

Alma Mater Studiorum – Università di Bologna

**DOTTORATO DI RICERCA IN**  
**Ingegneria Energetica, Nucleare e del Controllo**  
**Ambientale**

Ciclo XXII

**Settore scientifico-disciplinare di afferenza: ING-IND/19 IMPIANTI NUCLEARI**

**Tecniche MonteCarlo**  
**per l'analisi di sistemi a rete**

**Presentata da:** Maria Sperandii

**Coordinatore Dottorato**

Prof. Antonio Barletta

**Relatore**

Prof. Ruben Scardovelli

**Esame finale anno 2011**



---

*Al nonno Baffo  
e al nonno Felice*

---



## **ABSTRACT**

The assessment of the RAMS (Reliability, Availability, Maintainability and Safety) performances of system generally includes the evaluations of the “Importance” of its components and/or of the basic parameters of the model through the use of the Importance Measures. The analytical equations proposed in this study allow the estimation of the first order Differential Importance Measure on the basis of the Birnbaum measures of components, under the hypothesis of uniform percentage changes of parameters. The aging phenomena are introduced into the model by assuming exponential-linear or Weibull distributions for the failure probabilities.

An algorithm based on a combination of MonteCarlo simulation and Cellular Automata is applied in order to evaluate the performance of a networked system, made up of source nodes, user nodes and directed edges subjected to failure and repair.

Importance Sampling techniques are used for the estimation of the first and total order Differential Importance Measures through only one simulation of the system “operational life”. All the output variables are computed contemporaneously on the basis of the same sequence of the involved components, event types (failure or repair) and transition times. The failure/repair probabilities are forced to be the same for all components; the transition times are sampled from the unbiased probability distributions or it can be also forced, for instance, by assuring the occurrence of at least a failure within the system operational life.

The algorithm allows considering different types of maintenance actions: corrective maintenance that can be performed either immediately upon the component failure or upon finding that the component has failed for hidden failures that are not detected until an inspection; and preventive maintenance, that can be performed upon a fixed interval. It is possible to use a restoration factor to determine the age of the component after a repair or any other maintenance action.

# INDICE

PREMESSA .....	1
1 SISTEMI A RETE.....	4
1.1 Definizione e caratteristiche dei Sistemi a Rete .....	4
1.2 Rischio parziale e rischio complessivo.....	5
1.3 Tecniche di analisi .....	6
1.3.1 Tecniche analitiche .....	6
1.3.2 Tecniche di simulazione MonteCarlo .....	7
1.4 Approccio proposto .....	8
1.4.1 MonteCarlo e Automi Cellulari .....	8
1.4.2 Tecniche di Importance Sampling .....	9
1.4.3 Forzatura del Tasso di transizione .....	10
1.4.4 Forzatura del Guasto Certo .....	11
1.4.5 Forzatura della Transizione specifica.....	12
2 MISURE DI IMPORTANZA E FENOMENI DI INVECCHIAMENTO.....	13
2.1 Introduzione.....	13
2.1.1 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento .....	14
2.1.2 Misure di Importanza .....	16
2.2 Calcolo analitico del DIM .....	18
2.2.1 DIM per componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento.....	18
2.2.2 DIM per componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento .....	19
2.2.2.1 Distribuzione esponenziale-lineare.....	19
2.2.2.2 Distribuzione di Weibull.....	22
2.3 Il DIM e il miglioramento delle prestazioni del sistema.....	25
3 TECNICHE MONTE CARLO E MANUTENZIONE .....	27
3.1 Concetti base.....	27
3.2 Algoritmo di calcolo .....	29
3.2.1 Stima delle prestazioni di un componente mediante simulazione MonteCarlo .....	29
3.2.2 Stima delle prestazioni di un sistema a rete mediante simulazione MonteCarlo .....	38
4 TECNICHE MONTE CARLO PER LA STIMA DI MISURE DI IMPORTANZA .....	39
4.1 Introduzione al problema.....	39
4.2 Algoritmo di calcolo .....	41
5 CASI APPLICATIVI .....	47
5.1 Misure di Importanza e fenomeni di invecchiamento: soluzione analitica .....	47
5.1.1 Esempio 1 .....	47
5.1.1.1 Componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale.....	47
5.1.1.2 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale-lineare..	48
5.1.1.3 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione di Weibull.....	51
5.1.2 Esempio 2: sistema a rete .....	54

5.1.2.1	Componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale.....	54
5.1.2.2	Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale-lineare..	56
5.1.2.3	Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione di Weibull.....	58
5.2	Tecniche MonteCarlo e Manutenzione .....	61
5.2.1	Esempio 1: componente.....	61
5.2.1.1	Caso 1.....	62
5.2.1.2	Caso 2.....	63
5.2.1.3	Caso 3.....	63
5.2.2	Esempio 2: sistema a rete .....	64
5.3	Tecniche MonteCarlo e Misure di Importanza .....	66
5.3.1	Sistema a rete.....	66
5.3.1.1	Approccio classico.....	66
5.3.1.2	Approccio proposto .....	67
5.4	Casi reali .....	69
5.4.1	Esempio 1: infrastruttura di comunicazione per telecomando e telecontrollo.....	70
5.4.2	Esempio 2: rete elettrica.....	71
6	CONCLUSIONI .....	76

## INDICE DELLE FIGURE

Figura 1 – Forzatura del Guasto Certo .....	11
Figura 2 – Forzatura del guasto certo.....	12
Figura 3 – Andamento del tasso di guasto per $\beta$ variabile.....	15
Figura 4 – Età di un componente.....	30
Figura 5 – Diagramma a blocchi dell'esempio applicativo 1 .....	47
Figura 6 – Schema di una rete magliata a 5 nodi .....	54
Figura 7 – Risultati caso 1: componente senza manutenzione preventiva .....	62
Figura 8 – Risultati caso 2: componente con manutenzione preventiva di durata nulla .....	63
Figura 9 – Risultati caso 3: componente con manutenzione preventiva.....	64
Figura 10 – Disponibilità e Indisponibilità delle connessioni della rete .....	65
Figura 11 – Disponibilità e Indisponibilità dei nodi della rete .....	66
Figura 12 – Indisponibilità, misura di Birnbaum e DIM .....	67
Figura 13 – Stima del DIM mediante MonteCarlo Indiretto Crudo .....	68
Figura 14 – Stima del DIM mediante MonteCarlo Indiretto Forzato.....	69
Figura 15 – Schematizzazione rete di comunicazione.....	70
Figura 16 – Indisponibilità nodi utilizzatori .....	71
Figura 17 – Schematizzazione della rete elettrica .....	72

---

Figura 18 – Indisponibilità nel caso di percorso ideale .....	73
Figura 19 – Schematizzazione semplificata della rete elettrica .....	74
Figura 20 – Indisponibilità dei nodi utilizzatori di una rete elettrica .....	75

## INDICE DELLE TABELLE

Tabella 1 - Distribuzioni di Weibull, Lognormale e Normale: $pdf$ e $cdf$ .....	29
Tabella 2 – Distribuzione esponenziale .....	47
Tabella 3 – Distribuzione esponenziale-lineare: dati esempio 1 .....	48
Tabella 4 – Distribuzione esponenziale-lineare: risultati DIM .....	49
Tabella 5 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): dati esempio 1 .....	50
Tabella 6 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): risultati DIM .....	50
Tabella 7 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): risultati DIM per parametri variabili .....	51
Tabella 8 – Distribuzione di Weibull: dati esempio 1 .....	52
Tabella 9 – Distribuzione di Weibull: risultati DIM .....	52
Tabella 10 – Distribuzione di Weibull: risultati DIM per $\beta_i = \beta_j = \beta \quad \forall i, j$ .....	54
Tabella 11 – Distribuzione esponenziale: dati esempio 2 .....	55
Tabella 12 – Distribuzione esponenziale: Birnbaum e DIM per il nodo utilizzatore 4 .....	55
Tabella 13 – Distribuzione esponenziale: Birnbaum e DIM per il nodo utilizzatore 5 .....	55
Tabella 14 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): dati esempio 2 .....	57
Tabella 15 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): DIM nodo 4 .....	57
Tabella 16 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): DIM nodo 5 .....	57
Tabella 17 – Distribuzione di Weibull: dati esempio 2 (caso 1) .....	58
Tabella 18 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 4 (caso1) .....	59
Tabella 19 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 5 (caso1) .....	59
Tabella 20 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 4 (caso2) .....	59
Tabella 21 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 5 (caso2) .....	60
Tabella 22 – Distribuzione di Weibull: Importanza e ordinamento delle connessioni .....	60
Tabella 23 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 4 (caso3) .....	60
Tabella 24 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 5 (caso3) .....	61
Tabella 25 – Percorsi possibili per il nodo utilizzatore 1 .....	75

## SIMBOLI E ACRONIMI

$AC$	algoritmo Automa Cellulare
$B_j$	Birnbaum measure per il componente $j$
$C_j$	Criticality measure per il componente $j$
$Cdf$	Cumulative density function (distribuzione cumulativa)
${}^T D$	Misura Differenziale di Importanza totale.
${}^T D_j$	Misura Differenziale di Importanza totale per la Connessione $j$ .
$DIM$	Misura Differenziale di Importanza (Differential Importance Measure)
${}^I DIM$	Misura Differenziale di Importanza del primo ordine
${}^I DIM_{\lambda, \lambda_0, a, \mu}$	Misura Differenziale di Importanza del primo ordine riferita al parametro $\lambda, \lambda_0, a, \mu$
${}^I DIM_j$	Misura Differenziale di Importanza del primo ordine per la Connessione $j$ , rispetto al Sistema
$MC$	metodo MonteCarlo
$n$	Numero di nodi del sistema a rete
$nc$	Numero di connessioni del sistema a rete
$ns$	Numero di storie MonteCarlo per simulazione
$Pdf$	Probability density function (funzione distribuzione di probabilità)
$R$	Rischio totale
$R_i$	Rischio parziale del componente $i$ –esimo
$RAMS$	Reliability, Availability, Maintainability and Safety
$RAW_j$	Risk Achievement Worth per il componente $j$
$RRW_j$	Risk Reduction Worth per il componente $j$
UPS	Uninterruptible Power Supply
$U$	Indisponibilità del componente / Sistema
$U^0$	Indisponibilità del Sistema quando tutti componenti assumono il valore iniziale di Indisponibilità
$U^{-j}$	Indisponibilità del Sistema quando tutti componenti assumono il valore finale di Indisponibilità, tranne il componente a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale.
$a$	Parametro di “crescita” del Tasso di guasto per componenti soggetti a fenomeni di invecchiamento
$\alpha$	Parametro di relazione tra Periodo di manutenzione e Valore efficace del Tasso di guasto, per componenti soggetti a fenomeni di invecchiamento
$\beta$	Parametro di forma per la distribuzione di Weibull

$\phi(\dots, \phi_i, \dots)$	Funzione di sistema
$1/\gamma$	Parametro di scala per la distribuzione di Weibull
$\lambda$	Tasso di guasto
$\lambda_0$	Valore iniziale del Tasso di guasto per componenti soggetti a fenomeni di invecchiamento
$\lambda^*$	Valore efficace del Tasso di guasto di componenti soggetti a fenomeni di invecchiamento
$\mu$	Tasso di riparazione
$\tau, \tau^*$	Periodo di manutenzione
$\otimes$	Operatore logico AND
$\oplus$	Operatore logico OR
$x_i$	Stato del nodo <i>i</i> –esimo
$x_{ji}$	Stato della connessione <i>ij</i> dal nodo <i>j</i> al nodo <i>i</i>

## PREMESSA

L'oggetto della presente tesi di dottorato, nata come proseguimento dello studio effettuato in occasione della tesi di laurea, consiste nell'applicazione di tecniche di simulazione MonteCarlo per l'analisi di sistemi a rete.

Una rete è un sistema distribuito, caratterizzato da una struttura ad anelli chiusi (maglie) e costituiti da un certo numero di nodi sorgente e di nodi utilizzatori collegati tramite connessioni orientate. Esempi tipici di tale tipologia di sistemi sono le reti di flusso per il trasporto e la distribuzione di acqua, calore, gas ed altri fluidi e le reti elettriche di trasmissione dell'energia. Gli obiettivi principali dell'analisi di strutture caratterizzate da una configurazione a rete consistono nel:

- valutare l'Affidabilità e la Disponibilità del sistema in termini di "continuità di servizio", sulla base dell'architettura della rete e di predefiniti modelli per i processi di guasto e riparazione dei componenti;
- identificare i componenti critici con riferimento alle prestazioni locali (riferite ad un singolo nodo utilizzatore) e globali (riferite alla rete nel suo complesso) del sistema.

Il raggiungimento di tali obiettivi ha richiesto l'approfondimento di temi generali riguardanti l'analisi delle caratteristiche di Affidabilità e Disponibilità di sistemi complessi.

Per una corretta analisi di sistemi di componenti riparabili, è necessario considerare le azioni di manutenzione a cui i componenti sono sottoposti. La Manutenzione è definita come la *combinazione di tutte le azioni tecniche, amministrative e gestionali, previste durante il ciclo di vita di un'entità, destinate a mantenerla o riportarla in uno stato in cui possa eseguire la funzione richiesta, ripristinando la funzionalità e l'efficienza in modo da garantirne le prestazioni.*

La funzionalità di un componente/sistema è *l'idoneità ad adempiere le funzioni per cui è stato realizzato, ossia a fornire il livello di prestazioni atteso. L'efficienza è l'idoneità a fornire le predette prestazioni in condizioni accettabili sotto l'aspetto dell'affidabilità e della sicurezza.* L'affidabilità è *l'attitudine di un componente/sistema a conservare le suddette caratteristiche di funzionalità ed efficienza per tutta la durata della sua "vita utile".*

Gli interventi di manutenzione si dividono in interventi di manutenzione preventiva e correttiva. La manutenzione preventiva è eseguita a intervalli predeterminati o in accordo a criteri prescritti ed è volta a ridurre la probabilità di guasto o la degradazione del funzionamento di una entità. La manutenzione correttiva viene effettuata a seguito della rilevazione di un'avaria ed è volta a riportare un'entità nello stato in cui essa possa eseguire la funzione richiesta.

Nel presente lavoro è indagata l'applicazione di tecniche di simulazione per l'analisi delle caratteristiche di affidabilità e disponibilità di modelli di sistemi complessi. In particolare, è sviluppato un algoritmo di calcolo per l'applicazione di tecniche MonteCarlo per la simulazione di sistemi "complessi", costituiti da componenti soggetti a guasto (immediatamente rilevato o latente, con o

senza fenomeni di invecchiamento) e riparazione (sostituzione o “ringiovanimento parziale”), in relazione ad un predefinito piano di manutenzione preventiva e/o ispezione periodica.

Le prestazioni di un sistema dipendono da quelle dei suoi componenti; alcuni componenti influenzano più degli altri le caratteristiche di affidabilità / disponibilità del sistema. In tale contesto, le Misure di Importanza sono utilizzate per definire un ordinamento dei componenti rispetto alle prestazioni del sistema. Più in generale, tali misure permettono di classificare le variabili di input del modello (indisponibilità dei componenti e / o parametri che definiscono le loro probabilità di guasto e di riparazione), in base al contributo che una loro variazione dà alle variabili di uscita (inaffidabilità / indisponibilità di sistema). Tali informazioni sono utili alla definizione di azioni di miglioramento riguardanti l'introduzione di componenti più affidabili e/o l'introduzione di ridondanze e/o la modifica dei piani di manutenzione.

Nello studio viene indagato l'utilizzo della Misura Differenziale di Importanza (DIM) del primo ordine, che fornisce la frazione della variazione nel modello di uscita dovuta a piccole variazioni delle variabili di ingresso. Tale misura è stata proposta in letteratura per sistemi costituiti da componenti riparabili esenti da fenomeni di invecchiamento o caratterizzati da una distribuzione esponenziale-lineare per la probabilità di guasto; nel primo caso la misura può essere stimata analiticamente; nel secondo caso la misura è stimata mediante l'applicazione di metodi di simulazione MonteCarlo. Nel lavoro sono ricavate le espressioni analitiche del DIM che possono essere utilizzate per l'analisi di sistemi costituiti da componenti riparabili soggetti a fenomeni di invecchiamento, caratterizzati dalla (più generale) distribuzione di Weibull per la probabilità di guasto. Gli interventi di manutenzione preventiva sono introdotti nel modello riconoscendo la loro efficacia solo in presenza di fenomeni di invecchiamento; tale assunzione, diversa da quanto proposto in letteratura, permette una più efficace definizione dei piani di manutenzione.

La stima della Misura Differenziale di Importanza richiede la soluzione del modello (valutazione delle prestazioni del sistema) per un numero di volte proporzionale al numero delle variabili di ingresso da considerare nell'ordinamento. La stima di tali misure può risultare critica, dal punto di vista dei tempi di calcolo, quando la soluzione del modello richiede l'applicazione di tecniche di simulazione. Con riferimento a tale problematica, è sviluppato un algoritmo di calcolo che, mediante l'applicazione di tecniche di Importance Sampling, permette la stima delle prestazioni del sistema e delle Misure Differenziali di Importanza riferite a tutte le variabili da considerare, mediante una sola simulazione MonteCarlo.

Le espressioni analitiche proposte e gli algoritmi di calcoli sviluppati possono essere utilizzati nella soluzione di problemi specifici riguardanti l'analisi delle caratteristiche di Affidabilità e Disponibilità di sistemi a rete.

La problematica tipica della analisi di sistemi a rete riguarda la necessità di riferirne le prestazioni a ciascun nodo utilizzatore. L'utilizzo di tecniche analitiche richiede la conoscenza delle “funzioni di sistema”: relazioni tra lo stato di ciascun nodo utilizzatore (connesso o non connesso con un nodo sorgente) e lo stato di ciascuna connessione (guasto o funzionante) del sistema.

In merito, è sviluppato un algoritmo di calcolo basato su tecniche MonteCarlo ed un modello

ad Automi Cellulari, da utilizzare per l'analisi di sistemi a rete "complessi", cioè costituiti da un elevato numero di noti utilizzatori e fortemente magliati. Tecniche MonteCarlo sono utilizzate per simulare i guasti e le successive riparazioni dei componenti (connessioni e/o nodi) del sistema. Per ciascuna configurazione del sistema, la "verifica delle connessioni sorgente – utilizzatore" è realizzata mediante uno schema di calcolo basato su Automi Cellulari. Questi costituiscono una classe generale di modelli matematici in grado di riprodurre il comportamento dinamico di sistemi complessi sulla base di una regola locale opportunamente definita.

L'applicazione di tecniche di simulazione per la soluzione di problemi di affidabilità e disponibilità, in condizioni di "eventi rari" (quali si realizzano per gli ordini di grandezza tipici delle probabilità di guasto e riparazione e per sistemi caratterizzati da un elevato numero e grado di ridondanze), richiede la definizione di una adeguata strategia di riduzione della varianza associata alla/e grandezza/e di interesse. Tale limite è particolarmente enfatizzato dalla architettura dei sistema a rete, tipicamente magliata. Al fine di aumentare il numero di campionamenti delle transizioni del sistema "utili" alla stima delle caratteristiche di affidabilità / disponibilità, è indagata l'applicazione di diverse tecniche di Importance Sampling.

I risultati avuti dalle attività realizzate sono formalizzati secondo la seguente struttura:

§1 - Sistemi a rete: viene data una definizione dei sistemi a rete oggetto di analisi evidenziando le principali caratteristiche (numerosità della componentistica, l'elevata ridondanza assicurata dal grado di magliatura, ecc.). Viene fornita una breve descrizione delle principali tecniche di analisi evidenziandone i limiti. Viene proposto un metodo di analisi basato su tecniche di simulazione MonteCarlo integrato con modello ad Automi Cellulari.

§2 - Misure di Importanza e fenomeni di invecchiamento: vengono date le espressioni analitiche per la stima delle Misure Differenziali di Importanza riferite ai parametri caratteristici di componenti binari soggetti a fenomeni di invecchiamento introdotti nel modello dalla distribuzione esponenziale-lineare e dalla distribuzione di Weibull.

§3 - Tecniche MonteCarlo e Manutenzione: viene data una definizione dei concetti base riguardanti la politica di manutenzione (manutenzione preventiva, correttiva, manutenibilità, tipologie di guasto) e viene descritto l'algoritmo di calcolo utilizzato per la stima delle prestazioni di un componente e dei sistemi a rete.

§4: Tecniche MonteCarlo per la stima di Misure di Importanza: viene descritto l'algoritmo di calcolo proposto per la stima delle caratteristiche di Indisponibilità dei sistemi e che consente la valutazione delle Misure Differenziali di Importanza (del primo ordine/totale) attraverso una sola simulazione della vita operativa del modello.

§5 - Casi applicativi: con riferimento alle tematiche affrontate nei precedenti capitoli, vengono risolti dei casi applicativi al fine di mostrare la validità delle equazioni analitiche e degli algoritmi di calcolo proposti.

# 1 SISTEMI A RETE

## 1.1 Definizione e caratteristiche dei Sistemi a Rete

Oggetto della presente tesi è l'analisi di sistemi a rete. Una rete è un insieme di elementi, detti nodi, collegati tramite connessioni orientate [1]. Esempi tipici sono le reti di flusso per il trasporto e la distribuzione di acqua, calore, gas ed altri fluidi e le reti elettriche di trasmissione dell'energia [2].

Si tratta, quindi, di sistemi distribuiti, complessi, generalmente costituiti da un gran numero di componenti, caratterizzati ciascuno da più modi di guasto e da un sistema di maglie tra loro collegate. Se da un lato il numero di maglie aumenta l'affidabilità e la disponibilità del servizio (elevata ridondanza), garantendo più percorsi di alimentazione per ciascuna utenza, dall'altro è un fattore che aumenta enormemente la complessità dell'analisi in quanto il sistema può assumere un numero elevatissimo di configurazioni di funzionamento differenti. Ogni nodo utilizzatore (in generale, utenza) può, infatti, essere alimentato attraverso percorsi diversi a seconda dei guasti che si realizzano nella rete [2].

Si privilegiano, pertanto, le tecniche di analisi in grado di gestire tale complessità. Affinché l'analisi sia rappresentativa di tutti gli utenti occorre effettuare valutazioni sulla singola utenza, ma anche individuare alcuni indici globali in grado di caratterizzare l'intera rete [3].

I sistemi a rete, inoltre, sono solitamente strutture caratterizzate da frequenti modifiche, dovute al continuo miglioramento e ampliamento della rete esistente: questo implica la necessità di aggiornare continuamente le analisi e disporre di tecniche agevoli per confrontare soluzioni progettuali diverse, ossia l'utilizzo di tecniche di analisi estremamente flessibili [2].

Lo studio di un sistema a rete prende le mosse da diverse esigenze:

- produrre stime previsionali sulla qualità del servizio offerto dalla rete alle proprie utenze;
- offrire un supporto nelle fasi di progettazione dell'infrastruttura, al fine di adottare la magliatura corretta;
- offrire un supporto anche durante la vita della rete, in occasione di modifiche o potenziamenti;
- offrire un criterio di analisi per l'identificazione dei componenti e tratti più critici ai fini del servizio e quindi concentrare su di essi l'attenzione delle attività di manutenzione.

Tali obiettivi sono raggiunti mediante un'analisi che permette di:

- valutare l'Affidabilità e la Disponibilità del servizio in termini quantitativi, utilizzando un adeguato modello del sistema ed una stima dei tassi di guasto e dei tempi di riparazione dei componenti, tratti da banche dati commerciali o dall'esperienza operativa del gestore;
- identificare le combinazioni di guasti che compromettono la funzionalità del sistema;
- identificare i componenti critici, ossia i principali responsabili della inaffidabilità o indisponibilità del sistema;

- stimare quantitativamente l'impatto di ogni componente critico sulle prestazioni del sistema.

## 1.2 Rischio parziale e rischio complessivo

Consideriamo una rete di  $n$  nodi e indichiamo con  $S$  i nodi sorgente e con  $U$  i nodi utilizzatori. Supponiamo che il generico arco di connessione  $ij$  dal nodo  $j$  al nodo  $i$ , possa avere due stati:  $x_{ij} = 0$  se attivo (funzionante),  $x_{ij} = 1$  se guasto. L'Indisponibilità di ciascuna delle  $nc$  connessioni è definita come la probabilità che questa sia guasta:  $U_{ij} = \Pr[x_{ij} = 1]$  [19],[20].

Lo stato di ciascun nodo utilizzatore  $i$  dipende dallo stato delle connessioni  $ij$  che garantiscono il percorso sorgente-utilizzatore: se il nodo utilizzatore è raggiungibile da almeno un nodo sorgente, attraverso almeno un percorso costituito da connessioni disponibili allora la variabile di stato binaria del generico nodo  $i$  sarà  $x_i(\dots x_{ij} \dots) = 0$ , mentre negli altri casi risulterà  $x_i(\dots x_{ij} \dots) = 1$ .

L'indisponibilità di ciascun nodo utilizzatore  $i$  è definita come la probabilità che il nodo  $i$  non risulti raggiungibile da almeno un nodo sorgente, mediante almeno un percorso costituito da connessioni  $ij$  disponibili:  $U_i = \Pr[x_i(\dots, x_{ij}, \dots) = 1]$ .

In generale, lo stato di un sistema a rete è definito dallo stato di tutti i nodi utilizzatori  $i$ , risultato dello stato di tutte le connessioni  $ij$ , in accordo ad una "Funzione Complessiva di Sistema"  $\Phi(\dots, x_i(\dots, x_{ij}, \dots), \dots)$ .

A ciascun nodo utilizzatore è assegnato un "peso"  $w_i$ , parametro (costante) del modello che fornisce una misura del danno prodotto nel caso in cui il nodo non risulti raggiungibile [19],[20].

Le prestazioni di un sistema a rete sono definite in termini di "Rischi parziali" riferiti ai singoli nodi utilizzatori e "Rischio complessivo" riferito alla rete nel suo complesso [19],[20].

Il Rischio parziale del sistema a rete, riferito al nodo utilizzatore  $i$ , è definito dal prodotto tra l'Indisponibilità del nodo utilizzatore (probabilità che il nodo non sia raggiungibile) ed il danno che ne consegue:

$$R_i = w_i \cdot U_i.$$

La definizione di Rischio complessivo è dato dalla somma, estesa a tutti i nodi utilizzatori, del prodotto tra l'Indisponibilità del nodo utilizzatore  $U_i$  ed il peso  $w_i$  che esprime il danno conseguente alla sua non raggiungibilità ovvero alla somma dei Rischi parziali associati al sistema a rete [19],[20].

$$R = \sum_{i=1}^n w_i \cdot U_i = \sum_{i=1}^n R_i.$$

### 1.3 Tecniche di analisi

Le tecniche per l'analisi di Affidabilità e Disponibilità delle reti magliate sono molteplici e ciascuna presenta vantaggi e svantaggi che la rendono adatta in alcune situazioni e meno in altre.

In generale è possibile raggruppare le diverse tecniche in due macrofamiglie: una relativa alle tecniche analitiche e l'altra alle tecniche di simulazione.

#### 1.3.1 Tecniche analitiche

Tra le tecniche analitiche maggiormente utilizzate citiamo l'Albero dei Guasti, la teoria dei grafi per la ricerca dei cut-set e le catene di Markov.

##### **Alberi dei Guasti**

Gli alberi dei guasti o Fault Tree Analysis è una tecnica da sempre applicata per analisi di affidabilità di sistemi. Il vantaggio di questa tecnica consiste nel poter trattare guasti multipli, ossia identificare tutte le combinazioni di guasti che sono in grado di causare il fuori servizio del sistema; in caso di sistemi magliati, altamente ridondanti, questa caratteristica diventa essenziale. Per contro, la costruzione di un albero dei guasti per reti fortemente magliate richiede la definizione della "funzione di sistema" per ciascun nodo utilizzatore mediante l'identificazione di tutti i possibili percorsi che lo connettono alla sorgente [4].

Inoltre, per l'applicazione di tale tecnica è necessario che i guasti e le riparazioni dei singoli componenti siano tra loro indipendenti; in altre parole, il guasto o la riparazione di un elemento non deve alterare le probabilità di guasto / riparazione dei restanti elementi del sistema.

Le stesse limitazioni sono presenti in tecniche equivalenti, quale gli Schemi a Blocchi di Affidabilità.

##### **Teoria dei grafi per la ricerca dei cut-set**

Questa tecnica è basata sulla Teoria dei Grafi e permette, sulla base di una rappresentazione grafica della rete, di determinare tutti i possibili Cut Set, cioè le combinazioni di guasto in grado di interrompere il servizio all'utente.

La ricerca dei Cut Set si basa su un processo ricorsivo che va ad analizzare tutti i nodi della rete e quindi tutti i collegamenti tra questi, presentando una difficoltà computazionale che nel peggiore dei casi cresce esponenzialmente con la complessità della rete: questo processo computazionale richiede buone risorse di calcolo e di memorizzazione temporanea dei risultati parziali che via via si ottengono [5].

Per poter analizzare una rete con più utenti è necessario ripetere l'elaborazione tante volte quante sono le utenze da studiare, ossia, come per l'analisi mediante alberi di guasto, è necessario definire per ogni utenza la funzione di sistema.

##### **Catene di Markov [6], [7]**

I processi Markoviani sono dei modelli probabilistici utilizzati per descrivere l'evoluzione dei

sistemi che godono delle seguenti proprietà:

- essere senza memoria: l'evoluzione futura dipende solo dallo stato presente;
- essere stazionario: i tassi di transizione tra gli stati sono costanti e pertanto il sistema può essere descritto solo da distribuzioni di Poisson o esponenziali.

In genere, nello studio dell'affidabilità con processi Markoviani, lo spazio degli stati in cui può trovarsi il sistema è discreto, mentre il tempo può essere continuo o discreto. A seconda del caso in cui ci si trova si parlerà di "catene di Markov" (tempo continuo) o di "processi di Markov" (tempo discreto), rispettivamente.

La modellazione del sistema consiste nell'individuare tutti i possibili stati di funzionamento e guasto dello stesso e le transizioni tra questi stati, caratterizzate dalle relative probabilità. La rappresentazione matematica assume la forma di un sistema di equazioni differenziali, la cui soluzione permette di valutare affidabilità e disponibilità del sistema.

Questo metodo è probabilmente quello che meglio rappresenta la dinamica dei sistemi e le dipendenze interne, ma è caratterizzato da un'alta complessità di calcolo anche per sistemi che hanno relativamente pochi componenti, ne deriva la quasi impossibilità di applicazione già a reti magliate di media complessità. Inoltre, richiede tempi di calcolo non trascurabili ed risulta poco flessibile.

L'applicazione di tale metodologia di analisi al caso specifico di sistemi costituiti da componenti soggetti a fenomeni di invecchiamento, evidenzia ulteriori limiti. L'utilizzo di distribuzioni complesse per i modelli di guasto e riparazione e l'introduzione dei concetti di età e ringiovanimento del componente è in disaccordo con la proprietà dei processi markoviani che richiede che la distribuzione di probabilità per tutti i possibili valori futuri del processo dipende solo dal valore presente e non dai valori passati o da altre informazioni correnti.

### 1.3.2 Tecniche di simulazione MonteCarlo

*Il "Metodo MonteCarlo consiste nel cercare la soluzione di un problema, rappresentandola quale parametro di una ipotetica popolazione, e nello stimare tale parametro tramite l'esame di un campione della popolazione ottenuto mediante sequenze di numeri casuali".*

In altre parole, il *MonteCarlo è una metodologia definita come una tecnica di stima delle soluzioni di problemi matematici mediante l'uso di numeri casuali* [8].

Questa tecnica consiste nella costruzione di un modello probabilistico del sistema in esame in grado di simularne il comportamento al variare dello stato (funzionamento/guasto) dei suoi componenti. Il modello viene applicato molte volte al fine di generare una buona statistica, selezionando in modo random i guasti e le successive riparazioni, sulla base dei dati affidabilistici dei singoli componenti. Alla fine del ciclo di simulazioni, le stime delle caratteristiche del sistema, ad esempio affidabilità e disponibilità, sono ricavati da un processo di media sui risultati ottenuti nelle singole simulazioni [10], [11].

Esistono diversi metodi di simulazione MonteCarlo che possono essere raggruppati in due macro famiglie: MonteCarlo Diretto e MonteCarlo Indiretto.

Consideriamo un sistema costituito da componenti a due stati (guasto, funzionante) supposti non riparabili e riferiamoci alla stima delle sue caratteristiche di affidabilità. Il metodo diretto consiste nel campionare, per ogni componente, il relativo tempo di transizione così da ottenere una sequenza, in ordine crescente, dei guasti che avvengono durante una simulazione della storia del sistema, entro il tempo di missione definito. Il metodo MonteCarlo Indiretto consiste nell'estrarre il tempo di transizione del sistema (guasto di uno dei componenti) e, indipendentemente, il componente responsabile della transizione stessa.

L'analisi di affidabilità e disponibilità mediante metodo MonteCarlo, richiede in genere l'applicazione di *tecniche di riduzione della varianza*.

Lo scopo delle Tecniche di riduzione della varianza è ridurre la varianza associata all'osservazione della variabile aleatoria in oggetto ovvero, ridurre la dispersione associata ai valori osservati per tale variabile.

In una simulazione, gli eventi più ricorrenti sono quelli che più spesso vengono simulati, al contrario degli eventi rari che vengono simulati meno frequentemente. Al fine di evitare tale problema, con l'Importance Sampling si opera una distorsione della funzione densità di probabilità in modo da concentrare il campionamento proprio in quelle aree della distribuzione dove altrimenti risulterebbe meno frequente [9].

Sia per la stima dell'inaffidabilità che per la stima dell'indisponibilità è necessario ricorrere a tecniche di riduzione della varianza nel caso di valori dei tassi di guasto delle connessioni significativamente bassi rispetto al tempo di missione definito per il sistema. Per la stima dell'indisponibilità, l'applicazione di tecniche forzatura è inoltre necessaria per agevolare il campionamento degli eventi di guasto multiplo, causa dell'indisponibilità di nodi utilizzatori caratterizzati da connessioni multiple (ridondanti) con i nodi adiacenti.

## **1.4 Approccio proposto**

### **1.4.1 MonteCarlo e Automi Cellulari**

Per superare i limiti delle tecniche analitiche, nel presente studio, viene proposto l'uso integrato di tecniche di simulazione MonteCarlo e algoritmi ad Automi Cellulari.

Con riferimento all'analisi dei sistemi a rete, il metodo MonteCarlo viene utilizzato per la simulazione ovvero per il campionamento delle transizioni (guasti e riparazioni) dei componenti (connessioni e/o nodi) della rete. All'inizio di ogni storia il sistema è caratterizzato da una data configurazione; dopo un certo tempo si avrà una transizione in seguito alla quale si raggiungerà un nuovo stato. Durante la simulazione è necessario determinare quando avverrà la transizione e qual è il nuovo stato raggiunto.

Il problema della verifica dell'esistenza di un percorso sorgente-utilizzatore è affrontato mediante lo sviluppo di un modello ad Automi Cellulari. Aggiornata la configurazione del sistema, mediante il modello ad Automi Cellulari è verificato lo stato attivo / non attivo di ciascun nodo utilizzatore: l'applicazione di una regola locale opportunamente definita permette, infatti, la verifica dell'esistenza di almeno un percorso costituito da connessioni funzionanti con uno dei nodi sorgente.

Gli Automi Cellulari costituiscono una classe generale di modelli matematici in grado di riprodurre, con semplici regole, il comportamento dinamico di sistemi complessi.

Con riferimento all'analisi di sistemi a rete, un modello ad Automi Cellulari può essere utilizzato per verificare l'esistenza di una connessione tra uno o più *nodi sorgente*  $S$  e ciascun *nodo utilizzatore*  $U$  [13].

Per verificare l'esistenza di un percorso  $S-U$ , l'Automa Cellulare propaga localmente l'informazione da un nodo all'altro, aggiornando lo stato di ogni cella in base al valore assunto dalle celle appartenenti alla regione di vicinato. Il processo termina quando tutti i nodi utilizzatori risultano attivi ovvero, in generale, quando si raggiunge un "punto di stagnazione" (non si modifica lo stato attivo / non attivo dei nodi per successivi passi di aggiornamento) [14].

Al variare della configurazione del sistema a fronte del guasto / riparazione di una delle connessioni, risulta in generale modificata la regione di vicinato di un sottoinsieme di nodi; l'applicazione del modello ad Automi Cellulari permette quindi di verificare, per ciascun nodo utilizzatore, se l'evento in oggetto ne ha determinato il cambiamento di stato (attivo / non attivo).

I metodi di simulazione numerica, quali appunto il MonteCarlo, sono preferibili ai metodi analitici poiché sono privi di particolari limitazioni e, pertanto, risultano più idonei a trattare uno spettro sufficientemente vasto di problemi reali.

In particolare, l'utilizzo integrato del metodo MonteCarlo e degli Automi Cellulari offre la possibilità di effettuare simulazioni di sistemi (reali) altamente magliati, senza la necessità di introdurre le semplificazioni richieste dalle tecniche analitiche: è possibile, infatti, considerare le dipendenze statistiche e le politiche di riparazione dei componenti. Inoltre, la possibilità di campionare variabili da diverse distribuzioni di probabilità non impone necessariamente l'utilizzo di ratei di guasto e riparazioni costanti.

Nella procedura proposta, il metodo MonteCarlo è implementato con tecniche di riduzione della varianza. In particolare, nel presente lavoro, sono proposte e applicate tecniche di Importance Sampling o Campionamento d'Importanza. Nei successivi paragrafi viene fornita una breve descrizione delle tecniche di forzatura utilizzate.

#### 1.4.2 Tecniche di Importance Sampling

Esistono diverse tecniche di Importance Sampling. In particolare, nello sviluppo degli algoritmi di calcolo utilizzati per l'analisi dei sistemi a rete degli esempi applicativi descritti nel §5 del presente

lavoro, viene proposto l'utilizzo delle tecniche di "Forzatura del guasto certo", "Forzatura della transizione specifica" e "Forzatura del tasso di guasto".

In particolare, la tecnica di "Forzatura del guasto certo" è utilizzata per aumentare il campionamento delle transizioni del sistema in condizioni di "eventi rari". La tecnica di "Forzatura della transizione specifica" è utilizzata per aumentare il campionamenti di guasti multipli.

L'uso integrato di tali tecniche consente di ridurre la varianza associata alla stima delle caratteristiche del sistema a rete (ad esempio dell'indisponibilità dei nodi utilizzatori) [15].

### 1.4.3 Forzatura del Tasso di transizione

Tale tecnica di riduzione della varianza consiste nella forzatura del tasso di transizione (guasto) dei componenti.

Consideriamo un sistema costituito da componenti a due stati (guasto / funzionante), che al tempo  $t_k$  subisca la  $k$ -esima transizione, che lo porta nello stato  $k$ ; assumiamo una distribuzione esponenziale per la densità di probabilità di guasto ( $pdf$ ) di ciascun componente.

Indichiamo con  $\lambda_{k_{tot}}$  il tasso di transizione totale del sistema nello stato  $k$ , dato dalla somma dei tassi di guasto dei componenti ancora funzionanti nello stato  $k$  e con  $\lambda_{k_{tot}}^*$  il relativo tasso di transizione "forzato". Le seguenti espressioni forniscono la funzione cumulata  $F$ , il tempo ( $t_{k+1}$ ) a cui avviene la successiva transizione ( $k+1$ ), il relativo peso ( $u_{k+1}$ ) calcolato come rapporto tra la  $pdf$  "naturale" e la  $pdf$  "forzata" ed il peso complessivo associato alla storia ( $w_{k+1}$ ):

$$F(t_k) = 1 - \exp(-\lambda_{k_{tot}} t_k) = \xi \quad \Rightarrow \quad t_{k+1} = t_k - \frac{\log(1-\xi)}{\lambda_{k_{tot}}^*}$$

$$u_{k+1} = \frac{pdf}{pdf^*} = \frac{\lambda_{k_{tot}} \exp(-\lambda_{k_{tot}} (t_{k+1} - t_k))}{\lambda_{k_{tot}}^* \exp(-\lambda_{k_{tot}}^* (t_{k+1} - t_k))} = \frac{\lambda_{k_{tot}}}{\lambda_{k_{tot}}^*} \exp((\lambda_{k_{tot}}^* - \lambda_{k_{tot}})(t_{k+1} - t_k))$$

$$\omega_{k+1} = u_{k+1} \omega_k = \left( \frac{\lambda_{k_{tot}}}{\lambda_{k_{tot}}^*} \exp((\lambda_{k_{tot}}^* - \lambda_{k_{tot}})(t_{k+1} - t_k)) \right) \omega_k$$

Nel caso generale in cui è realizzata una diversa forzatura per i tassi di transizione dei diversi componenti, il peso associato alla storia è dato dalla nuova espressione di seguito riportata che generalizza la precedente.

$$u_{k+1} = \frac{\lambda_{k_{tot}}}{\lambda_{k_{tot}}^*} \exp((\lambda_{k_{tot}}^* - \lambda_{k_{tot}})(t_{k+1} - t_k)) \left( \frac{\lambda_i}{\lambda_i^*} \times \frac{\lambda_{k_{tot}}^*}{\lambda_{k_{tot}}} \right)_{k+1} = \frac{\lambda_i}{\lambda_i^*} \exp((\lambda_{k_{tot}}^* - \lambda_{k_{tot}})(t_{k+1} - t_k))$$

Il termine introdotto, associato ad una transizione del sistema dovuta al guasto del componente  $i$ -esimo, è infatti nullo nel caso in cui tutti i tassi di transizione "forzati" siano ottenuti dai relativi tassi di transizione "naturali" mediante un medesimo fattore moltiplicativo.

#### 1.4.4 Forzatura del Guasto Certo

Tale tecnica di riduzione della varianza consiste nel modificare la densità (ovvero la relativa funzione cumulativa) di probabilità di transizione del sistema, in modo da avere sicuramente una transizione entro il tempo di missione definito.

Con riferimento alla Figura 1, l'estrazione di un numero casuale ( $\xi$ ) corrisponde, secondo la distribuzione cumulativa  $F^*(t)$ , ad un istante di tempo compreso nell'intervallo  $[0, T_M]$ .

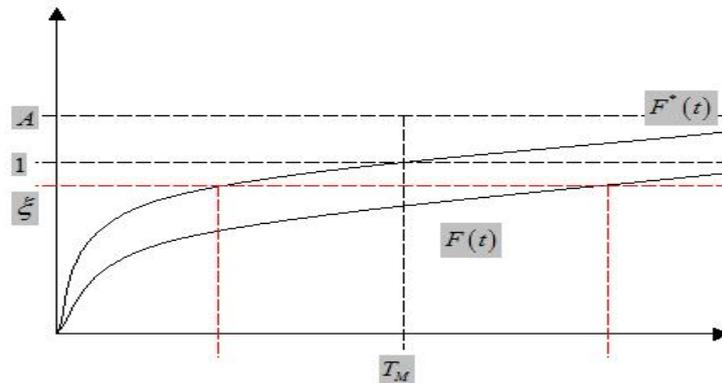


Figura 1 – Forzatura del Guasto Certo

Considerando una distribuzione esponenziale per la funzione densità di probabilità di transizione (guasto), si ha per il tempo a cui avviene la successiva transizione ( $k+1$ ), “forzata” ad accadere nel tempo  $t$ :

$$t_{k+1} = t_k - \frac{1}{\lambda} \ln \left[ 1 - \xi \left( 1 - e^{-\lambda(T_M - t_k)} \right) \right]$$

Il peso della transizione, calcolato come rapporto tra la *pdf* “naturale” e la *pdf* “forzata”, è dato dal rapporto:

$$u_{k+1} = \frac{f(t_{k+1})}{f^*(t_{k+1})} = \lambda e^{-\lambda(t_{k+1} - t_k)} \frac{1 - e^{-\lambda(T_M - t_k)}}{\lambda e^{-\lambda(t_{k+1} - t_k)}} = 1 - e^{-\lambda(T_M - t_k)}$$

Considerando una distribuzione lineare per la funzione densità di probabilità di transizione (guasto), si ha per il tempo a cui avviene la successiva transizione ( $k+1$ ), “forzata” ad accadere nel tempo  $T_M - t_k$ :

$$t_{k+1} = t_k + \xi(T_M - t_k)$$

Il peso della transizione, calcolato come rapporto tra la *pdf* “naturale” e la *pdf* “forzata”, è dato dal rapporto:

$$u_{k+1} = \frac{f(t_{k+1})}{f^*(k+1)} = (T_M - t_k) \cdot \lambda \cdot e^{-\lambda(t_{k+1} - t_k)}$$

### 1.4.5 Forzatura della Transizione specifica

Tale tecnica di riduzione della varianza consiste nel modificare le densità di probabilità di transizione dei componenti del sistema (in generale, i tassi di guasto e riparazione dei singoli componenti, supposti riparabili).

Con riferimento al metodo Monte Carlo Indiretto, tale tecnica è applicata attribuendo una uguale probabilità che una transizione del sistema (indipendentemente campionata sulla base del tasso di transizione totale) sia dovuta al guasto di uno specifico componente ovvero alla riparazione di un componente precedentemente oggetto di guasto. Sono in tal modo favoriti gli eventi più rari (eventi di guasto con basse probabilità e guasti multipli) che risulterebbero di difficile campionamento.

Consideriamo un sistema di  $nc$  componenti e sia  $\lambda_i$  il tasso di transizione del componente  $i$ -esimo nello stato  $k$  del sistema. La funzione densità di probabilità naturale associata alla estrazione del componente  $i$ -esimo è data da  $pdf = \frac{\lambda_i}{\lambda_{k_{tot}}}$ , dove  $\lambda_{k_{tot}}$  è il tasso di transizione totale del sistema nello stato  $k$ , dato dalla somma dei tassi di transizione dei singoli componenti (tasso di guasto dei componenti funzionanti e tasso di riparazione dei componenti guasti).

In Figura 2 è rappresentata la funzione (cumulativa) di probabilità; l'estrazione del componente  $i$ -esimo è determinata dall'estrazione di un numero casuale compreso nel relativo intervallo.

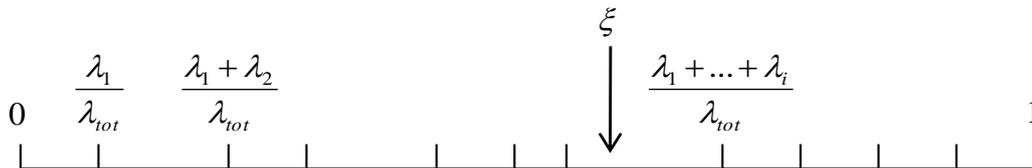


Figura 2 – Forzatura del guasto certo

La forzatura della transizione specifica è realizzata ripartendo l'intervallo  $[0,1]$  in sottointervalli di uguale ampiezza. La funzione densità di probabilità distorta associata alla estrazione di un qualsiasi componente è data da:

$$pdf^* = \frac{1}{nc}$$

Il peso della transizione, calcolato come rapporto tra la  $pdf$  "naturale" e la  $pdf$  "forzata", è dato dal rapporto:

$$u_{k+1} = \frac{pdf}{pdf^*} = \frac{\left(\frac{\lambda_i}{\lambda_{k_{tot}}}\right)}{\left(\frac{1}{nc}\right)} = nc \frac{\lambda_i}{\lambda_{k_{tot}}}$$

## 2 MISURE DI IMPORTANZA E FENOMENI DI INVECCHIAMENTO

### 2.1 Introduzione

Le prestazioni di un sistema dipendono da quelle dei suoi componenti. In particolare, alcuni componenti influenzeranno in modo significativo il comportamento del sistema con riferimento alle valutazioni dell'affidabilità, del rischio e / o della sicurezza [25].

Una classificazione dei componenti e/o dei parametri che li caratterizzano può essere fatta mediante l'utilizzo di opportune misure, dette Misure di Importanza, che permettono di classificare le variabili di input del modello (indisponibilità dei componenti e / o parametri che definiscono le loro probabilità di guasto e di riparazione), in base al contributo che una loro variazione dà al modello di uscita (Indisponibilità di sistema) [21].

In questo capitolo viene proposto l'utilizzo della Misura Differenziale di Importanza (DIM) del primo ordine che fornisce la frazione della variazione nel modello di uscita dovuta a piccole variazioni delle variabili di ingresso [23].

Viene considerato un sistema di componenti riparabili e soggetti a fenomeni di invecchiamento. Tali fenomeni vengono introdotti nel modello utilizzando due diverse distribuzioni per la probabilità di guasto dei componenti (distribuzione esponenziale-lineare e distribuzione di Weibull).

La stima del "DIM per i componenti" richiede solo la conoscenza delle derivate parziali del primo ordine dell'indisponibilità del sistema rispetto all'indisponibilità dei componenti. Tali derivate possono essere stimate sulla base della "funzione di sistema" che definisce lo stato del sistema stesso a partire dallo stato di ciascun componente.

La stima della "DIM per i parametri" fornisce informazioni relative all'importanza dei guasti casuali, dei fenomeni di invecchiamento, della manutenzione preventiva e correttiva ma richiede la conoscenza delle derivate parziali prime della indisponibilità del sistema rispetto a ciascun parametro. Il numero delle derivate parziali aumenta in relazione al numero di parametri che definiscono il modello di indisponibilità di ciascun componente, così come aumenta la loro complessità a causa dell'introduzione di termini non lineari.

Nei successivi paragrafi si forniscono alcune informazioni di carattere generale, desunte dalla letteratura ([17], [18], [22], [23]), su sistemi composti da componenti riparabili soggetti a fenomeni di invecchiamento (§2.1.1) e informazioni relative alle misure differenziali di importanza (§2.1.2).

Nel paragrafo §2.2 vengono riportate le equazioni analitiche che si propone di utilizzare per la stima della Misura Differenziale di Importanza per i componenti e per i parametri, sulla base delle derivate parziali del primo ordine dell'Indisponibilità asintotica del sistema rispetto all'Indisponibilità dei componenti, sotto diverse ipotesi per le distribuzioni di probabilità di guasto dei componenti (esponenziale, esponenziale-lineare e Weibull).

### 2.1.1 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento

Consideriamo un componente riparabile e assumiamo una distribuzione esponenziale per le probabilità di guasto e di riparazione. L'Indisponibilità asintotica per i componenti vale:

$$U = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \quad (1)$$

dove  $\lambda = Pdf_{failure} / Cdf_{failure}$  è il tasso di guasto (costante) e  $\mu = Pdf_{repair} / Cdf_{repair}$  è il tasso di riparazione (costante).

I fenomeni di invecchiamento sono introdotti nel modello considerando una diversa distribuzione per la probabilità di guasto, come la distribuzione esponenziale-lineare o, in alternativa, la distribuzione di Weibull.

#### Distribuzione esponenziale-lineare

Assumiamo una distribuzione esponenziale-lineare per la probabilità di guasto di un componente riparabile [18], [22]. Il tasso di guasto aumenta linearmente nel tempo secondo l'espressione  $\lambda(t) = \lambda_0 + a \cdot t$  dove il termine costante  $\lambda_0$  è il valore iniziale e  $a$  è il "parametro di crescita" ( growth parameter) del tasso di guasto.

In tal caso risulta  $F(t) = 1 - e^{-(\lambda_0 t + \frac{1}{2} a t^2)}$  e  $f(t) = (\lambda_0 + at) \cdot e^{-(\lambda_0 t + \frac{1}{2} a t^2)}$  per la *Cdf* e la *Pdf* rispettivamente.

Gli effetti dell'invecchiamento del componente sono mitigati dalle azioni di manutenzione preventiva. Assumiamo che l'intervallo di tempo tra due azioni consecutive di manutenzione, detto "periodo di manutenzione"  $\tau$ , sia costante durante il periodo di vita del sistema.

Nell'ipotesi in cui il tasso di guasto del componente  $\lambda(t)$  aumenta di poco durante il periodo di manutenzione, è possibile considerare un parametro caratteristico ,detto "Valore efficace" del tasso di guasto, costante durante tale periodo. Tale valore si ottiene imponendo che la probabilità di guasto per una distribuzione esponenziale-lineare coincida con la probabilità di guasto per una distribuzione esponenziale durante il periodo di manutenzione. Il valore efficace del tasso di guasto del componente, pertanto, risulta:

$$\lambda^* = \lambda_0 + \frac{a \cdot \tau}{2} \quad (2)$$

L'indisponibilità asintotica  $U$  si ottiene sostituendo nell'eq.(1) il tasso di guasto dato dall'eq.(2):

$$U = \frac{\lambda^*}{\lambda^* + \mu} = \frac{\lambda_0 + \frac{1}{2} a \cdot \tau}{\lambda_0 + \frac{1}{2} a \cdot \tau + \mu} .$$

**Distribuzione di Weibull**

Consideriamo ora il caso di fenomeni di invecchiamento introdotti nel modello assumendo una distribuzione di Weibull per la probabilità di guasto [17].

La distribuzione di Weibull è molto utilizzata grazie alla sua notevole flessibilità che le permette di adattarsi bene a molti casi reali.

Si assume che il tasso di guasto del componente aumenti nel tempo secondo l'espressione  $\lambda(t) = \lambda_0 + \beta \cdot \gamma^\beta \cdot t^{\beta-1}$  dove il termine costante  $\lambda_0$  è il valore iniziale,  $\beta > 1$  è il parametro di forma,  $1/\gamma$  il parametro di scala (si assume nullo il parametro di locazione).

Il parametro di forma  $\beta$  viene utilizzato per cambiare la forma della funzione; in particolare per  $\beta = 1$  si ha l'esponenziale, mentre per  $\beta = 3,5$  si ha la Normale. Il parametro di scala  $1/\gamma$  controlla la dispersione della distribuzione.

Se il tasso di guasto  $\lambda(t)$  del componente aumenta di poco nel corso del periodo di manutenzione, il valore efficace del tasso di guasto del componente risulta:

$$\lambda^* = \lambda_0 + \gamma^\beta \cdot \tau^{\beta-1} \quad \text{con } \beta > 1 \quad (3)$$

L'indisponibilità asintotica  $U$  si ottiene sostituendo nell'eq.(1) il valore efficace del tasso di guasto dato dall'eq.(3):

$$U = \frac{\lambda^*}{\lambda^* + \mu} = \frac{\lambda_0 + \gamma^\beta \cdot \tau^{\beta-1}}{\lambda_0 + \gamma^\beta \cdot \tau^{\beta-1} + \mu}$$

Per  $\beta = 2$  e  $\gamma = \sqrt{a/2}$ , la distribuzione di Weibull coincide con la distribuzione esponenziale-lineare.

Nel grafico di Figura 3 è mostrato l'andamento del tasso di guasto in funzione dei diversi valori che può assumere il parametro  $\beta$ .

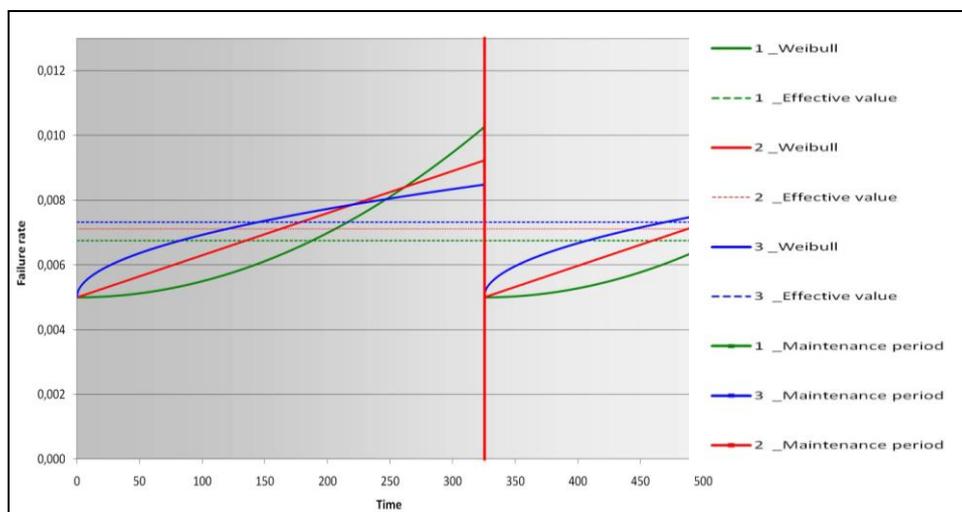


Figura 3 – Andamento del tasso di guasto per  $\beta$  variabile

In particolare, a parità dei valori dei parametri  $\lambda_0$ ,  $\gamma$ ,  $\mu$  e  $\tau$ , sono stati considerati i tre casi con  $\beta_1 = 3$ ,  $\beta_2 = 2$  e  $\beta_3 = 1,5$ .

### **Periodo di Manutenzione**

In accordo a quanto proposto in letteratura [22], assumiamo che il periodo di manutenzione sia una frazione del tempo medio tra due guasti.

Con riferimento alla distribuzione esponenziale-lineare, dall'eq.(2), che fornisce l'espressione del valore efficace del tasso di guasto del componente, è possibile esprimere il periodo di manutenzione in funzione dei restanti parametri:

$$\tau_i = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\lambda_i^*} = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\left(\lambda_{0i} + \frac{1}{2} a_i \cdot \tau_i\right)} \rightarrow \tau_i = \frac{\lambda_{0i}}{a_i} \cdot \left( \sqrt{1 + \frac{1}{\alpha \cdot \frac{\lambda_{0i}^2}{2 \cdot a_i}}} - 1 \right) \quad (4)$$

L'ipotesi conservativa  $\alpha > 1$  (periodo di manutenzione minore del tempo medio tra due guasti) è in accordo con l'ipotesi che il tasso di guasto di un componente aumenta di poco durante il periodo di manutenzione. L'eq. (4) limita il periodo di manutenzione  $\tau_i$  per i restanti parametri che influenzano la probabilità di guasto del componente  $(\lambda_{0i}, a_i, \alpha)$ .

### 2.1.2 Misure di Importanza

L'Indisponibilità di un sistema costituito da componenti riparabili  $U(\dots, U_i, \dots)$  si calcola mediante la funzione di sistema  $\phi(\dots, \phi_i, \dots)$  che definisce lo stato del sistema stesso ( $\phi = 1$  se il sistema non svolge la sua missione,  $\phi = 0$  negli altri casi) a partire dallo stato di ciascun componente ( $\phi_i = 1$  se il componente  $i$  è guasto,  $\phi_i = 0$  negli altri casi).

Con riferimento ad un sistema costituito da componenti riparabili, la misura di Birnbaum per il componente  $i$  è data dalla derivata parziale di primo ordine dell'Indisponibilità del sistema rispetto all'Indisponibilità del componente:

$$B_i = \frac{\partial U}{\partial U_i} \quad (5)$$

Le Misure di Importanza tradizionali (Birnbaum measure, Criticality measure, Risk Reduction Worth, Risk Achievement Worth measures, Fussel-Vesely) richiedono una nuova valutazione del modello, al fine di valutare l'importanza di combinazione o gruppi di componenti / parametri [23]: differenti modi di guasto di un componente, componenti con caratteristiche omogenee (ad esempio, della stessa tipologia), parametri che incidono su componenti diversi (ad esempio, l'ispezione / frequenza di manutenzione). Per superare questo limite, è stata proposta una Misura Differenziale di Importanza (Differential Importance Measure) [17].

Con riferimento all'Indisponibilità di un sistema costituito da componenti riparabili, la Misura Differenziale di Importanza può essere riferita a variazioni dell'Indisponibilità dei componenti o a variazioni dei parametri che caratterizzano le distribuzioni di probabilità di guasto e riparazione dei componenti.

Nel primo caso, il DIM per il componente  $i$  è dato dalla frazione della variazione totale dell'Indisponibilità del sistema dovuta a variazioni dell'Indisponibilità dei componenti, presi uno alla volta:

$$DIM_i = \frac{\frac{\partial U}{\partial U_i} \cdot dU_i}{\sum_{j=1}^n \frac{\partial U}{\partial U_j} \cdot dU_j} = \frac{B_i \cdot \Delta_i}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j} \quad (6)$$

dove:

- $\Delta_j = 1$  sotto le ipotesi di variazioni uniformi dell'Indisponibilità dei componenti ( $dU_i = dU_j \quad \forall i, j$ );
- $\Delta_j = U_j$  sotto le ipotesi di variazioni percentuali uniformi dell'indisponibilità dei componenti ( $dU_i/U_i = dU_j/U_j \quad \forall i, j$ ).

In genere, sotto le due diverse ipotesi la misura assume valori diversi e fornisce una diversa classificazione dei componenti.

Il DIM è una misura additiva: il DIM di un gruppo di componenti è la somma dei DIM dei componenti ( $DIM_{i,j} = DIM_i + DIM_j$ ).

Nel secondo caso, il DIM del parametro  $x_i$  è la frazione della variazione totale dell'Indisponibilità del sistema dovuta a variazioni dei parametri presi uno alla volta. Il DIM per il componente  $i$  può essere stimato come la somma dei DIM dei parametri che caratterizzano l'indisponibilità del modello. Per esempio, assumendo una distribuzione esponenziale per la probabilità di guasto e riparazione  $U(\dots, U_i(\lambda_y, \mu_i), \dots)$ , il DIM del componente  $i$  sarà.

$$DIM_i = DIM_{\lambda_i} + DIM_{\mu_i}$$

dove:

$$DIM_{\lambda_i} = \frac{\frac{\partial U}{\partial \lambda_i} \cdot d\lambda_i}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial U}{\partial \lambda_j} \cdot d\lambda_j + \frac{\partial U}{\partial \mu_j} \cdot d\mu_j \right)} \quad DIM_{\mu_i} = \frac{\frac{\partial U}{\partial \mu_i} \cdot d\mu_i}{\sum_{j=1}^n \left( \frac{\partial U}{\partial \lambda_j} \cdot d\lambda_j + \frac{\partial U}{\partial \mu_j} \cdot d\mu_j \right)} \quad (7)$$

La stima del DIM del componente  $i$  attraverso l'eq.(6) richiede solamente il calcolo dell'indice di Birnbaum  $B_i$  attraverso l'eq.(5).

La stima del DIM del componente  $i$  attraverso l'eq.(7) consente di considerare separatamente l'Importanza dei processi di guasto e riparazione, ma richiede la valutazione di un maggior numero di

derivate parziali complesse dell'Indisponibilità del sistema rispetto a ciascun parametro, per ciascun componente.

In genere, la misura stimata attraverso l'eq.(6) e l'eq.(7) assumono diversi valori a causa delle differenti ipotesi di base (variazioni dell'indisponibilità dei componenti e variazione dei parametri, rispettivamente). Tuttavia, dalla differenziale dell'indisponibilità  $dU_i = \frac{\partial U_i}{\partial \lambda_i} d\lambda_i + \frac{\partial U_i}{\partial \mu_i} d\mu_i$ , si ha che le due misure coincidono solo se le variazioni dei parametri ( $d\lambda$  e  $d\mu$ ) offrono le stesse variazioni ( $dU_i = dU_j \quad \forall i, j$ ) o le stesse variazioni percentuali ( $dU_i/U_i = dU_j/U_j \quad \forall i, j$ ) dell'indisponibilità dei componenti.

## 2.2 Calcolo analitico del DIM

### 2.2.1 DIM per componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento

Ci riferiamo all'Indisponibilità asintotica di un sistema di componenti riparabili e assumiamo una distribuzione esponenziale per le probabilità di guasto e di riparazione. Supponiamo che le variabili di input del modello siano indipendenti (cioè non vi è alcuna relazione tra l'indisponibilità dei componenti  $U_i$  / parametri  $\lambda_i, \mu_i$ ).

Dall'eq. (7), è possibile separare la dipendenza dell'Indisponibilità del sistema dall'indisponibilità dei componenti e la dipendenza dell'indisponibilità dei componenti dai parametri che caratterizzano le distribuzioni di probabilità di guasto e riparazione.

Le derivate parziali del primo ordine dell'Indisponibilità asintotica del componente, data dell'eq. (1), sono state stimate analiticamente rispetto ai parametri  $(\lambda, \mu)$ . La Misura Differenziale di Importanza è stata stimata sotto le ipotesi di variazioni uniformi dei parametri ( $d\lambda_i = d\mu_i = d\lambda_j = d\mu_j \quad \forall i, j$ ).

Il DIM per i parametri  $(\lambda_i, \mu_i)$  è dato:

$$DIM_{\lambda_i} = \frac{\frac{\partial U}{\partial U_i} \cdot \frac{\partial U}{\partial \lambda_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{\partial U}{\partial U_j} \cdot \left( \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_j} + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \right)} = \frac{B_i \cdot \Delta_{\lambda_i}}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j} \quad \text{dove} \quad \Delta_{\lambda_j} = \frac{\mu_j}{(\mu_j + \lambda_j)^2} \quad (8)$$

$$DIM_{\mu_i} = \frac{\frac{\partial U}{\partial U_i} \cdot \frac{\partial U}{\partial \mu_i}}{\sum_{j=1}^n \frac{\partial U}{\partial U_j} \cdot \left( \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_j} + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \right)} = \frac{B_i \cdot \Delta_{\mu_i}}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j} \quad \text{dove} \quad \Delta_{\mu_j} = -\frac{\lambda_j}{(\mu_j + \lambda_j)^2} \quad (9)$$

Il DIM per il componente  $i$  sarà:

$$DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j} \quad \text{dove} \quad \Delta_j = \Delta_{\lambda_j} + \Delta_{\mu_j} = \frac{\mu_j - \lambda_j}{(\mu_j + \lambda_j)^2} \quad (10)$$

La Misura Differenziale di Importanza per componenti e parametri può essere stimata attraverso le eq.(8), (9) e (10), a partire dalla misura di Birnbaum definita dall' eq.(5).

Questo approccio consente di considerare separatamente la non linearità delle relazioni tra l'Indisponibilità del sistema e dei suoi componenti, trascurata nell'approssimazione del primo ordine di  $U(\dots, U_i, \dots)$ , e la non linearità tra l'indisponibilità del componente e dei suoi parametri, trascurata nella valutazione di  $\Delta_i = \Delta_{\lambda_i} + \Delta_{\mu_i}$ .

Per l'omogeneità delle unità di misura dei parametri, possono essere utilizzate entrambe le ipotesi di variazioni uniformi e di variazioni percentuali uniformi dei parametri [22].

Per avere un cambiamento nell'indisponibilità dei componenti ( $dU_i \neq 0$ ) calcolando le derivate parziali del valore asintotico definito dalla eq. (1) e sostituendo nel differenziale  $\left( dU_i = \frac{\partial U_i}{\partial \lambda_i} d\lambda_i + \frac{\partial U_i}{\partial \mu_i} d\mu_i \right)$ , risulta  $|d\mu_i / \mu_i| \neq |d\lambda_i / \lambda_i|$ : il DIM non può essere definito sotto le ipotesi di variazioni percentuali uniformi dei parametri.

Il confronto tra l'eq.(6) e l'eq.(10) chiarisce i diversi valori di DIM per il componente  $i$  sotto le ipotesi di variazione dell'indisponibilità dei componenti e di variazione dei parametri, rispettivamente.

## 2.2.2 DIM per componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento

Introduciamo i fenomeni di invecchiamento nei modelli di Indisponibilità dei componenti riparabili, assumendo distribuzioni esponenziali-lineari o distribuzioni di Weibull per la probabilità di guasto. Nel primo caso, consideriamo due diverse ipotesi per il periodo di manutenzione. La prima ("di base ") ipotesi viene presa in considerazione dalla letteratura [22], la seconda ipotesi ("alternativa") è qui proposta al fine di riconoscere che la manutenzione preventiva è efficace solo con riferimento ai fenomeni di invecchiamento. In tutti i casi (distribuzione esponenziale-lineare con ipotesi di base e alternativa e distribuzioni di Weibull), forniamo le equazioni analitiche che permettono la stima della Misura Differenziale di Importanza del primo ordine per i componenti e i parametri, a partire dalla misura di Birnbaum per i componenti. La misura di Birnbaum per i componenti, che dipende solo dalla funzione di sistema, può essere stimato mediante l'eq.(5) (vale a dire come derivate parziali della indisponibilità del sistema rispetto l'indisponibilità del componente).

### 2.2.2.1 Distribuzione esponenziale-lineare

Consideriamo un sistema costituito da componenti riparabili e assumiamo una distribuzione esponenziale-lineare per le probabilità di guasto e una distribuzione esponenziale per le probabilità di riparazione.

**Ipotesi “Base” per il periodo di Manutenzione**

Al fine di stimare la Misura differenziale di Importanza per ciascun parametro e per il componente stesso, l'indisponibilità asintotica data dall'eq.(1) viene calcolata considerando il valore efficace del tasso di guasto calcolato con l'eq.(2) e il periodo di manutenzione dato dall'eq.(4).

In accordo a quanto proposto in letteratura [22], e in un contesto di ottimizzazione della manutenzione, supponiamo che  $\alpha$  sia un parametro noto e calcoliamo l'importanza dei restanti parametri  $(\lambda_{0i}, a_i, \mu_i)$ .

Il DIM è valutato sotto le ipotesi di variazioni percentuali uniformi dei parametri  $\left( \frac{d\lambda_{0i}}{\lambda_{0i}} = \frac{da_i}{a_i} = \frac{d\mu_i}{\mu_i} = \frac{d\lambda_{0j}}{\lambda_{0j}} = \frac{da_j}{a_j} = \frac{d\mu_j}{\mu_j} \quad \forall i, j \right)$ , a causa delle diverse unità di misura  $(\lambda_0, \mu = [h^{-1}] \quad a = [h^{-2}])$ .

Il DIM per il componente  $i$  è dato dall'espressione:  $DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta'_i}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta'_j}$  dove:

$$\Delta'_j = \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial a_j} \cdot a_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j = \left( -\sqrt{\frac{a_j^2 \cdot \mu_j^2}{4 \cdot \alpha \cdot (\alpha \cdot \lambda_{0j}^2 + 2 \cdot a_j)}} \right) \cdot \left( \lambda_{0j} + \frac{a_j \cdot \tau_i}{2} + \mu_j \right)^{-2} \quad (11)$$

Equivalentemente, il DIM per il componente  $i$  può essere valutato dalla somma dei DIM dei suoi parametri, stimati attraverso le seguenti espressioni:

$$DIM_{\lambda_{0i}} = B_i \cdot \lambda_{0i} \cdot \left[ \frac{\mu_i}{2} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{\alpha \cdot \lambda_{0i}^2}{\alpha \cdot \lambda_{0i}^2 + 2 \cdot a_i}} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \frac{a_i \cdot \tau_i}{2} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta'_j \right]^{-1} \quad (12)$$

$$DIM_{a_i} = B_i \cdot a_i \cdot \left[ \frac{\mu_i}{2} \cdot \left( \tau + \frac{\lambda_{0i}}{a_i} - \sqrt{\frac{(\alpha \cdot \lambda_{0i}^2 + a_i)^2}{a_i^2 \cdot \alpha \cdot (\alpha \cdot \lambda_{0i}^2 + 2 \cdot a_i)}} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \frac{a_i \cdot \tau_i}{2} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta'_j \right]^{-1} \quad (13)$$

$$DIM_{\mu_i} = B_i \cdot \mu_i \cdot \left[ -\left( \lambda_{0i} + \frac{a_i \cdot \tau_i}{2} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \frac{a_i \cdot \tau_i}{2} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta'_j \right]^{-1} \quad (14)$$

dove  $\tau(\lambda, a, \alpha)$  è data dall'eq. (10).

**Ipotesi “Alternativa” per il Periodo di manutenzione**

Secondo l'eq.(4), il Periodo di manutenzione assume un valore finito anche in assenza di fenomeni di invecchiamento  $(\tau \xrightarrow{a \rightarrow 0} (\alpha \cdot \lambda_0)^{-1})$ . Per riconoscere che la manutenzione preventiva è efficace solo in presenza di fenomeni di invecchiamento, si assume che il periodo di manutenzione sia legato solo al termine dipendente dal tempo del tasso di guasto del componente. Dall'eq.(2), che fornisce il valore efficace del tasso di guasto, si ottiene:

$$\tau_i = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1}{\left(\frac{a_i \cdot \tau_i}{2}\right)} \rightarrow \tau_i = \sqrt{\frac{2}{\alpha \cdot a_i}} \quad (15)$$

In accordo con l'eq.(15), il periodo di manutenzione non dipende dal termine costante del tasso di guasto del componente e aumenta (indefinitamente) al diminuire dei fenomeni di invecchiamento ( $\tau \xrightarrow{a \rightarrow 0} \infty$ ). Come nel precedente caso assumiamo  $\alpha > 1$ .

Per stimare la Misura Differenziale di Importanza per ciascun parametro e per il componente stesso, occorre sostituire l'eq.(15) nella eq.(2) e poi nella eq.(1); le derivate parziali del primo ordine dell'Indisponibilità asintotica del componente sono state stimate analiticamente rispetto a ciascun parametro.

La Misura Differenziale di Importanza è valutata sotto le ipotesi di variazioni percentuali uniformi dei parametri  $\left(\frac{d\lambda_{0i}}{\lambda_{0i}} = \frac{da_i}{a_i} = \frac{d\mu_i}{\mu_i} = \frac{d\alpha_i}{\alpha_i} = \frac{d\lambda_{0j}}{\lambda_{0j}} = \frac{da_j}{a_j} = \frac{d\mu_j}{\mu_j} = \frac{d\alpha_j}{\alpha_j} \quad \forall i, j\right)$ , a causa delle diverse unità di misura ( $\lambda_0, \mu = [h^{-1}], a = [h^{-2}]$ ).

Il DIM per il componente  $i$  è dato dall'espressione: 
$$DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i''}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j''} \quad \text{dove:}$$

- considerando tutti i parametri variabili:

$$\begin{aligned} {}^* \Delta_j'' &= \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial a_j} \cdot a_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j + \frac{\partial U_j}{\partial \alpha_j} \cdot \alpha_j = \\ &= \left(-\sqrt{\frac{a_j^2 \cdot \mu_j^2}{2 \cdot \alpha_j \cdot a_j}}\right) \cdot \left(\lambda_{0j} + \sqrt{\frac{a_j}{2 \cdot \alpha_j}} + \mu_j\right)^{-2} \end{aligned} \quad (16)$$

- assumendo  $\alpha_i = \alpha_j = \alpha \quad \forall i, j$  parametro noto:

$$\begin{aligned} {}^{**} \Delta_j'' &= \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial a_j} \cdot a_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j = \\ &= \left(-\sqrt{\frac{a_j^2 \cdot \mu_j^2}{8 \cdot \alpha \cdot a_j}}\right) \cdot \left(\lambda_{0j} + \sqrt{\frac{a_j}{2 \cdot \alpha}} + \mu_j\right)^{-2} \end{aligned} \quad (17)$$

Equivalentemente, il DIM per il componente  $i$  è dato dalla somma dei DIM dei suoi parametri, stimati attraverso le seguenti espressioni:

$$DIM_{\lambda_{0i}} = B_i \cdot \lambda_{0i} \cdot \left[\mu_i \cdot \left(\lambda_{0i} + \sqrt{\frac{a_i}{2 \cdot \alpha_i}} + \mu_i\right)^{-2}\right] \cdot \left[\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j''\right]^{-1} \quad (18)$$

$$DIM_{a_i} = B_i \cdot a_i \cdot \left[ \frac{\mu_i}{2} \cdot \left( \tau_i - \sqrt{\frac{1}{2 \cdot \alpha_i \cdot a_i}} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \sqrt{\frac{a_i}{2 \cdot \alpha_i}} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^H \right]^{-1} \quad (19)$$

$$DIM_{\mu_i} = B_i \cdot \mu_i \cdot \left[ - \left( \lambda_{0i} + \sqrt{\frac{a_i}{2 \cdot \alpha_i}} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \sqrt{\frac{a_i}{2 \cdot \alpha_i}} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^H \right]^{-1} \quad (20)$$

$$DIM_{\alpha_i} = B_i \cdot \alpha_i \cdot \left[ - \frac{a_i \cdot \mu_i}{4 \alpha_i} \cdot \sqrt{\frac{2}{\alpha_i \cdot a_i}} \cdot \left( \lambda_{0i} + \sqrt{\frac{a_i}{2 \cdot \alpha_i}} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^H \right]^{-1} \quad (21)$$

Il DIM dei parametri da fornisce informazioni relative all'Importanza dei guasti casuali ( $DIM_{\lambda_0}$ ), ai fenomeni di invecchiamento ( $DIM_a$ ), alla manutenzione correttiva ( $DIM_{\mu}$ ) e alla manutenzione preventiva ( $DIM_{\alpha}$ ). Il DIM dei parametri può essere sommato per tutti i componenti al fine di stimare l'importanza di ciascun tipo di parametro  $\left( DIM_{\lambda_0, a, \mu, \alpha} = \sum_{i=1}^n DIM_{\lambda_{0i}, a_i, \mu_i, \alpha_i} \right)$ .

#### 2.2.2.2 Distribuzione di Weibull

Consideriamo un sistema di componenti riparabili. I fenomeni di invecchiamento sono introdotti nel modello assumendo una distribuzione di Weibull per le probabilità di guasto dei componenti. Come nel caso precedente, assumiamo che il Tempo di Manutenzione sia una frazione dell'inverso del termine dipendente dal tempo del tasso di guasto. Dall'eq.(3), che fornisce il valore efficace del tasso di guasto del componente, sotto le stesse ipotesi, si ottiene:

$$\tau_i = \frac{1}{\alpha} \frac{1}{\gamma_i^{\beta} \tau_i^{\beta-1}} \rightarrow \tau_i = \frac{1}{\gamma_i \cdot \alpha^{\frac{1}{\beta}}} \quad (22)$$

L'assunzione  $\alpha > 1$  è in accordo con le ipotesi di piccoli incrementi del tasso di guasto del componente durante il Periodo di manutenzione.

L'eq.(22) limita il Periodo di manutenzione  $\tau_i$  per i restanti parametri che influenzano la probabilità di guasto del componente  $(\gamma_i, \beta, \alpha)$ . Per  $\beta = 2$  e  $\gamma = \sqrt{\frac{a}{2}}$ , l'eq.(22) e l'eq.(15) coincidono.

Al fine di stimare la Misura Differenziale di Importanza per ciascun parametro e per il componente stesso, occorre sostituire l'eq.(22) nella eq.(3) e poi nella eq.(1); le derivate parziali del primo ordine dell'Indisponibilità asintotica del componente sono state stimate analiticamente rispetto a ciascun parametro.

La Misura Differenziale di Importanza è stimata sotto le ipotesi di variazioni percentuali uniformi dei parametri  $\left( \frac{d\lambda_{0i}}{\lambda_{0i}} = \frac{d\gamma_i}{\gamma_i} = \frac{d\beta_i}{\beta_i} = \frac{d\mu_i}{\mu_i} = \frac{d\alpha_i}{\alpha_i} = \frac{d\lambda_{0j}}{\lambda_{0j}} = \frac{d\gamma_j}{\gamma_j} = \frac{d\beta_j}{\beta_j} = \frac{d\mu_j}{\mu_j} = \frac{d\alpha_j}{\alpha_j} \quad \forall i, j \right)$ , a causa delle differenti unità di misura ( $\lambda_0, \gamma, \mu = [h^{-1}]$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  sono numeri puri).

Il DIM del componente  $i$  è dato dall'espressione: 
$$DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i^m}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^m} \quad \text{dove:}$$

- considerando tutti i parametri variabili:

$$\begin{aligned} \Delta_j^m =^* \Delta_j^m &= \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial \gamma_j} \cdot \gamma_j + \frac{\partial U_j}{\partial \beta_j} \cdot \beta_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j + \frac{\partial U_j}{\partial \alpha_j} \cdot \alpha_j = \\ &= \left( -\frac{\gamma_j \cdot \mu_j}{\beta_j} \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta_j}-1} \cdot \ln \alpha_j + \gamma_j \cdot \mu_j \cdot \left( \frac{1}{\beta_j} - 1 \right) \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta_j}-1} \right) \cdot \left( \lambda_{0j} + \gamma_j \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta_j}-1} + \mu_j \right)^{-2} \end{aligned} \quad (23)$$

- considerando  $\alpha_i = \alpha_j = \alpha \quad \forall i, j$  parametro noto:

$$\begin{aligned} \Delta_j^m =^{**} \Delta_j^m &= \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial \gamma_j} \cdot \gamma_j + \frac{\partial U_j}{\partial \beta_j} \cdot \beta_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j = \\ &= \left( -\frac{\gamma_j \cdot \mu_j}{\beta_j} \cdot \alpha^{\frac{1}{\beta_j}-1} \cdot \ln \alpha \right) \cdot \left( \lambda_{0j} + \gamma_j \cdot \alpha^{\frac{1}{\beta_j}-1} + \mu_j \right)^{-2} \end{aligned} \quad (24)$$

- Considerando  $\beta_i = \beta_j = \beta \quad \forall i, j$  parametro noto:

$$\begin{aligned} \Delta_j^m =^{***} \Delta_j^m &= \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial \gamma_j} \cdot \gamma_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j + \frac{\partial U_j}{\partial \alpha_j} \cdot \alpha_j = \\ &= \left( \gamma_j \cdot \mu_j \cdot \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta}-1} \right) \cdot \left( \lambda_{0j} + \gamma_j \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta}-1} + \mu_j \right)^{-2} \end{aligned} \quad (25)$$

- Considerando  $\beta_i = \beta_j = \beta \quad \forall i, j$  parametro noto ed effettuando il cambio di variabile  $\gamma = \sqrt{a/2}$ :

$$\begin{aligned} \Delta_j^m =^{****} \Delta_j^m &= \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial \gamma_j} \cdot \gamma_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j + \frac{\partial U_j}{\partial \alpha_j} \cdot \alpha_j \propto \\ &\propto \frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \left( \frac{\partial U_j}{\partial \gamma_j} \cdot \frac{\partial \gamma_j}{\partial a_j} \right) \cdot a_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j + \frac{\partial U_j}{\partial \alpha_j} \cdot \alpha_j = \\ &= \left( \mu_j \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta}-1} \cdot \sqrt{\frac{a_j}{8}} - \mu_j \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta}-1} \cdot \sqrt{\frac{a_j}{2}} + \mu_j \cdot \alpha_j^{\frac{1}{\beta}-1} \cdot \left( \frac{1}{\beta} - 1 \right) \cdot \sqrt{\frac{a_j}{2}} \right) \cdot \left( \lambda_{0j} + \alpha_j^{\frac{1}{\beta}-1} \cdot \sqrt{\frac{a_j}{2}} + \mu_j \right)^{-2} \end{aligned} \quad (26)$$

Equivalentemente, il DIM di ciascun componente è dato dalla somma dei DIM dei suoi parametri variabili, stimati mediante le seguenti espressioni:

$$DIM_{\lambda_{0i}} = B_i \cdot \lambda_{0i} \cdot \left[ \mu_i \cdot \left( \lambda_{0i} + \gamma_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{\text{III}} \right]^{-1} \quad (27)$$

$$DIM_{\gamma_i} = B_i \cdot \gamma_i \cdot \left[ \left( \mu_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \gamma_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{\text{III}} \right]^{-1} \quad (28)$$

$$DIM_{\beta_i} = B_i \cdot \beta_i \cdot \left[ - \left( \frac{\gamma_i \cdot \mu_i}{\beta_i^2} \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} \cdot \ln \alpha_i \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \gamma_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{\text{III}} \right]^{-1} \quad (29)$$

$$DIM_{\mu_i} = B_i \cdot \mu_i \cdot \left[ \left( -\lambda_{0i} - \gamma_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \gamma_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{\text{III}} \right]^{-1} \quad (30)$$

$$DIM_{\alpha_i} = B_i \cdot \alpha_i \cdot \left[ \left( \mu_i \cdot \gamma_i \cdot \left( \frac{1}{\beta_i} - 1 \right) \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-2} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \gamma_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{\text{III}} \right]^{-1} \quad (31)$$

Il DIM dei parametri fornisce informazioni relative all'importanza dei guasti casuali ( $DIM_{\lambda_0}$ ), dei fenomeni di invecchiamento ( $DIM_{\gamma}$  and  $DIM_{\beta}$ ), della manutenzione correttiva ( $DIM_{\mu}$ ) e della manutenzione preventiva ( $DIM_{\alpha}$ ).

Essendo  $\frac{\partial U_j}{\partial \lambda_{0j}} \cdot \lambda_{0j} + \frac{\partial U_j}{\partial \gamma_j} \cdot \gamma_j + \frac{\partial U_j}{\partial \mu_j} \cdot \mu_j = 0$ , risulta  $^* \Delta_j^{\text{III}} = ^{**} \Delta_j^{\text{III}} + ^{***} \Delta_j^{\text{III}}$ ; segue che:

$DIM_{\lambda_{0i}} + DIM_{\gamma_i} + DIM_{\mu_i} = 0$  e  $DIM_i = DIM_{\beta_i}$  se  $\alpha_i = \alpha_j = \alpha \quad \forall i, j$  o  $DIM_i = DIM_{\alpha_i}$  se  $\beta_i = \beta_j = \beta \quad \forall i, j$ .

Il DIM dei parametri può essere sommato per tutti i componenti al fine di stimare l'importanza di ciascun tipo di parametro  $\left( DIM_{\lambda_0, \gamma, \beta, \mu, \alpha} = \sum_{i=1}^n DIM_{\lambda_{0i}, \gamma_i, \beta_i, \mu_i, \alpha_i} \right)$ .

Le equazioni sopra descritte sono consistenti con le equazioni precedentemente fornite per la distribuzione esponenziale-lineare assumendo  $\beta$  parametro noto (fisso e pari a  $\beta = 2$ ) e riferendoci alla variazione del parametro  $2 \cdot \gamma^2$  (essendo  $\gamma = \sqrt{a/2}$ ).

Per  $\beta = 2$  e  $\gamma = \sqrt{a/2}$ , l'eq.(27), l'eq.(30) e l'eq.(31) coincidono con l'eq.(18), l'eq. e l'eq. (21) precedentemente fornite per la distribuzione esponenziale-lineare per i parametri  $\lambda_0$ ,  $\mu$  e  $\alpha$  rispettivamente. Essendo  $d\gamma = (8a)^{\frac{1}{2}} da$ , il DIM per il parametro  $2 \cdot \gamma^2$  risulta:

$$DIM_{\alpha_i=2\gamma_i^2} = B_i \cdot a_i \cdot \left[ \left( \mu_i \cdot \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} \cdot \sqrt{\frac{1}{8 \cdot a_i}} \right) \cdot \left( \lambda_{0i} + \alpha_i^{\frac{1}{\beta_i}-1} \cdot \sqrt{\frac{a_i}{2}} + \mu_i \right)^{-2} \right] \cdot \left[ \sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{\text{III}} \right]^{-1} \quad (32)$$

Per  $\beta = 2$  e  $\gamma = \sqrt{a/2}$ , l'eq. (32) coincide con l'eq.(19), precedentemente fornite per la distribuzione esponenziale-lineare.

### 2.3 Il DIM e il miglioramento delle prestazioni del sistema

Il DIM del primo ordine consente di classificare le variabili di input del modello (componenti e/o parametri), in base alla frazione della variazione totale nel modello di output (indisponibilità del sistema) dovuta a piccole variazioni considerate una alla volta. Il segno delle derivate parziali del primo ordine dell'indisponibilità del sistema da informazioni circa le variazioni dei parametri, mentre il segno del DIM dipende dai valori delle variabili di ingresso.

Assumendo una distribuzione esponenziale-lineare per le probabilità di guasto e una distribuzione esponenziale per le probabilità di riparazione dei componenti del sistema, risulta che:

- $\partial U / \partial \lambda_0$  e  $\partial U / \partial a$  sono maggiori di 0 (all'aumentare di  $\lambda_0$  e  $a$  aumenta l'indisponibilità del sistema);
- $\partial U / \partial \mu$  e  $\partial U / \partial \alpha$  sono minori di 0 (all'aumentare di  $\mu$  e  $\alpha$  diminuisce l'indisponibilità del sistema).

Nel caso di una distribuzione di Weibull per le probabilità di guasto (e una distribuzione esponenziale per le probabilità di riparazione) dei componenti del sistema, risulta che:

- $\partial U / \partial \lambda_0$  e  $\partial U / \partial \gamma$  sono maggiori di 0 (all'aumentare di  $\lambda_0$  e  $\gamma$  aumenta l'indisponibilità del sistema);
- $\partial U / \partial \beta$  (essendo  $\alpha < 1$ ),  $\partial U / \partial \mu$  e  $\partial U / \partial \alpha$  sono minori di 0 (all'aumentare di  $\beta$ ,  $\mu$  e  $\alpha$  diminuisce l'indisponibilità del sistema).

La classificazione dei parametri definita dal valore assoluto del DIM fornisce informazioni relative all'efficacia delle variazioni dei parametri nella riduzione dell'indisponibilità del sistema.

Il DIM per i parametri fornisce informazioni sull'importanza dei guasti casuali, dei fenomeni di invecchiamento, della manutenzione correttiva e preventiva. Il DIM per i componenti da informazioni relative all'importanza dei componenti stessi.

Il miglioramento delle prestazioni del sistema (riduzione dell'indisponibilità) può essere supportata dalle informazioni provenienti da un processo in due fasi.

La prima fase ha lo scopo di identificare i parametri "critici" che definiscono la distribuzione di probabilità di guasto e riparazione dei componenti. Assumiamo la stessa strategia di manutenzione preventiva per i componenti del sistema (i.e. un parametro fisso  $\alpha_i = \alpha_j = \alpha \quad \forall i, j$ ) e valutiamo l'importanza dei parametri che definiscono le loro distribuzioni di probabilità di guasto e riparazione. Le caratteristiche tecnologiche in genere limitano i possibili miglioramenti delle prestazioni dei componenti in termini di affidabilità (riduzione dei guasti casuali e/o fenomeni di invecchiamento) e di manutenibilità (aumento dei tassi di riparazione).

La seconda fase ha lo scopo di supportare le azioni della manutenzione preventiva dei componenti (specificare il valore ottimale del periodo di manutenzione). A ciascun componente viene assegnato un valore del parametro  $\alpha$  (non più costante) e si cerca il valore ottimale. Il criterio adottato per l'ottimizzazione della manutenzione preventiva dei componenti, consiste nel determinare quel particolare valore di  $\alpha_i$  che riduce le differenze tra le Misure Differenziali di Importanza.

## 3 TECNICHE MONTE CARLO E MANUTENZIONE

### 3.1 Concetti base

Il guasto è la cessazione dell'attitudine di un oggetto/componente ad adempiere alla funzione richiesta. Un guasto è detto sistematico quando la sua causa è intrinsecamente riconducibile ad errori progettuali e/o costruttivi. Il "modo di guasto", cioè l'effetto che rende evidente il guasto, può manifestarsi a breve termine, oppure rimanere latente per un lasso di tempo anche lungo; tuttavia, il guasto sistematico compare certamente non appena si configurino determinate condizioni di funzionamento del dispositivo, regolari e prevedibili.

Un guasto è detto casuale quando non è sistematico. La sua causa risulta o indeterminabile oppure riconducibile ad eventi aleatori che hanno portato il componente al di fuori delle condizioni regolari di funzionamento.

I guasti casuali costituiscono una categoria estremamente ampia; molti di essi danno luogo a rischi trascurabili o perché comportano al più danni di lieve entità oppure perché la probabilità che il guasto si verifichi producendo il danno è ridottissima. In ogni caso, opportune misure devono essere prese al fine di evitare che conseguenze pericolose possano conseguire dai guasti casuali previsti.

La definizione di guasto (singolo) comprende sia il guasto originario ("primo guasto") sia i guasti susseguenti eventualmente insorgenti in seguito come conseguenza diretta del guasto originario stesso. Guasti derivanti da cause di guasto indipendenti sono invece considerati guasti distinti ed indipendenti. Talora, il guasto originario è in effetti una causa di guasto.

Si definisce latente ogni guasto che compaia in un sistema dopo l'ultima verifica di efficienza (test o prova) del sistema stesso e che non si renda immediatamente manifesto attraverso l'emissione automatica di un comando d'arresto o di una segnalazione d'allarme.

Di conseguenza, un guasto non è più considerabile latente a partire dall'istante in cui si rende manifesto, né dal momento in cui è eseguita la procedura di test sul sistema; ciò, anche qualora il test fallisse nel diagnosticarlo. A titolo di chiarimento, nell'ambito di un dispositivo di sicurezza i guasti singoli rimasti latenti sono considerati contemporanei tra loro e al primo guasto che risulti diagnosticato immediatamente alla sua comparsa oppure al primo test del dispositivo stesso. Il legame di contemporaneità tra guasti è quindi interrotto dalla rilevazione di uno di essi, ottenuta per informazione diretta oppure per risposta ad apposito test.

Per una corretta analisi di sistemi di componenti riparabili, è necessario considerare le azioni di manutenzione a cui i componenti sono sottoposti. In generale, la Manutenzione è definita come una qualunque azione che ripristina un componente guasto o mantiene un componente non guasto nello stato di funzionamento. In altre parole, è la combinazione di tutte le azioni tecniche e amministrative, che includono azioni di supervisione, rivolte a mantenere un prodotto in uno stato, o a ripristinarlo verso tale stato, nel quale può svolgere una funzione richiesta [31].

La Manutenzione può essere suddivisa in correttiva e preventiva. Nel primo caso non si pianifica il tempo di intervento e il numero totale di riparazioni dipende dall'affidabilità del sistema. Nel secondo caso, al contrario, si vuole conservare il sistema nel suo stato di funzionamento, attraverso la prevenzione dei guasti.

La Manutenzione Preventiva è eseguita ad intervalli predeterminati o in accordo a criteri prescritto e volta a ridurre la probabilità di guasto o la degradazione del funzionamento di un oggetto [31]. A differenza della Manutenzione correttiva, la Manutenzione Preventiva tende a sostituire un componente o insiemi di componenti prima della loro rottura al fine di garantire la continuità di funzionamento del sistema nel suo complesso. Il programma di manutenzione preventiva è basato sull'osservazione del comportamento del sistema, sulla conoscenza dei componenti critici e comprende una serie di operazioni di pulizia e di lubrificazione e una serie di ispezioni periodiche che hanno lo scopo di rilevare rotture incipienti. Tali operazioni vengono programmate a piacimento.

La Manutenzione Correttiva è eseguita dopo l'individuazione di un'avaria e intesa a riportare un componente in uno stato nel quale può svolgere una funzione richiesta [31] mediante sostituzione o riparazione. In generale, un intervento di riparazione può essere tale da riportare il componente nelle sue condizioni iniziali (i componenti riparati vengono considerati identici a quelli nuovi secondo l'approssimazione *as good as new*) o ripristinare la sua funzionalità (interventi *as bad as old*).

La manutenzione correttiva risponde quindi all'esigenza di riparare i prodotti/componenti per allungare la loro vita utile produttiva: si tratta di una politica di manutenzione semplice, che si basa sull'attesa che compaia un guasto e sul successivo intervento dei tecnici per la riparazione e il ripristino della funzionalità originale.

Essa avviene in tre fasi:

- diagnosi del problema;
- riparazione e / o alla sostituzione del componente difettoso;
- verifica dell'azione di riparazione.

Una strategia correttiva, come si può ben intuire, non può essere applicata in un contesto produttivo in cui il fermo di un componente comporti gravi danni allo svolgimento della missione del sistema. Ecco che interviene in aiuto la Manutenzione Predittiva.

La Manutenzione Predittiva ha lo scopo di ottimizzare gli intervalli di manutenzione preventiva, individuando ed effettuando la misurazione di uno o più parametri indicativi del funzionamento del componente e determinando il tempo residuo prima del guasto, estrapolando modelli appropriati in funzione del tempo [31]. Essa si basa sulla possibilità di riconoscere la presenza di un'anomalia che si sta sviluppando, attraverso la scoperta e l'interpretazione di deboli segnali premonitori del guasto finale. Il segnale quando riconosciuto entra poi a far parte di quei fattori che possono essere monitorati attraverso ispezioni continue e periodiche, e quindi nella sfera di influenza della manutenzione preventiva. Lo scopo della manutenzione predittiva è quello di minimizzare il numero di ispezioni o di revisioni che, a loro volta, potrebbero prevenire i guasti o i deterioramenti.

Le azioni di manutenzione non sono istantanee: c'è un tempo da associare a ciascun intervento che definisce la quantità di tempo necessaria per completare l'azione.

La Manutenibilità è la probabilità che una azione di manutenzione attiva, per un dato componente, utilizzato in condizioni assegnate, possa essere eseguita durante un intervallo di tempo dato, quando la manutenzione è assicurata nelle condizioni date e mediante l'uso di procedure e mezzi prescritti [31].

## 3.2 Algoritmo di calcolo

### 3.2.1 Stima delle prestazioni di un componente mediante simulazione MonteCarlo

Consideriamo un componente binario (caratterizzato cioè da due stati: funzionamento e guasto), soggetto a guasti, riparazioni e ad interventi di manutenzione preventiva: per la stima delle sue prestazioni viene proposto un algoritmo di calcolo basato su  $n_s$  simulazioni MonteCarlo.

Il modello viene applicato al fine di generare una sequenza randomica delle transizioni del componente. Alla fine del ciclo di simulazioni, i dati di output sono ricavati come media dei risultati delle singole simulazioni.

Per la probabilità di guasto e di riparazione possono essere utilizzate diverse distribuzioni: Weibull, Normale e Lognormale. A seconda del tipo di distribuzione, è necessario introdurre i parametri: parametro di forma e parametro di scala per la Weibull, valore medio e varianza (ovvero scarto quadratico medio) per le distribuzioni Normale e Lognormale. In Tabella 1 sono riportate le espressioni relative alla densità di probabilità ( $pdf$ ) e alla distribuzione cumulativa ( $cdf$ ) delle funzioni distribuzione di probabilità di Weibull, Lognormale e Normale:

	WEIBULL	LOGNORMALE	NORMALE
$pdf$	$\gamma \cdot \beta \cdot (\gamma \cdot t)^{\beta-1} e^{-(\gamma \cdot t)^\beta}$	$\frac{1}{t \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\left(\frac{\ln(\lambda t)}{\sigma \cdot \sqrt{2}}\right)^2}$	$\frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\left(\frac{t-\mu}{\sigma \cdot \sqrt{2}}\right)^2}$
$cdf$	$1 - e^{-(\gamma \cdot t)^\beta}$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{\ln(\lambda t)}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{\frac{t-\mu}{\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$

Tabella 1 - Distribuzioni di Weibull, Lognormale e Normale:  $pdf$  e  $cdf$

Il tempo di guasto viene calcolato mediante estrazione di un numero casuale  $\xi_1 \in [0,1]$ . È necessario, tuttavia, che tale numero sia uniformemente distribuito nell'intervallo  $[E,1]$  essendo  $E$  l'età accumulata dal componente durante la propria vita (può assumere valori compresi tra 0 e 1). Per fare ciò, il valore  $\xi_1$  viene modificato nel modo seguente:  $\xi = E + \xi_1 \cdot (1 - E)$ .

Inserendo tale valore  $\xi$  nella funzione inversa della  $cdf$  relative alla distribuzione di probabilità utilizzata, si ottiene il tempo di funzionamento al quale avviene l'innescò della rottura.

E' da osservare che sia la distribuzione Normale sia la Lognormale hanno lo svantaggio di non essere integrabili in forma chiusa. Ciò significa che abbiamo a disposizione la forma analitica della sola *pdf*. Per ovviare a tale problema, il codice si avvale della libreria di funzioni statistiche fra le quali è disponibile anche la funzione cumulata *cdf* per le suddette distribuzioni. I tempi di innesco relativi alle tre distribuzioni di Weibull, Lognormale e Normale sono calcolati mediante le espressioni:

- Weibull 
$$t_W = \frac{(-\log(1-\xi))^{(1/\beta)}}{1/\gamma}$$
- Lognormale 
$$t_L = \log \text{ ninv}(\xi, \mu_L, \sigma_L)$$
- Normale 
$$t_N = \text{nor min v}(\xi, \mu_N, \sigma_N)$$

Il Tempo di età che fornisce la misura del tempo effettivo di funzionamento del componente è indicato con  $T_{age}$ . Tale variabile viene azzerata all'inizio della simulazione ed in seguito ad ogni evento che prevede la sostituzione del componente stesso o la riparazione as good as new; non viene incrementato durante i periodi in cui il componente risulta disattivo.

Lo schema del processo appena descritto per il calcolo dell'età  $E$  e dei tempi di innesco  $t_i$  è rappresentato in Figura 4:

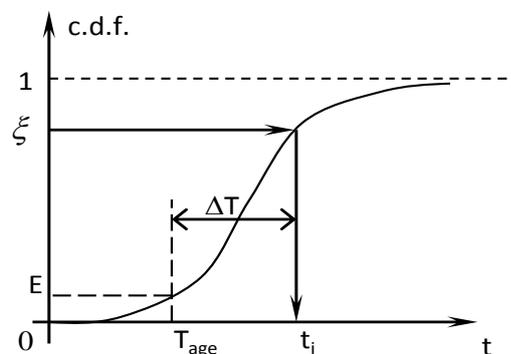


Figura 4 – Età di un componente

La procedura consente di esaminare diversi casi:

- Componente riparabile o non riparabile;
- Guasto rilevato o latente;
- Manutenzione correttiva ed eventuale ringiovanimento;
- Manutenzione preventiva con eventuale ringiovanimento;
- Eventuale ispezione specificando la durata.

L'intervento di manutenzione correttiva viene attivato automaticamente in seguito all'evento di guasto nel caso in cui la rilevabilità sia immediata (caso di guasto rilevato). Nel caso di guasto latente,

l'evento di manutenzione è ignorato fino al successivo evento di ispezione che rileva il guasto e richiede la conseguente manutenzione.

Gli interventi di manutenzione preventiva vengono programmati all'inizio della simulazione mediante la definizione di opportuni parametri. Ciò consente di attivare le azioni preventive ad istanti di tempo ben precisi e indipendentemente dall'evoluzione del componente.

E' possibile tener conto dell'efficacia degli interventi di riparazione (preventiva e correttiva) è specificando il ringiovanimento che l'intervento determina sul componente. Il grado di ringiovanimento del componente in seguito ad un intervento di manutenzione correttiva e/o preventiva è un numero compreso tra 0 e 1.

Da un punto di vista della simulazione questo parametro agisce sull'età del componente secondo le relazioni:  $E = E \cdot (1 - ringc)$  o  $E = E \cdot (1 - ringp)$  dove le quantità  $E$ ,  $ringc$  e  $ringp$  indicano rispettivamente l'età del componente e il ringiovanimento per manutenzione correttiva e preventiva, come specificato nella tabella seguente. Nel caso di ringiovanimento pari a 1 l'età viene azzerata, ottenendo in tal modo lo stesso effetto di una sostituzione del componente (condizione as good as new). Se il ringiovanimento è pari a 0, allora l'età non viene modificata: il componente viene riportato al corretto stato di funzionamento conservando però l'età che aveva immediatamente prima del guasto (condizione as bad as old).

Anche gli interventi di ispezione vengono programmati all'inizio della simulazione definendo un piano periodico di ispezioni.

Di seguito vengono descritti i passi principali dell'algoritmo di calcolo proposto ed utilizzato per l'analisi di un componente. Abbiamo indicato con:

$T_M$	Tempo di Missione
$ns$	Numero di simulazioni MonteCarlo
$\beta$	Parametro di forma della distribuzione di Weibull
$1/\gamma$	Parametro di scala della distribuzione di Weibull
$\mu_N$	Valore medio della distribuzione Normale
$\sigma_N$	Scarto quadratico medio della distribuzione Normale
$\mu_L$	Valore medio della distribuzione Lognormale
$\sigma_L$	Scarto quadratico medio della distribuzione Lognormale
$ringc$	Ringiovanimento per manutenzione correttiva
$ringp$	Ringiovanimento per manutenzione preventiva
$pman$	Periodo di manutenzione

<i>dman</i>	Durata della manutenzione
<i>disp</i>	Durata ispezione periodica da sommare alla manutenzione periodica per guasti non rilevati
<i>nonrip</i>	Componente riparabile: $nonrip = 0$ - Componente non riparabile: $nonrip = 1$
<i>mandown</i>	Sistema down in caso di manutenzione programmata: $mandown = 1$
<i>E</i>	Età del componente
$T_{age}$	Tempo di età
<i>Umc</i>	Indisponibilità del componente
<i>Inaf</i>	Inaffidabilità del componente
<i>Mcor</i>	Tempo di fuori servizio per manutenzione correttiva
<i>Mpr</i>	Tempo di fuori servizio per manutenzione preventiva

#### Dati di Input

- Distribuzione di probabilità di guasto (tipo di distribuzione e parametri  $e$ );
- Distribuzione di probabilità di riparazione (tipo di distribuzione e parametri);
- Eventuale ringiovanimento per manutenzione correttiva;
- Eventuale ringiovanimento per manutenzione preventiva;
- Periodo di manutenzione;
- Durata della manutenzione;
- Eventuale durata di interventi di ispezione;
- Tempo di missione.

#### Dati di Output

- Disponibilità del componente ( $1 - Umc$ );
- Affidabilità del componente ( $1 - Inaf$ );
- Tempo di fuori servizio per manutenzione correttiva ( $Mcor$ );
- Tempo di fuori servizio per manutenzione preventiva ( $Mpr$ ).

#### Passi del flusso principale (per una generica storia, per una generica transizione)

- Azzeramento o inizializzazione di:
  - Tempi:
    - Tempo di transizione  $T_i = 0$
    - Tempo di origine del funzionamento del componente  $T = 0$

Tempo di età  $T_{age} = 0$

Tempo di manutenzione  $t_{man} = pman$

- Variabili interne:

stato componente  $sist = 1$

età del componente  $E = 0$

variabili per manutenzione preventiva  $man = 0$

variabili per manutenzione programmata  $mm = 1$

- Contatori:

contatore per l'Indisponibilità totale del componente  $CN = 0$

contatore per l'inaffidabilità  $CNd = 0$

contatore per tempo di manutenzione preventiva  $CMpr = 0$

contatore per tempo di manutenzione correttiva  $CMcor = 0$

▪ Se il componente è funzionante ( $sist = 1$ ) e  $T_t < T_M$ :

- Estrazione del tempo di transizione (guasto) (6)

- Se  $T_t < t_{man} \rightarrow$  Evento di guasto (1)

- Se  $T_t \geq t_{man} \rightarrow$  Evento di manutenzione preventiva (in condizione di funzionamento) (2)

- Aggiornamento età del componente:

$$\text{Weibull } E = 1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{\gamma} \cdot T_{age}\right)^\beta\right)$$

$$\text{Normale } E = \text{normcdf}(T_{age}, \mu_N, \sigma_N)$$

$$\text{Lognormale } E = \text{logncdf}(T_{age}, \mu_L, \sigma_L)$$

▪ Se il componente è guasto ( $sist = 0$ ) e  $T_t < T_M$ :

- Se il guasto è rilevato:

Se  $T_t < t_{man} \rightarrow$  Evento di manutenzione correttiva (3)

Se  $T_t \geq t_{man} \rightarrow$  Evento di manutenzione preventiva (in condizione di guasto) (4)

- Se il guasto è latente  $\rightarrow$  Evento di guasto latente e manutenzione preventiva (5)

▪ Se  $T_t > T_M$  fine storia

### Passi per specifico evento

#### 1. Evento di guasto

Aggiornamento stato del componente  $sist = 0$

Aggiornamento Tempo di età  $T_{age} = T_{age} + (T_t - T)$

Aggiornamento contatori:

- Contatore per inaffidabilità dei componenti ( $cn_d \rightarrow CN_d$ )
- Se il componente non è riparabile ( $nonrip = 1$ )
  - Aggiornamento contatori indisponibilità per componenti non riparabili ( $cn \rightarrow CN$ )
  - Aggiornamento asse temporale ( $T_t = T_M + 10$ )

## 2. Evento di manutenzione preventiva (in condizione di funzionamento)

Aggiornamento Tempo di età  $T_{age} = T_{age} + (t_{man} - T)$

Aggiornamento asse temporale  $T_t = t_{man}$

Se il componente è riparabile ( $nonrip = 0$ ):

- $man = 1 \rightarrow$  manutenzione preventiva precedente ad un guasto (7)
- se  $mandown = 1$  (manutenzione preventiva che porta down il sistema)
  - Aggiornamento contatori  $cn \rightarrow CN$  e  $cmpr \rightarrow CMpr$  fino a
 
$$T_r = \min(T_t + dman, T_M)$$
  - Aggiornamento asse temporale  $T_t = T_t + dman$

Se il componente non è riparabile ( $nonrip = 1$ ):

- Prossimo tempo di manutenzione programmata
 
$$mm = mm + 1 \rightarrow t_{man} = pman \cdot mm \text{ (fino a quando } t_{man} > T_t)$$

Aggiornamento età  $E = E \cdot (1 - ringp)$

Aggiornamento Tempo di età

- Weibull  $T_{age} = \frac{(-(\log(1-E)))^{1/\beta}}{1/\gamma}$
- Lognormale  $T_{age} = \log \text{nin}v(E, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $T_{age} = \text{nor} \text{min} v(E, \mu_N, \sigma_N)$

## 3. Evento di manutenzione correttiva

Estrazione del tempo di transizione (riparazione) (6)

Aggiornamento stato del componente  $sist = 1$

Aggiornamento età del componente  $E = E \cdot (1 - ringc)$

Aggiornamento Tempo di età

- Weibull  $T_{age} = \frac{(-(\log(1-E)))^{1/\beta}}{1/\gamma}$
- Lognormale  $T_{age} = \log \text{nin}v(E, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $T_{age} = \text{nor min } v(E, \mu_N, \sigma_N)$

Aggiornamento contatori:

- Contatore tempo di manutenzione correttiva  $cmcor \rightarrow CMcor$
- Contatori indisponibilità per componenti riparabili  $cn \rightarrow CN$

#### 4. Evento di manutenzione preventiva (in condizione di guasto)

Estrazione del tempo di transizione (riparazione) (6)

Aggiornamento stato del componente  $sist = 1$

Aggiornamento età del componente  $E = E \cdot (1 - ringc)$

Aggiornamento Tempo di età

- Weibull  $T_{age} = \frac{(-(\log(1-E)))^{1/\beta}}{1/\gamma}$
- Lognormale  $T_{age} = \log \text{nin}v(E, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $T_{age} = \text{nor min } v(E, \mu_N, \sigma_N)$

Aggiornamento contatore tempo di manutenzione correttiva  $cmcor \rightarrow CMcor$

Aggiornamento variabili interne:

- $man = 2 \rightarrow$  manutenzione preventiva (guasti rilevati) (8)

Aggiornamento contatori indisponibilità per componenti riparabili  $cn \rightarrow CN$

#### 5. Evento di guasto latente e manutenzione preventiva

Aggiornamento contatori  $cn \rightarrow CN$

Aggiornamento variabili interne:

- $man = 3 \rightarrow$  manutenzione preventiva per ispezione su guasti (9)

Aggiornamento Tempi

- Tempo di simulazione  $T_t = t_{man}$

- Tempo di età  $Tage = T_{age} + (t_{man} + T_i)$

Aggiornamento Età

- Weibull  $E = 1 - \exp\left(-\left(\frac{1}{\gamma} \cdot T_{age}\right)^\beta\right)$
- Lognormale  $E = \log ncdf(T_{age}, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $E = normcdf(T_{age}, \mu_N, \sigma_N)$

## 6. Estrazione del tempo di transizione

### Estrazione del tempo di guasto

Aggiornamento asse temporale  $T = Tt$

Estrazione di un numero casuale  $\xi_1 \in U[0,1]$

Riferimento a età componente  $\xi = E + \xi_1 \cdot (1 - E)$

Tempo di guasto  $Tt = T + ddt$  dove  $ddt$  dipende dalla distribuzione

- Weibull  $ddt = \frac{(-\log(1-\xi))^{(1/\beta)}}{1/\gamma} - T_{age}$
- Lognormale  $ddt = \log ninv(\xi, \mu_L, \sigma_L) - T_{age}$
- Normale  $ddt = nor\ min\ v(\xi, \mu_N, \sigma_N) - T_{age}$

### Estrazione del tempo di riparazione

Aggiornamento asse temporale  $T = Tt$

Estrazione di un numero casuale  $\xi_2 \in U[0,1]$

Tempo di riparazione  $Tt = T + ddt$  dove  $ddt$  dipende dalla distribuzione

- Weibull  $ddt = \frac{(-\log(1-\xi_2))^{(1/\beta)}}{1/\gamma}$
- Lognormale  $ddt = \log ninv(\xi_2, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $ddt = nor\ min\ v(\xi_2, \mu_N, \sigma_N)$

NB: in questo caso i parametri  $\beta$ ,  $1/\gamma$ ,  $\mu_L$ ,  $\sigma_L$ ,  $\mu_N$  e  $\sigma_N$  sono quelli delle distribuzioni di probabilità di riparazione

**7. Manutenzione preventiva precedente ad un guasto ( $man = 1$ )**

Se  $mandown = 1$  (manutenzione preventiva che porta down il sistema)

- Aggiornamento contatori  $cn \rightarrow CN$  e  $cmpr \rightarrow CMpr$  fino a  $T_r = \min(T_i + dman, T_m)$

Aggiornamento asse temporale  $T_i = T_i + dman$

Aggiornamento età  $E = E \cdot (1 - ringp)$

Aggiornamento Tempo di età

- Weibull  $Tage = \frac{(-(\log(1-E)))^{1/\beta}}{1/\gamma}$
- Lognormale  $Tage = \log \text{nin}v(E, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $Tage = \text{nor} \text{min} v(E, \mu_N, \sigma_N)$

Aggiornamento stato componente  $sist = 1$

Aggiornamento variabili interne  $man = 0$

Aggiornamento del prossimo tempo di manutenzione programmata (fino a quando  $t_{man} \leq T_i$ ):

- $mm = mm + 1$
- $t_{man} = pman \cdot mm$

**8. Manutenzione preventiva (guasti rilevati) ( $man = 2$ )**

Aggiornamento variabili interne  $man = 0$

Aggiornamento del prossimo tempo di manutenzione programmata (fino a quando  $t_{man} \leq T_i$ ):

- $mm = mm + 1$
- $t_{man} = pman \cdot mm$

**9. Manutenzione preventiva per ispezione su guasti (avvenuti) non rilevati ( $man = 3$ )**

Se  $mandown = 1$  (ispezione periodica (guasti latenti) che porta down il sistema)

- Aggiornamento contatori  $cmpr \rightarrow CMpr$  fino a  $(T_{man} + disp) / dt$

Aggiornamento asse temporale  $T_i = T_i + dman + disp$

Estrazione tempo di riparazione (6)

Aggiornamento contatori  $cn \rightarrow CN$  e  $cmcor \rightarrow CMcor$

Aggiornamento età  $E = E \cdot (1 - ringp)$

Aggiornamento Tempo di età

- Weibull  $Tage = \frac{(-(\log(1-E)))^{1/\beta}}{1/\gamma}$
- Lognormale  $Tage = \log ninv(E, \mu_L, \sigma_L)$
- Normale  $Tage = nor min v(E, \mu_N, \sigma_N)$

Aggiornamento stato componente  $sist = 1$

Aggiornamento variabili interne  $man = 0$

Aggiornamento del prossimo tempo di manutenzione programmata (fino a quando  $t_{man} \leq T_t$ ):

- $mm = mm + 1$
- $t_{man} = pman \cdot mm$

### 3.2.2 Stima delle prestazioni di un sistema a rete mediante simulazione

#### MonteCarlo

Con riferimento ad un sistema a rete, l'algoritmo di calcolo sopra descritto è stato applicato per simulare il comportamento del sistema al variare dello stato dei suoi componenti (connessioni e/o nodi) sotto le ipotesi di guasti indipendenti.

Le prestazioni della rete nel suo complesso, ovvero di ciascun nodo utilizzatore, vengono stimate analiticamente a partire dai risultati ottenuti applicando la procedura proposta a ciascuna connessione in modo indipendente. Tale approccio richiede l'identificazione della funzione di sistema che deve essere realizzata per ciascuna utenza, sulla base dei differenti percorsi di alimentazione (connessioni con la sorgente) utilizzabili a fronte di eventi di guasto.

In alternativa, l'analisi della rete può essere effettuata sulla base dello stato (funzionamento / guasto) di ciascun componente. L'algoritmo di calcolo consente, infatti, di identificare per ciascuna connessione la sequenza di guasti, riparazioni e interventi di manutenzione da associare a ciascun canale temporale di ciascuna storia. A partire da tali sequenze, viene aggiornata la configurazione del sistema e, mediante l'algoritmo degli Automi Cellulari è verificato lo stato attivo/non attivo di ciascun nodo utilizzatore verificando l'esistenza di almeno una connessione con la sorgente. Anche in questo caso, il limite principale dell'approccio consiste nell'impossibilità di considerare le dipendenze tra i guasti (come ad esempio un guasto singolo che modifica le probabilità di guasto dei componenti e / o introduce una dipendenza tra di essi).

## 4 TECNICHE MONTE CARLO PER LA STIMA DI MISURE DI IMPORTANZA

### 4.1 Introduzione al problema

La valutazione delle caratteristiche RAMS (Reliability, Availability, Maintainability e Safety) dei sistemi generalmente include le valutazioni di "importanza" dei suoi componenti e / o dei parametri di base del modello considerato.

In letteratura vengono proposte diverse e differenti Misure di Importanza tra le quali citiamo le principali: Birnbaum measure, Criticality measure, Risk Achievement Worth, Risk Reduction Worth e Differential Importance Measure. Tali misure hanno lo scopo di effettuare una classificazione dei componenti del sistema, o dei relativi parametri caratteristici, in base all'importanza che questi hanno sulle prestazioni del sistema in esame [26], [30].

Il calcolo di tali misure richiede una serie di valutazioni relative alle prestazioni del sistema, per diversi valori delle variabili di ingresso, che è proporzionale al numero di componenti / parametri. Ciò può essere particolarmente oneroso, in termini di tempi di calcolo, quando si utilizzano tecniche di simulazione. In particolare, si fa riferimento all'analisi di un sistema a rete costituito da componenti riparabili utilizzando il metodo MonteCarlo con un approccio indiretto [12].

Per fare un esempio, consideriamo il sistema a rete di Figura 6 costituito da un nodo sorgente (nodo 1) e quattro nodi utilizzatori (nodi 2, 3, 4 e 5) e assumiamo una distribuzione esponenziale (con tasso costante) per le funzioni di distribuzione di probabilità di guasto e riparazione.

L'analisi del sistema a rete, con riferimento alla stima delle caratteristiche di indisponibilità e alla stima della misura di Birnbaum, viene effettuata mediante simulazione MonteCarlo integrata con un algoritmo ad Automi Cellulari.

I guasti delle connessioni della rete sono simulati con un approccio MonteCarlo Indiretto, estraendo prima il tempo della transizione del sistema e poi il componente interessato dal guasto o dalla riparazione.

Aggiornata la configurazione del sistema, mediante l'algoritmo degli Automi Cellulari è verificato lo stato attivo / non attivo di ciascun nodo utilizzatore: l'applicazione di una regola locale opportunamente definita permette, infatti, la verifica dell'esistenza di almeno una connessione con la sorgente.

La misura di Birnbaum è definita come la derivata parziale dell'Indisponibilità del Sistema rispetto alla Indisponibilità del componente  $i$  a cui la misura è riferita:

$$B_i = \frac{\partial U}{\partial U_i} = U^{i+} - U^{i-}$$

dove:

- $U^{i+} = \Pr[\Phi(\dots, x_i = 1, \dots) = 1]$  è l'Indisponibilità del Sistema quando il componente  $i$  è sempre guasto;
- $U^{i-} = \Pr[\Phi(\dots, x_i = 0, \dots) = 1]$  è l'Indisponibilità del Sistema quando il componente  $i$  è sempre funzionante.

L'algoritmo di base richiede la valutazione delle due quantità  $U^{i+}$  e  $U^{i-}$  che devono essere calcolate per tutte le connessioni attraverso 2 simulazioni Monte Carlo ciascuna delle quali costituita da un certo numero  $ns$  di storie. Le due simulazioni devono essere fatte per ciascuna connessione: nella prima la connessione è considerata sempre disponibile, nella seconda sempre guasta.

La Misura Differenziale di Importanza totale per il componente  $i$  è definita dall'espressione:

$${}^T D_j = \frac{{}^T \Delta U_j}{\Delta U} = \frac{B_j \cdot \Delta U_j + \sum_{k=2}^m \sum_{\substack{l < \dots < k \\ j \in l, \dots, k}} \left( {}^k J_{l, \dots, k} \cdot \prod_{s=1}^k \Delta U_s \right)}{\sum_{i=1}^n (B_i \cdot \Delta U_i) + \sum_{k=2}^m \sum_{\substack{l < \dots < k}} \left( {}^k J_{l, \dots, k} \cdot \prod_{s=1}^k \Delta U_s \right)}$$

dove

$${}^k J_{l, \dots, k} = \frac{\partial^k U}{\partial U_l \cdot \dots \cdot \partial U_k} \quad \text{rappresenta il "Joint Failure Importance di ordine k";}$$

$${}^T \Delta U = \sum_{l=1}^n (B_l \cdot \Delta U_l) + \sum_{k=2}^m \sum_{\substack{l < \dots < k}} \left( {}^k J_{l, \dots, k} \cdot \prod_{s=1}^k \Delta U_s \right)$$

è la variazione dell'Indisponibilità del Sistema dovuta alla variazione dell'Indisponibilità di ciascun componente, singola ed in qualsiasi combinazione con la variazione dell'Indisponibilità dei restanti  $m-1$  componenti;

$${}^T \Delta U_j = B_j \cdot \Delta U_j + \sum_{k=2}^m \sum_{\substack{l < \dots < k \\ j \in l, \dots, k}} \left( {}^k J_{l, \dots, k} \cdot \prod_{s=1}^k \Delta U_s \right)$$

è la variazione della variabile di uscita dovuta alla variazione dell'Indisponibilità del componente  $i$  singola ed in qualsiasi combinazione con la variazione dell'Indisponibilità dei restanti  $m-1$  componenti.

La stima della Misura Differenziale di Importanza totale mediante la valutazione delle derivate parziali, richiede un numero estremamente elevato di valutazioni del modello. Ad esempio, per N

variabili di ingresso ed una variabile di uscita, la stima delle derivate parziali di primo e secondo ordine richiede  $1/2 \cdot (N + N^2)$  valutazioni.

E' possibile, tuttavia, valutare la Misura Differenziale di Importanza totale operando variazioni finite delle variabili. La procedura richiede  $N + 2$  valutazioni del modello. Operativamente, si considera la variazione finita  $U_j^0 \rightarrow U_j$  dell'Indisponibilità di ciascun componente e si procede alla stima dei seguenti  $(N + 2)$  valori della variabili di uscita del modello:

- $U^0 = U(U_1^0, \dots, U_j^0, \dots, U_n^0)$  Indisponibilità del Sistema quando tutti componenti assumono il valore iniziale di Indisponibilità;
- $U = U(U_1, \dots, U_j, \dots, U_n)$  Indisponibilità del Sistema quando tutti componenti assumono il valore finale di Indisponibilità;
- $U^{-j} = U(U_1, \dots, U_j^0, \dots, U_n)$  Indisponibilità del Sistema quando tutti componenti assumono il valore finale di Indisponibilità, tranne il componente a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale.

La Misura Differenziale di Importanza totale è stimata mediante l'espressione [24]:

$${}^T D_j = \frac{U - U^{-j}}{U - U^0} \quad (33)$$

Per variazioni molto piccole tra valori iniziali e finali, è possibile trascurare le derivate di ordine superiore. In tal caso la Misura Differenziale di Importanza totale va a coincidere con la misura Differenziale del primo ordine.

In questo capitolo viene proposta una procedura generale, alternativa a quella proposta in letteratura, che consente la valutazione delle caratteristiche di Indisponibilità della rete e dell'importanza dei suoi componenti attraverso una sola valutazione del modello effettuata con simulazioni MonteCarlo riducendo in tal modo i tempi di calcolo.

## 4.2 Algoritmo di calcolo

Nelle diverse applicazioni RAMS (Reliability, Availability, Maintainability and Safety), la stima delle caratteristiche del sistema richiede l'applicazione di tecniche di simulazione.

Nel caso di sistemi a rete, la tecnica MonteCarlo consente la stima delle sue prestazioni riferite a ciascun nodo utente e a tutta la rete nel suo complesso; l'algoritmo ad Automi Cellulari consente di verificare la "connettività" della rete, per ogni configurazione campionata [13], mentre le misure di Importanza forniscono informazioni utili sulla struttura della rete [27].

L'applicazione (e l'algoritmo proposto) è riferito ad un sistema a rete ma vale per qualsiasi tipologia di sistema.

L'idea base consiste nell'utilizzare tecniche di Importance Sampling per la stima della Misura Differenziale di Importanza (del primo ordine/totale) attraverso una sola simulazione della vita operativa del sistema.

Tutte le variabili di uscita (Indisponibilità di sistema per diversi valori delle variabili di ingresso), sono calcolate contemporaneamente sulla base della stessa sequenza dei componenti coinvolti, del tipo di evento (guasto o riparazione) e del tempo di transizione.

Le quantità  $U^0$ ,  $U$  e  $U^{-j}$  definite nel §4.1 vengono stimate con un approccio MonteCarlo Indiretto utilizzando diversi contatori ciascuno dei quali viene aggiornato con pesi opportunamente calcolati a seconda del tipo di forzatura utilizzato. In particolare, con la "Forzatura della transizione specifica" il componente che effettua la transizione viene forzato ad essere lo stesso per tutti i casi.

Anche i tempi di transizione sono uguali per tutti i casi. In un approccio MonteCarlo Crudo il tempo di guasto viene estratto dalla distribuzione di probabilità "naturale" nel caso in cui tutti i componenti assumono il valore iniziale di Indisponibilità ("Forzatura del tasso di guasto"); in un approccio MonteCarlo Forzato viene applicata la Forzatura del Guasto certo campionando i tempi di guasto da una distribuzione uniforme al fine di ridurre la varianza.

La presenza di componenti ridondanti e i valori tipici delle probabilità di guasto e la riparazione in genere portano alla condizione di "eventi rari". L'approccio sopra descritto consente una prima riduzione della varianza delle variabili di uscita. Anche i tempi di transizione possono essere forzati ("Forzatura del guasto certo"), per esempio assicurando la presenza di almeno un guasto durante (la restante) vita operativa del sistema.

L'algoritmo di calcolo sviluppato per l'applicazione del metodo MonteCarlo Indiretto Forzato, finalizzata alla stima dell'indisponibilità di sistemi a rete e ad una classificazione in termini di importanza dei suoi componenti, procede attraverso i passi di seguito descritti.

**Dati di Input:**

- Topologia della rete;
- Numero di connessioni della rete  $nc$
- Distribuzione di probabilità di guasto iniziale (valore del tasso di guasto iniziale delle connessioni della rete  $\lambda$ );
- Distribuzione di probabilità di guasto finale (valore del tasso di guasto finale delle connessioni della rete  $\lambda_f$ );
- Distribuzione di probabilità di riparazione (valore del tasso di riparazione delle connessioni della rete  $\mu$ );
- Tempo di missione  $T_M$ ;
- Numero di simulazioni  $ns$  MonteCarlo;

**Dati di output:**

- Stima analitica del Rischio globale (o Indisponibilità) – valore iniziale  $U$  ;
- Stima analitica del Rischio globale (o Indisponibilità) – valore finale  $U_p$  ;
- Stima MC del Rischio globale (o Indisponibilità) – valore iniziale  $U_i$  ;
- Stima MC del Rischio globale (o Indisponibilità) – valore finale  $U_f$  ;
- Stima analitica del DIM dei nodi e delle connessioni del sistema;
- Stima MonteCarlo del DIM dei nodi e delle connessioni del sistema.

**Variabili interne:**

- Matrice di configurazione della rete  $S$  ;
- Matrice dei tassi di guasto (valore iniziale)  $RR$  ;
- Matrice dei tassi di guasto (valore finale)  $RRnpf$  ;
- Matrice dei tassi di guasto (quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto, tranne il componente  $i$  a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale)  $RRnp$  ;
- Matrice dei tassi di riparazione  $Rip$  ;
- Tempo di simulazione  $T_i$  ;
- Vettore dello stato dei nodi;
- Peso dovuto all'estrazione della connessione interessata alla transizione dalla configurazione in cui tutte le connessioni hanno il valore iniziale del tasso di guasto;
- Pesi relativi alle diverse tecniche di forzatura (se utilizzate):
  - quando tutti componenti assumono il valore iniziale del tasso di guasto:  $u$  e  $b$
  - quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto:  $uf$  e  $bnpf$
  - quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto tranne il componente  $i$  a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale:  $unp_i$  e  $bnp_i$
- Pesi complessivi dovuti alle diverse tecniche di Importance Sampling applicate:
  - quando tutti componenti assumono il valore iniziale del tasso di guasto:  $w$
  - quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto:  $wf$

- quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto tranne il componente  $i$  a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale:  $wnp_i$

### **Operazioni preliminari:**

Il tempo di missione del sistema è suddiviso in canali temporali, a ciascuno dei quali è associato un contatore per:

- Stima MC del Rischio globale (o Indisponibilità) – valore iniziale  $CN$  ;
- Stima MC del Rischio globale (o Indisponibilità) – valore finale  $CN_f$  ;
- Stima MC del Rischio globale (o Indisponibilità) quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto, tranne il componente  $i$  a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale  $CNp_i$

### **Passi del flusso principale:**

- Azzeramento o inizializzazione delle variabili interne al ciclo MC, dei tempi di transizione e dei contatori;
- Calcolo del tasso di transizione del sistema quando tutti componenti assumono il valore iniziale del tasso di guasto;
- Calcolo del tasso di transizione del sistema quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto;
- Calcolo del tasso di transizione del sistema quando tutti componenti assumono il valore finale del tasso di guasto, tranne il componente  $i$  a cui è riferita la misura per il quale è assunto il valore iniziale;
- Estrazione connessione  $ij$  interessata alla transizione
- Calcolo dei pesi relativi all'applicazione della "Forzatura della transizione specifica":

$$u = nc \cdot \frac{\lambda_{ij}}{\lambda_{tot}}$$

$$unp_i = nc \cdot \frac{\lambda_{npj}(i)}{\lambda_{tot}(i)}$$

$$uf = nc \cdot \frac{\lambda_{fj}}{\lambda_{tof}}$$

- Estrazione del tempo di transizione e calcolo del peso della transizione
  - Tempo al Guasto da distribuzione naturale nel caso di MonteCarlo crudo e pesi relativi:

$$T_i = T - \frac{\log(1-\xi)}{\lambda_{tot}}$$

$$b = 1$$

$$bnp_i = \frac{\lambda_{tot}(i) \cdot e^{-\lambda_{tot}(i)(T_i-T)}}{\lambda_{tot} \cdot e^{-\lambda_{tot}(T_i-T)}}$$

$$bnpf = \frac{\lambda_{totf} \cdot e^{-\lambda_{totf}(T_i-T)}}{\lambda_{tot} \cdot e^{-\lambda_{tot}(T_i-T)}}$$

- Tempo al Guasto nel caso di MonteCarlo con forzatura del guasto certo ( variando la pdf di rottura da esponenziale a uniforme):

$$T_i = T + \xi \cdot (T_M - T)$$

$$b = (T_M - T) \cdot \lambda_{tot} \cdot e^{-\lambda_{tot}(T_i-T)}$$

$$bnp_i = (T_M - T) \cdot \lambda_{tot}(i) \cdot e^{-\lambda_{tot}(i)(T_i-T)}$$

$$bnpf = (T_M - T) \cdot \lambda_{totf} \cdot e^{-\lambda_{totf}(T_i-T)}$$

- Tempo di riparazione da distribuzione naturale e pesi relativi:

$$T_i = T - \frac{\log(1-\xi)}{\lambda_{tot}}$$

$$b = 1$$

$$bnp_i = \frac{\lambda_{tot}(i) \cdot e^{-\lambda_{tot}(i)(T_i-T)}}{\lambda_{tot} \cdot e^{-\lambda_{tot}(T_i-T)}}$$

$$bnpf = \frac{\lambda_{totf} \cdot e^{-\lambda_{totf}(T_i-T)}}{\lambda_{tot} \cdot e^{-\lambda_{tot}(T_i-T)}}$$

- aggiornamento della matrice di stato della rete;
- aggiornamento della matrice dei tassi di transizione;
- calcolo del peso complessivo dovuto alle tecniche di riduzione della varianza applicate:

$$w = w \cdot b \cdot u$$

$$wnp_i = wnp_i \cdot bnp_i \cdot unp_i$$

$$wf = wf \cdot bnpf \cdot uf$$

- ricerca dei nodi disattivati con l'algorithmo degli Automi Cellulari;
- aggiornamento dei contatori di indisponibilità dei nodi con i relativi pesi:

$$w \rightarrow cn \rightarrow CN$$

$$wnp_i \rightarrow cnp_i \rightarrow CNp_i$$

$$wf \rightarrow cnf \rightarrow CNf$$

- calcolo

delle quantità  $U^0$ ,  $U$  e  $U^{-j}$ :

$$U^0 = CN / ns$$

$$U = CNf / ns$$

$$U^{-j} = CNp_i / ns$$

- Calcolo della Misure Differenziale di Importanza totale mediante l'espressione data dall'eq.(33). Per piccole variazioni tra valore finale e iniziale, il DIM totale coincide con il DIM del primo ordine.

## 5 CASI APPLICATIVI

### 5.1 Misure di Importanza e fenomeni di invecchiamento: soluzione analitica

#### 5.1.1 Esempio 1

Al fine di verificare la correttezza delle equazioni analitiche proposte nel §2.2 e mostrare il loro utilizzo, si considera il seguente caso che riguarda l'applicazione delle equazioni ad un esempio proposto in letteratura [22]. In Figura 5 è rappresentato lo schema a blocchi dell'esempio.

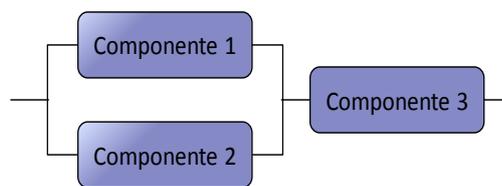


Figura 5 – Diagramma a blocchi dell'esempio applicativo 1

Vengono analizzate tre diverse situazioni: componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento, componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento assumendo per la probabilità di guasto una distribuzione esponenziale-lineare, componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento e con probabilità di guasto descritte dalla distribuzione di Weibull.

Con riferimento alla distribuzione esponenziale-lineare, il periodo di manutenzione è calcolato sia utilizzando l'eq.(10) in accordo a quanto proposto in letteratura [22], sia utilizzando l'eq.(15) proposta come alternativa.

##### 5.1.1.1 Componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale

Come prima ipotesi, supponiamo che i componenti del sistema di Figura 5 siano riparabili ma non soggetti a fenomeni di invecchiamento.

In Tabella 2 sono riportati i valori del tasso di guasto  $\lambda_i$  e del tasso di riparazione  $\mu_i$  di ciascun componente; l'indisponibilità asintotica (di ciascun componente) è calcolata mediante l'espressione fornita dall'eq.(1).

Componente	$\lambda_i [h^{-1}]$	$\mu_i [h^{-1}]$	$U_i$	$B_i = \frac{\partial U}{\partial U_i}$	$DIM_{\lambda_i}$	$DIM_{\mu_i}$	$DIM_i$
1	0,0050	0,0200	0,2000	0,197	0,158	-0,039	0,118
2	0,0050	0,0200	0,2000	0,197	0,158	-0,039	0,118
3	0,0005	0,0300	0,0164	0,960	0,776	-0,013	0,763

Tabella 2 – Distribuzione esponenziale

L'indisponibilità di sistema  $U = U_3 + U_1 \cdot U_2 - U_1 \cdot U_2 \cdot U_3$  deriva dalla funzione di sistema  $\phi = \phi_3 \oplus (\phi_1 \otimes \phi_2)$ . Con i dati riportati in Tabella 2 si ottiene (per l'indisponibilità di sistema)  $U = 0,056$ . Con l'approccio descritto nel §2 e utilizzando l'eq.(5), si calcola l'indice di Birnbaum. In particolare, in Tabella 2, sono riportati i valori degli indici di Birnbaum calcolati per i tre componenti del sistema mediante le espressioni:  $B_1 = U_2 - U_2 \cdot U_3$ ,  $B_2 = U_1 - U_1 \cdot U_3$  e  $B_3 = 1 - U_1 \cdot U_2$ . L'eq.(7), l'eq.(8) e l'eq.(9) forniscono i valori del DIM dei componenti e dei parametri sotto le ipotesi di variazioni uniformi. In particolare, tali valori sono stati stimati attraverso le espressioni delle derivate parziali dell'indisponibilità del sistema rispetto a ciascun parametro di ogni componente attraverso Tecniche di simulazione MonteCarlo [22].

5.1.1.2 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale-lineare

Consideriamo il sistema di Figura 5. I fenomeni di invecchiamento sono introdotti attraverso una distribuzione esponenziale-lineare per le probabilità di guasto dei componenti.

**IPOTESI BASE PER IL PERIODO DI MANUTENZIONE**

Il valore effettivo del tasso di guasto  $\lambda^*$  del componente, costante durante il Periodo di Manutenzione  $\tau$ , è dato dall'eq.(2). In accordo a quanto definito in letteratura [22], il Periodo di Manutenzione è definito dall'eq.10.

In Tabella 2 sono riportati i valori del tasso di guasto  $\lambda_i$  e del tasso di riparazione  $\mu_i$ , mentre in Tabella 3 sono riportati i valori dei parametri  $a_i$  e  $\alpha_i$ .

Componente	$\lambda_{0i} [h^{-1}]$	$a_i [h^{-1}]$	$\alpha [h^{-1}]$	$\tau_i$	$\lambda_i^* [h^{-1}]$	$U_i$	$B_i = \frac{\partial U}{\partial U_i}$
1	0,0050	1,30E-05	1,30	131,40	5,845E-03	0,226	0,197
2	0,0050	1,30E-05		131,40	5,845E-03	0,226	0,197
3	0,0005	8,00E-05		132,57	5,803E-03	0,162	0,960

Tabella 3 – Distribuzione esponenziale-lineare: dati esempio 1

Sempre in Tabella 3 sono riportati i dati delle caratteristiche di base dei componenti (Periodo di Manutenzione, valore effettivo del tasso di guasto, Indisponibilità asintotica) e dell'indice di Birnbaum (ovvero le derivate parziali dell'indisponibilità del sistema rispetto all'indisponibilità dei componenti). Per l'indisponibilità del sistema si ottiene un valore pari a  $U = 0,205$ .

Il DIM è stimato assumendo che il parametro  $\alpha_i$  sia noto e uguale per tutti i componenti:  $\alpha_i = \alpha \quad \forall i$ , sotto le ipotesi di variazioni percentuali uniformi degli altri parametri. Il DIM dei parametri  $\lambda_{0i}$ ,  $a_i$  e  $\mu_i$  è calcolato con le eq. (12), (13) e (14) sulla base dei valori indicati in Tabella 2 e Tabella 3. Il DIM dei componenti è dato dalla somma dei DIM dei parametri o, equivalentemente, può essere

calcolato utilizzando l'espressione:  $DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i^l}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^l}$  dove  $\Delta_i^l$  è dato dall'eq.(11). In Tabella 4 sono

riportati i risultati.

Componente	$DIM_{a_i}$	$DIM_{\lambda_i}$	$DIM_{\mu_i}$	$DIM_i$
1	-0,060	-0,354	0,475	0,060
2	-0,060	-0,354	0,475	0,060
3	-0,879	-0,083	1,841	0,879
Totale	-1,000	-0,791	2,791	1,000

Tabella 4 – Distribuzione esponenziale-lineare: risultati DIM

La classificazione dei componenti e dei parametri fornita dal DIM attraverso l'espressione proposta nel §3 coincide con la classificazione riportata in letteratura [22]. Il valore numerico delle misure differisce a causa delle differenti ipotesi. Qui, infatti, abbiamo considerato in modo esplicito il parametro di crescita  $a$  e le sue relazioni con gli altri parametri del modello al fine di avere informazioni separate sull'importanza dei guasti casuali e dei fenomeni di invecchiamento; ciò impone l'ipotesi di variazioni percentuali uniformi. In letteratura [22], il parametro di crescita  $a$  non è introdotto in maniera esplicita; la misura è stimata sulla base delle derivate parziali dell'indisponibilità del sistema rispetto al valore effettivo del tasso di guasto, sotto le ipotesi di variazioni uniformi.

Inoltre, non consideriamo significativo il confronto tra la classificazione dei componenti del caso 1 e quella del caso 2 in quanto, anche se i dati sono gli stessi, il valore dell'indisponibilità di sistema differisce in modo significativo. Più in generale, il confronto deve essere effettuato con riferimento alla classificazione dei componenti con e senza fenomeni di invecchiamento; il confronto dei valori numerici delle misure non è significativo a causa delle diverse ipotesi: variazioni uniformi nel primo caso e variazioni percentuali uniformi nel secondo.

### **IPOTESI ALTERNATIVA PER IL PERIODO DI MANUTENZIONE**

La manutenzione preventiva è efficace solo in presenza di fenomeni di invecchiamento. Per tale obiettivo, il Periodo di Manutenzione è limitato solo al termine dipendente dal tempo del tasso di guasto. Assumendo una distribuzione esponenziale-lineare per le probabilità di guasto dei componenti, il periodo di manutenzione è dato dall'eq. (15). Consideriamo il sistema rappresentato in Figura 5. Al fine di valutare gli effetti delle due diverse ipotesi per il periodo di manutenzione, consideriamo gli stessi dati del caso 2. La sola differenza riguarda il parametro  $\alpha$  : come mostrato in Tabella 5, viene assunto un valore pari a 1,75. L'indisponibilità del sistema è circa la stessa del caso 2. In Tabella 5 sono riportati anche i valori stimati per le caratteristiche di base dei componenti (Periodo di Manutenzione, valore effettivo del tasso di guasto, indisponibilità asintotica) e per le misure di Birnbaum (derivate parziali dell'indisponibilità del sistema rispetto all'indisponibilità dei componenti).

Componente	$\alpha_i [h^{-1}]$	$\tau_i^*$	$\lambda_i^* [h^{-1}]$	$U_i$	$B_i = \frac{\partial U}{\partial U_i}$
1	1,75	296,50	6,93E-03	0,257	0,2188
2		296,50	6,93E-03	0,257	0,2188
3		119,52	5,28E-03	0,150	0,9338

Tabella 5 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): dati esempio 1

Il confronto tra i valori delle caratteristiche di base dei componenti mostrati in Tabella 3 per il caso 2 e in Tabella 5 per il caso 3 chiarisce gli effetti delle diverse ipotesi per il periodo di manutenzione.

Con riferimento al periodo preventivo del termine dipendente dal tempo del tasso di guasto: il periodo di manutenzione aumenta per i componenti 1 e 2 producendo l'aumento del valore effettivo del tasso di guasto e l'indisponibilità; il periodo di manutenzione diminuisce per il componente 3 (fenomeno di invecchiamento più pesante) producendo la diminuzione del relativo valore efficace del tasso di guasto e dell'indisponibilità.

Il valore della Misura Differenziale di Importanza è stimato considerando  $\alpha_i$  non soggetto a variazione, mentre per gli altri parametri vale l'ipotesi di variazioni percentuali uniformi. Il DIM dei parametri  $\lambda_{0i}$ ,  $a_i$  e  $\mu_i$  è calcolato con le eq. (18), (19) e (20) sulla base dei valori indicati in Tabella 2, Tabella 3 e Tabella 5. Il DIM dei componenti è dato dalla somma dei DIM dei parametri o, equivalentemente, può essere calcolato utilizzando l'espressione: 
$$DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i^{**}}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{**}}$$
 dove  $\Delta_i^{**}$  è

dato dall'eq.(17). In Tabella 6 sono riportati i risultati.

Componente	$DIM_{\lambda_{0i}}$	$DIM_{a_i}$	$DIM_{\mu_i}$	$DIM_i$
1	-0,461	-0,089	0,639	0,089
2	-0,461	-0,089	0,639	0,089
3	-0,172	-0,822	1,817	0,822
Totale	-1,094	-1,000	3,094	1,000

Tabella 6 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): risultati DIM

Confrontando i valori riportati in Tabella 4 per il caso 2 e in Tabella 6 per il caso 3, il DIM sotto le due diverse assunzioni per il periodo di manutenzione, fornisce la stessa classificazione dei componenti e dei parametri. L'importanza dei componenti 1 e 2 aumenta, mentre diminuisce l'importanza del componente 3. La differenza tra l'importanza del componente 3 e l'importanza dei componenti 1 e 2 si riduce; in tal senso l'assunzione alternativa fornisce una ottimizzazione dell'espressione del periodo di manutenzione. Ad esempio, durante un periodo di vita pari a 10 anni (87.600 h), assumendo i valori indicati in Tabella 3 e in Tabella 5 per il periodo di manutenzione dei componenti, è necessario realizzare: circa 2.000 interventi (circa 666 per ciascun componente) con

l'assunzione base (caso 2), circa 1.320 (circa 295 per i componenti 1 e 2 e circa 730 per il componente 3) con l'assunzione alternativa (caso 3).

La classificazione dei parametri dovuta al valore assoluto del DIM è la seguente:  $\mu_3$ ,  $a_3$ ,  $\mu_1 - \mu_2$  (stesso valore),  $\lambda_1 - \lambda_2$  (stesso valore),  $\lambda_3$ ,  $a_1 - a_2$  (stesso valore). I miglioramenti più efficaci riguardano il componente 3 e più in dettaglio l'aumento del suo tasso di riparazione ( $\partial U / \partial \mu < 0$ ). Per esempio, assumendo  $\mu_3 = 0,095$  (da  $\mu_3 = 0,03$ ), il DIM del parametro  $\mu$  è circa lo stesso ( $DIM_{\mu_1} \approx DIM_{\mu_2} \approx DIM_{\mu_3} = 1,368$ ) con un miglioramento significativo delle prestazioni del sistema  $U = 0,115$  (anziché  $U = 0,206$ ). Il DIM dei componenti risulta:  $DIM_1 = DIM_2 = 0,190$  e  $DIM_3 = 0,619$ . Assumendo  $\mu_3 = 0,32$ , il DIM dei componenti è lo stesso ( $DIM_1 \approx DIM_2 \approx DIM_3 = 0,333$ ) con un miglioramento significativo delle prestazioni del sistema:  $U = 0,081$ .

Il DIM dei parametri può essere sommato a quello dei componenti per stimare l'importanza complessiva di ciascun tipo di parametro, e poi l'importanza dei guasti casuali, dei fenomeni di invecchiamento e della manutenzione preventiva e correttiva rispetto al sistema nel suo complesso. Con riferimento alla Tabella 4, il parametro più importante risulta essere il tasso di riparazione  $\mu$ ; il parametro di crescita  $a$  e il termine costante  $\lambda_0$  hanno circa la stessa importanza.

Come ultimo esempio, in Tabella 7 vengono riportati i risultati ottenuti nell'ipotesi in cui tutti i parametri siano soggetti a variazioni. Il DIM dei parametri e dei componenti è stato stimato utilizzando le espressioni proposte dalle eq.(18), (19), (20), (21) e (16), considerando per ciascun componente un uguale valore del parametro  $\alpha$  ( $\alpha_i = \alpha = 1,75 \quad \forall i$ ), mentre per gli altri parametri si considerano i valori di Tabella 3.

Componente	$DIM_{\lambda_{0i}}$	$DIM_{a_{ii}}$	$DIM_{\mu_i}$	$DIM_{\alpha_i}$	$DIM_i$
1	-0,231	-0,044	0,319	0,044	0,089
2	-0,231	-0,044	0,319	0,044	0,089
3	-0,086	-0,411	0,898	0,411	0,822
Totale	-0,547	-0,500	1,547	0,500	1,000

Tabella 7 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): risultati DIM per parametri variabili

### 5.1.1.3 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione di Weibull

Consideriamo il sistema di Figura 5 e introduciamo i fenomeni di invecchiamento utilizzando la distribuzione di Weibull per le probabilità di guasto dei componenti. Il valore effettivo del tasso di guasto  $\lambda^*$ , costante durante il periodo di manutenzione, è dato dall'eq.(3). In accordo con l'eq.(22), il periodo di manutenzione è una frazione dell'inverso del termine dipendente dal tempo del tasso di guasto.

In Tabella 8 sono riportati i dati  $(\gamma_i, \beta_i, \mu_i, \alpha_i)$ , i valori stimati per le caratteristiche di base dei componenti (Periodo di Manutenzione, valore effettivo del tasso di guasto, indisponibilità asintotica) e l'indice di Birnbaum (derivate parziali dell'indisponibilità del sistema rispetto all'indisponibilità dei componenti).

Componente	$\lambda_{0i} [h^{-1}]$	$\gamma_i [h^{-1}]$	$\beta_i$	$\mu_i [h^{-1}]$	$\alpha [h^{-1}]$	$\tau_i^*$	$\lambda_i^* [h^{-1}]$	$U_i$	$B_i = \frac{\partial U}{\partial U_i}$
1	0,0050	0,00255	2	0,0200	1,75	296,50	6,92E-03	0,257	0,2188
2	0,0050	0,00255	2	0,0200		296,50	6,92E-03	0,257	0,2188
3	0,0005	0,00633	2	0,0300		119,04	5,29E-03	0,150	0,9338

Tabella 8 – Distribuzione di Weibull: dati esempio 1

Assumendo gli stessi dati del caso 3 con  $\beta=2$  e  $\gamma=a/2$ , la distribuzione di Weibull fornisce gli stessi risultati della distribuzione esponenziale-lineare per l'indisponibilità asintotica di ciascun componente e del sistema nel suo complesso.

Il valore della Misura Differenziale di Importanza è stimato considerando  $\alpha_i$  parametro noto e uguale per tutti i componenti:  $\alpha_i = \alpha \quad \forall i$ , mentre per gli altri parametri vale l'ipotesi di variazioni percentuali uniformi. Il DIM dei parametri  $\lambda_{0i}, \gamma_i, \beta_i$  e  $\mu_i$  è calcolato con le eq. (27), (28), (29) e (30) sulla base dei valori indicati in Tabella 8. Il DIM dei componenti è dato dalla somma dei DIM dei parametri o, equivalentemente, può essere calcolato utilizzando l'espressione: 
$$DIM_i = \frac{B_i^{**} \Delta_i^{***}}{\sum_{j=1}^n B_j^{**} \Delta_j^{***}}$$

dove  $\Delta_i^{***}$  è dato dall'eq.(24). In Tabella 9 sono riportati i risultati:

Componente	$DIM_{\lambda_{0i}}$	$DIM_{\gamma_i}$	$DIM_{\beta_i}$	$DIM_{\mu_i}$	$DIM_i$
1	-0,822	-0,317	0,089	1,138	0,089
2	-0,822	-0,317	0,089	1,138	0,089
3	-0,306	-2,941	0,823	3,247	0,823
Totale	-1,950	-3,574	1,000	5,523	1,000

Tabella 9 – Distribuzione di Weibull: risultati DIM

Al fine di verificare l'adeguatezza delle relazioni tra la Misura Differenziale di Importanza e i parametri che definiscono la probabilità di guasto dei componenti, consideriamo alcune variazioni nei dati di input. Aumentando il valore di  $\gamma$  per il componente 3 da 0,0635 a 0,01 (aumentando la crescita lineare nel tempo del tasso di guasto), aumenta anche il valore del rispettivo DIM: da  $DIM_3 = 0,823$  a  $DIM_3 = 0,871$ . La stessa cosa accade nel caso di distribuzione esponenziale-lineare aumentando il parametro di crescita  $a$ .

Aumentando il parametro  $\beta$  da 2 a 3 (tasso di guasto che aumenta più che linearmente), sempre per il componente 3, il Periodo di Manutenzione aumenta da circa 119 a 131. Il tasso di guasto, infatti, assume un valore inferiore nella prima parte della finestra temporale tra due successivi eventi di manutenzione. Il DIM diminuisce: da  $DIM_{\beta_3} = 0,295$  a  $DIM_{\beta_3} = 0,180$ .

Per verificare la correttezza delle equazioni proposte nel §3, il caso 4 è stato risolto numericamente; è stato adottato lo stesso approccio descritto per il precedente caso studio con risultati positivi.

Se le caratteristiche tecnologiche non consentono il miglioramento dell'indisponibilità del componente modificando i valori dei parametri che definiscono le distribuzioni di probabilità di guasto  $(\lambda_{0i}, \gamma_i, \beta_i)$  e di riparazione  $(\mu_i)$ , allora l'unico modo per ridurre l'indisponibilità del sistema è quello di ottimizzare la manutenzione preventiva dei componenti. A tale scopo, consideriamo il parametro  $\alpha$  un parametro non fisso, diverso per ciascun componente, e cerchiamo quel valore che minimizza la differenza tra il DIM dei parametri  $\alpha_i$ . Con  $\alpha_1 = 1$ ,  $\alpha_2 = 1$  e  $\alpha_3 = 104$ , l'eq.15 da per i periodi di manutenzione:  $\tau_1 \approx 392$ ,  $\tau_2 \approx 392$  e  $\tau_3 \approx 15,5$ , mentre l'eq.30 restituisce un valore del DIM pari a:  $DIM_{\alpha_i} \approx 0,131 \quad \forall i$ .

Il DIM per i componenti è:

$$DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i^{***}}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{***}} \quad \text{dove } \Delta_i^{***} \text{ è dato dall'eq.(23). Risultato:}$$

$$DIM_1 = DIM_2 = 0,131 \text{ e } DIM_3 = 0,738.$$

Se consideriamo fisso il parametro  $\beta$ , cioè  $\beta_i = \beta \quad \forall i$  (eliminando quindi l'incertezza sul parametro di forma della distribuzione di Weibull, per esempio assumendo una distribuzione esponenziale-lineare per le probabilità di guasto dei componenti), risulta:  $DIM_{\alpha_i} = DIM_i \approx 0,333 \quad \forall i$  (essendo  $DIM_{\lambda_{0i}} + DIM_{\gamma_i} + DIM_{\mu_i} = 0$ ).

Il valore del DIM per i parametri riportati in Tabella 6 per l'esponenziale-lineare (caso 3) differisce dai valori riportati in Tabella 9 per la distribuzione di Weibull (caso 4), mentre il valore del DIM dei componenti (dato dalla somma dei DIM dei parametri) coincide. Affinché coincida anche il DIM dei parametri è necessario utilizzare le eq. (18), (19), (20), (21) e (16) proposte per la distribuzione lineare-esponenziale e le eq. (27), (30), (31), (32) e (26) proposte per la distribuzione di Weibull.

In Tabella 10 sono riportati i risultati ottenuti per la stima del DIM dei parametri  $\lambda_{0i}$ ,  $a_i = 2\gamma_i^2$ ,  $\mu_i$  e  $\alpha_i$  e per i componenti nell'ipotesi in cui il parametro  $\beta$  non sia soggetto a variazioni con  $\beta_i = \beta \quad \forall i$ . Si osserva che i risultati coincidono con quelli di Tabella 7 del caso lineare-esponenziale.

Componente	$DIM_{\lambda_{0i}}$	$DIM_{a_i=2\gamma_i^2}$	$DIM_{\mu_i}$	$DIM_{\alpha_i}$	$DIM_i$
1	-0,231	-0,044	0,319	0,044	0,089
2	-0,231	-0,044	0,319	0,044	0,089
3	-0,086	-0,411	0,898	0,411	0,822
Totale	-0,547	-0,500	1,547	0,500	1,000

Tabella 10 – Distribuzione di Weibull: risultati DIM per  $\beta_i = \beta_j = \beta \quad \forall i, j$

### 5.1.2 Esempio 2: sistema a rete

Consideriamo il sistema a rete di Figura 6 in cui il nodo sorgente 1 alimenta quattro utenze (nodi 2, 3, 4 e 5).

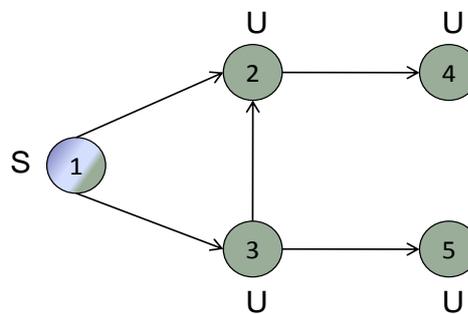


Figura 6 – Schema di una rete magliata a 5 nodi

Come per il caso precedente, vengono analizzate tre diverse situazioni: componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento (distribuzione esponenziale), componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento assumendo per la probabilità di guasto una distribuzione esponenziale-lineare, componenti riparabili soggetti a fenomeni di invecchiamento con probabilità di guasto descritte dalla distribuzione di Weibull.

Con riferimento alla distribuzione esponenziale-lineare, il periodo di manutenzione è calcolato utilizzando l'eq.(15) proposta come alternativa all'eq.(10) suggerita in letteratura [22].

#### 5.1.2.1 Componenti riparabili senza fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale

Come prima ipotesi assumiamo una distribuzione esponenziale (con tasso costante) per le funzioni di distribuzione di probabilità di guasto e riparazione delle connessioni della rete di Figura 6.

In Tabella 11 sono riportati i valori del tasso di guasto, del tasso di riparazione e dell'indisponibilità asintotica di ciascuna connessione e i valori dell'indisponibilità (asintotica) di ciascun nodo utilizzatore.

Connessione	$\lambda_i [h^{-1}]$	$\mu_i [h^{-1}]$	$U_i$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$
21	0,0050	0,0200	0,2000	0,072	0,200	0,087	0,213
31	0,0050	0,0200	0,2000				
23	0,0050	0,0200	0,2000				
42	0,0005	0,0300	0,0164				
53	0,0005	0,0300	0,0164				

Tabella 11 – Distribuzione esponenziale: dati esempio 2

Con riferimento ai nodi utilizzatori 4 e 5, in Tabella 12 e in Tabella 13 vengono riportati i valori della misura di Birnbaum e del DIM.

Connessione	$B_i^4 = \frac{\partial U_4}{\partial U_i}$	$DIM_{\lambda_i}^4$	$DIM_{\mu_i}^4$	$DIM_i^4$
21	0,3541	0,249	-0,062	0,187
31	0,1574	0,111	-0,028	0,083
23	0,1574	0,111	-0,028	0,083
42	0,9280	0,658	-0,011	0,647
53	0,0000	0,000	0,000	0,000
Totale	-	1,177	-0,177	1,000

Tabella 12 – Distribuzione esponenziale: Birnbaum e DIM per il nodo utilizzatore 4

Connessione	$B_i^5 = \frac{\partial U_5}{\partial U_i}$	$DIM_{\lambda_i}^5$	$DIM_{\mu_i}^5$	$DIM_i^5$
21	0,0000	0,000	0,000	0,000
31	0,9836	0,643	-0,161	0,482
23	0,0000	0,000	0,000	0,000
42	0,0000	0,000	0,000	0,000
53	0,8000	0,527	-0,009	0,518
Totale	-	1,169	-0,169	1,000

Tabella 13 – Distribuzione esponenziale: Birnbaum e DIM per il nodo utilizzatore 5

Per i nodi utilizzatori considerati, l'indisponibilità asintotica è stata calcolata mediante le espressioni:

$$U_4 = 1 - (R_{21} + R_{31} \cdot R_{23} - R_{21} \cdot R_{31} \cdot R_{23}) \cdot R_{42}$$

$$U_5 = 1 - (R_{31} \cdot R_{53})$$

dove con  $R_{ij}$  si indicano le disponibilità delle connessioni.

Con l'approccio descritto nel §2 e utilizzando l'eq.(5), si calcola l'indice di Birnbaum. In particolare, in Tabella 12 e in Tabella 13, sono riportati i valori degli indici di Birnbaum calcolati per i due nodi utilizzatori considerati mediante le espressioni:

▪ nodo utilizzatore 4:

$$B_{21}^4 = (1-U_{42}) \cdot (U_{31} + U_{23} - U_{31} \cdot U_{23})$$

$$B_{31}^4 = (1-U_{42}) \cdot [(1-U_{23}) - (1-U_{21}) \cdot (1-U_{23})]$$

$$B_{23}^4 = (1-U_{42}) \cdot [(1-U_{31}) - (1-U_{21}) \cdot (1-U_{31})]$$

$$B_{42}^4 = (1-U_{21}) + (1-U_{31}) \cdot (1-U_{23}) - (1-U_{21}) \cdot (1-U_{31}) \cdot (1-U_{23})$$

$$B_{53}^4 = 0$$

▪ nodo utilizzatore 5:

$$B_{21}^5 = 0$$

$$B_{31}^5 = 1 - U_{53}$$

$$B_{23}^5 = 0$$

$$B_{42}^5 = 0$$

$$B_{53}^5 = 1 - U_{31}$$

5.1.2.2 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione esponenziale-lineare

Assumiamo una distribuzione esponenziale-lineare per le funzioni di distribuzione di probabilità di guasto delle connessioni della rete e consideriamo per il periodo di manutenzione l'espressione alternativa data dall'eq. (15).

In Tabella 14 sono riportati i dati  $(\lambda_{0i}, a_i, \alpha_i)$  e i valori stimati per le caratteristiche di base dei componenti (Periodo di Manutenzione, valore effettivo del tasso di guasto, indisponibilità asintotica delle connessioni). Il calcolo della misura di Birnbaum è stato effettuato riferendoci ai nodi utilizzatori 4 e 5, ossia calcolando le derivate parziali dell'indisponibilità del nodo utilizzatore considerato rispetto all'indisponibilità delle connessioni.

Connessione	$\lambda_{0i} [h^{-1}]$	$a_i [h^{-1}]$	$\alpha [h^{-1}]$	$\tau_i$	$\lambda_i^* [h^{-1}]$	$U_i$	$B_i^4 = \frac{\partial U_4}{\partial U_i}$	$B_i^5 = \frac{\partial U_5}{\partial U_i}$
21	0,0050	1,30E-05	1,75	296,50	6,93E-03	0,257	0,3812	0,0000
31	0,0050	1,30E-05		296,50	6,93E-03	0,257	0,1625	0,8503
23	0,0050	1,30E-05		296,50	6,93E-03	0,257	0,1625	0,0000
42	0,0005	8,00E-05		119,52	5,28E-03	0,150	0,8847	0,0000
53	0,0005	8,00E-05		119,52	5,28E-03	0,150	0,0000	0,7427

Tabella 14 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): dati esempio 2

Il valore della Misura Differenziale di Importanza è stimato considerando  $\alpha_i$  parametro non soggetto a variazioni e uguale per tutte le connessioni:  $\alpha_i = \alpha \quad \forall i$ , mentre per gli altri parametri vale l'ipotesi di variazioni percentuali uniformi. Il DIM dei parametri  $\lambda_{0i}$ ,  $a_i$  e  $\mu_i$  è calcolato con le eq. (18), (19) e (20) sulla base dei valori indicati in Tabella 14 . Il DIM di ciascuna connessione è dato dalla somma dei DIM dei parametri o, equivalentemente, può essere calcolato utilizzando l'espressione:

$$DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i''}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j''} \text{ dove } \Delta_i'' \text{ è dato dall'eq.(17). In Tabella 15 e in Tabella 16 sono riportati i risultati}$$

relativi ai nodi utilizzatori considerati.

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^4$	$DIM_{a_i}^4$	$DIM_{\mu_i}^4$	$DIM_i^4$
21	-0,754	-0,145	1,045	0,145
31	-0,321	-0,062	0,445	0,062
23	-0,321	-0,062	0,445	0,062
42	-0,153	-0,731	1,615	0,731
53	0,000	0,000	0,000	0,000
Totale	-2,044	-1,000	4,044	1,000

Tabella 15 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): DIM nodo 4

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^5$	$DIM_{a_i}^5$	$DIM_{\mu_i}^5$	$DIM_i^5$
21	0,000	0,000	0,000	0,000
31	-1,793	-0,346	2,485	0,346
23	0,000	0,000	0,000	0,000
42	0,000	0,000	0,000	0,000
53	-0,137	-0,654	1,446	0,654
Totale	-1,930	-1,000	3,930	1,000

Tabella 16 – Distribuzione esponenziale-lineare (ipotesi alternativa): DIM nodo 5

Con riferimento al nodo 4, la classificazione dei parametri dovuta al valore assoluto del DIM è la seguente:  $\mu_{21}$ ,  $\mu_{42}$ ,  $\lambda_{021}$ ,  $a_{42}$ ,  $\mu_{31} - \mu_{23}$  (stesso valore),  $\lambda_{031} - \lambda_{023}$  (stesso valore),  $a_{21}$ ,  $\lambda_{042}$ ,  $a_{31} - a_{23}$  (stesso valore).

Con riferimento al nodo 5, la classificazione dei parametri dovuta al valore assoluto del DIM è la seguente:  $\mu_{31}$ ,  $\lambda_{031}$ ,  $\mu_{53}$ ,  $a_{53}$ ,  $a_{31}$  e  $\lambda_{053}$ .

Per entrambi i nodi utilizzatori, il parametro più importante risulta essere il tasso di riparazione  $\mu$  seguito dal termine  $\lambda_0$ ; il parametro di crescita  $a$  ha lo stesso di importanza per i due nodi.

### 5.1.2.3 Componenti riparabili con fenomeni di invecchiamento: distribuzione di Weibull

Consideriamo il sistema di Figura 6 e introduciamo i fenomeni di invecchiamento utilizzando la distribuzione di Weibull per le probabilità di guasto dei componenti. Il valore effettivo del tasso di guasto  $\lambda^*$ , costante durante il periodo di manutenzione, è dato dall'eq.(3). In accordo con l'eq.(22), il periodo di manutenzione è una frazione dell'inverso del termine dipendente dal tempo del tasso di guasto.

In Tabella 17 sono riportati i dati  $(\gamma_i, \beta_i, \mu_i, \alpha_i)$ , i valori stimati per le caratteristiche di base delle connessioni del sistema a rete (Periodo di Manutenzione, valore effettivo del tasso di guasto, indisponibilità asintotica) e l'indice di Birnbaum (derivate parziali dell'indisponibilità del nodo utilizzatore considerato rispetto all'indisponibilità delle connessioni).

Connessione	$\lambda_{0i} [h^{-1}]$	$\gamma_i [h^{-1}]$	$\beta_i$	$\mu_i [h^{-1}]$	$\alpha [h^{-1}]$	$\tau_i^*$	$\lambda_i^* [h^{-1}]$	$U_i$	$B_i^4 = \frac{\partial U_4}{\partial U_i}$	$B_i^5 = \frac{\partial U_5}{\partial U_i}$
21	0,0050	0,00255	3	0,0200	1,75	325,48	6,76E-03	0,252	0,3703	0,0000
31	0,0050	0,00255	3	0,0200		325,48	6,76E-03	0,252	0,1584	0,8392
23	0,0050	0,00255	3	0,0200		325,48	6,76E-03	0,252	0,1584	0,0000
42	0,0005	0,00632	1.5	0,0300		108,88	5,75E-03	0,161	0,8886	0,0000
53	0,0005	0,00632	1.5	0,0300		108,88	5,75E-03	0,161	0,0000	0,7475

Tabella 17 – Distribuzione di Weibull: dati esempio 2 (caso 1)

Il valore della Misura Differenziale di Importanza è stimato considerando  $\alpha_i$  parametro non variabile e uguale per tutti i componenti:  $\alpha_i = \alpha \quad \forall i$ , mentre per gli altri parametri vale l'ipotesi di variazioni percentuali uniformi. Il DIM dei parametri  $\lambda_{0i}$ ,  $\gamma_i$ ,  $\beta_i$  e  $\mu_i$  è calcolato con le eq. (27), (28), (29) e (30) proposte e sulla base dei valori indicati in Tabella 17. Il DIM di ciascuna connessione è dato dalla somma dei DIM dei parametri o, equivalentemente, può essere calcolato utilizzando

l'espressione:  $DIM_i = \frac{B_i \cdot \Delta_i^{III}}{\sum_{j=1}^n B_j \cdot \Delta_j^{III}}$  dove  $\Delta_i^{III}$  è dato dall'eq.(24). In Tabella 18 e in Tabella 19 sono

riportati i risultati:

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^4$	$DIM_{\gamma_i}^4$	$DIM_{\beta_i}^4$	$DIM_{\mu_i}^4$	$DIM_i^4$
21	-1,097	-0,385	0,072	1,483	0,072
31	-0,469	-0,165	0,031	0,634	0,031
23	-0,469	-0,165	0,031	0,634	0,031
42	-0,221	-2,323	0,867	2,544	0,867
53	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Totale	-2,258	-3,038	1,000	5,296	1,000

Tabella 18 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 4 (caso1)

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^5$	$DIM_{\gamma_i}^5$	$DIM_{\beta_i}^5$	$DIM_{\mu_i}^5$	$DIM_i^5$
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	-2,789	-0,979	0,183	3,768	0,183
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
53	-0.,209	-2,191	0,817	2,400	0,817
Totale	-2,997	-3,170	1,000	6,167	1,000

Tabella 19 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 5 (caso1)

Considerando per tutte le connessioni un valore per  $\beta$  pari a 2 e mantenendo per gli altri parametri gli stessi valori di Tabella 17, la distribuzione di Weibull fornisce gli stessi risultati della distribuzione esponenziale-lineare per l'indisponibilità asintotica di ciascuna connessione e dei nodi utilizzatori di riferimento. Il valore del DIM per i parametri e per i componenti è riportato in Tabella 20 e in Tabella 21 per il nodo 4 e il nodo 5 rispettivamente.

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^4$	$DIM_{\gamma_i}^4$	$DIM_{\beta_i}^4$	$DIM_{\mu_i}^4$	$DIM_i^4$
21	-1,347	-0,519	0,145	1,866	0,145
31	-0,574	-0,221	0,062	0,795	0,062
23	-0,574	-0,221	0,062	0,795	0,062
42	-0,273	-2,612	0,731	2,885	0,731
53	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Totale	-2,769	-3,574	1,000	6,343	1,000

Tabella 20 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 4 (caso2)

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^5$	$DIM_{\gamma_i}^5$	$DIM_{\beta_i}^5$	$DIM_{\mu_i}^5$	$DIM_i^5$
21	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
31	-3,205	-1,235	0,346	4,440	0,346
23	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
42	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
53	-0,245	-2,339	0,654	2,583	0,654
Totale	-3,449	-3,574	1,000	7,023	1,000

Tabella 21 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 5 (caso2)

Per completezza, in Tabella 22 sono riportati i valori (esatti) del *DIM* di ciascuna connessione e il relativo ordinamento definito da tale misura rispetto a ciascun nodo utilizzatore (Rischio parziale) e rispetto al sistema nel suo complesso (Rischio globale).

		$DIM_j^i$		$DIM_j$	
		Nodo 4	Nodo 5	Valore	Ordinamento
${}^i DIM_j^i$	Connessione 21	0,145	0,000	0,145	4
	Connessione 31	0,062	0,346	0,408	3
	Connessione 23	0,062	0,000	0,062	5
	Connessione 42	0,731	0,000	0,731	2
	Connessione 53	0,000	0,654	0,654	1

Tabella 22 – Distribuzione di Weibull: Importanza e ordinamento delle connessioni

Confrontando i risultati di Tabella 20 e Tabella 21 con i risultati per la distribuzione esponenziale-lineare, si osserva un diverso valore del DIM dei parametri, mentre il DIM totale, cioè il DIM di ciascuna connessione rispetto al nodo utilizzatore coincide. Per ottenere un identico valore anche per il DIM dei parametri, si devono utilizzare le eq. (18), (19), (20), (21) e (16) e le eq.(26), (29), (30), (31) e (25) proposte rispettivamente per la distribuzione esponenziale-lineare e per la distribuzione di Weibull quest'ultima nell'ipotesi di  $\beta$  parametro non soggetto a variazioni  $\beta = \beta_i = 2 \quad \forall i$  e con  $\gamma = \sqrt{a/2}$ . I risultati ottenuti per la stima del DIM sono riportati in Tabella 23 e Tabella 24 per il nodo 4 e il nodo 5 rispettivamente.

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^4$	$DIM_{a_i=2\gamma_i^2}^4$	$DIM_{\alpha_i}^4$	$DIM_{\mu_i}^4$	$DIM_i^4$
21	-0,377	-0,073	0,073	0,522	0,145
31	-0,161	-0,031	0,031	0,223	0,062
23	-0,161	-0,031	0,031	0,223	0,062
42	-0,076	-0,365	0,365	0,807	0,731
53	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
Totale	-0,775	-0,500	0,500	2,022	1,000

Tabella 23 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 4 (caso3)

Connessione	$DIM_{\lambda_{0i}}^5$	$DIM_{a_i=2\gamma_i^2}^5$	$DIM_{\beta_i}^5$	$DIM_{\mu_i}^5$	$DIM_i^5$
21	0,000	-0,161	0,161	0,000	0,000
31	-0,897	-0,033	0,033	1,242	0,346
23	0,000	-0,033	0,033	0,000	0,000
42	0,000	-0,390	0,390	0,000	0,000
53	-0,068	0,000	0,000	0,723	0,654
Totale	-0,965	-0,617	0,617	1,965	1,000

Tabella 24 – Distribuzione di Weibull: DIM nodo 5 (caso3)

Al fine di verificare l'adeguatezza delle relazioni tra la Misura Differenziale di Importanza e i parametri che definiscono la probabilità di guasto dei componenti, consideriamo alcune variazioni nei dati di input. Aumentando il valore di  $\gamma$  per la connessione 31 da 0,00255 a 0,01 (aumentando la crescita lineare nel tempo del tasso di guasto), aumenta anche il valore del rispettivo DIM: da  $DIM_{31} = 0,408$  a  $DIM_{31} = 0,782$ . La stessa cosa accade nel caso di distribuzione esponenziale-lineare aumentando il parametro di crescita  $a$ .

Aumentando il parametro  $\beta$  da 2 a 3 (tasso di guasto che aumenta più che linearmente), sempre per la connessione 31, il Periodo di Manutenzione aumenta da circa 296,50 a 1325,42. Il tasso di guasto, infatti, assume un valore inferiore nella prima parte della finestra temporale tra due successivi eventi di manutenzione. Il DIM diminuisce: da  $DIM_{\beta_{31}} = 0,062$  a  $DIM_{\beta_{31}} = 0,039$  per il nodo 4, da  $DIM_{\beta_{31}} = 0,346$  a  $DIM_{\beta_{31}} = 0,244$  per il nodo 5.

## 5.2 Tecniche MonteCarlo e Manutenzione

### 5.2.1 Esempio 1: componente

Consideriamo un componente soggetto a guasto e a riparazione. L'algoritmo di calcolo fa riferimento alle seguenti ipotesi:

- Componente riparabile:  $nonrip = 0$
- Guasto rilevato:  $ril = 1$
- Distribuzione di probabilità di guasto: Weibull;
- Distribuzione di probabilità di riparazione. Lognormale;
- Ringiovanimento per manutenzione correttiva: *as good as new*;
- Ringiovanimento per manutenzione preventiva (se presente): *as good as new*;
- Sistema down in caso di manutenzione programmata:  $mandown = 1$ .

I risultati si riferiscono a tre casi particolari:

- Caso 1: no manutenzione preventiva;
- Caso 2: Manutenzione preventiva con durata nulla ( $d_{man} = 0$ );
- Caso 3: Manutenzione preventiva con durata non nulla ( $d_{man} = 50$ ).

### 5.2.1.1 Caso 1

Di seguito sono riportati i dati di ingresso utilizzati nella simulazione relativa al caso 1.

Tempo di missione:	$T_M = 2000$
Periodo di manutenzione:	$p_{man} = 0$
Durata della manutenzione:	$d_{man} = 0$
Ringiovanimento per manutenzione preventiva:	$ringp = 0$
Ringiovanimento per manutenzione correttiva:	$ringc = 1$
Distribuzione della probabilità di guasto:	Weibull con parametri: parametro di scala = 1/1000 parametro di forma = 1,5
Distribuzione della probabilità di riparazione:	Lognormale con parametri: valore medio = 5 sigma = 2

In Figura 7 sono riportati i risultati della stima della disponibilità, dei tempi di fuori servizio per manutenzione preventiva e dei tempi di fuori servizio per manutenzione correttiva.

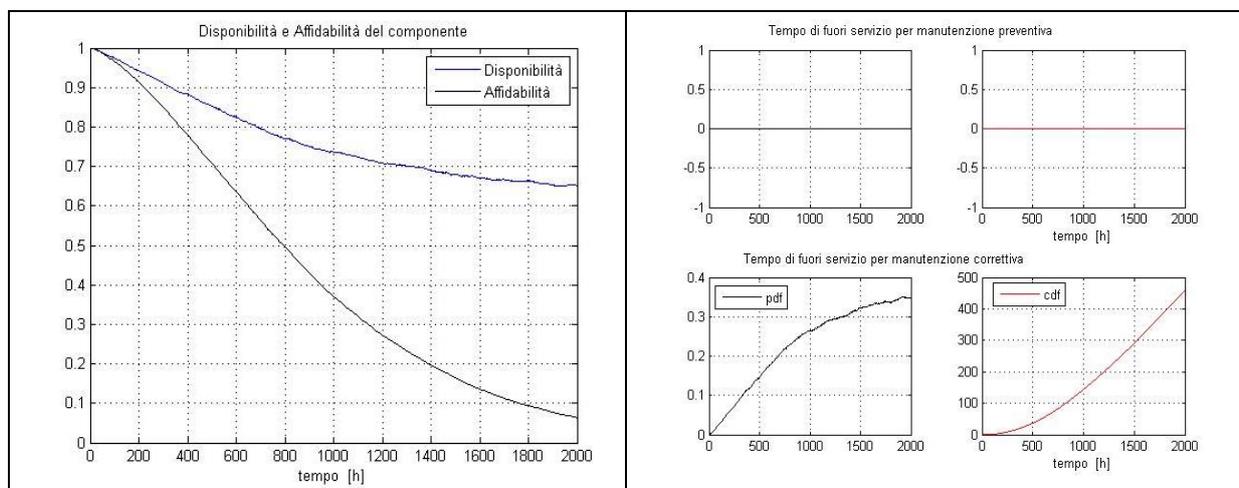


Figura 7 – Risultati caso 1: componente senza manutenzione preventiva

5.2.1.2 Caso 2

Di seguito sono riportati i dati di ingresso utilizzati nella simulazione relativa al caso 2.

Tempo di missione:	$T_M = 2000$
Periodo di manutenzione:	$pman = 499$
Durata della manutenzione:	$dman = 0$
Ringiovanimento per manutenzione preventiva:	$ringp = 1$
Ringiovanimento per manutenzione correttiva:	$ringc = 1$
Distribuzione della probabilità di guasto:	Weibull con parametri: parametro di scala = 1/1000 parametro di forma = 1,5
Distribuzione della probabilità di riparazione:	Lognormale con parametri: valore medio = 5 sigma = 2

In Figura 8 sono riportati i risultati della stima della disponibilità, dei tempi di fuori servizio per manutenzione preventiva e dei tempi di fuori servizio per manutenzione correttiva.

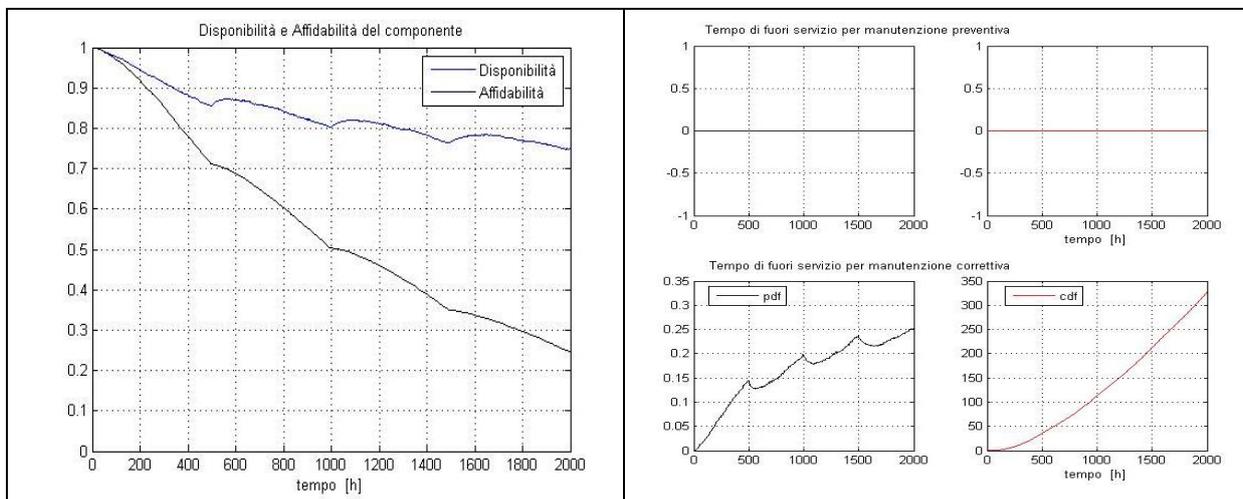


Figura 8 – Risultati caso 2: componente con manutenzione preventiva di durata nulla

5.2.1.3 Caso 3

Di seguito sono riportati i dati di ingresso utilizzati nella simulazione relativa al caso 3.

Tempo di missione:	$T_M = 2000$
--------------------	--------------

Periodo di manutenzione:	$p_{man} = 499$
Durata della manutenzione:	$d_{man} = 50$
Ringiovanimento per manutenzione preventiva:	$ringp = 1$
Ringiovanimento per manutenzione correttiva:	$ringc = 1$
Distribuzione della probabilità di guasto:	Weibull con parametri: parametro di scala = 1/1000 parametro di forma = 1,5
Distribuzione della probabilità di riparazione:	Lognormale con parametri: valore medio = 5 sigma = 2

In Figura 9 sono riportati i risultati della stima della disponibilità, dei tempi di fuori servizio per manutenzione preventiva e dei tempi di fuori servizio per manutenzione correttiva.

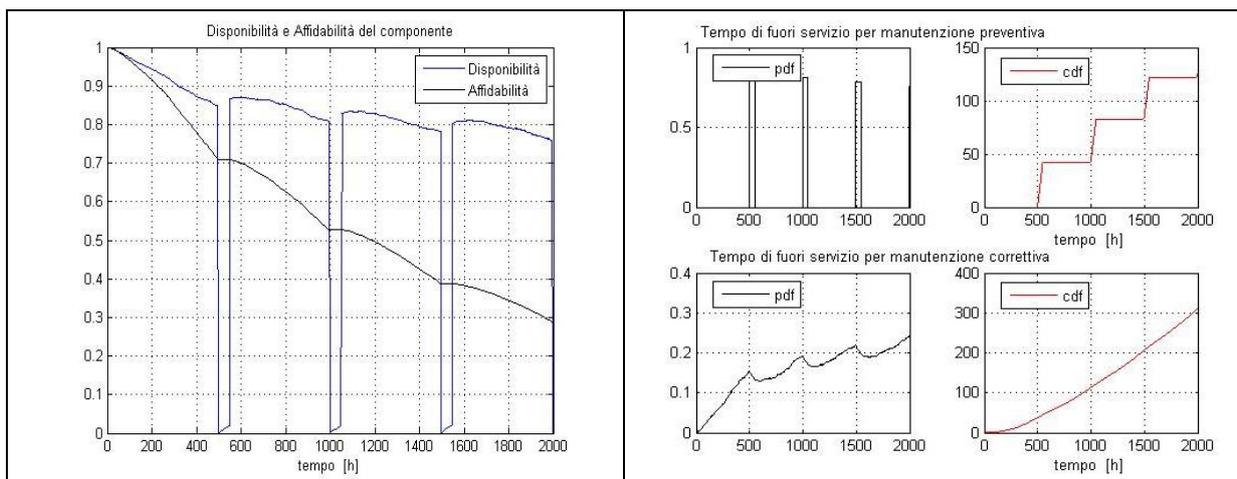


Figura 9 – Risultati caso 3: componente con manutenzione preventiva

### 5.2.2 Esempio 2: sistema a rete

Consideriamo il sistema a rete magliato a 5 nodi rappresentato in Figura 6. Per i guasti e le riparazioni delle connessioni sono state considerate delle distribuzioni di Weibull.

**IPOTESI:**

- Componenti riparabili:  $nonrip = 0$
- Guasto rilevato:  $ril = 1$
- Distribuzione di probabilità di guasto: Weibull

- Distribuzione di probabilità di riparazione. Weibull
- Ringiovanimento per manutenzione preventiva: *as good as new*
- Ringiovanimento per manutenzione correttiva: *as good as new*
- Sistema down in caso di manutenzione programmata:  $mandown = 1$

Di seguito sono riportati i dati di ingresso utilizzati nella simulazione:

Tempo di missione:	$T_M = 2000$
Periodo di manutenzione:	$pman = 499$
Durata della manutenzione:	$dman = 50$
Ringiovanimento per manutenzione preventiva:	$ringp = 1$
Ringiovanimento per manutenzione correttiva:	$ringc = 1$
Distribuzione della probabilità di guasto:	Weibull con parametri: parametro di scala = 1/1000 parametro di forma = 1,5
Distribuzione della probabilità di riparazione:	Weibull con parametri: parametro di scala = 1/100 parametro di forma = 1

In Figura 10 e in Figura 11 sono riportati i risultati della simulazione con riferimento alle caratteristiche di disponibilità ed indisponibilità delle connessioni e dei nodi utilizzatori della rete.

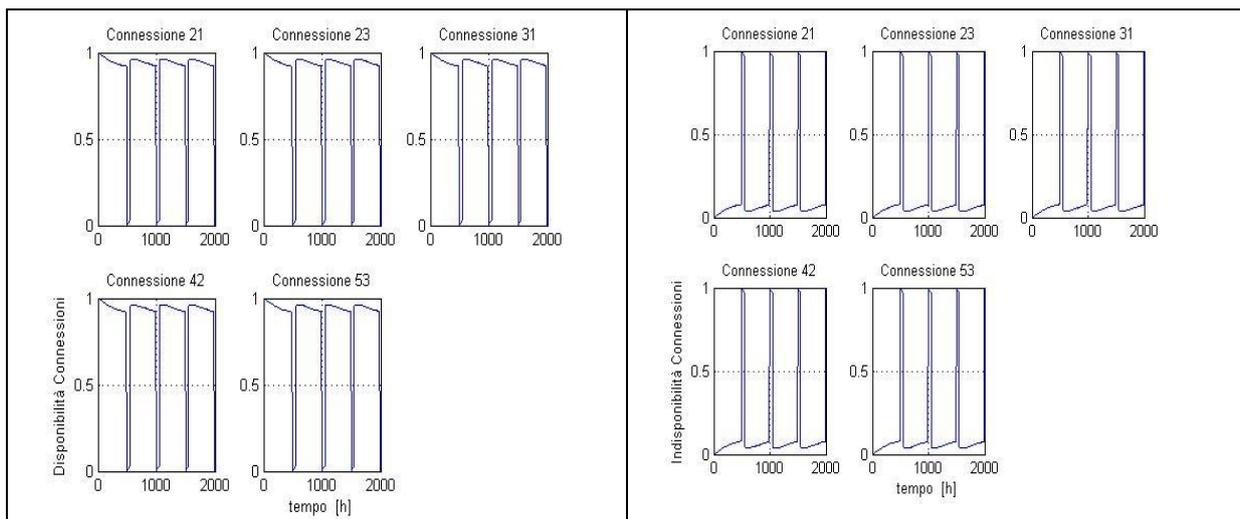


Figura 10 – Disponibilità e Indisponibilità delle connessioni della rete

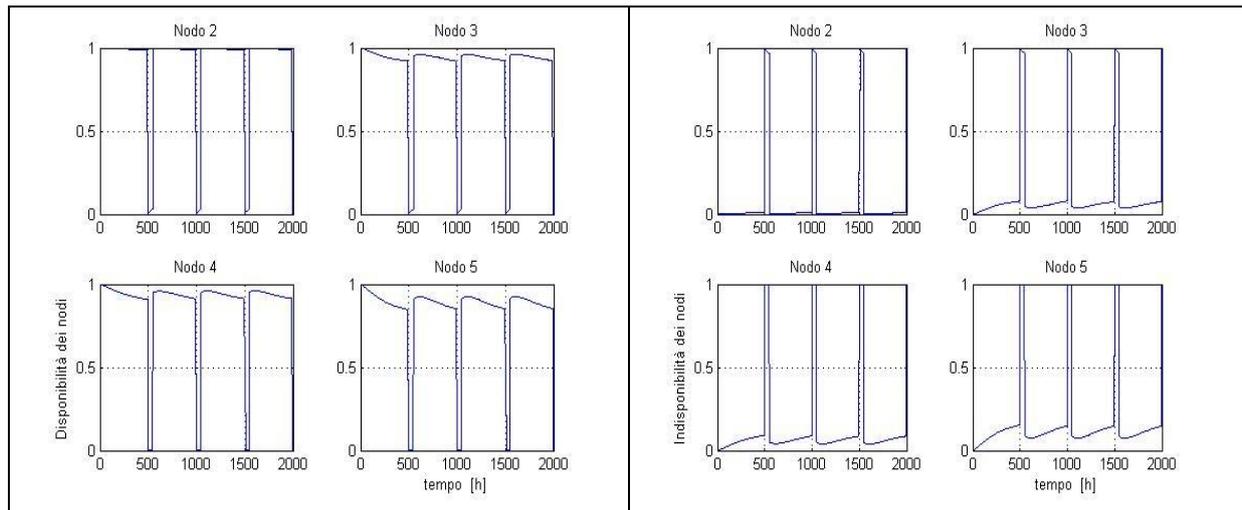


Figura 11 – Disponibilità e Indisponibilità dei nodi della rete

### 5.3 Tecniche MonteCarlo e Misure di Importanza

#### 5.3.1 Sistema a rete

Consideriamo ancora il sistema a rete di Figura 6 costituito da 5 nodi di cui un nodo sorgente (nodo 1) e quattro utenze.

##### 5.3.1.1 Approccio classico

L'algoritmo di base richiede la valutazione delle due quantità  $U^{i+}$  e  $U^{i-}$  che devono essere calcolate per tutte le connessioni attraverso 2 simulazioni Monte Carlo ciascuna delle quali costituita da un certo numero  $ns$  di storie. Le due simulazioni devono essere fatte per ciascuna connessione: nella prima la connessione è considerata sempre disponibile, nella seconda sempre guasta. In entrambi i casi le transizioni del sistema sono dovute al guasto e successiva riparazione delle restanti connessioni. L'esistenza di un percorso tra nodo utilizzatore e sorgente è verificata con un algoritmo Automi Cellulari applicato due volte, una per ciascuna simulazione, nei casi di connessione sempre funzionante o connessione sempre guasta e aggiornando due diversi contatori. A partire dalla misura di Birnbaum è stata calcolata la Misura Differenziale di Importanza valutata per ciascuna connessione e per ciascun nodo utilizzatore.

I risultati avuti sono mostrati in Figura 12:

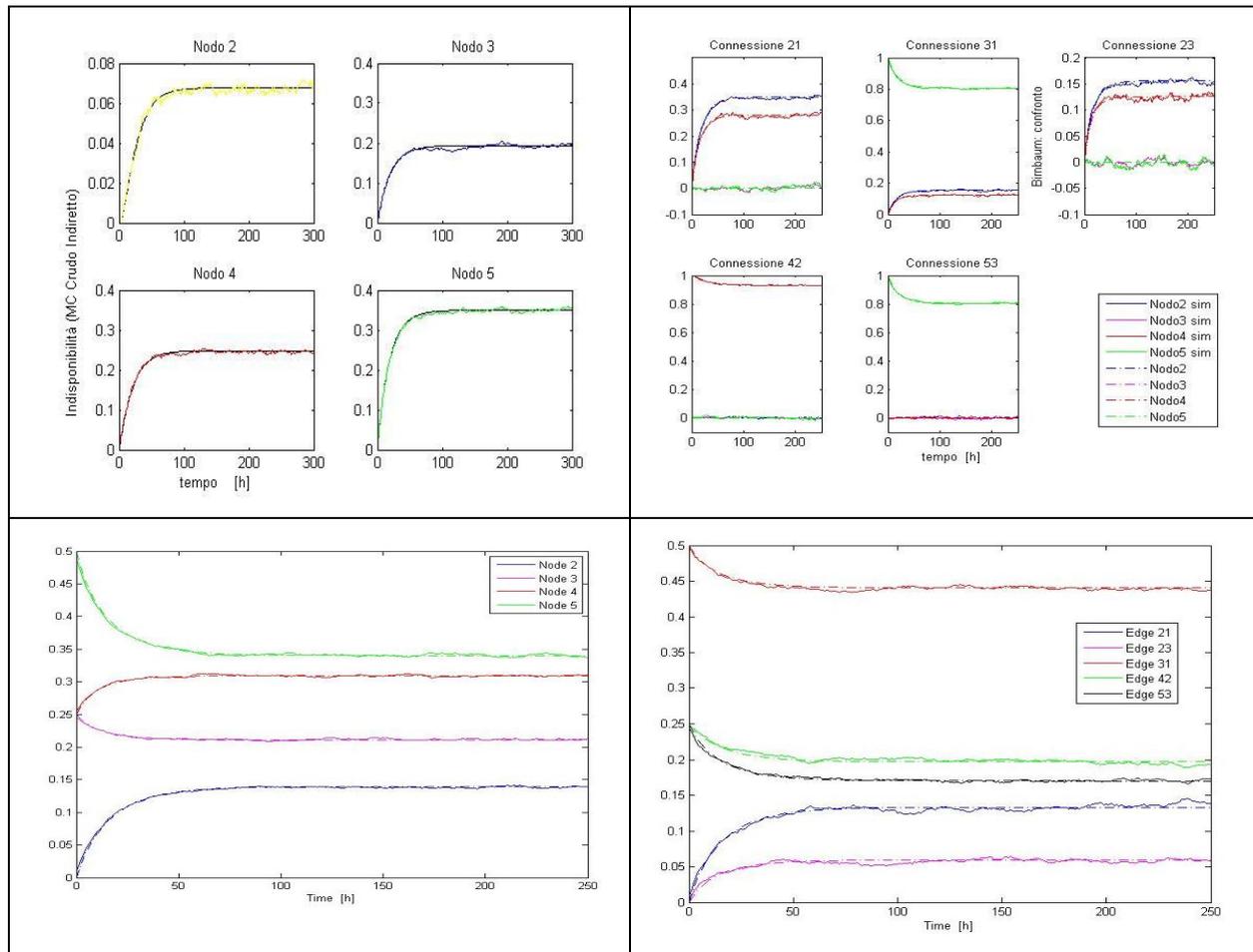


Figura 12 – Indisponibilità, misura di Birnbaum e DIM

### 5.3.1.2 Approccio proposto

Con riferimento all’algoritmo di calcolo descritto e proposto nel §4.2, vengono riportati i risultati di due esempi.

#### **Esempio 1**

Nel primo caso applicativo è utilizzato il metodo Monte Carlo Indiretto Crudo per la stima della Misura Differenziale di Importanza di ciascun nodo utilizzatore e di ciascuna connessione del sistema a rete di Figura 6, considerando per il tempo di missione un valore tale da avere una frequenza adeguata di campionamento degli eventi. In altre parole, l’evento di guasto delle connessioni non è più da ritenersi *evento raro*.

Siano:

Tasso di guasto (valore iniziale):  $\lambda = 0,01 \text{ [h}^{-1}\text{]}$

Tasso di guasto (valore finale):  $\lambda_p = 0,001 \text{ [h}^{-1}\text{]}$

Tasso di riparazione:  $\mu = 0,04 \text{ [h}^{-1}\text{]}$

Numero di simulazioni MC:  $nc = 1.000.000$

Tempo di missione:  $T_M = 250$  [h]

Dal grafico di Figura 13 si può osservare come l'andamento stimato approssimi la soluzione analitica.

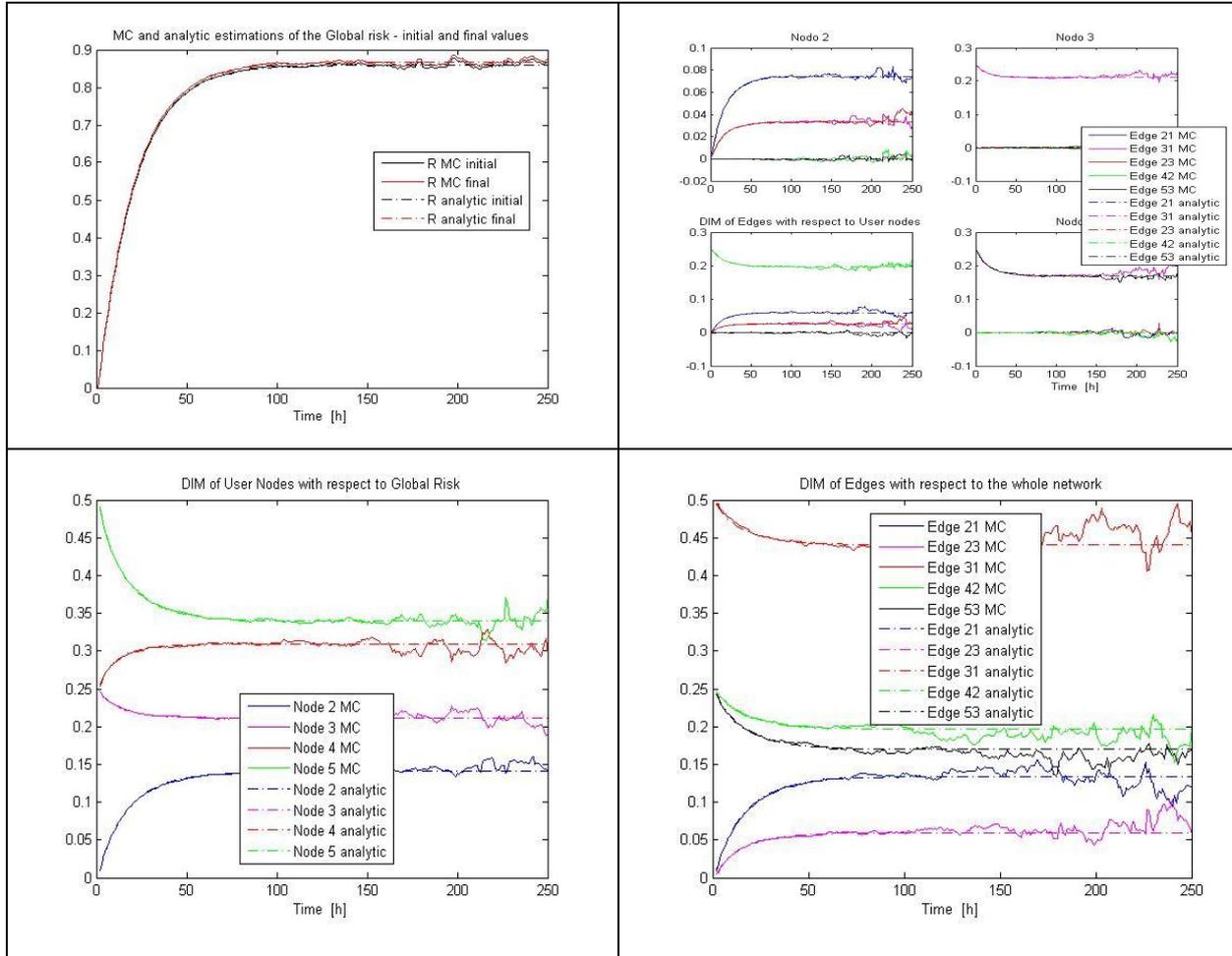


Figura 13 – Stima del DIM mediante MonteCarlo Indiretto Crudo

**Esempio 2**

Nel secondo esempio applicativo, ai fini della riduzione della varianza, vengono utilizzate le tecniche di forzatura del “guasto certo” e “della transizione specifica”.

Siano:

Tasso di guasto (valore iniziale):  $\lambda = 0,00001$  [h<sup>-1</sup>]

Tasso di guasto (valore finale):  $\lambda_p = 0,000001$  [h<sup>-1</sup>]

Tasso di riparazione:  $\mu = 0,04 \text{ [h}^{-1}\text{]}$

Numero di simulazioni MC:  $nc = 1.000.000$

Tempo di missione:  $T_M = 250 \text{ [h]}$

Dal grafico di Figura 14 si può osservare come l'andamento stimato approssimi esattamente la soluzione analitica.

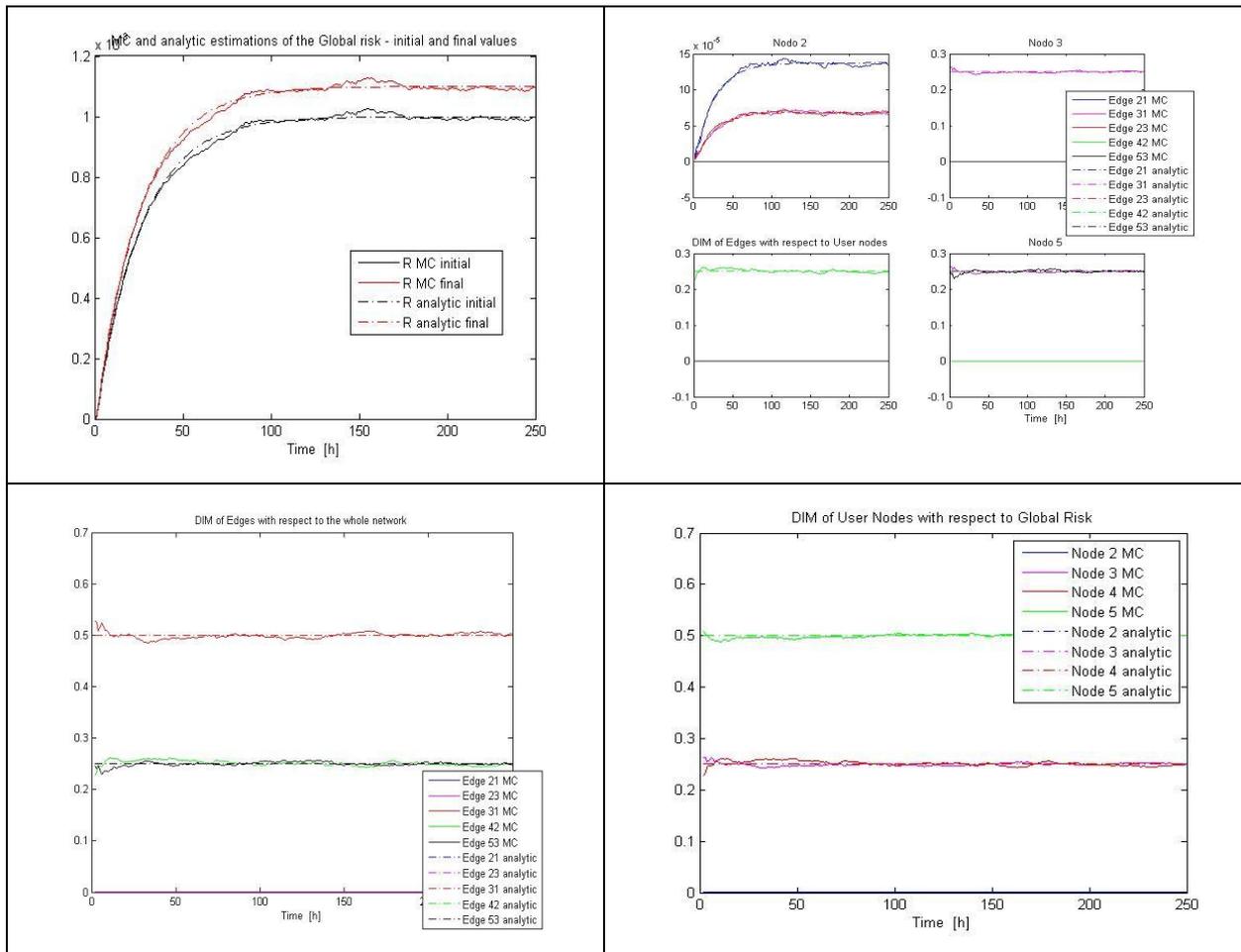


Figura 14 – Stima del DIM mediante MonteCarlo Indiretto Forzato

## 5.4 Casi reali

Di seguito sono riportati due esempi relativi all'analisi di affidabilità e disponibilità di due sistemi reali. Un primo esempio riguarda l'analisi delle caratteristiche di disponibilità di una infrastruttura di comunicazione per telecomandi e telecontrolli. Il secondo esempio riguarda una rete di distribuzione dell'energia elettrica.

L'analisi è stata condotta attraverso l'utilizzo integrato di tecniche di simulazione MonteCarlo e algoritmi ad Automi Cellulari. In entrambi i casi è stato adottato un approccio Indiretto.

#### 5.4.1 Esempio 1: infrastruttura di comunicazione per telecomando e telecontrollo

Come primo esempio applicativo è stata considerata una infrastruttura di rete utilizzata per il telecomando e telecontrollo di apparati distribuiti sul territorio (ad esempio per la gestione della circolazione ferroviaria).

In Figura 15 è rappresentata la schematizzazione della rete:

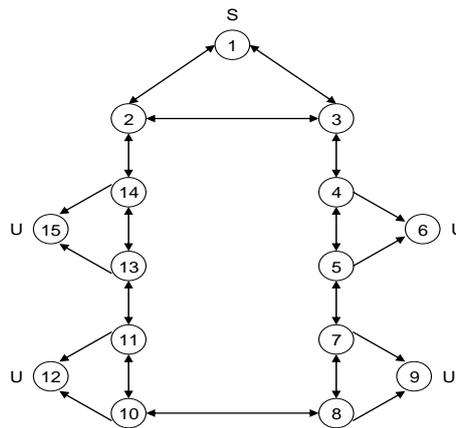


Figura 15 – Schematizzazione rete di comunicazione

La topologia della rete è caratterizzata da un anello in cui il nodo 1 rappresenta la sorgente dell'infrastruttura ovvero gli apparati dedicati dalla quale partono le informazioni che devono raggiungere le diverse utenze (nodi 6, 9, 12 e 15) ovvero gli apparati per la gestione e l'acquisizione dei telecomandi e telecontrolli.

La comunicazione tra la sorgente e le utenze avviene attraverso coppie di Switch elettrici rappresentate dai restanti nodi. Le connessioni rappresentano i collegamenti tra gli Switch e tra questi e le utenze.

Il nodo sorgente (1) ed i nodi utenza (6,9,12,15) non sono soggetti a guasti.

L'analisi di disponibilità dell'infrastruttura è realizzata mediante un approccio Monte Carlo Indiretto per la simulazione dei guasti e delle riparazioni delle connessioni della rete. Aggiornata la configurazione del sistema, mediante il modello ad Automi Cellulari è verificato lo stato attivo / non attivo di ciascun nodo utilizzatore: l'applicazione di una regola locale opportunamente definita permette, infatti, la verifica dell'esistenza di almeno un percorso costituito da connessioni funzionanti con uno dei nodi sorgente.

L'algoritmo di calcolo è stato sviluppato previa definizione di adeguate strategie di riduzione della varianza per la stima della disponibilità del sistema. In particolare, sono state applicate la "forzatura della transizione del sistema" entro il tempo di missione e la "forzatura della transizione specifica", in termini di guasto o riparazione di una individuata connessione.

Sono stati considerati i seguenti parametri:

- Per i nodi un tasso di guasto pari a:  $\lambda_{nodi} = 1,59658E - 06 \text{ [h}^{-1}\text{]}$ ;
- Per le connessioni un tasso di guasto pari a:  $\lambda_{connessioni} = 7,98288E - 07 \text{ [h}^{-1}\text{]}$ ;
- Per nodi e connessioni un tasso di riparazione pari a:  $\mu = 1/24 \text{ [h}^{-1}\text{]}$ .

I risultati avuti sono mostrati in Figura 16:

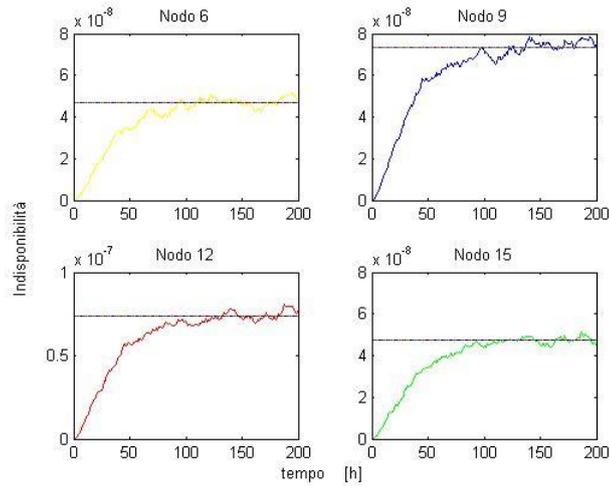


Figura 16 – Indisponibilità nodi utilizzatori

#### 5.4.2 Esempio 2: rete elettrica

Come secondo esempio applicativo è stata scelta una rete di distribuzione dell'energia elettrica in media ed alta tensione.

In particolare, la rappresentazione grafica di Figura 17 fa riferimento allo schema di distribuzione unifilare semplificato.

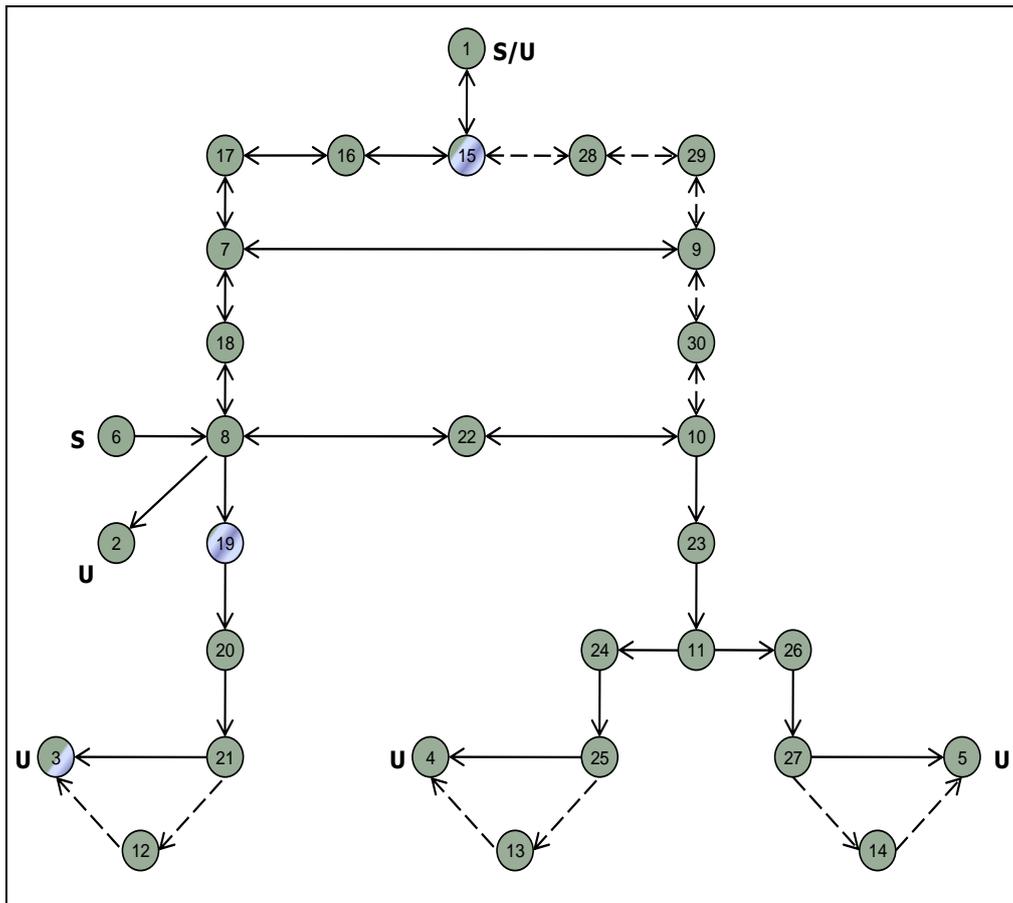


Figura 17 – Schematizzazione della rete elettrica

La rete è stata schematizzata con una serie di nodi a cui convergono più linee di connessione per realizzare una struttura a rete magliata.

Le connessioni rappresentano gli elementi dello schema elettrico come interruttori, trasformatori a due avvolgimenti e a tre avvolgimenti o trasformatori trifase con collegamento triangolo-stella. Il nodo 6 rappresenta la sorgente, ossia il generatore trifase della rete per la distribuzione dell'energia elettrica alle varie utenze rappresentate dai nodi 1, 2, 3, 4 e 5.

Le tre coppie di connessioni in serie (12-21) e (3-12), (13-25) e (4-13), (14-27) e (5-14) rappresentano i gruppi statici di continuità detti anche UPS (Uninterruptible Power Supply) necessari per garantire la continuità dell'alimentazione elettrica alle utenze in caso di indisponibilità delle sorgenti principali.

Le connessioni bidirezionali (15-28), (28-29), (29-9), (9-30) e (30-10) indicano il percorso, alternativo al principale individuato dalle linee continue, che viene attivato in seguito a commutazione (manuale o automatica). Le commutazioni, a richiesta automatica e non, consistono essenzialmente in una sequenza di operazioni svolte da un dispositivo logico che, a seguito di un disturbo, dell'indisponibilità di componenti o per comando dell'operatore, predispone ed attua una sequenza temporale di manovre, tramite le quali, aprendo opportuni interruttori, viene interrotta l'alimentazione in

atto delle utenze (nodi della rete), che sono poi commutate ad una sorgente di riserva già presente e prevista per tale compito.

L'algoritmo di calcolo, basato su un approccio MonteCarlo Indiretto implementato con un algoritmo ad Automi Cellulari, è stato integrato con modelli deterministici per gli interventi di riconfigurazione (commutazioni) della rete in seguito a un guasto: il percorso di ridondanza, normalmente non utilizzato, viene attivato in caso di indisponibilità del percorso principale in modo da garantire il raggiungimento di tutte le utenze.

Per la rete elettrica sono state stimate le caratteristiche di affidabilità, disponibilità e continuità dell'esercizio, quest'ultima garantita dalla commutazione e dalla presenza dei gruppi di continuità.

### **CASO 1**

Nel primo caso sono state valutate le caratteristiche di disponibilità dei nodi utilizzatori considerando solo il percorso ideale delle connessioni normalmente chiuse (linee continue di Figura 17), non sono cioè considerate le commutazioni, ovvero l'attivazione dei percorsi in ridondanza per il collegamento sorgente-utilizzatore e i gruppi di continuità.

I risultati sono mostrati in Figura 18: dai grafici si può osservare come l'andamento stimato approssimi esattamente la soluzione analitica:

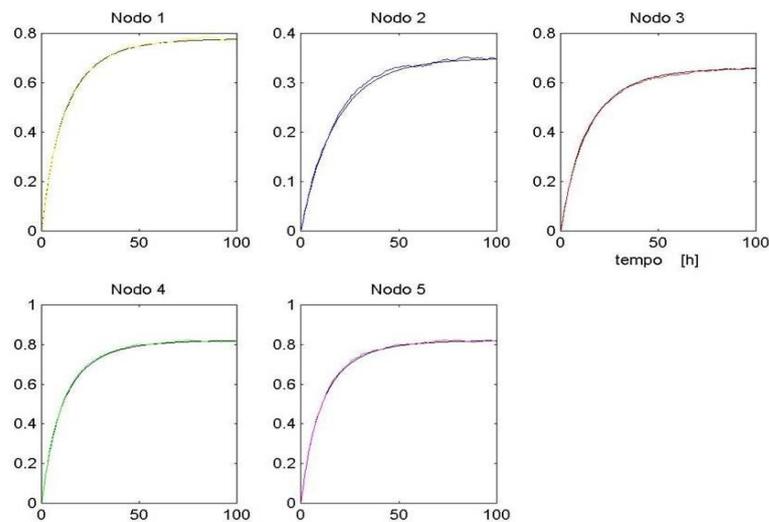


Figura 18 – Indisponibilità nel caso di percorso ideale

### **CASO 2**

Nel secondo caso le caratteristiche di disponibilità dei nodi utilizzatori sono state valutate considerando:

- le commutazioni, ossia le variazioni dei percorsi sorgente/utilizzatore;
- il possibile guasto della sorgente normalmente utilizzata (nodo 6) con conseguente utilizzo del nodo 1 come nuova sorgente;
- i gruppi statici di continuità (UPS) supposti ideali (non soggetti a rottura).

La simulazione fa riferimento allo schema semplificato di Figura 19:

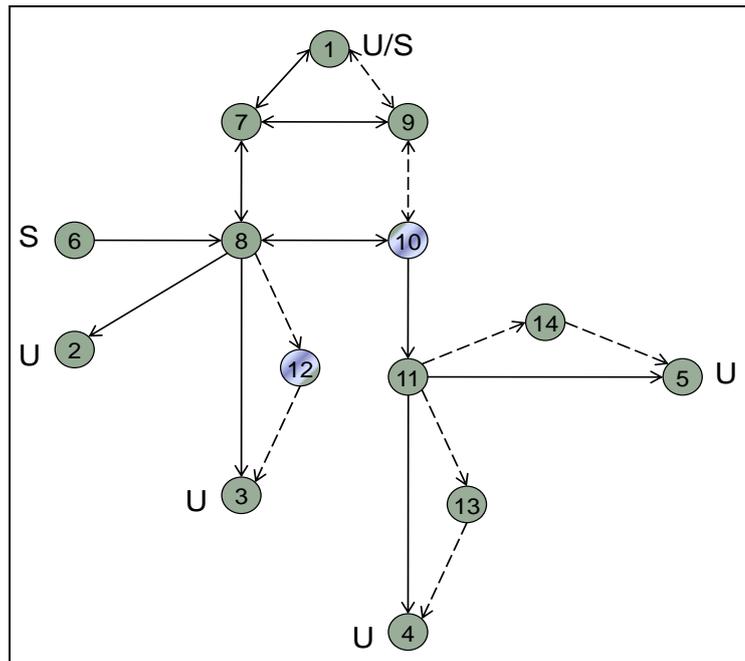


Figura 19 – Schematizzazione semplificata della rete elettrica

Rispetto allo schema di Figura 17, gli elementi in serie, come ad esempio le connessioni bidirezionali (1-15), (15-16), (16-17) e (17-7), sono state rappresentate da un'unica connessione bidirezionale (1-7).

Le tre coppie di connessioni in serie (12-8) e (3-12), (13-11) e (4-13), (14-11) e (5-14) rappresentano i gruppi statici di continuità (supposti ideali). In particolare:

- In caso di non funzionamento della connessione (3-8) o di indisponibilità delle sorgenti principali, l'utenza 3 viene alimentata dall'UPS schematizzato dalle connessioni in serie (12-8) e (8-3);
- In caso di non funzionamento della connessione (4-11) o di indisponibilità delle sorgenti principali, l'utenza 4 viene alimentata dall'UPS schematizzato dalle connessioni in serie (13-11) e (4-13);
- In caso di non funzionamento della connessione (5-11) o di indisponibilità delle sorgenti principali, l'utenza 5 viene alimentata dall'UPS schematizzato dalle connessioni in serie (14-11) e (5-14).

Le connessioni bidirezionali (1-9) e (9-10) sono normalmente aperte e vengono attivate in caso di non disponibilità della linea principale.

A titolo di esempio, in Tabella 25 vengono evidenziati i possibili percorsi per che collegano la sorgente (nodo 6) al nodo utilizzatore 1:

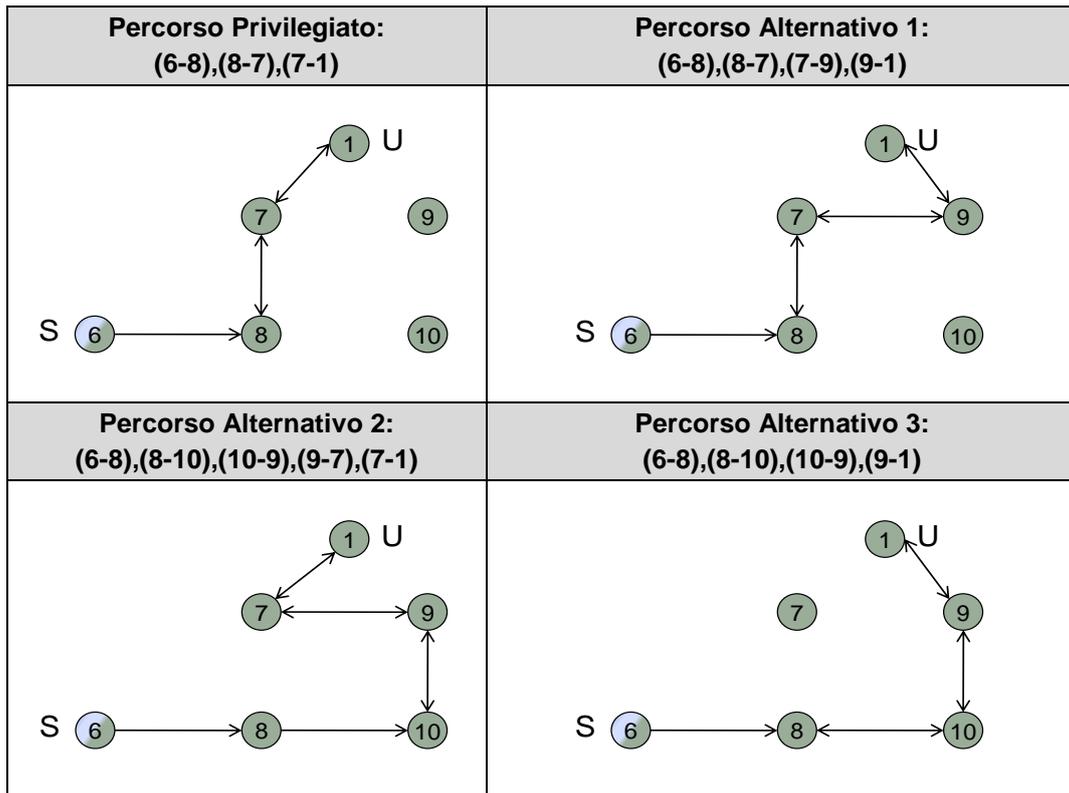


Tabella 25 – Percorsi possibili per il nodo utilizzatore 1

In Figura 20 sono riportati i risultati della simulazione con riferimento alla stima delle caratteristiche di indisponibilità di tutti i nodi utilizzatori.

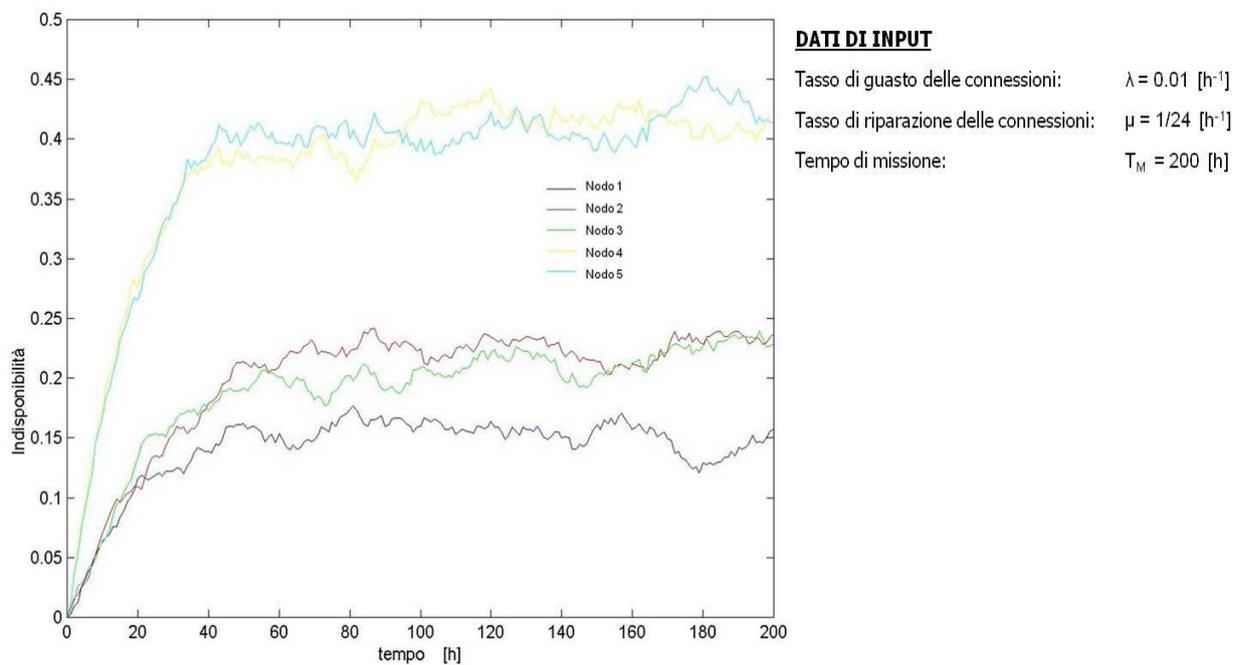


Figura 20 – Indisponibilità dei nodi utilizzatori di una rete elettrica

## 6 CONCLUSIONI

Al fine di disporre degli strumenti necessari per l'analisi dei sistemi a rete, sono stati realizzati approfondimenti specifici, riguardanti l'utilizzo di metodi analitici od il ricorso a tecniche di simulazione. I risultati avuti hanno una validità generale in tema di analisi delle caratteristiche RAM (Reliability, Availability, Maintainability and Safety) di sistemi complessi.

Sono state riportate le espressioni analitiche della Misura Differenziale di Importanza del primo ordine (Differential Importance Measure: DIM) che può essere utilizzata per la definizione di un ordinamento delle variabili del modello di un sistema costituito dai componenti riparabili soggetti a fenomeni di invecchiamento. L'applicazione delle espressioni proposte permette la stima del DIM per ciascuna variabile del modello (fino a cinque variabili per componente), dalla conoscenza della misura di Birnbaum calcolata per ciascun componente. I fenomeni di invecchiamento sono introdotti nel modello considerando una distribuzione esponenziale-lineare o, più in generale, una distribuzione di Weibull per la probabilità di guasto del componente. Sono considerate due diverse ipotesi per il periodo di manutenzione; la seconda ipotesi, "alternativa" a quanto proposto in letteratura, riconosce che gli interventi di manutenzione preventiva sono efficaci solo in presenza di fenomeni di invecchiamento. Due esempi applicativi mostrano l'utilizzo e la correttezza di tali espressioni. Il primo esempio è desunto dalla letteratura; il secondo esempio si riferisce ad un semplice sistema a rete.

La stima delle Misure Differenziali di Importanza richiede la ripetuta soluzione del modello e può risultare estremamente onerosa se per questa è necessaria l'applicazione di tecniche di simulazione MonteCarlo. Rispetto a tale problematica, è stato sviluppato un algoritmo di calcolo che, mediante l'applicazione di tecniche di Importance Sampling, permette la stima dell'indisponibilità del sistema e delle Misure Differenziali di Importanza riferite a tutte le variabili da considerare, mediante una sola simulazione (costituita da un adeguato numero di "storie" della vita operativa del sistema). Con riferimento ad un approccio "Indiretto" di simulazione, tutte le variabili di uscita (indisponibilità del sistema per diversi valori delle variabili di ingresso) sono calcolate sulla base della stessa sequenza di "transizioni di stato" del sistema, in termini di componenti coinvolti, tipo di evento (guasto o riparazione) e tempo di transizione. L'alterazione delle distribuzioni di probabilità è tenuta in conto nella stima delle grandezze di interesse. L'algoritmo di calcolo sviluppato è stato applicato ad un semplice sistema a rete, risolto analiticamente. I risultati avuti per l'indisponibilità del sistema (riferita a ciascun nodo utilizzatore) e per le misure di importanze (di ciascuna connessione rispetto a ciascun nodo utilizzatore ed al sistema nel suo complesso) approssimano i valori ottenuti dalla soluzione analitica.

L'elevata flessibilità del metodo MonteCarlo consente di introdurre nel modello la rilevabilità del guasto di un componente, la presenza di fenomeni di invecchiamento, l'attuazione di diverse politiche di manutenzione correttiva e preventiva e l'efficacia degli interventi. A tal fine, è stato sviluppato un algoritmo di calcolo che, mediante l'applicazione di tecniche MonteCarlo, permette la soluzione del modello di affidabilità / disponibilità di un componente soggetto a guasto (immediatamente rilevato o latente, con o senza fenomeni di invecchiamento) e riparazione

(sostituzione o “ringiovanimento parziale”), in relazione ad un predefinito piano di manutenzione preventiva e/o ispezione periodica. Gli esempi applicativi si riferiscono all’analisi di un componente nel caso di sola manutenzione correttiva e nel caso di manutenzione correttiva e preventiva. I risultati mostrano gli andamenti della disponibilità e dei tempi di fuori servizio per manutenzione (preventiva e correttiva). Tali informazioni risultano essenziali per la definizione di un piano di manutenzione “ottimale”, dal punto di vista delle prestazioni del sistema e/o dei costi associati.

Per l’analisi di sistemi a rete “complessi”, cioè costituiti da un elevato numero di nodi utilizzatori e fortemente magliati, è sviluppato un algoritmo di calcolo basato su tecniche MonteCarlo ed un modello ad Automi Cellulari. Tale approccio, alternativo alla applicazione di tecniche tradizionali di analisi, permette di valutare le prestazioni del sistema, riferite a ciascun nodo utilizzatore, senza richiedere la conoscenza delle “funzioni di sistema”.

Al fine di aumentare il numero di campionamenti delle transizioni del sistema “utili” alla stime delle caratteristiche di affidabilità / disponibilità, l’algoritmo di calcolo permette l’applicazione di diverse tecniche di Importance Sampling. Il campionamento degli eventi è realizzato da opportune distribuzioni di probabilità; tale alterazione è tenuta in conto nella stima delle grandezze di interesse. Mediante “forzatura del tasso di guasto” è alterata la frequenza di guasto del componente / sistema. Mediante “forzatura del guasto certo” è imposta una transizione di stato del sistema entro la sua vita *utile*. Mediante “forzatura del componente specifico” è imposta l’equi-probabilità del guasto o riparazione di un qualunque componente del sistema.

L’algoritmo di calcolo è stato applicato all’analisi di due sistemi reali.

Nel primo caso l’algoritmo di calcolo è stato applicato per la stima delle caratteristiche di affidabilità e disponibilità dell’infrastruttura di comunicazione utilizzata da un sistema di telecomandi / telecontrolli. E’ stato utilizzato un approccio MonteCarlo Indiretto per la simulazione dei guasti delle connessioni e dei nodi del sistema. La procedura ha richiesto l’uso integrato di tecniche di riduzione della varianza quali la “forzatura del guasto certo” e la “forzatura della transizione specifica”. La prima è utilizzata con lo scopo di aumentare il campionamento delle transizioni del sistema nel caso di tassi di guasto delle connessioni significativamente bassi rispetto al tempo di missione specificato (condizione di “eventi rari”); la seconda è utilizzata con lo scopo di aumentare il campionamento di guasti multipli, causa dell’indisponibilità di nodi utilizzatori caratterizzati da connessioni ridondanti con i nodi adiacenti.

Nel secondo caso è stata analizzata una rete di distribuzione dell’energia elettrica. Al fine di valutare le caratteristiche di disponibilità e continuità del servizio della rete, l’algoritmo di calcolo è stato integrato con modelli deterministici associati all’esercizio del sistema (es. commutazioni per gli interventi di riconfigurazione della rete in seguito a un guasto).

Le espressioni analitiche proposte per la Misura Differenziale di Importanza e gli algoritmi di calcolo sviluppati sono utilizzabili per l’analisi delle caratteristiche di Affidabilità e Disponibilità di sistemi a rete.

Le espressioni analitiche del DIM possono essere utilizzate per la definizione di un ordinamento di importanza delle variabili del modello di un sistema a rete costituito da connessioni

riparabili, caratterizzate da una distribuzione di Weibull per la probabilità di guasto, come mostrato da un dedicato esempio applicativo.

E' possibile procedere alla contestuale (mediante una sola simulazione) valutazione dell'indisponibilità di ciascun nodo utilizzatore e delle Misure Differenziali di Importanza di ciascuna connessione rispetto a ciascun nodo utilizzatore ed al sistema nel suo complesso, mediante l'applicazione di tecniche MonteCarlo e di Importance Sampling. Per ciascuna connessione è identificata la sequenza dei guasti, delle riparazioni e degli interventi di manutenzione da associare a ciascun canale temporale di ciascuna simulazione. A partire da tali sequenze, viene aggiornata la configurazione del sistema e, mediante l'algoritmo degli Automi Cellulari, è verificato lo stato attivo/non attivo di ciascun nodo utilizzatore verificando l'esistenza di almeno una connessione con la sorgente. I contatori necessari per la stima della Misura di importanza sono incrementati tenendo conto delle "forzature" introdotte in relazione ai diversi valore delle variabili di ingresso.

L'algoritmo di calcolo proposto consente di ottenere una stima delle prestazioni di affidabilità e disponibilità, di sistemi a rete costituiti da componenti soggetti a guasto, riparazione ed eventuali fenomeni di invecchiamento, con riferimento a predefiniti piani di manutenzione correttiva e preventiva. L'applicazione a sistemi a rete consente di:

- valutare le caratteristiche di affidabilità e disponibilità del sistema, riferite a ciascun nodo utilizzatore;
- classificare gli elementi del sistema mediante misure di importanza locali, riferite a ciascun nodo utilizzatore, e mediante una misura di importanza globale (riferita al sistema nel suo complesso)
- classificare gli elementi del sistema mediante misure di importanza locali, riferite a ciascun nodo utilizzatore, e mediante una misura di importanza globale (riferita al sistema nel suo complesso).

I risultati ottenuti dalla ricerca sono stati presentati in convegni nazionali, internazionali o sono in corso di presentazione e pubblicazione su rivista:

- La Rovere S, Vestrucci P, Sperandii M. Affidabilità e disponibilità di Sistemi a rete mediante applicazioni di tecniche MonteCarlo e automi cellulari. Atti del convegno "Valutazione e Gestione del Rischio negli Insediamenti Civili ed Industriali VGR06", (2006) Pisa.
- La Rovere S, Vestrucci P, Sperandii M. Reliability assessment basing on importance measures. Atti del convegno "Probabilistic Safety Assessment and Management PSAM8", (2006) New Orleans.
- La Rovere S, Vestrucci P, Sperandii M. Risk significance importance measures for a networked system, Atti del convegno "Probabilistic Safety Assessment and Management PSAM9", (2009) Hong Kong.

- La Rovere S, Vestrucci P, Sperandii M, Mandurino C. Differential Importance Measure for components subjected to aging phenomena. Sottomesso per pubblicazione su ReliabEngSystSaf.
- La Rovere S, Vestrucci P, Sperandii M. Differential Importance Measure estimation through MonteCarlo and Importance sampling techniques. Articolo per ESREL 2011: special session about Importance measures. Selected papers will be published in Reliability Engineering and System Safety and Journal of Risk and Reliability.

## BIBLIOGRAFIA

### **Analisi di Sistemi a rete**

- [1] Cadini F, Zio E, Petrescu CA. Using centrality measures to rank the importance of the components of a complex network infrastructure. *Computer Science, Critical information Infrastructure Security*, 5508(2009), 155-167.
- [2] Carpignano A. Affidabilità di sistemi a rete magliata.
- [3] Billinton R, Allan R. *Reliability Evaluation of Power Systems*. Plenum Press, (1984) New York.
- [4] Carpignano A, Mosso A, Piccini M & Ponta A. Merging FT/ET Approach with the Index Approach to Assess the Reliability and Availability of a Heating Distribution Network. *Proc. of European Safety and Reliability Conference ESREL2001*, 2001 September, pp.365-372.
- [5] Ballocco G, Carpignano A, Gargiulo M, Piccini M. Merging cut sets methods and reliability indexes for reliability and availability analysis of highly meshed networks. *ESREL 2003*, Maastricht, June 15th -18th, 2003.
- [6] Corradetti R. *Catene di markov*. Ed. Giappichelli, Torino.
- [7] Buchsbaum AL, Mhail M. Monte Carlo and Markov Chain techniques for network reliability and sampling. (1995) *Networks Vol. 25*, pag. 117-130.

### **Metodo MonteCarlo e Automi Cellulari**

- [8] Marseguerra M, Zio E. *Basics of the Monte Carlo method with application to system reliability*. Verlag Gmbh, Hagen, 2002.
- [9] Dubi. *A MonteCarlo application in system engineering*. John Wiley and Sons, 2000.
- [10] Marseguerra M, Zio E. *Principles of MonteCarlo Simulation for application to reliability and Availability Analysis*. *Tutorials Notes of ESREL 2001*, European Safety and Reliability Conference, September 16-20, 2001, Torino, Italy.
- [11] Marseguerra M, and Zio E. System Unavailability Calculations in Biased Monte Carlo Simulation: a Possibile Pitfall, *Annali of Nuclear Energy*, 27: 1577-1588, 2000.
- [12] Labeau PE, Zio E. Procedures of MonteCarlo transport simulation for applications in system engineering. *Reliab Eng Syst Saf* 2002; 77:217-228.
- [13] Rocco CM, Moreno JA. Network reliability assessment using a cellular automata approach. *Reliab Eng Syst Saf* 2002; 78:289-295.

- 
- [14] Zio E, Podofilini L, Zille V. A combination of Monte Carlo simulation and cellular automata for computing the availability of complex network. *Reliab Eng Syst Saf* 2006; 91:181-190.
- [15] La Rovere S, Vestrucci P, **Sperandii M**. Affidabilità e disponibilità di Sistemi a rete mediante applicazioni di tecniche MonteCarlo e automi cellulari. Atti del convegno "Valutazione e Gestione del Rischio negli Insediamenti Civili ed Industriali VGR06", (2006) Pisa.
- [16] Succi S. *Automa Cellulare: una nuova frontiera del calcolo scientifico*. Franco Angeli, (1991) Milano
- [17] Borgonovo E, Marseguerra M, Zio E. A Monte Carlo methodological approach to plant availability modeling with maintenance, aging and obsolescence. *Reliab Eng Syst Saf* 2000; 67:61-73
- [18] Marseguerra M, Zio E. Optimizing maintenance and repair policies via a combination of genetic algorithms and MonteCarlo simulation. *Reliab Eng Syst Saf* 2000; 68:69-83.

### Misure di Importanza

- [19] La Rovere S, Vestrucci P, **Sperandii M**. Reliability assessment basing on importance measures. Atti del convegno "Probabilistic Safety Assessment and Management PSAM8", (2006) New Orleans.
- [20] La Rovere S, Vestrucci P, **Sperandii M**. Risk significance importance measures for a networked system, Atti del convegno "Probabilistic Safety Assessment and Management PSAM9", (2009) Hong Kong.
- [21] Birnbaum LW. On the importance of different elements in a multi-elements system. *Multivariate analysis 2*. New York: Academic Press; 1969.
- [22] Marseguerra M, Zio E. MonteCarlo estimation of the differential importance measure: application to the protection system of a nuclear reactor. *Reliab Eng Syst Saf* 2003; 86:11-24.
- [23] Borgonovo E, Apostolakis GE. A new importance measure for risk-informed decision making. *Reliab Eng Syst Saf* 2001; 72:193-212.
- [24] Borgonovo E. The reliability importance of components and prime implicants in coherent and non-coherent system including total-order interactions. *European Journal of Operational Research* 2010, 204, 485-495
- [25] Youngblood RW. Risk significance and safety significance.. *Reliab Eng Syst Saf* 2001; , 73:121-136.
- [26] Meng FC. Comparing the importance of system elements by some structural characteristics. *IEEE Transactions on Reliability* 1996; 45(1), 59-65.
- [27] La Rovere S, Vestrucci P. On influence of the structure of a Networked System on its performances. Proc. PSAM10, Seattle 2010.
- [28] La Rovere S, Vestrucci P, **Sperandii M**, Mandurino C. Differential Importance Measure for components subjected to aging phenomena. Sottomessa a pubblicazione su *Reliab Eng Syst Saf*.

- [29] La Rovere S, Vestrucci P, **Sperandii M**. Differential Importance Measure estimation through MonteCarlo and Importance sampling techniques per ESREL 2011
- [30] Meng FC. Some further results on ranking the importance of system elements. Reliab Eng Syst Saf 1995; , 47:97-101.

**Altri riferimenti / Normativa**

- [31] MIL-HDBK 217F "Reliability Prediction of Electronic Equipment", Notice 2
- [32] UNI 10147

---

*Ringrazio il Prof. Scardovelli per aver reso possibile la realizzazione di questa mia tesi e per la massima disponibilità dimostrata nei miei confronti.*

*Ringrazio il Prof. Vestrucci per la consulenza e l'orientamento durante questi anni di dottorato.*

*Ringrazio il mio amico Stefano per la collaborazione e i preziosi consigli.*

*Ringrazio la mia famiglia per il sostegno continuo e l'incoraggiamento. In particolare, ringrazio la mia mamma e Vittorio per avermi coccolato (e tranquillizzato) in questi ultimi mesi di lavoro e ringrazio il mio papà per avermi prestato la mamma.*

*Infine ringrazio il piccolo Marco perché è semplicemente meraviglio: "Uno sbalordimento. Una perfezione. La cosa più nuova al mondo. Così piccolo. Così pieno di segreti. E ogni giorno porta nuove meraviglie: poiché ogni sorriso, ogni gesto è un incanto. Ogni cosa è inattesa. Il suo volto si illumina quando tu.. proprio tu, entri nella sua visuale. Le tue canzoni lo deliziano, solo tu sei quella che lo fa addormentare a carezze, allontanare le sue paure, portarlo dalle lacrime al riso. E' così bello, così divertente, così vivace, così deciso". Ti amo con tutto il mio cuore...*

---