere produce una disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 3.89% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2).

Come si vede dalla Figura 4.5b, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.147147 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso a.2 ($0.141642 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 1.10: diametro arteria: 6 mm; portata: Q2, catetere: concentrico; inclinazione 1°

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.147492 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 4.13% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2: $0.141642 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 1.8, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione

Capitolo 4

dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 1.14: diametro arteria: 6 mm; portata: Q2, catetere: concentrico; inclinazione 3°

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.147770 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 4.33% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2: $0.141642 \text{ m s}^{-1}$)

Rispetto ai casi precedenti, Caso 1.8 e Caso 1.10, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 1.15: diametro arteria: 6 mm; portata: Q3, catetere: concentrico; inclinazione 0°

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 3.87% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.3).

Come si vede dalla Figura 4.5c, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.268029 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso a.3 ($0.258054 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 1.17: diametro arteria: 6 mm; portata: Q3, catetere: concentrico; inclinazione 1°

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.268589 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 4.08% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.3: $0.258054 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 1.15, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 1.21: diametro arteria: 6 mm; portata: Q3, catetere: concentrico; inclinazione 3°

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.269205 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 4.32% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2: $0.258054 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 1.15 e Caso 1.17, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in

Capitolo 4

proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 2.1: diametro arteria: 6 mm; portata: Q1, catetere: non concentrico; inclinazione 0°.

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 2.86% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.1).

Come si vede dalla Figura 4.6a, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.022016 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso a.1 ($0.021404 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 2.3: diametro arteria: 6 mm; portata: Q1, catetere: non concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.022060 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 3.06% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.1: $0.021404 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 2.1, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 2.7: diametro arteria: 6 mm; portata: Q1, catetere: non concentrico; inclinazione 3°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.022074 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 3.13% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.1: $0.021404 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 2.1 e Caso 2.3, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 2.8: diametro arteria: 6 mm; portata: Q2, catetere: non concentrico; inclinazione 0°.

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 2.81% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2).

Come si vede dalla Figura 4.6b, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.145627 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso a.2 ($0.141642 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Capitolo 4

Caso 2.10: diametro arteria: 6 mm; portata: Q2, catetere: non concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.145753 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 2.90% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2: $0.141642 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 2.1, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 2.14: diametro arteria: 6 mm; portata: Q2, catetere: non concentrico; inclinazione 3°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.146045 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 3.11% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.2: $0.141642 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 2.8 e Caso 2.10, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 2.15: diametro arteria: 6 mm; portata: Q3, catetere: non concentrico; inclinazione 0°.

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 2.79% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.3).

Come si vede dalla Figura 4.6c, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.265247 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso a.3 ($0.258054 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 2.17: diametro arteria: 6 mm; portata: Q3, catetere: non concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.265252 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 2.79% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.3: $0.258054 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 2.15, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 2.21: diametro arteria: 6 mm; portata: Q3, catetere: non concentrico; inclinazione 3°.

Capitolo 4

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.266050 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 3.10% rispetto al “caso non disturbato” (Caso a.3: $0.258054 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 2.15 e Caso 2.17, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 3.1: diametro arteria: 4 mm; portata: Q1, catetere: concentrico; inclinazione 0°.

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 0.92% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.1).

Come si vede dalla Figura 4.7a, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.048840 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso b.1 ($0.048395 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 3.3: diametro arteria: 4 mm; portata: Q1, catetere: concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.049341 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 1.95% rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.1: $0.048840 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 3.1, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 3.7: diametro arteria: 4 mm; portata: Q1, catetere: concentrico; inclinazione 3°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.049587 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 2.46% rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.1: $0.048840 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 3.1 e Caso 3.3, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 3.8: diametro arteria: 4 mm; portata: Q2, catetere: concentrico; inclinazione 0°.

Capitolo 4

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 0.89% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.2).

Come si vede dalla Figura 4.7b, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.320495 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso b.2 ($0.317669 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 3.10: diametro arteria: 4 mm; portata: Q2, catetere: concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.323733 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 1.91% rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.2: $0.317669 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto al caso precedente, Caso 3.8, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 3.14: diametro arteria: 4 mm; portata: Q2, catetere: concentrico; inclinazione 3°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.049587 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 2.43% rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.2: $0.317669 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 3.8 e Caso 3.10, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 3.15: diametro arteria: 4 mm; portata: Q3, catetere: concentrico; inclinazione 0°.

In questa posizione il catetere produce un disturbo sul flusso ematico che determina un errore sulla misura di velocità di 0.86% (Tabella 4.1) rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.3).

Come si vede dalla Figura 4.7.c, il profilo è parabolico, anche se si evidenzia nel punto di misura (a 5 mm dalla punta del catetere) un valore massimo più elevato ($0.580553 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al Caso b.3 ($0.575581 \text{ m s}^{-1}$), dovuto al restringimento della sezione operato dal catetere.

Caso 3.17: diametro arteria: 4 mm; portata: Q3, catetere: concentrico; inclinazione 1°.

Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.586423 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 1.88% rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.2: $0.575581 \text{ m s}^{-1}$).

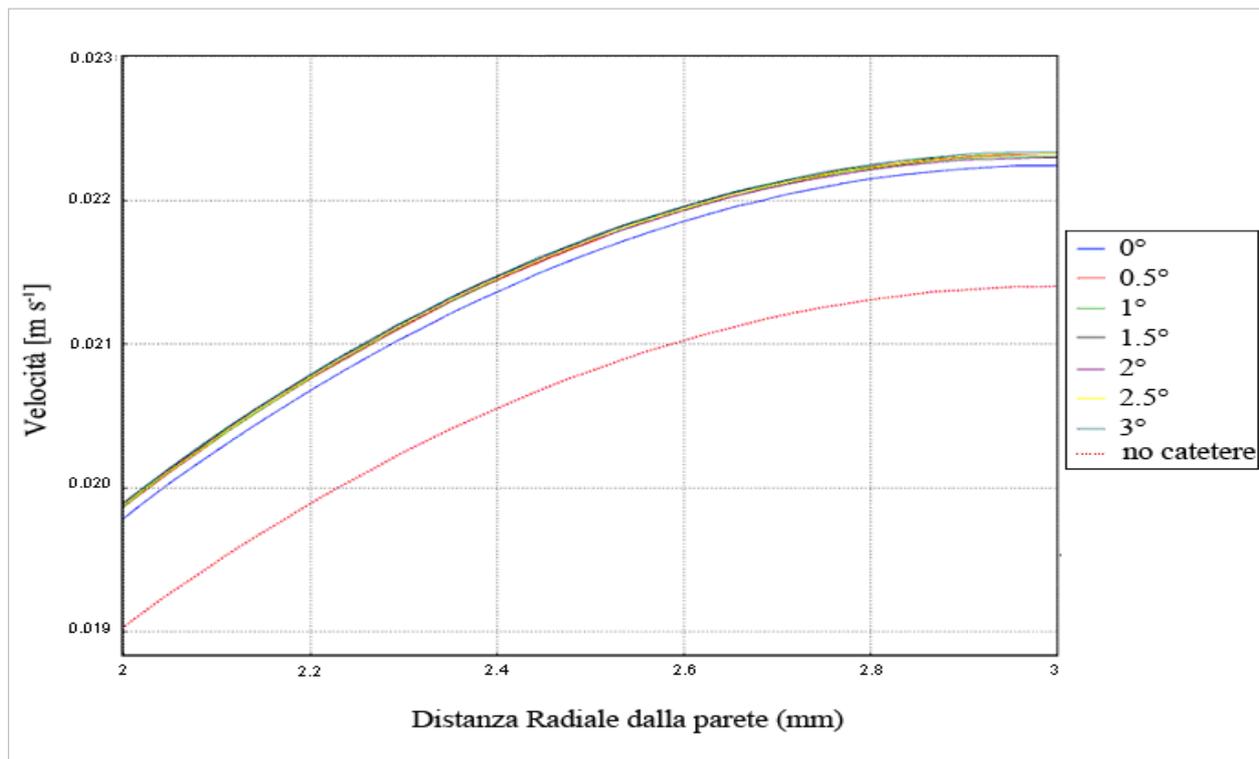
Capitolo 4

Rispetto al caso precedente, Caso 3.15, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

Caso 3.21: diametro arteria: 4 mm; portata: Q3, catetere: concentrico; inclinazione 3°.

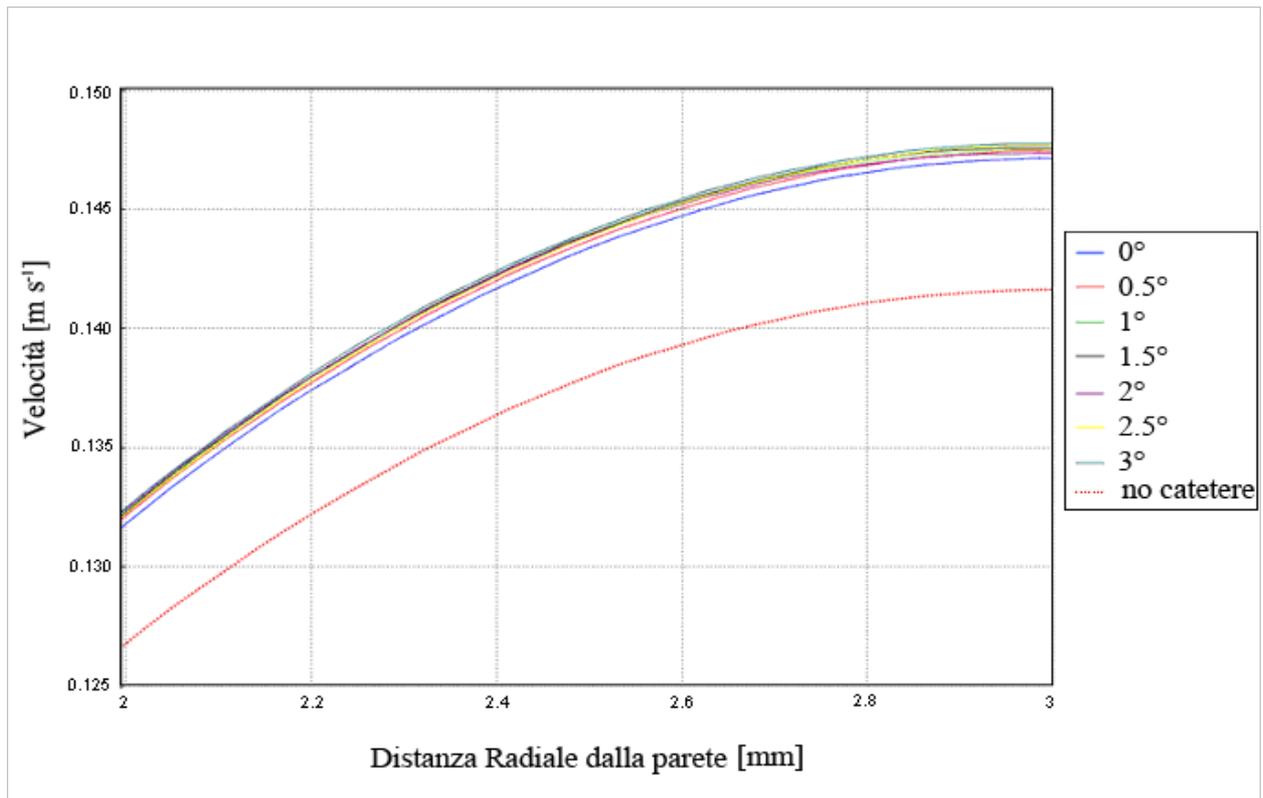
Il valore massimo di velocità registrata nel punto di misura è di $0.589411 \text{ m s}^{-1}$, che risulta più elevato del + 2.40% rispetto al “caso non disturbato” (Caso b.3: $0.575581 \text{ m s}^{-1}$).

Rispetto ai casi precedenti, Caso 3.17 e Caso 3.21, si vede che il disturbo provocato dal catetere sulla corrente fluida è di entità maggiore. Infatti una maggiore inclinazione aumenta l'ingombro in proiezione dello strumento rispetto alla corrente fluida, provocando un aumento dell'attrito sul flusso sanguigno.

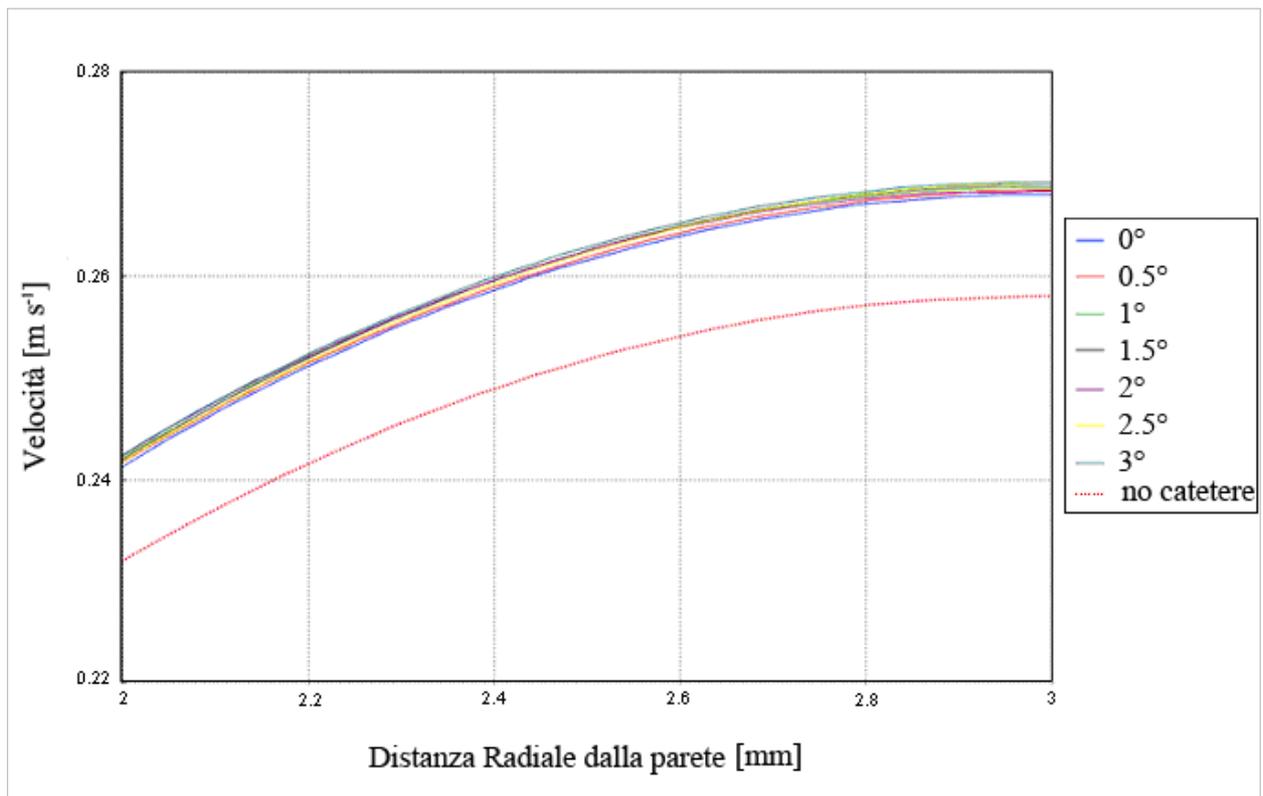


(a) $Q_1 = 20 \text{ ml min}^{-1}$

Capitolo 4



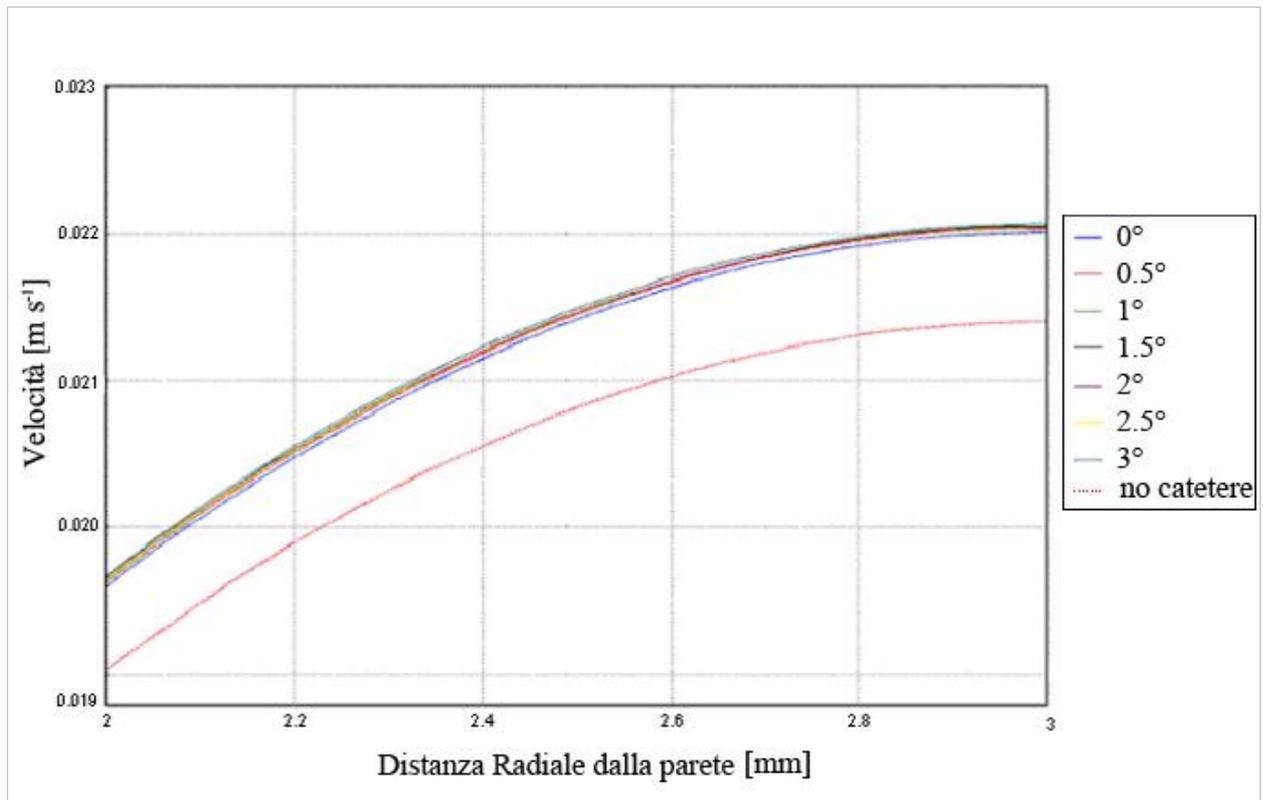
(b) Q₂=135 ml min⁻¹



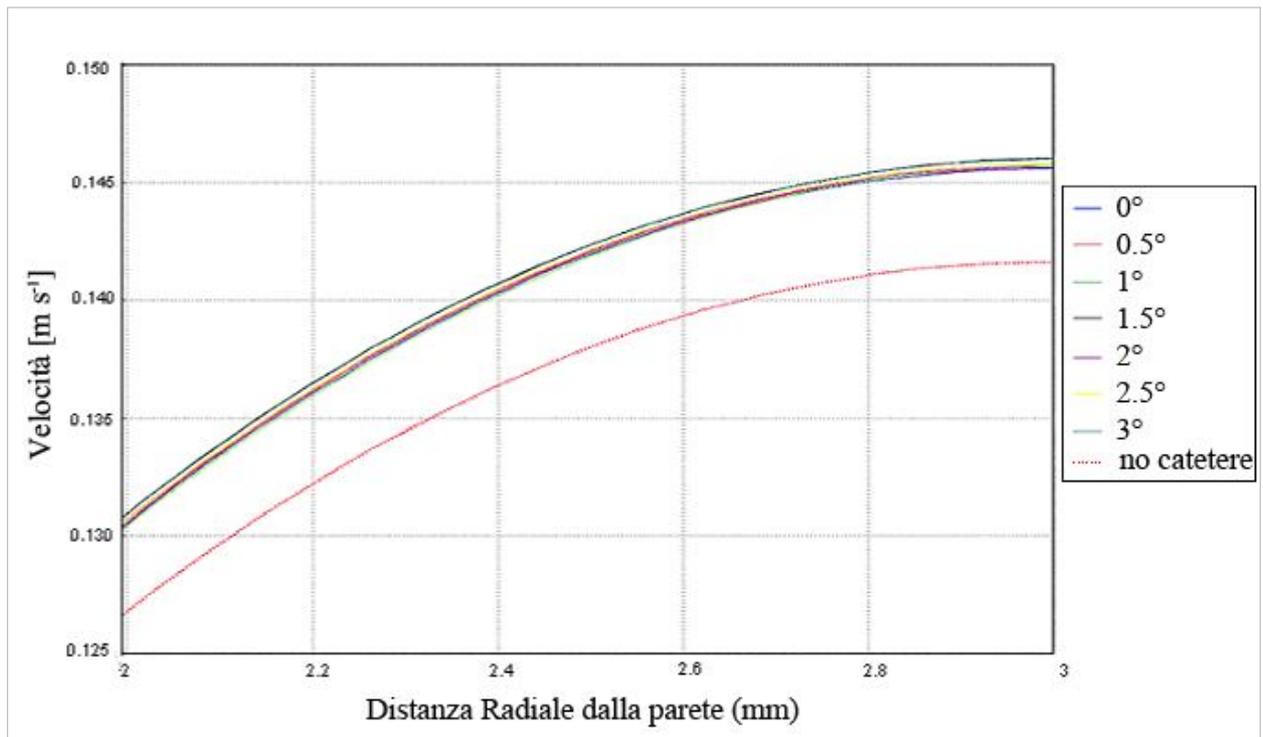
(c) Q₃=250 ml min⁻¹

Figura 4.5: Profili di Velocità per le diverse portate (Q₁; Q₂; Q₃) ([1]).

Capitolo 4

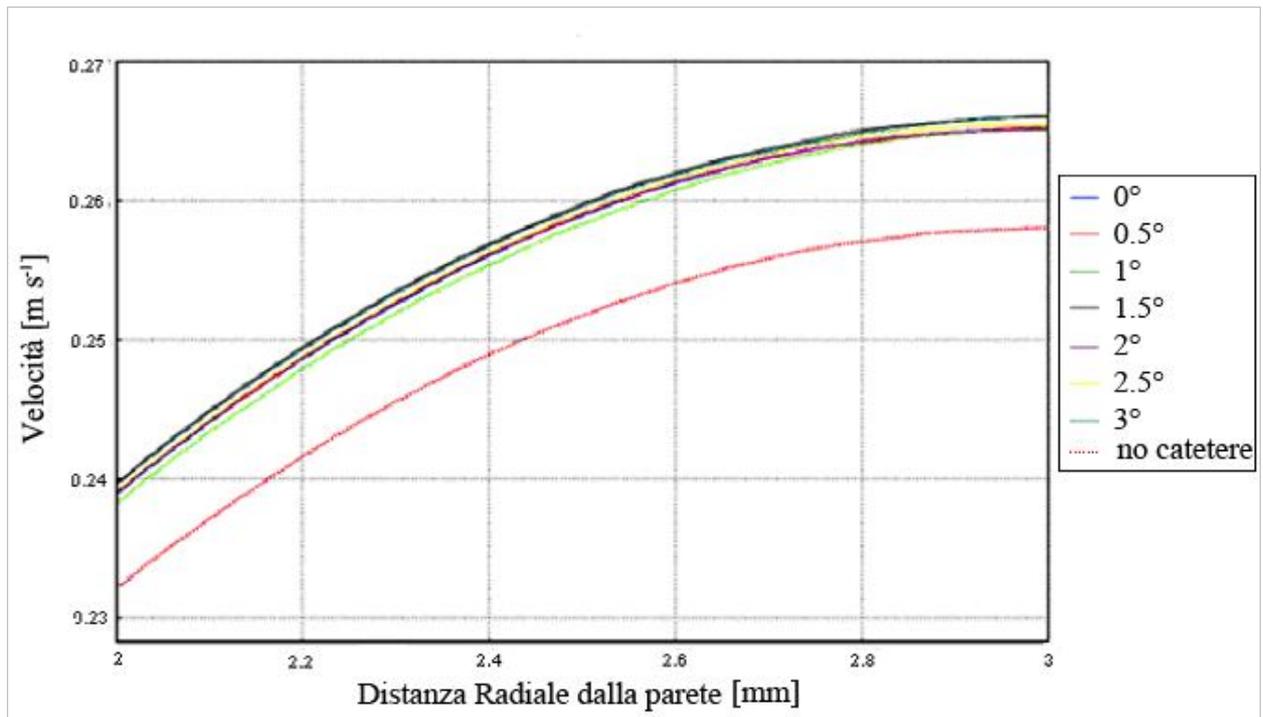


(a) $Q_1 = 20 \text{ ml min}^{-1}$



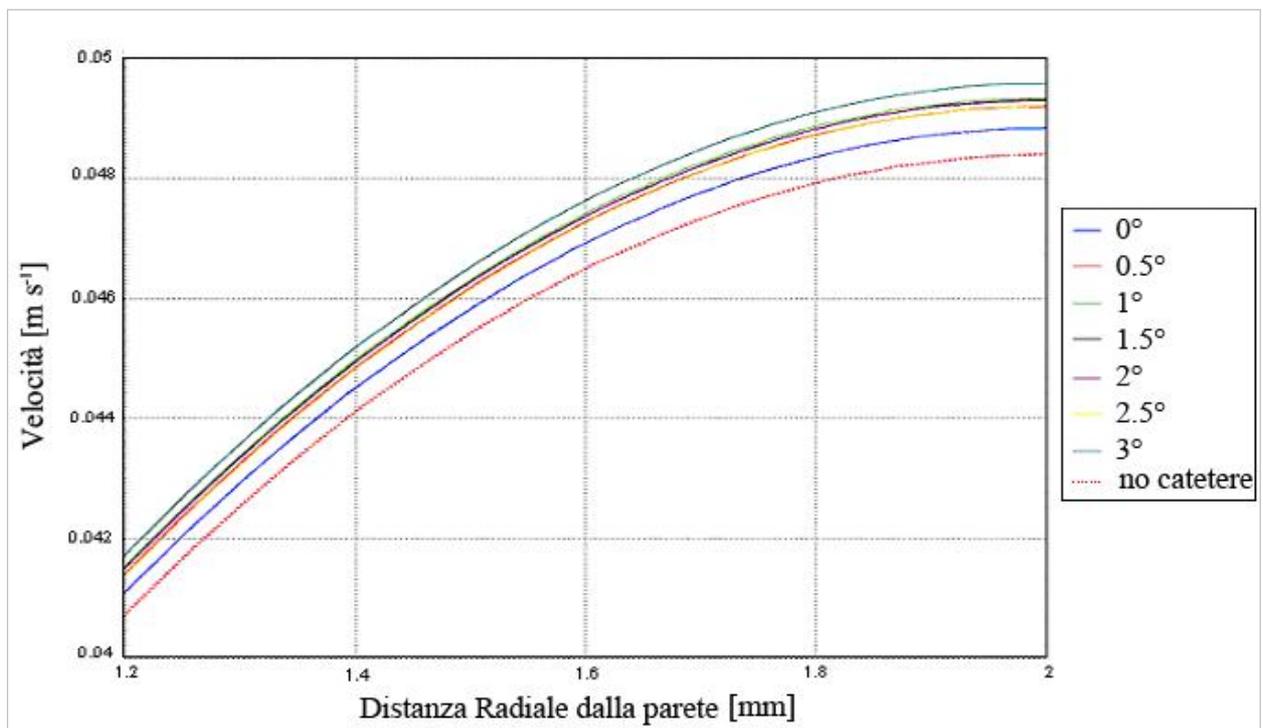
(b) $Q_2 = 135 \text{ ml min}^{-1}$

Capitolo 4



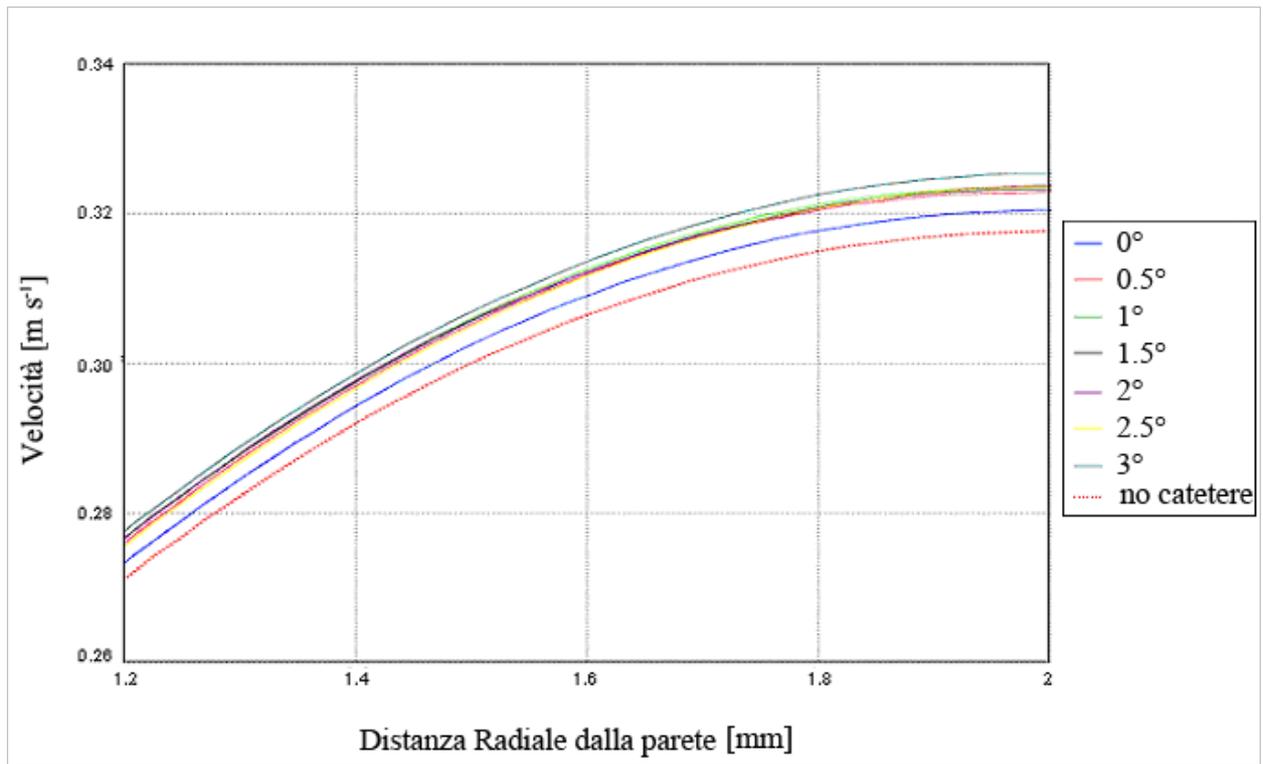
(c) $Q_3=250 \text{ ml min}^{-1}$

Figura 4.6: catetere non concentrico. Profili di Velocità per le diverse portate (Q_1 ; Q_2 ; Q_3) ([1]).

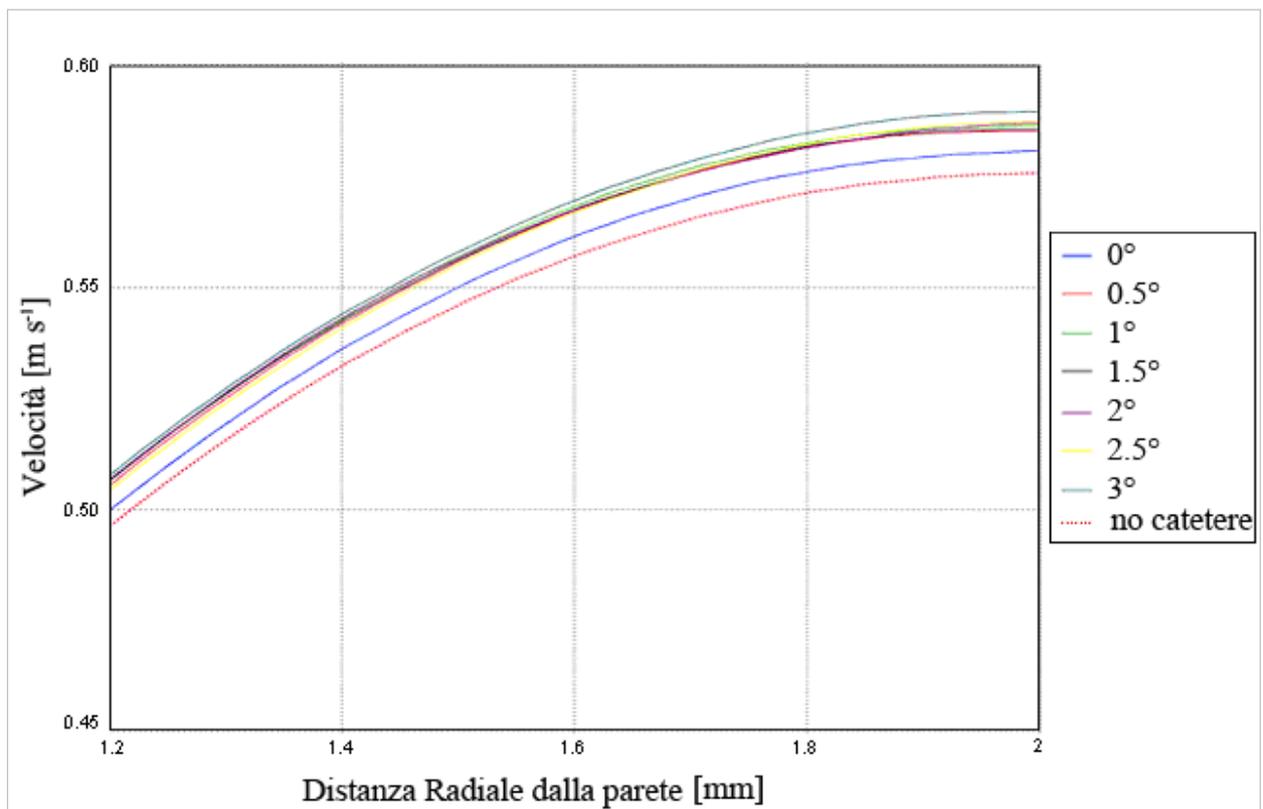


(a) $Q_1=20 \text{ ml min}^{-1}$

Capitolo 4



(b) $Q_2=135 \text{ ml min}^{-1}$



(c) $Q_3=250 \text{ ml min}^{-1}$

Figura 4.7: Catetere concentrico. Profili di Velocità per le diverse portate (Q_1 ; Q_2 ; Q_3) ([1]).

4.1.4. Analisi

I risultati ottenuti delle simulazioni presentati nel paragrafo precedente dimostrano l'influenza del catetere sul flusso sanguigno. Il parametro utilizzato per quantificare il disturbo provocato dal catetere è l'errore relativo percentuale, ε , definito dall'eq. (4.1). Dalla Tabella 4.1 e da quanto precedentemente riportato, emerge che quando le portate sanguigne sono più basse il catetere produce un disturbo meno enfatizzato, quindi le misure di velocità sono più attendibili. Sull'errore influisce anche la dimensione radiale del vaso: infatti nell'arteria di diametro pari a 6 mm si hanno errori maggiori, soprattutto se si considerano i casi con catetere non concentrico ed inclinato. Il maggior disturbo è dovuto alla creazione di un profilo di velocità a "M" ovvero alla creazione di una zona di ricircolazione a valle del catetere. Per i casi con arteria di 4 mm l'errore è più piccolo rispetto agli altri casi, ma mostra un andamento crescente più repentino al crescere della portata e dell'inclinazione dello strumento: ciò è conseguenza della maggior percentuale di area occlusa dal catetere, rispetto ai casi con arteria più grande (diametro 6 mm). In generale, aumentando l'inclinazione del catetere, il profilo di velocità tende a diventare maggiormente asimmetrico ed il profilo a "M" tende a diventare un profilo a "n", per il quale si ha che una porzione della sezione del condotto arterioso è sempre più disturbata rispetto all'altra. Tale circostanza, agendo sulla velocità massima e media, influenza la ricircolazione del sangue a valle dello strumento, soprattutto nei casi in cui la portata risulta minore (per effetto di uno strato limite dinamico più esteso). Questo fenomeno ha notevoli implicazioni mediche, poiché è una delle maggiori cause della comparsa di placche stenotiche. È inoltre interessante notare che per le arterie con catetere non concentrico gli errori sono, in generale, di minore entità. Ciò è dovuto al fatto che il catetere, essendo posizionato a 0.5 mm dalla parete, interferisce maggiormente con lo strato limite che si crea per effetto della parete arteriosa: non si evidenzia quindi un profilo di velocità a "M", pur essendo comunque sempre presente il fenomeno di ricircolazione a valle dello strumento per effetto di un improvviso allargamento della sezione del condotto a valle del catetere. In sostanza, quindi, per questi casi, l'errore è maggiormente frutto dell'interazione con la parete, piuttosto che di un disturbo del catetere sulla corrente sanguigna. Come osservato per i casi con catetere concentrico, aumentando l'inclinazione dello strumento, si determina la crescita dell'errore, dovuto alla maggiore interferenza con il flusso fluido. Da Tabella 4.1 e Figura 4.8 è possibile, poi, vedere che le arterie con diametro di 4 mm mostrano un flusso meno disturbato rispetto alle altre due opzioni considerate.

Capitolo 4

Caso	Diametro [mm]	Posizione catetere	Inclinazione [°]	Portata	Velocità massima [m s ⁻¹]	ϵ [%]
Caso a.1	6	-	-	Q1	0.021404	
Caso a.2	6	-	-	Q2	0.141642	
Caso a.3	6	-	-	Q3	0.258054	
Caso b.1	4	-	-	Q1	0.048395	
Caso b.2	4	-	-	Q2	0.317669	
Caso b.3	4	-	-	Q3	0.575581	
Caso 1.1	6	concentrico	0°	Q1	0.022244	3.92
Caso 1.3	6	concentrico	1°	Q1	0.022305	4.21
Caso 1.7	6	concentrico	3°	Q1	0.022335	4.35
Caso 1.8	6	concentrico	0°	Q2	0.147147	3.89
Caso 1.10	6	concentrico	1°	Q2	0.147492	4.13
Caso 1.14	6	concentrico	3°	Q2	0.147770	4.33
Caso 1.15	6	concentrico	0°	Q3	0.268029	3.87
Caso 1.17	6	concentrico	1°	Q3	0.268589	4.08
Caso 1.21	6	concentrico	3°	Q3	0.269205	4.32
Caso 2.1	6	non-concentrico	0°	Q1	0.022016	2.86
Caso 2.3	6	non-concentrico	1°	Q1	0.022060	3.06
Caso 2.7	6	non-concentrico	3°	Q1	0.022074	3.13
Caso 2.8	6	non-concentrico	0°	Q2	0.145627	2.81
Caso 2.10	6	non-concentrico	1°	Q2	0.145753	2.90
Caso 2.14	6	non-concentrico	3°	Q2	0.146045	3.11
Caso 2.15	6	non-concentrico	0°	Q3	0.265247	2.79
Caso 2.17	6	non-concentrico	1°	Q3	0.265252	2.79
Caso 2.21	6	non-concentrico	3°	Q3	0.266050	3.10
Caso 3.1	4	concentrico	0°	Q1	0.048840	0.92
Caso 3.3	4	concentrico	1°	Q1	0.493410	1.95
Caso 3.7	4	concentrico	3°	Q1	0.049587	2.46
Caso 3.8	4	concentrico	0°	Q2	0.320495	0.89
Caso 3.10	4	concentrico	1°	Q2	0.323733	1.91
Caso 3.14	4	concentrico	3°	Q2	0.325383	2.43
Caso 3.15	4	concentrico	0°	Q3	0.580553	0.86
Caso 3.17	4	concentrico	1°	Q3	0.586423	1.88

Capitolo 4

Caso 3.21	4	concentrico	3°	Q3	0.589411	2.40
-----------	---	-------------	----	----	----------	------

Tabella 4.1: Tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni di arterie con catetere concentrico e non concentrico.

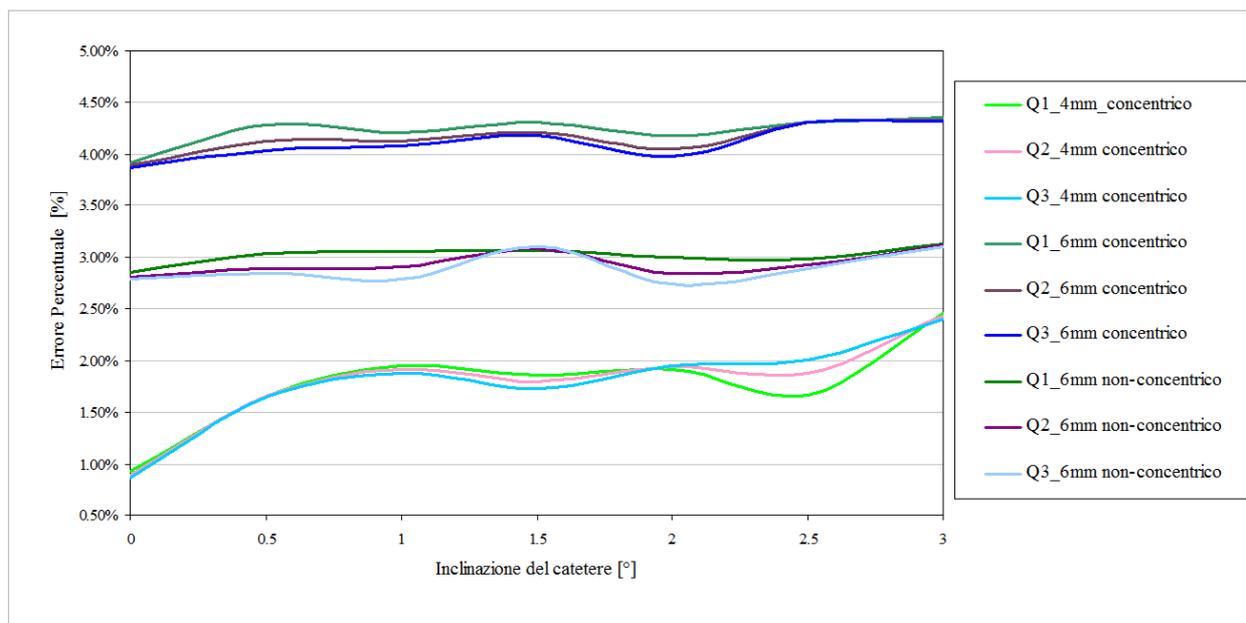


Figura 4.8. Andamento dell'errore percentuale in funzione dell'inclinazione del catetere all'interno dell'arteria.[1].

Tale risultato trova spiegazione nel fatto che lo spessore dello strato limite dinamico è inversamente proporzionale al quadrato della velocità, e di conseguenza il gradiente di velocità cresce più rapidamente rispetto alle altre geometrie qui analizzate, raggiungendo più rapidamente il suo valore “indisturbato”. Per tale ragione, pur realizzandosi un profilo di velocità a “M”, che causa importanti fenomeni di ricircolazione, si hanno errori più contenuti in virtù di uno strato limite più ridotto. Da Tabella 4.1 e Figura 4.8 è inoltre possibile notare che l'entità dell'errore dipende fortemente dalla geometria: i casi con arteria di 4 mm mostrano un sensibile aumento dell'errore (lineare da 0° a 1° e da 2° a 3°), mentre per le arterie di 6 mm tale andamento non è riscontrato. Ciò può nuovamente essere spiegato dal fatto che l'inclinazione del catetere influenza l'ingombro in proiezione dell'area trasversale del vaso: ciò è enfatizzato se l'area trasversale è più piccola. Questo aspetto, insieme ad una minore interazione tra fluido e parete, determina, infatti che, nelle arterie di 6 mm, l'errore prodotto dalla presenza del catetere risulti pressoché costante al variare dell'inclinazione.

Riassumendo i risultati ottenuti si vede che: l'errore aumenta con il diametro (circa 1% con arterie di 4 mm, circa 3.5% con arteria di 6 mm). La posizione concentrica del catetere deve essere trattata con molta attenzione, poiché è la posizione più critica dal punto di vista dell'errore sulla misura della velocità sanguigna. Inoltre, per una geometria fissata ed a parità di portata sanguigna, l'errore

Capitolo 4

cresce aumentando l'inclinazione. La posizione e l'inclinazione del catetere all'interno dei vasi sanguigni sono quindi aspetti importanti nell'ottica della riduzione dell'errore sulla misura della velocità e quindi dell'errore diagnostico che potrebbe conseguirne. La portata, al contrario di posizione ed inclinazione del catetere, ha un effetto limitato sull'errore, come dimostra Figura 4.8, in cui si nota un andamento praticamente coincidente tra le curve relative ad arterie di medesima geometria interessate da portate crescenti.

4.2. Presenza di catetere nell'arteria: Simulazioni 2D

4.2.1. Descrizione delle geometrie

I vasi arteriosi sono schematizzati nel presente lavoro come “straight tubes” a sezione circolare ([104]) e di lunghezza pari a 200 mm, per garantire che nella sezione di uscita si abbia un moto completamente sviluppato. Tale lunghezza è stata scelta a seguito di prove preliminari, le quali hanno mostrato, in ragione della natura non-Newtoniana del sangue, come essa fosse sufficiente a garantire, nei casi esaminati, un profilo dinamico indisturbato in corrispondenza della sezione di uscita del dominio. In realtà la geometria dei vasi sanguigni è molto complessa, ed alcuni autori si sono cimentati nella ricostruzione tramite immagini di risonanza magnetica (MRI) di un modello geometrico realistico ([105], [106]) o attraverso la composizione di immagini angiografiche ([107]). Pur nell'originalità ed importanza di tali risultati, però, si è ritenuta più funzionale allo scopo ed alla metodologia del presente lavoro una rappresentazione geometrica più essenziale, ed in quanto tale più agevolmente implementabile al calcolatore, in termini di tempi di calcolo. Peraltro il fine qui auspicato è quello di fornire un primo approccio al problema fluido-strutturale in presenza di ostacoli strumentali nei vasi sanguigni, valutando gli effetti prodotti sul moto ematico dall'adozione, per i vasi sanguigni, di modelli reologici elastici ed iperelastici, rispetto a vasi con pareti infinitamente rigide. È quindi in tale ottica che si è adottata la geometria ideale di “straight tube”.

Le geometrie di arterie cateterizzate ([33], [34], [103]) esaminate sono 2. Per ognuna si sono eseguite 4 simulazioni (i 4 modelli di elasticità adottati), per un totale di 8 casi.

I vasi sanguigni qui considerati hanno diametri di 2 mm e 6 mm ([33], [34], [42], [108]) e spessore di parete pari a 0.5 mm e 1 mm rispettivamente. Il catetere Doppler ha diametro di 1 mm ([109], [110]), lunghezza di 30 mm ed è posizionato coassialmente al vaso sanguigno, sull'asse di simmetria ([33], [34], [49]).

Capitolo 4

Data l'assialsimmetria dei domini è possibile effettuare simulazioni in 2D invece che tridimensionali.

Le caratteristiche geometriche sono sintetizzate in Tabella 4.2 e Figura 4.9.

Caso	Diametro esterno vaso [mm]	Diametro interno vaso [mm]	Lunghezza vaso [mm]	Diametro catetere [mm]	Lunghezza catetere [mm]
Caso 4	8	6	200	1	30
Caso 5	3	2	200	1	30

Tabella 4.2: Caso 4-Caso 5. Caratteristiche geometriche dei casi studiati.



Figura 4.9. Caso 4-Caso 5. Geometrie dei domini di calcolo.

4.2.2. Parametri di confronto dei risultati

Al fine di esporre i risultati ottenuti dall'analisi fluido-strutturale comparata, oggetto dello studio effettuato, sono riportati alcuni profili di velocità a valle del catetere, in punti strategici, scelti a posteriori della simulazione. Individuando le zone di ricircolazione (ove sono presenti velocità negative) nei vari casi sono stati collocati uno o più punti, in base all'estensione della zona di ricircolazione. Essendo il catetere in posizione coassiale con il vaso, i punti di misura della velocità di ricircolo saranno ovviamente posti sull'asse del condotto arterioso. La velocità minima rilevabile nel tempo (massima velocità di ricircolazione) nei punti posti a valle dell'ostacolo strumentale

Capitolo 4

(Tabella 4.4) è monitorata al fine di quantificare il ricircolo a valle del catetere: nelle arterie cateterizzate il ricircolo inficia infatti la misura della velocità, generando una misura impropria (letture spurie).

La velocità massima, rilevata durante la fase sistolica è effettuata nel punto sull'asse di simmetria del condotto posto a maggiore distanza dall'ostacolo, in una zona ove non vi siano presenti gli effetti della lunghezza di disturbo (profili di velocità con flessi). Inoltre data la laminarità del moto, il massimo giace sull'asse di simmetria, perciò anche i punti di misura per il monitoraggio del parametro si trovano necessariamente su di esso. Per il Caso 4 (catetere, diametro interno arteria: 6 mm) il punto di misura è posto a 130 mm di distanza dalla sua punta, mentre per Caso 5 (catetere, diametro interno arteria: 2 mm) la distanza del punto di rilevamento, misurata in modo analogo al Caso 4, è di 100 mm. La velocità massima rilevabile in un punto a grande distanza dall'ostacolo (punti contrassegnati da (*) in Tabella 4.3) è il parametro che consente di avere informazioni sul profilo di velocità a valle dell'ostacolo, quando vi siano condizioni di pieno sviluppo fluidodinamico.

La lunghezza di disturbo è infine un parametro che permette di analizzare e quantificare l'attendibilità della misura di velocità da parte del catetere. La distanza a valle entro la quale si osservano gli effetti di disturbo provocati dal catetere al flusso ematico è rilevata sia nell'istante di picco sistolico (il primo o il secondo in dipendenza dei casi), denominato t_1 (Tabella 4.4), sia in un istante successivo ad esso, denominato t_2 , coincidente con l'istante in cui si realizza la maggiore lunghezza di disturbo (la scelta di questi istanti di misurazione è stata fatta sempre a posteriori, ricercando quindi tali istanti per tentativi).

L'insieme dei punti di misura, suddivisi per caso, è riportato in Tabella 4.3.

Caso	Diametro interno [mm]	Punto di misura	Distanza dalla parete del vaso [mm]	Distanza dal catetere [mm]
Caso 4	6	P1	3	0.3
	6	P2 (*)	3	130
Caso 5	2	P1	1	0.3
	2	P2	1	10
	2	P3	1	50
	2	P4 (*)	1	100

Tabella 4.3: Caso 4-Caso 5. Localizzazione dei punti di rilevazione della velocità.

Capitolo 4

I parametri di velocità massima, velocità minima (ricircolazione) e lunghezza di disturbo sono riportati nella Tabella 4.4.

4.2.3. Risultati

I domini geometrici sono analizzati comparando i risultati ottenuti nelle simulazioni con arterie rigide (“Basic Case”) con i risultati delle simulazioni fatte introducendo l’interazione fluido-struttura, schematizzando le arterie come solidi elastici di Hooke ([44]), iperelastici secondo il modello MR1 ([56]) ed il modello MR2 ([57]).

Per valutare l’incidenza sui risultati della scelta di un modello di elasticità rispetto ad un altro, si è preso il “Basic Case” (pareti rigide) quale caso di riferimento rispetto a cui parametrare i risultati degli altri tre casi (Hooke, MR1 e MR2) per verificare gli scostamenti. Le variazioni rispetto al “Basic Case”, con il rispettivo segno algebrico, sono calcolate in percentuale, con la seguente formula: (valore -valore basic)/valore basic.

Caso 4 (catetere, diametro interno arteria 6 mm).

In questo caso si ha il catetere Doppler (diametro 1 mm e lunghezza 30 mm) posto all’interno di un’arteria di diametro interno pari a 6 mm e spessore 1 mm.

La velocità massima è misurata nel punto posto sull’asse di simmetria ad una distanza di 130 mm dalla punta del catetere (P2, Tabella 4.3). Si ha nel “Basic Case” un valore di 0.3260 m s^{-1} , mentre considerando elastiche le pareti arteriose si ottiene una velocità assiale massima di 0.3290 m s^{-1} . Se invece si considerano pareti iperelastiche si ottengono velocità massime di 0.3360 m s^{-1} e 0.3660 m s^{-1} nel Caso 4.c (modello MR1) e Caso 4.d (modello MR2) rispettivamente. Le maggiori velocità massime ottenute con pareti deformabili si spiegano con il ciclo dilatazione e compressione del vaso: la contrazione, infatti, comporta la riduzione temporanea e ciclica del diametro del vaso, con aumento quindi delle velocità massime, e quest’ultimo risultato risulta “a logica” ragionevole. Dai risultati ottenuti emerge che al crescere della deformabilità del vaso si ha un profilo dall’andamento della velocità meno regolare, dovuto al fenomeno di propagazione a velocità finita dell’onda di pressione nel solido, come evidenziato da Figura 4.10. Analizzando i dati ottenuti per la lunghezza di disturbo si ha che il catetere Doppler nell’istante di picco sistolico ($t_1 = 2.5 \text{ s}$) fa sentire i suoi effetti fino a 31 mm a valle del catetere, nel “Basic Case”, mentre si hanno lunghezze di disturbo uguali o maggiori con pareti deformabili (rispettivamente 31, 32 e 35 mm in Caso 4.b, Caso 4.c,

Capitolo 4

Caso 4.d) (Tabella 4.4). Nell'istante immediatamente successivo ($t_2 = 2.6$ s) si hanno invece lunghezze di disturbo pari a 48, 46, 45 e 45 mm a valle del catetere Doppler rispettivamente nel "Basic Case" (Caso 4.a), in Caso 4.b, in Caso 4.c ed in Caso 4.d (Tabella 4.4).

Dalla simulazione di riferimento a pareti rigide ("Basic Case", Caso 4.a) si ottiene una massima velocità di ricircolazione (ovvero la velocità minima), misurata nel punto P1 (Tabella 4.3), un valore di -0.0155 m s⁻¹ nell'istante $t = 2.46$ s (Tabella 4.4). Introducendo il modello reologico elastico (Caso 4.b) si rileva nel medesimo punto una velocità minima di -0.0150 m s⁻¹ (con una variazione di -3.23% rispetto al "Basic Case", Caso 1.a), mentre l'istante di massima ricircolazione si verifica a $t = 2.47$ s. Introducendo il modello meccanico MR1 (Caso 4.c) si ha che la massima velocità di ricircolo (pari a -0.0153 m s⁻¹) diminuisce rispetto al "Basic Case" di -1.29% (Tabella 4.5), picco che si verifica a $t = 2.49$ s. Infine adottando il modello MR2 si ha che la velocità di ricircolo, pari a -0.0188 m s⁻¹, è maggiore sia rispetto al "Basic Case" (+21.29%) sia rispetto al modello elastico (+25.3%, Tabella 4.5) ed iperelastico MR1 (+22,9%, Tabella 4.5). Il picco si ha a $t = 2.50$ s. L'andamento della velocità nel tempo nei punti di misura (Tabella 4.4) è riportato in Figura 4.11.

Caso 5: (catetere, diametro interno arteria 2 mm).

In questo caso si ha il catetere Doppler (diametro 1 mm e lunghezza 30 mm) posto all'interno di un'arteria di diametro interno pari a 2 mm e spessore 0.5 mm. La legge di pressione imposta in ingresso è qui diversa rispetto all'eq.(4.1), infatti i valori p_m , p_{min} e p_{max} sono posti pari a 110, 700, 80 [mmHg], in ragione del fatto che il diametro del vaso è quello tipico delle arterie più piccole, interessate da flussi sanguigni di minore entità. Dalle simulazioni effettuate risulta che già subito a valle del catetere si hanno condizioni di flusso fermo in una zona molto circoscritta a valle del catetere (Tabella 4.4), indipendentemente dal modello reologico adottato, in quanto avendosi velocità più basse rispetto agli altri casi, non sono presenti fenomeni di ricircolazione. Per tale motivo non è stato altresì necessario collocare un punto di misura per rilevare la velocità minima. La velocità massima registrata, nel punto sull'asse di simmetria a 100 mm dalla punta del catetere, nei quattro casi è pari rispettivamente a 0.0740 m s⁻¹ (Caso 5.a), 0.0780 m s⁻¹ (Caso 5.b); 0.0868 m s⁻¹ (Caso 5.c) e 0.0888 m s⁻¹ (Caso 5.d) (Tabella 4.4). Si ha quindi una variazione della velocità massima rispetto al "Basic Case" di 5.41% (Tabella 4.5) nel Caso 2.b (pareti elastiche), 17.30 % (Tabella 4.5) in Caso 5.c (modello MR1) e 20% adottando il modello MR2 (Caso 5.d). La lunghezza di disturbo è rilevata durante il primo picco sistolico (Figura 4.12) corrispondente a $t_1 =$

Capitolo 4

1.5 s ed all'istante successivo $t_2 = 1.6$ s. Come si vede da Tabella 4.4, il flusso torna ad essere indisturbato (profilo parabolico), a t_1 e t_2 , a 2 mm di distanza dalla punta del catetere, per tutti i casi, tranne che per Caso 5.d (MR2) (a t_1 e t_2) e per Caso 5.c (MR1) (solo a t_1), nei quali si ha un valore di 2.5 mm (aumento del 25% rispetto a Caso 5.a, Tabella 4.5. L'introduzione quindi del fenomeno di interazione fluido-struttura è rilevante in questo caso, ai fini della lunghezza di disturbo e della velocità massima, ma limitatamente per i casi iperelastici MR1 e MR2.

Caso	Modello Reologico	V_{\max} [m s ⁻¹]	d(t) [mm]		$V_{R,\max}$ [m s ⁻¹]	t_R [s]
			@ t_1	@ t_2		
Caso 4.a	Rigido	0.3260	31 @ 2.5 [s]	48 @ 2.6 [s]	-0.0155	2.46
Caso 4.b	Hooke	0.3290	31 @ 2.5 [s]	46 @ 2.6 [s]	-0.0150	2.47
Caso 4.c	MR1	0.3360	32 @ 2.5 [s]	45 @ 2.6 [s]	-0.0153	2.49
Caso 4.d	MR2	0.3660	35 @ 2.5 [s]	45 @ 2.6 [s]	-0.0188	2.50
Caso 5.a	Rigido	0.0740	2 @ 1.5 [s]	2 @ 1.6 [s]	stagnante	-
Caso 5.b	Hooke	0.0780	2 @ 1.5 [s]	2 @ 1.6 [s]	stagnante	-
Caso 5.c	MR1	0.0868	2.5 @ 1.5 [s]	2 @ 1.6 [s]	stagnante	-
Caso 5.d	MR2	0.0888	2.5 @ 1.5 [s]	2.5 @ 1.6 [s]	stagnante	-

Tabella 4.4: Caso 4-Caso 5.tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni di arterie strumentate.

4.1.1. Analisi

L'analisi dei risultati ottenuti dallo studio 2D di arterie deformabili cateterizzate evidenzia che l'interazione fluido-strutturale risulta non trascurabile, considerando il dato di velocità massima di ricircolo (ovvero il picco di velocità minima registrata nel dominio di calcolo) se l'arteria è iperelastica secondo MR2 e limitatamente al Caso 4 (diametro interno arteria: 6 mm). Nel Caso 5 si registra infatti una condizione di flusso fermo a valle del catetere per tutte le simulazioni fluido-strutturali effettuate, indipendentemente dal modello reologico utilizzato. Questa condizione è probabilmente frutto della limitata portata nel vaso ed del fatto che il catetere ostruisce, pur per una lunghezza di 30 mm, la metà del dominio di calcolo.

Analizzando il dato di velocità massima registrata e la lunghezza di disturbo (a t_1 e t_2), si evidenzia che l'analisi FSI può essere trascurata quando si considerano arterie con comportamento elastico hookeano.

Adottando il modello MR1, si vede che l'interazione fluido-struttura risulta poco influente considerando i dati di velocità massima e di lunghezza di disturbo a t_1 , limitatamente al Caso 4.

Capitolo 4

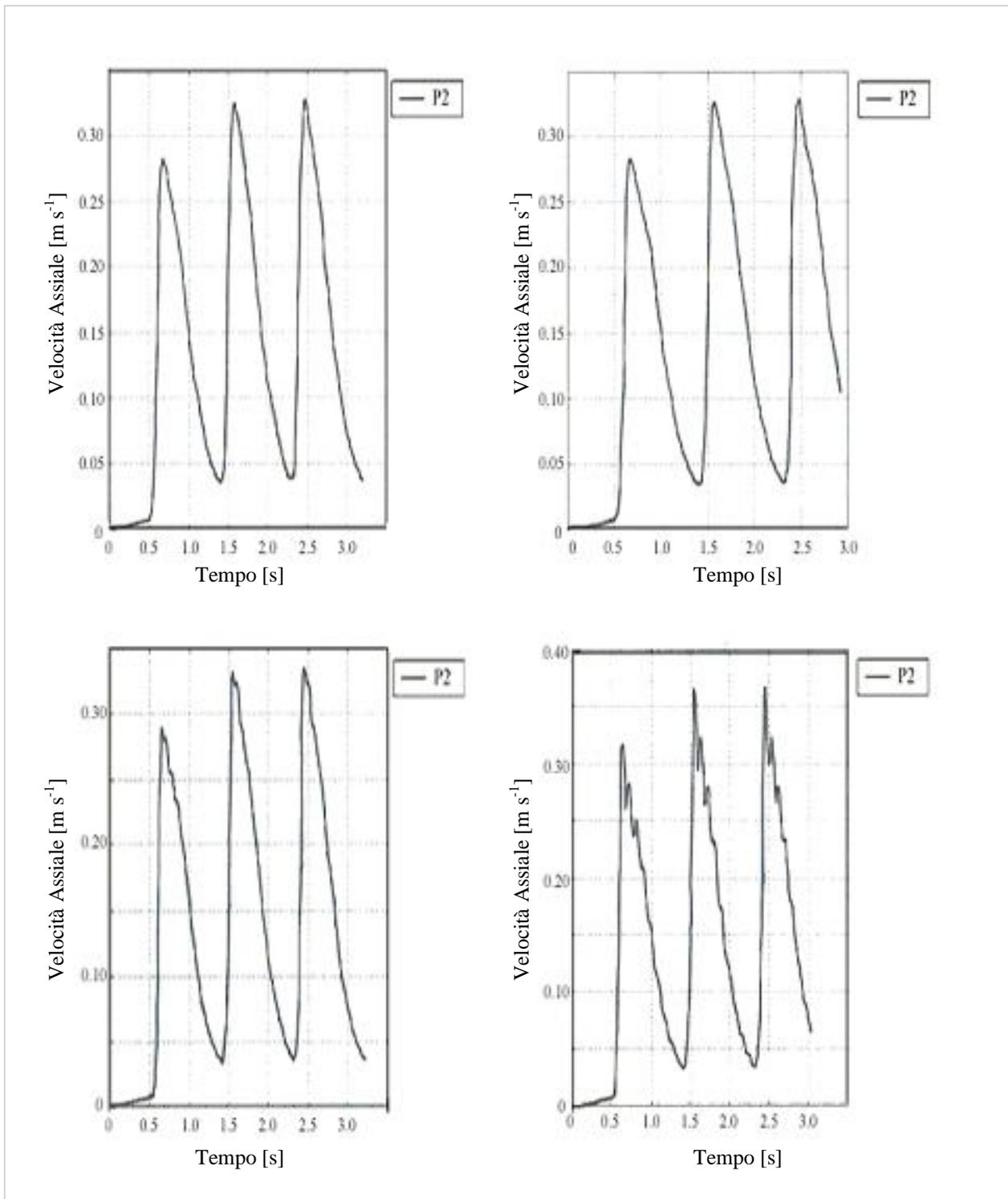


Figura 4.10. Caso 4. Profili di velocità assiale in funzione del tempo. In alto a sinistra: “basic case” (Case 4.a); in alto a destra: Hooke (Caso 4.b). In basso a sinistra: MR1 (Caso 4.c); in basso a destra: MR2 (Caso 4.d). La velocità è misurata nel punto P2 (Tabella 4.3).

Capitolo 4

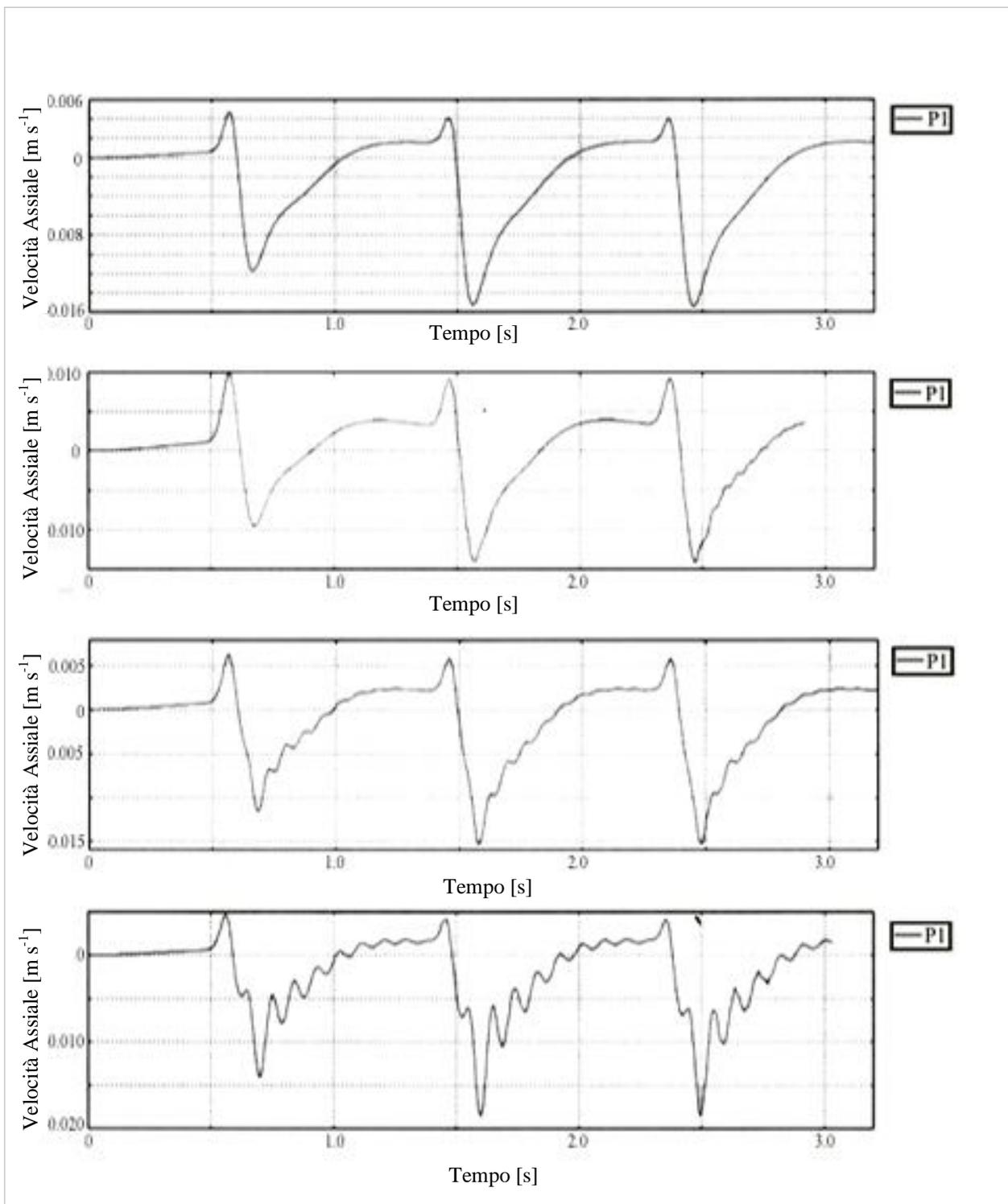


Figura 4.11. Caso 4. Velocità minima (Ricircolo). Profili di velocità assiale in funzione del tempo nel punto P1 (Tabella 4.3) per i diversi modelli reologici adottati per l'arteria: "Basic case" (in alto), Caso 4.b e Caso 5.c (centro) e Caso 4.d (in basso).

Capitolo 4

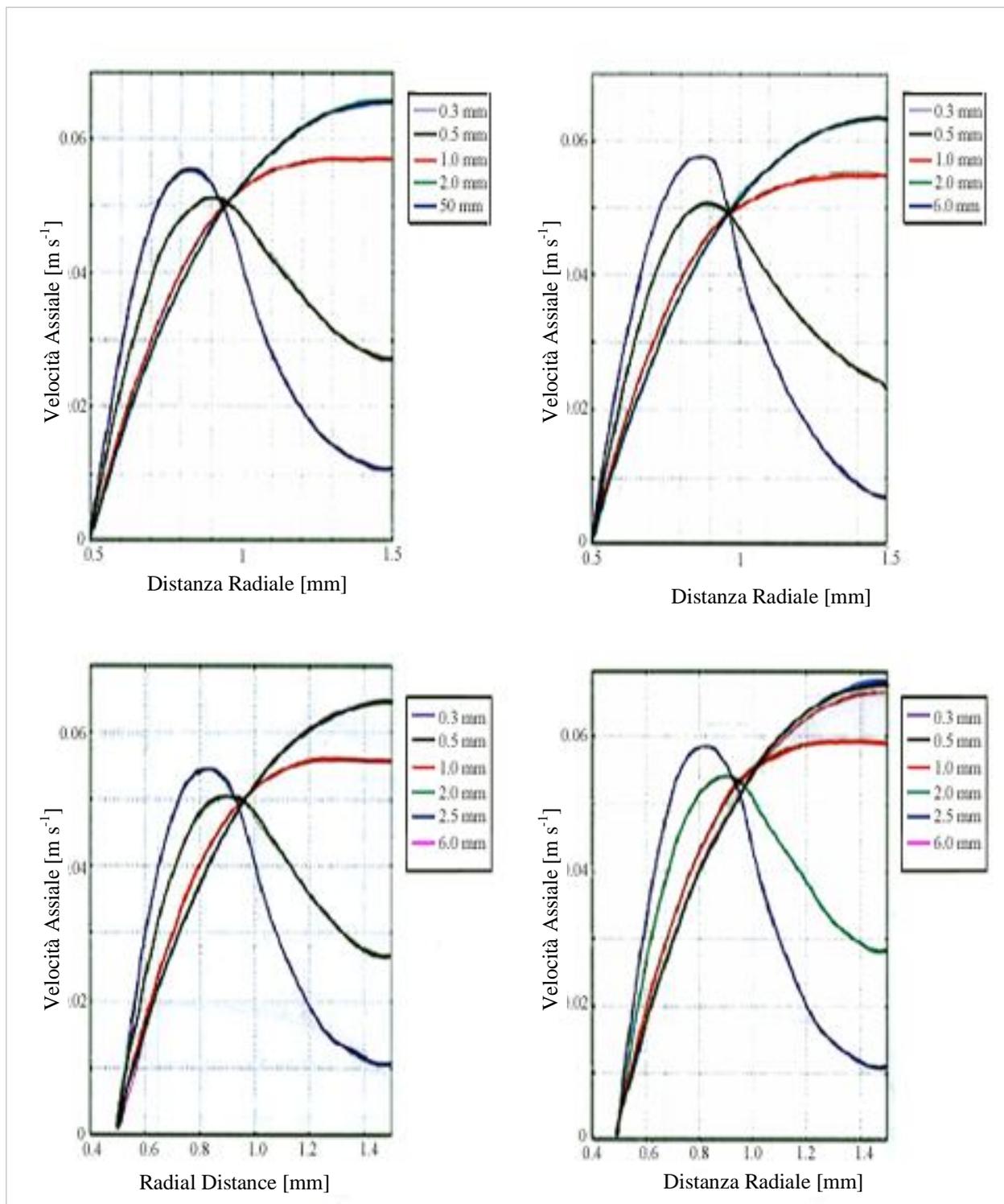


Figure 4.12. Caso 5. Profili di velocità assiale in diverse sezioni trasversali (a t_1), poste ad una distanza della mezzeria della stenosi delle quantità indicate in legenda. In alto a sinistra: “basic case” (Caso 5.a); in alto a destra: Hooke (Caso 5.b). In basso a sinistra: MR1 (Caso 5.c); in basso a destra: MR2 (Caso 5.d).

Capitolo 4

Caso	Modello Reologico	ΔV_{\max} [%]	$\Delta d(t)$ [%]		$\Delta V_{R,\max}$ [%]
			@ t_1	@ t_2	
Caso 4.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 4.b	Hooke	0.92%	0.00%	-4.17%	-3.23%
Caso 4.c	MR1	3.07%	3.23%	-6.25%	-1.29%
Caso 4.d	MR2	12.27%	12.90%	-6.25%	21.29%
Caso 5.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 5.b	Hooke	5.41%	0.00%	0.00%	-
Caso 5.c	MR1	17.30%	25.00%	0.00%	-
Caso 5.d	MR2	20.00%	25.00%	25.00%	-

Tabella 4.5: Caso 4-Caso 5. Tabella dei risultati delle variazioni percentuali, rispetto ai "Basic Cases", ottenuti dalle simulazioni di arterie strumentate.

Se si osservano ancora i risultati ottenuti per la lunghezza di disturbo t_2 (Tabella 4.4), ed applicando il modello iperelastico MR2, l'interazione fluido-struttura risulta trascurabile (minore in valore assoluto del 6%, Tabella 4.5) solo nel Caso 5.

Un ulteriore interessante risultato della presenta ricerca è rappresentato dallo sfasamento temporale (t_R) del picco di velocità minima (velocità di ricircolo). Da Tabella 4.4 si evidenzia che lo sfasamento è di entità più rilevante al crescere della deformabilità del vaso. Ciò è conseguenza della risposta strutturale del solido all'azione del campo di pressione, che risulta disturbato nelle vicinanze del catetere, a causa della presenza stessa dello strumento diagnostico: l'onda di pressione, infatti si propaga nel fluido e nel solido con velocità differenti, determinando a valle del catetere un'onda risultante sfasata rispetto al "Basic Case", per il quale la velocità di propagazione nel solido è infinita.

E' inoltre interessante notare (Tabella 4.4) come tutte le grandezze utilizzate quale parametro per il confronto dei dati aumentino al crescere della deformabilità del vaso, ovvero passando da pareti rigide a pareti iperelastiche, tranne che la lunghezza di disturbo per t_2 nel Caso 4: la spiegazione di questa anomalia risiede probabilmente nel fatto che si attua un recupero di pressione più veloce rispetto al Caso 5, in virtù del fatto che la corrente fluida è meno disturbata dalla presenza del catetere, che occupa 1/6 del dominio di calcolo (per il tratto di lunghezza di 30 mm interessato dalla presenza stessa del catetere).

Capitolo 5

5.1. Presenza di stenosi nell'arteria: Simulazioni 2D

5.1.1. Descrizione delle geometrie

Come anticipato in paragrafo 4.2.1, i vasi arteriosi sono schematizzabili come “straight tubes” a sezione circolare ([104]) e di lunghezza pari a 200 mm, per garantire che nella sezione di uscita si abbia un moto completamente sviluppato. Tale lunghezza è stata scelta a seguito di prove preliminari, le quali hanno mostrato, in ragione della natura non-Newtoniana del sangue, come essa fosse sufficiente a garantire, nei casi esaminati, un profilo dinamico indisturbato in corrispondenza della sezione di outlet del dominio.

Le geometrie di arterie stenotiche esaminate sono 6. Per ognuna si sono eseguite 4 simulazioni (i 4 modelli di elasticità adottati), per un totale di 24 casi. In particolare due geometrie si riferiscono ad arterie stenotiche di diametro pari a 5 mm e spessore della parete di 1 mm. Le stenosi sono assialsimmetriche, di forma triangolare, trapezoidale o semi-ellittica ([3]), e sono caratterizzate da due livelli di severità patologica individuati da due diversi gradi di occlusione dell' area della sezione trasversale del vaso: 64% e 84%. Il criterio per ricavare le dimensioni geometriche delle stenosi è quello dell'equivalenza tra l'area della stenosi trapezia (trapezio isoscele) con le altre tipologie di stenosi (triangolare e semi-ellittica) (Equivalent Area Criterion , EAC), fissando percentuale di occlusione della area della sezione trasversale dell'arteria e l'altezza (1 mm per le occlusioni del 64%, o 1.5 mm per occlusioni del 84%), mentre variano le dimensioni della base (stenosi triangolare) o dell'asse maggiore (stenosi semi-ellittica) ([3]). In particolare si hanno le seguenti dimensioni:

- ✓ stenosi triangolare
 - base: 18 mm;
 - altezza: 1 mm (Caso 7); 1.5 mm (Caso 6);
- ✓ stenosi semi-ellittica
 - asse maggiore: 11 mm;
 - altezza: 1 mm (Caso 9); 1.5 mm (Caso 8);
- ✓ stenosi trapezoidale
 - base maggiore: 10 mm;
 - base minore: 8 mm;

Capitolo 5

- altezza: 1 mm (Caso 11); 1.5 mm (Caso 10);

Ogni stenosi è posta ad una distanza caratteristica dalla sezione d'ingresso, come di seguito illustrato:

- ✓ Triangolo: 28 mm;
- ✓ Emi-Ellisse: 32 mm;
- ✓ Trapezio: 36 mm.

Tali distanze sono sempre dovute alla scelta qui effettuata del criterio EAC, estesamente discusso in ([3]).

Data l'assialsimmetria dei casi oggetto di studio le simulazioni sono state effettuate su domini bidimensionali assialsimmetrici.

Caso	Diametro esterno [mm]	Diametro internol [mm]	Lunghezza del vaso [mm]	Forma della stenosi	Altezza della stenosi [mm]	Distanza dalla sezione di ingresso [mm]
Caso 6	7	5	200	Triangolo	1.5	28
Caso 7	7	5	200	Triangolo	1.0	28
Caso 8	7	5	200	Emi-ellisse	1.5	32
Caso 9	7	5	200	Emi-ellisse	1.0	32
Caso 10	7	5	200	Trapezio	1.5	36
Caso 11	7	5	200	Trapezio	1.0	36

Tabella 5.1: Caso 6-Caso 11. Caratteristiche geometriche dei casi studiati.

5.1.2. Parametri di confronto dei risultati

Al fine di esporre i risultati ottenuti dall'analisi fluido-strutturale comparata, oggetto dello studio effettuato, sono stati analizzati tre parametri fisici (velocità massima, velocità minima e lunghezza di disturbo) a valle delle stenosi, in una serie di punti strategici, scelti a posteriori della simulazione. Individuando le zone di ricircolazione (ove sono presenti velocità negative) nei vari casi sono stati collocati uno o più punti, in base all'estensione della zona di ricircolazione, che risulta collegata alla geometria della placca stessa. La velocità massima, rilevata durante la fase sistolica è effettuata nel punto sull'asse di simmetria del condotto posto a maggiore distanza dall'ostacolo (Tabella 5.2), in una zona ove non vi siano presenti gli effetti del disturbo provocato dalla stenosi sul flusso sanguigno (profili di velocità con flessi). Inoltre data la laminarità del flusso (profilo parabolico di velocità), il massimo giace sull'asse di simmetria, perciò anche i punti di misura si trovano

Capitolo 5

necessariamente su di esso. In particolare per questo set di casi la localizzazione del punto di misura della velocità massima è posto a 100 mm dalla mezzeria della stenosi.

La velocità minima rilevabile nel tempo (massima velocità di ricircolazione) nei punti posti a valle dell'ostacolo patologico (Tabella 5.2) è monitorata al fine di quantificare il ricircolo a valle della stenosi: nelle arterie malate, infatti, la ricircolazione favorisce l'ulteriore accumulo di materiale, contribuendo in tal modo all'aggravarsi della patologia vascolare.

La lunghezza di disturbo è infine un parametro che permette di analizzare e quantificare l'effetto patologico delle stenosi sul flusso sanguigno. Le lunghezze di disturbo sono conteggiate dalla mezzeria delle stenosi. La distanza a valle entro la quale si osservano gli effetti di disturbo provocati dall'ostacolo al flusso ematico è rilevata sia nell'istante di picco sistolico (il primo o il secondo in dipendenza dei casi), denominato t_1 (Tabella 5.3), sia in un istante successivo ad esso, denominato t_2 , coincidente con l'istante in cui si realizza il maggior disturbo (la scelta di questi istanti di misurazione è fatta sempre a posteriori, ricercando quindi tali istanti per tentativi).

Al fine di effettuare un confronto tra i risultati e per quantificare l'influenza del modello reologico sui risultati stessi, si è introdotta la seguente relazione percentuale:

$$\Delta\psi_i = \frac{\psi_0 - \psi_a}{\psi_0} \quad (5.1)$$

Ove ψ_0 è il valore di riferimento del parametro "i" (velocità massima, "Vmax", velocità minima, "VR", e lunghezza di disturbo, "d") ottenuto nel "Basic Case", ed ψ_a è il valore attuale del parametro.

Caso	Diametro interno [mm]	Punto di misura	Distanza dalla parete del vaso [mm]	Distanza dal catetere [mm]
Caso 6	5	P1	0.25	8
	5	P2	0.25	9
	5	P3	0.25	10
	5	P4	0.25	12
	5	P5	0.25	13
	5	P6 (*)	2.5	100
Caso 7	5	P1	0.2	9
	5	P2	0.2	10
	5	P3	0.2	11

Capitolo 5

	5	P4	0.2	12
	5	P5 (*)	2.5	100
Caso 8	5	P1	0.5	0,5
	5	P2	0.5	10
	5	P3	0.5	20
	5	P4	0.25	0,5
	5	P5	0.25	10
	5	P6	0.25	20
	5	P7 (*)	2.5	100
Caso 9	5	P1	0.3	7
	5	P2	0.3	9
	5	P3	0.3	19
	5	P4 (*)	2.5	100
Caso 10	5	P1	0.5	6
	5	P2	0.5	9
	5	P3	0.5	13
	5	P4	0.5	17
	5	P5 (*)	2.5	100
Caso 11	5	P1	0.5	1
	5	P2	0.5	4
	5	P3	0.5	8
	5	P4	0.5	12
	5	P5 (*)	2.5	100

Tabella 5.2: Caso 6-Caso 11. Localizzazione dei punti di misura della velocità.

5.1.3. Risultati

I domini geometrici sono analizzati comparando i risultati ottenuti nelle simulazioni con arterie rigide (Basic Case) con i risultati delle simulazioni fatte introducendo l'interazione fluido-struttura, schematizzando le arterie come solidi elastici di Hooke ([44]), iperelastici secondo il modello MR1 ([56]) ed il modello MR2 ([57]).

Per valutare l'incidenza sui risultati della scelta di un modello di elasticità rispetto ad un altro, si è preso il "Basic Case" (pareti rigide) quale caso di riferimento rispetto a cui parametrare i risultati degli altri tre casi (Hooke, MR1 e MR2) per verificare gli scostamenti. Le variazioni rispetto al "Basic Case", con il rispettivo segno algebrico, sono calcolate in percentuale, secondo l'eq. (5.1)

Capitolo 5

Caso 6: stenosi assialsimmetrica triangolare, altezza 1.5 mm, grado di occlusione 84%.

La massima velocità è pari a 0.2230 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 6.a), mentre modellando arterie come solidi elastici si ottiene un valore di 0.227 m s^{-1} (con un incremento di +1.79%) (Tabella 5.3). Se si considerano i modelli iperelastici MR1 e MR2 la velocità massima subisce un incremento rispetto al valore di riferimento di +29.60% e +56.95% rispettivamente (Tabella 5.4), raggiungendo 0.2890 m s^{-1} (MR1) e 0.3500 m s^{-1} (MR2). In Figura 5.2 sono riportati i profili di velocità massima registrata, nel punto P6 (Tabella 5.2).

La lunghezza di disturbo è rilevata durante il secondo picco sistolico (Figura 5.3) negli istanti corrispondenti a $t_1 = 2.4 \text{ s}$ e $t_2 = 2.6 \text{ s}$. Come si vede da Tabella 5.4 nel caso di pareti elastiche, rispetto al "Basic Case", la lunghezza di disturbo è uguale (pari a 46 mm, a t_1) o aumenta del +7.02% (passando da 57 mm a 61 mm, Tabella 5.4) in t_2 . Con pareti iperelastiche MR1 (Caso 6.c) la lunghezza di disturbo diminuisce a t_1 di -8.70% (42 mm) e aumenta di +1.75% a t_2 (58 mm, Tabella 5.4). Se infine si considerano pareti iperelastiche MR2 (Caso 6.d) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è inferiore rispetto al "Basic Case" di -2.17% (45 mm), mentre è aumentata di +14.04% a t_2 (65 mm) rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4). I risultati dimostrano che ad una distanza maggiore della lunghezza di disturbo, il profilo torna ad essere indisturbato, ovvero sovrapponibile con il profilo di velocità a monte della stenosi.

La massima velocità di ricircolo è pari a -0.0419 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 6.a). Tale valore è rilevato all'istante $t = 1.56 \text{ s}$ ovvero durante il primo picco sistolico. La Figura 5.4 riporta il dettaglio del ricircolo localizzato a valle della stenosi. Introducendo il fenomeno di interazione fluido-strutturale e considerando arterie con pareti elastiche (Caso 6.b) la velocità massima di ricircolo aumenta (-0.0490 m s^{-1}), ed assume un valore pari a con una variazione di +16.95% (Tabella 5.4) e tale valore si ha all'istante $t = 1.59 \text{ s}$. Nel caso di pareti iperelastiche (MR1, Caso 6.c) si ha un picco di ricircolo a $t = 1.63 \text{ s}$ ed una velocità di -0.0415 m s^{-1} (rispetto al Caso 6.a si ha un decremento di -0.95%). Infine adottando il modello MR2 (Caso 6.d) per le arterie si ottiene una velocità di ricircolo più elevata rispetto al "Basic Case" (Caso 6.a) di +19.81% (-0.502 m s^{-1} , Tabella 5.4), registrata a $t = 1.54 \text{ s}$.

Caso 7 stenosi assialsimmetrica triangolare, altezza 1 mm, grado di occlusione 64%.

Dalla Tabella 5.3 si vede che la massima velocità è pari a 0.2920 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 7.a), mentre modellando arterie come solidi elastici si ottiene un valore di 0.2915 m s^{-1} (con un decremento di -0.17%). Se si considerano i modelli iperelastici MR1 e MR2 la velocità massima

Capitolo 5

subisce un incremento rispetto al valore di riferimento di +15.07% (0.3360 m s^{-1}) e +32.19% (0.3860 m s^{-1}) rispettivamente (Tabella 5.4).

La lunghezza di disturbo è rilevata durante e dopo il secondo picco sistolico, in corrispondenza degli istanti $t_1 = 2.4 \text{ s}$ e $t_2 = 2.5 \text{ s}$ (Tabella 5.3). Nel caso di pareti elastiche la lunghezza di disturbo è analoga (pari a 15 mm, a t_1) o aumenta del +2.78% (37 mm), rispetto al "Basic Case" (36 mm), a t_2 . con pareti iperelastiche MR1 (Caso 4.c) la lunghezza di disturbo è la medesima a t_1 e a t_2 rispetto ai valori del "Basic Case" (15 mm e 36 mm rispettivamente). Se infine si considerano pareti iperelastiche MR2 (Caso 7.d) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è aumentata rispetto al "Basic Case" del +6.67% (16 mm), mentre è aumentata del +5.56% (38 mm) a t_2 rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4).

La massima velocità di ricircolo è pari a -0.0039 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 7.a). Tale valore è rilevato all'istante $t = 1.58 \text{ s}$ ovvero durante il primo picco sistolico. Introducendo il fenomeno di interazione fluido-strutturale e considerando arterie con pareti elastiche (Caso 7.b) la velocità massima di ricircolo diminuisce, con una variazione di -7.69% (-0.0036 m s^{-1} , Tabella 5.4), nell'istante $t = 1.59 \text{ s}$. Nel caso di pareti iperelastiche (MR1, Caso 7.c) si ha un picco di ricircolo a $t = 1.61 \text{ s}$ con velocità di -0.0085 m s^{-1} (rispetto al Caso 7.a si ha un aumento di +117.95%, Tabella 5). Infine adottando il modello MR2 (Caso 7.d) per le arterie si ottiene una velocità di ricircolo più elevata rispetto al "Basic Case" (Caso 7.a) di +66.67% (-0.0065 m s^{-1}) rilevata a $t = 1.59 \text{ s}$.

Dai risultati ottenuti, si rileva uno sfasamento temporale tra le curve di pressione (Figura 5.5), rilevate nei punti di misura P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.2). Tale sfasamento temporale delle curve è in ragione della compressione e successiva dilatazione del vaso sotto l'azione del sangue e della generazione di un'onda, in sovrapposizione all'onda di pressione fisiologica, generata in risposta alla deformazione indotta dal campo di pressione del fluido sul solido.

Caso 8: stenosi assialsimmetrica semi-ellittica, altezza 1.5 mm, grado di occlusione 84%.

La massima velocità è pari a 0.1890 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 8.a), mentre modellando arterie come solidi elastici (Caso 8.b) si ottiene un valore di 0.1950 m s^{-1} (+3.17%, Tabella 5.4). Se si considerano i modelli iperelastici MR1 (Caso 5.c) e MR2 (Caso 5.d) la velocità massima subisce un ulteriore incremento rispetto al valore di riferimento di +33.86% (0.2530 m s^{-1}) e +58.73% (0.3000 m s^{-1}) rispettivamente (Tabella 5.4). La velocità massima è registrata, nel punto P7 (Tabella 5.2) ed è riportata in Figura 5.6. La lunghezza di disturbo è rilevata durante e dopo il secondo picco sistolico in corrispondenza a $t_1 = 2.4 \text{ s}$ e $t_2 = 2.5 \text{ s}$ (Tabella 5.3). Il valore ottenuto dal "Basic Case" (Caso 8.a) è di 15 mm a t_1 e 44 mm a t_2 . Nel caso di pareti elastiche (Caso 8.b) la lunghezza di

Capitolo 5

disturbo diminuisce di -6.67% (a t_1 , 14 mm) e di -2.27% (a t_2 , 43 mm), rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4).

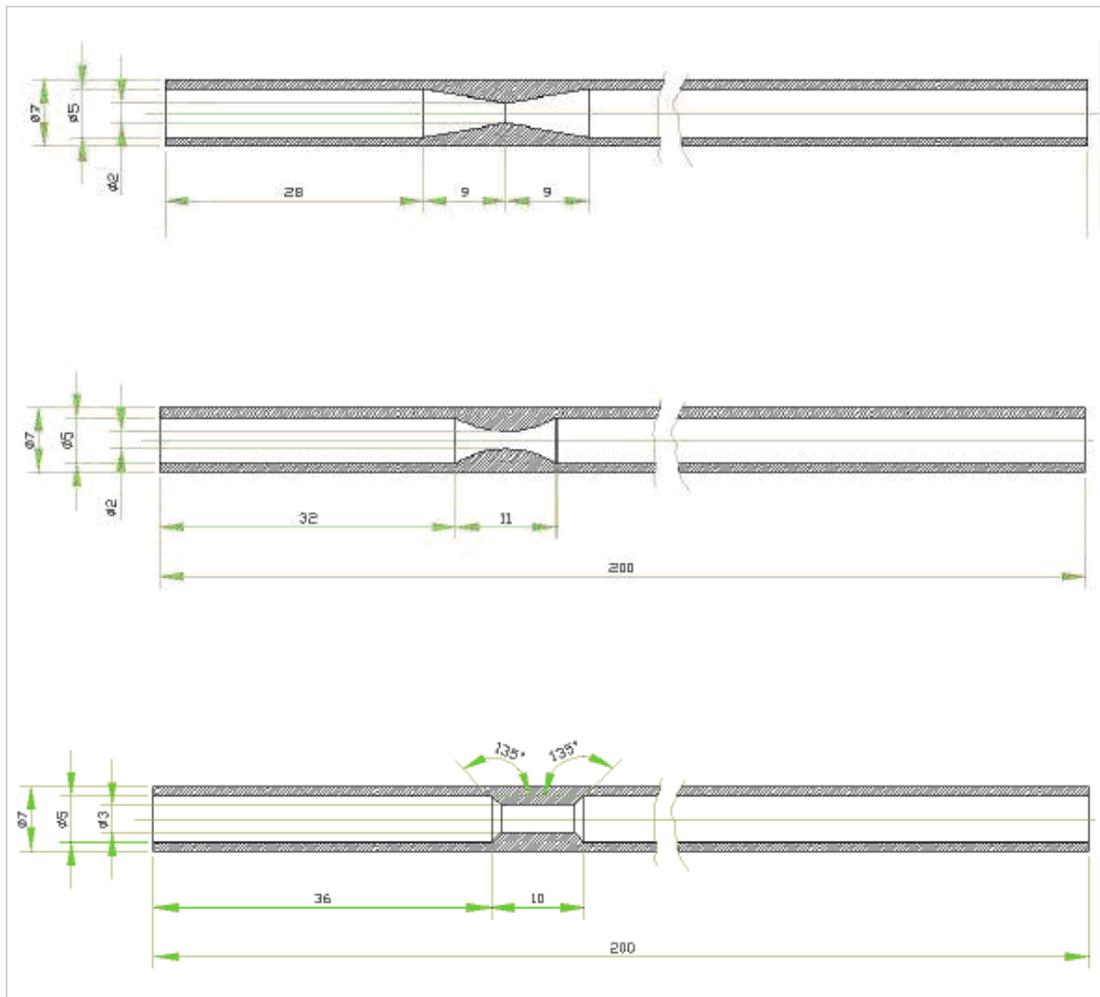


Figura 5.1. Caso 6-Caso 11. Geometrie dei domini di calcolo: esempi.

Nel caso di arterie con pareti iperelastiche MR1 (Caso 8.c) la lunghezza di disturbo aumenta a t_1 e a t_2 rispetto ai valori del "Basic Case" di +26.67% (19 mm) e +2.27% (45 mm) rispettivamente (Tabella 5.4). Se infine si considerano pareti iperelastiche MR2 (Caso 8.d) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è aumentata rispetto al "Basic Case" di +20.0% (18 mm), e diminuita di -12.50% a t_2 (42 mm) rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.3 e Tabella 5.4).

La massima velocità di ricircolo è pari -0.0516 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 8.a), all'istante $t = 1.56 \text{ s}$ ovvero durante il primo picco sistolico. Introducendo il fenomeno di interazione fluido-strutturale e considerando arterie con pareti elastiche (Caso 8.b) la velocità massima di ricircolo diminuisce (-0.0450 m s^{-1}), con una variazione di -12.79% (Tabella 5.4) e tale valore si ha all'istante $t = 1.59 \text{ s}$.

Capitolo 5

Nel caso di pareti iperelastiche (MR1, Caso 8.c) si ha un picco di ricircolo a $t = 1.63$ s ed una velocità di -0.0451 m s⁻¹ (rispetto al Caso 8.a si ha una diminuzione di -12.60%). Infine adottando il modello MR2 (Caso 8.d) per le arterie si ottiene una velocità di ricircolo più elevata ($-0,0558$ m s⁻¹) rispetto al "Basic Case" (Caso 8.a) di +8.14% (Tabella 5.4). Tale valore è rilevato a $t = 1.54$ s. Dai risultati ottenuti (Figura 5.7), si rileva uno sfasamento temporale tra le curve di pressione, rilevate nei punti di misura P1, P2, P3, P4, P5, P6 (Tabella 5.2). Tale sfasamento temporale delle curve è in ragione della compressione e successiva dilatazione del vaso sotto l'azione del sangue e della generazione di un'onda, in sovrapposizione all'onda di pressione fisiologica, generata in risposta alla deformazione indotta dal campo di pressione del fluido sul solido

Caso 9: stenosi assialsimmetrica semi-ellittica, altezza 1 mm, grado di occlusione 64%.

La massima velocità è pari a 0.2690 m s⁻¹ nel "Basic Case" (Caso 9.a), mentre modellando arterie come solidi elastici (Caso 9.b) si ottiene un valore di 0.2830 m s⁻¹ (+5.20%). Se si considerano il modello iperelastico MR1 (Caso 9.c) la velocità massima (0.3300 m s⁻¹) subisce un ulteriore incremento rispetto al valore di riferimento di +22.68% (Tabella 5.4). Adottando il modello iperelastico MR2, si ottiene un valore di velocità massima pari a 0.4080 m s⁻¹ (+51.67% rispetto al "Basic Case").

La lunghezza di disturbo è rilevata durante e dopo il secondo picco sistolico in corrispondenza a $t_1 = 2.4$ s e $t_2 = 2.6$ s (Tabella 5.3) Nel caso di pareti rigide (Caso 9.a) essa vale 37 mm a t_1 e 56 mm a t_2 . Considerando poi pareti arteriose elastiche (Caso 9.b) la lunghezza di disturbo aumenta a t_1 di +2.70% (38 mm) e a t_2 di +1.79% (57 mm), rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4). Nel caso di pareti iperelastiche MR1 (Caso 9.c) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è diminuita rispetto al "Basic Case" di -2.70% (36 mm), mentre è aumentata di +7.14% a t_2 (60 mm) rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4). Se infine si considerano pareti iperelastiche MR2 (Caso 9.d) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è diminuita rispetto al "Basic Case" di -16.22% (31 mm), e di -16.07% a t_2 (65 mm) rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4 e Tabella 5.4).

Dai risultati ottenuti si vede che per sezioni distanti dalla mezzzeria della stenosi di una lunghezza maggiore di quella di disturbo, il profilo di velocità è sovrapponibile con quello a monte della stenosi. I profili a distanze intermedie, presentano invece dei flessi dovuti all'improvviso restringimento della sezione causato dalla stenosi. La massima velocità di ricircolo è pari, in valore assoluto a -0.0167 m s⁻¹ (Tabella 5.3) nel "Basic Case" (Caso 9.a), all'istante $t = 2.47$ s ovvero durante il secondo picco sistolico. Il dettaglio del ricircolo a valle della stenosi è riportato in Figura

Capitolo 5

5.8. Introducendo il fenomeno di interazione fluido-strutturale e considerando arterie con pareti elastiche (Caso 9.b) la velocità massima di ricircolo diminuisce (-0.0150 m s^{-1}), con una variazione di -10.18% (Tabella 5.4), all'istante $t = 2.52 \text{ s}$. Nel caso di pareti iperelastiche (MR1, Caso 9.c) si ha un picco di ricircolo a $t = 2.52 \text{ s}$ ed una velocità di -0.0216 m s^{-1} (rispetto al Caso 9.a si ha un aumento di $+29.34\%$, Tabella 5.4). Infine adottando il modello MR2 (Caso 9.d) per le arterie si ottiene una velocità di ricircolo più elevata (-0.0312 m s^{-1}) rispetto al "Basic Case" (Caso 9.a) di $+86.53\%$ (Tabella 5.4). Tale valore è rilevato a $t = 2.49 \text{ s}$.

Caso 10: stenosi assialsimmetrica trapezia, altezza 1,5 mm, grado di occlusione 84%.

La massima velocità è pari a 0.1610 m s^{-1} nel "Basic Case" (Caso 10.a), mentre modellando arterie come solidi elastici (Caso 10.b) si ottiene un valore di 0.1710 m s^{-1} (con un aumento di $+6.21\%$, Tabella 5.4). Se si considera il modello iperelastico MR1 (Caso 10.c) la velocità massima subisce un ulteriore incremento rispetto al valore di riferimento di $+31.68\%$ (0.2120 m s^{-1}). Se si considera il modello iperelastico MR2 (Caso 10.d) la velocità massima presenta ancora un valore incrementato rispetto al "Basic Case" di $+41.61\%$ (0.2280 m s^{-1}). La velocità massima è registrata, nel punto P7 (Tabella 5.2) ed è riportata in Figura 5.9. La lunghezza di disturbo è rilevata durante e dopo il primo picco sistolico (Figura 3.1), in corrispondenza a $t_1 = 1.5 \text{ s}$ e $t_2 = 1.6 \text{ s}$ (Tabella 5.3). Nel caso di riferimento (Caso 10.a) il disturbo si propaga nell'arteria fino a 14 mm all'istante t_1 , e di 43 mm all'istante t_2 (Tabella 5.3). Nel caso di pareti elastiche (Caso 10.b) la lunghezza di disturbo aumenta a t_1 di $+7.14\%$ (15 mm) e diminuisce a t_2 di -2.33% (42 mm), rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.4). Se si considerano pareti iperelastiche MR1 (Caso 10.c) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è aumentata (17 mm) rispetto al "Basic Case" di $+21.43\%$ (Tabella 5.4), mentre è invariata a t_2 rispetto al "Basic Case". Se infine si considerano pareti iperelastiche MR2 (Caso 10.d) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è aumentata rispetto al "Basic Case" di $+14.29\%$ (16 mm), e di $+2.33\%$ (44 mm) a t_2 (Tabella 5.4). La massima velocità di ricircolo è pari a -0.0610 m s^{-1} (Tabella 5.3) nel "Basic Case" (Caso 10.a), all'istante $t = 1.56 \text{ s}$ ovvero durante il primo picco sistolico.

Introducendo l'interazione fluido-strutturale e considerando arterie con pareti elastiche (Caso 10.b) la velocità massima di ricircolo diminuisce (0.0545 m s^{-1}), con una variazione di -10.66% (Tabella 5.4), all'istante $t = 1.57 \text{ s}$. Nel caso di pareti iperelastiche (MR1, Caso 7.c) si ha un picco di ricircolo a $t = 1.61 \text{ s}$ ed una velocità di -0.0540 m s^{-1} (rispetto al Caso 10.a si ha una diminuzione di -11.48% , Tabella 5.4). Infine adottando il modello MR2 (Caso 10.d) per le arterie si ottiene una velocità di

Capitolo 5

ricircolo inferiore ($-0,0590 \text{ m s}^{-1}$) rispetto al "Basic Case" (Caso 10.a) di $-3,28\%$ (Tabella 5.4). Tale valore è rilevato a $t = 1,58 \text{ s}$.

Caso 11: stenosi assialsimmetrica trapezia, altezza 1,0 mm, grado di occlusione 64%.

La massima velocità è pari a $0,2560 \text{ m s}^{-1}$ nel "Basic Case" (Caso 11.a), mentre modellando arterie come solidi elastici (Caso 11.b) si ottiene un valore di $0,2710 \text{ m s}^{-1}$ (con un aumento di $+5,86\%$, Tabella 5.4). Se si considera il modello iperelastico MR1 (Caso 11.c) la velocità massima subisce un ulteriore incremento rispetto al valore di riferimento di $+9,38\%$ ($0,2800 \text{ m s}^{-1}$, Tabella 5.4). Se si considera infine il modello iperelastico MR2 (Caso 11.d) la velocità massima presenta ancora un valore pari a $0,3170 \text{ m s}^{-1}$ (rispetto al "Basic Case": $+23,83\%$, Tabella 5.4).

La lunghezza di disturbo è rilevata durante e dopo il secondo picco sistolico in corrispondenza degli istanti $t_1 = 2,4 \text{ s}$ e $t_2 = 2,6 \text{ s}$ (Tabella 5.3). Nel caso di riferimento (Caso 11.a), il disturbo prodotto dalla stenosi fa sentire i suoi effetti fino ad una distanza di 13 mm (a t_1), mentre nell'istante t_2 la lunghezza di disturbo è pari a 60 mm (Tabella 5.3). Se le pareti sono elastiche (Caso 11.b) la lunghezza di disturbo, rispetto al "Basic Case", aumenta a t_1 passando ad un valore di 14 mm ($+7,69\%$, Tabella 5.4) e diminuisce a t_2 , quando si registra un valore di 56 mm ($-6,67\%$, Tabella 5.4). Se si considerano pareti iperelastiche MR1 (Caso 11.c) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è aumentata rispetto al "Basic Case" (16 mm) di $+23,08\%$ (Tabella 5.4), mentre diminuisce (58 mm) di $-3,33\%$ a t_2 rispetto al "Basic Case" (Tabella 5.3 e Tabella 5.4). Se infine si considerano pareti iperelastiche MR2 (Caso 11.d) si ha che a t_1 la lunghezza di disturbo è aumentata rispetto al "Basic Case", sia nell'istante t_1 , quando assume un valore di 14 mm ($+7,69\%$), sia nell'istante t_2 , quando vale 70 mm ($+16,67\%$) (Tabella 5.3 e Tabella 5.4). Dai risultati ottenuti (Figura 5.10) si vede che per sezioni distanti dalla mezzeria della stenosi di una lunghezza maggiore di quella di disturbo, il profilo di velocità è sovrapponibile con quello a monte della stenosi. I profili a distanze intermedie, presentano invece dei flessi dovuti all'improvviso restringimento della sezione causato dalla stenosi.

La massima velocità di ricircolo è pari a $-0,0334 \text{ m s}^{-1}$ (Tabella 5.3) nel "Basic Case" (Caso 11.a). Tale valore è rilevato all'istante $t = 1,56 \text{ s}$ ovvero durante il primo picco sistolico. La Figura 5.11 riporta il dettaglio del ricircolo localizzato a valle della stenosi. Introducendo l' interazione fluido-strutturale e considerando arterie con pareti elastiche (Caso 11.b) la velocità massima di ricircolo diminuisce ($-0,0316 \text{ m s}^{-1}$), con una variazione, rispetto al "Basic Case", di $-5,39\%$ (Tabella 5.4): tale valore si rileva all'istante $t = 1,58 \text{ s}$. Nel caso di pareti iperelastiche (MR1, Caso 11.c) si ha un

Capitolo 5

picco di ricircolo a $t = 1.58$ s ed una velocità di -0.0329 m s⁻¹ (rispetto al Caso 11.a si ha una diminuzione di -1.50%, Tabella 5.4). Infine adottando il modello MR2 (Caso 11.d) si ottiene una velocità di ricircolo più elevata (-0.0490 m s⁻¹) rispetto al "Basic Case" di +46.71% (Tabella 5.4). tale valore risulta rilevato a $t = 1.61$ s.

Dai risultati ottenuti (Figura 5.11), si rileva uno sfasamento temporale tra le curve di pressione, rilevate nei punti di misura P1, P2, P3, e P4 (Tabella 5.2). Tale sfasamento temporale delle curve è in ragione della compressione e successiva dilatazione del vaso sotto l'azione del sangue e della generazione di un'onda, in sovrapposizione all'onda di pressione fisiologica, generata in risposta alla deformazione indotta dal campo di pressione del fluido sul solido.

Capitolo 5

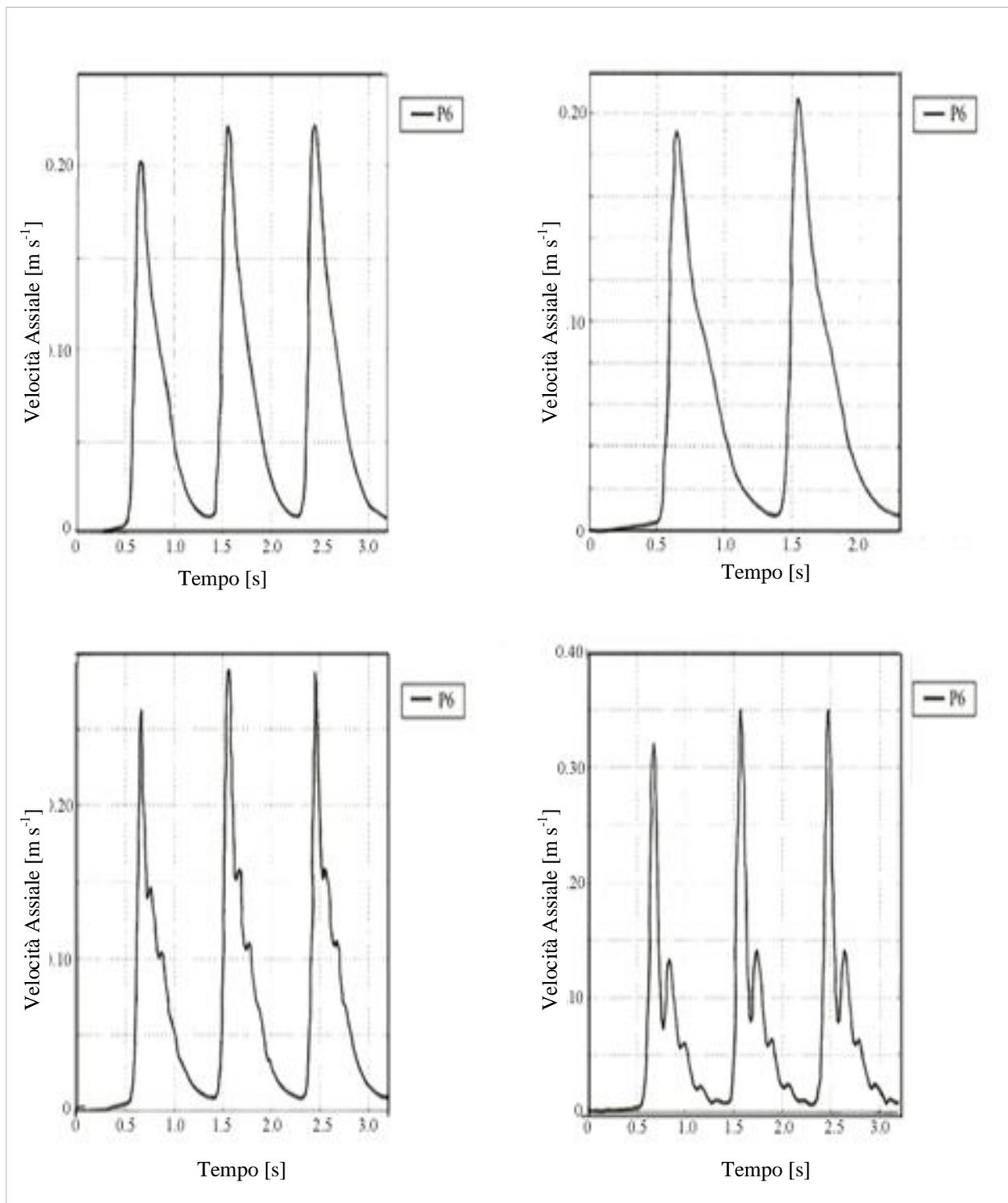


Figure 5.2 . Caso 6. Profili di velocità assiale in funzione del tempo. In alto a sinistra: “basic case” (Case 6.a); in alto a destra: Hooke (Caso 6.b). In basso a sinistra: MR1(Caso 6.c); in basso a destra: MR2 (Caso 6.d). La velocità è misurata nel punto P6 (Tabella 5.2).

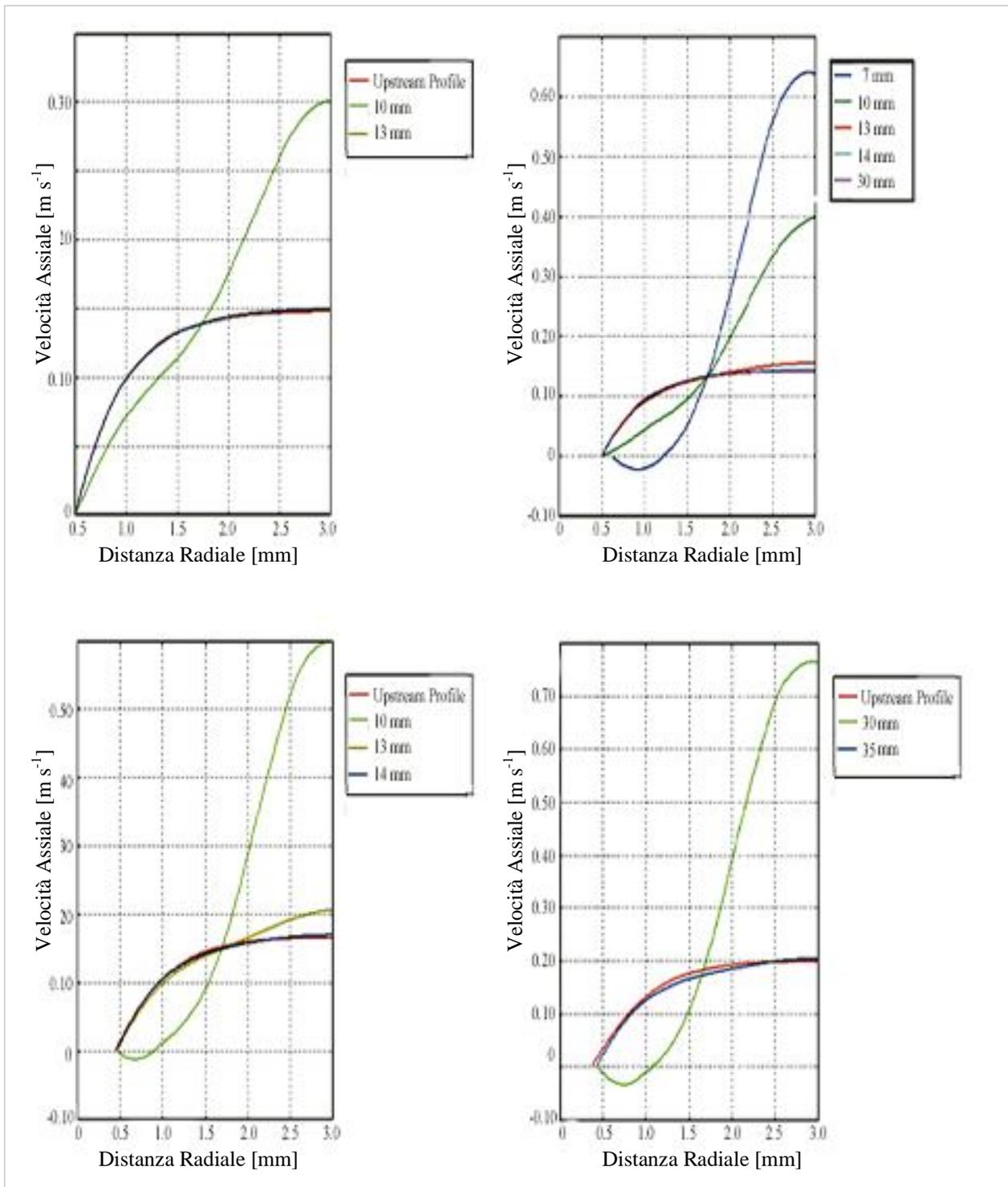


Figura 5.3. Caso 6. Profili di velocità assiale in diverse sezioni trasversali (a t_1), poste ad una distanza della mezzeria della stenosi delle quantità indicate in legenda. In alto a sinistra: “basic case” (Caso 6.a); in alto a destra: Hooke (Caso 6.b). In basso a sinistra: MR1 (Caso 6.c); in basso a destra: MR2 (Caso 6.d).

Capitolo 5

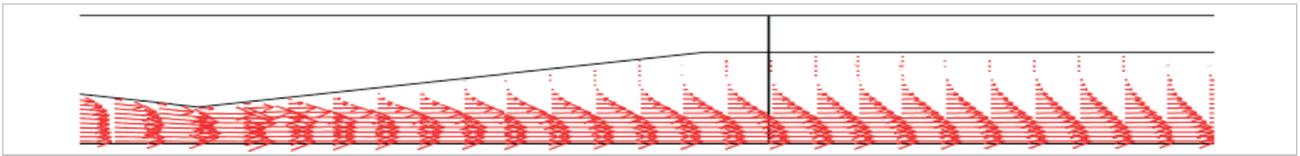


Figura 5.4. Caso 6. Dettaglio del ricircolo a valle della stenosi.

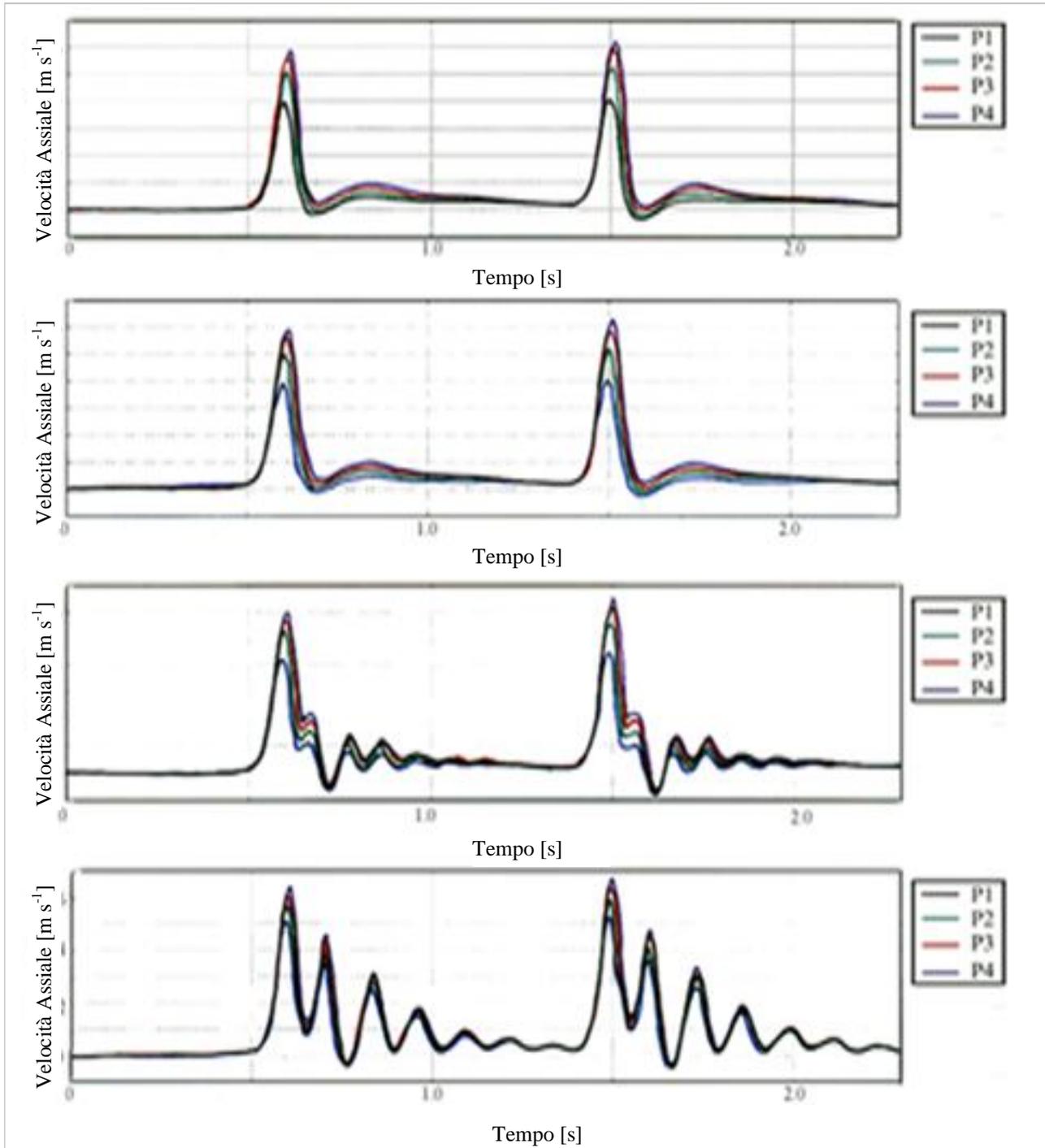


Figura 5.5. Caso 7. Velocità minima (Ricircolo). Profili di velocità assiale in funzione del tempo nei punti P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.2) per i diversi modelli reologici adottati per le arterie. In alto: “basic case” (Caso 6.a); al centro: Hooke e MRI (Caso 6.b e Caso 4.c); in basso: MR2 (Caso 6.d).

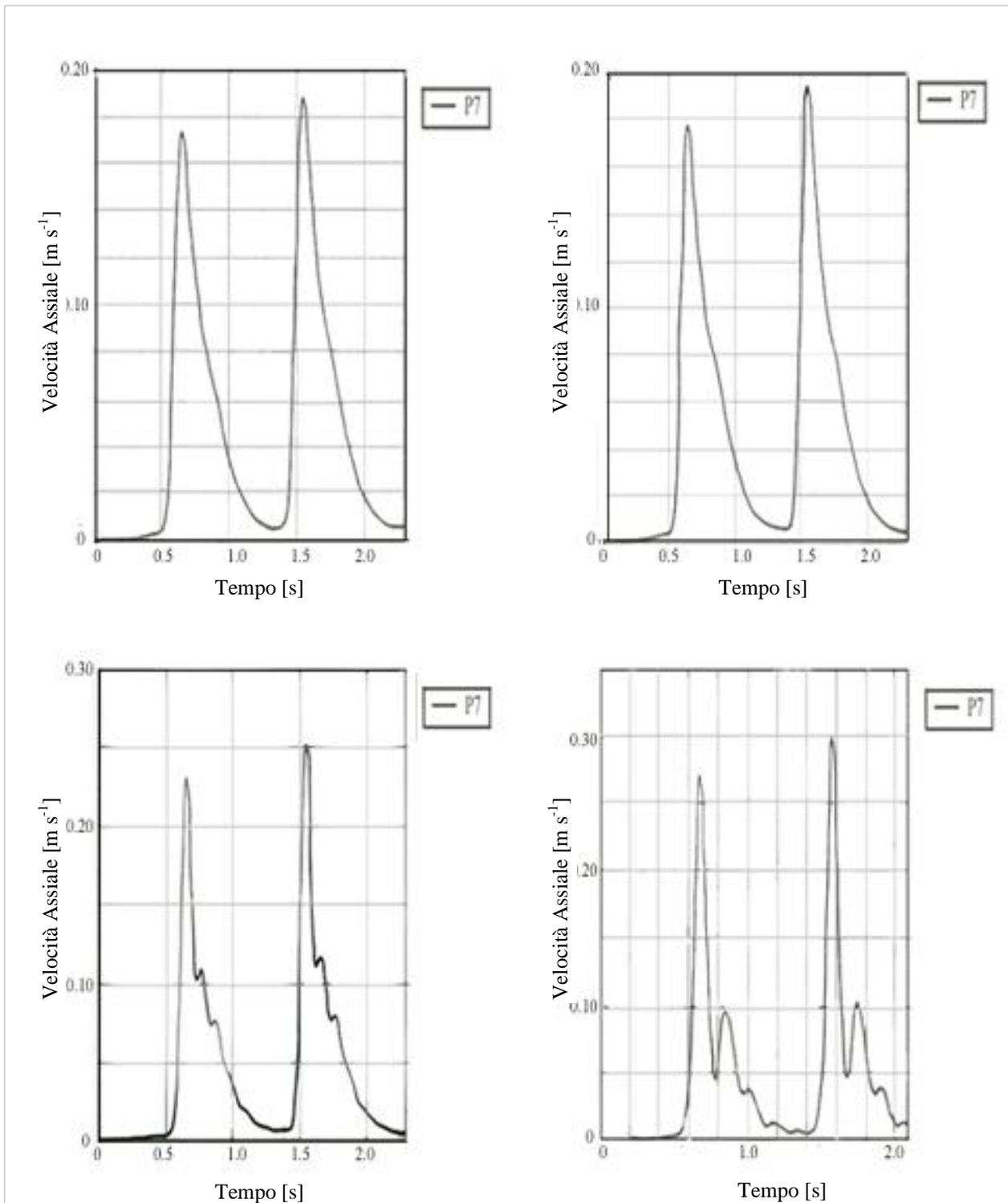


Figura 5.6. Caso 8. Profili di velocità assiale in funzione del tempo. In alto a sinistra: “basic case” (Case 8.a); in alto a destra: Hooke (Caso 8.b). In basso a sinistra: MR1(Caso 8.c); in basso a destra: MR2 (Caso 8.d). La velocità è misurata nel punto P7 (Tabella 5.2).

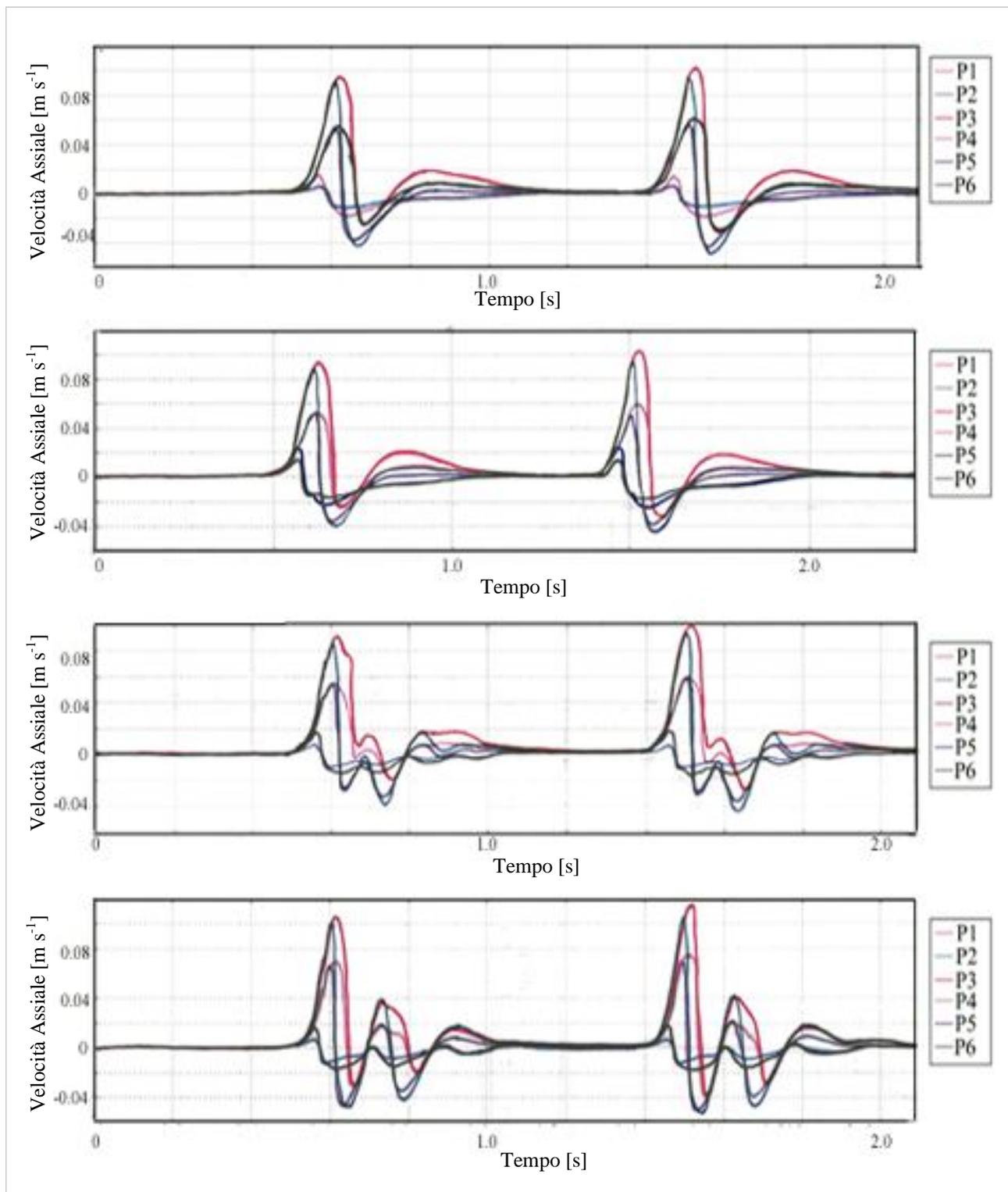


Figura 5.7. Caso 8. Velocità minima (Ricircolo). Profili di velocità assiale in funzione del tempo nei punti P1, P2, P3, P4, P5, P6 (Tabella 5.2) per i diversi modelli reologici adottati per le arterie. In alto: “basic case” (Caso 8.a); al centro: Hooke e MR1 (Caso 8.b e Caso 8.c); in basso: MR2 (Caso 8.d).

Capitolo 5

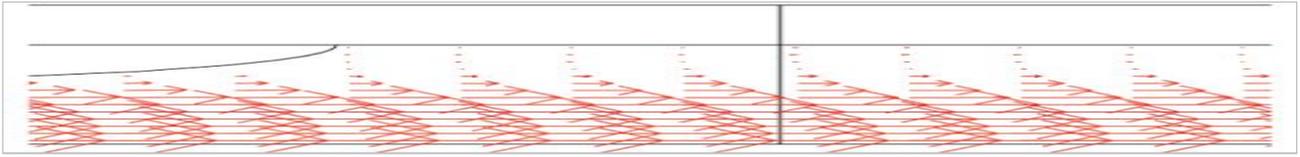


Figura 5.8. Caso 9. Dettaglio del ricircolo a valle della stenosi.

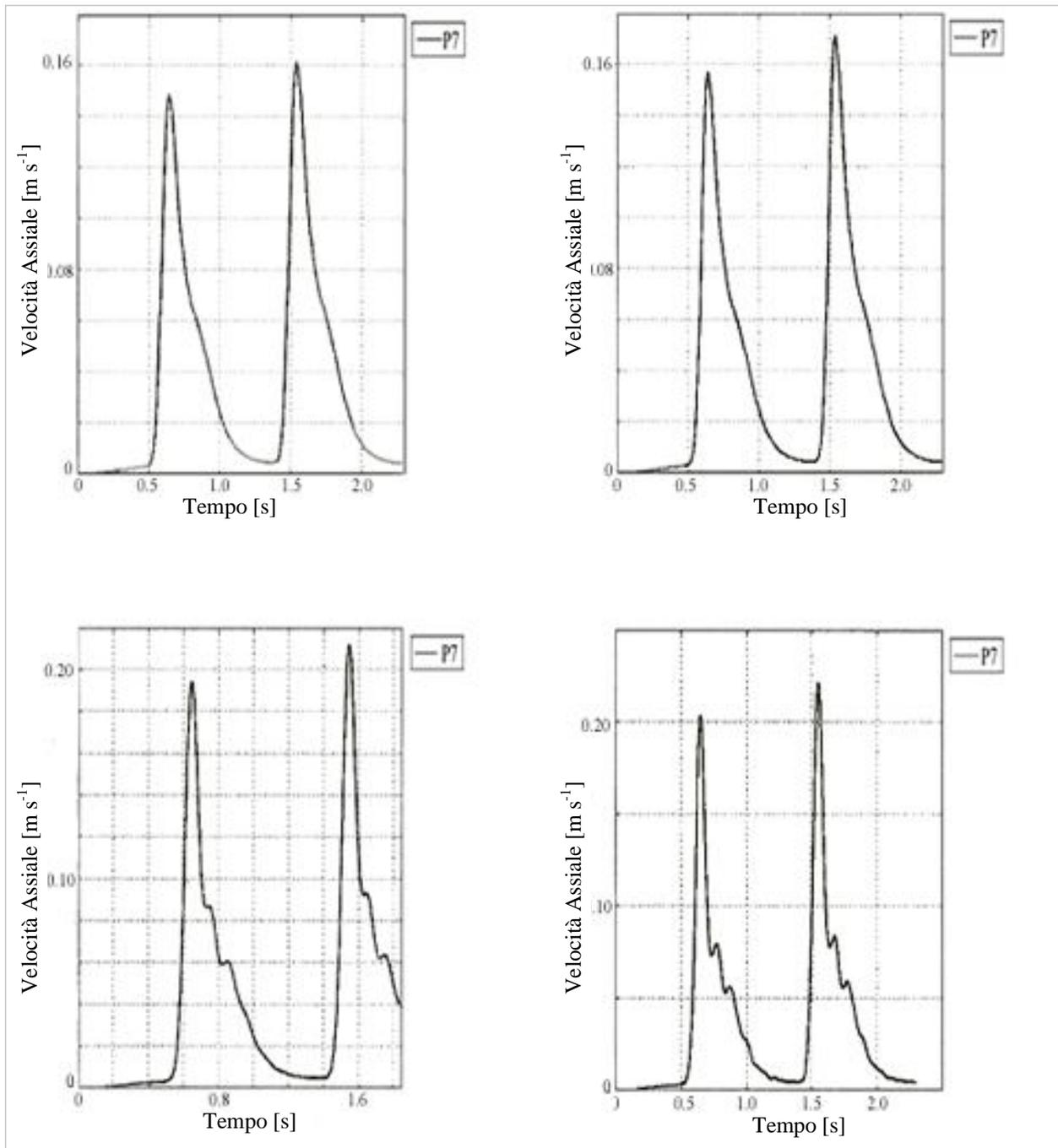


Figura 5.9. Caso 10. Profili di velocità assiale in funzione del tempo. In alto a sinistra: “basic case” (Case 10.a); in alto a destra: Hooke (Caso 10.b). In basso a sinistra: MR1 (Caso 10.c); in basso a destra: MR2 (Caso 10.d). La velocità è misurata nel punto P7 (Tabella 5.2).

Capitolo 5

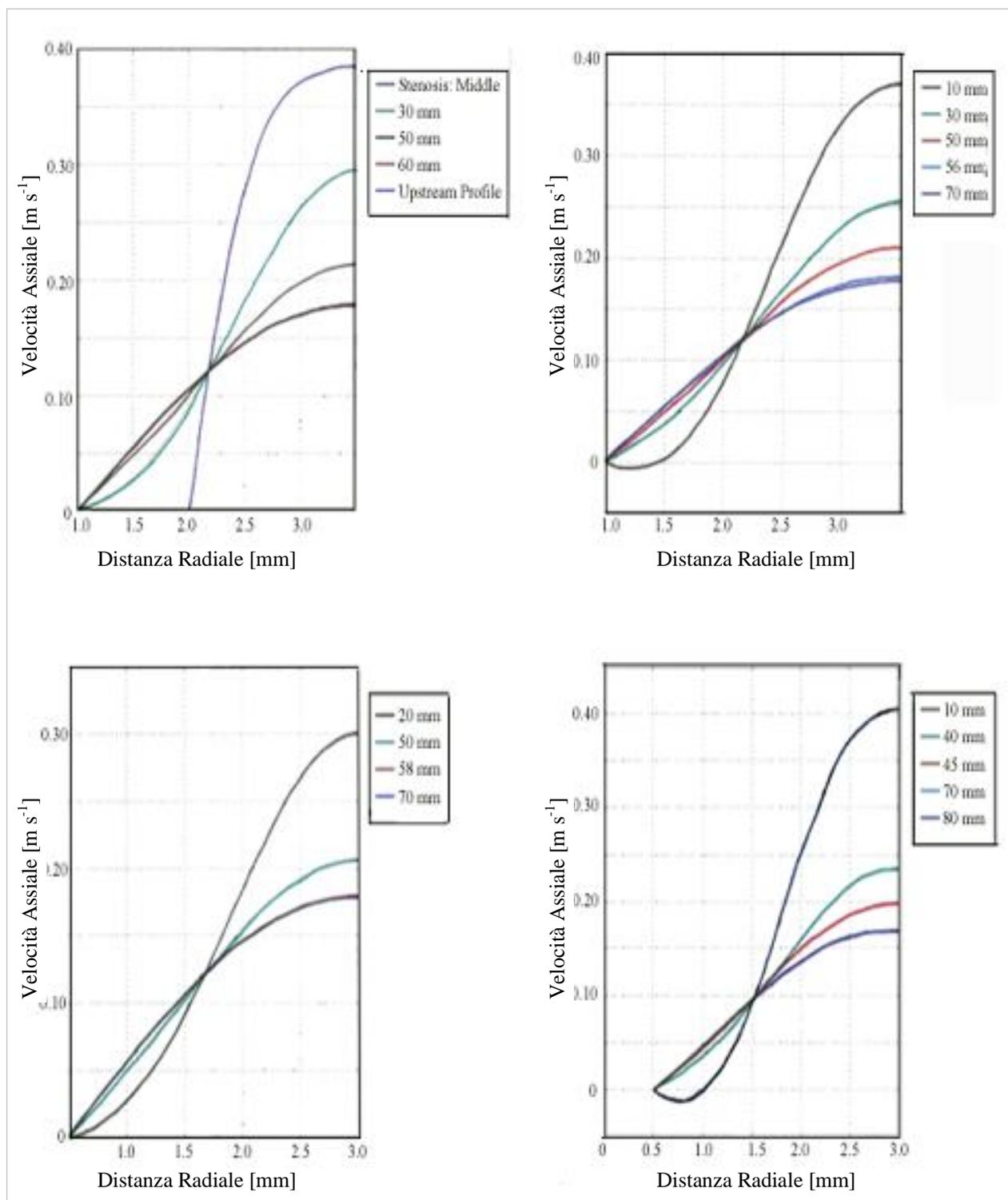


Figura 5.10. Caso 11. Profili di velocità assiale in diverse sezioni trasversali (a_{t_2}), poste ad una distanza della mezzeria della stenosi delle quantità indicate in legenda. In alto a sinistra: "basic case" (Caso 11.a); in alto a destra: Hooke (Caso 11.b). In basso a sinistra: MRI (Caso 11.c); in basso a destra: MR2 (Caso 11.d).

Capitolo 5

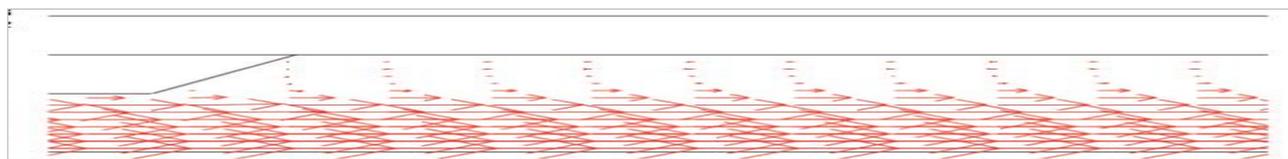


Figura 5.11. Caso 11: Dettaglio del ricircolo.

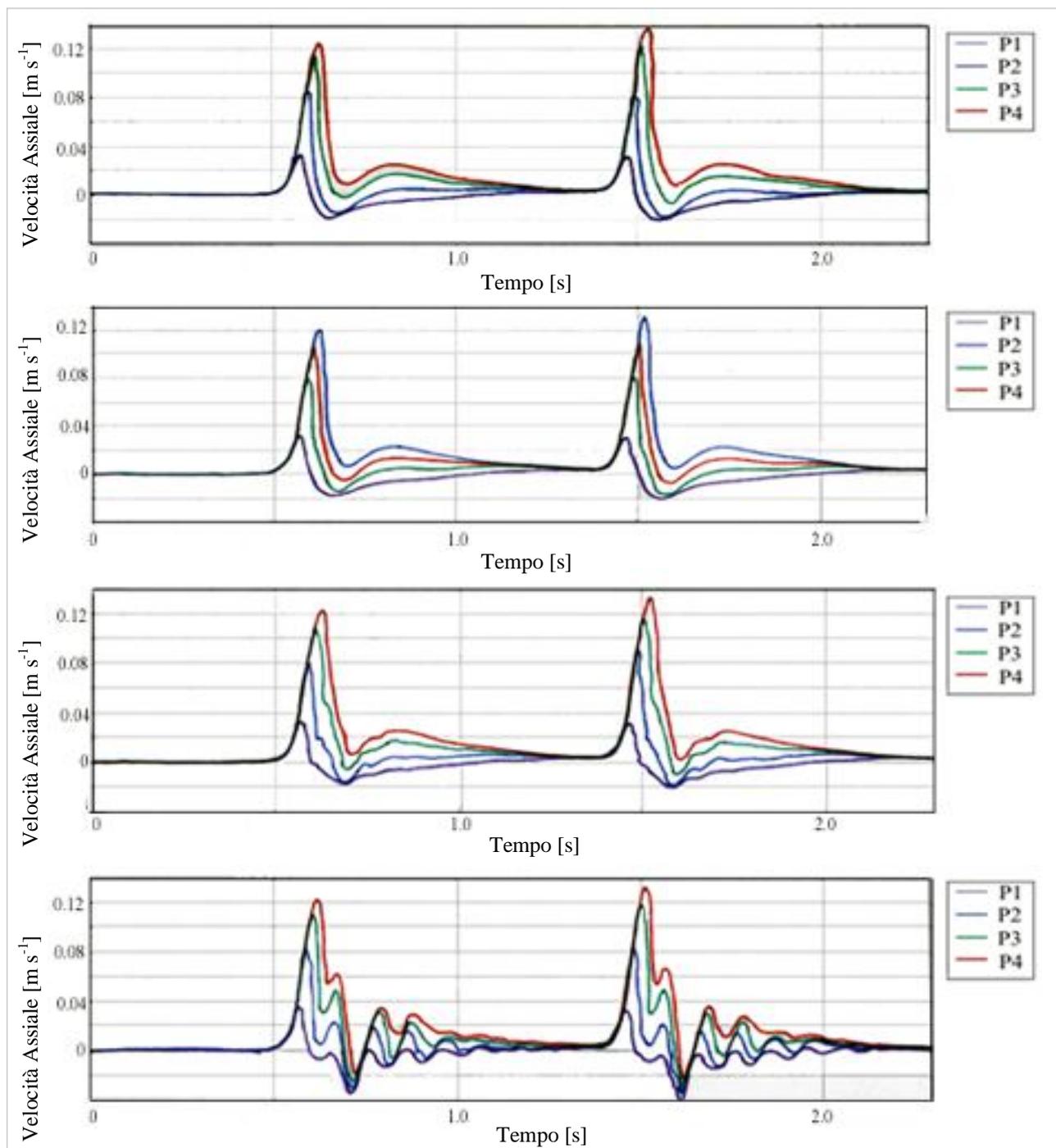


Figure 5.12 . Caso 11. Velocità minima (Ricircolo). Profili di velocità assiale in funzione del tempo nei punti P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.2) per i diversi modelli reologici adottati per le arterie. In alto: “basic case” (Caso 11.a); al centro: Hooke e MR1 (Caso 11.b e Caso 11.c); in basso: MR2 (Caso 11.d).

5.1.4. Analisi

I risultati ottenuti dalle simulazioni di vasi ostruiti da stenosi assialsimmetriche, dimostrano che a parità di grado di occlusione i risultati relativi alla velocità di ricircolo a valle della stenosi siano sensibilmente diversi a seconda della forma delle placche considerata, come previsto in ([3]) limitatamente al caso di pareti rigide, ma qui completato ed esteso ai casi elastico ed iperelastici. Nell'ipotesi di pareti rigide, caratterizzate da un grado di occlusione di 64%, rispetto al caso triangolare (Caso 7.a), il ricircolo aumenta se la stenosi è a sezione semi-ellittica (Caso 9.a); e soprattutto se ha forma trapezoidale (Caso 11.a). Se si introduce l'interazione fluido-strutturale tali conclusioni devono essere corrette: infatti, adottando per l'arteria il modello reologico Hookeano si ha una leggera diminuzione, in modulo, della velocità di ricircolo per tutte e tre i casi (Caso 7.b, Caso 9.b e Caso 11.b). Scegliendo il modello iperelastico MR1, invece, il modulo della velocità di riflusso aumenta in Caso 7.c (+117,95%), mentre in Caso 9.c e Caso 11.c diminuisce (-12,60% e -1,50% rispettivamente). Da ciò discende l'osservazione che l'influenza della deformazione strutturale risulta più evidente nel caso di stenosi a sezione triangolare (Caso 7), più debole nel caso di placca semi-ellittica (Caso 9) e quasi assente nel caso di stenosi trapezoidale (in quanto localmente la stenosi irrigidisce maggiormente l'arteria). Adottando il modello di Mooney-Rivlin MR2 l'interazione fluido-strutturale risulta significativa non solo nel caso di stenosi a sezione triangolare (Caso 7.d), ma anche per quella a sezione trapezoidale (Caso 11.d). Tale modello reologico è, dei tre, il più rappresentativo dell'arteria meno rigida e, quindi, più facilmente deformabile. Nel modello elastico si ha una relazione lineare tra sforzo e deformazione (legge di Hooke), quindi l'arteria si deforma sotto lo sforzo generato dalla pressione sanguigna alla parete secondo tale legge lineare, siamo comunque nel campo delle piccole deformazioni. Nei modelli iperelastici invece si ha inizialmente una linearità tra sforzo e deformazione (piccole deformazioni), quindi interviene un meccanismo di immagazzinamento dell'energia di deformazione ed un successivo rilascio di tale energia (grandi deformazioni). Tale differente comportamento meccanico si traduce in una diversa influenza sul flusso ematico, in relazione all'entità del ricircolo, dello sfasamento dei picchi temporali di velocità, delle velocità massime registrate e della lunghezza di disturbo.

Complessivamente, a prescindere dal modello reologico utilizzato per l'arteria, le massime velocità di ricircolo si ottengono nel caso di stenosi assialsimmetriche a sezione trapezoidale. Il bordo di uscita a spigolo vivo (con un angolo alla base di 45° , come evidenziato in Figura 5.1) rappresenta una condizione di separazione del flusso ematico e la perdita di pressione localizzata innesca un

Capitolo 5

ricircolo a valle della placca. In questa zona, dunque, aumentano le probabilità di deposito di colesterolo, grassi, piastrine e altre sostanze stenotizzanti, e con esse il rischio di un graduale aumento della placca stenotica fino alla completa ostruzione del vaso. La geometria caratterizzata dalla presenza di una stenosi assialsimmetrica a sezione triangolare (Caso 7) è al contrario quella in cui è minore il ricircolo: anche in questo caso è presente uno spigolo vivo (in corrispondenza della mezzeria della stenosi), ma rispetto al caso di sezione trapezoidale il bordo di uscita è molto più dolce (l'angolo al vertice del triangolo è di 167°) e il recupero di pressione, rispetto alla perdita localizzata, è quasi immediato. Per queste ragioni si può supporre che il rischio di aumento delle dimensioni della stenosi nel caso di sezione triangolare sia più limitato. Occorre osservare che il peso dell'effetto dell'interazione fluido-struttura nel caso di placca a sezione triangolare è notevole: La placca triangolare irrigidisce meno (minore inerzia) rispetto al caso semiellittico e trapezoidale, per cui la risposta (deformazione) al campo di pressione imposto dal fluido sanguigno è molto simile a quella di un vaso sano.

Passiamo ora ad analizzare le stenosi assialsimmetriche caratterizzate da un grado di occlusione di 84%. Dalle analisi fluidodinamiche condotte sotto l'ipotesi di pareti infinitamente rigide si sono ricavate per le stenosi a sezione triangolare, semi-ellittica e trapezoidale (Caso 6.a, Caso 8.a, Caso 10.a) rispettivamente le velocità di riflusso -0.0419 m s^{-1} , -0.0516 m s^{-1} e -0.0610 m s^{-1} (Tabella 5.3). In questo caso i valori della velocità di ricircolo registrati per le tre tipologie di placche stenotiche sono molto simili tra loro, diversamente da quanto osservato per le geometrie caratterizzate dal grado di occlusione minore. Per queste ultime, infatti, il passaggio da una stenosi a sezione triangolare a una a sezione semi-ellittica comporta un aumento della velocità di riflusso (da $-0.00394 \text{ m s}^{-1}$ a -0.0167 m s^{-1}); il passaggio a placche a sezione trapezoidale conduce addirittura ad un aumento più marcato (da $-0.00394 \text{ m s}^{-1}$ a -0.0334 m s^{-1}): dunque, con grado di occlusione pari al 64% la forma della stenosi gioca un ruolo decisivo sull'entità del ricircolo che si instaura a valle di essa. All'aumentare dell'indice di severità, invece, la forma delle placche stenotiche tende ad incidere via via sempre meno: le velocità di riflusso registrate per Caso 6, Caso 8, Caso 10 (severità 84%) sono infatti dello stesso ordine di grandezza (passando da una stenosi a sezione triangolare a una a sezione semi-ellittica la velocità di ricircolo aumenta di +24.4%; passando ad una stenosi a sezione trapezoidale, del +48.8%), in conseguenza del minor grado di irrigidimento (e minore inerzia) del vaso. Ancora una volta, adottando il modello Hookeano non si hanno sostanziali cambiamenti della velocità di riflusso.

Capitolo 5

Caso	Modello Reologico	V_{\max} [m s ⁻¹]	d(t) [mm]		$V_{R,\max}$ [m s ⁻¹]	t_R [s]
			@ t_1	@ t_2		
Caso 6.a	Rigido	0.2230	46 @ 2.4 [s]	57 @ 2.6 [s]	-0.0419	1.56
Caso 6.b	Hooke	0.2270	46 @ 2.4 [s]	61 @ 2.6 [s]	-0.0490	1.59
Caso 6.c	MR1	0.2890	42 @ 2.4 [s]	58 @ 2.6 [s]	-0.0415	1.63
Caso 6.d	MR2	0.3500	45 @ 2.4 [s]	65 @ 2.6 [s]	-0.0502	1.54
Caso 7.a	Rigido	0.2920	15 @ 2.4 [s]	36 @ 2.5 [s]	-0.0039	1.58
Caso 7.b	Hooke	0.2915	15 @ 2.4 [s]	37 @ 2.5 [s]	-0.0036	1.59
Caso 7.c	MR1	0.3360	15 @ 2.4 [s]	36 @ 2.5 [s]	-0.0085	1.61
Caso 7.d	MR2	0.3860	16 @ 2.4 [s]	38 @ 2.5 [s]	-0.0065	1.59
Caso 8.a	Rigido	0.1890	15 @ 2.4 [s]	44 @ 2.5 [s]	-0.0516	1.56
Caso 8.b	Hooke	0.1950	14 @ 2.4 [s]	43 @ 2.5 [s]	-0.0450	1.59
Caso 8.c	MR1	0.2530	19 @ 2.4 [s]	45 @ 2.5 [s]	-0.0451	1.63
Caso 8.d	MR2	0.3000	18 @ 2.4 [s]	42 @ 2.5 [s]	-0.0558	1.54
Caso 9.a	Rigido	0.2690	37 @ 2.4 [s]	56 @ 2.6 [s]	-0.0167	2.47
Caso 9.b	Hooke	0.2830	38 @ 2.4 [s]	57 @ 2.6 [s]	-0.0150	2.52
Caso 9.c	MR1	0.3300	36 @ 2.4 [s]	60 @ 2.6 [s]	-0.0216	2.52
Caso 9.d	MR2	0.4080	31 @ 2.4 [s]	65 @ 2.6 [s]	-0.0312	2.49
Caso 10.a	Rigido	0.1610	14 @ 1.5 [s]	43 @ 1.6 [s]	-0.0610	1.56
Caso 10.b	Hooke	0.1710	15 @ 1.5 [s]	42 @ 1.6 [s]	-0.0545	1.57
Caso 10.c	MR1	0.2120	17 @ 1.5 [s]	43 @ 1.6 [s]	-0.0540	1.61
Caso 10.d	MR2	0.2280	16 @ 1.5 [s]	44 @ 1.6 [s]	-0.0590	1.58
Caso 11.a	Rigido	0.2560	13 @ 2.4 [s]	60 @ 2.6 [s]	-0.0334	1.56
Caso 11.b	Hooke	0.2710	14 @ 2.4 [s]	56 @ 2.6 [s]	-0.0316	1.58
Caso 11.c	MR1	0.2800	16 @ 2.4 [s]	58 @ 2.6 [s]	-0.0329	1.58
Caso 11.d	MR2	0.3170	14 @ 2.4 [s]	70 @ 2.6 [s]	-0.0490	1.61

Tabella 5.3: Caso 6- Caso 11. Tabella dei risultati ottenuti dalle simulazioni di arterie affette da stenosi assialsimmetriche .

Capitolo 5

Caso	Modello Reologico	$\Delta\psi_{Vmax}$ [%]	$\Delta\psi_{d(t)}$ [%]		$\Delta\psi_{VR,max}$ [%]
			@ t_1	@ t_2	
Caso 6.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 6.b	Hooke	1.79%	0.00%	7.02%	16.95%
Caso 6.c	MR1	29.60%	-8.70%	1.75%	-0.95%
Caso 6.d	MR2	56.95%	-2.17%	14.04%	19.81%
Caso 7.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 7.b	Hooke	-0.17%	0.00%	2.78%	-7.69%
Caso 7.c	MR1	15.07%	0.00%	0.00%	117.95%
Caso 7.d	MR2	32.19%	6.67%	5.56%	66.67%
Caso 8.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 8.b	Hooke	3.17%	-6.67%	-2.27%	-12.79%
Caso 8.c	MR1	33.86%	26.67%	2.27%	-12.60%
Caso 8.d	MR2	58.73%	20.00%	-12.50%	8.14%
Caso 9.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 9.b	Hooke	5.20%	2.70%	1.79%	-10.18%
Caso 9.c	MR1	22.68%	-2.70%	7.14%	29.34%
Caso 9.d	MR2	51.67%	-16.22%	-16.07%	86.53%
Caso 10.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 10.b	Hooke	6.21%	7.14%	-2.33%	-10.66%
Caso 10.c	MR1	31.68%	21.43%	0.00%	-11.48%
Caso 10.d	MR2	41.61%	14.29%	2.33%	-3.28%
Caso 11.a	Rigido	-	-	-	-
Caso 11.b	Hooke	5.86%	7.69%	-6.67%	-5.39%
Caso 11.c	MR1	9.38%	23.08%	-3.33%	-1.50%
Caso 11.d	MR2	23.83%	7.69%	16.67%	46.71%

Tabella 5.4: Caso 6-Caso 11. Tabella dei risultati delle variazioni percentuali, rispetto ai “Basic Cases”, ottenuti dalla simulazione di arterie affette da stenosi assialsimmetriche.

Capitolo 5

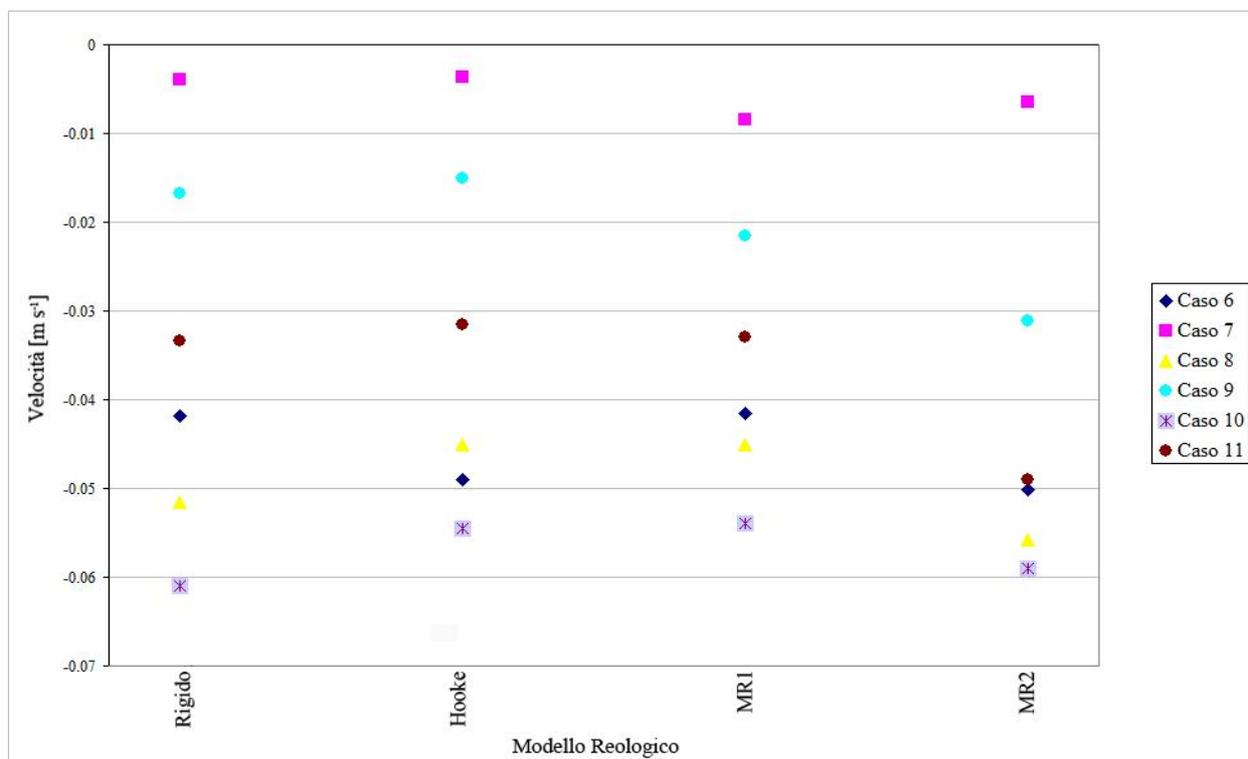


Figura 5.13. Velocità minima (ricircolo) rilevata per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

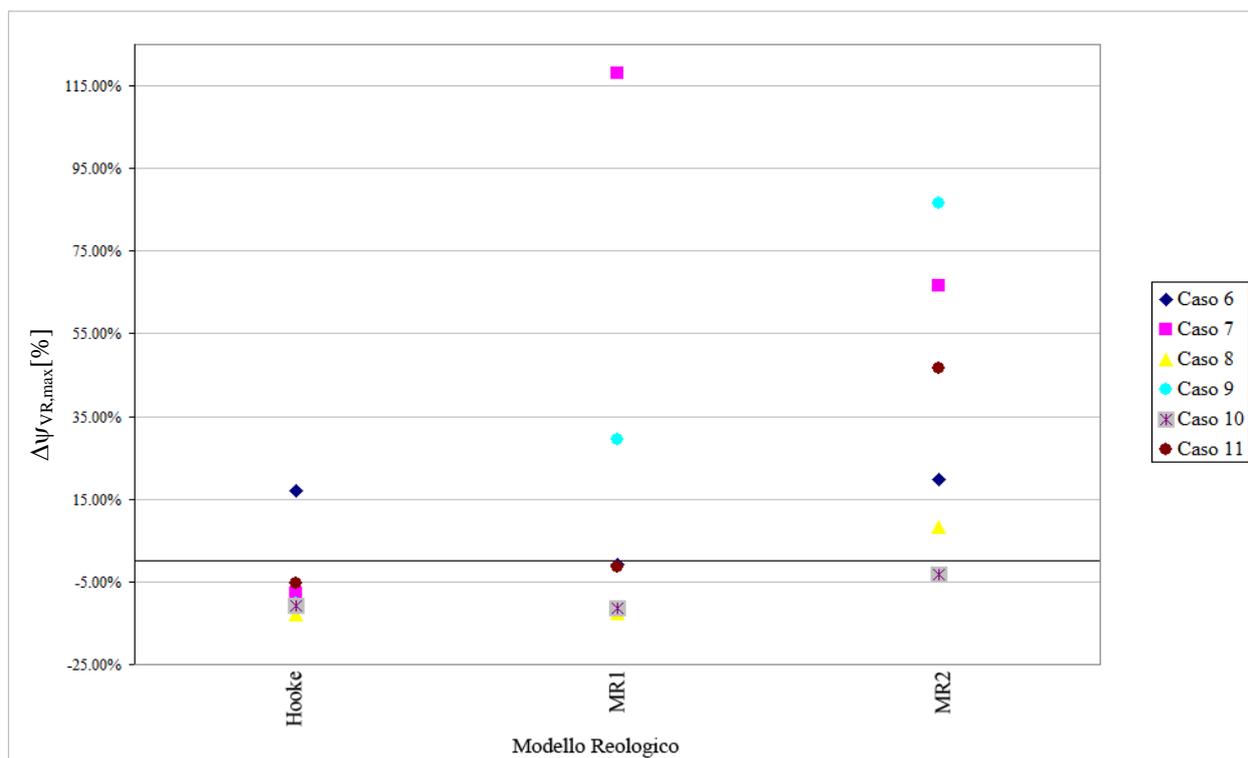


Figura 5.14. Errore percentuale (eq. (5.1)) della minima velocità rilevata in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

Capitolo 5

Scegliendo, invece, di adottare per il vaso uno tra i modelli reologici MR1 e MR2, per Caso 6, Caso 8, Caso 10 si ottengono risultati quantitativamente più elevati (modulo della velocità di ricircolo) rispetto a quelli relativi a Caso 7, Caso 9, Caso 11, caratterizzate da un minore indice di severità della stenosi. Come si vede da Figura 5.13 e Figura 5.14, quando il grado di occlusione è pari al 64%, infatti, l'introduzione dell'analisi fluido-strutturale, con i modelli reologici iperelastici MR1 e MR2, produce aumenti significativi della velocità di riflusso rispetto al caso di pareti infinitamente rigide sia quando le placche stenotiche hanno sezione triangolare (la velocità di ricircolo passa da $-0.00394 \text{ m s}^{-1}$ a $-0.00851 \text{ m s}^{-1}$ scegliendo MR1, con un aumento di +116%; a $-0.00651 \text{ m s}^{-1}$ adottando MR2, con un aumento di +65.2%), sia quando hanno sezione semi-ellittica (+29%, scegliendo MR1) o trapezoidale (+47%, scegliendo MR2). Ciò significa che, in tale condizione patologica, si rende più probabile un ulteriore aumento della lesione e quindi il peggioramento della patologia, a causa del depositarsi di nuovo materiale stenotizzante per effetto del ristagno del flusso sanguigno. Considerando quindi l'arteria rigida, in questo caso, la probabilità di accrescimento "reale" della patologia è sottostimata. Quando il grado di occlusione è dell'84%, invece, l'effetto dell'interazione fluido-strutturale risulta molto meno significativo, in quanto una placca massiccia tende ad irrigidire apprezzabilmente il tratto interessato. Per la stenosi a sezione triangolare (Caso 6), rispetto al caso di pareti infinitamente rigide l'introduzione dell'analisi FSI, nel caso di modello reologico MR2, conduce ad un aumento della velocità di riflusso da -0.0419 m s^{-1} a -0.0502 m s^{-1} (+20%); se si opta per MR1, invece, si ha una leggerissima diminuzione (-1%). Quando la sezione della stenosi è semi-ellittica la variazione della velocità di riflusso è meno marcata (+8.1%, rispetto al caso di pareti rigide, adottando MR1). Analogamente nel caso di stenosi a sezione trapezoidale, dove l'utilizzo del modello reologico MR1 conduce a una variazione della velocità di ricircolo di 11 % rispetto al caso di pareti indeformabili, MR2, di 3.2%. A tale riguardo si possono fare due considerazioni. Per quanto riguarda l'aumento generalizzato del modulo della velocità di riflusso in Caso 6, Caso 8, Caso 10 rispetto a Caso 7, Caso 9, Caso 11, ciò rappresenta una diretta conseguenza dell'aumentato indice di severità della stenosi: l'aumento della percentuale di area occlusa dal 64% all'84% comporta velocità massime nella zona contratta più elevate (per la conservazione della portata), zone di ricircolo più estese e velocità di riflusso maggiori. Di conseguenza, aumenta il rischio di accrescimento delle stenosi perché a valle di esse si hanno alte probabilità di deposito di elementi stenotizzanti come colesterolo, grassi e piastrine. Per quanto riguarda la minore influenza dell'interazione fluido-strutturale rispetto al caso precedente, questa è spiegabile con il fatto che le geometrie caratterizzate da un'occlusione dell'84% presentano in corrispondenza della stenosi un

Capitolo 5

maggiore modulo d'inerzia rispetto a quelle con grado di occlusione del 64%: le accresciute dimensioni delle placche rendono il tratto di arteria in cui sono collocate più rigido e meno deformabile. Si spiega così il fatto che delle stenosi a grado di occlusione maggiore solo quella a sezione triangolare (delle tre la più snella e meno massiccia) risenta in maniera apprezzabile dell'interazione fluido-struttura e che in generale le stenosi a minore grado di occlusione si dimostrino più sensibili all'effetto prodotto dalla deformazione delle pareti arteriose.

In presenza di stenosi con grado di occlusione pari al 64% l'adozione dell'interazione fluido-strutturale porta a variazioni della velocità di riflusso comprese tra il 29% (Caso 9.c, stenosi, emi-ellittica: altezza 1 mm; modello reologico MR1) e il 117% (Caso 7.d, stenosi, triangolare: altezza 1 mm; modello reologico MR2).

Un altro risultato originale ottenuto dalle simulazioni effettuate è il rilevamento di uno sfasamento temporale nei picchi di velocità, come si vede dalle figure che riportano i profili di velocità nei punti di misura (Figure 13, Caso 7 (stenosi triangolare: altezza 1 mm); Figure 15, Caso 8 (stenosi emi-ellittica: altezza 1.5 mm; Figure 19, Caso 11 (stenosi trapezia: altezza 1 mm), quale conseguenza dell'interazione fluido-struttura. I tempi di sfasamento dipendono dal modello reologico adottato e dalla geometria del sistema (arteria ed ostacolo). Essi sono massimi, quando si considerano vasi iperelastici modellati secondo MR1, tranne che in Caso 11 (stenosi trapezia: altezza 1 mm), in cui lo sfasamento massimo (relativamente ai rispettivi "Basic Cases") si ha con la modellazione MR2 (Tabella 5.3). Nel caso delle arterie stenotiche con grado di occlusione pari al 84%, lo sfasamento massimo, si ottiene come detto con la modellazione MR1 e per stenosi triangolari e semi-ellittiche (0.07 s in entrambi i casi), mentre per stenosi trapezie lo sfasamento temporale è inferiore (0.05 s). Queste ultime infatti, irrigidiscono localmente il vaso in modo maggiore rispetto a stenosi triangolari e semi-ellittiche, per cui l'onda di pressione nella zona stenotica si trasmette a velocità maggiore, e così la risposta del solido alla pressione del flusso sanguigno: in un generico punto P di misura le due onde arrivano ad istanti più ravvicinati. Analoghe considerazioni si estendono ai vasi stenotici con occlusione del 64%.

Dalle simulazioni sulle geometrie investigate si vede che, rispetto ai "Basic Cases", si hanno valori maggiori ma abbastanza vicini della velocità massima (Figura 5.15) variabili da un minimo di -0.17% del Caso 7.b (stenosi, trapezia: altezza 1 mm; modello reologico. hookeano) ad un massimo di +6.21% del Caso 10.b (stenosi, trapezia: altezza 1.5 mm; modello reologico. hookeano), se l'arteria è un solido elastico (Figura 5.16).

Capitolo 5

Adottando invece il modello iperelastico MR1 le velocità massime aumentano notevolmente: da una variazione minima di 9.38% del Caso 11.c (stenosi trapezia; altezza 1 mm; Hooke), a 33.86% del Caso 8.c (stenosi emi-ellittica: altezza 1 mm; Hooke). Ulteriori aumenti della velocità massima si registrano adottando il modello MR2: la variazione minima è pari a 23.83% (Caso 11.d (stenosi trapezia; altezza 1 mm)), la massima raggiunge il 58.73% (Caso 8.d: stenosi: emi-ellittica, altezza 1.5 mm).

Adottando i modelli iperelastici le velocità massime sono notevolmente aumentate, in quanto la maggiore deformabilità del vaso fa sì che all'onda di pressione del flusso ematico si sommi l'onda di pressione dovuta alla dilatazione e compressione del vaso. Per tale motivo l'interazione fluido-struttura è un effetto rilevante. Tali significative differenze sono, come detto, la diretta conseguenza della compliance vascolare: sotto l'onda di pressione il vaso si dilata accumulando energia potenziale elastica, per poi contrarsi (fase di diastole). Per effetto dell'inerzia il diametro del vaso durante la contrazione si restringe ad un diametro inferiore di quello di iniziale di equilibrio, per poi oscillare intorno a quest'ultima posizione. Maggiore è la deformabilità dell'arteria più spinto sarà tale fenomeno. Istantaneamente, quindi nella sezione in contrazione il vaso ha un diametro inferiore al valore iniziale di equilibrio, perciò le velocità saranno maggiori. Le maggiori velocità determinano un maggiore sforzo sulla struttura, con il rischio di raggiungere un valore critico tale per cui la stenosi si rompe mandando in circolazione materiale stenotico (trombi), con grave rischio di occlusione di arterie più piccole.

Ultimo parametro fisico utilizzato per esporre i risultati ottenuti è la lunghezza di disturbo. Analizzando la Tabella 5.3 e la Tabella 5.4 si vede che la variazione della lunghezza di disturbo dipende fortemente dalla geometria della stenosi e dal modello adottato. In particolare la stenosi a sezione triangolare ed occlusione al 64% (Caso 3: stenosi, triangolare: altezza 1,5 mm), genera una lunghezza di disturbo molto simile per tutti i modelli reologici studiati (Figura 5.17). Le variazioni percentuali sono infatti limitate, da un minimo di 0% ad un massimo di 14.04% (Figura 5.18). Le stenosi semi-ellittica e trapezoidale hanno un andamento crescente in funzione del modello reologico adottato e sono caratterizzate da valori più elevati della lunghezza di disturbo (Figura 5.16 e Figura 5.17). Dalla Tabella 5.3 si deduce poi che la stenosi trapezia (Caso 7: altezza 1,5 mm e Caso 8. altezza 1 mm) produce i suoi effetti maggiori sulla lunghezza di disturbo se si adotta il modello MR1, e non MR2. Tale comportamento può spiegarsi con una maggiore sensibilità all'irrigidimento stenotico del modello MR2, rispetto ad MR1, a causa delle diverse espressioni che assume l'energia potenziale di deformazione (eq. 3.13).

Capitolo 5

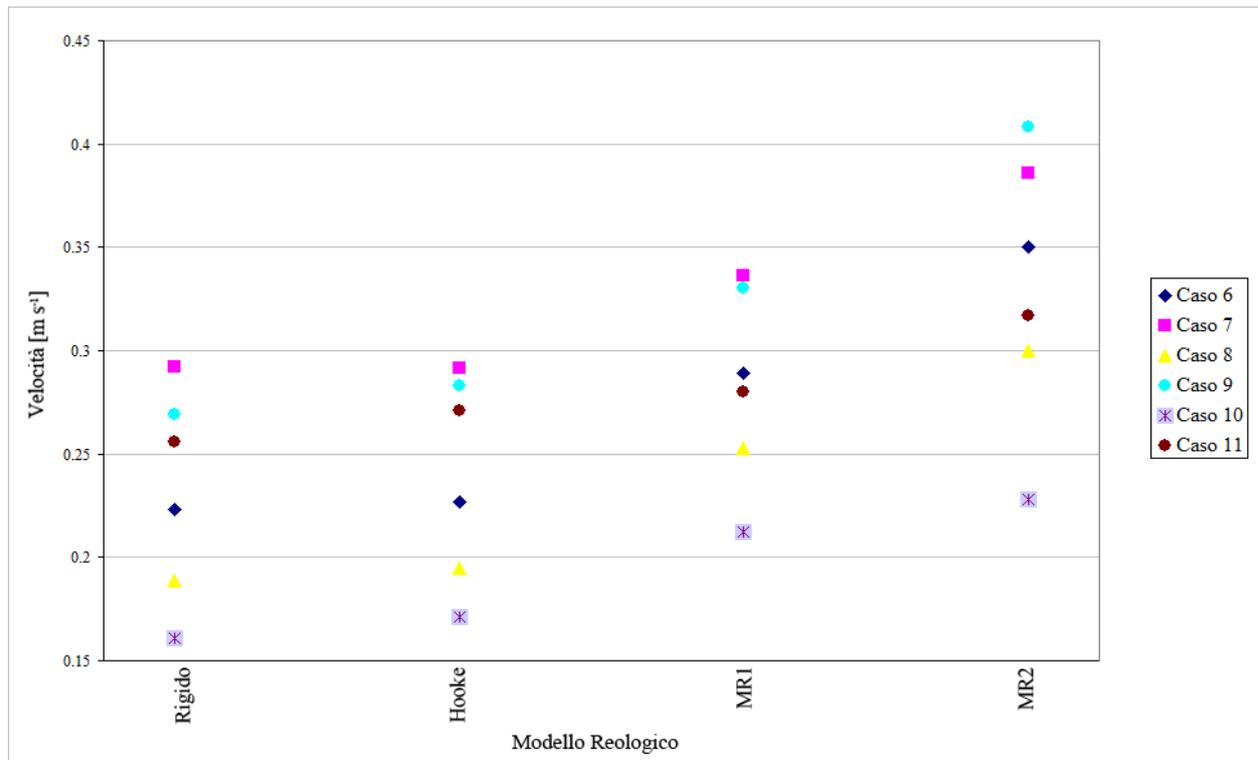


Figura 5.15. Velocità massima rilevata per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

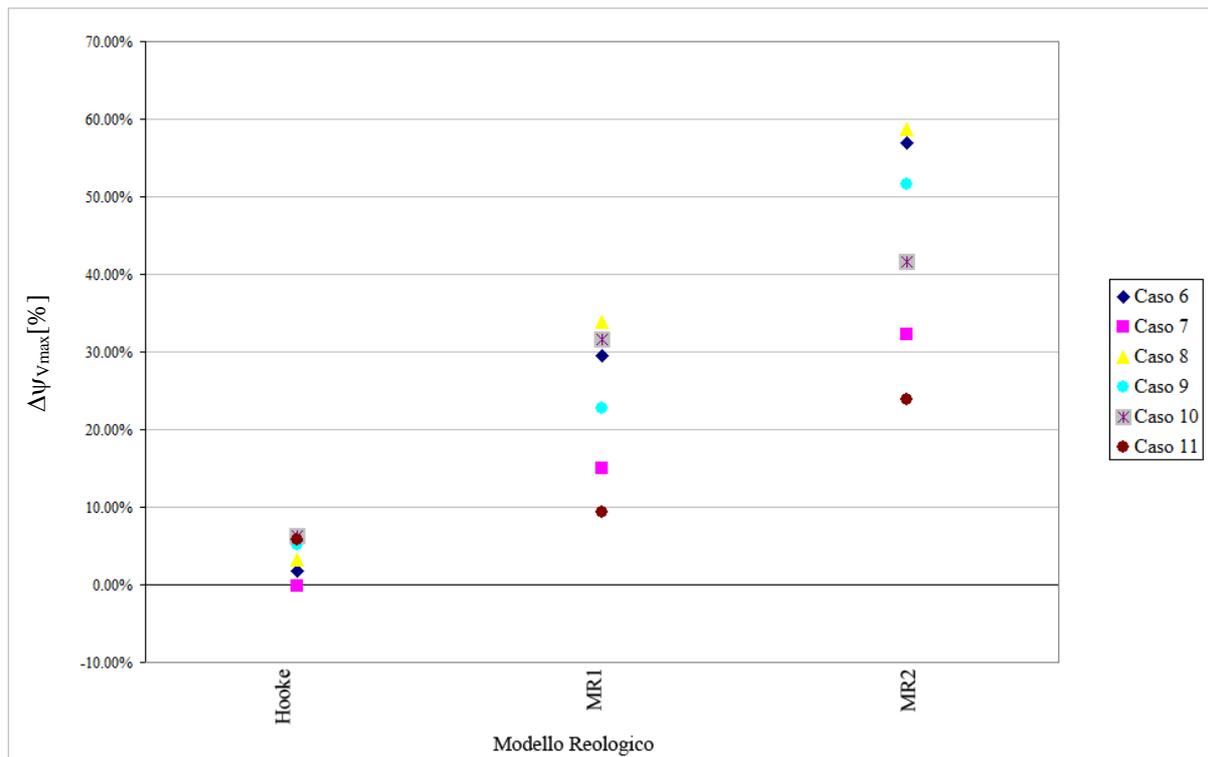


Figura 5.16. Errore percentuale (eq. (5.1)) della velocità massima rilevata in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

Capitolo 5

La geometria risulta quindi un fattore determinante, poiché è direttamente connesso con le condizioni fluidodinamiche (recupero di pressione, separazione del flusso a causa dei bordi di uscita).

È infine interessante notare la crescita della lunghezza di disturbo passando dall'istante t_1 all'istante t_2 (Tabella 5.3). L'onda di pressione infatti viaggiando lungo il condotto lo deforma, in modo più o meno marcato, in dipendenza sia dell'ostacolo alla corrente fluida, sia del modello reologico adottato. In risposta a tale azione forzante il solido reagisce generando a sua volta un'onda di pressione (sfasata nel tempo e con modulo proporzionale al grado di deformazione raggiunto) che si propaga anch'essa lungo il condotto: per cui la generica sezione di rilevamento del disturbo vede sovrapporsi e sommarsi le due onde (fisiologica e di risposta dal solido) non nell'istante di picco sistolico, ma in un istante successivo (t_2). Per tale motivo si hanno valori maggiori della lunghezza di disturbo nell'istante t_2 (Tabella 5.3). La lunghezza di disturbo, ovvero la distanza entro cui l'ostacolo fa sentire i suoi effetti sul campo di moto e di pressione ematico, è un parametro importante ai fini sia diagnostici sia clinici: infatti la misura della velocità sanguigna in una zona disturbata comporta la possibilità di una misura falsata, con conseguente erronea diagnosi dell'entità reale della patologia eventualmente presente.

5.2. Presenza di stenosi nell'arteria: Simulazioni 3D

5.2.1. Descrizione delle geometrie

Come nel caso delle simulazioni di vasi con stenosi eccentriche e sfalsate, le arterie sono qui modellate come "straight tubes" a sezione circolare ([48], [49], [104]) e di lunghezza tale da garantire che nella sezione di uscita si abbia un moto completamente sviluppato. Nel nostro caso l'adozione di tale semplificazione è giustificata dallo scopo di voler fornire un primo approccio al problema fluido-strutturale in presenza di ostacoli patologici nei vasi sanguigni, valutando gli effetti prodotti sul moto ematico dall'adozione, per i vasi sanguigni, di modelli reologici elastici ed iperelastici, rispetto a vasi con pareti infinitamente rigide.

Le geometrie analizzate sono 14 (Tabella 5.5), tutte relative ad arterie stenotiche di diametro interno di 5 mm e spessore di 0.5 mm. Le lunghezze dei vasi sono pari a 100 mm (da Caso 12 a Caso 17, Tabella 5.5), 105 mm (Caso 18 e Caso 19, Tabella 5.5) e 115 mm (da Caso 20 a Caso 25, Tabella 5.5). Le stenosi da Caso 1 a 6 hanno lunghezza pari a 10 mm, le stenosi di Caso 7 e Caso 8 hanno lunghezza di 15 mm (Tabella 5.5). In Caso 20, Caso 22 e Caso 24 si hanno stenosi con lunghezza

Capitolo 5

totale (misurata dall'inizio della prima stenosi alla fine della seconda) di 20 mm; ed infine nei Caso 21, Caso 23 e Caso 25 si hanno stenosi con lunghezza totale (misurata dall'inizio della prima stenosi alla fine della seconda) di 25 mm (Tabella 5.5).

Per ogni dominio geometrico sono state effettuate una simulazione fluidodinamica ("Basic Case"), il cui scopo è il calcolo della distribuzione di velocità e pressione all'interno dell'arteria, e tre meccanico-strutturali, utilizzando in input il campo di pressione risultante dal "Basic Case": in totale sono quindi state effettuate 56 simulazioni. Ogni dominio è caratterizzato da stenosi eccentrica o formata da due parti sfalsate e con diversi gradi di severità (definita come percentuale di occlusione dell'area della sezione trasversale) ([111]), come si vede in Tabella 5.6. In funzione della geometria della stenosi e dalla reciproca posizione dei suoi due elementi (ove presenti: da Caso 18 a Caso 25) nell'arteria si ha una differente forma dell'area di passaggio (in mezzera alla stenosi), come descritto in Tabella 5.6 e Figura 5.19.

5.2.1. Parametri di confronto dei risultati

I parametri fisici analizzati ai fini della presentazione dei risultati sono: la velocità minima, che quantifica il ricircolo, la lunghezza di disturbo, definita come la distanza a valle dell'ostacolo in cui si ha sovrapposizione del profilo di velocità della sezione esaminata con il profilo di velocità a monte dell'ostacolo, e la massima deformazione strutturale, intesa in senso radiale, del vaso in fase sistolica. La velocità minima è monitorata al fine di quantificare il ricircolo a valle della stenosi: la ricircolazione, infatti, favorendo l'accumulo di materiale, contribuisce alla crescita della placca sclerotica. Il parametro è stato rilevato sia in fase sistolica sia durante la diastole: in quest'ultimo caso si è registrata, in tutti i 14 casi esaminati, una condizione di flusso fermo a valle della placca stenotica. I risultati sono quindi presentati solo in relazione alla fase di sistole. I profili di velocità (in fase sistolica) in funzione del tempo sono rilevati, al fine della valutazione dell'entità del fenomeno ricircolatorio, in punti strategici a valle della (seconda) stenosi a distanza di 0.5 mm dalla parete (Tabella 5.7). Per ogni dominio i punti sono diversi, in ragione dell'entità delle zone di ricircolazione: i punti di misura, sono stati collocati a posteriori, in modo da riuscire a "catturare" in modo corretto il disturbo sulla corrente fluida prodotto dalla patologia.

La lunghezza di disturbo è un parametro che permette di analizzare e quantificare l'effetto patologico delle stenosi sul flusso sanguigno, così che esse possano essere rilevate dagli strumenti diagnostici. La lunghezza di disturbo è stata analizzata inizialmente in fase diastolica e sistolica,

Capitolo 5

studiando i profili di velocità presi nel piano perpendicolare al piano di simmetria della stenosi e sul piano di simmetria stesso. Tuttavia dai risultati ottenuti si ha che la lunghezza di disturbo diastolica è la medesima in tutti i casi (pari a 5 mm), in conseguenza della condizione di flusso fermo subito a valle della stenosi; per tale motivo l'analisi dei risultati si focalizza su quanto avviene durante la sistole.

La massima deformazione strutturale è riportata nei risultati come massimo spostamento radiale, calcolato come differenza tra il diametro interno massimo dopo la deformazione ed il valore del diametro interno iniziale. La massima deformazione strutturale è inoltre riportata in forma percentuale, secondo la relazione:

$$\Delta d = \frac{d_{def} - d_0}{d_0} \cdot 100 \quad (5.2)$$

Ove d_{def} è il valore massimo del diametro interno deformato, d_0 costituisce invece il valore del diametro interno iniziale. Lo studio della massima deformazione risultante dall'applicazione del campo di pressione ricavato dai "Basic Cases" è stata condotta al fine di fornire una stima delle deformazioni reali apportate dal campo di pressione alla struttura arteriosa (interazione fluido-struttura). I risultati ottenuti offrono solo una prima indicazione in quanto si è trascurato l'accoppiamento fluido-strutturale vero e proprio, procedendo ad una soluzione disaccoppiata del problema. I domini studiati presentano un piano di simmetria assiale, per cui l'analisi è stata condotta su metà dominio, alleggerendo in tal modo il costo computazionale.

In Tabella 5.8 sono riportati tutti i casi analizzati.

5.2.1. Risultati

Caso 12: stenosi eccentrica; lumen circolare di diametro 2 mm; eccentricità lumen: 0.5 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi eccentrica lunga 10 mm e posizionata a 20 mm dalla regione di ingresso (Tabella 5.6). La luce nella sezione di mezzieria della stenosi è geometricamente definita da un cerchio di 2 mm di diametro il cui centro dista 0.5 mm dall'asse dell'arteria. Il campo di velocità in funzione del tempo è monitorato in 4 punti sul piano di simmetria, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), della stenosi per il monitoraggio della velocità nel tempo. La massima velocità ricircolo registrata è di -0.1700 m s^{-1} . Questo valore elevato si spiega considerando l'elevata

Capitolo 5

severità della stenosi, che ostruisce l'84% del condotto (Tabella 5.8). La Figure 5 mostra i profili di velocità in funzione del tempo nei punti di misura, Dai risultati si evidenzia la presenza di un fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Nella fase sistolica il flusso torna indisturbato a 70 mm (Tabella 5.8),dalla fine della stenosi.

Il valore del massimo spostamento in direzione radiale è di 0.0237 mm, 0.2950 mm e 0.5800 mm adottando il modello di Hooke, MR1 e MR2 rispettivamente. Rispetto alla situazione di pareti indeformabili ("Basic Case") si ha una deformazione (in percentuale) di 0.47%, 5.90% e 11.60% adottando il modello reologico Hookeano, MR1 e MR2, rispettivamente (Tabella 5.8). La crescita della deformazione è diretta conseguenza della deformabilità del solido, in quanto nelle tre simulazioni strutturali il carico sulla struttura è il medesimo (ricavato dal "Basic Case").

Caso 13: stenosi eccentrica; lumen circolare di diametro 3 mm; eccentricità lumen: 0.5 mm

Nell'arteria è presente una stenosi eccentrica lunga 10 mm e posizionata a 20 mm dalla regione di ingresso (Tabella 5.6). La luce nella sezione di mezzieria della stenosi è geometricamente definita da un cerchio di 3 mm di diametro il cui centro dista 0.5 mm dall'asse dell'arteria. La velocità in funzione del tempo è misurata in 4 punti sul piano di simmetria, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), della stenosi per il monitoraggio della velocità nel tempo. La massima velocità ricircolo registrata è di - 0.0406 m s⁻¹. Il profilo di velocità riportato in Figura 5.20 evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative). Il valore della velocità di ricircolo, in questo caso, è minore di quello del Caso 12, poiché la severità della stenosi, che ostruisce il 64% del condotto, è di entità minore. Nella fase sistolica il flusso torna indisturbato a 56 mm (Tabella 5.8) dalla fine della stenosi. Tale valore di lunghezza di disturbo è inferiore rispetto al caso precedente per via della minor severità della stenosi.

Il valore del massimo spostamento in direzione radiale (proporzionale alla deformazione) è di 0.008 mm, 0.099 mm e 0.189 mm adottando il modello di Hooke, MR1 e MR2 rispettivamente (Tabella 5.8). Tali valori sono inferiori rispetto al caso precedente, per via della minore occlusione del vaso sanguigno: la stenosi infatti invade una porzione di area inferiore (64%) rispetto al Caso precedente (Caso 12: 84%). Le deformazioni in percentuale sono nel presente caso 0.16%, 1.98% e 3.78% adottando il modello reologico Hookeano, MR1 e MR2, rispettivamente (Tabella 5.8). Tali valori sono inferiori rispetto al caso precedente in ragione della diversa entità della condizione di carico pressorio (determinata nel "Basic Case" relativo) che si realizza.

Capitolo 5

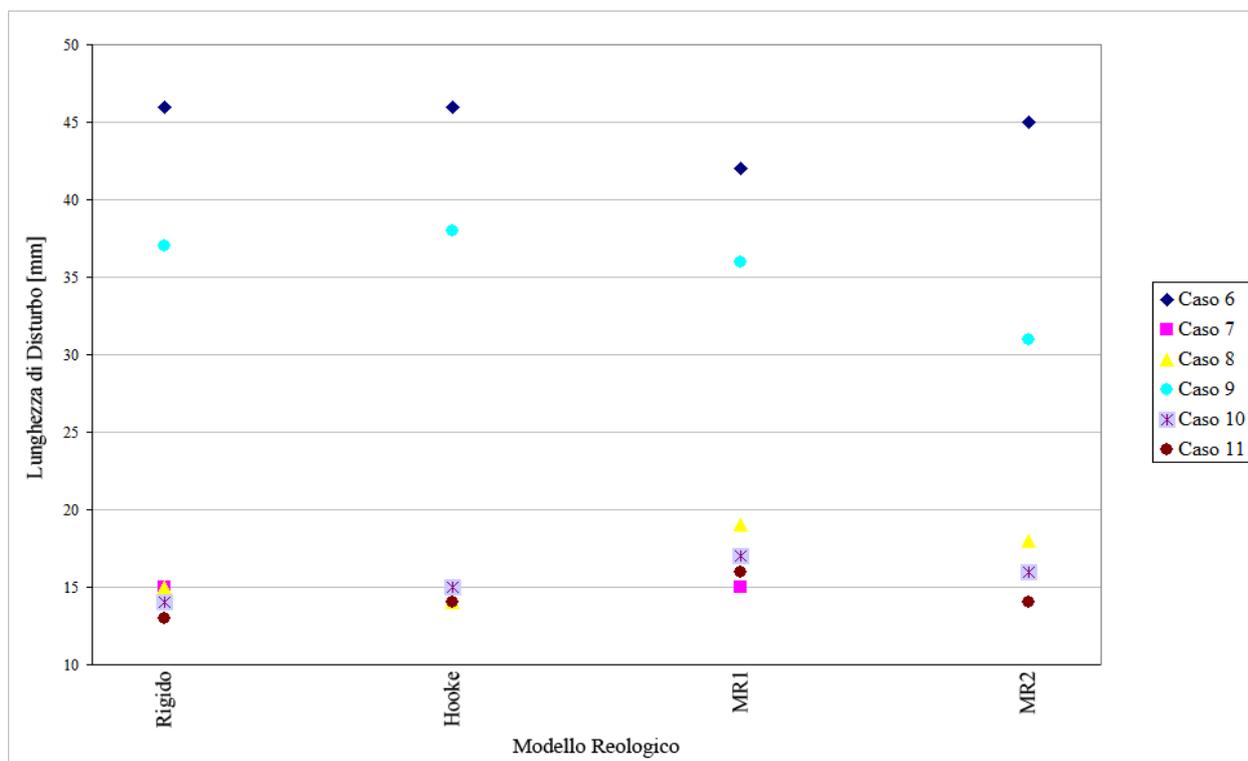
Caso 14: stenosi eccentrica; lumen ellittico: asse maggiore 4 mm, asse minore 3 mm; eccentricità lumen: 0.8 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi eccentrica lunga 10 mm e posizionata a 20 mm dalla regione di ingresso (Tabella 5.6). La luce nella sezione di mezzeria della stenosi è geometricamente definita da un cerchio di 3 mm di diametro il cui centro dista 0.5 mm dall'asse dell'arteria. La velocità in funzione del tempo è misurata in 4 punti sul piano di simmetria, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), della stenosi per il monitoraggio della velocità nel tempo. La massima velocità ricircolo registrata è di -0.0406 m s^{-1} . Questo valore è in valore assoluto minore di quello del Caso 12 e Caso 13, poiché la severità della stenosi, che ostruisce il 60.80% del condotto, è inferiore rispetto ai casi precedenti. Dai risultati si evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

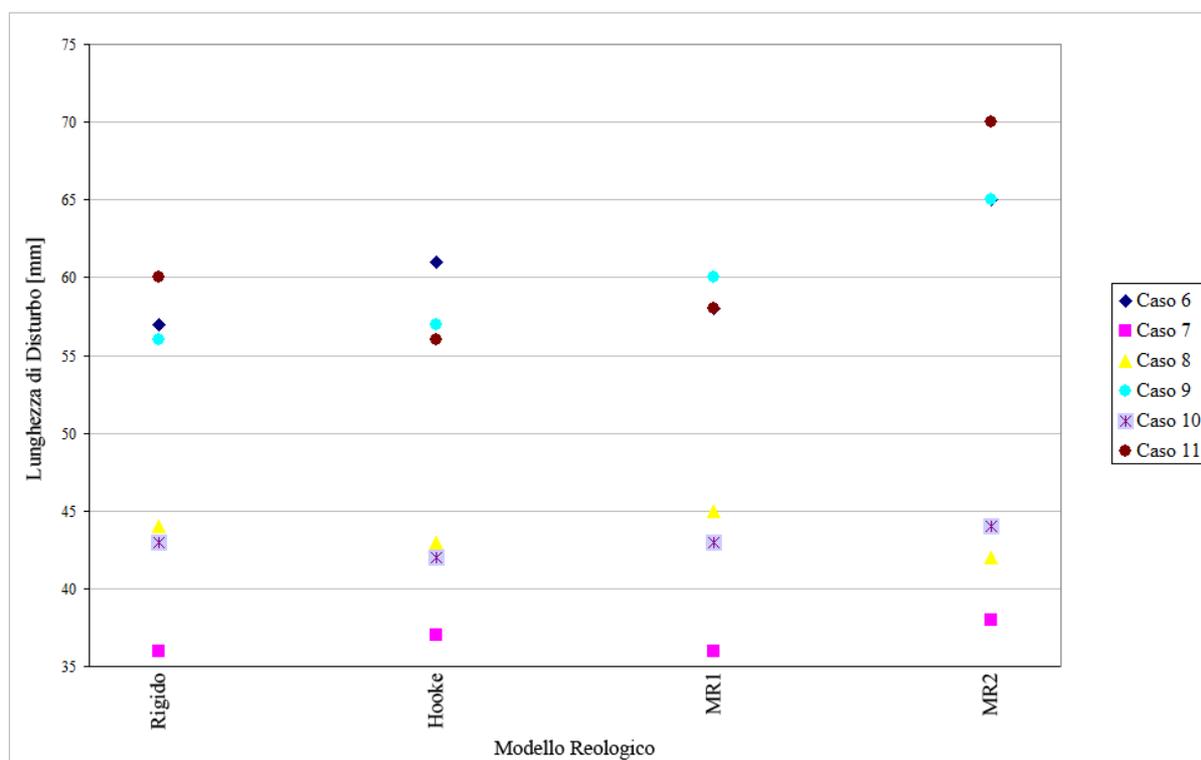
Nella fase sistolica il flusso torna indisturbato a 45 mm (Tabella 5.8) dalla fine della stenosi. Tale valore di lunghezza di disturbo è inferiore rispetto ai due casi precedenti per via della minor severità della stenosi.

Il valore del massimo spostamento in direzione radiale (proporzionale alla deformazione) è di 0.007 mm, 0.087 mm e 0.174 mm adottando il modello di Hooke, MR1 e MR2 rispettivamente (Tabella 5.8). Tali valori sono inferiori rispetto ai casi precedenti, per via della minore occlusione del vaso sanguigno: la stenosi infatti invade una porzione di area inferiore (60.80%). Le deformazioni in percentuale sono nel presente caso 0.14%, 1.74% e 3.48% adottando il modello reologico Hookeano, MR1 e MR2, rispettivamente (Tabella 5.8). Tali valori sono inferiori rispetto ai due casi precedenti in ragione della diversa entità della condizione di carico (determinata nel "Basic Case" relativo) che si realizza.

Capitolo 5



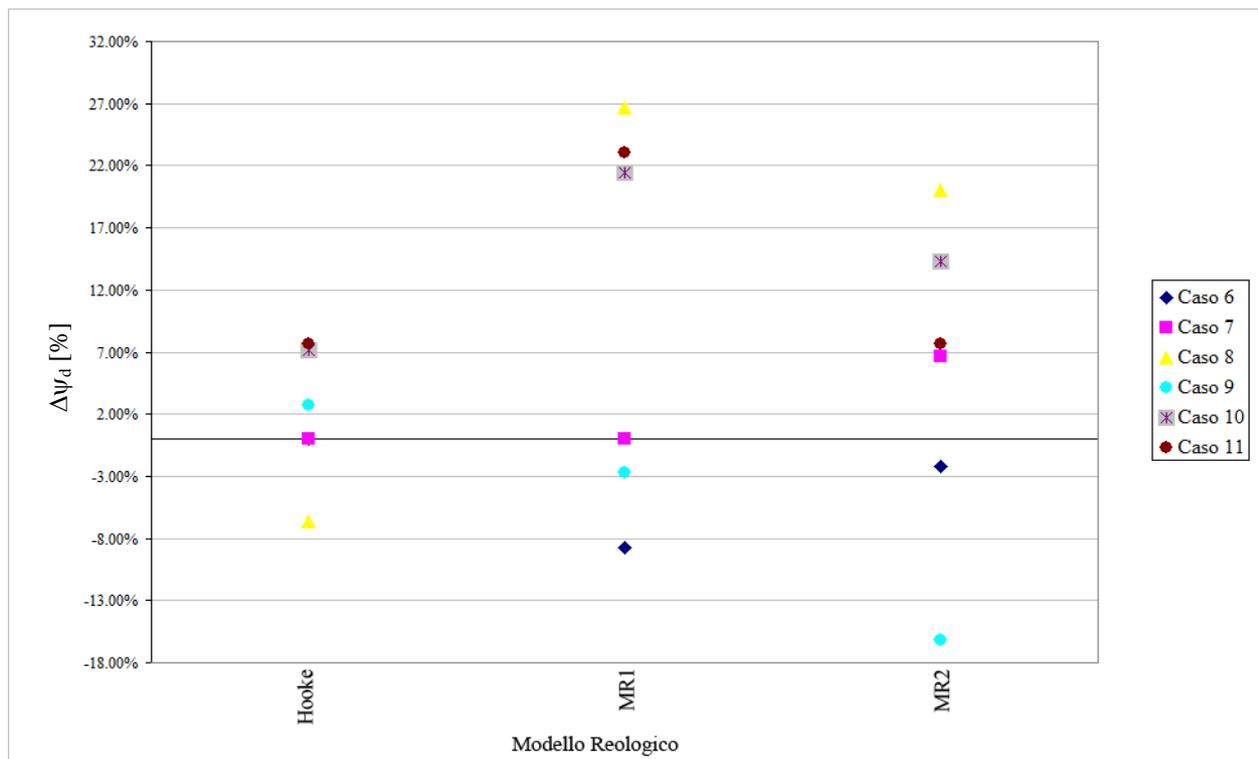
(a)



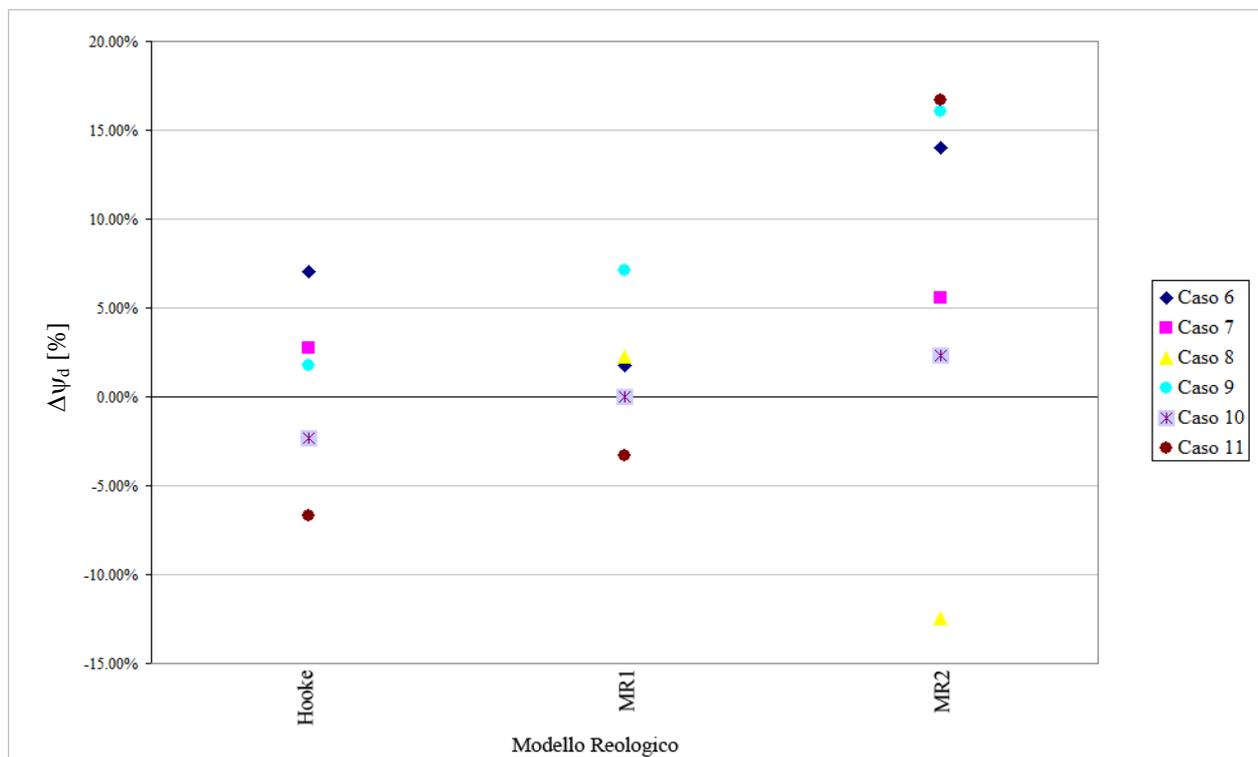
(b)

Figura 5.17. Lunghezza di Disturbo rilevata a t_1 (a) e t_2 (b) (vedi Tabella 5.3) per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

Capitolo 5



(a)



(b)

Figura 5.18. Errore percentuale (eq. (5.1)) della lunghezza di disturbo rilevata nell'istante t_1 (a) e nell'istante t_2 (b) in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

Capitolo 5

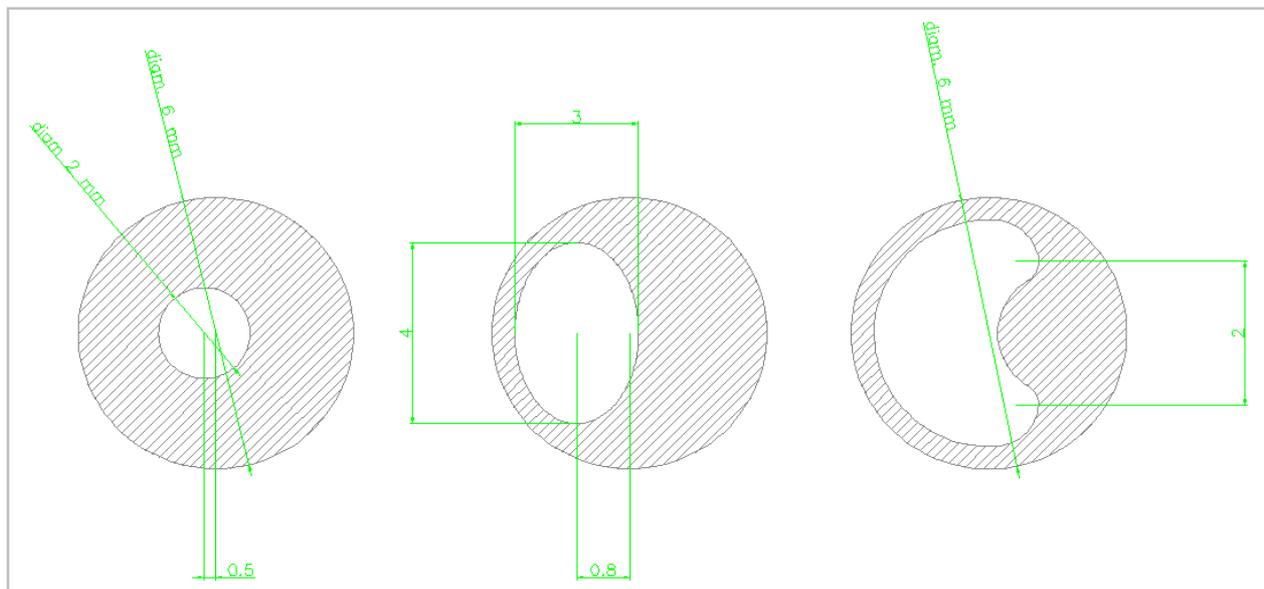


Figura 5.19. Caso 12-Caso 25. Sezioni in mezzeria delle stenosi: esempi.

Caso	Diametro [mm]	Spessore parete [mm]	Lunghezza [mm]
Caso 12	5	0.5	100
Caso 13	5	0.5	100
Caso 14	5	0.5	100
Caso 15	5	0.5	100
Caso 16	5	0.5	100
Caso 17	5	0.5	100
Caso 18	5	0.5	105
Caso 19	5	0.5	105
Caso 20	5	0.5	115
Caso 21	5	0.5	115
Caso 22	5	0.5	115
Caso 23	5	0.5	115
Caso 24	5	0.5	115
Caso 25	5	0.5	115

Tabella 5.5: Caso 12-Caso 25. Caratteristiche geometriche delle arterie.

Capitolo 5

Caso	Lumen	Tipo	Lunghezza totale [mm]	Distanza sezione di ingresso [mm]	Interdistanza [mm]	Eccentricità 1° elemento [mm]	Eccentricità 2° elemento [mm]
Caso 12	Circolare (R=1mm)	Eccentrica	10	20	-	0.5	-
Caso 13	Circolare (R=1,5mm)	Eccentrica	10	20	-	0.5	-
Caso 14	Ellittico (4x3mm)	Eccentrica	10	20	-	0.8	-
Caso 15	Ellittico (3x2mm)	Eccentrica	10	20	-	0.8	-
Caso 16	"A fagiolo"	Eccentrica	10	20	-	-	-
Caso 17	" A fagiolo "	Eccentrica	10	20	-	-	-
Caso 18	Ellittico (4x3mm)	Sfalsata	15	20	5	-0.5	0.5
Caso 19	Ellittico (4x3mm)	Sfalsata	15	20	5	-0.2	0.2
Caso 20	Circolare (R=2mm)	Sfalsata	20	15	10	0.5	-0.5
Caso 21	Circolare (R=2mm)	Sfalsata	25	15	15	0.5	-0.5
Caso 22	Circolare (R=1,75mm)	Sfalsata	20	15	10	0.8	-0.8
Caso 23	Circolare (R=1,75mm)	Sfalsata	25	15	15	0.8	-0.8
Caso 24	Circolare (R=1,5mm)	Sfalsata	20	15	10	1	-1
Caso 25	Circolare (R=1,5mm)	Sfalsata	25	15	15	1	-1

Tabella 5.6: Caso 12-Caso 25. Caratteristiche geometriche delle stenosi.

Caso	Punti di Misura	Distanza dalla parete del vaso [mm]	Distanza dalla fine dell'ultimo elemento della stenosi [mm]
Caso 12	P1	0.5	0
	P2	0.5	10
	P3	0.5	20
	P4	0.5	40
Caso 13	P1	0.5	0
	P2	0.5	5

Capitolo 5

	P3	0.5	10
	P4	0.5	20
Caso 14	P1	0.5	0
	P2	0.5	10
	P3	0.5	20
	P4	0.5	30
Caso 15	P1	0.5	0
	P2	0.5	10
	P3	0.5	20
	P4	0.5	30
Caso 16	P1	0.5	0
	P2	0.5	5
	P3	0.5	10
	P4	0.5	20
Caso 17	P1	0.5	0
	P2	0.5	10
	P3	0.5	20
	P4	0.5	30
Caso 18	P1	0.5	0
	P2	0.5	5
	P3	0.5	10
	P4	0.5	20
Caso 19	P1	0.5	0
	P2	0.5	5
	P3	0.5	10
	P4	0.5	20
Caso 20	P1(**)	0.5	3
	P2(*)	0.5	3
	P3(**)	0.5	20
Caso 21	P1(*)	0.5	1
	P2(**)	0.5	1
	P3(**)	0.5	10
Caso 22	P1(*)	0.5	1
	P2(**)	0.5	1
	P3(**)	0.5	10
	P4(**)	0.5	15

Capitolo 5

	P5(**)	0.5	30
Caso 23	P1(*)	0.5	1
	P2(*)	0.5	2,5
	P3(**)	0.5	1
	P4(**)	0.5	5
	P5(**)	0.5	10
	P6(**)	0.5	20
Caso 24	P1(*)	0.5	1
	P2(**)	0.5	1
	P3(**)	0.5	5
	P4(**)	0.5	8
Caso 25	P1(*)	0.5	1
	P2(*)	0.5	2,5
	P3(**)	0.5	1
	P4(**)	0.5	5
	P5(**)	0.5	15
	P6(**)	0.5	20

Tabella 5.7: Caso 12-Caso 25. Localizzazione dei punti di misura della velocità.

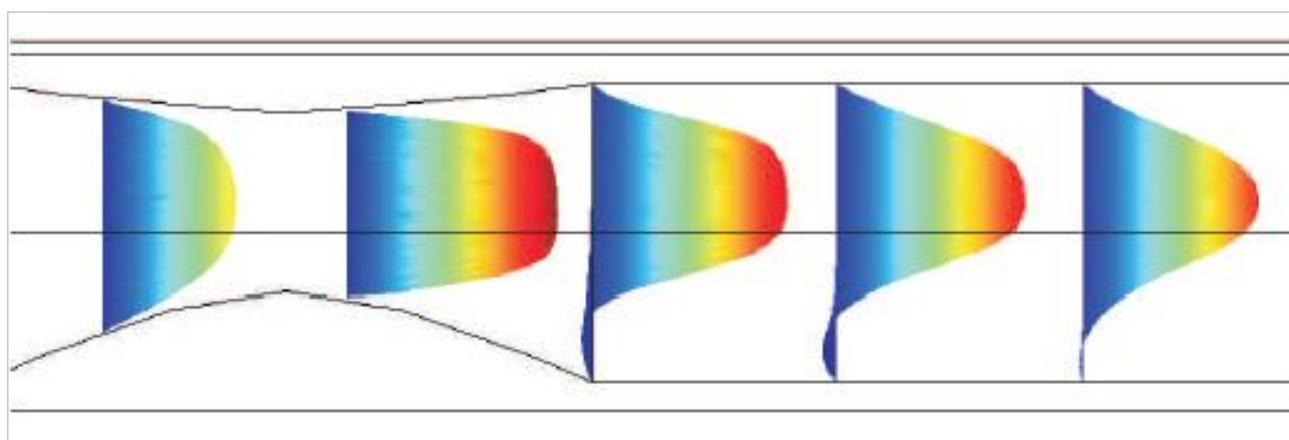


Figura 5.20. Caso 14. Profilo di velocità.

Caso 15: stenosi eccentrica; lumen ellittico: asse maggiore 3 mm, asse minore 2 mm; eccentricità lumen: 0.8 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi eccentrica lunga 10 mm e posizionata a 20 mm dalla regione di ingresso (Tabella 5.6). La luce nella sezione di mezzieria della stenosi è geometricamente definita da un'ellisse di asse maggiore pari a 3 mm e di asse minore pari a 2 mm, il cui centro dista 0.8 mm

Capitolo 5

dall'asse dell'arteria. Sono stati presi 4 punti sul piano di simmetria della stenosi, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), per il monitoraggio della velocità nel tempo. La massima velocità ricircolo registrata è di -0.0968 m s^{-1} (Tabella 5.8). Il profilo di velocità riportato in Figura 5.21 evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative). Il valore della velocità di ricircolo è, in questo caso, inferiore rispetto al Caso 12 ma superiore rispetto a Caso 13 e Caso 14, in quanto la percentuale di ostruzione (80%) è inferiore rispetto a Caso 12 (84%), ma superiore sia a Caso 13 (64%) sia a Caso 14 (60,80%).

Nella fase sistolica il flusso torna indisturbato a 60 mm (Tabella 5.8), dalla fine della stenosi, Tale valore è intermedio se confrontato con i casi precedenti.

Il valore del massimo spostamento in direzione radiale (proporzionale alla deformazione) è di 0.0200 mm, 0.248 mm e 0.497 mm adottando il modello di Hooke, MR1 e MR2 rispettivamente (Tabella 5.8). I valori del caso 4 sono confrontabili con quelli del caso 1 (anche in ragione del fatto che le percentuali, 84 % e 80 %, di ostruzione sono simili), se si guarda ai modelli Hookeano e MR1: la deformazione in percentuale è infatti 0.47% (Caso 12, Tabella 5.8) e 0.40% (Caso 15, Tabella 5.8) rispettivamente se si adotta il modello Hookeano. Si hanno invece percentuali di deformazione pari a 5.90% (Caso 12, Tabella 5.8) e 4.96% (Caso 15, Tabella 5.8) se si opta per il modello MR1. Differenze nell'entità della deformazione in percentuale si riscontrano invece nel caso MR2, confrontando i due casi: 11.96% per Caso 12 (Tabella 5.8) e 9.94% per Caso 15 (Tabella 5.8), che si spiegano con il differente campo di pressione applicato.

Caso 16: stenosi eccentrica; lumen "a fagiolo".

Nell'arteria è presente una stenosi eccentrica lunga 10 mm e posizionata a 20 mm dalla regione di ingresso (Tabella 5.6). La luce nella sezione di mezzeria della stenosi è geometricamente definita come "forma di fagiolo". La velocità in funzione del tempo è misurata in 4 punti sul piano di simmetria, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), della stenosi per il monitoraggio della velocità nel tempo. La massima velocità ricircolo registrata è di -0.0296 m s^{-1} . Questo valore è in valore assoluto minore di quello del Caso 14, poiché è inferiore la severità della stenosi, che ostruisce il 66.80% del condotto. Tuttavia la particolare forma della patologia determina un minor impatto sulla fluidodinamica del flusso ematico: si spiega così la minor entità del ricircolo, evidenziato dalle velocità negative, rispetto al Caso 13 affetto da un'ostruzione della luce del condotto percentualmente più ridotta.

Capitolo 5

Nella fase sistolica il flusso torna indisturbato a 53 mm (Tabella 5.8), dalla fine della stenosi. Tale valore di lunghezza di disturbo è inferiore rispetto ai due casi precedenti con severità più elevata, mentre è inferiore al caso con stenosi meno pronunciata.

Il valore del massimo spostamento in direzione radiale (proporzionale alla deformazione) è di 0.006 mm, 0.074 mm e 0.149 mm adottando il modello di Hooke, MR1 e MR2 rispettivamente (Tabella 5.8). Tali valori sono inferiori rispetto ai casi precedenti, per via della minore occlusione del vaso sanguigno: la stenosi infatti invade una porzione di area inferiore (60.80%). Le deformazioni in percentuale sono nel presente caso 0.12%, 1.48% e 2.98% adottando il modello reologico Hookeano, MR1 e MR2, rispettivamente (Tabella 5.8).

Caso 17: stenosi eccentrica; lumen “a fagiolo”.

Nell'arteria è presente una stenosi eccentrica lunga 10 mm e posizionata a 20 mm dalla regione di ingresso. La luce nella sezione di mezzeria della stenosi è geometricamente definita come “forma di fagiolo” (Figura 5.1 e Tabella 5.6). Sono stati presi 4 punti sul piano di simmetria della stenosi, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), per il monitoraggio della velocità nel tempo. Durante la fase sistolica si registra una velocità massima di riflusso pari in modulo a 0.0551 m s^{-1} (Tabella 5.8). Il profilo di velocità riportato in Figura 5.21 evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative). Tale valore è maggiore di quello che si riscontra in Caso 13, Caso 14 e Caso 16, in ragione della maggiore severità della stenosi in Caso 17 (74%).

Per quanto riguarda la fase sistolica, il disturbo cessa a 59 mm (Tabella 5.8), dalla fine della stenosi. Tale valore è intermedio tra Caso 13 e Caso 15, caratterizzati rispettivamente da una stenosi che occlude il 64% e l'80% della sezione di passaggio. L'entità del disturbo (e quindi la lunghezza di disturbo) è tanto maggiore quanto più severa è la stenosi, in quanto la maggiore occlusione genera a valle una zona di ricircolazione più estesa (il bordo di uscita è più ripido e l'allargamento di sezione meno smussato), e di conseguenza il flusso si “ricompone” ad una maggiore distanza dalla stenosi. Il valore del massimo spostamento in direzione radiale (proporzionale alla deformazione) è di 0.008 mm, 0.099 mm e 0.199 mm adottando il modello di Hooke, MR1 e MR2 rispettivamente (Tabella 5.8). In termini di deformazione percentuale si ha che nel caso Hookeano si registra una variazione pari a 0.16%; adottando i modelli iperelastici si ottengono variazioni pari a 1.98 % (caso MR1) e 3.98% (Caso MR2). Come osservato negli altri casi al crescere della deformabilità dell'arteria, cresce la massima deformazione, in ragione del fatto che lo stesso campo di pressione applicato determina risposte differenti da parte della parete solida in dipendenza delle sue caratteristiche

Capitolo 5

meccaniche. Confrontando il dato di deformazione con i casi precedenti si desume l'influenza della geometria della formazione stenotica: la forma a lobi determina una massima deformazione (percentuale) confrontabile, sia per i modelli elastico sia per gli iperelastici, con quella di Caso 13 (lumen circolare di 2 mm di diametro, e severità 64%). Tale risultato si spiega alla luce della considerazione che sebbene la severità della stenosi sia abbastanza elevata (74%), la sua forma geometrica, molto compatta (localizzata) irrigidisce maggiormente, a causa della sua massa, una porzione più limitata dell'arteria, per cui gli effetti che si hanno sulle deformazioni sono giustamente analoghi a quelli ottenuti da stenosi (di forma diversa) con grado di severità minore (Caso 13).

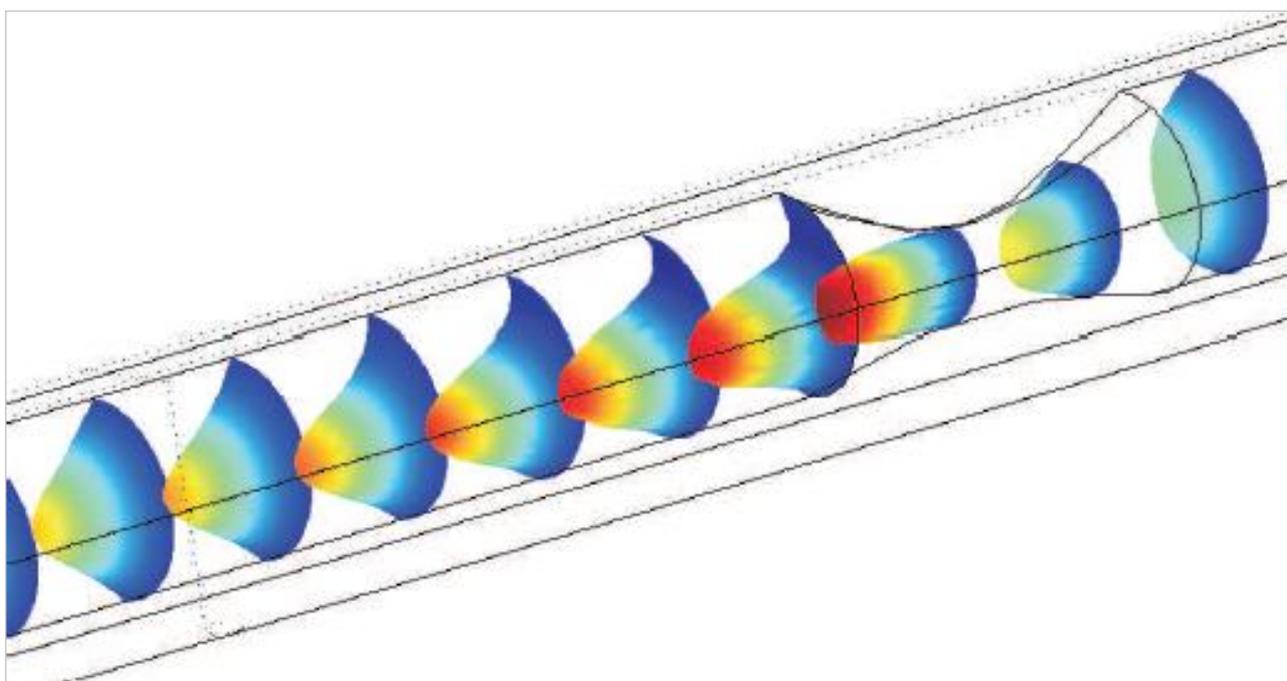


Figura 5.21. Caso 17. Profili di velocità.

Caso 18 e Caso 19: stenosi sfalsata; lumen ellittico: asse maggiore 4 mm, asse minore 3 mm; eccentricità lumen: ± 0.5 mm (Caso 18) e ± 0.2 mm (Caso 19).

Nell'arteria dei casi citati è presente una stenosi sfalsata lunga 15 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 20 mm (la prima) e 25 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un'ellisse di asse maggiore pari a 4 mm e di asse minore pari a 3 mm, il cui centro dista ± 0.5 mm (Caso 18) e ± 0.2 mm (Caso 19) dall'asse dell'arteria. I punti di rilevamento della velocità sono posti, in entrambi i casi, sul piano di simmetria, P1, P2, P3 e P4 (Tabella 5.7), della stenosi. La massime velocità di ricircolazione sono rispettivamente -0.0245 m s⁻¹ e -0.0124 m s⁻¹

Capitolo 5

(Tabella 5.8). Il profilo di velocità riportato in Figura 5.22 evidenzia, per il Caso 18, la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative). I valori trovati sono inferiori a quelli di Caso 12, Caso 13, Caso 14, Caso 15 a causa della minor severità della placca stenotica (Tabella 5.8). L'occlusione del vaso è la stessa che nel Caso 14, ma l'effetto di ricircolazione è maggiore, poiché si hanno due parti di stenosi (Caso 18). Per quanto invece concerne Caso 19 si vede che il ricircolo è inferiore sia rispetto a Caso 18 (stenosi sfalsata) che a Caso 14 (stenosi eccentrica). Tale risultato può spiegarsi in ragione della geometria del sistema: le stenosi in Caso 18 deflettono maggiormente il flusso sanguigno (essendo le sezioni di passaggio maggiormente eccentriche, ± 0.5 mm, rispetto a Caso 19, ± 0.2 mm), per cui le perdite di carico sono maggiori. Analogamente in Caso 14 un'arteria con medesimo grado di collusione, e stenosi con base più piccola (10 mm) provoca un restringimento localizzato che a valle genera una maggiore perdita di carico, in quanto il bordo di uscita è sicuramente più ripido rispetto a Caso 19.

La lunghezza di disturbo è rispettivamente di 62 mm e 58 mm (Tabella 5.8). Tali valori sono minori solo del Caso 12. Si vede qui come l'effetto di una stenosi sfalsata sia più rilevante rispetto al caso di singola stenosi, tranne quando la severità di quest'ultima è elevata (84%, Caso 12). Il campo fluidodinamico subisce infatti due deflessioni (cambi di direzione), il che genera, come ci si aspetta, un protrarsi del disturbo a valle della stenosi. Ciò è confermato anche dal confronto di Caso 18 e Caso 19 con Caso 14 caratterizzato dalla medesima percentuale di occlusione del vaso (60.80%).

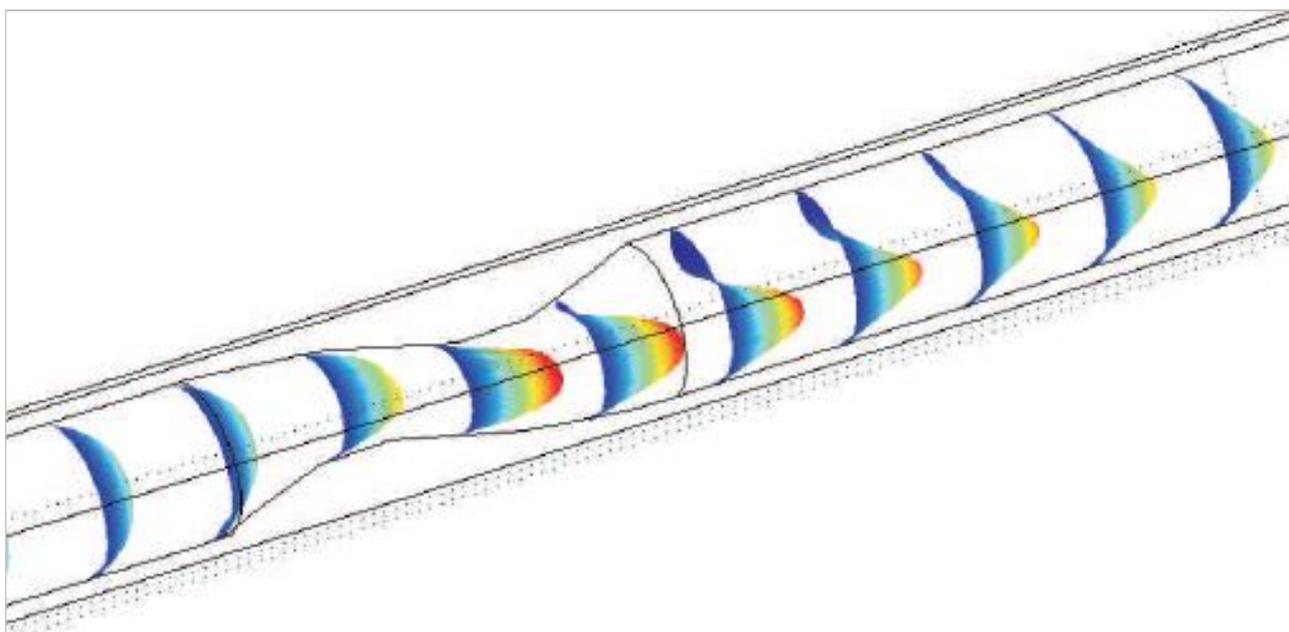


Figura 5.22. Caso 18. Profili di velocità.

Capitolo 5

Il valore del massimo spostamento in direzione radiale (proporzionale alla deformazione) è di 0.010 mm, 0.124 mm e 0.240 mm (Caso 18), 0.0073 mm, 0.0940 mm e 0.180 mm (Caso 19) adottando rispettivamente i modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8). In termini di deformazione percentuale si ottengono variazioni che nel caso Hookeano sono pari a 0.20 % (Caso 18) e 0.15% (Caso 19); adottando i modelli iperelastici si ottengono variazioni pari a 2.48 % (Caso 7, MR1) e 1.88 % (Caso 19, MR1), 4.80 % (Caso 18, MR2) e 3.60 % (Caso 8, MR2) (Tabella 5.8). I valori sopra riportati sono maggiori che in Caso 13, Caso 14, Caso 15, Caso 16 e Caso 17 (per il Caso 18) e minori di Caso 12 (per il Caso 18), Caso 14 e Caso 16 (per il Caso 19). Tali risultati si spiegano considerando la geometria delle stenosi. Stenosi con severità maggiore portano a deformazioni maggiori, soprattutto adottando i modelli iperelastici (Tabella 5.8), in quanto l'influenza delle stenosi sul flusso ematico e quindi sulla distribuzione di pressione è maggiore. Anche la geometria della luce di passaggio, e la mutua posizione delle stenosi, giocano un ruolo importante: più le stenosi sono ravvicinate più la deformazione è apprezzabile, per via delle condizioni fluidodinamiche di pressione e velocità (deflessioni del flusso) nell'intorno della stenosi. A ciò si aggiunge la differenza di propagazione dell'onda di pressione (forzante) nella parete arteriosa, in corrispondenza della stenosi (irrigidimento localizzato), nei modelli iperelastici, che quindi risultano più "sensibili" all'irrigidimento stenotico, piuttosto che nel modello elastico.

Caso 20: stenosi sfalsata; lumen circolare: diametro 2 mm; eccentricità lumen: $\pm 0,5$ mm

Nell'arteria è presente una stenosi sfalsata lunga 20 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 20 mm (la prima) e 30 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un cerchio di diametro 2 mm, il cui centro dista ± 0.5 mm dall'asse dell'arteria. I punti di rilevamento della velocità sono posti sul piano di simmetria della stenosi: P1, P2 e P3 (Tabella 5.7). La massima velocità di ricircolazione trovata è pari a -0.0099 m s⁻¹, valore minore rispetto ai casi finora analizzati. Dai risultati si evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Il flusso torna ad essere indisturbato a 50 mm (Tabella 5.8). Tale valore è maggiore solo rispetto al Caso 14 (severità: 60.80%). Questo risultato è spiegabile considerando che in Caso 20 (severità: 36%) la stenosi sfalsata deflette due volte il flusso ematico, creando perciò un disturbo maggiore rispetto a Caso 14, pur avendo quest'ultimo maggiore (Tabella 5.8).

Il massimo spostamento in direzione radiale è 0.0060 mm, 0.0740 mm e 0.150 mm optando per il modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8). La deformazione (percentuale) che si registra è perciò di 0.12 %, 1.48 % e 3.00 % adottando rispettivamente i modelli Hookeano, MR1 ed MR2 (Tabella

Capitolo 5

5.8). Tali valori sono maggiori, anche se molto vicini, solo rispetto al Caso 16. Il risultato si giustifica in ragione del fatto che la stenosi sfalsata crea condizioni fluidodinamiche (campo di pressione e velocità) più disturbate (deflessione del flusso) rispetto al caso di singola stenosi, perciò pur essendo la severità della stenosi di Caso 20 molto inferiore (36%) rispetto a Caso 16 (66.80%) gli effetti prodotti sono gli stessi.

Caso 21: stenosi sfalsata; lumen circolare: diametro 2 mm; eccentricità lumen: $\pm 0,5$ mm.

Nell'arteria è presente una stenosi sfalsata lunga 25 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 20 mm (la prima) e 35 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un cerchio di diametro 2 mm, il cui centro dista ± 0.5 mm dall'asse dell'arteria. La distanza tra le mezzerie delle due porzioni della stenosi è di 15 mm. I punti di rilevamento della velocità sono posti sul piano di simmetria della stenosi: P1, P2 e P3 (Tabella 5.7). La massima velocità di ricircolazione trovata è pari a -0.0099 m s^{-1} , valore minore rispetto ai casi finora analizzati. Il profilo di velocità riportato in Figura 5.23 evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Il flusso torna ad essere indisturbato a 48 mm (Tabella 5.8). Tale valore è maggiore rispetto al Caso 14 (severità: 60.80%) ed al Caso 20 (severità: 36.00%). Questo risultato è spiegabile considerando che, come in Caso 20 (severità: 36%), la stenosi sfalsata deflette due volte il flusso ematico, creando perciò un disturbo maggiore rispetto a Caso 14, pur avendo quest'ultimo maggiore (Tabella 5.8). Inoltre la maggiore interdistanza tra le mezzerie delle due porzioni di stenosi, determina un leggero recupero di pressione a valle della prima stenosi, così che la lunghezza di disturbo, a parità di severità patologica, si riduce.

Il massimo spostamento in direzione radiale è 0.0069 mm, 0.0740 mm e 0.1500 mm optando per il modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8). La deformazione (percentuale) che si registra è perciò di 0.14 %, 1.48 % e 3.00 % adottando rispettivamente i modelli Hookeano, MR1 ed MR2 (Tabella 5.8). Tali valori sono maggiori, anche se molto vicini, solo rispetto al Caso 16. Il risultato si giustifica in ragione del fatto che la stenosi sfalsata crea condizioni fluidodinamiche (campo di pressione e velocità) più disturbate (deflessione del flusso) rispetto al caso di singola stenosi, perciò pur essendo la severità della stenosi di Caso 21 molto inferiore (36%) rispetto a Caso 16 (66.80%) gli effetti prodotti sono comparabili. I valori delle deformazioni e degli scostamenti percentuali sono, inoltre, molto simili a quelli di Caso 20, avente la stessa tipologia e severità di stenosi: una lievissima discrepanza si evidenzia solo nel caso Hookeano.

Capitolo 5

Caso 22: stenosi sfalsata; lumen circolare: diametro 1.75 mm; eccentricità lumen: ± 0.8 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi sfalsata lunga 20 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 20 mm (la prima) e 30 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un cerchio di diametro 1.75 mm, il cui centro dista ± 0.8 mm dall'asse dell'arteria. La distanza tra le mezzerie delle due porzioni della stenosi è di 15 mm. I punti di rilevamento della velocità sono posti sul piano di simmetria della stenosi: P1, P2, P3, P4 e P5 (Tabella 5.7). La massima velocità di ricircolazione trovata è pari a -0.0939 m s⁻¹. Il profilo di velocità riportato in Figura 5.24 evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Il flusso torna ad essere indisturbato a 58 mm (Tabella 5.8). Tale valore è maggiore rispetto al Caso 13 (64.00%), al Caso 14 (severità: 60.80%), al Caso 16 (severità: 66.80%), al Caso 20 (severità: 36.00%) e ed al Caso 21 (severità: 36.00%). Questo risultato è spiegabile considerando che, come in Caso 20 e Caso 21 (severità: 36%), la stenosi sfalsata deflette due volte il flusso ematico, creando perciò un disturbo maggiore rispetto a Caso 14, pur avendo quest'ultimo maggiore severità patologica (Tabella 5.8).

Il massimo spostamento in direzione radiale è 0.0110 mm, 0.1250 mm e 0.2410 mm optando per il modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8) rispettivamente. La deformazione (percentuale) che si registra è perciò di 0.22 %, 2.50 % e 5.00 % adottando rispettivamente i modelli Hookeano, MR1 ed MR2 (Tabella 5.8). Tali valori sono maggiori, anche se molto vicini, solo rispetto al Caso 18. Il risultato si giustifica in ragione del fatto che la stenosi sfalsata crea condizioni fluidodinamiche (campo di pressione e velocità) più disturbate (deflessione del flusso) rispetto al caso di singola stenosi, perciò pur essendo la severità della stenosi di Caso 22 inferiore (50%) rispetto a Caso 18 (60.80%) gli effetti prodotti sono comparabili.

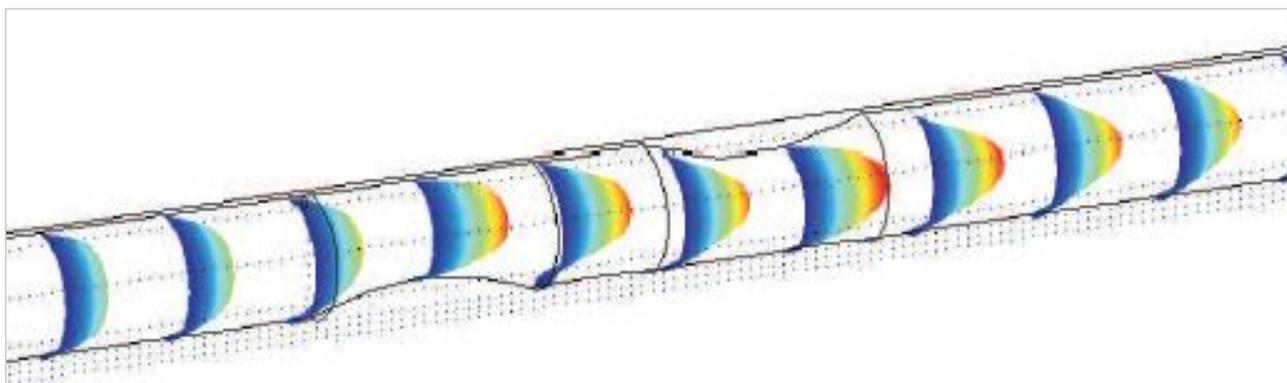


Figura 5.23. Caso 21. Profili di velocità.

Capitolo 5

Caso 23: stenosi sfalsata; lumen circolare: diametro 1.5 mm; eccentricità lumen: ± 1.0 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi sfalsata lunga 25 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 15 mm (la prima) e 30 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un cerchio di diametro 1.5 mm, il cui centro dista ± 1.0 mm dall'asse dell'arteria. I punti di rilevamento della velocità sono posti sul piano di simmetria della stenosi: P1, P2, P3, P4, P5 e P6 (Tabella 5.7). La massima velocità di ricircolazione trovata è pari a -0.0761 m s^{-1} . Dai risultati si evidenzia, quindi, la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Il flusso torna ad essere indisturbato a 62 mm (Tabella 5.8). Tale valore è maggiore rispetto a tutte le casistiche fin qui esaminate, tranne che per Caso 12, caratterizzato da una severità della stenosi del 84.00%. Questo risultato è spiegabile considerando che, come in Caso 20 e Caso 21 (severità: 36%), la stenosi sfalsata deflette due volte il flusso ematico, creando perciò un disturbo maggiore pur avendo lo specifico caso una maggiore severità patologica (Tabella 5.8).

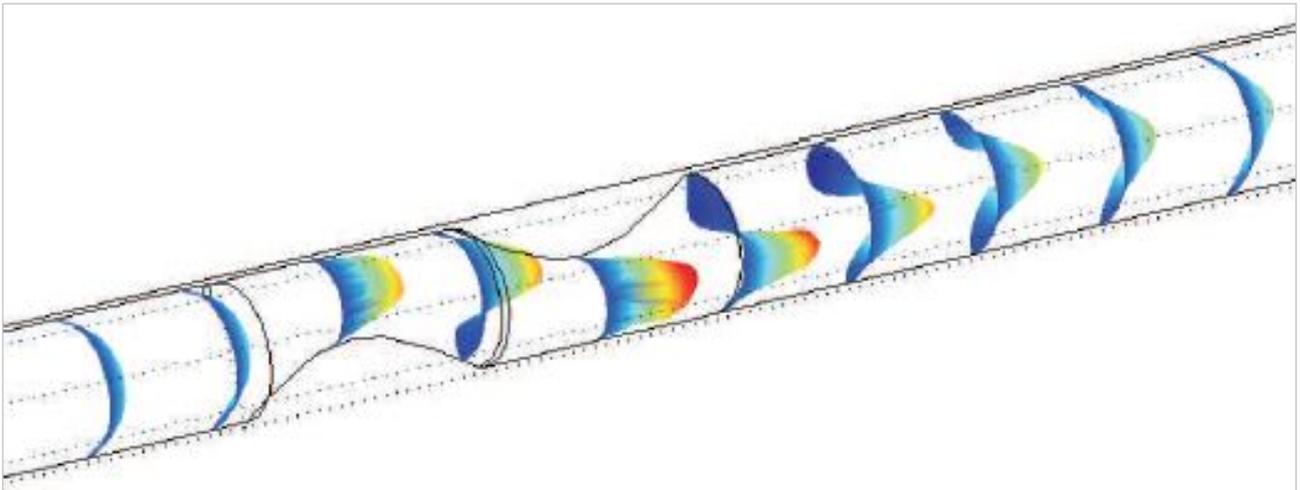


Figura 5.24. Caso 22. Profili di velocità.

Il massimo spostamento in direzione radiale è 0.0097 mm, 0.1200 mm e 0.2410 mm optando per il modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8) rispettivamente. La deformazione (percentuale) che si registra è perciò di 0.26 %, 3.22 % e 4.82 % adottando rispettivamente i modelli Hookeano, MR1 ed MR2 (Tabella 5.8). Tali valori sono maggiori, anche se molto vicini, solo rispetto al Caso 18. Il risultato si giustifica in ragione del fatto che la stenosi sfalsata crea condizioni fluidodinamiche (campo di pressione e velocità) più disturbate (deflessione del flusso) rispetto al caso di singola

Capitolo 5

stenosi, perciò pur essendo la severità della stenosi di Caso 22 inferiore (50%) rispetto a Caso 18 (60.80%) gli effetti prodotti sono comparabili.

Caso 24: stenosi sfalsata; lumen circolare: diametro 1,5 mm; eccentricità lumen: 1 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi sfalsata lunga 20 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 20 mm (la prima) e 25 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un cerchio di diametro 1.5 mm, il cui centro dista ± 1.0 mm dall'asse dell'arteria. I punti di rilevamento della velocità sono posti sul piano di simmetria della stenosi: P1, P2, P3, e P4 (Tabella 5.7). La massima velocità di ricircolazione è -0.1010 m s^{-1} , che è in valore assoluto minore solo rispetto al Caso 12, in conseguenza della minor severità patologica che affligge l'arteria. Dai risultati ottenuti si evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Il flusso torna indisturbato alla distanza di 67 mm (Tabella 5.8), dalla fine della stenosi. Tale valore è maggiore rispetto agli altri casi ad esclusione di Caso 12 (a causa della maggiore severità della lesione).

Il massimo spostamento strutturale in senso radiale è 0.0130 mm, 0.1616 mm e 0.323 mm optando per il modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8) rispettivamente. Tali valori sono inferiori a quelli di Caso 12 e Caso 15, in conseguenza della geometria e della severità delle stenosi. Infatti comparando i valori del Caso 14 e Caso 24, aventi lo stesso grado di severità, ma numero e disposizione diversa delle stenosi, si vede che la deformazione è minore nel Caso 14 poiché la stenosi è maggiormente circoscritta, quindi l'irrigidimento strutturale è maggiormente localizzato.

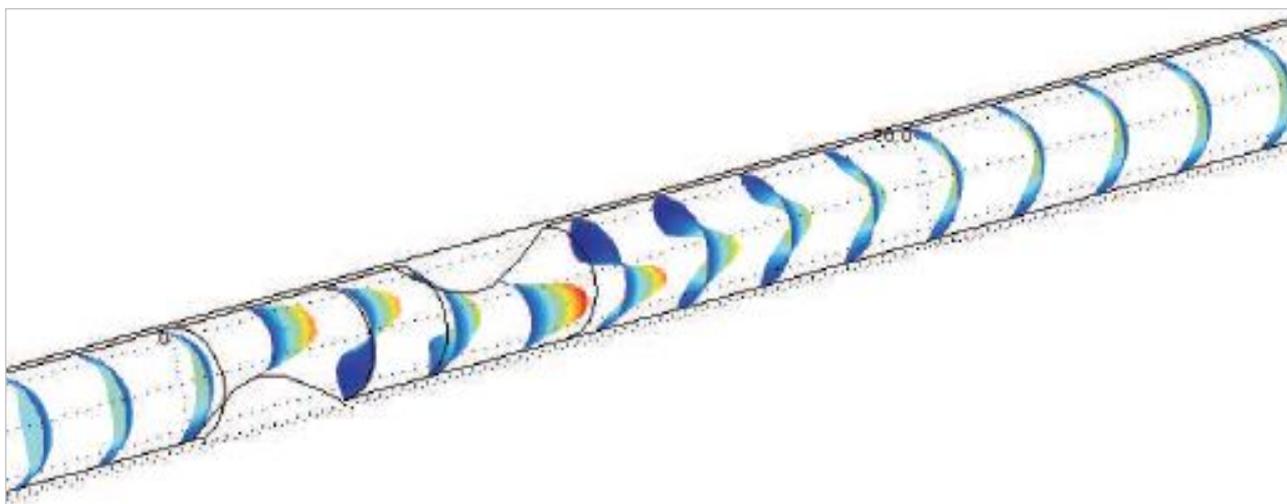


Figura 5.25. Caso 25. Profili di velocità.

Capitolo 5

La deformazione (percentuale) che si registra è perciò di 0.26 %, 3.22 % e 6.46 % adottando rispettivamente i modelli Hookeano, MR1 ed MR2 (Tabella 5.8).

Caso 25: stenosi sfalsata; lumen circolare: diametro 1.5 mm; eccentricità lumen: ± 1 mm.

Nell'arteria è presente una stenosi sfalsata lunga 25 mm (Tabella 5.6). La luce tra le sezioni distanti 20 mm (la prima) e 30 mm (la seconda) dalla sezione di ingresso è geometricamente definita da un cerchio di diametro 1,5 mm, il cui centro dista ± 0.5 mm dall'asse dell'arteria. I punti di rilevamento della velocità sono posti sul piano di simmetria della stenosi: P1, P2, P3, P4, P5 e P6 (Tabella 5.7). La massima velocità di ricircolazione è $-0.08110 \text{ m s}^{-1}$, valore minore rispetto al Caso 13 (stesso grado di severità) Caso 12, Caso 15. la ricircolazione è invece più accentuata rispetto a Caso 13, Caso 14, Caso 16, Caso 17, Caso 18, Caso 19, Caso 20, Caso 21, Caso 22 e Caso 23, a causa della geometria e del numero delle stenosi. Il profilo di velocità riportato in Figura 5.24 evidenzia la presenza del fenomeno ricircolatorio (velocità negative).

Il flusso torna indisturbato alla distanza di 63 mm (Tabella 5.8), dalla fine della stenosi. Tale valore è maggiore rispetto agli altri casi ad esclusione di Caso 12 (a causa della maggiore severità della lesione) e Caso 24 (a causa della minore distanza interstenotica).

Il massimo spostamento strutturale in senso radiale è 0.0110 mm, 0.136 mm e 0.273 mm optando per il modelli di Hooke, MR1 e MR2 (Tabella 5.8) rispettivamente. Tali valori sono inferiori a quelli di Caso 12, Caso 15 e Caso 24, a causa della geometria e della severità delle stenosi. Infatti comparando i valori del Caso 14, Caso 24 e Caso 25, aventi lo stesso grado di severità, ma numero e disposizione diversa delle stenosi, si vede che la deformazione è minore nel Caso 14 poiché la stenosi è maggiormente circoscritta, quindi l'irrigidimento strutturale è maggiormente localizzato. La deformazione (percentuale) che si registra è perciò di 0.22 %, 2.72 % e 5.46 % adottando rispettivamente i modelli Hookeano, MR1 ed MR2 (Tabella 5.8).

Caso	Modello Reologico	Severità [%]	$V_{R,max}$ [m s^{-1}]	D [mm]		Deformazione radiale massima [mm]	Massima deformazione percentuale [%]
				Sistolica	Diastolica		
Caso 12.a	Rigido	84.00	0.1700	70.00	5.00	-	-
Caso 12.b	Hooke					0.0237	0.47%
Caso 12.c	MR1					0.2950	5.90%

Capitolo 5

Caso 12.d	MR2					0.5800	11.60%
Caso 13.a	Rigido	64.00	0.0406	56.00	5.00	-	-
Caso 13.b	Hooke					0.0080	0.16%
Caso 13.c	MR1					0.0990	1.98%
Caso 13.d	MR2					0.1890	3.78%
Caso 14.a	Rigido	60.80	0.0161	45.00	5.00	-	-
Caso 14.b	Hooke					0.0070	0.14%
Caso 14.c	MR1					0.0870	1.74%
Caso 14.d	MR2					0.1740	3.48%
Caso 15.a	Rigido	80.00	0.0968	60.00	5.00	-	-
Caso 15.b	Hooke					0.0200	0.40%
Caso 15.c	MR1					0.2480	4.96%
Caso 15.d	MR2					0.4970	9.94%
Caso 16.a	Rigido	66.80	0.0296	53.00	5.00	-	-
Caso 16.b	Hooke					0.0060	0.12%
Caso 16.c	MR1					0.0740	1.48%
Caso 16.d	MR2					0.1490	2.98%
Caso 17.a	Rigido	74.00	0.0551	59.00	5.00	-	-
Caso 17.b	Hooke					0.0080	0.16%
Caso 17.c	MR1					0.0990	1.98%
Caso 17.d	MR2					0.1990	3.98%
Caso 18.a	Rigido	60.80	0.0245	62.00	5.00	-	-
Caso 18.b	Hooke					0.0100	0.20%
Caso 18.c	MR1					0.1240	2.48%
Caso 18.d	MR2					0.2400	4.80%
Caso 19.a	Rigido	60.80	0.0124	58.00	5.00	-	-
Caso 19.b	Hooke					0.0073	0.15%
Caso 19.c	MR1					0.0940	1.88%
Caso 19.d	MR2					0.1800	3.60%
Caso 20.a	Rigido	36.00	0.0099	50.00	5.00	-	-
Caso 20.b	Hooke					0.0060	0.12%
Caso 20.c	MR1					0.0740	1.48%
Caso 20.d	MR2					0.1500	3.00%
Caso 21.a	Rigido	36.00	0.0099	48.00	5.00	-	-
Caso 21.b	Hooke					0.0069	0.14%
Caso 21.c	MR1					0.0740	1.48%

Capitolo 5

Caso 21.d	MR2					0.1500	3.00%
Caso 22.a	Rigido	50.00	0.0939	58.00	5.00	-	-
Caso 22.b	Hooke					0.0110	0.22%
Caso 22.c	MR1					0.1250	2.50%
Caso 22.d	MR2					0.2500	5.00%
Caso 23.a	Rigido	50.00	0.0761	62.00	5.00	-	-
Caso 23.b	Hooke					0.0097	0.19%
Caso 23.c	MR1					0.1200	2.40%
Caso 23.d	MR2					0.2410	4.82%
Caso 24.a	Rigido	64.00	0.1010	67.00	5.00	-	-
Caso 24.b	Hooke					0.0130	0.26%
Caso 24.c	MR1					0.1610	3.22%
Caso 24.d	MR2					0.3230	6.46%
Caso 25.a	Rigido	64.00	0.0811	63.00	5.00	-	-
Caso 25.b	Hooke					0.0110	0.22%
Caso 25.c	MR1					0.1360	2,72%
Caso 25.d	MR2					0.2730	5.46%

Tabella 5.8: Caso 12-Caso 25. Tabella dei risultati ottenuti dalla simulazione di arterie affette da stenosi eccentriche e sfalsate.

5.2.2. Analisi

Dall'analisi effettuata emerge che la geometria (severità della stenosi), la posizione reciproca delle stenosi, la forma e l'eccentricità (rispetto all'asse di simmetria) dell'area di passaggio determinano l'entità dei fenomeni di ricircolo, disturbo e deformazione strutturale. Il maggior grado di occlusione delle arterie genera una maggiore ricircolazione a valle (Caso 12, Caso 15, Caso 24, Caso 25) ed una maggiore lunghezza di disturbo (Tabella 5.8, Figura 5.26 e Figura 5.27), poiché creano condizioni fluidodinamiche in cui i bordi di uscita sono più ripidi, ovvero l'allargamento di sezione a valle della lesione è tanto più "improvviso" quanto maggiore è la severità della stenosi. Il campo di pressione, ovvero la fluidodinamica, è altresì influenzata dalla posizione reciproca degli elementi delle stenosi sfalsate. Esse risultano essere un elemento di disturbo maggiore per il flusso ematico, in quanto lo deflettono due volte. Si comprende quindi come lesioni sfalsate di non rilevante severità (Caso 20 e Caso 21: severità 36 %) possano produrre effetti analoghi, in termini di lunghezza di disturbo, a quelli realizzati da stenosi più severe (Caso 14: severità 60.80%). Un altro parametro importante è l'eccentricità della luce di passaggio, come dimostrato dal confronto delle

Capitolo 5

velocità di ricircolazione e lunghezza di disturbo in Caso 18 e Caso 19. L'eccentricità influendo sul percorso del fluido determina infatti maggiori velocità di ricircolo e lunghezze di disturbo in ragione dell'aumento del suo valore. La luce di passaggio a sezione circolare eccentrica è per la ricircolazione la più critica, poiché interessa tutta la circonferenza del vaso. La meno influente dal punto di vista fluidodinamico, è la stenosi che determina una sezione della luce di passaggio a forma di disco con due lobi ("fagiolo"). La stenosi in questo caso è più localizzata, quindi seppure di elevato grado di severità (Caso 16: severità 66.80%, e Caso 17: severità 74.00%), produce un ricircolo contenuto. La sezione ellittica determina un comportamento intermedio.

Da Tabella 5.8 e Figura 5.27 si vede poi che, nel caso di stenosi poco severe (Caso 20 e Caso 21: severità 36.00%), a parità di geometria del lumen di passaggio, eccentricità e dimensione dei due elementi della stenosi, e con unico parametro dissimile l'interdistanza tra i due elementi della stenosi, la lunghezza di disturbo, la velocità di ricircolo e la deformazione massima sono uguali: perciò al di sotto di un certo valore della severità l'interdistanza tra le stenosi non fa sentire la sua influenza su lunghezza di disturbo ed entità del ricircolo.

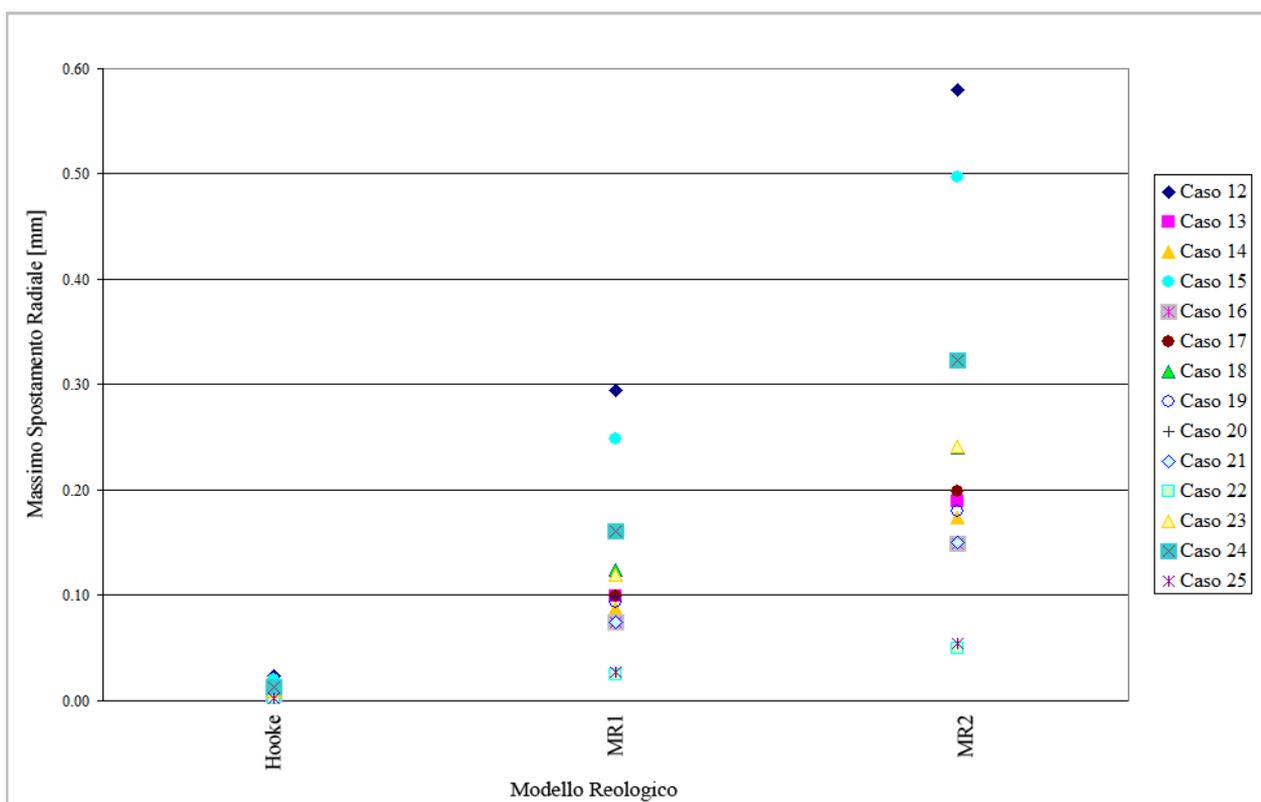


Figura 5.26. Massimo spostamento radiale per ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

Capitolo 5

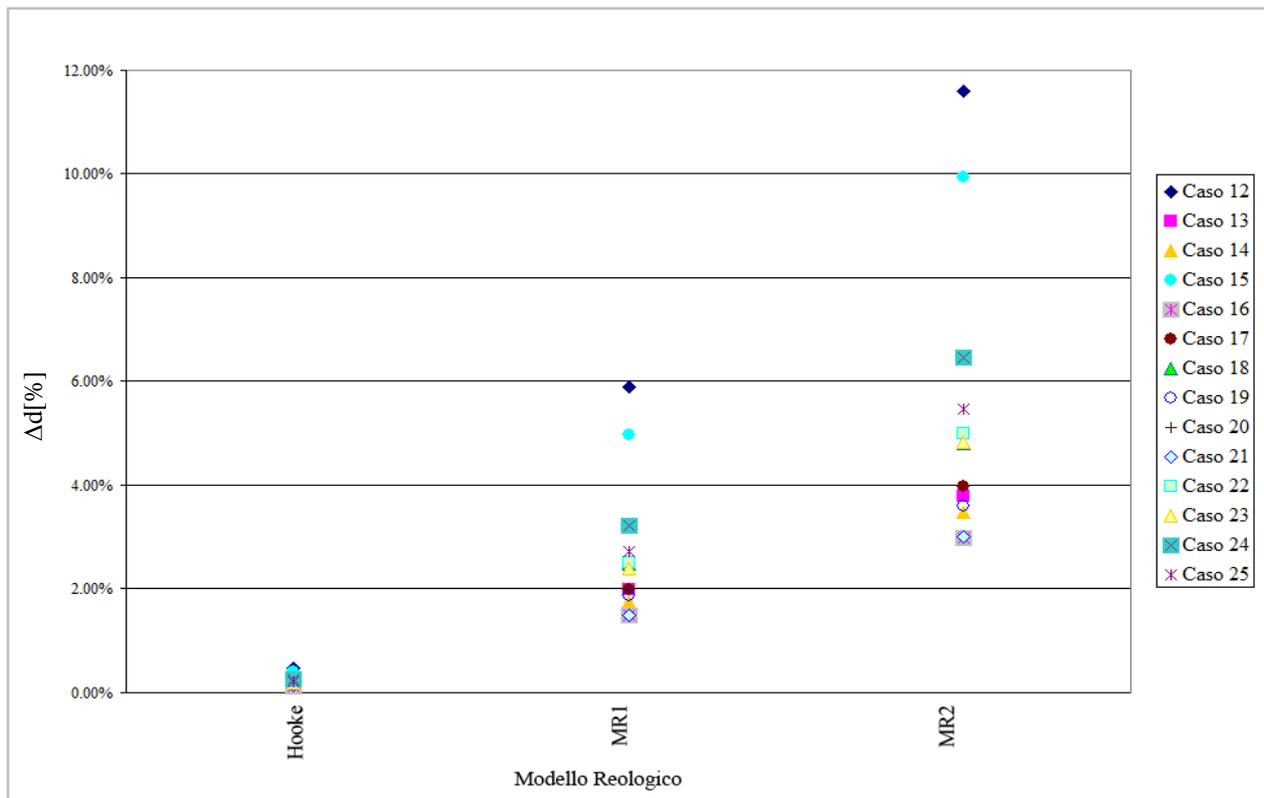


Figura 5.27. Scostamento percentuale (eq. (5.2)) del valore del massimo spostamento radiale rilevato in ogni caso esaminato in funzione del modello reologico adottato per l'arteria.

Capitolo 6

Conclusioni

6.1 Presenza del catetere nell'arteria: simulazioni 3D

Lo studio presentato nella tesi analizza il flusso sanguigno all'interno di arterie cateterizzate e/o affette da patologia cardiovascolare (stenosi) di diversa gravità. Data la natura deformabile dei vasi sanguigni, il problema dello studio dell'emodinamica è di natura tridimensionale. Tuttavia in presenza di particolari condizioni (assialsimmetria) si può derogare a tale condizione sufficiente. Nel caso del presente lavoro, infatti i casi affrontati hanno considerato problemi fluidodinamici sia accoppiati a problemi meccanici in condizioni di patologie o strumentazione assialsimmetriche, sia disaccoppiati dalla meccanica dei vasi sanguigni (casi tridimensionali con arterie cateterizzate e stenotiche). Al fine di un confronto critico dei risultati i parametri utilizzati sono la velocità massima registrata, l'entità del ricircolo e la lunghezza di disturbo.

I risultati ottenuti dalle simulazioni tridimensionali effettuate su arterie cateterizzate dimostrano che il flusso sanguigno è disturbato dalla presenza del catetere. In particolare quest'ultimo, assume varie posizioni (concentrico/non-concentrico) ed inclinazioni rispetto all'asse di simmetria delle arterie. La funzione del catetere Doppler è quella di misurare la velocità del flusso sanguigno, al fine di evidenziare la presenza di patologie stenotiche e di stimarne la gravità. L'introduzione del corpo solido del catetere, come detto produce un'alterazione del flusso sanguigno attorno allo strumento, generando quindi errori di misura della velocità, con il rischio di errore diagnostico. In particolare dai risultati ottenuti dalle simulazioni si vede che la posizione assialsimmetrica del catetere rispetto all'asse del vaso sanguigno determina condizioni fluidodinamiche più critiche. Il catetere infatti introduce un'instabilità nel flusso ematico, che influenza il campo di velocità e quindi il campo di pressione (perdite di pressione dovute alla presenza dello strumento diagnostico): le linee di flusso si deformano attorno al catetere generando un profilo ad "M". Il risultato ottenuto sottende in realtà un significato più complesso di quanto possa apparire in prima battuta, in quanto esso è conseguenza dell'interazione tra le condizioni al contorno e lo strumento diagnostico. Per tale ragione le misure di velocità effettuate col catetere necessitano di una particolare revisione critica, al fine di evitare errori diagnostici. Le simulazioni rivelano l'importanza, ai fini della misura della velocità, dell'inclinazione assunta dal catetere all'interno del vaso sanguigno, ovvero del suo

Capitolo 6

ingombro in proiezione. In particolare, infatti, i risultati dimostrano che il flusso sanguigno risulta fluidodinamicamente meno disturbato nei vasi con minore diametro (4 mm), pur tuttavia crescendo in modo più marcato sia all'aumentare dell'inclinazione sia in base alla posizione, rispetto ai modelli caratterizzati da vasi di maggiore diametro: ciò è in conseguenza dell'interazione tra flusso fluido e strato limite. L'ultimo parametro esaminato, ovvero la portata di sangue, si dimostra essere, al contrario del diametro dell'arteria e dell'inclinazione del catetere, di importanza minore in relazione alla condizione di arteria libera (catetere assente). In conclusione si può dedurre che nonostante un esame invasivo, come è l'introduzione del catetere Doppler nei vasi sanguigni, sia effettivamente complicata la diagnosi di una patologia cardiovascolare.

6.2 *Presenza del catetere nell'arteria: simulazioni 2D*

Le arterie sono dei solidi che sottoposti al passaggio di un'onda di pressione si deformano, generando l'insorgenza del fenomeno della compliance vascolare (interazione fluido-struttura, FSI). La fluidodinamica risulta infatti strettamente accoppiata con la deformazione strutturale del vaso, ed ogni alterazione del flusso ematico (per esempio la presenza di un catetere che ostacola il normale flusso fluido) o della struttura (presenza di patologia stenotica). L'introduzione dell'interazione fluido-struttura è computazionalmente onerosa a causa del consumo delle risorse hardware richieste per la risoluzione accoppiata delle equazioni di Navier-Stokes e della meccanica strutturale. Nel caso di arterie cateterizzate l'interazione fluido-struttura è di entità trascurabile, a meno di considerare vasi sanguigni iperelastici (MR1 ed MR2, nel presente caso). Data l'estrema variabilità di composizione delle arterie nel sistema circolatorio, nei tratti in cui l'arteria assume comportamento elastico (arterie intracraniche e cerebrali), dai risultati ottenuti dalle simulazioni di questo studio, si configura la possibilità di trascurare un'onerosa analisi fluido-strutturale. Nelle porzioni, invece, a maggiore deformabilità, ovvero schematizzabili come solidi iperelastici secondo MR1 (aorta addominale, per esempio) o MR2 (carotide, per esempio), l'analisi fluido-strutturale risulta imprescindibile, in quanto i risultati dimostrano che il disturbo, ovvero la velocità di ricircolo e la lunghezza di disturbo, aumenta. Il comportamento non rigido delle arterie determina, inoltre, lo sfasamento temporale dei picchi di velocità, in ragione della propagazione dell'onda di pressione nel solido. Analogamente a quanto ottenuto per l'analisi dell'entità della velocità di ricircolo, il dato di velocità massima registrata mostra che l'interazione fluido-struttura è trascurabile per arterie che si comportano come solidi elastici hookeani. Considerando i risultati relativi alla lunghezza di

Capitolo 6

disturbo nell'istante t_1 (*Capitolo 4*, Tabella 4.4), si ha che introduzione dell'interazione fluido-strutturale è di scarsa entità (minore in valore assoluto del 6%) o ininfluyente tranne che per le arterie iperelastiche MR2.

6.3 *Presenza di stenosi nell'arteria: simulazioni 2D*

Nel caso di modelli di arterie stenotiche l'effetto dell'interazione fluido-struttura ha ripercussioni sul campo di moto ematico tanto più significative quanto minore è l'indice di severità della stenosi (ovvero la percentuale di sezione occlusa); inoltre a parità di grado di occlusione, l'effetto è tanto maggiore quanto meno massiccia è la forma della stenosi, essendo, ad esempio, in presenza di stenosi assialsimmetrica a sezione triangolare l'incremento del modulo della velocità di riflusso è maggiore rispetto al caso di placca a sezione trapezoidale. Per vasi stenotici, inoltre, l'influenza dell'interazione fluido-strutturale è minima se si utilizza per l'arteria il modello reologico hookeano, massima se si sceglie la modellazione iperelastica (MR1 ed MR2). Analogamente ai modelli di arterie sane in presenza di catetere, il comportamento non rigido delle arterie determina uno sfasamento temporale dei picchi di velocità, proprio a causa della propagazione dell'onda di pressione nel solido. In dettaglio si ha che l'interazione fluido-strutturale risulta trascurabile, considerando il dato di velocità massima registrata, quando si considerano arterie con comportamento elastico hookeano. Se si considerano i risultati ottenuti per la lunghezza di disturbo, si ha che l'introduzione della FSI è poco rilevante (minore in valore assoluto del 6%), a t_1 (*Capitolo 5*, Tabella 5.3), se si considerano pareti arteriose elastiche interessate da placche stenotiche triangolari. Adottando invece il modello iperelastico MR1, nell'istante t_1 (*Capitolo 5*, Tabella 5.3), risulta chiaro che l'interazione fluido-strutturale è trascurabile (minore in valore assoluto del 6%) se si considera il modello di arteria con la stenosi di forma triangolare di più lieve entità. L'unico caso, invece, in cui l'interazione fluido-struttura è ininfluyente è il caso del vaso con stenosi triangolare più pronunciata con pareti iperelastiche MR2. Risultati diversi si ottengono considerando i valori di lunghezza di disturbo nell'istante t_2 (*Capitolo 5*, Tabella 5.3). L'introduzione dell'analisi fluido-strutturale risulta trascurabile nei casi di arterie hookeane limitatamente ai modelli di vasi stenotici con stenosi triangolare e trapezia, di minor gravità. Adottando invece il modello MR2, in merito alla velocità di ricircolazione, l'interazione FSI risulta ininfluyente solamente per l'arteria affetta da stenosi trapezia di più elevata entità.

Capitolo 6

Confrontando i risultati ottenuti dall'analisi del flusso sanguigno in arterie stenotiche e vasi sanguigni in cui sia inserito un catetere, si evidenzia che la strumentazione diagnostica disturba meno la corrente fluida, per via delle sue dimensioni ridotte e per la sua geometria. Le stenosi offrono infatti un'alta impedenza nei confronti del flusso sanguigno, diminuendo la sezione di passaggio ed irrigidendo contemporaneamente la parete del vaso: l'effetto della complicità risulta perciò accentuato. Gli effetti sulla velocità di ricircolo e sulla velocità massima sono infatti tanto maggiori quanto più l'arteria è deformabile. Per la lunghezza di disturbo, infine, i dati ottenuti rivelano che essa dipende fortemente dalla geometria.

6.4 *Presenza di stenosi nell'arteria: simulazioni 3D*

Le simulazioni effettuate sui modelli di arteria con stenosi eccentrica o sfalsata dimostrano che la severità della patologia, ovvero la geometria del condotto, la posizione reciproca delle porzioni di placca, la sua forma, l'eccentricità, rispetto all'asse di simmetria del vaso sanguigno, dell'area di passaggio sono i parametri da cui dipende l'entità del fenomeno di ricircolazione, disturbo e deformazione strutturale dell'arteria. L'entità del fenomeno ricircolatorio a valle della stenosi aumenta al crescere del grado di occlusione, così come la lunghezza di disturbo, in quanto si creano condizioni fluidodinamiche in cui i bordi di uscita sono più ripidi, ovvero l'allargamento di sezione a valle della lesione è tanto più "improvviso" quanto maggiore è la severità della stenosi. Il campo di pressione, ovvero la fluidodinamica, è altresì influenzata dalla posizione reciproca degli elementi delle stenosi sfalsate. Esse risultano essere un elemento di disturbo maggiore per il flusso ematico, in quanto lo deflettono due volte. Si ha quindi che lesioni sfalsate di non rilevante severità (36.00 %) producono effetti analoghi, in termini di lunghezza di disturbo, a quelli realizzati da stenosi più severe (60.80%). Un altro parametro importante è l'eccentricità della luce di passaggio: l'eccentricità, influenzando sul percorso del fluido determina infatti maggiori velocità di ricircolo e lunghezze di disturbo in ragione dell'aumento del suo valore. La luce di passaggio a sezione circolare eccentrica è per la ricircolazione la più critica, poiché interessa tutta la circonferenza del vaso. La meno influente dal punto di vista fluidodinamico, è la stenosi che determina una sezione della luce di passaggio a forma di disco con due lobi ("fagiolo"). La stenosi in questo caso è più localizzata, quindi seppure di elevato grado di severità (66.8%;74.00%), produce un ricircolo contenuto. La sezione ellittica determina un comportamento intermedio. Per vasi arteriosi debolmente interessati da stenosi sfalsata, a parità di geometria, eccentricità e dimensione lineare

Capitolo 6

dei due elementi, fuorché dell'interdistanza tra le due porzioni di stenosi, si determinano gli stessi valori di velocità di ricircolo, lunghezza di disturbo e deformazione strutturale: da tale circostanza si evince che al di sotto di una soglia di severità della stenosi, l'interdistanza non crea condizioni di deviazione del flusso ematico tali da influenzare l'entità del ricircolo, della lunghezza di disturbo e della deformazioni strutturale.

Bibliografia

- [1] A. Conti, and, G. Lorenzini, Intravascular Doppler Catheter Affection on Blood Velocity Field: a 3D CFD Analysis. *International Journal of Energy & Technology*, vol. 2 (no. 1), pp. 1–15, 2010.
- [2] S. Chakravarty, P.K. Mandal, Sarifuddin, Effect of Surface Irregularities on Unsteady Pulsatile Flow in a Compliant Artery, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 40 (no. 10), pp. 1268–1281, 2005.
- [3] G. Lorenzini, and, E. Casalena, CFD Analysis of Pulsatile Flow in an Atherosclerotic Human Artery with Eccentric Plaques, *Journal of Biomechanics*, vol. 41 (no.9), pp. 1862–1860, 2008.
- [4] M. Anthea, R.L.J. Hopkins, C.W. McLaughlin, S. Johnson, M. Quon Warner, D. LaHart, J.D., Wright, *Human Biology and Health*, Englewood Cliffs, New Jersey, USA, Prentice Hall, 1993.
- [5] S. Petersen, V. Peta, M. Rayner, et al., *European Cardiovascular Disease Statistics 2005*, British Heart Foundation, London, 2005.
- [6] R. Beaglehole, A. Irwin, T. Prentice, *Facts and Figures: The World Health Report 2003—Shaping the Future*, World Health Organization, Technical Report, Geneva, 2003.
- [7] S. Yusuf, S. Reddy, S. Ounpuu, S. Anad, Global Burden of Cardiovascular Diseases: Part I: General Considerations, the Epidemiologic Transition, Risk Factors, and Impact of Urbanization. *Circulation*, vol. 104 (no. 22), pp. 2746–2753, 2001a.
- [8] S. Yusuf, S. Reddy, S. Ounpuu, S. Anad, Global Burden of Cardiovascular Diseases: Part II: Variations in Cardiovascular Disease by Specific Ethnic Groups and Geographic Regions and Prevention Strategies. *Circulation*, vol. 104 (no. 23), pp. 2746–2753, 2001b.
- [9] W. Rosamond, K. Flegal, et al., Heart Disease and Stroke Statistics—2007 Update: a Report from the American Heart Association Statistics Committee and Stroke Statistics Subcommittee, *Circulation*, vol. 115, pp. e–69 - e–171, 2007.
- [10] A.M. Miniño, M.P. Heron, B.L, Smith, Deaths: Preliminary Data for 2004, National Vital Statistics Reports. Hyattsville, MD: National Center for Health Statistics, vol. 54 (no.19), 2006.
- [11] Y. I. Cho, K. R. Kensey, Effects of the Non-Newtonian Viscosity of Blood on Flows in a Diseased Arterial Vessel. *Biorheology* vol. 28 (no. 3&4), pp. 241–262, 1991.
- [12] C. Kleinstreuer, J.R. Buchanan, M. Lei, G.A. Truskey, Computational Analysis of Particle-Hemodynamics and Prediction of the Onset of Arterial Diseases, in C. Leondes (ed.), *Cardiovascular Techniques. Biomechanical Systems, Techniques and Applications*, CRC Press, London, pp. 1–69, 2001.

- [13] A. Valencia, A. Zarate, M. Galvez, L. Badilla, Non-Newtonian Blood Flow in a Right Carotid Artery with Saccular Aneurysm, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, vol. 50 (no.6), pp. 751–764, 2006.
- [14] D.N. Ku, D.P. Giddens, C.K. Zarins, S. Glagov, Pulsatile Flow and Atherosclerosis in the Human Carotid Bifurcation. Positive Correlation between Plaque Location and Low Oscillating Shear Stress. *Arteriosclerosis*, vol. 5 (no. 3), pp. 293–302, 1985.
- [15] D.P. Giddens, and D.N. Ku, A Note on the Relation between Input Flow Waveform and Wall Shear Rate in Pulsatile Separating Flows, *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 109 (no. 2), pp. 175–176, 1987.
- [16] P. Ma, X. Li, D.N. Ku, Convective Mass Transfer in Carotid Bifurcation, *Journal of Biomechanics*, vol. 30 (no. 6), pp. 565–571, 1997.
- [17] J.E. Jr Moore, and D.N. Ku, Pulsatile Velocity Measurement in a Model of Human Abdominal Aorta under Resting Condition. *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 116 (no. 1), pp. 337–346, 1994.
- [18] D.N. Ku, Blood Flow in arteries. *Annual Review of Fluid Mechanics*, vol. 29, pp. 399–434, 1997.
- [19] A. Jeremias, H. Huegel, D.P. Lee, A. Hassan, et al., Spatial Orientation of Atherosclerotic Plaque in Non-Branching Coronary Artery Segments, *Atherosclerosis*, vol. 152, pp. 209–215, 2000.
- [20] J. Jung, R.W. Lyczkowski, C.B. Panchal, A. Hassanein, Multiphase Hemodynamic Simulation of Pulsatile Flow in a Coronary Artery, *Journal of Biomechanics*, vol. 39 (no. 11), pp. 2064–2073, 2005.
- [21] Y.C. Fung, *Biodynamics: Circulation*, Springer-Verlag, New York, 1984.
- [22] Y.C. Fung, *Biomechanics: Mechanical Properties of living tissues*. Springer-Verlag, New York, 1993.
- [23] A. Jafari, P. Zamankhan, S.M. Mousavi, P. Kolari, Numerical Investigation of Blood Flow. Part II: In Capillaries, *Communication in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14 (no. 4), pp. 1396–1402, 2009.
- [24] N.A. Casson, A Flow Equation for Pigment-Oil Suspension for Printing Ink Type, in C.C. Mills (ed.), *Rheology of Disperse Systems*. Pergamon Press, London, pp. 84–102, 1959.
- [25] H.A. Gonzales, and, N.O. Moraga, On Predicting Unsteady Non-Newtonian Blood Flow. *Applied Mathematics and Computation*, vol. 170 (no. 2), pp. 909–923, 2005.

- [26] C. Graf, and, J.P. Barras, Rheological Properties of Human Blood Plasma- A Comparison of Measurements with Three Different Viscometers, *Cellular and Molecular Life Science*, vol. 35 (no. 2), pp. 224–225, 1979.
- [27] P.K. Mandal, S. Chakravarty, A. Mandal, N. Amin, Effect of Body Acceleration on Unsteady Pulsatile Flow of Non-Newtonian Fluid through a Stenosed Artery, *Applied Mathematics and Computation*, vol. 189 (no. 1), pp. 766–779, 2007.
- [28] K. Sharma, and, S.V. Bhat, Non-Newtonian Rheology of Leukemic Blood and Plasma : are n and k Parameters of Power Law Model Diagnostic? *Physiological Chemistry and Physics and Medical*, vol. 24 (no. 4), pp. 307–312, 1992.
- [29] B.M. Johnston, P.R. Johnston, S. Corney, D. Kilpatrick, Non-Newtonian Blood Flow in Human Right Coronary Artery: transient simulations, *Journal of Biomechanics*, vol. 39 (no. 6), pp. 1116–1128, 2006.
- [30] T. Ishikawa, L.F.R. Guimaraes, S. Oshima, et al., Effect of Non-Newtonian Property of Blood on Flow through a Stenosed Tube, *Fluid Dynamics Research*, vol. 22 (no. 5), pp. 251–264, 1998.
- [31] D.S. Sankar, and, U. Lee, Mathematical Modeling of Pulsatile Flow of Non-Newtonian Fluid in Stenosed Arteries, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 14, pp. 2971–2981, 2008.
- [32] K. Haldar, Oscillatory Flow of Blood in a Stenosed Artery, *Bulletin of Mathematical Biology*, vol. 49 (no. 3), pp. 279–287, 1987.
- [33] G. Lorenzini, A Numerical Study of the Flow Disturbance Caused by an Intravascular Doppler Catheter in a Blood Vessel, in *Proceedings of the Second International Conference on Advances in Fluid Mechanics*, Udine, Italy, 13-15 May, pp. 103–112, 1998.
- [34] G. Lorenzini, O. Saro, M.W Collins, D.H. Evans, Finite Element Modelling Applied to Velocity Field in Region of an Intravascular Doppler Catheter: Study for Symmetric Annulus, *Internal Medicine*, vol. 7, 25–31, 1999.
- [35] R.K. Dash, G. Jayaraman, K.N. Mehta, Flow in a Catheterized Curved Artery with Stenosis, *Journal of Biomechanics*, vol. 32 (no. 1), pp. 49–61, 1999.
- [36] Q. Long, X.Y. Xu, K.V. Ramnarine, P. Hoskins, Numerical Investigation of Physiologically Realistic Pulsatile Blood Flow through Arterial Stenosis, *Journal of Biomechanics*, vol. 34 (no. 10), pp. 1229–1242, 2001.

- [37] B. Berthier, R. Bouzerar, C. Legallais, Blood Flow Patterns in an Anatomically Realistic Coronary Vessel: Influence of Three Different Reconstruction Methods, *Journal of Biomechanics*, vol. 35 (no. 10), pp. 1347–1356, 2002.
- [38] S.H. Frankel, S.J. Sherwin, S.S. Varghese, Numerical Simulation of Pulsatile Flow through Stenotic Vessels of Different Local Morphologies, in *Proceedings of the Second Joint EMBS-BMES Conference*, Houston, Texas, 23-26 October, 2002.
- [39] K.W. Lee, and X.Y. Xu, Modelling of Flow and Wall Behaviour in a Mild Stenosed Tube, *Medical Engineering and Physics*, vol. 24, (no. 9), pp. 575–586, 2002.
- [40] D. Tang, C. Yang, S. Kobayashi, J. Zheng, R.P.Vito, Effect of Stenosis Asymmetry on Blood Flow and Artery Compression, A Three-Dimensional Fluid-Structure Interaction Model, *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 31 (no. 10), pp. 1182–1193, 2003.
- [41] S.S. Varghese, and S.H. Frankel, Numerical Modelling of Pulsatile Turbulent Flow in Stenotic Vessels. *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 125 (no. 4), pp. 445–460, 2003.
- [42] A. Swillens, and, P. Segers, Ultrasound Simulation of Complex Flow Velocity Fields Based on Computational Fluid Dynamics *IEEE Transaction on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, vol. 56 (no. 3), pp. 546–556, 2009.
- [43] X. Zhang, X. Li, B. Xu, F. Wang, Numerical Simulation of Blood Flow in Internal Carotid Artery Aneurysm, *Proceedings of the 2nd Conference on Biomedical Engineering and Informatics*, 17-19 October, Tianjin, China, pp. 869–872, 2009.
- [44] A. Valencia, and, F. Solis, Blood Flow Dynamics and Arterial Wall Interaction in a Saccular Aneurysm Model of the Basilar Artery, *Computer & Structures*, vol. 84 (no. 21), pp. 1326–1327, 2006.
- [45] F.J.H. Gijzen, E. Allanic, F.N. van de Vosse, et al., The Influence of the Non-Newtonian Properties of Blood on the Flow in Large Arteries: Unsteady Flow in a 90° Curved Tube, *Journal of Biomechanics*, vol. 32 (no. 7), pp. 705–713, 1999.
- [46] Y.K. Kim, P.J. Vande Vord, J.S. Lee, Multiphase Non-Newtonian Effects on Pulsatile Hemodynamics in a Coronary Artery, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 58 (no. 7), pp. 803–825, 2008.
- [47] P. Neofytou, D. Drikakis, Non-Newtonian Flow Instabilities in a Channel with a Sudden Expansion. *Journal of Non-Newtonian Fluid Mechanics*, vol. 111 (no. 2&3), pp. 127–150, 2003.
- [48] G. Lorenzini, A “Technog” Application for Blood Flow Simulation in Human Vessels, *Advances in Fluid Mechanics V*, Witpress, UK, pp. 331–341, 2004.

- [49] G. Lorenzini, Blood Velocity Field Numerical Assessment Using a GPL Code in Case of Intravascular Doppler Catheter Affections: Comparative Analysis of Different Rheological Models, *Journal of Biomechanics*, vol. 38 (no. 10), pp. 2058–2069, 2005.
- [50] J.D. Humphrey, Mechanics of the arterial wall : Review and directions, *Critical Reviews in Biomedical Engineering*, vol. 23 (no. 1&2), pp. 1–162, 1995.
- [51] S.Z. Zhao, X.Y. Xu, M.W. Collins, The Numerical Analysis of Fluid-Solid Interactions for Blood Flow in Arterial Structures. Part 1: A Review of Models for Arterial Wall Behaviour, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H, Journal of Engineering in Medicine* vol. 212 (no. 4), pp. 229–240, 1998.
- [52] R.P. Vito, and S.A., Dixon, Blood Vessels Constitutive Models. Annual Review of Biomedical Engineering, vol. 5 (no. 5), pp. 413–439, 2003.
- [53] B.R. Simon, M.V. Kaufmann, M.A. McAfee, A.L. Baldwin, Finite Element Models for Arterial Wall Mechanics, *Journal of Biomechanical Engineering* vol. 115 (no. 4B), pp. 489–496, 1993.
- [54] T.E. Tezduyar, S. Sathe, T., Cragin, B. Nanna, B.S. Conklin, J. Pausewang, M. Schwwaab, Modeling of Fluid-Structure Interactions with the Space –Time Finite Elements: Arterial Fluid Mechanics, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 54 (no. 6&8), pp. 901–922, 2007.
- [55] N.M. Maurits, G.E. Loots, A.E.P. Veldman, The Influence of Vessel Elasticity and Peripheral Resistance on the Carotid Artery Flow Wave Form: A CFD Model Compared to In Vivo Ultrasound Measurements, *Journal of Biomechanics*, vol. 40 (no. 2), pp. 427–436, 2007.
- [56] X., Chen, A Non Linear Viscoelastic Mooney-Rivlin Thin Wall Model for Unsteady Flow in Stenotic Vessels, Thesis, Worcester Polytechnic Institute, Worcester, Massachusetts, 2003. Available on line at: http://www.wpi.edu/Pubs/ETD/Available/etd-0420103-225527/unrestricted/xuwen_chen.pdf.
- [57] D. Tang, C. Yang, J. Zheng, P.K. Woodard, G.A. Sicard, J.E. Saffitz, C. Yuan, 3D MRI-Based Multicomponent FSI Models for Atherosclerotic Plaques, *Annals of Biomedical Engineering*, vol. 32 (no. 7), pp. 947–960, 2004.
- [58] T.E. Tezduyar, Stabilized Finite Element Formulations for Incompressible Flow Computations, *Advances in Applied Mechanics*, vol. 28 (no.), pp. 1–44, 1992.
- [59] T.E. Tezduyar, 2001. Finite element methods for flow problems with moving boundaries and interfaces. *Archives of Computational Methods in Engineering* 8, 83–130.

- [60] T.E. Tezduyar, M. Behr, S. Mittal, A.A. Johnson, Computation of Unsteady Incompressible Flows with the Finite Element Methods—Space–Time Formulations, Iterative Strategies and Massively Parallel Implementations, *New Methods in Transient Analysis*, PVP-vol. 246/AMD-vol. 143, ASME New York, pp. 7–24, 1992.
- [61] A.A. Johnson, T.E. Tezduyar, Mesh Update Strategies in Parallel Finite Element Computations of Flow Problems with Moving Boundaries and Interfaces, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 119 (no. 1&2), pp. 73–94, 1994.
- [62] T.E. Tezduyar, S. Sathe, M. Schwwaab, B.S. Conklin, Arterial Fluid Mechanics Modelling with the Stabilized Space-Time Fluid-Structure Interaction Technique, *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, vol. 57 (no. 5), pp. 601–629, 2008.
- [63] T.E. Tezduyar, S. Sathe, R. Keedy, K. Stein, Space-Time Finite Element Techniques for Computation of Fluid-Structure Interactions, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195 (no. 17&18), pp. 2002–2007, 2006.
- [64] T.E. Tezduyar, S. Sathe, T. Cragin et al., Modeling of Fluid-Structure Interactions with the Space –Time Finite Elements: Arterial Fluid Mechanics, *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, vol. 54 (no.6&8), pp. 901–922, 2007.
- [65] T.E. Tezduyar, and, S. Sathe, Modeling of Fluid-Structure Interactions with the Space –Time Finite Elements: Solution Techniques. *International Journal of Numerical Methods in Fluids*, vol. 54 (no.6&8), pp. 855–900, 2007.
- [66] J. Donea, A. Huerta, J.-Ph. Ponthot, A. Rodriguez-Ferran, Arbitrary Lagrangian-Eulerian Methods, in E. Stein, R. De Borst, J.R. Hughes, (eds.), *Encyclopaedia of Computational Mechanics*, John Wiley and Sons, 2004.
- [67] D. Tang, C. Yang, J. Zheng, P.K. Woodard, J.E. Saffitz, G.A. Sicard, T.K. Pilgram, C. Yuan, Quantifying Effects of Plaque Structure and Material Properties on Stress Distributions in Human Atherosclerotic Plaques Using 3D FSI Models, *Journal of Biomedical Engineering*, vol. 127 (no. 8), pp. 1185–1194, 2005.
- [68] D. Zeng, E. Boutsianis, M. Ammann, K. Boomsma, S. Wildermuth, D., Poulicanos, A Study on the Compliance of a Right Coronary Artery and Its Impact on Wall Shear Stress, *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 130 (no. 4), pp. 041014-1– 041014-11, 2008.
- [69] F. Cesari, *Introduzione al metodo degli elementi finite*, edizioni Pitagora, 1996.
- [70] J.D. Bronzino (ed.) *Biomedical Engineering Fundamentals*, CRC Press, 2006.
- [71] P.B. Dobrin, Mechanical Properties of Arteries, *Physiological Reviews*, vol. 58 (no. 2), pp. 397–460, 1978.

- [72] Y.C. Fung, K. Fronek, P. Patitucci, Pseudoelasticity of Arteries and the Choice of Its Mathematical Expression, *American Journal of Physiology*, vol. 237 (no. 5), pp. H620–H631, 1979.
- [73] D.H. Bergel, The Static Elastic Properties of the Arterial Wall, *Journal of Physiology*, vol. 156 (no. 3), pp. 445–457, 1961.
- [74] S. Chakravarty, P.K. Mandal, A. Mandal, Mathematical Modeling of Pulsatile Blood Flow in a Distensible Aortic Bifurcation Subject to Body Acceleration. *International Journal of Engineering Science*, vol. 38 (no.2), pp. 215–238, 2000.
- [75] H. Fan, and L. Xiao-Yang, Numerical Study on Residual Strains and Stresses Simulation in Healthy Arterial Wall, *Chinese Journal of Biomedical Engineering*, vol. 26 (no. 4), pp. 567–572, 2007.
- [76] D. Valdez-Jasso, M.A. Haider, H.T. Banks, R.L. Armentano, M.S. Olufsen, Analysis of Viscoelastic Wall Properties in Ovine Arteries, *Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 56, (no. 2), pp. 210–219, 2009.
- [77] P.J. Reuderink H.W. Hoogstraten P. Sipkema B. Hillen N. Westerhof, Linear and Non-Linear One-Dimensional Model of Pulse Wave Transmission at High Womersley Numbers, *Journal of Biomechanics*, vol. 22 (no. 8&9), pp. 819–827, 1989.
- [78] L. Zhaorong, T. Zhaorong, Q. Kairong, Stress Distribution on Arterial Wall Under Pulsatile Flow, *Acta Mechanica Sinica*, vol. 34 (no. 5), pp. 696–704, 2002.
- [79] A. Quarteroni, and, L. Formaggia, Mathematical Modelling and Numerical Simulation of the Cardiovascular System, in P.G. Ciarlet and J.L. Lions (eds.) *Modelling of Living Systems Handbook of Numerical Analysis Series*, Elsevier, Amsterdam, 2004.
- [80] G. Cloutier, Z. Qin and L.-G. Durand et al., Power Doppler ultrasound evaluation of the shear rate and shear stress dependences of red blood cell aggregation, *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, vol. 43 (no. 5), pp. 441–450, 1996.
- [81] W.R. Milnor, *Haemodynamics*, 2nd edition, Williams and Wilkins, Baltimore, MD, 1989.
- [82] M. Zamir, *The physics of coronary blood flow*, Springer, New York, 2006.
- [83] P.G. Ciarlet, *Mathematical elasticity. Vol. I: Three-dimensional elasticity*, Series: Studies in Mathematics and its Applications, North-Holland Publishing Co., Amsterdam, 1988
- [84] R. Paroni, Constitutive equations and variational elasticity, in Springer (ed.), *Classical And Advanced Theories Of Thin Structures*, CISM Courses and Lectures 503, Springer.-Verlang, Wien, pp. 35–60, 2008.

- [85] C.J. Choung, and Y.C. Fung, On Residual Stresses in Arteries, *Journal of Biomedical Engineering*, vol. 108 (no. 2), pp. 189–192, 1986.
- [86] K. Takamizawa, and K. Hayashi, Strain Energy Density Function and the Uniform Strain Hypothesis for Arterial Mechanics, *Journal of Biomechanics*, vol. 20 (no. 1), pp. 7–17, 1987.
- [87] J. Vassoughi, Longitudinal Residual Strain in Arteries. *Proceedings of the 11th South Biomed Engrg Conf*, Memphis, TN, 1992.
- [88] R.N. Vaishnav, and J. Vassoughi, 1983. Estimation of Residual Stresses in Aortic Segments, in C.W. Hall (ed.), *Biomedical Engineering II, Recent Developments*, pp. 330–333, Pergamon Press, New York, 1983.
- [89] Y.C. Fung, S.Q. Liu, J.B. Zhou, Remodeling of the Constitutive Equation while a Blood Vessel Remodels Itself Under Strain, *Journal of Biomechanical Engineering*, vol. 115 (no.4B), 453–459, 1993.
- [90] A. Rachev, S. Greenwald, T. Kane, J. Moore, J.-J. Meister, Effects of age-related changes in the residual strains on the stress distribution in the arterial wall, in J. Vossoughi (ed.), *Proceedings of the Thirteenth Society of Biomedical Engineering Recent Developments*, Washington, DC, University of District of Columbia, pp. 409–412, 1994.
- [91] A. Delfino, N. Stergiopoulos, J.E. Moore, J.J. Meister, Residual Strain Effects on the Stress Field in a Thick Wall Finite Element Model of the Human Carotid Bifurcation, *Journal of Biomechanics*, vol. 30 (no. 8), pp. 777–786, 1997.
- [92] G.A. Holzapfel, T.C. Gasser, R.W. Ogden, A New Constitutive Framework for Arterial Wall Mechanics and a Comparative Study of Material Models, *Journal of Elasticity*, vol. 61 (no. 1&3), pp. 1–48, 2000.
- [93] G.A. Holzapfel, R.W. Ogden, (eds.), *Biomechanics of Soft Tissue in Cardiovascular Systems*, Series: CISM Courses and Lectures, vol. 441, Springer Wien, New York, 2003.
- [94] P. Nardinocchi, G. Pontrelli, L. Teresi, A One-Dimensional Model for Blood Flow in Prestressed Vessels, *European Journal of Mechanics, A/Solids*, vol. 24 (no. 1), pp. 23–33, 2005.
- [95] H. Wolinski, and, S. Glagov, Structural Basis of Static Mechanical Properties of the Aortic Media, *Circulation Research*, vol. 14, pp. 400–413, 1964.
- [96] P.A. Stonebridge, and, C.M. Brophy, Spiral Laminar Flow in Arteries? *The Lancet*, vol. 338 (no. 8779), pp. 1360–1361, 1991.

- [97] M.H. Firedman, G.M. Hutchins, C.B. Bargeron, O.J. Deters, F.F. Mark, Correlation between Intimal Thickness and Fluid Shear in Human Arteries, *Atherosclerosis*, vol. 39 (no. 3), pp. 425–436, 1981.
- [98] S.A. Ahmed, and D.P. Giddens, Velocity Measurements in Steady Flow through Axysymmetric Stenoses at Moderate Reynolds Number, *Journal of Biomechanics*, vol. 16 (no. 7), pp. 505–516, 1983.
- [99] P.A Stonebridge, C. Buckley, A. Thompson, J. Dick, G. Hunter, J.A. Chudek, Non Spiral and Spiral (Helical) Flow Patterns in Stenoses-In Vitro Observations using Spin and Gradient Echo Magnetic Resonance Imaging (MRI) and Computational Fluid Dynamics Modelling, *Internal Angiology*, vol. 23 (no. 3), pp. 276–283, 2004.
- [100] Sarifuddin, S. Chakravarty, P.K. Mandal, G.C. Layek, Numerical Simulation of Unsteady Generalized Newtonian Blood Flow through Differently Shaped Distensible Arterial Stenoses, *Journal of Medical Engineering and Technology*, vol. 38 (no. 5), pp. 385–399, 2008.
- [101] J. Li, M. Hesse, J. Ziegler, A.W. Woods, An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Method for Moving Boundaries Problem and Its Application to Jumping Over Water, *Journal of Computational Physics*, vol. 208 (no. 1), pp. 289–314, 2005.
- [102] COMSOL Multiphysics, version 3.4, User's Manual 2008.
- [103] W. Hillewaert, M. McLaughlin, J. Wauters, A. Wilmer, et al., Numerical Assessment of the Impact of a Flow Wire on its Velocity Measurements, *Ultrasound in Medicine and Biology*, vol. 32, (no. 7), pp. 1025–1036, 2006.
- [104] S.X. Zhang, P.A. Heng, et al, The Chinese Visible Human (CVH) Datasets Incorporate Technical and Imaging Advances on Earlier Digital Humans, *Journal of Anatomy*, vol. 204 (no. 3), pp. 165–173, 2004.
- [105] D.K. Frankes, M.J. Smith, J. Parks, et al, New Techniques for the Reconstruction of Complex Vascular Anatomies from MRI Images, *Journal of Cardiovascular and Magnetic Resonance*, vol. 7 (no.2), pp. 235–243, 2005.
- [106] S.A. Kock, J.V. Nygaard, N. Eldrup, et al., Mechanical Stresses in Carotid Plaques using MRI-Based Fluid–Structure Interaction Models, *Journal of Biomechanics*, vol. 41 (no. 8), pp. 1651–1658, 2008.
- [107] J. Chen, S. Wang, M. Yao, G. Ding, Computational Fluid Dynamics Modeling of Intracranial Aneurysm, *Proceeding of 2008 International Conference on Biomedical Engineering and Informatics*, Sanya, China, 27-30 May, pp. 566–569, 2008.

- [108] M.A. Fogel, M.T. Donofrio, C. Ramaciotti, A.M. Hubbard, P.M. Weinberg, Magnetic Resonance and Echocardiographic Imaging of Pulmonary Artery Size Throughout Stages of Fontan Reconstruction, *Circulation*, vol. 90 (no. 6), pp. 2927–2936, 1994.
- [109] J.J. Qin, B.D. Kuban, D.B. Van Fossen, M.H. Friedman, Evaluation of the Capabilities of a Steerable Ultrasound Doppler Catheter to Provide Quantitative Coronary Flow Indices, *American Society of Mechanical Engineers, Bioengineering Division (Publication) BED. Advances in Bioengineering*, vol. 22, p 395–398, 1992.
- [110] T. Roth, R. Brennecke, R. Erbel, J. Meyer, W. van Seelen, Intraluminal Doppler-Sonography: a New Device for Data Analysis and Its In Vitro Test. *Proceedings: Computers in Cardiology*, Chicago, IL, 23-26 September, pp. 593, 1990.
- [111] H. Huang, V.J. Modi, B.R. Seymour, Fluid Mechanics of Stenosed Arteries, *International Journal of Engineering Science*, vol. 33 (no.6), pp. 815–828, 1995.
- [112] G. Lorenzini, and, A. Conti, FSI effect in Stenosed and Catheterized Arteries, *International Journal of Energy & Technology*, vol. 3 (no. 6), pp. 1–16, 2011.
- [113] G. Lorenzini, and, A. Conti, Simplified Approach to Simulate 3D Haemodynamics in Stenosed Artery, *International Journal of Energy & Technology*, vol. 3 (no. 10), pp. 1–14, 2011.

Appendice I

Trasmissione del calore nei microcanali in regime non stazionario.

Capitolo I.1

I.1.1 Introduzione

Lo studio della trasmissione di calore nei microcanali ha subito negli ultimi decenni un incremento dovuto alle sue numerose applicazioni farmaceutiche, biotecnologiche, medicali e soprattutto ingegneristiche. I microcanali infatti sono caratterizzati da eccellenti performance termiche, in virtù dell'elevato rapporto superficie-volume. La microfluidica trova soprattutto impiego nel raffreddamento delle unità elettroniche: la progressiva miniaturizzazione delle apparecchiature, unita ad una crescente richiesta di prestazioni, richiedono maggiori potenze, che devono essere smaltite per non compromettere nel tempo sia l'integrità sia le prestazioni delle apparecchiature stesse ([1],[2]). La nota legge di Moore postula infatti che il numero delle funzioni della singola unità raddoppia ogni biennio ([3]), così da aumentare la dissipazione di calore per unità di superficie nelle unità elettroniche ([4]). L'eccesso di calore prodotto da queste unità deve essere rimosso, e l'utilizzo di microcanali permette di controllare le temperature utilizzando scambiatori di ridotto ingombro. I flussi fluidi all'interno dei microcanali sono monofase ([5], [6], [7], [8]; [9]; [10]; [11]) o bifase in condizioni fisiche diverse (flussi in ebollizione, flussi non bollenti, flussi fluidi immiscibili o parzialmente immiscibili ([12]; [13]; [14]; [15]; [16]; [17]; [18]; [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25]). I flussi bifase sono caratterizzati da una fisica piuttosto complessa, e per tale ragione molti ricercatori si sono concentrati sui flussi monofase, sia liquidi sia gassosi ([26]; [27]; [28]; [29]; [30]; [31]; [32]; [33]; [34]; [35]; [36]; [37]; [38]; [39]; [40]; [41]; [42]; [43]; [44]; [45]; [46]; [47]; [48]).

La fluidodinamica e la trasmissione del calore nei microcanali sono stati oggetto di studio a vari livelli: teorico ([49]), sperimentale ([50]; [51]; [52]; [53]; [54]; [55]; [56]) e numerico ([48]; [57]; [58]; [59]; [60]); spesso comparando tra loro i risultati ([61]; [62]; [63]; [64]; [65]), al fine di meglio comprendere la fisica. Nella presente appendice si tratta il tema dello studio termofluidodinamico di un flusso di acqua all'interno di microcanali interessati da un flusso non stazionario di calore applicato alla parete. Data la complessità del problema e l'eccessivo carico computazionale necessario alla realizzazione di un modello numerico che tenga conto di tutti gli innumerevoli parametri, si è scelto di adottare una serie di approssimazioni, senza tuttavia pregiudicare la bontà dei risultati.

La simulazione del flusso di acqua nei microcanali è studiata in due diversi modelli (Modello I e Modello II), le cui sezioni di ingresso ed uscita sono rettangolari. Data la simmetria del problema fisico è stato possibile effettuare delle simulazioni in domini bidimensionali, con conseguente alleggerimento del costo computazionale.

Appendice I

Il primo modello (Modello I) di microcanale presenta tre zone, due solide (zona riscaldata e zona disperdente) ed una fluida (canale). Alla zona riscaldata è applicato un flusso termico co-sinusoidale (eq. (I.1.9)), di ampiezza variabile tra 10^5 W m^{-2} e 10^6 W m^{-2} . Inoltre al flusso termico si è applicata una variazione di frequenza (da 50 Hz a 200 Hz , Casi I.1-I.36 in Tabella I.1.1). Per il Modello I è stato inoltre analizzato il caso di un flusso termico alla parete uniforme per un periodo di tempo prestabilito eq. (I.1.11) (Casi I.43- I.60 in Tabella I.1.3).

Il secondo modello (Modello II) è costituito da due zone: una solida (zona disperdente) ed una fluida (canale). Il flusso termico alla parete è costante ed uniforme per un tempo prestabilito (eq. (I.1.10), Casi I.37- I.42 in Tabella I.1.2).

In alcuni casi l'aumento di temperatura dovuto all'applicazione del flusso termico è abbastanza elevato da giustificare l'introduzione di proprietà fisiche dipendenti dalla temperatura (eq. (I.1.5- eq.(I.1.8)). Oltre all'effetto della variazione del flusso termico alla parete, lo studio qui presentato prende in esame l'effetto sulla temperatura di uscita dell'acqua del canale dello spessore della zona disperdente, della velocità di ingresso del fluido e delle dimensioni del canale.

Le simulazioni sono state effettuate con l'ausilio di ANSYS-FLUENT vers. 13.0.

I.1.2 Metodo e condizioni al contorno

I microcanali a sezione rettangolare sono caratterizzati da una elevata “aspect ratio”, così che si può studiare il problema bidimensionale, anziché tridimensionale, con notevole risparmio delle risorse hardware e software. Il fluido che scorre nel microcanale è acqua, ed è schematizzabile come fluido continuo, così da applicare le equazioni di Navier-Stokes. Il fluido è inoltre incompressibile ed in moto laminare. Le equazioni che reggono la fisica del problema sono:

Continuità:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = 0 \quad (\text{I.1.1})$$

Momento:

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{\partial \rho uu}{\partial x} + \frac{\partial \rho vu}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{I.1.2})$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho vv}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\mu \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \quad (\text{I.1.3})$$

Energia:

Appendice I

$$c_p \left[\frac{\partial \rho T}{\partial t} + \frac{\partial \rho u T}{\partial x} + \frac{\partial \rho v T}{\partial y} \right] = \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \right] + \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right\} \quad (I.1.4)$$

Le proprietà fisiche dell'acqua sono scritte in funzione della temperatura, e sono definite dalle equazioni di seguito riportate:

Densità:

$$\rho(T) = 838.466135 + 1.40050603 \cdot T - 0.0030112376 \cdot T^2 + 3.71822313 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 \quad (I.1.5)$$

Conducibilità termica:

$$k(T) = -0.869083936 + 0.00894880345 \cdot T - 1.58366345 \cdot 10^{-5} \cdot T^2 + 7.97543259 \cdot 10^{-9} \cdot T^3 \quad (I.1.6)$$

Calore specifico:

$$c_p(T) = 12010.1471 - 80.4072879 \cdot T + 0.309866854 \cdot T^2 - 5.38186884 \cdot 10^{-4} \cdot T^3 + 3.62536437 \cdot 10^{-7} \cdot T^4 \quad (I.1.7)$$

Viscosità dinamica:

$$\mu(T) = \begin{cases} 1.3799566804 - 0.021224019151 \cdot T + 1.3604562827 \cdot 10^{-4} \cdot T^2 - \\ - 4.6454090319 \cdot 10^{-7} \cdot T^3 + 8.9042735735 \cdot 10^{-10} \cdot T^4 - & 273K < T < 473K \\ - 9.0790692686 \cdot 10^{-13} \cdot T^5 + 3.8457331488 \cdot 10^{-16} \cdot T^6 \\ 0.00401235783 - 2.10746715 \cdot 10^{-5} \cdot T + 3.85772275 \cdot 10^{-8} \cdot T^2 - \\ - 2.39730284 \cdot 10^{-11} \cdot T^3 & 473K < T < 647K \end{cases} \quad (I.1.8)$$

Le proprietà fisiche e termiche dell'acqua sono implementate nel codice CFD attraverso l'introduzione di funzioni, ed in particolare tramite la scrittura di polinomi con coefficienti costanti ([66]) nel rispettivo "material panel". La temperatura iniziale dell'acqua in ingresso è di 295 K.

La zona solida corrispondente al solido riscaldante è in rame, mentre la zona disperdente è in silicio. Per entrambi questi solidi le proprietà termo-fisiche sono state mantenute costanti, in quanto per le temperature in gioco tali proprietà non subiscono variazioni di rilievo.

Il profilo di velocità in ingresso al microcanale è piatto, ed il modulo della velocità varia da 0.1 m s^{-1} e 1 m s^{-1} . Il regime del moto del fluido nel canale è di tipo laminare, dato il ridotto valore del numero di Reynolds, dovuto sia alle dimensioni del canale sia alle portate in gioco.

Le geometrie dei microcanali qui utilizzati sono state caratterizzate mediante l'introduzione di una frazione, $\alpha = L/H$, che assume i valori di 20 e 100.

Al fine di studiare e quantificare l'influenza della superficie disperdente, sono stati analizzati tre diversi spessori: 3 μm , 5 μm , 10 μm .

Le pareti solide sono schematizzate come adiabatiche, eccetto la parete ove viene applicato il flusso termico. Tale flusso termico segue le seguenti leggi:

Appendice I

Casi I.1-I.36:

flusso termico co-sinusoidale:

$$q''(t) = A [1 + \cos((2\pi)v \cdot t)] \quad (\text{I.1.9})$$

Casi I.37-I.42:

flusso termico uniforme:

$$q''(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 2.5 \cdot 10^{-3} \\ A & 2.5 \cdot 10^{-3} < t \leq 2.0 \cdot 10^{-2} \\ 0 & t > 2.0 \cdot 10^{-2} \end{cases} \quad (\text{I.1.10})$$

Casi I.43-I.60:

flusso termico uniforme:

$$q''(t) = \begin{cases} 0 & 0 \leq t \leq 2.5 \cdot 10^{-3} \\ A & 2.5 \cdot 10^{-3} < t \leq 1.0 \cdot 10^{-1} \\ 0 & t > 1.0 \cdot 10^{-1} \end{cases} \quad (\text{I.1.11})$$

A rappresenta l'ampiezza del flusso (compresa tra 10^5 W m^{-2} e 10^6 W m^{-2}) e v è la frequenza (compresa tra 50 Hz e 200 Hz). Le leggi di variazione del flusso termico sono state introdotte nel codice CFD tramite la scrittura di funzioni in linguaggio C, caricandole poi nel relativo “boundary conditions panel” ([66]).

Caso	L [m]	α	H_h [m]	H_{hs} [m]	A [W m^{-2}]	v [Hz]	V [m s^{-1}]
Caso I.1	2.50E-04	100	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	50.00	0.10
Caso I.2	2.50E-04	100	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	200.00	0.10
Caso I.3	2.50E-04	100	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	50.00	0.10
Caso I.4	2.50E-04	100	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	200.00	0.10
Caso I.5	2.50E-04	100	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	50.00	0.10
Caso I.6	2.50E-04	100	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	200.00	0.10
Caso I.7	2.50E-04	100	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	50.00	0.10
Caso I.8	2.50E-04	100	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	200.00	0.10
Caso I.9	2.50E-04	100	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	50.00	0.10

Appendice I

Caso I.10	2.50E-04	100	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	200.00	0.10
Caso I.11	2.50E-04	100	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	50.00	0.10
Caso I.12	2.50E-04	100	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	200.00	0.10
Caso I.13	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	50.00	0.10
Caso I.14	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	50.00	1.00
Caso I.15	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	200.00	0.10
Caso I.16	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	200.00	1.00
Caso I.17	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	50.00	0.10
Caso I.18	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	50.00	1.00
Caso I.19	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	200.00	0.10
Caso I.20	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	200.00	1.00
Caso I.21	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	50.00	0.10
Caso I.22	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	50.00	1.00
Caso I.23	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	200.00	0.10
Caso I.24	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	200.00	1.00
Caso I.25	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	50.00	0.10
Caso I.26	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	50.00	1.00
Caso I.27	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	200.00	0.10
Caso I.28	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	200.00	1.00
Caso I.29	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	50.00	0.10
Caso I.30	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	50.00	1.00
Caso I.31	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	200.00	0.10

Appendice I

Caso I.32	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	200.00	1.00
Caso I.33	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	50.00	0.10
Caso I.34	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	50.00	1.00
Caso I.35	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	200.00	0.10
Caso I.36	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	200.00	1.00

Tabella I.1.1. Caso I.1-Caso I.36. Prospetto dei casi studiati: geometria e condizioni al contorno (Modello I).

Caso	L [m]	α	H_{hs} [m]	A [$W m^{-2}$]	V [$m s^{-1}$]
Caso I.37	2.50E-04	100	3.00E-03	1.00E+05	0.10
Caso I.38	2.50E-04	100	3.00E-03	1.00E+06	0.10
Caso I.39	2.50E-04	20	3.00E-03	1.00E+05	0.10
Caso I.40	2.50E-04	20	3.00E-03	1.00E+05	1.00
Caso I.41	2.50E-04	20	3.00E-03	1.00E+06	0.10
Caso I.42	2.50E-04	20	3.00E-03	1.00E+06	1.00

Tabella I.1.2. Caso I.37-Caso I.42. Prospetto dei casi studiati: geometria e condizioni al contorno (Modello II).

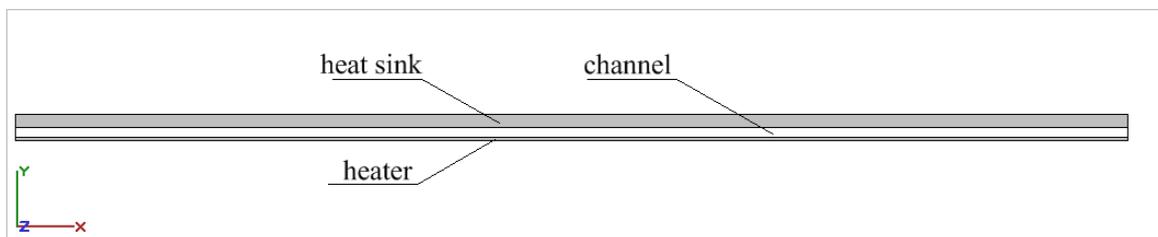


Figura I.1.1. Modello I. Dominio di calcolo bidimensionale. Le zone ombreggiate sono le zone solide ([67]).

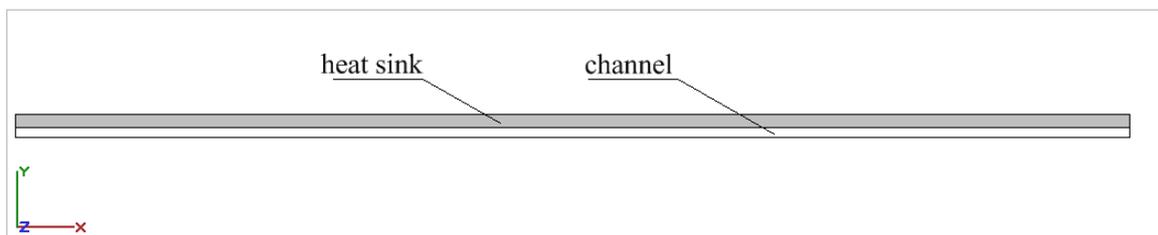


Figura I.1.2. Modello II. Dominio di calcolo bidimensionale. Le zone ombreggiate sono le zone solide ([67]).

Appendice I

I parametri utilizzati per la comparazione dei risultati sono la temperature media all'interfaccia solido-liquido e la temperature media di uscita del fluido dal microcanale.

Caso	L [m]	α	H_h [m]	H_{hs} [m]	A [$W m^{-2}$]	V [$m s^{-1}$]
Caso I.43	2.50E-04	100	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	0.10
Caso I.44	2.50E-04	100	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	0.10
Caso I.45	2.50E-04	100	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	0.10
Caso I.46	2.50E-04	100	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	0.10
Caso I.47	2.50E-04	100	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	0.10
Caso I.48	2.50E-04	100	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	0.10
Caso I.49	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	0.10
Case I.50	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+05	1.00
Case I.51	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	0.10
Caso I.52	2.50E-04	20	5.00E-07	3.00E-06	1.00E+06	1.00
Caso I.53	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	0.10
Caso I.54	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+05	1.00
Caso I.55	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	0.10
Caso I.56	2.50E-04	20	5.00E-07	5.00E-06	1.00E+06	1.00
Caso I.57	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	0.10
Caso I.58	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+05	1.00
Caso I.59	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	0.10
Caso I.60	2.50E-04	20	5.00E-07	1.00E-05	1.00E+06	1.00

Tabella I.1.3. Caso 43-Caso 60. Prospetto dei casi studiati: geometria e condizioni al contorno (Modello I).

Appendice I

La temperature media è calcolata secondo la seguente relazione integrale:

$$\bar{T} = \frac{1}{A} \int T \, dA \quad (\text{I.1.12})$$

dove A rappresenta l' area sulla quale la temperatura è misurata.

La differenza di pressione tra ingresso ed uscita è data dalla seguente relazione:

$$\Delta P = P_{ave,in} - P_{ave,out} \quad (\text{I.1.13})$$

ove $P_{ave,in}$ e $P_{ave,out}$ sono le pressioni medie sulle sezioni di ingresso e di uscita del fluido.

Tali pressioni medie sono calcolate secondo la seguente formula:

$$P_{ave} = \frac{1}{A} \int P \, dA \quad (\text{I.1.14})$$

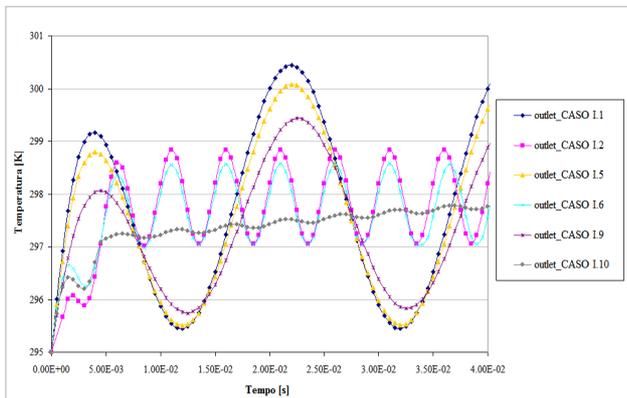
ove A rappresenta l' area sulla quale la pressione è misurata.

1.1.3 Risultati ed analisi

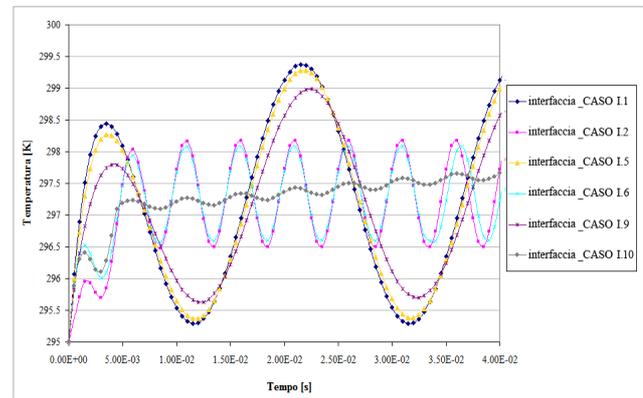
1.1.3.1 Modello I: flusso termico co-sinusoidale secondo eq. (I.1.9)

La Figura I.1.3 e la Figura I.1.4 riportano i risultati per i Casi I.1-I.12 presenti in Tabella I.1.1. I microcanali in oggetto sono caratterizzati da un valore di α pari a 100. Dall'esame della Figura I.1.3.a e Figura I.1.3.b, risulta chiaro che un maggior spessore di solido disperdente determina una minor temperatura di uscita del fluido, in virtù della maggiore inerzia termica proporzionale allo spessore di tale solido. Le temperature più elevate si registrano alle basse frequenze (50 Hz) e con piccolo spessore di solido disperdente (3 μm). Incrementando la frequenza del flusso termico da 50 Hz a 200 Hz, si nota che i picchi di temperatura, corrispondenti agli istanti in cui il flusso termico raggiunge la sua ampiezza massima, sono di entità inferiore: tale effetto è dovuto al fatto che il sistema deve reagire in modo più veloce alla causa forzante (il flusso termico). Si nota inoltre che un spessore di 10 μm del solido disperdente determina una minor escursione tra temperature massima e minima nel singolo periodo: ciò si spiega considerando che il maggiore spessore del solido assicura un maggior raffreddamento. Da Figura I.1.3.a, Figura I.1.3.b, Figura I.1.4.a, Figura I.1.4.b, si può inoltre notare che la durata del transitorio termico del sistema perdura per circa due periodi, indipendentemente dal valore assunto dalla frequenza e dall'ampiezza del flusso termico: ciò significa che, aumentando la frequenza, i transitori di temperatura risultano più brevi. Sul transitorio di temperatura, lo spessore del solido disperdente mostra di avere un importante peso, in quanto uno spessore di 10- μm determina un transitorio molto più lungo, specialmente alla frequenza di 200 Hz.

Appendice I



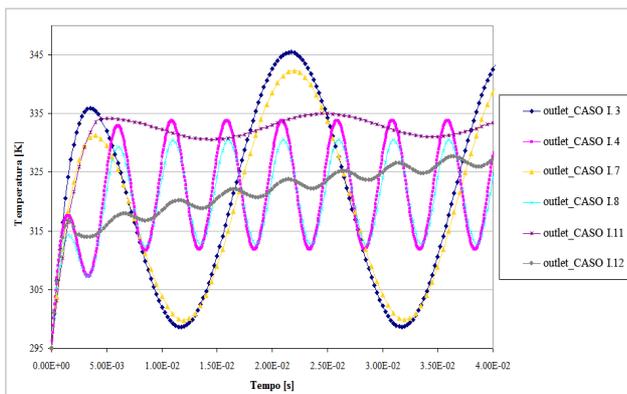
(a)



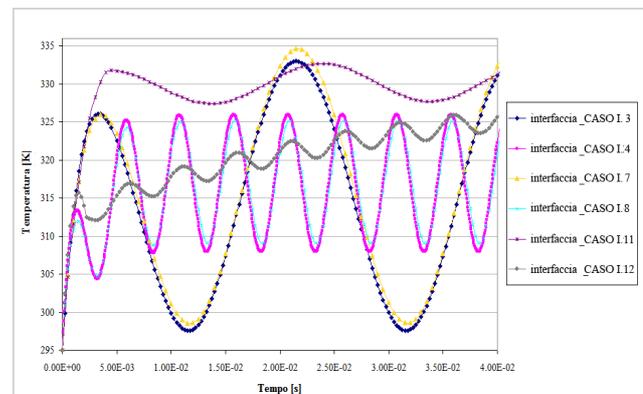
(b)

Figura I.1.3. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b) (Casi I.1-I.12, Tabella I.1.1) [67].

I risultati di Figura I.1.5a e Figura I.1.5b dimostrano che, anche in questo caso, un maggior spessore di solido disperdente determina una minor temperatura di uscita del fluido. Le temperature più elevate si registrano alle basse frequenze (50 Hz) e con piccolo spessore di solido disperdente (3 μm). Incrementando la frequenza del flusso termico da 50 Hz a 200 Hz, si nota che i picchi di temperatura, corrispondenti agli istanti in cui il flusso termico raggiunge la sua ampiezza massima, sono di entità inferiore: tale effetto è dovuto al fatto che il sistema deve reagire in modo più veloce alla causa forzante (il flusso termico).



(a)



(b)

Figura I.1.4. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b) (Casi I.1-I.12, Tabella I.1.1) [67].

Si nota inoltre che un spessore di 10 μm del solido disperdente determina una minor escursione tra temperature massima e minima nel singolo periodo: il maggiore spessore del solido assicura, infatti, un maggior raffreddamento. Da Figura I.1.5.a, Figura I.1.5.b, Figura I.1.6.a, Figura I.1.6.b, si può inoltre notare che la durata del transitorio termico del sistema perdura per circa due periodi, indipendentemente dal valore assunto dalla frequenza e dall'ampiezza del flusso termico, ovvero

Appendice I

aumentando la frequenza, i transitori di temperatura sono più brevi. Il transitorio di temperatura risulta quindi essere particolarmente influenzato dallo spessore del solido disperdente, in quanto uno spessore di $10 \mu\text{m}$ determina un transitorio molto più lungo, specialmente alla frequenza di 200 Hz . La temperatura è ovviamente influenzata anche dall'ampiezza del flusso termico: in particolare un aumento del flusso termico determina un aumento della temperatura di uscita del fluido e della temperatura alla parete, a parità delle altre condizioni. I risultati di Figura I.1.7a e Figura I.1.7b mostrano che un incremento dello spessore del solido disperdente non determina un evidente aumento della temperatura, come invece evidenziato precedentemente. Tale evidenza è frutto della maggiore portata d'acqua che fluisce nel microcanale, e quindi della maggiore capacità del sistema di smaltire il calore in eccesso. L'effetto dell'aumento di frequenza, riscontrato nei casi precedenti, non è ora qui presente, in conseguenza della maggior capacità del sistema di rimuovere il calore. È inoltre interessante notare che l'aumento di frequenza da 50 Hz a 200 Hz determina un maggior sfasamento tra casi omologhi: il massimo dello sfasamento si ha per le curve corrispondenti a microcanali con spessore del solido disperdente di $5 \mu\text{m}$. Spessori più elevati del solido disperdente infatti tendono a mantenere praticamente isoterma ed alla temperatura iniziale il sistema fisico, mentre un gradiente longitudinale di temperatura è riscontrabile in sistemi con solido disperdente di spessore inferiore. Le temperature massime e minime sono tra loro molto simili, in virtù della elevata capacità del sistema di rimuovere il calore, rispetto all'ordine di grandezza del flusso termico.

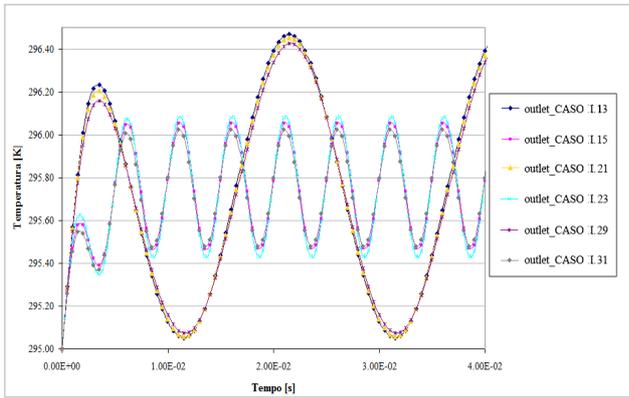
Essendo le proprietà del fluido refrigerante variabili con la temperatura, si avrà il medesimo tipo di andamento temporale della pressione nel tempo. Le differenze di pressione, ovvero le perdite di carico tra ingresso ed uscita del microcanale, sono calcolate tramite la relazione II.1.13.

I.1.3.2 Modello II: flusso termico secondo eq. (I.1.10)

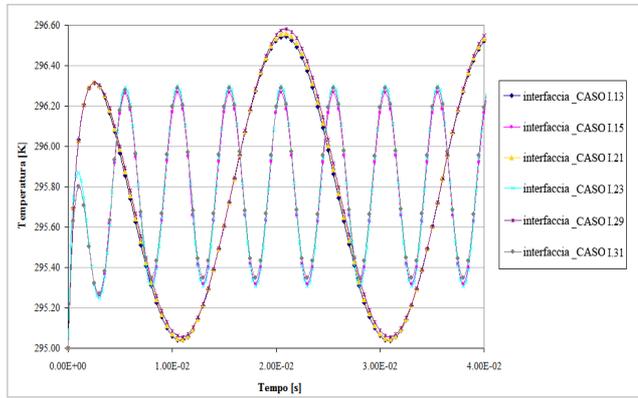
I casi presentati in questa sezione sono riferiti all'analisi del sistema microfluidico di Figura I.1.2 e Tabella I.1.2.

Analizzando la Figura I.1.9, per tutte le condizioni termofluidodinamiche esaminate il tempo di risposta del sistema all'improvvisa applicazione di un flusso termico costante (tempo di "carica") è inferiore rispetto al tempo che occorre al sistema per smaltire il calore una volta che la sorgente sia stata rimossa (tempo di "scarica"). Tale effetto è dovuto al contributo del termine di riscaldamento viscoso presente nell'equazione dell'energia (eq. (I.1.4)). Il riscaldamento viscoso è un termine sorgente che nei macrocanali risulta praticamente sempre trascurabile; tuttavia nei microcanali, a causa dello scaling, il suo contributo non può più essere trascurato.

Appendice I

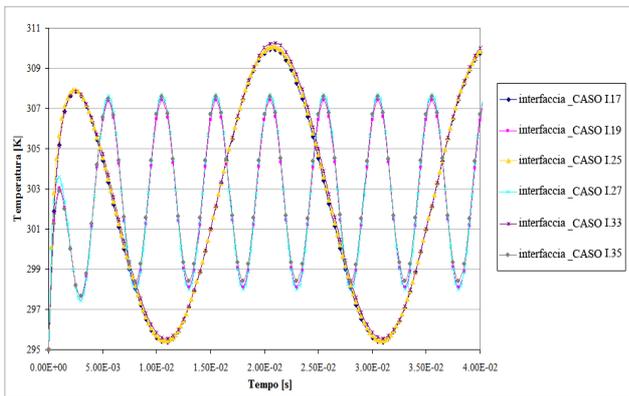


(a)

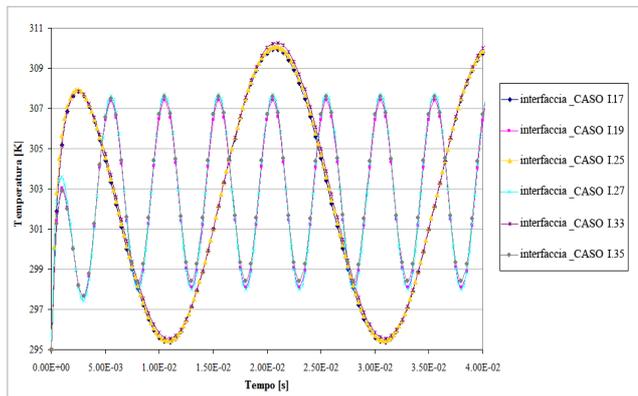


(b)

Figura I.1.5. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b)(Casi I.13- I.36, Tabella I.1.1) [67].

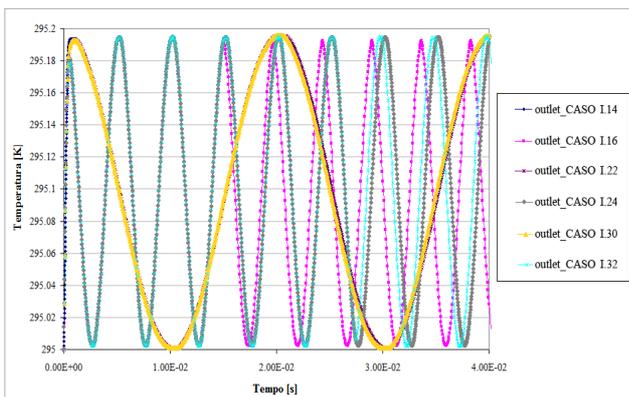


(a)

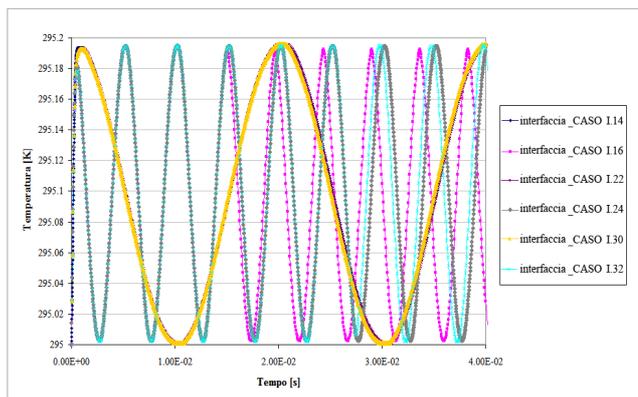


(b)

Figura I.1.6. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b)(Casi I.13- I.36, Tabella I.1.1) [67].



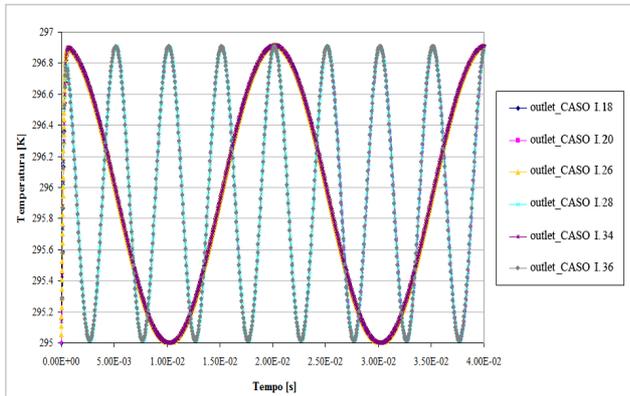
(a)



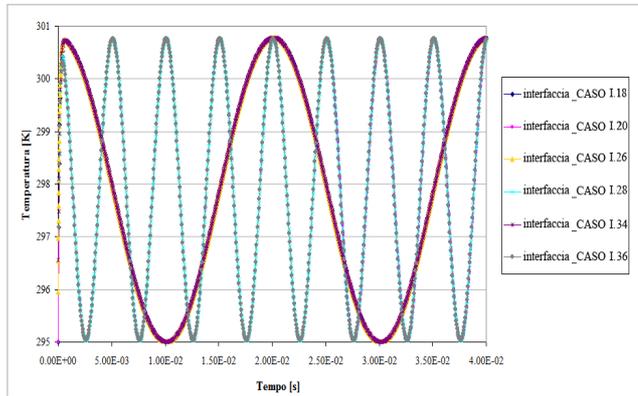
(b)

Figura I.1.7. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b)(Casi I.13- I.36, Tabella I.1.1) [67].

Appendice I



(a)



(b)

Figura I.1.8. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e all'interfaccia solido-liquido (b) (Casi I.13- I.36, Tabella I.1.1) [67].

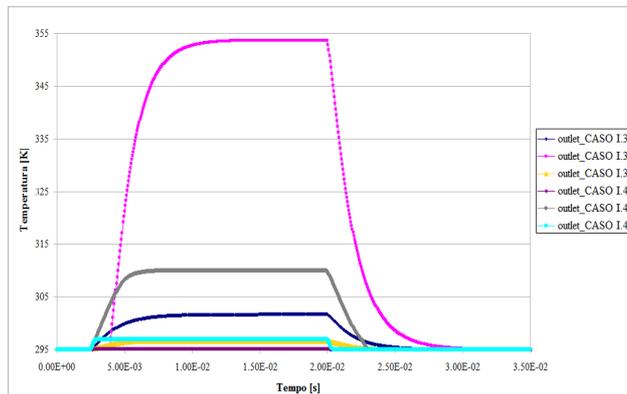


Figura I.1.9. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (Casi I.37- I.42, Tabella I.1.2) [67].

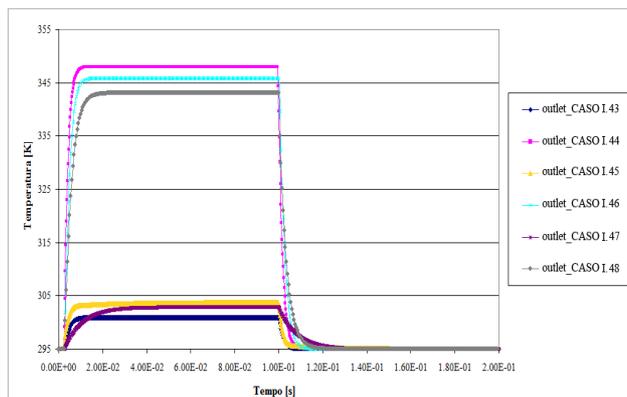


Figura I.1.10. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (Casi I.43- I.60, Tabella I.1.3) [67].

Appendice I

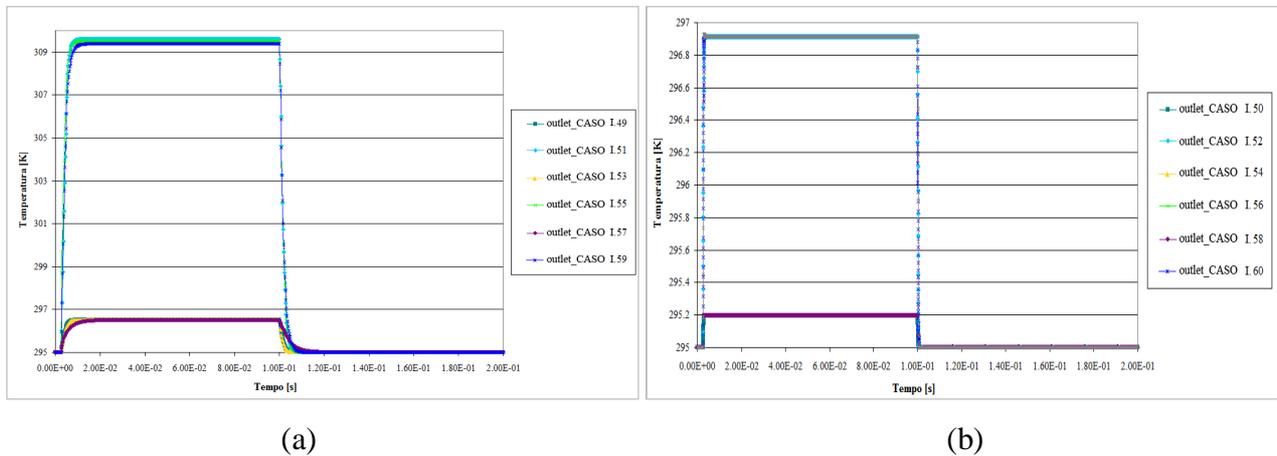


Figura I.1.11. Andamento della temperatura sulla sezione di uscita (a) e (b)(Casi I.43- I.60, Tabella I.1.3) [67].

Il termine sorgente del riscaldamento viscoso diventa importante, quindi, una volta che la sorgente esterna sia stata rimossa. Un aumento del flusso termico comporta un aumento della temperatura, soprattutto se i microcanali sono piccoli ($\alpha = 100$).

I microcanali di dimensioni trasversali più elevate ($\alpha = 20$) risultano meno sensibili all'aumento del flusso termico, a causa della maggior capacità del sistema di rimuovere il calore all'interfaccia solido-fluido grazie alla maggiore portata che fluisce nel canale. Dall'esame della Figura I.1.9b risulta evidente il peso del parametro dimensionale del solido disperdente durante le fasi di "carica" e "scarica": i canali più piccoli sono infatti più sensibili all'aumento dello spessore del solido, a causa della minore inerzia termica del sistema, dovuta alle ridotte dimensioni geometriche del canale. La medesima ragione spiega inoltre il perché i tempi di "scarica" siano più brevi del tempo di "carica" quando si considerano i microcanali più piccoli. Inoltre aumentando il flusso termico, le temperature all'interno del microcanale aumentano: si hanno quindi tempi di "carica" e di "scarica" maggiori al crescere della temperatura, ovvero del flusso termico, in ragione dell'inerzia termica iniziale.

Anche il parametro velocità riveste un ruolo importante nella fisica dello scambio termico alla parete, in quanto agisce sulla portata, ovvero sul numero di Reynolds ed in definitiva sul numero di Nusselt. Come dimostra la Figura I.1.9, una migliore performance termica (minore temperatura media del fluido in uscita) si ottiene aumentando la velocità di ingresso nel canale.

Essendo le proprietà del fluido refrigerante variabili con la temperatura, si avrà il medesimo tipo di andamento temporale della pressione nel tempo. Le differenze di pressione, ovvero le perdite di carico tra ingresso ed uscita del microcanale, sono calcolate tramite la relazione II.1.13. Inoltre le perdite di carico, essendo funzione della portata, sono influenzate anche dalla geometria del microcanale, in quanto i casi studiati considerano velocità in ingresso costanti. Maggiori portate corrispondono a maggiori perdite di carico.

1.1.3.3 Modello I: flusso termico secondo eq. (1.1.11)

I casi presentati in questa sezione sono riferiti al sistema microfluidico di Figura I.1.1 e Tabella I.1.3. Analogamente a quanto visto precedentemente in Figura I.1.9, la Figura I.1.10 e la Figura I.1.11, per tutte le condizioni termofluidodinamiche esaminate il tempo di risposta del sistema all'improvvisa applicazione di un flusso termico costante (tempo di "carica") è inferiore rispetto al tempo che occorre al sistema per smaltire il calore una volta che la sorgente sia stata rimossa (tempo di "scarica"). Tale effetto è dovuto al contributo del termine di riscaldamento viscoso presente nell'equazione dell'energia (eq. (1.1.4)). Il riscaldamento viscoso è un termine sorgente che nei macrocanali risulta praticamente sempre trascurabile; tuttavia nei microcanali, a causa dello scaling, il suo contributo non può più essere trascurato. Il termine sorgente del riscaldamento viscoso diventa importante, quindi, una volta che la sorgente esterna sia stata rimossa. Analogamente a quanto finora evidenziato dai risultati, un aumento del flusso termico comporta un aumento della temperatura, soprattutto se si considerano i microcanali più piccoli ($\alpha = 100$). I microcanali di dimensioni maggiori ($\alpha = 20$) sono infatti meno influenzati dall'aumento della ampiezza del flusso termico, in virtù di una maggiore capacità di smaltimento del calore (maggiori numeri di Reynolds e Nusselt).

La Figura I.1.10 e la Figura I.1.11 mostrano, inoltre, l'influenza dello spessore del solido disperdente sulla performance termica del sistema microfluidico. I microcanali più piccoli sono caratterizzati da temperature di uscita del fluido più elevate, ed inoltre sono interessati da tempi di "carica" più lunghi rispetto ai canali con dimensioni trasversali più elevate, poiché questi ultimi assicurano una maggiore portata di fluido, ovvero Reynolds più elevati. La medesima ragione spiega, poi, il motivo per cui il tempo di "carica" è più lungo nei canali piccoli rispetto ai canali più grandi, soprattutto per elevati flussi termici. Il tempo di risposta del sistema microfluidico alla variazione delle condizioni termofluidodinamiche è molto veloce all'inizio, poi, a ridosso della temperatura "stazionaria", la curva della temperatura cresce con andamento molto lento: nel caso dei canali piccoli la pendenza iniziale della curva è molto ripida (per via della ridotta inerzia termica), quindi il sistema si porta velocemente nell'intorno della temperatura "stazionaria", tuttavia impiega molto tempo per portarsi in tale condizione. L'aumento dell'ampiezza del flusso termico determina maggiori temperature del fluido e transitori di "scarica" più lunghi, poiché il sistema microfluidico deve smaltire una maggiore quantità di calore. La performance termica del microcanale è inoltre influenzata, come dimostrato anche nella casistica precedente, dallo spessore del solido disperdente: spessori più elevati assicurano una migliore performance termica nel caso dei microcanali più piccoli ($\alpha = 100$), mentre per i microcanali più grandi ($\alpha = 20$) la presenza di elevati spessori non è necessaria, almeno per i valori di flusso termico qui considerati.

Appendice I

Analogamente alla casistica precedentemente esposta da Figura I.1.9, la Figura I.1.10 e la Figura I.1.11 dimostrano che una maggiore velocità in ingresso, ovvero una maggiore portata di fluido, assicurano una migliore performance termica (più elevati valori del numero di Reynolds e del numero di Nusselt). Dai risultati emerge inoltre che i canali più grandi e con velocità di 1 m s^{-1} possono smaltire un maggiore flusso termico di quello qui considerato.

Essendo le proprietà del fluido refrigerante variabili con la temperatura, si avrà il medesimo tipo di andamento temporale della pressione nel tempo. Le differenze di pressione, ovvero le perdite di carico tra ingresso ed uscita del microcanale, sono calcolate tramite la relazione II.1.13. Inoltre le perdite di carico, essendo funzione della portata, sono influenzate anche dalla geometria del microcanale, in quanto i casi studiati considerano velocità in ingresso costanti. Maggiori portate corrispondono a maggiori perdite di carico.

I.1.4 Conclusioni

Lo studio proposto in quest'appendice alla tesi di Dottorato si prefigge lo scopo di esaminare la microfluidica ed il problema della trasmissione del calore nei microcanali, con l'obiettivo di individuare quali sono i principi fisici su cui si fonda la fluidodinamica in canali di piccolo diametro e di applicare così tali leggi anche al caso del flusso sanguigno nei capillari, il cui diametro è dell'ordine del micron. Inoltre lo scambio termico all'interfaccia solido-fluido del microcanale è analogo, in termini fisici, allo scambio termico che avviene tra i capillari ed i tessuti circostanti, sebbene i flussi di calore siano certamente di minore entità.

Il presente studio parametrico esamina la risposta del sistema microfluidico nei confronti di una causa forzante, rappresentata dal flusso termico, che segue le leggi espresse dalle equazioni (I.1.9), (I.1.10) e (I.1.11). Questi flussi termici si applicano ai due modelli geometrici di Figura I.1.1 e Figura I.1.2, variando le dimensioni geometriche del canale e del solido disperdente. L'andamento della temperatura nel tempo si dimostra essere influenzato dall'ampiezza e della frequenza del flusso termico, dalla velocità di ingresso, dallo spessore del solido disperdente e della geometria del microcanale. L'aumento dell'ampiezza del flusso termico, e quindi dell'energia che il sistema deve smaltire, determina un aumento delle temperature all'interfaccia e sulla sezione di uscita del fluido; tale effetto assume un maggior rilievo al diminuire delle dimensioni geometriche del microcanale (i.e. dimensioni trasversali). Al pari dell'aumento di flusso termico alla parete, l'incremento della velocità di ingresso del fluido nel microcanale influenza le prestazioni del sistema, in quanto agisce sulla fluidodinamica e quindi sulla trasmissione del calore (i.e. conjugate heat transfer). In particolare, aumentando la velocità, lo scambio termico alla parete aumenta, ovvero aumenta il numero di Nusselt locale, e di conseguenza, aumentando il coefficiente di scambio termico, si ha un

Appendice I

maggior trasferimento di calore dalla zona riscaldata dell'interfaccia al fluido. Un altro parametro che influenza le prestazioni termiche del sistema microfluidico è lo spessore di materiale al di sopra del microcanale stesso. La sua funzione è quella di coadiuvare lo smaltimento del calore in eccesso che deve essere rimosso dal sistema. L' aumento di spessore di tale materiale solido si dimostra efficiente soprattutto per i microcanali più piccoli ($\alpha = 100$). La geometria del microcanale, ovvero le sue dimensioni trasversali, influenza notevolmente l'andamento della temperatura nel tempo, sia all'interfaccia solido-liquido sia sulla sezione di uscita. Nel caso di flussi termici co-sinusoidali, i risultati dimostrano che a frequenze più elevate (200 Hz) si hanno oscillazioni di temperatura minori soprattutto se si considerano i canali più stretti. Tale effetto discende dal fatto che il sistema è forzato a reagire alla causa forzante in minor tempo. Dai risultati emerge inoltre che, a parità di tutti gli altri parametri, le curve di temperatura nel tempo mostrano uno sfasamento, dovuto alla differente velocità di propagazione del calore nel fluido e nei solidi.

I risultati inoltre dimostrano che il tempo di risposta del sistema microfluidico alla improvvisa applicazione di un flusso termico costante alla parete, ed la sua successiva rimozione dopo che il sistema ha raggiunto condizioni di stazionarietà, è maggiore quando si applica il flusso termico ("carica") rispetto al tempo necessario per tornare alle condizioni iniziali ("scarica"). I risultati delle simulazioni mostrano inoltre che il termine di dissipazione viscosa influisce sul tempo di risposta all'applicazione e alla rimozione della sorgente esterna di calore. Infatti la dissipazione viscosa entra in gioco quando la sorgente esterna viene rimossa e l'effetto dell'inerzia termica scema: ciò è evidente soprattutto nei microcanali più piccoli, in virtù della ridotta inerzia termica, con flussi termici di parete di 10^6 W m^{-2} .

La variazione delle proprietà fisiche dell'acqua in funzione della temperatura determinano un andamento della pressione, e conseguentemente delle perdite di pressione, all'interno del microcanale simile alle curve che rappresentano l'andamento della temperatura nel tempo, ovvero in relazione alla legge di variazione temporale del flusso termico applicato al sistema.

Bibliografia

- [1] F. P. Incropera, *Liquid cooling of electronic devices by single phase convection*, Wiley, New York, 1999.
- [2] D. S. Steinberg, *Cooling techniques for electronic equipment*, second edition, Wiley, New York, 1991.
- [3] G.E. Moore, Cramming more Components onto Integrated Circuits, *Electronics*, vol. 38 (no.8), pp. 114–117, 1965.
- [4] A. Bar-Cohen, Thermal Management of Electronic Components with Dielectric Liquids. In: Lloyd JR, Kurosaki Y (eds) *Proceedings of ASME/JSME Thermal Engineering Joint Conference*, vol. 2, pp. 15–39, 1996.
- [5] M. E. Steinke, S. G. Kandlikar, J. H. Magerlein, E. G. Colgan, A. D., Raisanen, Development of an Experimental Facility for Investigating Single Phase Liquid Flow in Microchannels, *Heat Transfer Engineering*, vol. 27 (no. 4),pp. 41–52, 2006.
- [6] G. P. Celata, M. Cumo, M. Gulgielmi, M. Zummo, Experimental Investigation of Hydraulic and Single-Phase Heat Transfer in 0.130-mm Capillary Tube, *Microscale Thermophysic Engineering*, vol. 6 (no. 2),pp. 85–97, 2002.
- [7] A. E. Bergles, S. G. Kandlikar, On the Nature of Critical Heat Flux in Microchannels, *Journal of Heat Transfer*, vol. 127 (no. 1),pp. 101–107, 2005.
- [8] J. Li, G.P. Peterson, P. Cheng, Three-dimensional Analysis of Heat Transfer in a Micro-heat Sink with Single Phase Flow. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 47 (no.19-20), pp. 4215–4231, 2004.
- [9] W. Qu, I. Mudawar, Experimental and Numerical Study of Pressure Drop and Heat Transfer in a Single-Phase Micro-Channel Heat Sink, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45 (no. 12), pp. 2549– 2565, 2002.
- [10] S.G. Kandlikar, M. E. Steinke, P. Balasubramanian, Single-Phase Flow Characteristics and Effect of Dissolved Gases on Heat Transfer Near Saturation Conditions in Microchannels, *Proceeding of ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, IMECE2002*, New Orleans, Louisiana, pp. 197–204, 2002.
- [11] M. E. Steinke, S. G. Kandlikar, Review of Single Phase Heat Transfer Enhancement Techniques for Applications in Microchannels, Minichannels and Microdevices, *Heat and Technology*, vol. 22 (no. 2), pp. 3–11, 2002.

- [12] A. Kawahara, P.M.-Y. Chunga, M. Kawajia, Investigation of Two-Phase Flow Pattern, Void Fraction and Pressure Drop in a Microchannel, *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 28 (no. 9), pp. 1411–1435, 2002.
- [13] L. Zhang, J. M. Koo, et al., Measurements and Modelling of Two-Phase Flow in Microchannels with Nearly Constant Heat Flux Boundary Conditions, *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 11 (no. 1), pp. 1057–1157, 2002.
- [14] S. Bortolin, D. Del Col, L. Rossetto, Flow Boiling of R245fa in a Single Circular Microchannel, *Heat Transfer Engineering*, vol. 32 (no. 13-14), pp. 1160–1172, 2011.
- [15] N.C.J. Chen, D.K. Felde, G.L. Yoder, Thermal Analysis of Two-Phase Microchannel Cooling, *Proceedings of the 1996 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Atlanta, Georgia, 1996.
- [16] M. K. Akbar, D.A. Plummer, S.M. Ghiaassian, Gas-liquid Two-Phase Flow Regimes in Microchannels, *Proceeding of ASME 2002 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, IMECE2002, New Orleans, Louisiana, pp. 527–534, 2002.
- [17] R. Xiong, J.N. Chung, Size Effect on Adiabatic Gas-liquid Two-Phase Flow Map and Void Fraction in Micro-channels, *Proceedings of 2006 ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, IMECE2006 - Fluids Engineering Division, Chicago, IL, pp. 21–28, 2006.
- [18] K. Choo, S. J. Kim, Heat Transfer and Fluid Flow Characteristics of Nonboiling Two-Phase Flow in Microchannels, *Journal of Heat Transfer*, vol. 133, pp.102901-1–102901-7, 2011.
- [19] K. B. Fujii, I. Kobayashi, K. Uemura, M. Nakajima, Temperature Effect on Microchannel Oil, In-Water Emulsification, *Microfluid Nanofluid*, vol. 10 (no. 4), pp. 773–783, 2011.
- [20] P.H. Lin, B.R. Fu, C. Pan, Critical Heat Flux on Flow Boiling of Methanol–Water Mixtures in a Diverging Microchannel with Artificial Cavities, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 54 (no. 15-16), pp. 3156–3166, 2011.
- [21] D. Liu, S. V. Garimella, Flow boiling heat transfer in microchannels, *Journal of Heat Transfer*, vol. 129 (no. 10), pp. 1321–1332, 2007.
- [22] A. Serizawa, Z. Feng, Z. Kawara, Two-Phase Flow in Microchannels, *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 26 (no. 6-7), pp. 703–714, 2002.
- [23] K. van Dijke, I. Kobayashi, K. Schroeën, K. Uemura, M Nakajima, R. Boom, Effect of Viscosities of Dispersed and Continuous Phases in Microchannel Oil-in-Water Emulsification, *Microfluid Nanofluid*, vol. 9 (no. 1), pp. 77–85, 2010.

- [24] G. T. Vladisavljević, I. Kobayashi, M. Nakajima, Effect of Dispersed Phase Viscosity on Maximum Droplet Generation Frequency in Microchannel Emulsification Using Asymmetric Straight-through Channels, *Microfluid Nanofluid*, vol. 10 (no. 6), pp. 1199–1209, 2011.
- [25] M.D. Determan, S. Garimella, Ammonia–Water Desorption Heat and Mass Transfer in Microchannel Devices, *International Journal of Refrigeration*, vol. 34 (no. 5), pp. 1197–1208, 2011.
- [26] M.E. Steinke, S.G. Kandlikar, Single Phase Heat Transfer Enhancement Techniques in Microchannel and Minichannel Flows, *Proceedings of the Second International Conference on Microchannels and Minichannels*, Rochester, NY, USA, 2004.
- [27] A. E. Bergles, S. G. Kandlikar, On the Nature of Critical Heat Flux in Microchannels, *Journal of Heat Transfer*, vol. 127 (no. 1), pp. 101–107, 2005.
- [28] G.P., Celata, M. Cumo, V. Marconi, S.J. McPhail, G. Zummo, Microtube liquid single-phase heat transfer in laminar flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49 (no. 19-20), pp. 3538–3546, 2006.
- [29] N. P. Gulhane, S. P. Mahulikar, Numerical Study of Microconvective Water-Flow Characteristics with Variation in Properties, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, vol. 15 (no. 1), pp. 28–47, 2011.
- [30] G.P. Celata, M. Cumo, S. McPhail, G. Zummo, Characterization of Fluid Dynamic Behaviour and Channel Wall Effects in Microtube, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 27 (no. 1), pp. 135–143, 2006.
- [31] S. G. Kandlikar, Microchannels and Minichannels: History, Terminology, Classification and Current Research Needs. *Proceeding of the First International Conference on Microchannels and Minichannels*, ICM2003, Rochester, NY, USA, pp. 1–6, 2003.
- [32] S. B. Choi, R. F. Barron, R. O. Warrington, Fluid Flow and Heat Transfer in Microtubes, *ASME DSC Micromechanical Sensors*, vol. 19, pp. 149–157, 1991.
- [33] X. J. Wei, Y. Joshi, Stacked Microchannel Heat Sinks for Liquid Cooling of Microelectronic Components, *Journal of Electronic Packaging*, vol. 126 (no. 1), pp. 60–66, 2004.
- [34] J. Pfahler, J. Harley, H. Bau, J. N. Zemel, Gas and Liquid Flow in Small Channels, *ASME DSC Micromechanical Sensors and Actuators* (ed. D. Cho et al.), vol. 32, pp.49–60, 1991.
- [35] D. Yu, R. Warrington, R. Barron, T. Ameel, An Experimental and Theoretical Investigation of Fluid Flow and Heat Transfer in Microtubes, *Proceeding of the Fourth ASME/JSME Thermal Engineering Conference 1*, Maui, Hawaii, pp. 523–530, 1995.
- [36] R. Raju, S. Roy, S., Hydrodynamic Study of High-Speed Flow and Heat Transfer through a Microchannel, *Journal of Thermophysic Heat Transfer*, vol. 19 (no. 1), pp.106–113, 2005.

- [37] E. Y. K. Ng, C. P. Tso, Z. M. Wen, K. F. Choo, Numerical Simulation of Flow and Conjugate Heat Transfer in a Microchannel for Electronics Cooling, *Journal of Electronics Manufacturing*, vol. 9 (no. 2), pp. 141–153, 1999.
- [38] A. G. Fedorov, and, R. Viskanta, Three-dimensional Conjugate Heat Transfer in the Microchannel Heat Sink for Electronic Packaging, *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 43 (no. 3), pp. 399–415, 2000.
- [39] R. J. Phillips, *Forced-convection, liquid-cooled, microchannel heat sinks*, Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA, 1987.
- [40] M.Y. Ali, F. Yang, R. Fang, C. Li, J. Khan, Thermohydraulic Characteristics of a Single-Phase Channel Heat Sink Coated with Copper Nanowires, *Frontiers in Heat and Mass Transfer*, vol. 2 (no. 3), pp. 1–11, 2011.
- [41] G. Tunc, and, Y. Bayazitoglu, Heat Transfer in Rectangular Microchannels, *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 45 (no. 4), pp. 765–773, 2002.
- [42] S. Barlak, S. Yapıcı, O.N. Sara, Experimental Investigation of Pressure Drop and Friction Factor for Water Flow in Microtubes, *International Journal of Thermal Sciences*, vol. 50 (no. 3), pp. 361–368, 2011.
- [43] R. Muwanga, and, I. Hassan, Thermo- fluidic Characteristics in a Cross-linked Silicon Microchannel Heat Sink, *Proceedings of the ASME/JSME Thermal Engineering Summer Heat Transfer Conference 2*, Vancouver, British Columbia, pp. 969–978, 2007.
- [44] P.-F. Hao, Z.-H. Yao, F. He, K.-Q. Zhu, Experimental Investigation of Water Flow in Smooth and Rough Silicon Microchannels, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 16 (no. 7), pp. 1397–1402, 2006.
- [45] Z. Sun, and, Y. Jaluria, Numerical Modeling of Pressure-driven Nitrogen Slip Flow in Long Rectangular Microchannels, *Numerical Heat Transfer Part A: Applications*, vol. 56 (no. 7), pp. 541–562, 2009.
- [46] Z. Sun, and, Y. Jaluria, Unsteady two-dimensional nitrogen flow in long microchannels with uniform wall heat flux, *Numerical Heat Transfer Part A: Applications*, vol. 57 (no. 9), pp. 625–641, 2010.
- [47] E. B. Arkilic, K. S. Breuer, M. A. Schmidt, Gaseous Flow in Microchannels, *ASME FED Application of Microfabrication Fluid Mechanics*, vol. 197, pp. 57–66, 1994.
- [48] J. Li, G.P. Peterson, 3-Dimensional Numerical Optimization of Silicon-based High Performance Parallel Microchannel Heat Sink with Liquid Flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 50 (no. 15-16), pp. 2895–2904, 2007.

- [49] B. M. Fronk, and, S. Garimella, Water-coupled Carbon Dioxide Microchannel Gas Cooler for Heat Pump Water Heaters: Part II – Model Development and Validation, *International Journal of Refrigeration*, vol. 34 (no. 1), pp. 17–28, 2011.
- [50] V. M. Aniskin, K. V. Adamenko, A. A. Maslov, Experimental Determination of the Friction Factor Coefficient in Microchannels, *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, vol. 52 (no. 1), pp. 18–23, 2011.
- [51] P. M.-Y. Chung, K. Masahiro, A. Kawahara, Characteristics of Single-Phase Flow in Microchannels, *Proceedings of the 2002 ASME Joint U.S.-European Fluids Engineering Conference*, Montreal, Quebec, pp. 1–10, 2002.
- [52] T. Wang, X. Hu, D. Tang, Experimental Study on Flow and Heat Transfer Characteristics in a Microscale Heat Exchanger, *Proceedings of the Fifth International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels*, ICNMM2007, Puebla, Mexico, pp. 639–644, 2007.
- [53] S. Xu, B. Chen, S., Ji, S. Zhao, Investigation of Heat Transfer and Flow Characteristics in Heat Exchanger with Microscale Channels, *Proceedings of the Fifth International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels*, ICNMM2007, Puebla, Mexico, pp. 631–638, 2007.
- [54] A. Mukherjee, S.G. Kandlikar, Numerical Study of the Effect of Surface Tension on Vapor Bubble Growth during Flow Boiling in Microchannels, *Proceedings of the Fourth International Conference on Nanochannels, Microchannels and Minichannels*, ICNMM2006, Limerik, Ireland, pp. 61–66, 2006.
- [55] A. Bucci, G.P. Celata, M. Cumo, E. Serra, G. Zummo, Water Single-Phase Fluid Flow and Heat Transfer in Capillary Tubes, *Proceedings of the First International Conference on Microchannels and Minichannels I*, Rochester, New York, pp. 319–326, 2003.
- [56] G. Hetsroni, A. Mosyaka, Z. Segal, G. Ziskind, A Uniform Temperature Heat Sink for Cooling of Electronic Devices, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 45 (no. 16), pp. 3275–3286, 2002.
- [57] N. Amanifard, and, A.K. Haghi, Numerical Analysis of Fluid Flow and Heat Transfer in Microchannels, *International Journal of Heat and Technology*, vol. 25 (no. 1), pp. 103–110, 2007.
- [58] P. Injeti, and, M. M., Rahman, Numerical Simulation of Steady State Heat Transfer in a Microchannel with Obstruction, *Proceedings of the Energy Sustainability Conference 2007*, Long Beach, CA, pp. 353–360, 2007.

- [59] C. S.Chen, S. M. Lee, J. D. Sheu, Numerical Analysis of Gas Flow in Microchannels, *Numerical Heat Transfer Part A: Applications*, vol. 33 (no. 7), pp.749–762, 1998.
- [60] I. Kobayashi, G. T. Vladisavljević , K. Uemura, M. Nakajimaa CFD Analysis of Microchannel Emulsification: Droplet Generation Process and Size Effect of Asymmetric Straight Flow-through Microchannels, *Chemical Engineering Science*, vol. 66 (no. 22), pp. 5556–5565, 2011.
- [61] Y.-F. Zhang, J.-Q. Chen, S.-L. Bai, Y.-F. Jin, M. Miao, J. Zhang, Microchannel Water Cooling for LTCC Based Microsystems, *Proceedings of the Eleventh Electronics Packaging Technology Conference Singapore*, Singapore, pp. 626–629, 2009.
- [62] T. Zhang, L. Jia, J. Zhang, Y. Jaluria, Numerical Simulation of Fluid Flow and Heat Transfer in U-shape Microchannels, *Proceedings of ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Vancouver, British Columbia, 2010.
- [63] J. Zhang, Y. Jaluria, T. T. Zhang, L. Jia, Combined Experimental and Numerical Study for Multiple Microchannel Heat Transfer System, *Proceedings of the Fourteenth International Heat Transfer Conference*, IHTC-14, Washington D.C., pp. 25–30, 2010.
- [64] J. Zhang, T. Zhang, Y. Jaluria, Experimental and Numerical Study of Transient Electronic Chip Cooling by Liquid Flow in Microchannel Heat Sink, *Proceedings of ASME 2010 International Mechanical Engineering Congress and Exposition*, Vancouver, British Columbia, 2010.
- [65] M. Liu, Computational Study of Convective–diffusive Mixing in a Microchannel Mixer, *Chemical Engineering Science*, vol. 66 (no. 10), pp. 2211–2223, 2011.
- [66] ANSYS-FLUENT, User Guide, 2010.
- [67] A. Conti, G. Lorenzini, Y. Jaluria, Transient Conjugate Heat Transfer in Straight Microchannels, under review, 2012.

Appendice II

Goccioline in sistemi non confinati: il caso dell'evaporazione di spray in aria.

Capitolo II.1

II.1.1 Introduzione

L'evaporazione di gocce negli spray ([1], [2]) è un campo molto investigato, in quanto trova applicazione in moltissimi settori dell'ingegneria - es. automotive ([3]- [16]), raffrescamento degli edifici-condizionamento ([17], [18]), estinzione incendi ([19]) -, della geofisica ([20]), della meteorologia ([21]) e dell'agricoltura ([22]-[29]). In quest'ultimo caso l'interesse è rivolto agli impianti di irrigazione, la cui progettazione, per uso sia civile sia agricolo, deve tener conto della perdita di una importante risorsa: l'acqua. Durante l'irrigazione, infatti, le singole particelle d'acqua a contatto con l'aria evaporano con ratei variabili in funzione della differenza di temperatura tra aria circostante ed acqua, dell'umidità dell'aria, dell'irraggiamento solare, dell'inclinazione ed altezza del getto rispetto al terreno, della velocità della goccia (e quindi dell'attrito con l'aria), del diametro della singola particella liquida. Nel passato sono stati condotti degli studi al fine di quantificare il fenomeno di perdita per evaporazione, sia a livello sperimentale ([22], [23], [24], [25], [30], [31], [32], [33],) sia teorico ([22], [25], [35], [36], [37]). In quest'ultimo caso un modello matematico semplificato, validato dal confronto con alcuni dati sperimentali, è stato sviluppato da Lorenzini ([22], [36]) e ripreso da Lorenzini e De Wrachien ([24]). Tale modello è stato inoltre applicato alle situazioni esaminate da Edling e Thompson e con essi confrontato ([23], [25], [36]). I processi fisico-chimici che caratterizzano la fisica degli spray sono strettamente correlati tra loro, quindi piuttosto complessi da modellizzare. Un passo avanti è stato effettuato grazie allo sviluppo della CFD, anche se comunque permangono dei limiti dovuti all'introduzione di empiricismi nella modellazione di un fenomeno complesso come l' evaporazione ([38], [39], [40]).

II.1.2 Metodo

Il presente studio analizza l'evoluzione del fenomeno evaporativo di una singola goccia per un tempo di simulazione pari a 4 s. I casi presentati in Tabella II.3.1 e Tabella II.3.2 sono inoltre caratterizzati dal posizionamento di un target posto a 20 m dal punto di inizio del moto della goccia. La modellazione e la soluzione del fenomeno è effettuata mediante il codice CFD ai volumi finiti STAR-CCM+. La trattazione è semplificata, in quanto non si tiene conto dell'irraggiamento solare (se non immaginato come condizione termica al contorno), dell'effetto del vento. I parametri

Appendice II

principali del presente studio sono quindi: velocità della goccia, diametro della goccia, temperatura dell'aria, coefficiente di diffusione del vapore nell'aria e l'umidità (relativa). A parità delle altre condizioni fisiche un solo parametro è fatto variare.

La modellazione del fenomeno evaporativo che coinvolge la goccia è effettuata tramite l'approccio Euleriano-Lagrangiano ([41], [42]), che è il più frequentemente usato, anche se vi sono alcuni studi completamente lagrangiani ([43]) o altre tipologie di approccio ([44]).

La fase euleriana è costituita dall'aria, la fase lagrangiana è invece rappresentata dalla singola goccia d'acqua. Le simulazioni sono state condotte con il codice di calcolo STAR-CCM+ vers. 5.04.

Al fine di ottenere un metro di confronto per la critica dei risultati delle simulazioni, sono stati presi a riferimento studi sperimentali e teorici condotti su getto sprinkler ([22], [23], [24], [25], [26], [27]).

II.1.3 Modellazione matematica del fenomeno dell'evaporazione in aria

La fisica del fenomeno evaporativo che coinvolge una goccia in moto nell'aria è piuttosto semplice dal punto di vista dell'individuazione della fenomenologia, ma di difficile soluzione per via della stretta correlazione tra le grandezze che regolano il fenomeno. Le forze agenti sulla goccia durante il suo moto sono la forza di gravità, la forza di galleggiamento e la forza di attrito. La quantificazione e l'espressione di queste forze sono argomento di studi recenti che hanno portato all'elaborazione di modelli matematici e semi-empirici ([45]-[49]). Tra i modelli matematici, quello sviluppato da Lorenzini e Lorenzini e De Wrachien ([22]-[25]) determina il rateo di evaporazione dalla dinamica del moto della goccia, considerando che tutta l'energia cinetica persa dalla goccia durante il suo moto sia integralmente convertita in calore utile per l'evaporazione.

La difficoltà della soluzione del problema, dal punto di vista prettamente numerico e modellistico, consiste nella natura non stazionaria dell'evaporazione, e, per i casi studiati, la distanza dalle condizioni di saturazione, che permettono una trattazione semplificata del problema dal punto di vista termodinamico. Tutte le simulazioni effettuate hanno carattere non stazionario, data la natura intrinseca della dipendenza dal tempo del fenomeno dell'evaporazione (in condizioni lontane dalla saturazione).

II.1.4 Parametri che influenzano l'evaporazione

Come già evidenziato nel paragrafo II.1.1, l'evaporazione è un fenomeno piuttosto complesso, che coinvolge una serie di grandezze tra loro strettamente correlate. Inoltre se si considera il fenomeno in condizione lontane dalla saturazione, si aggiunge un'ulteriore complicazione all'approccio matematico. L'evaporazione non satura avviene in quanto esiste un gradiente di concentrazione di vapore tra la fase liquida e quella gassosa. Si può infatti pensare che la goccia sia circondata da un film di vapore di spessore infinitesimo che tende a diffondere attraverso la fase continua (aria). Un maggior coefficiente di diffusione è sinonimo perciò di una maggiore evaporazione, a discapito della stazionarietà del flusso di materia all'interfaccia liquido-gas onde ripristinare il valore di equilibrio dello "spessore" di vapore, a sua volta direttamente collegato con la tensione di vapore del liquido e con la pressione di saturazione. Ciononostante parliamo di stazionarietà del flusso di materia all'interfaccia liquido-gas in quanto, visto il gradiente limitato, sono considerate condizioni di quasi stazionarietà.

Il coefficiente di diffusione dipende dalla temperatura, al pari di un coefficiente di scambio termico, ed il suo valore è stato ricavato da formule teoriche ed empiriche, ovvero da tabelle presenti in letteratura. Per avere un quadro più chiaro dell'influenza del valore del coefficiente di diffusione sul fenomeno evaporativo, sono stati simulati una serie di casi riportati in Tabella II.3.4.

Tra i parametri da cui l'evaporazione mostra dipendere vi è il diametro della goccia, in quanto determina la massa inerziale iniziale della fase liquida. I diametri considerati in questo studio variano da 1 a 3 mm ([22]-[25]), e sono compatibili con i diametri tipici dell'irrigazione a sprinkler ([29], [50], [52]).

L'evaporazione è un fenomeno che coinvolge lo scambio di massa, quantità di moto ed energia, e dipende dal gradiente di temperatura all'interfaccia tra liquido e gas. Per tale ragione, è stata analizzata l'influenza della differenza di temperatura tra le fasi, al fine di quantificare il peso del parametro temperatura sull'evaporazione della goccia durante il suo tragitto aereo.

Un ultimo importante parametro da cui l'evaporazione dimostra dipendere, è la velocità (iniziale) della goccia, in quanto direttamente collegata con la forza d'attrito. Determinando il peso del parametro velocità nei confronti del rateo di evaporazione in massa della goccia, si può giungere così alla determinazione, per via indiretta, del contributo della forza di attrito al fenomeno evaporativo.

Appendice II

Altri parametri da cui l'evaporazione dipende sono l'irraggiamento solare e l'azione del vento. Questi due aspetti non sono stati considerati nel presente studio, poiché avrebbero comportato un aggravio insostenibile per le risorse hardware a disposizione.

Infine l'umidità dell'aria, è l'ultimo parametro investigato da cui dipende l'evaporazione. Infatti la maggior saturazione dell'aria ostacola il fenomeno evaporativo, poiché è limitato lo scambio di massa (ed energia) all'interfaccia tra liquido e gas. Il presente studio si è occupato della modellazione e simulazione di una serie di casi con gocce in aria umida, riscontrando, una buona corrispondenza con i dati sperimentali reperibili in letteratura limitatamente ai casi con percentuali di umidità relativa più bassa. Per umidità relativa nell'aria maggiore del 50% i risultati ottenuti non sono accettabili, a causa della modellazione e quindi dell'approccio utilizzato. Tale casistica ha infatti individuato un limite nell'applicazione del metodo Euleriano-Lagrangiano nella trattazione del caso specifico del cambiamento di fase.

Capitolo II.2

II.1.1 Modellazione dell' evaporazione in STAR-CCM+

STAR-CCM+ è il codice ai volumi finiti con cui sono state condotte le simulazioni riportate nella presente appendice.

Tutte le simulazioni effettuate hanno carattere non stazionario, data la natura intrinseca della dipendenza dal tempo del fenomeno dell'evaporazione (in condizioni lontane dalla saturazione).

Per le simulazioni non stazionarie, il primo importante parametro da definire è il passo di discretizzazione temporale (Time Step, t_s [s]). La scelta, nel nostro caso, è stata effettuata nel seguente modo:

$$t_s = \frac{l}{v_p} \tag{II.2.1}$$

ove l [m] è la lunghezza caratteristica della mesh e v_p [$m s^{-1}$] è la velocità della particella liquida. Il valore così determinato è ovviamente una stima, in quanto il moto della goccia non è uniforme.

Nei caso di fenomeni dipendenti dal tempo, come l'evaporazione oggetto dello studio di seguito riportato, occorre settare nel codice di calcolo alcuni parametri, oltre il già citato passo di

Appendice II

discretizzazione temporale (ovvero il “Time Step”): il tempo totale di simulazione (“Maximum Physical Time”), il numero di iterazioni interne (“Maximum Number of Inner Iteration”) ed infine un parametro di stop della simulazione (“Maximum Number of Iteration”).

Il valore assegnato al “Maximum Number of Inner Iteration” rappresenta il numero di iterazioni necessarie per ottenere la convergenza all’interno del singolo “Time Step”. Tale convergenza si considera raggiunta allorquando nel singolo “Time Step” i residui si appiattiscono ed il loro valore è dell’ordine di 10^{-3} .

Il parametro “Maximum Physical Time” è stato ricavato a partire dagli studi effettuati negli articoli di Lorenzini ([22]-[25]).

Le equazioni di conservazione della massa, della quantità di moto e dell’energia sono risolte in modo segregato, ovvero le soluzioni per l’aria e la goccia sono disaccoppiate. In STAR-CCM+ sono state risolte in modo disaccoppiato le equazioni di continuità (“Segregated Species”), della quantità di moto (“Segregated Flow”) e dell’energia (“Segregated Temperature”).

Il modello “Segregated Species” risolve l’equazione di continuità di N-1 componenti della fase continua, definita come miscela di due (N = 2) gas ideali: aria e vapore acqueo (ove presente in qualità di umidità relativa) ([52]).

Il modello “Segregated Flow” risolve le equazioni del moto (ovvero quelle di Navier-Stokes) eliminando il termine relativo alla pressione, rendendo quindi le PDE paraboliche. Il collegamento con l’equazione di continuità è determinata da un metodo numerico (predictor-corrector) che agisce sulla stima iniziale della pressione, che viene poi calcolata di nuovo sulla base della soluzione dell’equazione di continuità.

Le sostanze coinvolte, ovvero aria ed acqua, sono definite nel seguito come “Species”: avendo settato un calcolo segregato (“Segregated Species”) le equazioni di continuità di aria ed acqua sono risolte in modo disaccoppiato, ovvero in modo sequenziale.

La forza di attrito ha la seguente espressione in STAR-CCM+:

$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho_{aria} A_p |v_p| v_p \quad (\text{II.2.2})$$

ove C_d [-] è il coefficiente di attrito, ρ_{aria} [$kg\ m^{-3}$] è la densità dell’aria, A_p [m^2] è la superficie di proiezione della goccia (ovvero la sua area frontale) e v_p [$m\ s^{-1}$] è la velocità relativa della goccia

Appendice II

rispetto all'aria. Per il calcolo del coefficiente di attrito si è adottata la legge di Schiller-Naumann ([53]):

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0.15 Re_p^{0.687}) & Re_p \leq 1000 \\ 0.44 & Re_p > 1000 \end{cases} \quad (\text{II.2.3})$$

L'evaporazione è un fenomeno che coinvolge direttamente l'energia, quindi si parla di coefficienti di scambio termico, ovvero di numero di Nusselt (Nu_d) da cui esso può ricavarsi. Per calcolare il coefficiente di scambio termico durante l'evaporazione si è usata la correlazione di Ranz-Marshall ([54], [55]):

$$Nu_d = 2 \cdot \left(1 + 0.3 \cdot Re_p^{1/2} \cdot Pr^{1/3} \right) \quad (\text{II.2.4})$$

Tale relazione è valida fino a $Re_p \approx 5000$, per particelle sferiche ([52]). Il numero di Pr presente nella formula si riferisce alla fase gassosa (aria). Il numero Re_p è definito come segue:

$$Re_p = \frac{\rho_{aria} \cdot v_p \cdot d_p}{\mu_{aria}} \quad (\text{II.2.5})$$

ove ρ_{aria} [$kg\ m^{-3}$] è la densità dell'aria, μ_{aria} [$Pa\ s$] è la viscosità dell'aria, d_p [m] è il diametro della goccia e v_p [$m\ s^{-1}$] è la velocità della particella d'acqua. Per Re_p superiore a 500 il moto della goccia è da considerarsi in regime turbolento ([56]).

La massa d'acqua che evapora ha ovviamente un'influenza sulle proprietà termo-fisiche dell'aria circostante e viceversa. La scelta di rappresentare il fenomeno dell'evaporazione di una goccia in un volume d'aria secondo un approccio Euleriano-Lagrangiano comporta la scelta di una dimensione caratteristica di meshatura tale che la frazione di volume occupata dalla goccia all'interno della singola cella della mesh di volume sia inferiore a circa 0.10 ([52]). Una frazione di volume maggiore comporterebbe infatti il venir meno dell'ipotesi di fase discreta "puntiforme" rispetto alle dimensioni della singola cella su cui si basa la modellazione Euleriana-Lagrangiana, ed inoltre comporterebbe una maggiore instabilità numerica della soluzione.

Appendice II

Data l'ipotesi di quasi stazionarietà del fenomeno, si adotta in STAR-CCM+ il modello “Quasi-Steady Evaporation”, che considera omogeneo il liquido (mono-componente con densità e proprietà fisiche uguali in tutti i suoi punti) che costituisce la goccia: la goccia è inoltre un'entità al cui interno non si hanno moti convettivi conseguenti all'innescò dell'evaporazione (il mixing interno è infatti trascurato nella modellazione Euleriana-Lagrangiana). La massa evaporata negli istanti successivi a quello iniziale viene inserita nella matrice dei termini sorgente, nell'equazione di continuità dell'aria, mentre nell'istante di iniezione tale contributo è nullo. Il rateo di variazione della massa della goccia è espresso in funzione del numero di Spalding (B_M) ([57]) funzione a sua volta della frazione in massa del vapore vicino all'interfaccia liquido-gas e all'interno del volume di gas (aria). Il numero di Spalding è definito come ([2]):

$$B_M = \frac{Y_{v,s} - Y_v}{1 - Y_{v,s}} \quad (\text{II.2.6})$$

ove $Y_{v,s}$ [-] è il prodotto tra la frazione in massa del vapore all'interfaccia in condizioni di equilibrio (quindi collegato alla pressione di saturazione dell'acqua alla temperatura intermedia tra aria ed acqua) ed il rapporto tra i pesi molecolari di vapore (acqua) e gas (aria). Y_v [-] è invece il valore della frazione in massa del vapore lontano dall'interfaccia liquido-gas, ovvero la frazione di massa del vapore nella cella, essendo che la goccia è molto piccola rispetto alle dimensioni delle celle. Il numero di Spalding è collegato alla driving force dell'evaporazione, costituita dal gradiente di concentrazione del vapore all'interfaccia e collegata al coefficiente di diffusione ([57]). Infatti in condizioni di non saturazione l'evaporazione dipende dalla capacità di diffondere del vapore, e quindi strettamente connessa con il coefficiente di diffusione D_{ab} [$m^2 s^{-1}$].

STAR-CCM+ permette inoltre il settaggio del numero di Schmidt (Sc), ed il calcolo del numero di Sherwood (Sh), entrambi collegati al fenomeno evaporativo per il tramite del coefficiente di diffusione. Il numero di Schmidt è definito come il rapporto tra la diffusività della quantità di moto e la diffusività in massa:

$$Sc = \frac{\mu_{aria}}{\rho_{aria} \cdot D_{ab}} = \frac{V_{aria}}{D_{ab}} \quad (\text{II.2.7})$$

Appendice II

ove $\nu_{aria} [m^2 s^{-1}]$ è la viscosità cinematica dell'aria, $\mu_{aria} [Pa s]$ è la viscosità dinamica dell'aria, $\rho_{aria} [kg m^{-3}]$ è la densità dell'aria ed infine $D_{ab} [m^2 s^{-1}]$ è il coefficiente di diffusione.

Il numero di Sherwood è definito come il rapporto tra il coefficiente di trasferimento di massa convettivo ed il coefficiente di trasferimento di massa per diffusione:

$$Sh = \frac{K \cdot l}{D_{ab}} \quad (II.2.8)$$

ove $K [m s^{-1}]$ è il coefficiente di trasferimento di massa, $l [m]$ è la lunghezza caratteristica di riferimento per il calcolo del numero di Sherwood (Sh) e $D_{ab} [m^2 s^{-1}]$ è il coefficiente di diffusione.

Il numero Sh può essere espresso in funzione di Re e Sc . Nel nostro caso, essendo la goccia di forma sferica, si può ricorrere all'espressione di Ranz-Marshall ([54], [55]):

$$Sh = 2 \cdot \left(1 + 0.3 \cdot Re_p^{1/2} \cdot Sc^{1/3} \right) \quad (II.2.9)$$

come si vede l'espressione è analoga all'eq. (II.2.4), con Re_p calcolato secondo l'eq.(II.2.5) e Sc secondo l'eq.(II.2.7). L'unica differenza consiste nella presenza di Sc al posto di Pr .

II.1.2 Proprietà fisiche

Le proprietà fisiche di aria ed acqua sono state estratte dalla libreria del codice STAR-CCM+, così come i valori delle costanti empiriche e semi-empiriche delle relazioni che di seguito saranno riportate (ad esempio i valori delle costanti della legge di Sutherland o di Antoine). Eccezion fatta per i casi in cui si studia più approfonditamente l'effetto del coefficiente di diffusione (legato alla temperatura dell'aria, Tabella II.3.4, ove si sono considerati valori costanti della viscosità dinamica dell'aria ($\mu [Pa s]$), si è optato per la dipendenza dalla temperatura delle suddette proprietà, al fine di rendere la simulazione il più realistica possibile. Nei casi presentati in Tabella II.3.4, il valore costante della $\mu [Pa s]$ dell'aria è stato scelto per non incidere sui tempi di calcolo della simulazione, e dunque per semplicità. Tuttavia tale scelta risulta comunque sostenibile in quanto nel range di temperature e pressioni considerate (pressione atmosferica e temperature comprese tra $5^\circ C$ e $60^\circ C$) la viscosità può ritenersi, con buona approssimazione, costante.

Appendice II

Per la viscosità dell'aria nei casi presentati in Tabella II.3.2 si è adottata la legge di Sutherland ([52]):

$$\mu = \mu_0 \frac{T_0 + 111}{T + 111} \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \quad (\text{II.2.10})$$

ove μ_0 è pari a $1.716 \times 10^{-5} \text{ Pa s}$, $T_0 = 273.15 \text{ K}$.

Per il calcolo della pressione di saturazione e quindi della tensione di vapore è stata usata la legge di Antoine ([58], [52]), sia per i casi presentati in Tabella II.3.2 che in Tabella II.3.4:

$$p_{sat} = p_{atm} \exp \left(A - \frac{B}{T + C} \right) \quad (\text{II.2.11})$$

ove p_{atm} è pari alla pressione atmosferica ($= 1 \text{ atm}$), $A = 11.949$; $B = 3978.205$ e $C = -39.801$.

II.1.3 Parametri di confronto dei risultati

I risultati ottenuti dalle simulazioni sono analizzati e confrontati studiando il rateo di evaporazione in massa della goccia, definito percentualmente nel seguente modo:

$$\text{Rateo Evaporazione } [\%] = \Delta m\% = \frac{m_0 - m_1}{m_0} \cdot 100 \quad (\text{II.2.12})$$

ove m_0 [g] rappresenta la massa iniziale della goccia, ed m_1 [g] la massa rilevata al tempo adimensionale t^* definito come:

$$t^* = \frac{t}{t_{\max}} \quad (\text{II.2.13})$$

in cui t [s] rappresenta l'istante di tempo considerato e t_{\max} [s] è il tempo massimo di simulazione ("Maximum Physical Time"). Nei casi in cui si considera anche un traguardo spaziale (Tabella

Appendice II

II.3.2) il valore m_l [g] presente nell'eq. (II.2.12) si riferisce all'istante di tempo in cui la goccia arriva al target spaziale fissato.

II.1.4 Coefficiente di diffusione e temperatura

Il coefficiente di diffusione dipende dalla temperatura, al pari di un coefficiente di scambio termico. Per avere un quadro più chiaro dell'influenza del valore del coefficiente di diffusione sul fenomeno evaporativo, sono stati simulati una serie di casi riportati in Tabella II.3.4. I valori del coefficiente di diffusione (D_{ab} [$cm^2 s^{-1}$]) sono stati trovati in due modi differenti: da formule teoriche ed empiriche o da tabelle presenti in letteratura.

I valori di D_{ab} [$cm^2 s^{-1}$] desunti da tabella in letteratura ([56], [58], [59]) sono due: $0.242 cm^2 s^{-1}$ e $0.292 cm^2 s^{-1}$. Essi sono validi per condizioni non molto distanti dalle condizioni normali ($P = 1 atm$, $T = 293.15 K$).

Per quanto concerne le formule utilizzate per il calcolo del coefficiente di diffusione, esse sono le relazioni di Chapman-Eskog ([56], [58], [59], [60]), di Wilke e Lee ([56], [58], [59], [61]) e di Fuller et al. ([56], [58], [59], [62], [63], [64]). Tali correlazioni sono valide per sistemi binari (es. aria-acqua) a basse pressioni: $10^{-3} bar$ ($10^2 Pa$) $< P < 10 bar$ ($10^6 Pa$) e con un largo eccesso di un componente (nel nostro caso, aria).

La relazione di Chapman-Eskog ([56], [58], [59], [60]) è derivata dalla teoria, risolvendo l'equazione di Boltzmann:

$$D_{ab} = 0.266 \frac{T^{3/2}}{p \cdot \sqrt{M_{ab}} \cdot \sigma_{ab}^2 \cdot \Omega_d} \quad (II.2.14)$$

ove p è la pressione misurata in atm, T è la temperatura in K, M_{ab} [$g mol^{-1}$] è una funzione dei pesi molecolari delle sostanze della miscela, σ_{ab} [$\overset{0}{\text{Å}}, 10^{-10} m$] è la lunghezza caratteristica di Lennard-Jones (il cui valore dipende dalla rappresentazione funzionale scelta per l'energia intermolecolare ([56], [58], [59]), e che rappresenta il diametro di collisione della molecola ([56]) ed infine Ω_d [-] è l'integrale di collisione per la diffusione (ovvero il volume adimensionale entro cui avviene la collisione tra due molecole). Il valore di Ω_d [-] è tabulato, oppure può ricavarsi in funzione della temperatura dalla formula di Neufeld et al. ([58], [65]). Le relazioni di Wilke-Lee ([56], [58], [59],

Appendice II

[61]) e di Fuller et al. ([56], [58], [59], [62], [63], [64]) sono derivate dall'esperienza, sono perciò delle correlazioni valide nello stesso campo della formula di Chapman-Eskog.

La correlazione di Wilke-Lee ([56], [58], [59], [61]) esprime il coefficiente di diffusione attraverso la seguente formula:

$$D_{ab} = \left[3.03 - \left(\frac{0.98}{\sqrt{M_{ab}}} \right) \right] \cdot \frac{0.001 \cdot T^{3/2}}{p \cdot \sqrt{M_{ab}} \cdot \sigma_{ab}^2 \cdot \Omega_d} \quad (\text{II.2.15})$$

ove p è la pressione misurata in atm, T è la temperatura in K, M_{ab} [$g \text{ mol}^{-1}$] è una funzione dei pesi molecolari delle sostanze della miscela, σ_{ab} [Å , 10^{-10} m] è la lunghezza caratteristica di Lennard-Jones (il cui valore dipende dalla rappresentazione funzionale scelta per l'energia intermolecolare ([56], [58], [59]), e che rappresenta il diametro di collisione della molecola ([56]) ed infine Ω_d [-] è l'integrale di collisione per la diffusione (ovvero il volume adimensionale entro cui avviene la collisione tra due molecole). Il valore di Ω_d [-] è tabulato, oppure può ricavarsi in funzione della temperatura dalla formula di Neufield et al. ([58]).

La correlazione di Fuller et al. ([56], [58], [59], [62], [63], [64]) definisce il coefficiente di diffusione attraverso la seguente formula:

$$D_{ab} = 0.001 \frac{T^{1.75}}{p \cdot \sqrt{M_{ab}} \cdot \left[(\Sigma_v)_A^{1.3} + (\Sigma_v)_B^{1.3} \right]^2} \quad (\text{II.2.16})$$

ove p è la pressione misurata in atm, T è la temperatura in K, Σ_v [cm^3] è la diffusione di volume della sostanza (ovvero il volume immaginato sferico entro cui la sostanza diffonde prima di collidere con un'altra molecola), M_{ab} [$g \text{ mol}^{-1}$] è funzione dei pesi molecolari delle sostanze della miscela, σ_{ab} [Å , 10^{-10} m] è la lunghezza caratteristica di Lennard-Jones, il cui valore dipende dalla rappresentazione funzionale scelta per l'energia intermolecolare ([56], [58], [59]), e che rappresenta il diametro di collisione della molecola ([56]).

Capitolo II.3

II.3.1 Simulazioni parametriche: geometrie dei domini di calcolo e metodologia

L'evaporazione di una goccia d'acqua che si muove in aria è influenzata non solo dal coefficiente di diffusione, ma da una molteplicità di fattori. In particolare si sono considerati quali parametri la velocità, la temperatura dell'aria, il coefficiente di diffusione del vapore in aria ed il diametro della goccia. Nei grafici riassuntivi dell'andamento del rateo di evaporazione in massa, calcolato in base all'equazione (II.3.1), esso è posto in ordinata, mentre il parametro considerato nel caso specifico figura in ascissa. I confronti tra i casi similari è effettuata su una base temporale, mantenendo cioè fissato un istante (corrispondente al tempo di simulazione di 4 s).

Parametro	Caso	T _{acqua} [K]	Velocità [m s ⁻¹]	D _{ab} [cm ² s ⁻¹]	d _p [mm]	T _{aria} [K]	Δm% @ 4 s	Δm% @ 20 m	t _{volo} [s]
Velocità [m s ⁻¹]	Caso II.1	288	1	0.3000	1	320	7.8116%	10.4416%	5.3500
	Caso II.2	288	5	0.3000	1	320	8.0567%	10.1278%	5.0377
	Caso II.3	288	15	0.3000	1	320	8.3400%	9.6572%	4.6045
	Caso II.4	288	25	0.3000	1	320	8.4874%	9.0927%	4.2912
	(*) Caso II.5	288	30	0.3000	1	320	8.5755%	8.8496%	4.1597
Diametro goccia [m]	(*) Caso II.6	288	30	0.3000	1	320	8.5755%	8.8496%	4.1597
	Caso II.7	288	30	0.3000	1.5	320	5.2412%	3.6569%	2.6985
	Caso II.8	288	30	0.3000	2	320	3.6905%	2.0061%	2.0444
	Caso II.9	288	30	0.3000	2.5	320	2.7776%	1.2975%	1.7346
	Caso II.10	288	30	0.3000	3	320	8.5755%	0.9165%	1.5298
Coeff. di Diffusione [cm ² s ⁻¹]	Caso II.11	288	30	0.2000	1	320	7.4287%	7.6981%	4.1501
	Caso II.12	288	30	0.2250	1	320	7.7431%	8.0237%	4.1527
	Caso II.13	288	30	0.2500	1	320	8.0301%	8.3221%	4.1550
	Caso II.14	288	30	0.2750	1	320	8.2925%	8.5954%	4.1572
	(*) Caso II.15	288	30	0.3000	1	320	8.5755%	8.8496%	4.1597
Temperatura [K]	Caso II.16	288	30	0.3000	1	300	6.1574%	6.5243%	4.2914
	Caso II.17	288	30	0.3000	1	305	6.7168%	7.0826%	4.2567
	Caso II.18	288	30	0.3000	1	310	7.3015%	7.6578%	4.2232
	Caso II.19	288	30	0.3000	1	315	7.9084%	8.2470%	4.1907
	(*) Caso II.20	288	30	0.3000	1	320	8.5755%	8.8496%	4.1597

Tabella II.3.1 Prospetto dei risultati delle simulazioni parametriche (a parità di tempo di simulazione e a parità di distanza percorsa dal punto di iniezione). Il simbolo (*) indica i casi ripetuti.

Appendice II

Si è inoltre fissato un target spaziale, ovvero un traguardo posto alla distanza fissa di 20 m dal punto di iniezione in cui viene calcolato il rateo di evaporazione in massa, sempre secondo l'equazione (II.2.12).

La discrepanza tra i dati a confronto è calcolata con la seguente formula:

$$\delta = E_1 - E_0 \quad (\text{II.3.1})$$

ove con E_0 è indicato il rateo di evaporazione in massa del caso esaminato, e E_1 rappresenta il rateo di evaporazione in massa del caso a confronto.

Il moto delle gocce è fondamentalmente di tipo turbolento, in quanto il valore di Re_p è dell'ordine di 10^3 . Le uniche eccezioni riguardano i casi con velocità iniziale più bassa ($1 [m s^{-1}]$ e $5 [m s^{-1}]$) in quanto Re_p risulta minore di 500.

Parametro		Caso	Asse x [m]	Asse y [m]	Asse z [m]
Velocità [m s ⁻¹]		Caso II.1	25	0.1000	0.1000
		Caso II.2	25	0.1000	0.1000
		Caso II.3	25	0.1000	0.1000
		Caso II.4	25	0.1000	0.1000
		Caso II.5	25	0.1000	0.1000
Diametro goccia [mm]	(*)	Caso II.6	25	0.1000	0.1000
		Caso II.7	30	0.1000	0.1000
		Caso II.8	35	0.1000	0.1000
		Caso II.9	40	0.1000	0.1000
		Caso II.10	45	0.1000	0.1000
Coefficiente di Diffusione [cm ² s ⁻¹]		Caso II.11	25	0.1000	0.1000
		Caso II.12	25	0.1000	0.1000
		Caso II.13	25	0.1000	0.1000
		Caso II.14	25	0.1000	0.1000
	(*)	Caso II.15	25	0.1000	0.1000
Temperatura [K]		Caso II.16	25	0.1000	0.1000
		Caso II.17	25	0.1000	0.1000
		Caso II.18	25	0.1000	0.1000
		Caso II.19	25	0.1000	0.1000
	(*)	Caso II.20	25	0.1000	0.1000

Tabella II.3.2. Dimensioni geometriche dei domini di calcolo. Il simbolo (*) indica i casi ripetuti.

II.3.2 Analisi dei risultati

L'effetto della variazione della velocità sul rateo di evaporazione, seguendo l'approccio al confronto sui dati a fine simulazione, si evince confrontando i risultati ottenuti nei casi tra Caso 1 e Caso II.5 (Figura II.3.1). Minore è la velocità, più bassa risulta la massa dell'evaporato. In particolare si passa da un rateo di evaporazione percentuale di 7.8116% nel Caso II.1 ad uno di 8.5755% nel Caso II.5. La variazione del rateo di evaporazione percentuale al variare della velocità assume un andamento di tipo logaritmico. In base all'applicazione del metodo dei minimi quadrati, la curva passante per i punti in figura, può essere interpolata con una funzione: $y = 0.0022\text{Ln}(x) + 0.0777$ (Figura II.3.1).

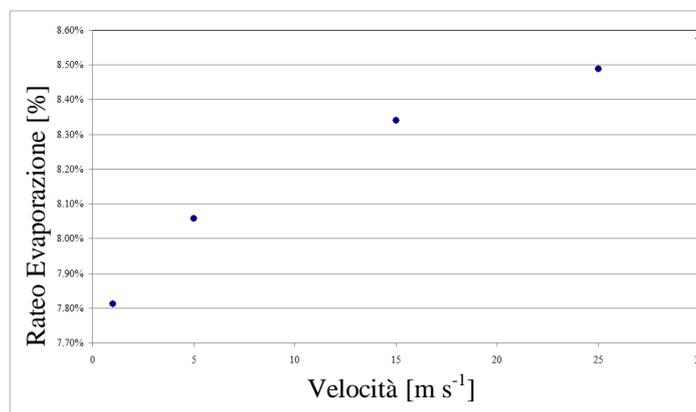


Figura II.3.1. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del parametro velocità per $t = 4$ s.

Dal punto di vista fisico tale risultato si interpreta alla luce del chiaro effetto, spesso trascurato, della forza di attrito tra goccia ed aria, che da un lato agisce localmente sul film ideale di vapore che “ricopre” la goccia (incrementandone il ricambio per effetto della variazione di gradiente); dall'altro sulla dinamica del fenomeno incrementando l'evaporazione per la conversione di lavoro in calore nonché il trasporto convettivo di calore: l'aumento di velocità infatti determina un aumento della forza d'attrito ed un aumento del coefficiente di convezione, sebbene l'aumento di quest'ultimo sia da ritenersi, a parità di coefficiente di diffusione, di ordine di grandezza inferiore rispetto alla conversione del lavoro in calore dell'attrito.

Il grafico riportato in Figura II.3.2 mette in luce come a parità di spazio percorso, una goccia che viaggia più lentamente (Caso II.1, velocità goccia = 1 m s^{-1}) evapori maggiormente, poiché il tempo impiegato per percorrere la medesima distanza è maggiore rispetto a gocce iniettate nel dominio di calcolo a velocità iniziale maggiore e quindi maggiore risulta l'incremento di temperatura dell'acqua

Appendice II

della goccia “lenta” rispetto a quella “veloce”. Ciò peraltro evidenzia la sovrapposizione tra gli effetti di temperatura ed attrito dell'aria.

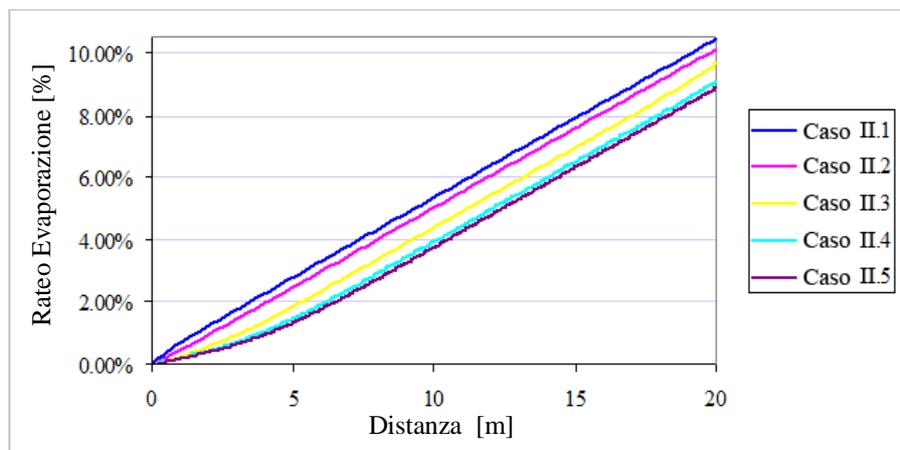


Figura II.3.2. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: velocità iniziale della goccia).

Nei primi metri di volo, soprattutto per velocità iniziale di iniezione maggiore, si nota un andamento parabolico dell'evaporazione che segnala una perdita di capacità evaporativa dovuta alla ridotta (temporalmente) interazione termica tra aria e goccia, non compensata da un maggior effetto dinamico (accresciuto attrito): cioè il maggior attrito agente sulla goccia non compensa il minor flusso termico convettivo entrante nella goccia a causa del minor tempo trascorso (goccia più veloce = minor tempo per percorrere lo stesso spazio rispetto a goccia più lenta). Durante i primi metri quindi la particella “veloce” subisce in misura proporzionalmente maggiore l'effetto dell'attrito piuttosto che non della temperatura, ma il primo non riesce a compensare il secondo. Il rallentamento della goccia nei metri successivi mitiga questo effetto riportando l'evaporazione ad un trend lineare, sebbene con intercetta inferiore rispetto a quella relativa a gocce più lente. Quindi: a parità di ogni altra condizione di sistema, gocce più veloci evaporano meno di gocce più lente e quindi meno acqua viene sprecata.

L'andamento iniziale parabolico del rateo di evaporazione in massa in funzione della velocità non è apprezzabile nel Caso II.1 (velocità goccia $v_p = 1 \text{ m s}^{-1}$) e nel Caso II.2 (velocità goccia $v_p = 5 \text{ m s}^{-1}$), con fenomeno prettamente diffusivo.

Dal grafico di Figura II.3.3 emerge che a parità di tempo trascorso in volo, una goccia più veloce evapora maggiormente (e più velocemente nei primi istanti di volo), a causa dell'azione della forza di attrito (che è proporzionale al quadrato della velocità).

Appendice II

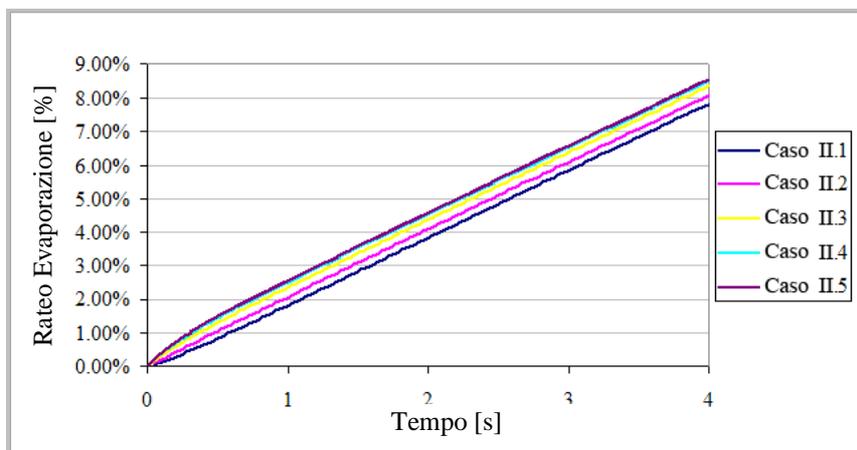


Figura II.3.3. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: velocità iniziale della goccia).

Considerando il Caso II.4 ($v_p = 25 \text{ m s}^{-1}$) e Caso II.5 ($v_p = 30 \text{ m s}^{-1}$), nei primi istanti di volo il rateo di evaporazione presenta un andamento non lineare rispetto al tempo, proprio in virtù della dipendenza quadratica della forza di attrito dalla velocità: è in questi primi istanti che l'attrito fa sentire maggiormente i suoi effetti. Procedendo nel tempo la goccia rallenta progressivamente, e come dimostrano le curve in Figura II.3.3, l'iniziale andamento non lineare tende a diventare rettilineo pur su trend ad intercetta più elevata. Questo comportamento è dovuto alla tendenza del sistema verso un "equilibrio" tra dinamica del fenomeno termo-diffusivo (che regola l'evaporazione all'interfaccia), fluidodinamica (da cui dipende il coefficiente di convezione) e dinamica (azione meccanica dell'attrito all'interfaccia liquido-gas).

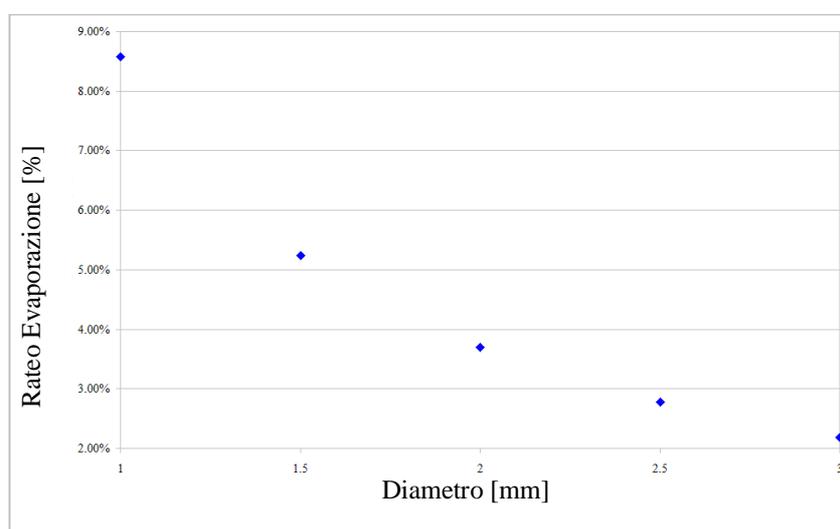


Figura II.3.4. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del diametro di goccia per $t = 4 \text{ s}$.

Appendice II

L'effetto della variazione del diametro della goccia sul rateo di evaporazione, seguendo l'approccio al confronto sui dati a fine simulazione, si evince confrontando i risultati ottenuti in Caso II.6-Caso II.10 (Figura II.3.4). Maggiore è il diametro, più bassa risulta la massa dell'evaporato. La riduzione del rateo di evaporazione percentuale al crescere del diametro della goccia assume un andamento di tipo esponenziale. In base all'applicazione del metodo dei minimi quadrati, la curva passante per i punti in figura può essere interpolata con una funzione: $y = 0.0864 x^{-1.2414}$, e passa dal 8.5755% (Caso II.6) per la goccia da 1 mm, al 2.1841% nel caso di goccia da 3 mm (Caso II.10). Infatti, come si vede dal grafico di Figura II.3.4, al crescere del parametro dimensionale della goccia si ha una riduzione del rateo di evaporazione, in conseguenza della maggior massa.

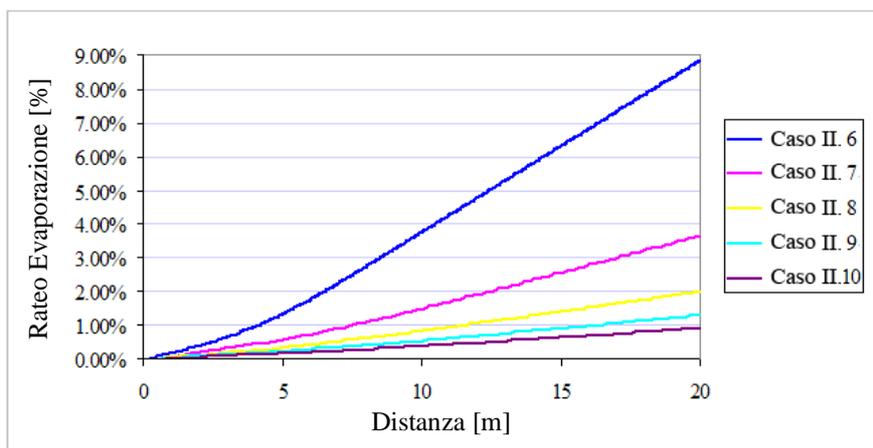


Figura II.3.5. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: diametro iniziale della goccia).

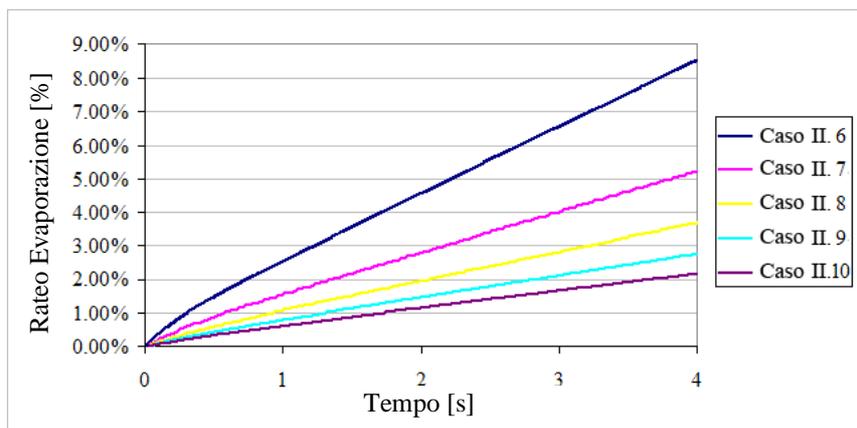


Figura II.3.6. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: diametro iniziale della goccia).

Appendice II

Su una goccia di diametro inferiore, infatti, il raggiungimento dell'equilibrio termico con l'aria è più veloce a causa della minore inerzia termica.

La Figura II.3.5 mostra l'andamento del rateo di evaporazione percentuale in massa in funzione della distanza percorsa dalla goccia fino ad incontrare il traguardo posto a 20 m dal punto di iniezione. Come si vede chiaramente la goccia con diametro minore, (1 mm, Caso II.6) ha un rateo di evaporazione maggiore rispetto al caso con goccia di diametro 3 mm (Caso II.10), sia a causa della minor massa (ovvero inerzia termica) sia per il maggior tempo di volo (4.1597 s, Tabella II.3.2).

Anche l'esame della Figura II.3.6 evidenzia che un maggior diametro, ovvero la maggiore inerzia termica, inibiscono fortemente il fenomeno evaporativo. Si ritrova quindi il medesimo andamento di Figura II.3.5 che mostra l'andamento del rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa.

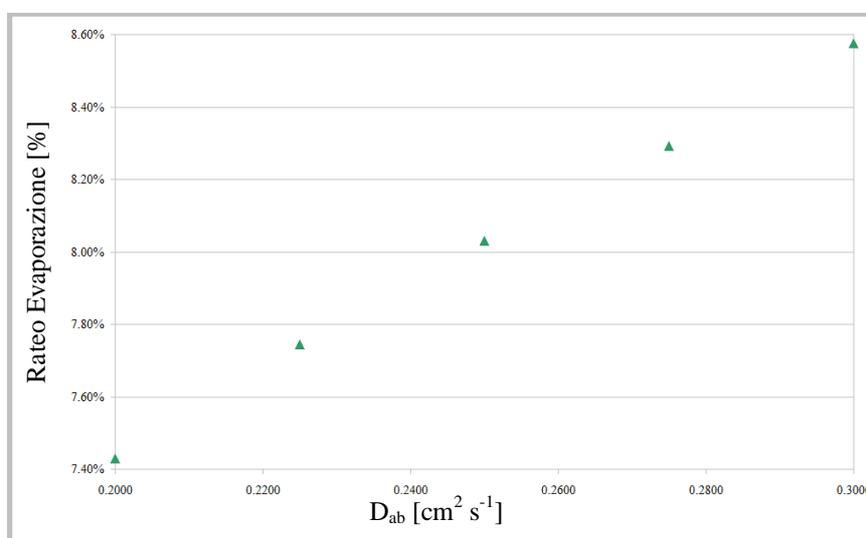


Figura II.3.7. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del parametro Coefficiente di diffusione per $t = 4$ s.

L'effetto della variazione del coefficiente di diffusione del vapore nell'aria sul rateo di evaporazione, seguendo l'approccio al confronto sui dati a fine simulazione, si evince confrontando i risultati ottenuti nei casi da Caso II.11 a Caso II.15 (Figura II.3.7). Al crescere del coefficiente di diffusione dell'aria si ha un aumento dell'evaporazione, in quanto cresce il contributo del termine diffusivo: si passa infatti da un rateo di evaporazione pari a 7.4287% (Caso II.11, $D_{ab} = 0.200 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$), ad un valore di 8.5755% (Caso II.15, $D_{ab} = 0.300 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$).

La variazione del rateo di evaporazione percentuale al variare del coefficiente di diffusione ha un andamento di tipo lineare. In base all'applicazione del metodo dei minimi quadrati, la curva

Appendice II

passante per i punti in figura può essere interpolata con la retta di equazione: $y = 0.1137 x + 0.0517$, in conseguenza della legge di Fick (il coefficiente è mantenuto costante e non variabile con la temperatura, dati i bassi gradienti di concentrazione del vapore all'interfaccia liquido-gas, caratteristici del fenomeno considerato).

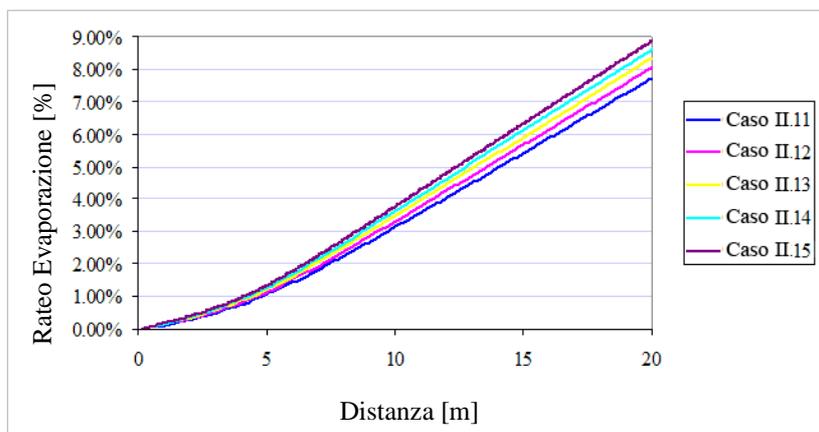
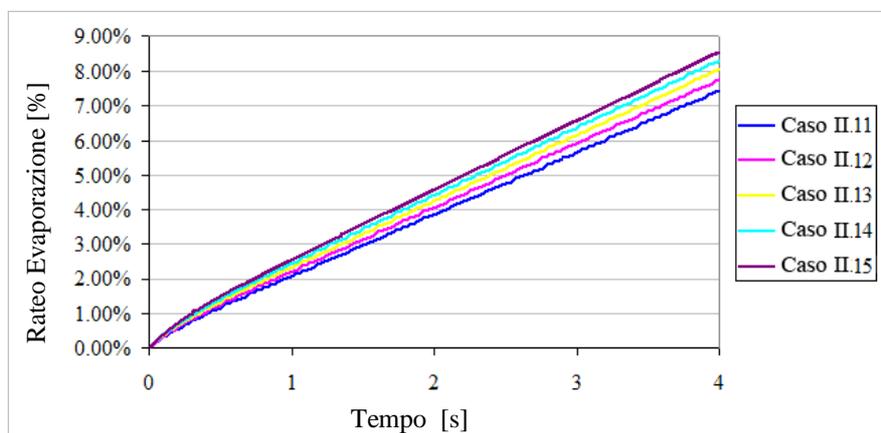


Figura II.3.8. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: coefficiente di diffusione).

Il grafico presentato in Figura II.3.8 evidenzia come a parità di distanza percorsa si abbia un aumento del rateo di evaporazione in massa al crescere del valore del coefficiente di diffusione. Tale andamento è spiegato dalla maggior “richiesta” di nuovo vapore all'interfaccia tra le fasi (aria-acqua) a spese della fase liquida. Le curve in Figura II.3.8 sono tra loro molto vicine, soprattutto nei primi metri di percorso: dal punto di vista meccanico si ha quindi un rallentamento (conseguenza dell'attrito dell'aria) pressoché simile. A distanze dal punto di iniezione più elevate le curve tendono a discostarsi, a causa dell'effetto cumulato del maggior valore di coefficiente di diffusione.



Appendice II

Figura II.3.9. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: coefficiente di diffusione del vapore in aria).

Il grafico di Figura II.3.9 dimostra la rilevanza del coefficiente di diffusione rispetto ad una casistica di simulazioni traggurate nel tempo. Dall'esame del grafico si evince che maggiore è il coefficiente di diffusione, maggiore sarà l'evaporazione, in quanto questa è un fenomeno diffusivo (limitatamente ai casi qui trattati e caratterizzati da bassi gradienti di concentrazione all'interfaccia). Anche in questo caso si evidenzia un iniziale andamento non lineare del rateo di evaporazione, a causa dell'effetto (inizialmente) più marcato dell'attrito: tale effetto viene poi mitigato visto il progressivo rallentamento della goccia e la naturale tendenza del sistema ad un "equilibrio" tra dinamica del fenomeno termo-diffusivo e dinamico.

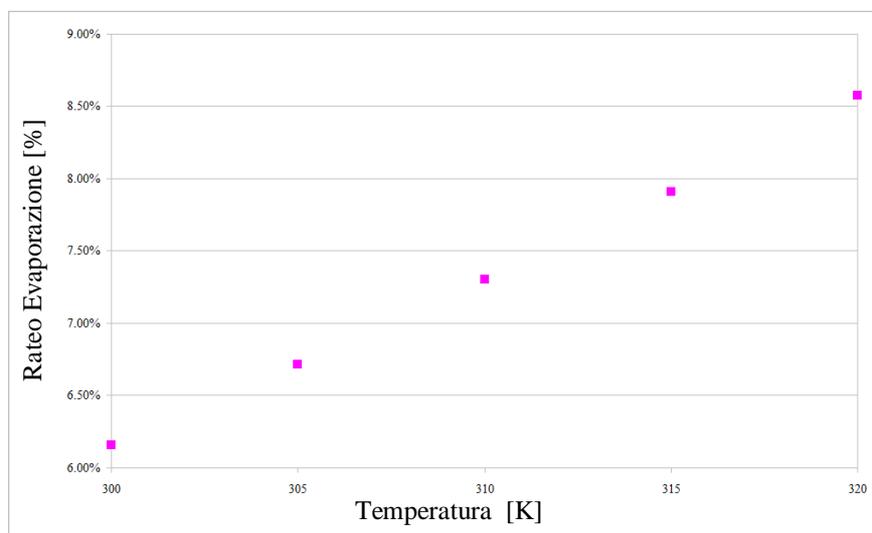


Figura II.3.10. Rateo di evaporazione in funzione della variazione del parametro Temperatura per $t = 4$ s.

La Figura II.3.10 mostra l'effetto della variazione della temperatura dell'aria sul rateo di evaporazione (ovvero del salto termico tra aria ed acqua), seguendo l'approccio al confronto sui dati a fine simulazione, confrontando i risultati ottenuti nei casi da Caso II.16 a Caso II.20 (Figura II.3.10, Figura II.3.11, Figura II.3.12). Al crescere della temperatura dell'aria (salto termico aria-acqua) l'evaporazione è favorita, in quanto aumenta il contributo convettivo: si passa infatti da un rateo di evaporazione pari a 6.1574% (Caso II.16, $T_{\text{aria}} = 300$ K), ad un valore di 8.5755% (Caso II.20, $T_{\text{aria}} = 320$ K). L'andamento del rateo di evaporazione con la temperatura è di tipo lineare. In base all'applicazione del metodo dei minimi quadrati, la curva passante per i punti in figura può essere interpolata con retta di equazione: $y = 0.0012 x - 0.3004$). In questo caso variando il salto termico tra aria ed acqua si evince il suo ruolo (della temperatura) nel fenomeno evaporativo

xx

Appendice II

studiato: siamo infatti a parità di tutte le altre condizioni (velocità, coefficiente di diffusione, diametro della goccia). Nel caso di variazione del parametro velocità, l'incremento del processo convettivo è, come visto in precedenza, trascurabile rispetto a quello dovuto all'attrito, in quanto la velocità agisce solo (e limitatamente) sul coefficiente di convezione; nel caso invece di variazione del parametro temperatura (a parità di tutte le altre condizioni) i risultati ottenuti e presentati nel grafico di Figura II.3.10 dimostrano chiaramente il legame tra aumento di temperatura dell'aria ed incremento del fenomeno convettivo, in quanto la variazione di temperatura agisce linearmente sull'intero flusso termico trasmesso. La convezione è infatti un fenomeno che dipende dalla temperatura e dalla velocità, una volta fissate le caratteristiche geometriche e fisiche del problema. Una differenza di temperatura di 20 K nell'aria comporta infatti una crescita del rateo di evaporazione, che passa da 6.1574% (Caso II.18, $T_{\text{aria}} = 300 \text{ K}$) a 8.5755% (Caso II.20, $T_{\text{aria}} = 320 \text{ K}$). La Figura II.3.11 mostra l'andamento del rateo di evaporazione in massa in funzione della distanza percorsa dalla goccia fino ad incontrare il traguardo posto a 20 m dal punto di iniezione. Come si vede il minor salto termico tra aria e goccia (Caso II.16, $T_{\text{aria}} = 300 \text{ K}$) ha un rateo di evaporazione inferiore, a causa della minor "richiesta" di fase vapore all'interfaccia. Inoltre analizzando i tempi di volo necessari per raggiungere il target posto a 20 m dal punto di iniezione della goccia nel dominio di calcolo, si vede come essi varino abbastanza apprezzabilmente, passando da un massimo di 4.2914 s (Caso II.16) ad un minimo di 4.1597 s relativo a Caso II:20 (Tabella II.3.1).

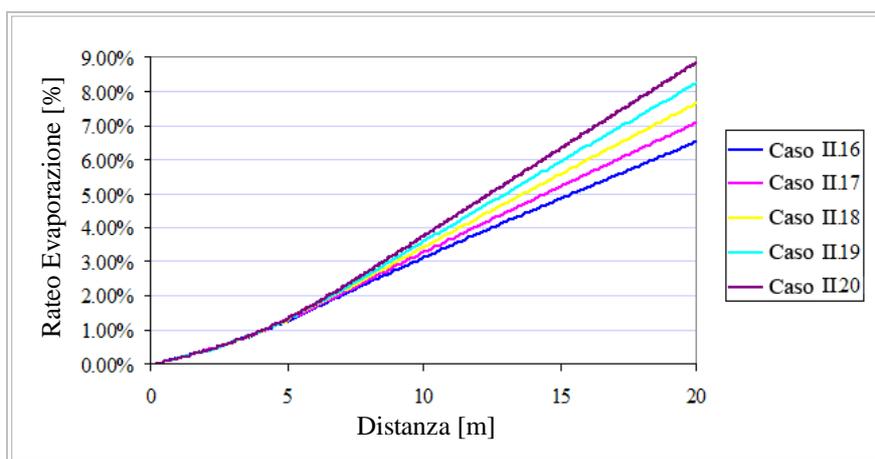


Figura II.3.11. Rateo di evaporazione in funzione della distanza percorsa dalla goccia durante il suo volo (parametro: temperatura dell'aria).

Appendice II

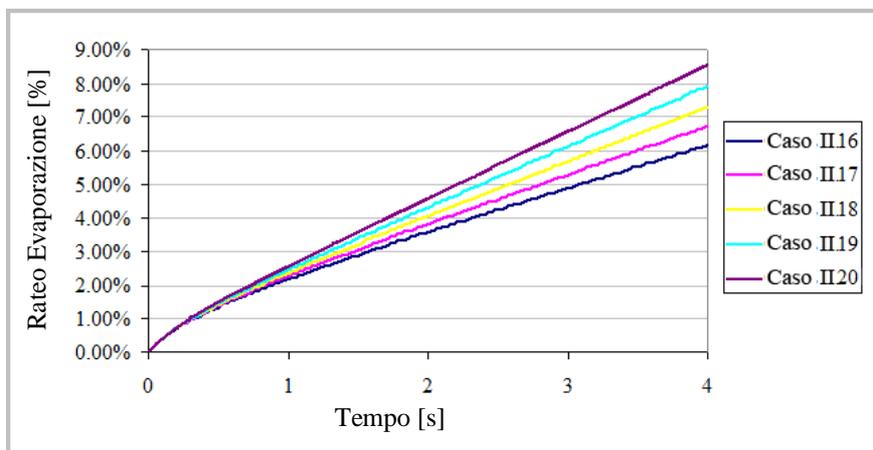


Figura II.3.12. Rateo di evaporazione in funzione del tempo di simulazione (parametro: temperatura dell'aria).

La Figura II.3.12 riporta i risultati ottenuti monitorando il rateo di evaporazione nel tempo e traguardando le simulazioni al tempo $t = 4$ s. Il grafico dimostra come nei primi istanti di osservazione si abbiano andamenti del rateo di evaporazione pressoché identici per tutti i casi qui in esame, che poi divergono, via via che il fenomeno procede, a causa dell'effetto cumulato dell'incremento di temperatura. Analoga valutazione per commentare la Figura II.3.11 che mostra l'evolversi dell'evaporazione nello spazio al variare del parametro temperatura.

II.3.3 Effetto del coefficiente di diffusione: geometrie dei domini di calcolo e metodologia

Ulteriore upgrade delle simulazioni è stato realizzato agendo sul valore del coefficiente di diffusione. In particolare sono state desunte da letteratura una serie di correlazioni, derivanti dalla teoria cinetica dei gas e dall'esperienza ([56], [58], [59]). Tali formule implicano la dipendenza non lineare del coefficiente di diffusione dalla temperatura della fase continua (Aria) e da altri parametri molecolari, quali i potenziali di Lennard-Jones ed i pesi molecolari delle sostanze coinvolte.

In STAR-CCM+ l'evaporazione non satura è collegata al calcolo di un parametro $g^*[kg\ m^{-2}\ s^{-1}]$, denominato numero di trasferimento di massa:

$$g^* = \rho \cdot D_{ab} \cdot \left(\frac{Sh_p}{d_p} \right) \quad (II.3.2)$$

Appendice II

da cui si deduce chiaramente la natura diffusiva del fenomeno, e di conseguenza l'importanza del valore del coefficiente di diffusione $D_{ab} [m^2 s^{-1}]$.

Per tutte le seguenti simulazioni sono stati adottati le seguenti ipotesi:

- ✓ angolazione del getto rispetto al terreno di -90°
- ✓ velocità iniziale pari a $24.07 [m s^{-1}]$ ([22])
- ✓ temperatura della goccia pari a $288 K$
- ✓ densità dell'acqua pari a $997.561 [kg m^{-3}]$
- ✓ peso molecolare acqua pari a $18.02 [g mol^{-1}]$
- ✓ diffusione di volume dell'acqua pari a $20.1 [cm^3]$

- ✓ potenziale di Lennard-Jones dell'acqua (σ) pari a $2.6421 [\overset{\circ}{\text{Å}}]$
- ✓ peso molecolare dell'aria pari a $28.9664 [g mol^{-1}]$
- ✓ diffusione di volume dell'aria pari a $12.7 [cm^3]$

- ✓ potenziale di Lennard-Jones dell'aria (σ) pari a $3.711 [\overset{\circ}{\text{Å}}]$
- ✓ pressione di saturazione calcolata secondo la legge di Antoine (eq. II.2.11)
- ✓ forza di gravità e di attrito agenti sulla stessa direttrice (asse y) in verso opposto (positivo per la forza di gravità e negativo per l'attrito). La forza di gravità ha perciò le seguenti componenti spaziali: (0.00, 9.81, 0.00).

I parametri di riferimento per le proprietà fisiche di aria ed acqua sono state prese dalla libreria di STAR-CCM+.

Sono stati esaminati casi in cui la goccia ha un diametro di iniziale di 3 mm e di 1 mm ([22]-[25]).

I parametri fisici di riferimento per aria e acqua sono stati presi dalla libreria di STAR-CCM+, e con tali valori sono stati calcolati i coefficienti di diffusione ($D_{ab}[m^2 s^{-1}]$), applicando le diverse formulazioni espresse nell'introduzione.

Le tre dimensioni del dominio sono state calcolate applicando la seconda legge della dinamica e ricavando l'equazione della traiettoria ([22]-[25]). Nel particolare caso in esame essendo allo studio la semplice caduta della goccia sotto l'azione della forza di gravità, l'altezza e la profondità sono state dimensionate scegliendo un valore tale per cui le pareti esterne del dominio di calcolo fossero abbastanza lontane da non poter influenzare con la loro presenza l'evaporazione.

In base al valore di velocità, all'inclinazione del getto ed al diametro iniziale della goccia (3 mm o 1 mm) si sono quindi determinati due domini geometrici parallelepipedi aventi le seguenti dimensioni:

Appendice II

Dimensioni Dominio		
Diametro 3 mm	Altezza [mm] – Asse Y	100
	Profondità [mm] – Asse Z	100
	Larghezza massima[mm] – Asse X	45000
Diametro 1 mm	Altezza [mm] – Asse Y	100
	Profondità [mm] – Asse Z	100
	Larghezza massima[mm] – Asse X	25000

Tabella II.3.3. Dimensioni dei domini di calcolo.

La mesh utilizzata è di tipo “TRIM” (in sostanza il dominio è discretizzato da una maglia regolare i cui elementi volumetrici sono esaedrici);

Si sono quindi determinati i parametri temporali necessari al settaggio del calcolo non stazionario ed i criteri di termine della simulazione. Il valore del time-step è stato calcolato considerando la velocità iniziale della goccia e la dimensione caratteristica della cella di calcolo. Il parametro “Maximum Physical Time” è stato ricavato a partire dagli studi in ([22]-[25]).

L'integrale di diffusione volumetrica Ω_d [-] è stato ricavato dalla formula di Neufield ([65]):

$$\Omega_d = \frac{A}{(T^*)^B} + \frac{C}{\exp(DT^*)} + \frac{E}{\exp(FT^*)} + \frac{G}{\exp(HT^*)} \quad (\text{II.3.3})$$

ove:

A = 1.06036; B = 0.15610; C = 0.19300; D = 0.47635; E = 1.03587; F = 1.52996; G = 1.76474; H =

3.89411; $T^* = kT / \varepsilon_{ab}$ (con k [$J K^{-1}$] costante di Boltzman, T [K] temperatura ed $\varepsilon_{ab} = \sqrt{\varepsilon_a \cdot \varepsilon_b}$ [J]

energia di Lennard-Jones delle sostanze). Il rateo di evaporazione è calcolato secondo l'eq.(II.2.12).

Il moto della goccia risulta essere turbolento in quanto Re_p è compreso tra 4480.26 e 4114.70 per la goccia di diametro di 3 mm, mentre risulta compreso tra 1193.42 e 1371.57 per la goccia del diametro di 1 mm.

Appendice II

Diametro	Caso	Velocità [m s ⁻¹]	D _{ab} [cm ² s ⁻¹]	T _{aria} [K]	T _{acqua} [K]	Δm% @ 4 s
3 [mm]	Caso 21	24.07	0.2420	305	288	1.7743%
	Caso 22	24.07	0.2420	310	288	1.8414%
	Caso 23	24.07	0.2420	320	288	1.9420%
	Caso 24	24.07	0.2920	305	288	1.9210%
	Caso 25	24.07	0.2920	310	288	1.9920%
	Caso 26	24.07	0.2920	320	288	2.1730%
	Caso 27	24.07	0.1830	305	288	1.4916%
	Caso 28	24.07	0.1885	310	288	1.5481%
	Caso 29	24.07	0.2202	320	288	1.7760%
	Caso 30	24.07	0.2264	305	288	1.7730%
	Caso 31	24.07	0.2337	310	288	1.8047%
	Caso 32	24.07	0.2486	320	288	2.0040%
	Caso 33	24.07	0.2506	305	288	1.8047%
	Caso 34	24.07	0.2584	310	288	1.8541%
	Caso 35	24.07	0.2742	320	288	2.1000%
1 [mm]	Caso 36	24.07	0.2420	305	288	6.1490%
	Caso 37	24.07	0.2420	310	288	6.7238%
	Caso 38	24.07	0.2420	320	288	7.8840%
	Caso 39	24.07	0.2920	305	288	6.6070%
	Caso 40	24.07	0.2920	310	288	7.1833%
	Caso 41	24.07	0.2920	320	288	8.4029%
	Caso 42	24.07	0.1830	305	288	5.4985%
	Caso 43	24.07	0.1885	310	288	6.0576%
	Caso 44	24.07	0.2016	320	288	7.3958%
	Caso 45	24.07	0.2264	305	288	5.9906%
	Caso 46	24.07	0.2337	310	288	6.5879%
	Caso 47	24.07	0.2486	320	288	7.9587%
	Caso 48	24.07	0.2506	305	288	6.2337%
	Caso 49	24.07	0.2584	310	288	6.8406%
	Caso 50	24.07	0.2742	320	288	8.2260%

Tabella II.3.4. Prospetto dei risultati delle simulazioni con coefficiente di diffusione funzione della temperatura.

II.3.4 Analisi dei risultati: casi con coefficiente di diffusione funzione della temperatura.

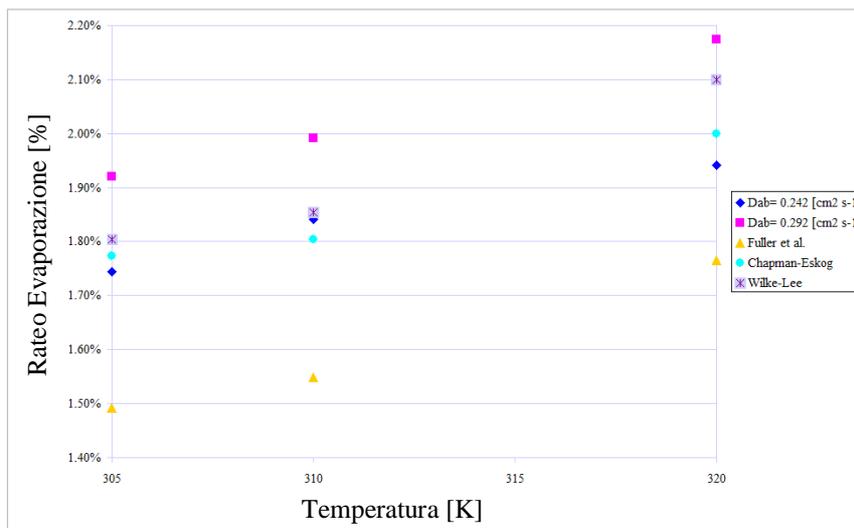


Figura II.3.13. Andamento del rateo di evaporazione in funzione della temperatura (velocità goccia = 24.07 m s^{-1} , diametro 3 mm) per differenti valori del coefficiente di diffusione.

La Figura II.3.13 mostra il quadro d'insieme dei risultati nei casi in cui il diametro della goccia è di 3 mm ed il coefficiente di diffusione che varia con la temperatura. Dall'esame della figura si vede come un maggior coefficiente di diffusione determini ratei di evaporazione più elevati, in virtù del fatto che il vapore con la sua maggiore capacità di allontanarsi dall'interfaccia richiede la formazione di nuovo vapore a spese del liquido e quindi la goccia tende ad evaporare di più.

Per quanto concerne i risultati ottenuti con una goccia di 1 mm di diametro si nota lo stesso andamento del fenomeno osservato con gocce più grandi (diametro 3 mm).

L'evaporazione è una funzione complessa della temperatura, del diametro della goccia, della velocità e della attitudine alla diffusione. La prima osservazione che si può fare è che per particelle con diametro di 1 mm, il più piccolo qui considerato, si ha un maggior rateo di evaporazione, dovuto alla proporzionalità del fenomeno evaporativo con il parametro g^* (eq.(II.3.2)) alla minor inerzia termica dovuta al minor volume ed in ultima analisi al maggior rapporto superficie/volume.

L'evaporazione della goccia si lega alla temperatura in modo non lineare in relazione al coefficiente di diffusione (termine analogo al coefficiente di trasmissione nella conduzione di calore) ed al termine advettivo (ovvero legato alla convezione e quindi alla velocità). Maggiore è la diffusione, maggiore sarà l'evaporazione, in quanto in analogia con la trasmissione del calore, un maggior

Appendice II

grado di diffusività corrisponde ad un “ricambio” all'interfaccia liquido-gas (aria) maggiore, ovvero ad un flusso di massa più grande.

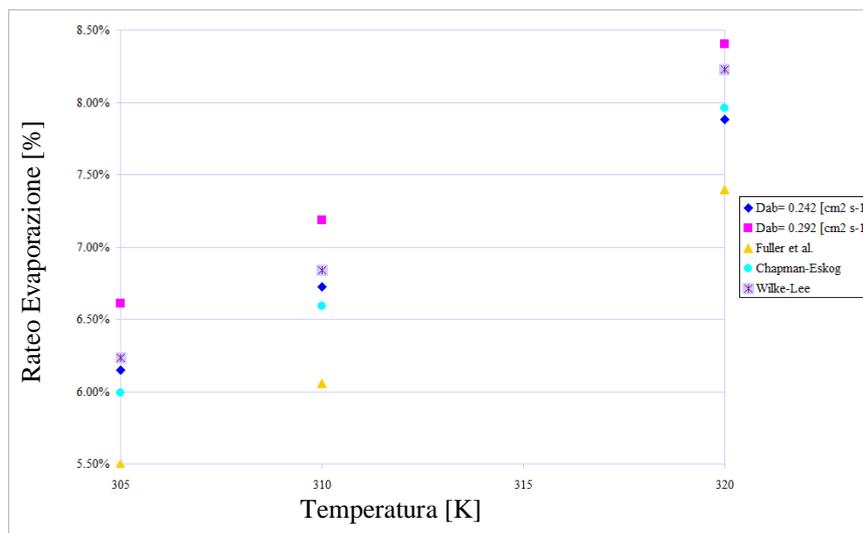


Figura II.3.14. Andamento del rateo di evaporazione in funzione della temperatura (velocità goccia = 24.07 m s^{-1} , diametro 1 mm) per differenti valori del coefficiente di diffusione.

Nei due grafici precedenti si vede chiaramente che la curva più in alto, rappresentante il rateo di evaporazione in funzione della temperatura con il maggior coefficiente di diffusione qui considerato ($D_{ab.} = 2.920 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$), determini maggiori ratei di evaporazione in massa. Come si vede i ratei di evaporazione per i casi caratterizzati da $D_{ab.} = 2.920 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ sono i maggiori riscontrati a parità di temperatura, confermando la dipendenza tra rateo di evaporazione e coefficiente di diffusione.

II.3.5 Effetto dell'umidità relativa sull'evaporazione

Uno dei parametri che influenzano l'evaporazione è certamente l'umidità dell'aria. Al fine di determinare l'impatto di questo parametro sul fenomeno evaporativo si sono simulati una serie di casi in cui si considerano gocce di diametro pari ad 1 mm. Inoltre mantengono costanti le condizioni esterne (temperatura dell'aria pari a 320 [K]), il coefficiente di diffusione (pari a $3.00 \times 10^{-5} [\text{m}^2 \text{ s}^{-1}]$) e la velocità iniziale della goccia (pari a $30 [\text{m s}^{-1}]$). La temperatura dell'acqua e la sua densità sono quantità costanti e pari rispettivamente a 288 [K] e $997.561 [\text{kg m}^{-3}]$. La pressione di saturazione è calcolata mediante la legge di Antoine (eq.(II.2.11)), mentre per la viscosità dell'aria si è adottata la legge di Sutherland (eq.(II.2.10)). L'aria è inoltre considerata un gas perfetto. I valori

Appendice II

indagati sono stati scelti per coprire un range sufficientemente ampio e rappresentativo delle realtà geografiche interessate da interventi irrigui: 0%, 10%, 20%, 50%, 70%. Le simulazioni sono state condotte tutte osservando quanto accade durante il tragitto aereo di una goccia per un tempo di osservazione pari a 4 s.

Le simulazioni sono condotte per un tempo complessivo di 4 s, al termine dei quali è stato rilevato il rateo di evaporazione, calcolato secondo eq.(II.2.12).

Il moto della goccia risulta essere turbolento in tutti i casi, essendo Re_p maggiore di 500.

II.3.6 Effetto dell'umidità relativa sull'evaporazione: analisi dei risultati

I dati ottenuti (Tabella II.3.6) rivelano un andamento non atteso ad umidità relative più elevate, in relazione a dati sperimentali di riferimento. Ciò che si osserva è infatti una diminuzione del tasso di evaporazione piuttosto deciso passando dal caso con umidità relativa ambientale nulla (Caso UR_0) a quello con umidità relativa al 70% (Caso UR_70): si scende dall'8,5755% allo 0% (Figura II.3.15 e Tabella II.3.6). L'irrazionalità dei risultati legati alle prove con percentuali di umidità relative maggiori (50-70%) è senz'altro di matrice numerica, in quanto il codice utilizzato, pur tra i più evoluti disponibili sul mercato (forse il più evoluto, in quanto storicamente è stato il primo ad implementare i cambiamenti di fase) non consente “de facto” di considerare il problema alla luce di un modello fisico che contempra il reciproco scambio di energia e massa tra fase dispersa (la goccia) e la fase continua (l'aria umida). Ciò fondamentalmente per la peculiarità del modello costruito, che prevede una sola goccia in studio: laddove il modello “Two-Way Coupling” venga attivato, l'attendibilità dei calcoli risulta limitata per via della grande sproporzione tra la massa dell'acqua e dell'aria (che avrebbe reso ininfluenza l'azione della fase dispersa su quella continua) in relazione al dominio di calcolo. Si è dunque resa necessaria l'adozione del modello “One-Way Coupling”, permettendo solo alla fase continua di influenzare quella dispersa. Il problema che sorge è legato alla gestione dell'interfaccia liquido-vapore, poiché quando l'ambiente assume un livello di umidità prossimo a quello di saturazione, tipico dello strato più esterno della goccia, lo scambio di acqua (vapore) risulta essere impedito. Per tale motivo si è cercato di ovviare al problema costruendo, per questo caso, un modello modificato, che prevede l'inclusione della modalità “Two-Way Coupling”, ma in cui sono studiate più gocce immesse da un certo numero di iniettori: si è cercato quindi di iniettare un sufficiente numero di gocce così da ottenere una massa di acqua evaporata di un ordine maggiore rispetto al “rumore numerico” sempre presente nelle simulazioni a calcolatore.

Appendice II

	Caso	v_p [m s ⁻¹]	D_{ab} [cm ² s ⁻¹]	d [mm]	UR [%]	T _{aria} [K]	T _{acqua} [K]	$\Delta m\%$ [%]
Umidità Relativa [%]	Caso UR_0	30	0.3000	1	0	320	288	8.5755%
	Caso UR_10	30	0.3000	1	10	320	288	6.2478%
	Caso UR_20	30	0.3000	1	20	320	288	4.3411%
	Caso UR_50	30	0.3000	1	50	320	288	0.4668%
	Caso UR_70	30	0.3000	1	70	320	288	0.0000%

Tabella II.3.5. Prospetto dei risultati ottenuti con aria umida in percentuale variabile.

L'adozione di tale modellizzazione ha tuttavia riprodotto gli stessi "guai numerici" prima rilevati: il problema di un'evaporazione troppo ridotta rispetto a quella attesa. Si può quindi ragionevolmente supporre che i risultati relativi a queste prove in appendice mettano in luce una effettiva lacuna nel codice di calcolo. Probabilmente l'irrazionalità dei risultati è legata alla presenza di oggetti informatici denominati "limiters" inseriti dal programmatore nel codice sorgente di STAR-CCM+, che non possono essere disattivati o modificati dall'utente. Questi "limiters" sono inseriti nei codici di simulazione al fine di dare robustezza al codice evitando la divergenza della soluzione ed un'eccessiva diffusione numerica. In tal senso l'unità di ricerca si è lungamente confrontata con il servizio tecnico a supporto degli utenti del codice ma il non accesso ai codici sorgente non ha consentito di "ribaltare la situazione". Si può comunque concludere che i risultati relativi alle umidità ambientali dello 0%, 10% e 20% sono ragionevoli pur se perfettibili, poiché mostrano un soddisfacente accordo con i dati di riferimento presenti in letteratura ([22], [26], [27]).

	Caso	Asse x (m)	Asse y (m)	Asse z (m)
Umidità Relativa [%]	Caso UR_0	25	0.1000	0.1000
	Caso UR_10	25	0.1000	0.1000
	Caso UR_20	25	0.1000	0.1000
	Caso UR_50	25	0.1000	0.1000
	Caso UR_70	25	0.1000	0.1000

Tabella II.3.6. Dimensioni dei domini di calcolo.

Appendice II

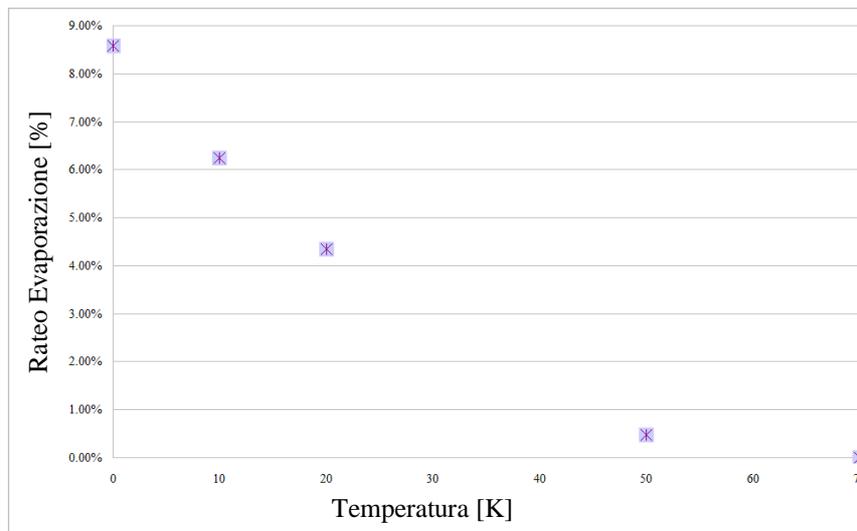


Figura II.3.15. Andamento del rateo di evaporazione in funzione dell'umidità relativa dell'aria esterna.

II.3.7 Conclusioni

Le simulazioni effettuate mettono in luce che l'evaporazione di una goccia in aria dipende certamente da:

- ✓ velocità (iniziale) della goccia;
- ✓ diametro della goccia;
- ✓ temperatura dell'aria (o meglio gradiente termico tra aria e acqua);
- ✓ coefficiente di diffusione;
- ✓ umidità relativa dell'aria.

Le simulazioni effettuate con il codice STAR-CCM+ hanno dimostrato la dipendenza del fenomeno evaporativo dalla forza di attrito, come precedentemente dimostrato negli studi di Lorenzini ([22], [36], [37]) e Lorenzini and De Wrachien ([23]-[25]). La velocità è direttamente collegata alla forza di attrito che si esercita sulla goccia in conseguenza del suo movimento nel mezzo aria. I risultati ottenuti per la velocità, rappresentano quindi in modo piuttosto diretto, l'effetto dell'attrito ed il suo ruolo giocato nel meccanismo dell'evaporazione. All'aumentare della velocità la crescita del rateo di evaporazione presenta un andamento logaritmico crescente, spiegabile con ragionamento termico (azione diretta/termica dell'attrito) e con ragionamento dinamico, considerando che lo strato ideale di vapore che ricopre la goccia tende ad assottigliarsi durante il volo, per cui è sempre presente un gradiente di concentrazione ed il vapore all'interfaccia che diffonde nell'aria è ricambiato con "nuovo" vapore proveniente dall'evaporazione della fase liquida (azione indiretta/dinamica

Appendice II

dell'attrito): tale fenomenologia tende all'equilibrio al crescere della velocità poiché il gradiente di concentrazione all'interfaccia è asintoticamente limitato al valore 1.

Il diametro della goccia influenza in maniera molto evidente il rateo di evaporazione in massa, in quanto il fenomeno evaporativo è essenzialmente governato dalla legge di Fick, cui si aggiunge, soprattutto all'inizio, il contributo della forza di attrito, che tuttavia diminuisce di intensità a causa del progressivo rallentamento della goccia e della riduzione di sezione della goccia. In senso evaporativo, l'effetto del diametro di goccia è interpretabile considerando che, a parità di materiale e stato di aggregazione, un corpo più piccolo ha minor inerzia termica di uno più grande, condizione che favorisce la sua evaporazione poiché incide sul coefficiente di diffusione del vapore in aria, parametro che determina l'evaporazione non satura, nonché sull'efficacia del processo coniugato conduttivo/convettivo. La crescita del diametro della goccia ha un effetto di soppressione nei riguardi dell'evaporazione. La ragione di tale comportamento risiede nella maggiore inerzia termica della goccia con diametro maggiore e nel diverso rapporto superficie/volume. Dai risultati ottenuti emerge chiaramente che il parametro che maggiormente influenza il fenomeno evaporativo della goccia è il suo diametro iniziale.

La temperatura dell'aria gioca a sua volta un importante ruolo. La variazione del parametro coefficiente di diffusione riveste pure un ruolo molto importante: in particolare, tra le simulazioni con minimo e massimo valore del coefficiente di diffusione qui considerati, si ottiene un aumento del rateo di evaporazione. Con il significativo aumento della velocità della goccia, l'evaporazione aumenta di una quota limitata: si confermano quindi le previsioni attese, derivate dalle considerazioni sulla relazione quadratica tra forza di attrito che interessa la goccia e velocità della stessa. L'aumento della temperatura e/o del coefficiente di diffusione esaltano invece la dinamica evaporativa, in quanto aumenta il salto termico e/o la capacità di ricambio delle molecole di acqua in fase vapore all'interfaccia a spese della fase liquida.

Il parametro temperatura influenza quindi il fenomeno evaporativo in modo evidente, e dai risultati risulta chiaro che esso costituisce, dopo il diametro il parametro di maggior influenza sull'evaporazione.

Alla luce delle considerazioni effettuate si può quindi concludere che il diametro e le proprietà termiche (temperatura e coefficiente di diffusione) hanno maggiore influenza sull'evaporazione, rispetto alla velocità (ovvero alla forza di attrito).

L'importanza del coefficiente di diffusione e della temperatura nell'evaporazione è stato quindi studiato in modo approfondito: per gocce con diametro inferiore (1 mm) la crescita del rateo di

Appendice II

evaporazione è più repentina all'aumentare della temperatura e quindi del coefficiente di diffusione. Dagli stessi grafici è possibile poi osservare che a parità di condizioni fisiche iniziali, un valore maggiore del coefficiente di diffusione tende infatti a far crescere il rateo in massa di evaporazione in modo sensibile.

L'ultimo parametro investigato è l'umidità relativa. Dai risultati ottenuti si vede come tale parametro rivesta un ruolo importante. Infatti, all'aumentare dell'umidità relativa il rateo di evaporazione, a parità di condizioni, subisce una flessione dovuta al considerando i casi per cui i ratei di evaporazione risultino in linea con quelli riscontrabili in letteratura.

In estrema sintesi, in base ai risultati ottenuti dalle simulazioni numeriche, basandosi sull'approccio al confronto sui dati a fine simulazione, si evince che l'evaporazione è favorita:

- ✓ dall'aumento della temperatura;
- ✓ dall'aumento della velocità (forza di attrito);
- ✓ dall'aumento del coefficiente di diffusione.

L'evaporazione è invece sfavorita nel caso in cui cresce:

- ✓ il diametro della goccia;
- ✓ l'umidità relativa.

Bibliografia

- [1] A.H. Lefebvre, *Atomization and Sprays*. Taylor & Francis: London, 1989.
- [2] W.A. Sirignano, *Fluid Dynamics and Transport of Droplet and Sprays*, Cambridge University Press: Cambridge, 1999.
- [3] M. Birouk, I. Gökalp, Current Status of Droplet Evaporation in Turbulent Flows, *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 32 (no. 4), pp. 408–423, 2006.
- [4] B. Abramzon, and, W.A. Sirignano, Droplet Vaporization Model for Spray Combustion Calculations, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 3, pp. 1605–1618, 1989.
- [5] M. Shusser, The Influence of Thermal Expansion Flow on Droplet Evaporation, *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 33 (no. 1), pp. 40–50, 2007.
- [6] C. Bertoli, and, M. Migliaccio, A Finite Conductivity Model for Diesel Spray Evaporation Computations, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 20 (no. 5), pp. 552–561, 1999.
- [7] S.S. Sazhin, P. A. Krutitskii, W.A. Abdelghaffar, E.M. Sazhin, S.V. Mikhalovsky, S.T. Meikle, M.R. Heikal, Transient Heating of Diesel Fuel Droplets, *International Journal of Heat Mass Transfer*, vol. 47 (no. 14-16), pp. 3327–3340, 2004.
- [8] Y.C. Chen, S.H. Sta^orner, A.R. Masri, A Detailed Experimental Investigation of well-defined, Turbulent Evaporating Spray Jets of Acetone, *International Journal of Multiphase Flow*, vol. 32 (no. 4), pp. 389–412, 2006.
- [9] M. Qureshi, and, C. Zhu, Crossflow Evaporating Sprays in Gas–Solid Flows: Effect of Aspect Ratio of Rectangular Nozzle, *Powder Technology*, vol. 166 (no. 2), pp. 60–71, 2006a.
- [10] M. Qureshi, and, C. Zhu, Gas Entrainment in an Evaporating Spray Jet. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol.49 (no. 19-20), pp. 3417–3428, 2006b.
- [11] SS. Sazhin, T., Kristyadi, W.A., Abdelghaffar, M.R., Heikal, Models for Fuel Droplet Heating and Evaporation: Comparative Analysis, *Fuel*, vol. 85 (no. 12-13), pp. 1613–1630, 2006.
- [12] G. Gogos, S. Soh, D.N. Pope, Effects of Gravity and Ambient Pressure on Liquid Fuel Droplet Evaporation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 46 (no. 2), pp. 283–296, 2003.
- [13] T.W. Park, S:K. Aggarwal, V.R. Katta, A Numerical Study of Droplet-vortex Interactions in an Evaporating Spray, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 39 (no. 11), pp. 2205–2219, 1996.

- [14] D.I. Kolaitis, D.I. Katsourinis, M.A. Founti, Droplet Evaporation Assisted by “Stabilized Cool Flames”: Scrutinizing Alternative CFD Modelling Approaches, *Seventh International Conference on CFD in the Minerals and Process Industries*, CSIRO, Melbourne, Australia, 9-11 December, 2009.
- [15] E. Babinsky, P.E. Sojka, Modeling Droplet Size Distribution, *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 28 (no. 4), pp. 303–329, 2002.
- [16] S.S. Sazhin,. Advanced Models of fuel Droplet Heating and Evaporation, *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 32, pp. 162–214, 2006.
- [17] H. Barrow, C.W. Pope, Droplet Evaporation with Reference to the Effectiveness of Watermist Cooling, *Applied Energy*, vol. 84 (no. 4), pp. 404–412, 2007.
- [18] R. Belarbi, C. Ghiaus, F. Allard, Modeling of Water Spray Evaporation: Application to Passive Cooling of Buildings, *Solar Energy*, vol. 80 (no. 12), pp. 1540–1552, 2006.
- [19] Y.C. Chen, N. Peters, G.A. Schneemann, N. Wruck, U. Renz, M.S. Mansour, The Detailed Flame Structure of Highly Stretched Turbulent Premixed Methane-Air Flames, *Combustion and Flame*, vol. 107 (no. 3), pp. 223–244, 1996.
- [20] M. Rouault, P.G. Mestayer, R. Schiestel, A Model of Evaporating Spray Droplet Dispersion, *Journal of Geophysical Research*, vol. 96 (no. C4), pp. 7181–7200, 1991.
- [21] F.V. Nurnberger, G.E. Merva, J.B. Jr. Harrington, Microenviromental Modification by Small Water Droplet Evaporation, *Journal of Applied Meteorology*, vol. 15, pp. 858–867, 1976.
- [22] G. Lorenzini, Air temperature effect on spray evaporation in sprinkler irrigation, *Irrigation and Drainage*, vol. 51, pp. 301–309, 2002.
- [23] D. De Wrachien, and, G. Lorenzini, Modeling Jet Flow and Losses in Sprinkler Irrigation: Overview and Perspective of a New Approach, *Biosystems Engineering*, vol. 94 (no. 2), pp. 297–309, 2006.
- [24] G. Lorenzini, D. De Wrachien, Phenomenological Analysis of Sprinkling Spray Evaporation: the Air Friction Effect, *Rivista di ingegneria Agraria*, (no. 4), pp. 49–54, 2003.
- [25] G. Lorenzini, D. De Wrachien, Theoretical and Experimental Analysis of Spray Flow and Evaporation in Sprinkler Irrigation, *Irrigation and Drainage Systems*, vol. 918 (no. 2), pp. 155–166, 2004.
- [26] R. J. Edling, Kinetic Energy, Evaporation and Wind Drift of Droplets from Low Pressure Irrigation Nozzle, *Transaction of the ASAE*, vol. 28 (no. 5), pp. 1543–1550, 1985.

- [27] A. L. Thompson, J. R. Gilley, J. M. Norman, A Sprinkler Water Droplet Evaporation and Plant Canopy Model: II. Model Application, *Transaction of the ASAE*, vol. 36 (no. 3), pp. 743–750, 1993.
- [28] E. Playan, S. Garrido, J.M. Faci, A., Galan, Characterizing Pivot Sprinklers using an Experimental Irrigation Machine, *Agricultural Water Management*, vol. 70 (no. 3), pp. 177–193, 2004.
- [29] J. Keller, and, R.D. Bliesner, *Sprinkler and Trickle Irrigation*, Van Nostrand Reinhold (Ed.), USA, 1990.
- [30] A.M. Moyle, P.M. Smidansky, D., Lamb, Laboratory Studies of Water Droplet Evaporation Kinetics, *Proceeding of 12th Conference on Cloud Physics, and Proceeding of 12th Conference on Atmospheric Radiation*, American Meteorological Society, 2006.
- [31] P. Carrion, J. Montero, J.M. Tarjuelo, Applying Simulation on Sprinkling Irrigation Systems Design: SIRIAS Model, *Revista Internacional de Métodos Numérico para Calculo y Diseno en Ingenieria*, vol. 17 (no. 3), pp. 347–362, 2001.
- [32] X. Qu, E.J. Davis, B.D. Swanson, Non-isothermal droplet evaporation and condensation in the near-continuum regime, *Aerosol Science*, vol. 32 (no. 11), pp. 1315–1339, 2001.
- [33] R.K. McLean, Sri Ranjan, R., Klassen, G., (2000). Spray evaporation losses from sprinkler irrigation systems. *Canadian Agricultural Engineering*, vol. 42 (no. 1), pp. 1.11.15.
- [34] L. Dzumbova, J. Schwarz, J. Smolik, Evaporation of Water Droplet in the Humid Atmosphere, *Journal of Aerosol Science*, vol. 30 (Suppl. 1), pp. S337–S338, 1999.
- [35] H.J. Yan, G. Bai, J.Q. He, Y.J. Li, Model of Droplet Dynamics and Evaporation for Sprinkler Irrigation, *Biosystems Engineering*, vol. 106 (no. 4), pp. 440–447, 2010.
- [36] G. Lorenzini, Simplified Modelling of Sprinkler Droplet Dynamics, *Biosystems Engineering*, vol. 87 (no. 1), pp. 1–11, 2004.
- [37] G. Lorenzini, Water Droplet Dynamics and Evaporation in an Irrigation Spray, *Transaction of the ASBAE*, vol. 94 (no. 2), pp 545–549, 2006.
- [38] W.A., Sirignano, Fluid Dynamics of Sprays—1992 Freeman Scholar Lecture, *Transaction of the ASME Journal of Fluids Engineering*, vol. 115 (no. 3), pp. 345–378, 1993.
- [39] G. Gouesbet, and, A. Berlemont, Eulerian and Lagrangian Approaches for Predicting the Behaviour of Discrete Particles in Turbulent Flows, *Progress in Energy and Combustion Science*, vol. 25, pp. 133–159, 1999.

- [40] M. Kulmala, T. Vesala, J. Schwarz, J. Smolik, Mass Transfer from a Drop-II. Theoretical Analysis of Temperature Dependent Mass Flux Correlation, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 38 (no. 9), pp. 1705–1708, 1995.
- [41] M. Burger, G. Rottenkolber, R. Schmehl, D. Giebert, O. Schäfer, R. Koch, S. Wittig, A Combined Eulerian and Lagrangian Method for Prediction of Evaporating Sprays, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 124 (no. 3), pp. 481–488, 2002.
- [42] J.B. Edson, S. Anquetin, P.G. Mestayer, J.F. Sini, Spray Droplet Modelling 2. An Interactive Eulerian-Lagrangian Model of Evaporating Spray Droplets, *Journal of Geophysical Research*, vol. 101 (no. C1), pp. 1279–1293, 1996.
- [43] H. Salman, M. Soteriou, Lagrangian Simulation of Evaporating Droplet Sprays, *Physics of Fluids*, vol. 16 (no. 12), pp. 4601–4622, 2004.
- [44] J.P. Beck, and, A.P. Watkins, The Droplet Number Moments Approach to Spray Modelling: The Development of Heat and Mass Transfer Sub-Models, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, vol. 24 (2), pp. 242–259, 2003.
- [45] D.W. DeBoer, Drop and Energy Characteristics of a Rotating Spray-Plate Sprinkler, *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, vol. 128 (no. 3), pp. 137–146, 2002.
- [46] de Lima, P.J.J.F. Torfs, V.P. Singh, A Mathematical Model for Evaluating the Effect of Wind on Downward-Spraying Rainfall Simulators, *Catena*, vol. 46 (no. 4), pp. 221–241, 2002.
- [47] L.A. Dombrovsky, S.S. Sazhin, A Simplified Non-Isothermal Model for Droplet Heating and Evaporation, *International Communications in Heat and Mass Transfer*, vol. 30 (no. 6), pp. 787–796, 2003.
- [48] G. Miliauskas, V. Sabanas, Interaction of Transfer Processes during Unsteady Evaporation of Water Droplets, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 49 (no. 11-12), pp. 1790–1803, 2006.
- [49] S. Okamura, K. Nakanishi, Theoretical Study on Sprinkler Sprays (part four) Geometric Pattern Form of Single Sprayer under Wind Conditions, *Transactions of the Japanese Society of Irrigation Drainage and Reclamation Engineering*, vol. 29, pp. 35–43, 1969.
- [50] D.W. DeBoer, M.J. Monnens, D.C. Kincaid, Measurement of Sprinkler Droplet Size, *Applied Engineering in Agriculture*, vol. 17 (no. 1), pp. 11–15, 2001.
- [51] R. Salvador, C. Bautista-Capetillo, J. Burguete, N. Zapata, A. Serreta, E. Playán, A photographic method for drop characterization in agricultural sprinklers, *Irrigation Science*, vol. 27 (no. 4), pp. 307–317, 2009.
- [52] Star-CCM+, version 5.04.012, Users' Guide, 2010.

- [53] L. Schiller, A. Naumann, Ueber die grundlegenden Berechnungen bei der Schwerkraftaufbereitung, *VDI Zeits*, vol 77 (no. 12), pp. 318–320, 1933.
- [54] W.E. Ranz, and, W.R. Marshall, Evaporation from Drops Part I, *Chemical Engineering Progress*, vol. 48 (no. 3), pp. 141–146, 1952.
- [55] W.E. Ranz, and, W.R. Marshall, Evaporation from drops Part II. *Chemical Engineering Progress*, vol. 48 (no. 3), pp. 173–180, 1952
- [56] R.B. Bird, W.E. Stewart, E.N. Lightfoot, *Transport Phenomena*, 4th edition, Wiley and Sons: New York, 2006.
- [57] D.B. Spalding, A Standard Formulation of the Steady Convective Mass Transfer Problem, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 1 (no. 2-3), pp. 192–207, 1960.
- [58] R.C. Reid, J.M. Prausnitz, B.E. Poling, *The Properties of Gases and Fluids*, 2th edition, McGraw Hill: New York, 1988.
- [59] D.W. Green, and, R.H. Perry, *Perry's Chemical Engineer's Handbook*, 8th edition, McGraw-Hill: New York, 2008.
- [60] L.T. Carmichhael, B.H. Sage, W.N. Lacey, Diffusion Coefficients in Hydrocarbon Systems: n-Hexane in the Gas Phase of the Methane—, Ethane—, and Propane—n-Hexane Systems, *American Institute of Chemical Engineers' Journal*, vol. 1 (no. 3), pp. 385–390, 1955.
- [61] C. R. Wilke, and, C. Y. Lee, Estimation of Diffusion Coefficients for Gases and Vapors, *Industrial and Engineering Chemistry*, vol. 47 (no. 1), pp. 1253–1257, 1955.
- [62] E. N. Fuller, and, J. C. Giddings, A Comparison of Methods for Predicting Gaseous Diffusion Coefficients, *Journal of Gas Chromatography*, vol. 3, pp. 222–227, 1965.
- [63] E. N. Fuller, K. Ensley, J. C. Giddings, Diffusion of halogenated hydrocarbons in helium. The Effect of Structure on Collision Cross Sections, *Journal of Physical Chemistry*, vol. 73, pp. 3679–3685, 1969.
- [64] E. N. Fuller, P.D. Schettler, J. C. Giddings, A New Method for Prediction Coefficients of Binary Gas-Phase Diffusion, *Industrial and Engineering Chemistry*, vol. 58 (no. 5), pp. 18–27, 1966.
- [65] P.D. Neufield, A.R. Janzen, R.A. Aziz, Empirical Equation to Calculate 16 of the Transport Collision Integrals for the Lennard-Jones (12-6) Potential, *Journal of Chemical Physics*, vol. 57 (no. 3), pp. 1100–1102, 1972.