UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BOLOGNA

FACOLTÀ DI INGEGNERIA

Dottorato di ricerca in Georisorse e Geotecnologie

Settore disciplinare scientifico ING-IND/30 Idrocarburi e Fluidi del sottosuolo

STUDIO DEL MOTO DI FLUIDI IN MEZZI POROSI IN REGIME NON-DARCY

Tesi di Dottorato di:

Gian-Carlo Tabaroni

Relatore:

Prof. Ing. Ezio Mesini

Coordinatore:

Prof. Ing. Paolo Berry

XIX° Ciclo 2003-2006

Indice

Introduzio	ne	1			
Capitolo 1	Propri	età dei fluidi e dei mezzi porosi			
1.1	I fluid	I fluidi			
	1.1.1	La densità dei fluidi3			
	1.1.2	La viscosità5			
1.2	I mezz	zi porosi9			
	1.2.1	La porosità10			
	1.2.2	La permeabilità14			
	1.2.3	La tortuosità23			
Capitolo 2 Flusso in regime non-Darcy26					
2.1	Introduzione al problema del flusso non-Darcy26				
2.2	Determinazione del coefficiente di flusso non-Darcy				
	2.2.1	Fattori che influenzano la determinazione del coefficiente di			
		flusso non-Darcy			
	2.2.2	Effetto Klinkenberg			
	2.2.3	Regime transitorio			
Capitolo 3	Origine e criteri per determinare l'insorgere del flusso				
	non-Darcy41				
3.1	Ipotesi sull'origine del flusso non-Darcy41				
3.2	Criteri per determinare l'inizio del flusso non-Darcy65				
Capitolo 4	Flusso	o non-Darcy in mezzi anisotropi e multifase			
4.1	Flusso non-Darcy in mezzi anisotropi				
4.2	Flusso non-Darcy in multifase				

Capitolo 5	Correlazioni del coefficiente di flusso non-Darcy8			
5.1	Correlazioni da equazioni teoriche			
5.2	Correlazioni empiriche per flusso monofase94			
5.3	Correlazioni empiriche per flusso multifase			
5.4	Considerazioni sulle correlazioni			
Capitolo 6	5 Sperimentazioni ed elaborazione dei dati			
6.1	Sperime	104		
	6.1.1	Materiali	104	
	6.1.2	Apparato sperimentale e metodo	107	
6.2	Elabora	112		
	6.2.1	Elaborazione dati sperimentali	112	
	6.2.2	Criteri per determinare l'insorgere del flusso		
		non-Darcy	122	
	6.2.3	Regime di flusso transitorio	126	
	6.2.4	Correlazioni empiriche	127	
6.3	Conclus	144		
Conclusion	i		147	
Bibliografi	a			
Allegati			159	

Introduzione

Il presente lavoro di tesi si prefigge lo scopo di fornire una discussione dello studio delle leggi che descrivono il moto dei fluidi, ed in particolar modo per i gas, nei mezzi porosi in regime non-Darcy. Questo argomento è di grande interesse in diversi settori fra i quali per brevità citiamo solamente l'ingegneria del petrolio, l'idrogeologia, l'ingegneria di processo, lo studio dei fenomeni di trasporto e di calore.

Nel primo capitolo vengono descritti i fluidi, i mezzi porosi e le loro principali proprietà al fine di fornire informazioni utili per comprendere i capitoli successivi.

Nel secondo capitolo viene affrontato il regime di flusso non-Darcy introducendo l'equazione di Forchheimer a partire dalla considerazione che l'applicazione della legge di Darcy, al caso di moto non laminare, determina previsioni errate poiché sottostima la perdita di carico (effetto non-Darcy). L'equazione di Forchheimer può essere interpretata come un'estensione della legge di Darcy in quanto apporta a quest'ultima un termine correttivo che elimina la discrepanza fra le previsioni della legge di Darcy e i dati sperimentali. Il fenomeno non lineare si presenta con maggior entità nel caso in cui il fluido in questione sia un gas. L'applicazione della legge di Darcy alle prove di produzione dei pozzi a gas fornisce previsioni errate sulla capacità di un giacimento di essere sfruttato. Nello stesso capitolo vengono esposti i metodi per determinare il coefficiente di flusso sperimentalmente mediante l'integrazione dell'equazione di Forchheimer. A tal proposito viene focalizzata l'attenzione sul caso dei gas essendo fluidi comprimibili. Vengono dunque illustratati i due metodi finora utilizzati per procedere all'integrazione dell'equazione di Forchheimer: il metodo delle pressioni al quadrato e quello delle pseudo-pressioni. Di tali metodi vengono esposte peculiarità e problematiche. Il capitolo si conclude con una breve trattazione sui fattori che influenzano la determinazione del coefficiente di flusso non-Darcy quali lunghezza del campione, effetto Klinkenberg e regime transitorio.

Introduzione

Il terzo capitolo tratta dell'origine microscopica del flusso non-Darcy e dei criteri impiegati per determinare l'insorgere del flusso non lineare. Vengono esposti i risultati dei lavori più significativi nell'indagare la causa di tale fenomeno, che indicano le forze inerziali quali principali responsabili. Di grande importanza risulta anche la previsione del manifestarsi del flusso non-Darcy mediante i diversi criteri finora adottati, fra i quali abbiamo trattato il numero di Reynolds e il numero di Forchheimer per la grande diffusione che tali criteri hanno riscontrato e ne vengono riportati indicazioni, pregi e difetti.

Nel quarto capitolo vengono trattati il regime di flusso non-Darcy in mezzi anisotropi e nel caso di flusso multifase al fine di completare la trattazione su tale regime. Il fenomeno non lineare si presenta con grande evidenza nel caso di flusso multifase e rappresenta un fenomeno ricorrente per quanto riguarda lo sfruttamento di giacimenti di gas a condensato.

Nel quinto capitolo vengono riportate le numerose correlazioni fra il coefficiente di flusso non-Darcy e le altra proprietà del mezzo poroso quali permeabilità porosità e tortuosità. Tali correlazioni sono molto utili per pervenire ad una determinazione per via indiretta del coefficiente di flusso non-Darcy poiché tale coefficiente non è facilmente determinabile per via sperimentale.

Il lavoro si conclude con il sesto capitolo in cui vengono riportati i risultati delle prove sperimentali eseguite. La scelta dei materiali, impiegati nelle sperimentazioni, è ricaduta sia su mezzi porosi consolidati (arenarie), sia su mezzi non consolidati quali sfere di vetro (sistema modello) e sabbia naturali. Infine viene svolta un analisi dei risultati ottenuti e si tracciano in sintesi alcune considerazioni conclusive.

Capitolo 1 Proprietà dei fluidi e dei mezzi porosi

Il capitolo seguente include definizioni e argomentazioni sulle proprietà dei fluidi e dei mezzi porosi che risulteranno utili nella trattazione del regime di flusso non-Darcy.

1.1 I fluidi

I fluidi si dividono solitamente in liquidi e gas; i primi possiedono un volume proprio a causa delle forze intermolecolari che li tengono insieme, ma non una forma definita: versati in un contenitore ne assumono la forma. I gas sono costituiti da molecole che si urtano continuamente e tentano di disperdersi: essi non hanno né volume né forma propri ed occupano lo spazio che viene consentito loro.

Le proprietà termodinamiche che usualmente intervengono nella determinazione dello stato fisico di un fluido sono la pressione, la temperatura e la densità: il valore di quest'ultima è legato ai valori assunti dalla pressione e dalla temperatura.

1.1.1 La densità dei fluidi

La variazione di densità dovuta ad una variazione di pressione, detta anche comprimibilità, si verifica in tutti i fluidi reali ma con entità differenti da fluido a fluido.

La comprimibilità è quindi la misura della deformazione che subisce un fluido cambia quando cambiano le condizioni di pressione:

$$c = -\frac{1}{V} \left(\frac{dV}{dp} \right)_{T=\cos t} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{d\rho}{dp} \right)_{T=\cos t}$$
[1.1]

in cui V è il volume, ρ è la densità e p è la pressione.

I liquidi sono piuttosto difficili da comprimere e nella maggior parte dei casi possiamo considerarli incompressibili; al contrario i gas sono facilmente compressibili.

Quindi nel caso dello studio del flusso di gas in un mezzo poroso si utilizza l'equazione di stato dei gas reali:

$$\frac{p}{\rho} = z \frac{R}{M} T$$
[1.2]

in cui R è la costante universale dei gas (R= $8.3145 \text{ JK}^{-1}.\text{mol}^{-1}$), M è la massa molecolare del gas, T è la temperatura e z è il fattore di deviazione, che esprime l'allontanamento del comportamento di un gas dal comportamento di un gas perfetto e che, fissato il tipo di gas, dipende dalla pressione e dalla temperatura.



Figura 1.1. Andamento del fattore di deviazione in funzione della pressione (Chierici 2004).

1.1.2 La viscosità

Se consideriamo due lastre parallele in moto relativo uniforme ed un fluido compreso fra di esse (Figura 1.2) e tra corpo e piano di appoggio vi sia un fluido di assegnate proprietà fisiche.

All'interfaccia fluido solido, la velocità del fluido coincide con quella del solido: la velocità in seno al fluido è nulla a contatto con il piano di appoggio ed aumenta linearmente fino a raggiungere il valore della velocità della seconda lastra.

Si vede sperimentalmente che per mantenere costante la velocità del corpo è necessario mantenere applicata ad esso una forza F, diretta nel senso del moto: essendo quest'ultimo uniforme, dovrà essere nulla la risultante delle forze applicate nella direzione del moto e pertanto ciò significa che il fluido interposto si oppone al moto del corpo con una forza uguale ad F e diretta in senso contrario.

Esiste per tanto in seno al fluido una forza che si oppone allo scorrimento degli strati l'uno sull'altro forza.

Se consideriamo un elemento infinitesimo di fluido, lo sforzo di taglio all'estremità superiore τ_{xy} , numericamente uguale a quello che si riscontra all'estremità inferiore, può esprimersi come segue:

$$\tau_{xy} = -\frac{dF}{dA} = -\mu \frac{\partial u_x}{\partial y}$$
[1.3]

in cui $\partial u_x/\partial y$ è il gradiente della velocità in direzione normale a quella del moto, τ_{xy} la tensione che si esercita nella direzione x sulla superficie normale ad y rivolta dalla parte delle y decrescenti e μ coefficiente di viscosità o semplicemente di viscosità del fluido. Le dimensioni della viscosità sono [ML⁻¹T⁻¹].

La relazione [1.3], nota come legge di Newton, è valida per i gas e per la maggior parte dei liquidi a basso peso molecolare, che per questo motivo sono detti newtoniani: per tali fluidi il coefficiente di viscosità dipende solo dalla natura del fluido stesso e dal suo stato fisico (p,T).

Esistono molti fluidi per i quali la [1.3] non più valida in quanto il valore del coefficiente di viscosità risulta legato ad altre grandezze caratteristiche delle particolari condizioni sperimentali, oltre che allo stato fisico, e precisamente al valore dello sforzo tangenziale (o indifferentemente a quello del gradiente di velocità) e al tempo.

Per quanto si riferisce alla dipendenza dal valore dello sforzo, è possibile distinguere i fluidi non newtoniani in pseudoplastici e dilatanti: per i primi il valore di μ cala al crescere del valore del gradiente di velocità, per i secondi accade l'opposto (Figura 1.3).



Figura 1.2. Profilo di velocità e rappresentazione macroscopica dello sforzo tangenziale (Bear 1988).

Esistono poi fluidi il cui comportamento è mal rappresentabile nella figura 1.3, in quanto associa caratteristiche viscose ed elastiche; tali fluidi sono detti viscoelastici.



Figura 1.3. Rappresentazione dello sforzo di taglio in funzione del grado di deformazione (Bear 1988).

Per quanto riguarda la dipendenza dal tempo, alcuni fluidi presentano una diminuzione di μ , per effetto della lunga applicazione di uno sforzo tangenziale costante (a temperatura costante), mentre altri nelle stesse condizioni presentano un aumento di μ : i primi sono detti tixotropici, i secondi reopectici (figura 1.4).



Figura 1.4. Rappresentazione dello sforzo di taglio in funzione del tempo (Bear 1988).

A scopo puramente indicativo, si ricorda che sono:

newtoniani l'acqua, la benzina, il butano, il propano, gli idrocarburi leggeri, gli oli minerali grezzi a temperatura ambiente, ecc.

pseudoplastici i polimeri liquidi (ad esempio gomma, acetato di cellulosa) e molte soluzioni polimeriche, le gelatine, le malte, i fanghi, gli additivi metallici nelle benzine, le sospensioni del tipo della polpa di carta, maionese, ecc.,

dilatanti i grassi, l'amido in soluzione, la sabbia in sospensione, le sospensioni estremamente concentrate, ecc.,

viscoelastici il bitume, il catrame, la pece, alcune sospensioni di particelle solide in liquidi molto viscosi, ecc.,

tixotropici i prodotti alimentari, le vernici, ecc.,

reopectici alcuni impasti di gesso in acqua, alcune soluzioni acquose di pentossido di vanadio e bentonite, ecc.

Allo scopo di poter giungere all'espressione matematica degli sforzi che sono presenti all'interno di un fluido non newtoniano in movimento sono state determinate sperimentalmente delle relazioni che esprimono la dipendenza del coefficiente di viscosità dal gradiente di velocità (ed eventualmente dal tempo).

Tra le tante relazioni trovate, la più semplice dal punto di vista analitico ma nel contempo la meno accettabile dal punto di vista dei risultati che da essa si possono dedurre, vi è quella di Ostwald-de Waele o legge di potenza:

$$\tau_{xy} = -\mu_0 \left| \frac{\partial u_x}{\partial y} \right|^{n-1} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} \right)$$
[1.4]

in cui n è un numero il cui valore dipende dalla natura del fluido; in particolare, per n = 1 si ottiene la legge di Newton, per n<l si ottengono i fluidi a comportamento pseudoplastico, per n>l quelli a comportamento dilatante. Per quanto riguarda la dipendenza dallo stato fisico, c'è da dire che in genere la pressione ha poca influenza sul valore di n mentre assume una certa importanza la sua dipendenza dalla temperatura: in linea di massima, si può affermare che al crescere della temperatura il valore di n cresce per i gas e cala per i liquidi.

Di solito i fluidi sono considerati newtoniani, e cioè la viscosità viene considerata costante. Ma questa è una semplificazione che può essere fatta solo se la pressione non varia di molto perché la viscosità, nel caso di un gas, dipende dalla pressione in questo modo:

$$\mu = \mu_{sc} \left[1 + A \left(\frac{p}{z} \right)^{B} \right]$$
[1.5]

in quest'equazione μ_{SC} è la viscosità del gas, p la sua pressione, z il fattore di deviazione dal comportamento del gas perfetto e A e B sono due parametri in funzione del tipo di fluido.

1.2 I mezzi porosi

I mezzi porosi naturali sono costituiti da suoli e formazioni geologiche contenenti fluidi quali acqua e idrocarburi.

I mezzi porosi sono materiali ad alta superficie specifica aventi struttura fisica molto complicata e difficilmente rappresentabile.

A causa della loro struttura risulta notevolmente complicato descrivere il flusso di un fluido all'interno di essi.

A complicare ancor più la questione si aggiunge il fatto che in genere tali mezzi sono non omogenei ed anisotropi, e quindi alcune proprietà dipendono dalla direzione nel mezzo in cui la si osserva.

L'anisotropia è in genere dovuta alla genesi del mezzo poroso stesso.

Le principali caratteristiche dei mezzi porosi verranno trattate nel prosieguo sinteticamente.

1.2.1 La porosità

La porosità definisce la quantità di spazi vuoti contenuti entro un mezzo poroso. Èuna grandezza di natura scalare che esprime la capacità dello stesso mezzo a contenere fluidi al suo interno, ed è definita dal rapporto:

$$\phi = \frac{V_p}{V_b}$$
[1.6]

dove ϕ è la porosità, V_b il volume del mezzo poroso, V_p la somma di tutti i pori contenuti nel volume V_b.

Tale rapporto, che è compreso tra zero e uno, può essere espresso anche in percentuale del volume poroso o in unità di porosità (Porosity Units, P.U.): ad esempio, se ϕ = 0,24, è uso comune affermare che la porosità è pari al 24% oppure a 24 P.U.

La porosità definita in questo modo è denominata in genere porosità totale. Tuttavia, non tutti i pori sono idraulicamente interconnessi tra loro: per questo motivo, nelle applicazioni pratiche, si è soliti distinguere tra porosità totale ϕ , detta anche porosità assoluta, cui contribuisce il volume di tutti i pori della roccia, e porosità effettiva o utile o cinematica ϕ_e , cui contribuisce solo il volume dei pori interconnessi V_{pi}.

La definizione della porosità effettiva è quindi la seguente:

$$\phi_{e} = \frac{V_{pi}}{V_{b}}$$
[1.7]

dove V_{pi} è il volume dei pori interconnessi contenuti nel volume V_b.

La porosità effettiva rappresenta il volume di mezzo poroso occupato da fluidi mobili, ed è chiaramente inferiore o pari alla porosità assoluta.

Per la maggior parte delle formazioni clastiche, da quelle sciolte a quelle mediamente cementate, il valore della porosità effettiva è molto prossimo a quello della porosità totale. Per le formazioni più cementate e per le formazioni carbonatiche il valore della porosità effettiva può essere notevolmente minore di quello della porosità totale.

Nel caso di mezzi porosi completamente saturi d'acqua, può essere anche definita la porosità efficace, intesa come percentuale di spazio poroso occupato dall'acqua che si può liberare per gravità.

In alternativa alla porosità, è possibile descrivere quantitativamente i vuoti di un mezzo poroso ricorrendo all'indice dei vuoti (impiegato soprattutto in campo geotecnico). Tale indice è definito dal rapporto fra il volume dei vuoti V_p ed il volume della sola parte solida V_s costituente il mezzo:

$$e = \frac{V_p}{V_s} = \frac{V_p}{V_b - V_p}$$
[1.8]

Le relazioni che legano quindi l'indice dei vuoti alla porosità e viceversa sono le seguenti:

$$e = \frac{\phi}{1 - \phi}$$
[1.9]

$$\phi = \frac{e}{1+e}$$
[1.10]

Nelle rocce clastiche (sabbie, arenarie ed argille) la porosità dipende fondamentalmente dalla distribuzione delle classi granulometriche, dalla forma e dalla disposizione dei grani.

La porosità è maggiore quando i grani sono uniformi e diminuisce all'aumentare delle classi granulometriche presenti nel mezzo poroso.

Per quanto riguarda la forma dei grani, la porosità diminuisce man mano passando da grani a spigoli vivi a grani arrotondati fino a grani piatti a parità di distribuzione granulometrica.

A parità di dimensione e forma dei grani la porosità dipende anche dalla disposizione dei grani stessi.

Nelle rocce clastiche coerenti la porosità dipende anche dal tipo e dalla quantità di cemento: all'aumentare del cemento, la porosità diminuisce, fino al limite ad annullarsi, come per esempio nelle arenarie molto cementate.

La porosità è infine influenzata anche dal grado di costipamento dei grani e dalla presenza di materiale argilloso all'interno dei pori.



Figura 1.5. Variazioni del valore di porosità di un ipotetico mezzo poroso costituito da grani sferici uguali in funzione della loro diversa disposizione. È riportata la disposizione teorica più compatta (romboedrica) e quella meno compatta (cubica) (Chierici 2004).

Nelle rocce di origine carbonatica la porosità è influenzata dalla struttura e dalla tessitura della roccia, nonché dalla presenza di fratture, generate sia da stati tensionali dovuti alla tettonica locale o regionale, sia da fenomeni diagenetici, quali la dissoluzione da parte di acque contenenti anidride carbonica, la dolomitizzazione, ecc.

In questo tipo di formazioni, il volume delle fratture può contribuire sostanzialmente al volume totale dello spazio poroso.

In generale, le rocce carbonatiche hanno una struttura porosa molto più complessa rispetto a quella delle rocce clastiche; esse sono comunemente costituite da un materiale di base finemente cristallino, solitamente caratterizzato da una piccola porosità di matrice, il quale può poi essere interessato da una porosità secondaria (o indotta), che sarà illustrata nel seguito.

Da un punto di vista petrofisico, la porosità può essere classificata in base all'origine dei pori, distinguendo una porosità primaria ed una porosità secondaria. La porosità primaria, detta anche singenetica, deriva dai vuoti interposti tra i frammenti dei minerali al momento della deposizione; essa è distinta in intergranulare (spazi esistenti fra i grani, tipica di formazioni clastiche), intercristallina (spazi esistenti fra i cristalli, tipica della matrice delle formazioni carbonatiche), ed a struttura oolitica, quest'ultima presente solo in particolari formazioni di tipo carbonatico.

La porosità secondaria è invece associata a variazioni del volume poroso successive alla sedimentazione, oppure a fenomeni che portano alla creazione di fratture.

Tali variazioni comportano spesso una modifica nella struttura e composizione del mezzo, e sono per lo più dovute a fenomeni fisici (variazioni di temperatura e di pressione) oppure a fenomeni chimico-fisici.

Esempi di porosità secondaria sono la porosità per fratturazione (microfratture o macrofratture), la porosità vacuolare (per dissoluzione) e la porosità per ricristallizzazione (per silicizzazione o dolomitizzazione).

Nelle rocce la porosità supera raramente il valore di $\phi = 0.45$.

I carbonati compatti, quali i calcari e le dolomie, e le formazioni evaporitiche possono presentare porosità di matrice praticamente nulla.

Le arenarie ben consolidate mostrano spesso una porosità intorno al 10-15%, mentre le formazioni sabbiose incoerenti ben classate possono presentare porosità anche maggiori del 30%.

Le formazioni argillose possiedono una porosità molto alta (anche maggiore del 40%), ma la loro permeabilità è pressoché nulla, poiché le lamelle che le caratterizzano sono così fini da rendere praticamente impossibile qualsiasi flusso.

In generale, nelle formazioni di un bacino sedimentario la porosità diminuisce al crescere della profondità, a causa dei processi di diagenesi. In precedenza, è stato accennato al fatto che per materiali clastici la porosità dipende fondamentalmente dalla classazione, dalla forma e dalla disposizione dei grani; in particolare, se si considerano grani sferici di uguali dimensioni, alla disposizione più compatta corrisponde un valore di circa $\phi=26\%$, mentre per quella meno compatta si ha circa $\phi=47\%$ (figura 1.5). Le sabbie naturali hanno porosità variabile fra il 25% ed il 45%, a seconda della forma dei grani costituenti, del grado di uniformità granulometrico e delle condizioni di sedimentazione.

1.2.2 La permeabilità

Gli studi condotti da Henry Darcy sul flusso di acqua attraverso filtri sabbiosi portarono alla formulazione della seguente espressione empirica:

$$Q_v = AK \frac{\Delta h}{L}$$
[1.11]

dove Q_v è la portata volumetrica, A è la sezione del filtro, K la conducibilità idraulica che è funzione delle caratteristiche del mezzo poroso e di quelle del fluido, , L la lunghezza del filtro e Δh la variazione del carico piezometrico.

La conducibilità idraulica ha la dimensione di una superficie $[LT^{-1}]$.

Studi successivi a quelli di Darcy verificarono che tale legge è valida per mezzi porosi artificiali e naturali, con saturazione in acqua pari al 100%, in regime di moto laminare ed in assenza di particolari interazioni chimico-fisiche o elettrocinetiche tra fluido e mezzo poroso. Muskat (1937) pervenne alla formulazione della legge di Darcy, detta generalizzata, in una forma indipendente dal tipo di fluido, introducendo la viscosità del fluido e il concetto di potenziale.

La legge di Darcy lega le variabili che influenzano il flusso laminare monofasico in assenza di interazioni fra fluido e mezzo poroso, quali fenomeni di rigonfiamento dei minerali argillosi, fenomeni di dissoluzione, assorbimento o adsorbimento, tali da modificare sostanzialmente l'architettura del mezzo poroso.

La forma più nota di tale legge è la seguente:

$$v = -\frac{\mu}{k} \left(\frac{dp}{dx} - \rho g \frac{dz}{dx} \right)$$
[1.12]

dove x è la coordinata lungo la direzione del flusso [L], v è la portata volumetrica per unità di superficie $[LT^{-1}]$, k è la permeabilità del mezzo poroso $[L^2]$, μ è la viscosità del fluido $[ML^{-1}T^{-1}]$, dp/dx è il gradiente di pressione $[ML^{-1}]$

 ${}^{2}T^{-2}$], g è l'accelerazione di gravità [LT $^{-2}$], ρ è la densità del fluido [ML $^{-3}$], z è la coordinata verticale positiva verso il basso [L].

La permeabilità è l'attitudine di un mezzo a lasciarsi attraversare da un fluido; essa è una caratteristica del mezzo poroso indipendente dal fluido impiegato.

La permeabilità si esprime in Darcy (d), definito come la permeabilità di un mezzo poroso avente sezione pari a 1 cm² e lunghezza pari a 1cm, che viene attraversato da un fluido monofase incomprimibile, che satura completamente i pori, avente viscosità pari a 1 cP, con una portata di 1 cm³s⁻¹, sotto l'applicazione di un gradiente di pressione pari a 1 atm.

Nel Sistema internazionale l'unità di misura è il m^2 , ed è immediato dimostrare che 1d equivale a 0,987 $10^{-12}m^2$.

La permeabilità dipende sostanzialmente da fattori che influiscono sulla porosità (forma, disposizione e dimensione dei grani,presenza di cemento o di argilla all'interno dei pori, presenza di fratture nel mezzo poroso), sia dalle condizioni dinamiche a cui è sottoposto il fluido.

Analogamente a quanto si è esposto sulla porosità, è possibile identificare una permeabilità primaria, riferita alla possibilità di avere un moto entro lo spazio intergranulare, ed una permeabilità secondaria, tipica del moto entro fratture o spazi vuoti dovuti a porosità secondaria.

Contrariamente alla porosità, la permeabilità è una grandezza vettoriale, in quanto dipende dalla direzione lungo cui è misurata e quindi dovrebbe essere espressa attraverso nove componenti, cioè è un tensore del secondo ordine in uno spazio a tre dimensioni. Questo per spiegare il fatto che nei mezzi porosi esistono delle direzioni preferenziali lungo le quali il fluido scorre con la minima o con la massima facilità. Da un punto di vista applicativo, solitamente si fa riferimento alle sole permeabilità orizzontali e verticali. La prima è in generale maggiore della seconda, a causa della forma, della distribuzione e delle dimensioni dei grani che , nelle formazioni naturali, tendono a stratificarsi orizzontalmente lungo la parte appiattita (formazioni sedimentarie) facendo diminuire la resistenza al passaggio lungo questa direzione. Il caso contrario si ha in presenza di fratture verticali.

1.2.2.1 Effetto Klinkenberg

È stato già sottolineato il fatto che la validità della legge di Darcy è condizionata dall'ipotesi di assenza di particolari interazioni tra fluido e mezzo poroso, che avvengono all'interno del mezzo poroso apportando modifiche sostanziali all'architettura del mezzo poroso, la cui permeabilità finale può essere diversa dal mezzo poroso originale.

La sperimentazione ha messo altresì in luce che la permeabilità di un mezzo poroso attraversato da un gas è diversa ed in genere maggiore di quella misurata con un liquido che non interagisce col mezzo: ciò si verifica specialmente quando la permeabilità è bassa e la pressione media di flussaggio del gas è anch'essa bassa.

La differenza tra la permeabilità di un mezzo poroso ad un liquido o ad un gas, in assenza di reazioni chimico-fisiche o di effetti elettrocinetici, è dovuta al fenomeno noto come slippage, evidenziato per la prima volta nei mezzi porosi da Klinkenberg (1941), benché il fenomeno fosse già noto dal secolo precedente dalla teoria del flusso in tubi capillari.

Il fenomeno dello slippage di un gas che si muove entro le vie di flusso di un mezzo poroso, è legato al concetto di libero cammino medio delle molecole del gas.

In pratica, la teoria del flusso laminare, alla base della legge di Darcy, ipotizza che le molecole dello strato limite tra solido e fluido siano immobili, e che lo sforzo di taglio conseguente al moto si origini al contatto tra le molecole dello strato limite e quelle in moto a causa del gradiente di pressione.

Il libero cammino medio delle molecole di un gas a bassa pressione entro un mezzo poroso a bassa permeabilità (cioè con pori piccoli) può essere dello stesso ordine di grandezza degli spazi porosi, o addirittura superiore.

In queste condizioni, può essere innescato anche il flusso delle molecole dello strato limite, che si somma a quello derivante dal gradiente di pressione.

Conseguentemente al fenomeno di slippage, la permeabilità ad un gas è funzione dei fattori che controllano il libero cammino medio delle molecole del gas (temperatura, pressione e composizione).

Il fenomeno è massimo quando il libero cammino medio è massimo: in questo caso, la permeabilità al gas è maggiore. Quindi, la permeabilità ad un gas è massima per un flusso a bassa pressione e minima per flusso ad alta pressione.

Klinkenberg è riuscito a sviluppare una relazione tra la permeabilità di un mezzo nei confronti di un gas e quella nei confronti di un liquido non reattivo:

$$k_{G} = k_{L} \left(1 + \frac{b}{p_{m}} \right)$$
 [1.13]

dove k_L è permeabilità del mezzo ad un liquido monofase non reattivo, avente saturazione completa e a temperatura costante, k_G è la permeabilità del mezzo ad un gas avente saturazione completa e a temperatura costante, p_m è la pressione media di flusso del gas, b è la costante (di Klinkenberg) relativa ad un dato gas e ad un dato mezzo poroso.

Da questa relazione si deduce come il limite per la pressione che va a infinito della permeabilità al gas, diversa per ogni gas, è la permeabilità al liquido, unica per tutti i liquidi (figura 1.6).

$$\lim_{\mathbf{p}_{m}\to\infty}\mathbf{k}(\mathbf{p}_{m}) = \mathbf{k}_{L}$$
[1.14]

Graficando l'equazione precedente in funzione di k_G e di $1/P_m$, si ha una retta con coefficiente angolare pari a bk_L ed ordinata all'origine pari a k_L (corrispondente a $p_m = \infty$).

Tale relazione può essere utilizzata per calcolare la permeabilità tramite misure effettuate con gas a varie pressioni.

Come accennato, la costante o fattore di Klinkenberg b varia in funzione del mezzo poroso e del tipo di gas; in generale, b diminuisce al decrescere della permeabilità al liquido(figura 1.7), ed esprime una misura dell'errore commesso nel considerare la permeabilità di un mezzo poroso ad un gas a bassa pressione coincidente con la permeabilità assoluta dello stesso mezzo.



Figura 1.6. Rappresentazione dell'effetto Klikenberg (Chierici 2004).



Figura 1.7. Fattore di Klinkenberg in funzione della permeabilità (Chierici 2004).

1.2.2.2 Permeabilità effettiva e relativa

In un mezzo poroso si definisce saturazione di un fluido la frazione del volume dei pori occupata da un certo tipo di fluido. Nel caso in cui siano presenti più fasi immiscibili si ha:

$$S_i = \frac{V_i}{V_p}$$
[1.15]

con l'ovvio vincolo di continuità:

$$\sum_{i} S_{i} = 1$$
[1.16]

dove S_i è la saturazione della i-esima fase, V_i è il volume occupato dalla i-sima fase e V_p il volume dei pori.

Nel caso in cui un mezzo poroso sia saturato contemporaneamente da più fasi immiscibili e tali fasi siano in motosi ha il cosiddetto moto multifasico. Le condizioni multifasiche sono tipiche dei giacimenti di idrocarburi dove possono essere presenti contemporaneamente olio, gas e acqua. La legge di Darcy può essere estesa anche a questo caso.

Si consideri il moto bifasico di fluidi completamente immiscibili fra loro. Quando due fluidi saturano completamente un mezzo poroso, è intuitivo immaginare che la presenza di una fase fluida interagisca ed alteri il deflusso dell'altra fase. Questo fenomeno dipende principalmente dalla saturazione dei due fluidi e dalla loro distribuzione all'interno del mezzo poroso che è regolata dai fenomeni di bagnabilità.

In un mezzo poroso che contiene due o più fluidi immiscibili, la bagnabilità esprime la tendenza preferenziale di uno dei due fluidi ad aderire alla superficie solida ricoprendola.



Figura 1.8. Rappresentazione dell'esperienza elementare sulla bagnabilità: una goccia d'acqua viene collocata sul fondo di un recipiente contenente olio; se la goccia assume la configurazione in B la superficie del recipiente è bagnabile all'acqua, nel caso contrario assume la configurazione in C.

Quando l'interfaccia di due fluidi immiscibili si trova a contatto con le pareti solide di un contenitore, l'interfaccia interseca la superficie solida secondo un determinato angolo (figura 1.8), detto angolo di contatto, che assume il valore dato dalla seguente equazione:

$$\cos\theta = \frac{\sigma_{s1} - \sigma_{s2}}{\sigma_{12}}$$
[1.17]

dove con σ_{s1} la tensione interfacciale fra il solido e il fluido 1, σ_{s2} la tensione interfacciale fra il solido e il fluido 2 e σ_{12} la tensione interfacciale fra i due fluidi.

Tali tensioni sono generate dalle interazioni fra le molecole di fluido omologhe che tendono ad attrarsi reciprocamente. La tensione interfacciale fra i due fluidi genera la pressione capillare che è la differenza di pressione esistente fra fase non bagnate e fase bagnante. La curvatura dell'interfaccia fra i due fluidi è conseguenza della presenza del solido e quindi in definitiva della bagnabilità. Se consideriamo un capillare di forma cilindrica di raggio r, si può facilmente dimostrare che la pressione capillare può essere espressa secondo la seguente equazione:

$$P_{c} = \frac{2\sigma_{12}\cos\theta}{r}$$
[1.18]

Il fenomeno della pressione capillare si manifesta con maggior intensità all'interno di geometrie ristrette.

Risulta evidente come quanto affermato sia importante per studiare la distribuzione dei fluidi e il moto all'interno dei mezzi porosi.

Ponendoci per semplicità nel caso di moto bifasico, l'estensione della legge di Darcy per un mezzo isotropo è data nella forma seguente:

$$\mathbf{v}_{i} = -\frac{\mathbf{k}_{i}}{\mu_{i}} \operatorname{grad}(\Phi_{i})$$
[1.19]

Dove vi è la portata volumetrica per unità di superficie della fase i-sima, μ_i è la viscosità della fase i-sima, k_i è la permeabilità effettiva della fase i-sima, Φ_i è il potenziale della fase i-sima. In condizioni di flusso multifasico, occorre riferirsi alle saturazioni dei vari fluidi, introducendo il concetto di permeabilità effettiva e di permeabilità relativa. La permeabilità effettiva esprime la permeabilità di un mezzo poroso rispetto ad un particolare fluido in presenza di un secondo fluido diverso ed immiscibile con il primo.

La permeabilità relativa è invece definita dal rapporto tra la permeabilità effettiva e la permeabilità assoluta del mezzo poroso:

$$k_{ri} = \frac{k_i}{k}$$
[1.20]

La permeabilità relativa è quindi una grandezza adimensionale, con valore compreso fra 0 e 1: essa permette un confronto fra mezzi porosi diversi indipendentemente dalla permeabilità assoluta; in prima approssimazione essa è funzione delle saturazione dei vari fluidi e della disposizione di ogni fase all'interno dei pori.

La forma più utilizzata dell'estensione della legge di Darcy per il moto multifasico è quindi la seguente:

$$v_{i} = -k \frac{k_{i}}{\mu_{i}} \operatorname{grad}(\Phi_{i})$$
[1.21]

Numerose prove di laboratorio hanno evidenziato la dipendenza delle permeabilità relative dalla saturazione, dal tipo di roccia, dalla distribuzione dei fluidi nel mezzo, dalla velocità e in misura minore dalla viscosità dei fluidi. In genere le permeabilità relative sono misurate in funzione della saturazione nei due casi di drenaggio (diminuzione di saturazione per la fase bagnante) ed imbibizione (aumento di saturazione della fase bagnante)

In figura 1.9 è riportato l'andamento delle curve di permeabilità relativa in funzione della saturazione da cui è possibile notare un certo valore di saturazione al di sotto della quale si ha immobilità della fase bagnante detta saturazione irriducibile oppure di quella non bagnante detta saturazione residua: in quest'ultimo caso la fase bagnante si dispone in saturazione anulare aderendo alla superficie dei grani e la fase non bagnante si dispone in saturazione insulare formando goccioline isolate nel centro dei pori di grandezza tale da non poter consentire di passare attraverso le strozzature a causa dei fenomeni capillari.

Dalla figura 1.9 si può inoltre osservare che la somma delle permeabilità relative di tutte le fasi presenti è minore della permeabilità assoluta a causa delle perdite di energia per attrito viscoso tra i vari fluidi che condividono le medesime vie di flusso all'interno del mezzo poroso. La permeabilità relativa di un fluido può annullarsi per valori finiti della sua saturazione a causa della perdita della continuità idraulica.



Figura 1.9. Andamento indicativo delle curve di permeabilità relativa acqua-olio in processo di imbibizione (Chierici 2004).

1.2.3 La tortuosità

La tortuosità è il maggiore parametro che influenza il comportamento di un mezzo poroso. La tortuosità è un parametro di natura tensoriale e viene definita come il rapporto tra l'effettiva lunghezza dei capillari che attraversano i mezzi porosi e la lunghezza della proiezione degli stessi canali nella direzione del flusso.

La tortuosità può essere determinata sperimentalmente mediante tecniche di diffusione e conducibilità e tecniche di distribuzione del poro attraverso la curva di pressione capillare. Può essere ottenuta teoricamente attraverso modelli matematici oppure numericamente applicando correlazioni.

La tortuosità dipende dalla struttura interna dei mezzi porosi, dalla loro composizione come risultato di effetti litologici, fisici e ambientali. Variazioni nella disposizione e nella orientazione dei grani, la disomogeneità del mezzo poroso, la dimensione e la forma dei grani, il grado di compattazione, consolidamento, e cementazione del mezzo poroso hanno effetti considerevoli sulla tortuosità e sulla direzione del flusso. La tortuosità aumenta all'aumentare dell'irregolarità dei grani. La tortuosità per i mezzi consolidati è maggiore di diversi ordini di grandezza rispetto a mezzi non consolidati.

Dalla letteratura possono essere desunte numerose espressioni della tortuosità. Riportiamo una correlazione empirica di Salem e Chilingarian (2000):

$$\tau = \left(\xi \cdot R_h^2 \cdot \frac{\phi}{k}\right)^{0.5}$$
[1.22]

dove ξ è un fattore numerico con un valore compreso fra 0,3 e 0,4, k è la permeabilità, ϕ la porosità e R_h il raggio idraulico, definito come:

$$R_{h} = \frac{\phi}{S}$$
[1.23]

dove S è la superficie specifica, definita come l'area della superficie dei pori A_s per unità di volume V_b :

$$S = \frac{A_s}{V_b}$$
[1.24]

La superficie specifica ha dimensione $[L^{-1}]$. Per esempio la superficie specifica di un mezzo poroso costituito da sfere identiche di raggio r compattate secondo la disposizione cubica:

$$S = \frac{4\pi r^2}{(2r)^3} = \frac{\pi}{2r}$$
 [1.25]

Appare ovvio che i materiali di granulometria più fine siano caratterizzati da valori di superficie specifica più elevati rispetto a quelli di materiali più grossolani.

A volte con il termine specifica si intende indicare la superficie specifica per unità di volume del materiale solido:

$$S = \frac{A_{s}}{V_{b}} = \frac{A_{s}(1-\phi)}{V_{s}} = (1-\phi)S_{s}$$
[1.26]

che per sfere di raggio uniforme r diviene:

$$S_{s} = \frac{4\pi r^{2}}{\frac{4}{3}\pi r^{3}} = \frac{3}{r}$$
[1.27]

Perciò la superficie specifica di un mezzo poroso è condizionata dalla porosità, dal compattamento, dalla granulometria e dalla forma dei grani.

Capitolo 2: Flusso in regime non-Darcy

2.1 Introduzione al problema del flusso non-Darcy

Lo studio del flusso di fluidi nei mezzi porosi è un elemento importante in molte aree dell'ingegneria dei giacimenti di idrocarburi, l'idrogeologia, ecc.

La legge di Darcy descrive il moto di un fluido in un mezzo poroso saturo nel caso in cui non esistano interazioni "chimico-fisiche" fra fase solida e fase liquida ed il moto sia laminare.

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \frac{\mu}{\mathrm{k}}\mathrm{v}$$
 [2.1]

Quest'ultima condizione risulta la più gravosa in quanto vi sono casi in cui il moto non si verifica più in regime laminare: flusso in prossimità di pozzi di iniezione e produzione, flusso di gas in mezzi porosi fortemente fratturati e in giacimenti a condensati.

In prossimità di un pozzo la relazione fra perdita di pressione e velocità del fluido (o portata del fluido) si allontana dal comportamento lineare della legge di Darcy, soprattutto nel caso in cui il fluido in moto sia gas.

Dal punto di vista tecnico questo effetto, che è chiamato non-Darcy, è molto importante perché può portare a una errata valutazione delle prove di produzione, in particolar modo nei pozzi a gas, poiché la legge di Darcy non descrive correttamente il flusso.

Nel 1901 Forchheimer si rese conto che il gradiente di pressione richiesto per mantenere una certa portata attraverso un mezzo poroso fosse più alto di quello previsto dalla legge di Darcy.

Egli aggiunse un secondo termine, detto non-Darcy, per colmare la discrepanza esistente fra i valori sperimentali e quelli previsti dalla legge di Darcy.

L'equazione sperimentale, nota come equazione di Forchheimer, che rappresenta il legame fra gradiente di pressione e velocità apparente in presenza degli effetti non-Darcy è la seguente:

$$-\frac{dp}{dx} = \frac{\mu}{k}v + \beta\rho v^2$$
 [2.2]

nella quale p è la pressione del fluido, x è una coordinata spaziale che si riferisce alla direzione in cui avviene il flusso, v è la velocità apparente o la portata specifica del fluido, μ è la viscosità del fluido, ρ è la densità del fluido, k è la permeabilità del mezzo poroso al fluido e β è il coefficiente di flusso non-Darcy, un parametro che caratterizza il fenomeno e che dipende dal mezzo poroso.

Nell'equazione di Forchheimer l'aumento di perdita di carico è ottenuto aggiungendo al termine lineare un termine quadratico della velocità moltiplicato per la densità del fluido e per il coefficiente di flusso non-Darcy β .

A partire da una certa velocità, la perdita di carico è maggiore di quella prevista dalla legge di Darcy, o viceversa per un certo gradiente di pressione la velocità di insieme che il fluido raggiunge è più bassa, sempre rispetto a quella prevista della legge di Darcy.



Figura 2.1. Passaggio dal regime di flusso laminare a flusso non-Darcy (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).

Al coefficiente di flusso non-Darcy sono stati attribuiti diversi appellativi fra i quali ricordiamo il fattore di turbolenza, il coefficiente di resistenza inerziale, il coefficiente di Forchheimer.

Esistono altre equazioni simili a quella di Forchheimer, che descrivono il moto ad alta velocità di fluidi in mezzi porosi, nelle quali, a differenza di quanto scritto nell'equazione di Forchheimer, si mettono in evidenza diversi dettagli oppure si raccolgono alcuni parametri.

Muskat (1937) propose di computare questi effetti usando equazioni di questo tipo:

$$\mathbf{v} = \mathbf{c} \left(\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{l}}\right)^{n}$$
 [2.3]

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial \mathbf{l}} = \mathbf{a}\mathbf{v} + \mathbf{b}\mathbf{v}^2$$
 [2.4]

in cui v è la velocità, l è la direzione del flusso ed infine c, a, b e n sono dei moltiplicatori da determinare sperimentalmente.

Tali moltiplicatori hanno valore solo dal punto di vista analitico: non esiste alcun legame fra loro e le caratteristiche fisiche del sistema fluido-mezzo poroso, sebbene l'equazione [2.4] risulti formalmente analoga all'equazione di Forchheimer.

Partendo dalla considerazione che la permeabilità possa dipendere dalla velocità, Ma e Ruth (1997) proposero un'altra equazione analoga a quella di Forchheimer:

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}x} = \frac{\mu}{\mathrm{k}} (1 + \mathrm{Fo}) \mathbf{v} = \frac{\mu}{\mathrm{k}_{\mathrm{v}}} \mathbf{v}$$
[2.5]

in cui p è la pressione del gas, x è la direzione del flusso, μ è la viscosità, k la permeabilità del mezzo, Fo è il numero di Forchheimer, k_v la permeabilità dipendente dalla velocità tramite Fo, v è la portata specifica.

Dalle equazioni [2.2] e [2.5] si ottengono le seguenti relazioni:

$$k_v = \frac{k}{1 + Fo}$$
[2.6]

$$Fo = \frac{\beta k \rho |v|}{\mu}$$
 [2.7]

Il numero di Forchheimer sostituisce il numero di Reynolds come criterio adimensionale per indicare quando gli effetti microscopici conducono macroscopicamente a degli effetti non lineari.

Polubarinova e Kochina (Hassanizadeh e Gray, 1987) proposero un'altra equazione che include gli effetti di un regime di moto non stazionario:

$$-\frac{dp}{dl} = av + bv^{2} + d\frac{\partial v}{\partial t}$$
[2.8]

Anche in questo caso le difficoltà maggiori si incontrano nella ricerca, per via sperimentale o per via teorica, del legame fra i parametri a, b, e d con le caratteristiche fisiche del sistema mezzo-fluido, quali le dimensioni e la forma dei grani o dei pori, la porosità, la viscosità, la tortuosità, eccetera.

In alcuni casi i risultati sperimentali inducono a prendere in considerazione una equazione che comprende anche un termine cubico della velocità:

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}l} = \mathrm{av} + \mathrm{bv}^2 + \mathrm{cv}^3$$
 [2.9]

in cui p è la pressione, x è la direzione del flusso, v è la velocità apparente mentre a, b e c sono dei coefficienti moltiplicatori che, come nei casi precedenti, sono in relazione con le caratteristiche fisiche del mezzo e del fluido.

Firoozabadi e Katz (1979) proposero la seguente equazione:

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}l} = \frac{\mu}{\mathrm{k}} \mathrm{v} + \beta \rho \mathrm{v}^2 + \eta \rho^2 \mathrm{v}^3$$
 [2.10]

in cui p è la pressione, l è la direzione, μ è la viscosità, β è il coefficiente non-Darcy [L⁻¹], η è il secondo coefficiente della velocità [LTM⁻¹], ρ è la densità del gas e v è la portata specifica.

2.2 Determinazione del coefficiente di flusso non-Darcy

Per determinare il coefficiente di flusso non-Darcy, nel caso in cui il fluido sia un liquido, possiamo ricorrere direttamente all'equazione di Forchheimer [2.2] in forma differenziale.

La validità della forma binomiale di Forchheimer può essere controllata esprimendo $(dp/dx)/\mu v$ in funzione del rapporto $\rho v/\mu$.

Questo grafico deve dare una linea retta. L'intercetta di questa retta con l'asse delle ordinate $(dp/dx)/\mu v$ determina il valore del reciproco della permeabilità, mentre β è dato dall'inclinazione rispetto all'asse $\rho v/\mu$.

Dal momento che abbiamo a che fare con mezzi porosi che hanno dimensioni finite, occorre procedere all'integrazione della [2.2] che nel caso in cui il fluido in questione sia un liquido, non comporta particolari difficoltà:

$$\frac{(p_1 - p_2)}{L\mu v} = \frac{1}{k} + \frac{\beta \rho v}{\mu}$$
[2.11]

Questa procedura può essere seguita solo per i liquidi, poiché il fluido può essere considerato incomprimibile. Per quanto riguarda il flusso di un gas occorre tener conto di tutte le dipendenze che sussistono fra le variabili contenute nell'equazione di Forchheimer:

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{GRT\mu(p)z(p)}{Mp} \left[\frac{1}{k(x)} + \frac{\beta(x)G}{\mu(p)}\right]$$
[2.12]

in cui p indica la pressione, x è la coordinata spaziale in cui si sviluppa il flusso, G è la portata in massa per unità di superficie, μ è la viscosità e z il fattore di comprimibilità.

Quest'equazione deve essere integrata prima di essere applicata ad un qualunque campione, per interpretare i risultati di un esperimento.

Per un gas l'equazione di Forchheimer non può essere applicata direttamente.

Se introduciamola portata in massa per unità di superficie, e teniamo conto dell'equazione di stato per i gas reali [1.2]:

$$G = \rho \cdot v = \left(\frac{pM}{zRT}\right)v$$
[2.13]

dove R la costante universale dei gas, z il fattore di correzione per i gas reali, T la temperatura assoluta, M la massa molecolare.

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{zRT}{Mp} \left(\frac{\mu G}{k} + \beta G^2 \right)$$
[2.14]

Integrando fra tra $x_1=0$ ($p=p_1$) e $x_2=L$ ($p=p_2$):

$$\frac{M(p_1^2 - p_2^2)}{2\,\overline{\mu}\,\overline{z}\,RTLG} = \frac{1}{\widetilde{k}} + \widetilde{\beta}\,\frac{G}{\overline{\mu}}$$
[2.15]

dove con \overline{z} è il valore di z calcolato a p = $(p_1+p_2)/2$ mentre $\overline{\mu}$ è il valore di μ calcolato a p = $(p_1+p_2)/2$, \widetilde{k} il valore approssimato della permeabilità e $\widetilde{\beta}$ il valore approssimato del coefficiente di flusso non-Darcy.

Firoozabadi, Thomas e Todd (1995), adottarono questa forma semplificata dell'integrazione dell'equazione di Forchheimer. Quindi per i gas $M(p_1^2 - p_2^2)/2\overline{\mu}\overline{z}RTLG$ può essere espresso in funzione del rapporto $G/\overline{\mu}$ per determinare permeabilità e coefficiente non-Darcy. Anche questo grafico deve essere una linea retta. L'intercetta di questa retta con l'asse delle ordinate determina il valore del reciproco della permeabilità, mentre β è dato dall'inclinazione rispetto all'asse $G/\overline{\mu}$. I valori di k e β , così determinati, sono inevitabilmente approssimati.



Figura 2.2. Valutazione del coefficiente di flusso non-Darcy e della permeabilità per un gas (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).

I valori medi di $\overline{z} \in \overline{\mu}$ tendono ai valori puntuali al diminuire della differenza di pressione e quindi, in condizioni stazionarie, al diminuire della lunghezza del campione.

Per questo minore è tale lunghezza, minore è l'approssimazione con cui si determinano k e β .

D'altronde la lunghezza minima al di sopra della quale sparisce la differenza fra valori medi e attuali di k e β è la lunghezza rappresentativa del mezzo poroso.

Quindi questa equazione ha evidenti limitazioni perché deve soddisfare due condizioni contraddittorie per ottenere una stima accurata della permeabilità e del coefficiente inerziale dai test di laboratorio.

La prima condizione richiede che vengano usati campioni molto corti affinché la viscosità media e il fattore di correzione dei gas reali medio si avvicinino ai valori reali. La seconda condizione richiede invece che i campioni siano sufficientemente lunghi da approssimare una lunghezza rappresentativa del campione. Matematicamente tali condizioni possono essere espresse con le seguenti relazioni.

Prima condizione:

$$\lim_{L \to L_r} \tilde{k} = k$$
 [2.16]

$$\lim_{L \to L_r} \widetilde{\beta} = \beta$$
 [2.17]

Dove L_r è la lunghezza rappresentativa del campione. Seconda condizione:

$$\lim_{L \to 0} \overline{\mu} = \mu$$
 [2.18]

$$\lim_{L \to 0} \overline{z} = z$$
 [2.19]

Civan e Evans (1995-1998) hanno introdotto la pseudo-pressione nell'integrazione della equazione di Forchheimer. In tale legge compare solo $\overline{\mu}$, che è quasi costante nella pratica, visto che l'effetto della variazione di pressione sulla viscosità dei gas è trascurabile. Inoltre la formulazione della legge di Forchheimer tramite la pseudo-pressione elimina la necessità di soddisfare entrambe le condizioni precedenti. In questo caso, solo la prima condizione deve essere soddisfatta. Dopo aver definito la pseudo-pressione la viscosità media e il fattore di deviazione secondo le seguenti equazioni:

$$m(p) = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\rho}{\mu} dp$$
 [2.20]

$$\overline{\mu} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{\mu}{p_2 - p_1} dp$$
 [2.21]
$$\overline{z} = \int_{p_1}^{p_2} \frac{z}{p_2 - p_1} dp$$
[2.22]

La legge di Forchheimer si ricava nel modo seguente:

$$\frac{\left[m(p_1) - m(p_2)\right]}{LG} = \frac{1}{\widetilde{k}} + \widetilde{\beta} \frac{G}{\overline{\mu}}$$
[2.23]

nella quale è presente solo $\overline{\mu}$, mentre la media di z è contenuta nella pseudopressione.

In questo caso, $m(p_1) - m(p_2)/LG$ verrà espresso in funzione di $G/\overline{\mu}$ per ottenere i valori di k e β .

2.2.1 Fattori che influenzano la determinazione del coefficiente di flusso non-Darcy

2.2.1.1 Lunghezza del campione

Come abbiamo visto in precedenza, dagli studi di Firoozabadi, Thomas e Todd (1995) e di Civan e Evans (1998), si è giunti alla conclusione che la determinazione della permeabilità k e del coefficiente di flusso non-Darcy β sia influenzata dalla lunghezza del campione.

Civan e Evans (1998) hanno condotto sperimentazioni per evidenziare l'effetto che la lunghezza del campione esercita sulla determinazione del coefficiente di flusso non-Darcy, in particolar modo nei campioni a bassa permeabilità nei quali si ha una caduta di pressione maggiore.

Essi hanno impiegato una serie di campioni di arenaria di diverse lunghezze per generare dati sperimentali che correlassero la caduta di pressione differenziale e la portata al fine di calcolare β e k, ricorrendo all'approccio delle pseudo-pressione.

I valori ottenuti sono poi stati espressi in funzione della lunghezza del campione (1,2,3 e 4 pollici) per determinare la sensibilità di tali valori alla lunghezza del campione stessa. Nella figura 2.3 seguente risulta chiaro che la permeabilità media e il coefficiente non-Darcy dipendono da tale lunghezza. I valori rappresentativi di permeabilità e coefficiente non-Darcy sono stati ottenuti estrapolando dal grafico precedente i valori limite di queste due grandezze, cioè i valori a cui le due grandezze si stabilizzano aumentando la lunghezza del campione.



Figura 2.3. Effetto della lunghezza del campione sui dati sperimentali (Civan e Evans 1998).

Come si può vedere la lunghezza rappresentativa del campione necessaria per ottenere delle misure accurate è 10 cm.

Comunque occorre notare che i valori di $\tilde{k} \in \tilde{\beta}$ estrapolati nell'esempio sono i valori medi di k e β per il materiale poroso, e non i valori locali di k e β misurati in vari punti del campione. Si può inoltre notare che gli errori provocati dal non usare la lunghezza rappresentativa sono rilevanti. Se, per esempio si utilizza un campione di 1 pollice invece di uno di 10cm l'errore su β sarebbe pari al 21% e l'errore su k sarebbe pari al -15%.

In seguito sono stati simulati dei dati per due formazioni, una ad alta permeabilità, l'altra a bassa permeabilità risolvendo l'equazione Di Forchheimer con il metodo numerico di Runge-Kutta. Nel primo caso si è ipotizzato di avere un campione con k = 600md e β = $3 \cdot 10^5$ cm⁻¹ ad una temperatura di 290 K. I dati simulati sono stati ottenuti per campioni lunghi 1,2,4,8 pollici e di diametro 1 pollice.

I dati sono poi stati inseriti prima nella legge di Forchheimer con le pressioni al quadrato [2.15], e poi in quella con le pseudo-pressioni [2.23], e successivamente si è proceduto al confronto dei risultati ottenuti.

I dati, così ottenuti, si dispongono sulla stessa retta per diverse lunghezze dei campioni, si ottengono sempre i valori ipotizzati di permeabilità e del coefficiente di flusso non-Darcy impiegati per generare i dati simulati usati nei calcoli sia per l'approccio delle pressioni al quadrato che per quello con le pseudo pressioni.

In questo caso l'effetto della lunghezza del campione non è stato osservato, poiché all'interno dei campioni ad alta permeabilità si manifestano piccole variazioni della pressione del gas.

Nel secondo caso si è ipotizzato di avere un campione a bassa permeabilità con k=0,02 md e $\beta = 2,6 \ 10^{10} \text{ cm}^{-1},\text{m}$ sottoposto alle stesse condizione e con le stesse dimensioni procedendo in maniera analoga al caso precedente.

Le permeabilità e il coefficiente di flusso non-Darcy sono stati determinati secondo l'equazione con le pseudo-pressioni [2.23], che fornisce una migliore rappresentazione lineare dei dati rispetto all'equazione con le pressioni al quadrato [2.15].

Estrapolando per una lunghezza rappresentativa del campione pari a 30 cm otteniamo nuovamente i valori ipotizzati per generare i dati simulati usati nei calcoli (figura 2.4).

Se, per esempio si utilizza un campione di 1 pollice invece di uno di 30cm l'errore su β sarebbe pari al 13% e l'errore su k sarebbe pari al 4%.



Figura 2.4. Effetto della lunghezza del campione sui dati simulati (Civan e Evans 1998).

2.2.2 Effetto Klinkenberg

Milton-Tayler (1993) ha effettuato uno studio per chiarire come la costante di slip e il coefficiente di flusso dipendano dal tipo di gas flussato, dal mezzo poroso e dalle condizioni di flusso.

A tal fine ha condotto sperimentazioni sia su mezzi porosi consolidati che non consolidati.

La permeabilità e il coefficiente di flusso non-Darcy sono considerati come proprietà del mezzo poroso, quindi indipendenti dal tipo di fluido da cui il mezzo poroso è attraversato. Klinkenberg assume che il fattore b sia costante. Ma recentemente Ertekin (1986) ha scoperto che gli stessi dati di Klinkenberg mostrano che il fattore di Klinkenberg b aumenta man mano che aumenta la pressione nei pori.

Il comportamento non lineare della relazione di Klinkenberg è spesso attribuita ad effetti inerziali, ma la distinzione tra effetti inerziali e una reale variazione di b con la pressione influenza alla fine l'estrapolazione di dati per pressioni elevate.

Milton-Tayler giunse alla conclusione che il valore b aumenta all'aumentare della pressione e che non dovrebbe essere considerato una costante nell'estrapolazione per la determinazione della permeabilità. Milton-Tayler pervenne alla conclusione che per i tre gas testati il coefficiente di flusso non-Darcy β è indipendente dal tipo di gas flussato, come invece ipotizzato da Tiss e Evans (1989).

Lo slippage aumenta lungo il campione man mano che la pressione diminuisce (figura 2.5). Quindi integrando l'equazione di Klinkenberg lungo l'intero campione si ottiene:

$$k(corretta) = k[1 + (b/P_m \ln(P_1/P_2))]$$
[2.24]

dove p₁ e p₂ sono rispettivamente le pressioni in ingresso e in uscita.



Figura 2.5. Effetto Klinkenberg (Mylton Tayler 1993).

2.2.3 Regime transitorio

Martins e altri (1990) hanno notato che la determinazione del coefficiente di flusso non-Darcy non è univoca ma si possono notare due valori di tale grandezza come mostrato in figura 2.6.



Figura 2.6. Andamento della regressione dell'equazione di Forchheimer (Mylton Tayler 1993).

Sull'asse verticale sono riportati i valori di $\Delta P/\mu VL$, mentre sull'asse orizzontale sono riportati i valori di $\rho V/\mu$. La pendenza rappresenta β , mentre l'intersezione con l'asse delle y rappresenta 1/k. Ne può risultare un errore di valutazione anche del 40%.

Inoltre Milton-Tayler osservò un cambiamento di pendenza nella retta e quindi del coefficiente di flusso non-Darcy attribuito a un cambiamento del flusso. Il punto di transizione, rappresentato dal cambio di pendenza, che porta a un flusso inerziale completamente sviluppato, è definito da un valore di $\rho V/\mu$, ed è indipendente dalla lunghezza caratteristica (il diametro dei grani).

Al fine di ottenere una comprensione maggiore del passaggio tra il flusso inerziale parzialmente sviluppato e quello totalmente sviluppato, sono stati effettuati esperimenti con mezzi non consolidati, composti da particelle di varie grandezze. Se tale transizione è il risultato di variazioni nella struttura del flusso intorno ai singoli grani, una distribuzione di grani di grandezza simile dovrebbe amplificare questo effetto (poiché avviene simultaneamente in tutto il campione). Quindi la transizione potrebbe essere il risultato di cambiamenti microscopici che avvengono nel flusso all'interno del campione. Si può ipotizzare che i vortici che si sviluppano localmente nei pori più grandi (prima che si sviluppino nei pori più piccoli dove sia la velocità del flusso che il diametro sono piccoli), inizialmente tentano di espandersi in un regime di flusso transitorio. Per questa ragione inizialmente il coefficiente di flusso non-Darcy è maggiore. Quando il flusso inerziale si sviluppa attraverso il campione, una sorta di sinergia si sviluppa tra vortici vicini tra loro, e il coefficiente di flusso non-Darcy si riduce.

Se si definisce β_2 come la pendenza del grafico a bassi $\rho V/\mu$, mentre β_1 come la pendenza ad alti $\rho V/\mu$, allora il rapporto β_2/β_1 definisce la nettezza della transizione. Un improvviso aumento di tale rapporto è evidente man mano che le distribuzioni delle grandezze dei grani diventano meno disperse, più uniformi.

Si può notare che per il campione con distribuzione dispersa si ha un contrasto meno netto tra $\beta 1$ e $\beta 2$ rispetto al campione con distribuzione ristretta.

Da quanto finora esposto si può dedurre che la variazione del coefficiente di flusso β a bassi valori di $\rho V/\mu$ sia dovuta a variazioni nella struttura del flusso attorno ai singoli grani. Quando la distribuzione della grandezza dei grani all'interno del campione si fa meno dispersa la transizione tra flusso inerziale iniziale e flusso inerziale completamente sviluppato si fa più netta.

Tale flusso non è però turbolento, ma è un flusso che comprende dei ricircoli caratterizzato da perdite di carico proporzionali alla velocità al quadrato, e da un coefficiente inerziale apparentemente costante a partire da. Da studi precedenti è infatti noto che il flusso turbolento inizia a valori di $\rho V/\mu$ ancora più alti, inoltre non si ha un aumento apprezzabile del fattore β quando inizia il moto turbolento.

Capitolo 3: Origine e criteri per determinare l'insorgere del flusso non-Darcy

In questo capitolo tratteremo l'origine del fenomeno non-Darcy a livello microscopico al fine di ottenere una migliore comprensione anche a livello macroscopico. Gli studi condotti in tal senso hanno fornito criteri utili per determinare l'insorgere o meno del flusso non-Darcy. Tale informazione risulta molto importante per stabilire quale sia l'equazione del moto più appropriata.

3.1 Ipotesi sull'origine del flusso non-Darcy

Per lungo tempo è stato di comune interesse per molti ricercatori spiegare la ragione fisica dell'insorgere del comportamento non lineare. Le prime descrizioni attribuivano la non linearità al manifestarsi della turbolenza.

Tuttavia esperimenti hanno indicato che quando la velocità macroscopica aumenta gradualmente, il comportamento non lineare si manifesta molto prima del verificarsi della turbolenza. Così è stato possibile concludere con fermezza che la deviazione dalla legge di Darcy non è dovuta ad un cambiamento di regime di flusso. Esistono diverse opinioni su quale possa essere la causa di tale comportamento.

Hassanizadeh e Gray (1987) svolsero un attenta analisi applicando la conservazione della quantità di moto a livello microscopico conclusero che le forze viscose fossero la causa dell'insorgere del comportamento non lineare. Barak (1987), in risposta a quanto affermato da Hassanizadeh e Gray, ha attribuito la causa della non-linearità alle forze inerziali microscopiche considerando la formazione di vortici locali e lo sviluppo di linee di flusso tortuose con l'aumento del numero di Reynolds. Il suo punto di vista è stato condiviso da diversi studiosi come Cvetkovic (1986), Du Plessis e al. (1988), Coulaud e altri (1988).

Le principali cause dell'effetto non-Darcy vengono attribuite ad accelerazioni e decelerazioni delle particelle fluide che viaggiano attraverso i pori (figura 3.1).



Figura 3.1. Rappresentazione del flusso di un fluido attraverso un mezzo poroso (Chierici 2004).

La complessità del moto dei fluidi è tale da non consentirci di utilizzare le equazioni di conservazione applicate a livello microscopico. La stessa considerazione può essere estesa alla descrizione del mezzo poroso.

Per queste ragioni il problema, viene trattato in modo statistico considerando gruppi di molecole e considerando il fluido e il mezzo poroso come mezzi continui. A tal fine diventa essenziale il concetto di particella (Bear 1988), definita come un insieme di molecole contenute in un volume le cui dimensioni devono essere molto maggiori del libero cammino medio delle molecole ma tuttavia abbastanza ridotte affinché i valori delle proprietà delle molecole, mediati sul volume, siano rappresentativi del fluido in condizione bulk. Al fine di chiarire tale concetto, si consideri la densità: fino a quando il volume di osservazione non contiene un numero statisticamente rilevante, la densità del fluido oscilla all'aumentare delle dimensioni del volume fino a quando tenda ad un valore costante rappresentativo di tale caratteristica. A partire da questa dimensione il fluido può essere considerato un mezzo continuo e non più un confuso insieme di molecole: Questo volume costituisce una particella di fluido, un punto materiale che le cui coordinate coincidono con quelle del centro di massa del volume.

Analogamente per la fase solida si introduce il concetto di volume elementare rappresentativo, basato sulla definizione di porosità. Se consideriamo il volume di forma sferica U, il cui centro è il punto P, all'aumentare del raggio il valore di porosità associato al volume U fluttuerà per via della disomogeneità del mezzo poroso, fino a stabilizzarsi quando le sue dimensioni saranno rappresentative del mezzo. Per valore nullo del volume U, otterremo per la porosità il valore 1 o 0 a seconda che il punto P si trovi in un poro o nella fase solida.

Partendo da queste considerazioni, i ricercatori che hanno indagato l'origine del fenomeno non-Darcy hanno applicato le equazione di conservazione a livello microscopico sotto ipotesi o semplificazioni per pervenire alle equazioni macroscopiche.

A causa della complessità del mezzo poroso, risulta impossibile descrivere in maniera esatta la geometria delle superfici interne che delimitano il dominio del flusso all'interno del mezzo poroso.

Si riscontrano le medesime difficoltà ponendo la nostra attenzione sul fluido o i fluidi contenuti all'interno dei pori e cercando di descrivere i fenomeni associati loro come il moto, il trasporto di massa ecc.

Innanzitutto il concetto di fluido stesso richiede ulteriori elaborazioni.

I fluidi sono costituiti da un grande numero di molecole che si muovono in continuazione, che collidono una con l'altra e con la superficie del contenitore in cui si trovano. Impiegando le teorie della meccanica classica, possiamo descrivere completamente un dato sistema di molecole: per esempio date le loro posizioni iniziali nello spazio e le loro quantità di moto, possiamo prevedere le loro posizioni future. Comunque, malgrado l'apparente semplicità dell'approccio, è estremamente difficile risolvere il problema del moto in questo modo.

Invece di trattare il problema a livello molecolare possiamo adottare un approccio differente di natura statistica per ottenere informazioni sul moto di un sistema composto da più molecole.

A questo punto diventa essenziale il concetto di particella. Una particella è un insieme di molte molecole contenute in un volume piccolo: le cui dimensioni

devono essere più grandi del libero cammino medio di una singola molecola. Inoltre tale volume dovrebbe essere comunque sufficientemente piccolo se comparato al dominio del fluido considerato affinché i valori delle proprietà del fluido e del flusso ivi contenuti abbiano significato come valori di proprietà di insieme del fluido. Ogni volume di questo tipo è considerato un punto materiale, le cui coordinate in un generico sistema di riferimento sono quelle corrispondenti al centro, rispetto alla proprietà che si è considerata, dello stesso volume. Per esempio si consideri la densità, cioè il rapporto fra massa e volume. Fino a quando il volume di osservazione non contiene un numero statisticamente grande di molecole, la densità del fluido, che per semplicità consideriamo omogeneo, non ha un valore specifico, ma oscilla all'aumentare delle dimensioni del volume (figura 3.2), come il numero delle molecole in esso contenute.



Figura 3.2. Definizione di densità del fluido (Bear 1988).

Quando il suo valore invece diventa circa costante, allora può rappresentare la densità del fluido. Da queste dimensioni in poi il fluido può essere considerato un continuo e non più un confuso insieme di molecole. Questo volume costituisce una particella del fluido, un punto materiale le cui coordinate si identificano con quelle del centro di massa di questo volume.

Analogamente per la fase solida si introduce il concetto di volume elementare rappresentativo, basato sulla definizione di porosità, che sembra essere la proprietà principale dei mezzi porosi (figura 3.3). Ad esempio, sia P un punto matematico contenuto nello spazio occupato da un mezzo poroso e sia U un volume di forma sferica di cui P è il centro geometrico e di dimensioni molto maggiori di quelle di un singolo poro. Per questo volume è possibile determinare il rapporto fra il volume dello spazio vuoto e U, $\phi = U_v/U$ e lo si può fare al diminuire del raggio della sfera. Finché U è abbastanza grande, il valore di ϕ può cambiare per via della disomogeneità del mezzo (infatti U potrebbe contenere molti punti materiali a diversa porosità), ma quando ci si avvicina alle dimensioni del volume elementare rappresentativo (REV) queste fluttuazioni si fanno molto meno pronunciate, essendo dovute alla distribuzione casuale dei pori. Al di sotto di un certo valore diciamo U_o, le fluttuazioni diventano molto grandi, perché il volume comincia ad avere dimensioni vicine a quelle dei pori, e l'effetto della distribuzione casuale dei pori non è più schermato dall'elevato numero di pori. Quando infine il volume è nullo, la porosità è pari a 1 o 0 a seconda che il punto P si trovi nel vuoto o nella fase solida.



Figura 3.3.Definizione di porosità e volume rappresentativo elementare REV (Bear 1988).

Così come abbiamo visto per la densità del fluido e la porosità del mezzo, possiamo definire in maniera analoga altre variabili e parametri cinematici e dinamici per il flusso di un fluido in un mezzo poroso, che, mediati sul REV, ci permettono di descrivere il flusso e altri fenomeni per mezzo di equazioni alle derivate parziali. Nell'ambito dello studio del flusso di fluidi in mezzi porosi le equazioni di conservazione che è opportuno studiare sono essenzialmente due: l'equazione di continuità, o di conservazione della massa, e l'equazione di conservazione della quantità di moto.

L'equazione di continuità esprime analiticamente il fatto che la materia non può essere né creata dal nulla né distrutta, e quindi che c'è una relazione fra la materia che attraversa la superficie che racchiude un certo volume di controllo e la variazione nel tempo della quantità di materia presente in questo volume.

L'equazione di conservazione della quantità di moto esprime l'equilibrio tra le forze esterne agenti sul fluido e quelle che si generano internamente ad esso.

Ma e Ruth (1993) hanno studiato un flusso uniforme attraverso un mezzo poroso omogeneo, modellato con la ripetizione di celle unitarie di capillari divergenti-convergenti.

Per flusso monofase attraverso un mezzo poroso, definiamo a scala microscopica il volume elementare U_b , contenuto nella superficie A_b , rappresenta il volume occupato dal fluido U_f più il volume occupato dal solido U_s . Il contorno di U_f è composto dalla superficie del fluido a contatto con la fase solida (A_{fs}) e dalla superficie geometrica A_{ff} , che è parte del contorno esterno di U_b (figura 3.4).



Figura 3.4. Rappresentazione del volume elementare (Ma e Ruth 1993).

Con \hat{n} indichiamo il versore normale alla superficie orientato dalla fase fluida a quella solida, con \hat{e}_i indichiamo il versore nella direzione r_i , che sono le coordinate microscopiche ed infine X_i sono le coordinate spaziali macroscopiche. Per mediare le equazioni di conservazione a livello macroscopico localmente, dobbiamo sostituire la media di un gradiente con il gradiente di una media.

Queste quantità sono collegate al teorema della media: per ogni proprietà tensoriale ψ_f , definita nella fase fluida, questo teorema prende la seguente forma:

$$\left\langle \frac{\partial \psi_{f}}{\partial r_{i}} \right\rangle^{f} = \frac{\partial \left\langle \psi_{f} \right\rangle^{f}}{\partial X_{i}} + \frac{1}{V_{f}} \int_{A_{fs}} \psi_{f} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{i}) dA + \frac{\partial \left\langle \psi_{f} \right\rangle^{f}}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial X_{i}}$$
[3.1]

dove $\phi \dot{e}$ la porosità, $V_f \dot{e}$ il valore volumetrico di U_f , $\langle \partial \psi_f \rangle^f$ rappresenta la media volumetrica sulla sola fase fluida dentro U_b definita come:

$$\left\langle \partial \psi_{\rm f} \right\rangle^{\rm f} = \frac{1}{V_{\rm f}} \int_{U_{\rm f}} \psi_{\rm f} dU$$
 [3.2]

Nel processo di media, la media del prodotto deve essere sostituita da una media poiché vogliamo ottenere una equazione per $\langle \partial \psi_f \rangle^f$ definiamo inoltre il termine di deviazione come la differenza fra il valore della quantità microscopica in ogni punto di U_f e la corrispondente media sulla sola fase fluida:

$$\widetilde{\Psi}_{f} = \Psi_{f} - \left\langle \Psi_{f} \right\rangle^{f}$$
[3.3]

Perciò, dopo aver mediato l'equazione della quantità di moto microscopica, si ottiene il termine di dispersione $\langle \partial(\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j) / \partial X_j \rangle^f$ dove u_i è la velocità del fluido.

Ogni componente di $\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ è continua in U_f e di solito ha un gradiente continuo sia in U_f che sulla sua frontiera. Applicando la definizione della media e il teorema di Gauss per una fase fluida dentro U_b possiamo ottenere:

$$\left\langle \frac{\partial(\rho \,\widetilde{u}_{i} \,\widetilde{u}_{j})}{\partial r_{j}} \right\rangle^{r} = \frac{1}{V_{f}} \int_{U_{f}} \frac{\partial(\rho \,\widetilde{u}_{i} \,\widetilde{u}_{j})}{\partial r_{j}} dU = \frac{1}{V_{f}} \int_{A_{fs}} (\rho \,\widetilde{u}_{i} \,\widetilde{u}_{j}) \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA + \frac{1}{V_{f}} \int_{A_{ff}} (\rho \,\widetilde{u}_{i} \,\widetilde{u}_{j}) \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA$$

$$(3.4)$$

D'altra parte, secondo il teorema della media [3.1], il primo membro della precedente equazione può essere espresso nella seguente forma:

$$\left\langle \frac{\partial(\rho \widetilde{u}_{i} \widetilde{u}_{j})}{\partial X_{j}} \right\rangle^{f} = \frac{\partial(\rho \widetilde{u}_{i} \widetilde{u}_{j})}{\partial X_{j}} + \frac{1}{V_{f}} \int_{A_{fs}} (\rho \widetilde{u}_{i} \widetilde{u}_{j}) \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA + \frac{\partial\langle\rho \widetilde{u}_{i} \widetilde{u}_{j}\rangle^{f}}{\phi} \frac{\partial\phi}{\partial X_{j}}$$

$$(3.5)$$

La combinazione delle equazioni [3.4] e [3.5] porta a:

$$\frac{\partial \langle \rho \widetilde{\mathbf{u}}_{i} \widetilde{\mathbf{u}}_{j} \rangle^{\mathrm{f}}}{\partial \mathbf{r}_{j}} = \frac{1}{V_{\mathrm{f}}} \int_{A_{\mathrm{ff}}} (\rho \widetilde{\mathbf{u}}_{i} \widetilde{\mathbf{u}}_{j}) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \hat{\mathbf{e}}_{j}) d\mathbf{A} - \frac{\partial \langle \rho \widetilde{\mathbf{u}}_{i} \widetilde{\mathbf{u}}_{j} \rangle^{\mathrm{f}}}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial X_{j}}$$
[3.6]

Dalla equazione precedente risulta chiaro che il termine di dispersione dipende non solo dalle proprietà macroscopiche $\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j$, ma anche dalle condizioni di flusso locale. In altre parole la derivata a livello macroscopico di $\langle \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j \rangle^f$ è legato al flusso microscopico di $\rho \tilde{u}_i \tilde{u}_j$ mediante la parte di superficie che delimita U_b che interseca la sola fase fluida, per unita di volume della fase fluida. Sostituendo nell'equazione [3.6], i termini di deviazione come differenza fra il valore e il valore della media volumetrica sulla sola fase fluida, otteniamo:

$$\frac{\partial \langle \rho \widetilde{u}_{i} \widetilde{u}_{j} \rangle^{f}}{\partial X_{j}} = \frac{\rho}{V_{f}} \int_{A_{ff}} u_{i} u_{j} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA - \frac{\rho \langle u_{i} \rangle^{f}}{V_{f}} \int_{A_{ff}} u_{j} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA - \frac{\rho \langle u_{i} \rangle^{f} \langle u_{j} \rangle^{f}}{V_{f}} \int_{A_{ff}} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA - \frac{\rho \langle u_{i} \rangle^{f} \langle u_{j} \rangle^{f}}{V_{f}} \int_{A_{ff}} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA - \frac{\partial \langle \rho \widetilde{u}_{i} \widetilde{u}_{j} \rangle^{f}}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial X_{j}}$$

$$[3.7]$$

Per semplicità, la fase fluida è stata considerata incompressibile. Fisicamente, il primo termine rappresenta flusso della quantità di moto di un unità di volume all'interno di U_b attraverso $A_{\rm ff}$ che appartiene al moto microscopico.

Il secondo integrale rappresenta la portata in massa oltre la frontiera di U_b : nel caso di flusso stazionario è nullo. Il terzo termine rappresenta il flusso della quantità di moto di un flusso microscopicocce appartiene al movimento medio. Il terzo termine rappresenta il flusso della quantità di moto del movimento medio. L'ultimo termine è associato all'eterogeneità del mezzo poroso, ed è quindi nullo per i mezzi omogenei.

Nel caso di un flusso in una direzione macroscopica attraverso un mezzo poroso omogeneo, riduciamo l'equazione [3.7] nella seguente formula:

$$\frac{d\langle \rho \,\widetilde{u}_{i} \,\widetilde{u}_{1} \rangle^{f}}{dX} = \frac{\rho}{V_{f}} \int_{A_{ff}} u_{i} \, u_{j} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{j}) dA - \frac{\rho \langle u_{1} \rangle^{f}}{V_{f}} \int_{A_{ff}} u_{i} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{1}) dA$$

$$+ \frac{\rho \langle u_{i} \rangle^{f} \langle u_{1} \rangle^{f}}{V_{f}} \int_{A_{ff}} \cos(\hat{n}, \hat{e}_{1}) dA$$
[3.8]

dove u_1 è la componente della velocità del fluido a livello microscopico nella direzione \hat{e}_1 , X è la sola coordinata macroscopica in questo caso ed è orientata secondo \hat{e}_1 .

Per un flusso medio uniforme gli integrali dell'equazione precedente possono non essere necessariamente nulli poiché dipendono dalla distribuzione del flusso microscopico, perciò il termine di dispersione può manifestarsi.

Nel caso di un flusso microscopicamente uniforme attraverso un mezzo poroso omogeneo, modellato con la ripetizione di celle unitarie di capillari divergenticonvergenti.

L'equazione della quantità di moto media prende la seguente forma:

$$-\frac{d\langle p\rangle^{f}}{dX} = -\frac{\mu}{\phi V_{b}} \int_{A_{fs}} (\frac{\partial u}{\partial r}) \cos(\hat{n}, \hat{j}) dA + \frac{1}{\phi V_{f}} \int_{A_{fs}} p\cos(\hat{n}, \hat{i}) dA$$
[3.9]

dove p è la pressione del fluido, u è la velocità microscopica del fluido e (x,r) sono le coordinate cilindriche microscopiche con i rispettivi versori (\hat{i}, \hat{j}) .



Figura 3.5. Modello divergente-convergente (Ma e Ruth 1993).

L'equazione [3.9] rappresenta un bilancio della quantità di morto a livello macroscopico per un flusso attraverso il modello di mezzo poroso impiegato.

Il termine integrale che si presenta dalla media del termine microscopico inerziale nell'equazioni di Navier-Stocks si annulla sempre a causa dell'applicazione della condizione di non scorrimento sull'interfaccia solido-fluido. Inoltre nel caso presente il termine di dispersione $d\langle \rho \tilde{u}_i \tilde{u}_l \rangle^f / dX$, dato dall'equazione [3.8], si annulla a causa dell'applicazione del modello periodico.

Per potere ottenere una analisi quantitativa dell'equazione [3.9], è necessario conoscere la velocità e i campi di pressione alla scala del poro.



Figura 3.6. Schema della cella periodica del modello (Ma e Ruth 1993).

Per ottenere una relazione fra i coefficienti macroscopici definiti nelle equazioni [2.2] e [2.5] e le quantità microscopiche adimensionalizziamo l'equazione [3.9] impiegando il diametro del capillare a sezione ridotta d come scala di lunghezza, la velocità media in questo capillare \overline{U}_d come velocità di scala e $\rho \overline{U}_d^2$ come scala di pressione. L'equazione [3.9] può essere scritta nella seguente forma:

$$-\left(\frac{\overline{P}_{ex}-\overline{P}_{en}}{L}\right) = \left[-\frac{1}{d^{2}\xi A_{f}^{*}L^{*}}\int_{A_{fs}^{*}}\left(\frac{\partial u^{*}}{\partial r^{*}}\right)\cos(\hat{n},\hat{j})dA^{*}\right]\mu\overline{U}$$

+
$$\left[-\frac{1}{d\xi^{2}A_{f}^{*}L^{*}}\int_{A_{fs}^{*}}p^{*}\cos(\hat{n},\hat{i})dA^{*}\right]\rho\overline{U}^{2}$$
[3.10]

In questa equazione le quantità con asterisco, rappresentano le controparti dimensionali delle variabili originali, ξ è il rapporto tra l'area aperta al flusso e un'area fittizia che numericamente equivale al quoziente della sezione trasversale totale e il numero dei canali paralleli che la attraversano. Infine \overline{P}_{ex} e \overline{P}_{en} sono le pressioni medie in entrata e in uscita. Comparando l'equazione [3.10] con le equazioni [2.2] e [2.5] otteniamo le seguenti definizioni per i coefficienti macroscopici:

$$k = \frac{d^2 \xi}{\left(A + B R e_d\right)_{R e_d \to 0}}$$
[3.11]

$$\beta = \left(\frac{1}{d\xi^2}\right) \frac{\left(A + BRe_d\right) - \left(A + BRe_d\right)_{Re_d \to 0}}{Re_d}$$
[3.12]

$$Fo = \frac{(A + B \cdot Re_d) - (A + B \cdot Re_d)_{Re_d \to 0}}{(A + B \cdot Re_d)_{Re_d \to 0}}$$
[3.13]

dove:

$$A = -\frac{1}{A_{f}^{*}L^{*}} \int_{A_{fs}^{*}} \left(\frac{\partial u^{*}}{\partial r^{*}} \right) \cos(\hat{n}, \hat{j}) dA^{*}$$
[3.14]

$$B = -\frac{1}{A_{f}^{*}L^{*}} \int_{A_{fs}^{*}} p^{*} \cos(\hat{n}, \hat{j}) dA^{*}$$
[3.15]

$$\operatorname{Re}_{d} = \frac{\rho \overline{U}_{d} d}{\mu}$$
[3.16]

Come si può notare tutti i coefficienti dipendono dalle condizioni di flusso locali. Una conoscenza di come questi parametri macroscopici varino a seconda della geometria del mezzo poroso e della velocità del flusso può aiutare a comprendere meglio il flusso non-Darcy.

Per fornire informazioni sulle variabili di stato associate alla microstruttura, sono state sviluppate delle simulazioni numeriche che hanno consentito di ottenere un analisi quantitativa del fenomeno non lineare a livello macroscopico e microscopico. Tale studio ha rivelato che le particelle del fluido si muovono tortuosamente attraverso il canale e il sistema di vortici cambia in maniera consistente per diverse geometrie e portate. Alcuni esempi di tipici modelli di flusso sono mostrati nella figura 3.7. A bassi numeri di Reynolds, due piccoli vortici si formano agli angoli convessi del capillare. La loro dimensione e posizione cambia gradualmente man mano che Red aumenta. Il vortice che si forma nel primo angolo incontrato dal flusso si sposta verso il basso e si espande come mostrato nella figura seguente. A numeri di Reynolds ancora più alti questi due vortici degenerano in una zona più ampia di ricircolo che va a occupare tutto lo spazio tra i due angoli convessi citati in precedenza. La variazione della struttura del flusso certamente va ad alterare la velocità interfacciale e la distribuzione delle pressioni. I due integrali di superficie [3.14] e [3.15] e i parametri macroscopici k β e Fo avranno differenti valori a seconda delle diverse strutture del flusso.



(C). $Re_d = 80$

Figura 3.7. Linee di flusso nella cella periodica (Ma e Ruth 1993).

Dal punto di vista dinamico, le forze microscopiche (inerziali, forze di pressione, viscose ecc.) dovrebbero essere in equilibrio in ogni punto della fase fluida. Tuttavia, le diverse forze, che rappresentano diversi fenomeni fisici , giocano ruoli diversi in condizioni diverse di flusso. Ma e Ruth hanno ipotizzato che l'analisi dei dati dei valori medi di queste forze microscopiche e dell'ordine di grandezza relativo ai parametri macroscopici (Fo o k_v) a diversi numeri di

Reynolds potessero essere utili al fine di una comprensione più accurata dei fenomeni di trasporto nei mezzi porosi a portate elevate. Perciò è stata calcolata una media delle forze microscopiche per ogni sezione trasversale e per diversi numeri di Reynolds. A bassi valori del numero di Reynolds ($Re_d = 0,5$), la forza inerziale è trascurabile ovunque. La forza di pressione è quindi del tutto equilibrata dalle forte viscose. Ma per valori del numero di Reynolds più elevati, per cui il comportamento macroscopico non lineare si fa più evidente, le forze inerziali diventano non trascurabili rispetto alle forze inerziali nella regione in cui la geometria del capillare cambia repentinamente. ($Re_d = 13$). A $Re_d = 100$ le forze inerziali e le forze viscose contribuiscono in ugual misura a equilibrare la variazione di pressione.

Come è già stato notato precedentemente, il termine microscopico inerziale nell'equazione della quantità di moto media scompare a causa della condizione di non scorrimento all'interfaccia solido-liquido.

Ma è importante ricordare che il suo effetto è stato incluso nei campi di velocità e pressione e nel cambiamento che si manifesta negli integrali di superficie delle forza viscosa e di pressione.

Sembra quindi ragionevole supporre che se la crescita delle forze interfacciali di resistenza ad alte portate viene ipotizzata essere la ragione macroscopica per il comportamento non lineare, la causa fondamentale del fenomeno è da ricondurre alle forze inerziali microscopiche. Il loro effetto è infatti immagazzinato nelle variazioni di pressione e velocità e si manifesta nelle variazioni degli integrali di superficie delle pressioni e delle forze viscose.

Fourar e altri (2004) hanno considerato un modello di mezzo poroso 2D e un modello 3D costituiti da grani sferici aventi lo stesso diametro e la stessa porosità. Si è ipotizzato che il fluido sia newtoniano e la densità e la viscosità siano costanti. Inoltre l'equazione della quantità di moto per un flusso stazionario applicata al fluido contenuto nel volume di controllo (cella elementare periodica del modello 2D) produce:

$$\int_{A_f} \left(-P\hat{n} + \vec{\tau} \cdot \hat{n} \right) ds = \int_{A_f} \rho \vec{v} (\vec{v} \cdot \hat{n}) ds$$
[3.17]

54

dove \hat{n} è il versore normale alla superficie A_f , \vec{v} è il vettore velocità, P è la pressione e $\vec{\tau}$ è il tensore degli sforzi. Tale equazione, nella quale le forze di massa sono state considerate trascurabili, afferma che la forza totale che agisce sul fluido entro il volume di controllo è uguale all'incremento della quantità di moto in quella direzione. La forza totale che agisce sul fluido al contorno delle superfici è composta dai seguenti termini:

- forza di pressione sulla superficie fluido-fluido (A_{ff}),
- sforzo di taglio sulla superficie fluido-fluido (A_{ff}),
- forza di pressione sulla superficie fluido-solido (A_{fs}),
- sforzo di taglio sulla superficie fluido-solido (A_{fs}),
- con Af pari alla somma di Aff e Afs.

La forza di pressione sulla superficie A_{ff} è la forza di pressione esterna che dipende dalla perdita di carico. Lo sforzo di taglio relativo alla medesima superficie è nullo per le condizioni al contorno applicate (periodicità del modello impiegato). La forza di pressione relativa alla superficie A_{fs} e lo sforzo di taglio relativo alla stessa superficie sono solitamente chiamati resistenza alla pressione o resistenza di forma, poiché dipende dalla forma del solido, e resistenza viscosa o di frizione.

L'equazione precedente, può essere scritta, nella direzione del flusso x, nella seguente forma:

$$-A\Delta P = \int_{A_{fs}} Pn_x ds - \int_{A_{fs}} \tau ds + \int_{A_{ff}} \rho v_x^2 n_x ds \qquad [3.18]$$

dove ΔP esprime la caduta di pressione esterna per la cella elementare, A è la superficie del contorno, il pedice della quantità esprime la loro componente nella direzione del flusso, τ è la componente del tensore degli sforzi di taglio lungo x. Il terzo integrale a secondo membro della precedente equazione, che corrisponde al termine inerziale, si annulla a causa della periodicità del vettore velocità del fluido.

Tale equazione può quindi essere riscritta nella forma seguente:

$$-\frac{\Delta P}{L} = \frac{1}{AL} \left[\int_{A_{fs}} Pn_x ds - \int_{A_{fs}} \tau ds \right]$$
[3.19]

Quest'ultima equazione afferma che la perdita di carico a livello macroscopico dipende dal contributo della resistenza alla pressione e di quella viscosa.

Al fine di adimensionalizzare l'equazione precedente, impieghiamo V (portata specifica della cella elementare) e ρV^2 come scale caratteristiche della velocità e della pressione ed inoltre il diametro del grano d come lunghezza caratteristica.

Dopo aver definito il numero di Reynolds e il fattore di frizione come segue:

$$Re = \frac{\rho V d}{\mu}$$
[3.20]

$$\lambda = \frac{d}{\rho V^2} \frac{\Delta P}{L}$$
[3.21]

l'equazione [3.19] può essere riscritta nella seguente forma adimensionalizzata:

$$\lambda \operatorname{Re} = \frac{d^2}{\mu \operatorname{VAL}} \left[\int_{A_{fs}} \operatorname{Pn}_x ds - \int_{A_{fs}} \tau ds \right]$$
[3.22]

Al fine di comprendere il contributo di ogni integrale all'aumento della perdita di carico gli autori hanno effettuato una simulazione numerica, usando il programma Femlab, basato sul metodo degli elementi finiti. In figura 3.8 sono rappresentati il modello e la cella elementare 2D, mentre in figura 3.9 sono rappresentati il modello e la cella elementare di fluido sempre per il modello 3D.



Figura 3.8. Modello e cella elementare 2D (Fourar e altri 2004).



Figura 3.9. Modello e cella elementare 3D (Fourar e altri 2004).

Per comodità vengono riportati i risultati della simulazione 2D in modo più dettagliato. Ai limiti destro e sinistro della cella 2D si ipotizza che le componenti dei vettori velocità siano periodici. Quindi , la pressione risultante è definita come la somma di una funzione dipendente dalla direzione del flusso e da una funzione periodica p(x,y) avente periodo L:

$$P(x,y) = -\frac{\Delta P}{L}x + p(x,y)$$
[3.23]

dove L è la lunghezza della cella nella direzione x del flusso.

Definite le condizioni al contorno per la simulazione numerica, sono stati osservati e descritti i vari schemi di flusso per diversi numeri di Reynolds e sono stati analizzati i contributi apportati da ogni forza presente nell'equazione del momento alla caduta totale di pressione.

Per valori molto bassi del numero di Reynolds, le forze inerziali sono trascurabili in confronto alle forze viscose e le linee di flusso seguono la superficie del grano, come si mostra nella figura 3.10 a. Il flusso attorno al grano è perfettamente simmetrico. Questo flusso corrisponde al regime del flusso Darcy. Al fine di esaminare come la pressione P e lo sforzo di taglio τ varino lungo l'interfaccia solido-liquido, tali parametri sono stati calcolati lungo la parte superiore del grano e normalizzati con il valore della caduta di pressione esterna ΔP ottenendo i valori P^{*} e τ^* . In figura 3.10 a si può notare che a monte (x = -1.10⁻ ³) P^* è massimo, mentre τ^* è nullo. Quindi la pressione decresce mentre lo sforzo di taglio raggiunge il suo valore massimo per $x = -0.7 \cdot 10^{-3}$. Si può quindi concludere che da x = -1.10^{-3} a x = $-0.7.10^{-3}$, il gradiente di pressione è favorevole al flusso essendo negativo, mentre lo sforzo di taglio non è favorevole. In questo caso, la sezione del flusso è minima, e la velocità, do conseguenza, massima. Come risultato, la velocità nella sezione trasversale del flusso aumenta velocemente da 0 al valore massimo in uno spessore molto sottile, portando al valore massimo di τ^* , che infatti dipende dalla variazione di velocità nello spazio. Oltre x = $-0.7 \cdot 10^{-3}$, lo sforzo di taglio decresce più rapidamente della pressione. Per -4.10⁻³ < X < 4.10⁻³, P^{*} è quasi costante, mentre τ^* decresce finché non raggiunge un minimo locale a x = 0. Da lì in avanti, τ^* cresce, poi decresce fino a 0 a x = 1·10⁻³. In questa regione anche il gradiente di pressione è negativo. Deve essere notato che per tutti i valori dio x, l'effetto della pressione è molto più influente di quello provocato dallo sforzo di taglio. Quando il numero di Reynolds aumenta le forze inerziali non possono più essere ignorate in confronto con le forze viscose, perciò il flusso diventa asimmetrico (figura 3 10 b).

I profili delle distribuzioni di pressione e sforzo di taglio vengono modificati in questo caso. Per $-1 \cdot 10^{-3} < X < -0.6 \cdot 10^{-3}$, P^{*} diminuisce velocemente e anche il valore massimo di τ^* diminuisce. Per $-4 \cdot 10^{-3} < X < 4 \cdot 10^{-3}$, la pressione aumenta leggermente. Nella regione di x compresa tra $0.8 \cdot 10^{-3}$ e $1 \cdot 10^{-3}$, il gradiente di pressione diventa positivo (sfavorevole al flusso). Come risultato, il fluido scorre controcorrente a valle in prossimità della superficie solida. Al limite superiore di questa serie di valori di Re, due microvortici che ruotano in direzione opposta si formano vicino alla superficie solida come si mostra in figura 3.10 b. Come conseguenza della formazione dei due vortici la sezione del flusso è ridotta, portando a una modificazione dei campi di pressione e velocità.

A valori ancora più alti del numero di Reynolds, altri due vortici si formano a monte del grano, inoltre la grandezza dei due vortici aumenta con l'incremento di Re. Essi infatti si allungano, si fondono e vanno ad occupare l'intera regione interposta tra i due grani. A questo punto la sezione trasversale del flusso è drasticamente ridotta, come si può notare in figura 3.10 c.

Un regime di pressione sfavorevole al flusso si va così a creare a monte del grano. Tale flusso corrisponde a un forte regime inerziale. Deve essere notato che i cambiamenti nella struttura del flusso e la transizione tre regime lineare e non lineare dovuto agli effetti inerziali è graduale.



Figura 3.10. Linee di flusso e andamento della pressione e dello sforzo di taglio, (a) per un basso numero di Reynolds (Re = 5), (b) per un valore intermedio del numero di Reynolds (Re = 26) e (c) per un alto numero di Reynolds (Re = 60).



Figura 3.10. Segue da pagina precedente.

Le osservazioni precedenti possono essere valide per un mezzo poroso ideale e periodico, ma possono essere meno chiare per un mezzo poroso reale. In un mezzo poroso reale, il flusso sarebbe più casuale. Come risultato, zone stabili di ricircolo non si creano facilmente e il flusso avrebbe probabilmente una componente dipendente dal tempo. Ciò avverrebbe probabilmente in un mezzo poroso in cui i grani si toccano e il percorso del fluido diventa più tortuoso. Come risultato, la dissipazione viscosa giocherebbe un ruolo più diretto, anche se la compressione del flusso avrebbe comunque un ruolo dominante.

Al fine di quantificare il contributo di ogni termine resistivo, sono stati riportati i grafici che rappresentano le perdite di carico totali e imputabili alla resistenza di pressione e viscosa al variare del numero di Reynolds per entrambi i modelli adottati.

La principale informazione che può essere tratta da questi grafici è che la pressione le forze di resistenza viscose contribuiscono entrambe alla caduta totale di pressione. Tuttavia, l'ordine di grandezza delle forze di pressione è di gran lunga superiore a quello delle forze viscose.



Figura 3.11. Contributi della resistenza viscosa e di pressione alla resistenza totale per il flusso 2D in scala lineare (a) e in scala semilogaritmica (b).



Figura 3.12. Contributi della resistenza viscosa e di pressione alla resistenza totale per il flusso 3D in scala lineare (a) e in scala semilogaritmica (b).

Inoltre esistono alcune differenze tra il grafico che rappresenta il modello 2D e quello che rappresenta il modello 3D. Per esempio per il flusso 2D, ad un Re molto basso, il termine di pressione è quasi il doppio del termine viscoso. Per Re che è compreso tra 6 e 40, il termine viscoso rimane abbastanza costante mentre il termine di pressione aumenta. Per un flusso a 3D, a Re molto bassi, i termini viscosi e di pressione sono uguali. Poi entrambe i termini crescono linearmente quando aumenta il numero di Reynolds. Come conseguenza, la curva della forza di resistenza totale dimensionale (λ Re) dipende dalle dimensioni del flusso. Si può notare quindi che per un flusso 2D la gamma di variazioni di Re per la zona di transizione tra il regime Darcy (λ Re funzione lineare di Re) e il regime inerziale è tra Re = 4 e Re = 40, mentre tale gamma è molto più ristretta per il flusso 3D (grossolanamente fra 2 e 4).

I risultati mostrano che per un valore critico del numero di Reynolds, dipendente dalla dimensione del flusso, la legge di darcy non è più valida.

L'analisi dei risultati mostra inoltre che al di sotto di questo valore la resistenza alla pressione è proporzionale alla resistenza viscosa per il modello 2D mentre questi parametri sono sostanzialmente uguali per il modello 3D. superato il valore critico, la resistenza alla pressione aumenta più velocemente della resistenza viscosa. Il rapporto fra resistenza alla pressione e viscosa è sempre più grande per il modello 2D.

Gli autori sono giunti alla conclusione che l'insorgere del flusso non-Darcy è da imputare alle forze inerziali che conducono alla formazione di vortici di dimensioni e forma dipendenti dal numero di Reynolds. La presenza di questi vortici riduce la sezione del flusso con la conseguenza di incrementare la dissipazione totale.

3.2 Criteri per determinare l'inizio del flusso non-Darcy

Vista l'importanza dell'effetto non Darcy nel descrivere il moto di un fluido, molti esperimenti sono stati condotti per cercare di individuare un criterio valido per prevedere l'inizio di tale flusso. In questo paragrafo verranno descritti due criteri basati sulla definizione di numero di Reynolds e numero di Forchheimer.

Il primo lavoro sul criterio per il comportamento del flusso non-Darcy nei mezzi porosi, è stato pubblicato apparentemente da Chilton e Colburn (1931): partendo dal presupposto che il flusso non-Darcy fosse simile al flusso turbolento in una condotta, essi adattarono il numero di Reynolds per identificare il flusso turbolento per descrivere il flusso non Darcy nei mezzi porosi.

Essi condussero esperimenti su campioni non consolidati e ridefinirono il numero di Reynolds nel seguente modo:

$$Re = \frac{\rho \cdot Dp \cdot v}{\mu}$$
[3.24]

dove Dp è il diametro del grano. I loro esperimenti mostrano che il numero critico di Reynolds per diventare significativo deve essere compreso nell'intervallo 40-80.

Fancher e Lewis (1933) hanno flussato olio grezzo, acqua ed aria attraverso sabbie non consolidate, sfere di piombo e arenarie consolidate.

Utilizzando la definizione del numero di Reynolds di Chilton e Colburn, i loro risultati sperimentali mostrano che il flusso non-Darcy si manifesta per valori del numero di Reynolds compresi fra 10 e 100 in mezzi porosi non consolidati mentre per rocce scarsamente consolidate tali valori sono compresi fra 0,4 e 3. In questo secondo caso il diametro delle particelle è stato ottenuto da un analisi granulometrica mediante setacciatura da campioni di roccia scelti accuratamente.

Rendendosi conto della difficoltà di determinare il diametro delle particelle, Green e Duwez (1951) usarono la permeabilità e il coefficiente di flusso non-Darcy per ridefinire nel seguente modo il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{k \cdot \beta \cdot \rho \cdot v}{\mu}$$
[3.25]

Essi condussero degli esperimenti flussando azoto attraverso quattro differenti campioni metallici porosi. I risultati mostrano che il flusso non-Darcy si manifesta a partire da valori del numero di Reynolds pari a 0,1-0,2. Ergun (1952) modificò la definizione di Chilton e Colburn includendo la porosità e la velocità intrinseca u, cioè la velocità reale del fluido nei pori, nel seguente modo:

$$\operatorname{Re} = \frac{\rho \cdot \operatorname{Dp} \cdot u}{\mu} \cdot \frac{1}{1 - \phi}$$
[3.26]

Da esperimenti condotti con gas flussato attraverso particelle compattate, Ergun osservò un valore critico per Re compreso fra 3 e 10.

Discutendo sui precedenti lavori, Bear (1972) suggerì un numero critico di Reynolds fra tre e dieci, mentre, in un analisi, Scheidegger (1974) rilevò un intervallo fra 0,1 e 75.

Hassanizadeh and Gray (1987) ritenevano che il valore critico fosse compreso fra 1 e 15 e proposero il valore 10 come valore critico per il flusso non-Darcy. Partendo dal loro presupposto essi conclusero che il comportamento di flusso non-Darcy fosse dovuto all'incremento delle forze viscose microscopiche ad alta velocità.

Sul finire degli anni ottanta la modellazione numerica su questo argomento è aumentata rapidamente. Blick e Civan (1988) usarono un modello poro-capillare per simulare il flusso in un mezzo poroso. Basandosi su quel modello, Blick e Civan conclusero che il numero critico di Reynolds, definito secondo la formulazione di Chilton e Colburn, per il comportamento non-Darcy fosse pari a 100: al di sotto di tale valore la legge di Darcy era valida.

Du Plessis e Masliyah (1988) impiegarono una unità rappresentativa per modellare il flusso di un fluido in un mezzo poroso. Essi derivarono una relazione fra porosità e tortuosità che li condusse ad una correlazione fra Numero di Reynolds e tortuosità.

I loro risultati mostrano che un valore critico del numero di Reynolds può essere compreso nell'intervallo compreso fra 3 e 17.

Come abbiamo già visto nel paragrafo precedente, Ma e Ruth (1993) simularono numericamente il comportamento non-Darcy usando un modello divergente–convergente. Essi definirono il numero di Reynolds come segue:

$$Re = \frac{\rho \cdot d_t \cdot u}{\mu}$$
[3.27]

e un nuovo criterio, il numero di Forchheimer, come:

$$Fo = \frac{k_0 \cdot \beta \cdot \rho \cdot v}{\mu}$$
[3.28]

dove d_t il diametro del capillare ("throat") e k_0 è la permeabilità a velocità zero dalla legge di Darcy.

Gli autori trovarono che il numero critico di Reynolds è compreso fra 3 e 10 mentre il corrispondente numero di Forchheimer è compreso fra 0,005 e 0,02.

Andrade e altri (1998) modellarono il flusso di un fluido in un mezzo poroso anisotropo. Partendo dalla formulazione del numero di Reynolds secondo Green e Duwez essi mostrarono che il valore del numero critico di Reynolds fosse compreso fra 0,01 e 0,1.

Thauvin e Mohanty usarono un modello reticolare per simulare il mezzo poroso.

Essi definirono il numero di Reynolds come segue:

$$Re = \frac{\rho \cdot r \cdot v}{\mu}$$
[3.29]

dove r è il raggio di entrata dei pori. I loro risultati mostrano che il numero di Reynolds critico è 0,11.

Riassumendo quanto finora riportato, abbiamo due tipi di criteri per descrivere il flusso non-Darcy in un mezzo poroso: il primo rappresentato dalla formulazione del numero di Reynolds secondo Chilton e Colburn, e il secondo criterio basato sulla formulazione di Green e Duwez. I valori critici per un flusso non-Darcy variano da 1 a 100 per il primo criterio, e da 0,005 a 0,2 per il secondo.

Il primo criterio è stato applicato principalmente a particelle compattate di cui si era a conoscenza della lunghezza caratteristica (in genere il diametro del grano rappresentativo), mentre il secondo criterio è stato usato principalmente in modelli numerici eccetto un caso in cui i campioni erano costituiti da un mezzo poroso artificiale metallico.

Storicamente il termine numero di Reynolds è stato impiegato per entrambi i criteri. Al fine di semplificare ed evitare futura confusione da qui in poi chiameremo il primo criterio numero di Reynolds ridefinito come segue:

$$Re = \frac{\rho \cdot d \cdot v}{\mu}$$
[3.30]

dove d è la lunghezza caratteristica del mezzo poroso.

Il secondo criterio verrà chiamato numero di Forchheimer e ridefinito come segue:

$$Fo = \frac{k \cdot \beta \cdot \rho \cdot v}{\mu}$$
[3.31]

A causa dell'incongruenza delle definizioni e dei valori critici ricavati, non è stato determinato un criterio oggettivamente valido per definire quando un flusso diventa non-Darcy.

Ruth e Ma (1992) hanno constatato che il termine numero di Reynolds è stato utilizzato sia a scala macroscopica che a scala microscopica per determinare l'inizio del flusso non-Darcy. Questo fatto ha portato ad una certa confusione. Infatti il numero di Reynolds è un gruppo di parametri adimensionale e microscopico e dovrebbe essere quindi utilizzato a tale scala. Esso indica quando gli effetti inerziali diventano importanti, ma poiché gli effetti inerziali microscopici non portano direttamente a effetti inerziali macroscopici, il numero di Reynolds risulta essere totalmente inadeguato per descrivere fenomeni macroscopici. La maggiore difficoltà risiede nel fatto che gli effetti inerziali macroscopici non sempre possono essere rappresentati da una dimensione microscopica strutturale come il diametro dei pori o il raggio dei grani. Il problema è infatti scegliere una dimensione appropriata da inserire nella formula del numero di Reynolds.

Perciò i due studiosi hanno definito il numero di Forchheimer.

Introducendo tale numero dimensionale, molte fonti di confusione vengono eliminate. Prima di tutto, un alto numero di Reynolds, non sempre implica in flusso non-Darcy. Se consideriamo un condotto lineare e circolare, gli effetti non-Darcy non diventano evidenti finché non inizia il moto turbolento a Re = 2000 (la dimensione caratteristica in questo caso è il diametro del tubo). Se consideriamo invece un condotto curvo, abbiamo che gli effetti inerziali microscopici diventano importanti quando Re = 1, anche se la natura e il numero delle curve possono influenzare in modo significativo il valore di Re. Invece il numero di Forchheimer indica precisamente l'inizio del flusso non-Darcy. Se la struttura di un mezzo poroso è tale che gli effetti inerziali microscopici sono rari, allora β sarà piccolo, mentre il numero di Forchheimer rimarrà piccolo per bassi valori della velocità. Se la struttura del mezzo è tale che ci si possano aspettare degli effetti microscopici inerziali, allora il coefficiente di flusso non-Darcy avrà un valore elevato, e così il numero di Forchheimer. Quindi i valori della velocità e la struttura del mezzo poroso devono essere considerati attentamente per prevedere correttamente gli effetti non Darcy. Il numero di Forchheimer infatti contiene informazioni su entrambe gli aspetti, direttamente sulla velocità, indirettamente sulla struttura, in quanto β dipende proprio dalla struttura del mezzo poroso. In secondo luogo, il termine "flusso ad alta velocità" può essere cambiato in "flusso ad alto numero di Forchheimer" per maggiore precisione. Inoltre, relegando il numero di Reynolds alla scala microscopica, la confusione dovuta al flusso
turbolento nei mezzi porosi scompare. Inoltre è interessante confrontare il numero di Forchheimer con il numero di Reynolds: essi differiscono di una quantità che ha la dimensione di una lunghezza. Ciò chiarisce il fatto che per descrivere il flusso di un fluido in un mezzo poroso, occorrono due lunghezze a scala differente: una basata sulla struttura del mezzo poroso, l'altra basata su considerazioni inerziali.

Nel passato il coefficiente β è stato largamente ignorato negli studi sperimentali. Ci si è interessati a questo parametro solo per i problemi riguardanti pozzi con produzione di gas ad alte portate. Tale coefficiente, se studiato in modo appropriato, potrebbe contribuire in modo significativo alla caratterizzazione del mezzo poroso perché contiene al suo interno informazioni sulla tortuosità del flusso. In fondo, è proprio la tortuosità del flusso che provoca variazioni all'interno del termine inerziale, causando l'aumento delle dissipazioni viscose e della caduta di pressione.



Figura 3.13. Numero di Forchheimer in funzione del numero di Reynolds (Ma e Ruth 1993).

In figura 3.13 viene mostrata l'influenza che il numero di Reynolds ha sul numero di Forchheimer. Si può notare che per bassi numeri di Reynolds (Re_d <1), Fo è quasi uguale a 0. Quando il numero di Reynolds aumenta, gli effetti inerziali non si possono più ignorare.

Ma e Ruth (1993) affermano che, come criterio adimensionale degli effetti macroscopici inerziali, Fo assume valori significativi. A valori di Re ancora più alti, ($Re_d>6$) Fo cresce più velocemente. Una zona di transizione è presente per Re compreso tra 3 e 10. Il flusso turbolento, ovviamente comincia per numeri di Reynolds molto più elevati.

Zeng e Grigg (2006) hanno analizzato nel loro studio i criteri per stabilire l'insorgere del comportamento non lineare in particolar modo il numero di Reynolds e il numero di Forchheimer.

Da quanto finora analizzato pare che il numero di Reynolds sia applicabile solamente a campioni costituiti da materiali non consolidati o debolmente consolidati. Il numero di Reynolds per il flusso non-Darcy, ha origine dal numero di Reynolds valido per un flusso turbolento in un condotto: logico risultato di questa analogia è l'inclusione di una lunghezza caratteristica del mezzo poroso nella definizione di tale numero per il flusso non-Darcy.

Questa lunghezza caratteristica è simile alla scabrezza del condotto nella definizione di flusso turbolento in un tubo. Tuttavia a causa della complessità del mezzo poroso tale lunghezza caratteristica non è facilmente definita e determinata. Nel caso di particelle compattate, il diametro rappresentativo può essere usato come lunghezza caratteristica: tale diametro può essere determinato attraverso un analisi granulometrica. Comunque i valori critici di questo criterio ampiamente dispersi indicano la necessità di un diametro rappresentativo meglio definito. Confrontato con la sua controparte nel flusso in un condotto il significato fisico del diametro della particella necessita di essere meglio definito.

Tale criterio risulta essere non applicabile al caso delle rocce consolidate senza una definizione accettabile di lunghezza caratteristica.

Al contrario il numero di Forchheimer ha il vantaggio di una chiara definizione, significato fisico e vasta applicabilità.

Nella sua definizione tutte le grandezze coinvolte sono ben definite e possono essere determinate.

È evidente che questo criterio può essere applicato a tutti i tipi di mezzo poroso finché la permeabilità e il coefficiente di flusso non-Darcy possono essere determinati sperimentalmente o mediante formule empiriche (Li e Engler, 2001) qualora non vi siano dati sperimentali disponibili.

Infatti molti ricercatori hanno espresso la loro preferenza dell'uso di questo criterio (Geertsma, 1974; Martins e altri, 1990; Gidley, 1991).

Il significato fisico del numero di Forchheimer può essere dedotto dall'equazione di Forchheimer [2.2] dove il termine a primo membro rappresenta il gradiente di pressione totale il primo termine a secondo membro rappresenta il gradiente di pressione richiesto per vincere la resistenza viscosa ed infine il secondo termine rappresenta il gradiente di pressione necessario per vincere le interazioni liquido-solido. Il rapporto fra il gradiente di pressione dell'interazione liquido-solido e il coefficiente di resistenza viscosa porta alla definizione del numero di Forchheimer.

Definendo l'effetto non-Darcy E come il rapporto fra il gradiente di pressione necessario per vincere le interazioni liquido-solido e il gradiente di pressione totale, otteniamo:

$$E = \frac{\beta \rho v^2}{-\frac{dp}{dx}}$$
[3.32]

Combinando la legge di Forchheimer [2.2] con le definizioni di numero di Forchheimer e di effetto non-Darcy si ottiene:

$$E = \frac{Fo}{1 + Fo}$$
[3.33]

Così possiamo notare come il numero di Forchheimer sia direttamente connesso all'errore non-Darcy che in definitiva rappresenta l'errore che si genera ignorando il comportamento non-Darcy.

A questo punto si pone il problema di fornire un valore critico che dovrebbe essere molto utile per decidere quando includere o non includere il comportamento non-Darcy nel calcolo del flusso di un fluido in un mezzo poroso.

Zeng e Grigg hanno condotto sperimentazioni su carote di arenarie e calcare, aventi diametro pari a un pollice e lunghezza pari a due pollici, inseriti in una cella triassiale e sottoposti ad una pressione idrostatica di 272 atm. La portata, controllata da una pompa accurata, è stata incrementata da 25 fino a 10000 cm³/h alla pressione di 136 atm e ad una temperatura di 300 K alla pompa. Ad ogni portata, le pressioni p_1 e p_2 all'entrata e all'uscita del campione sono state misurate quando è stato raggiunto l'equilibrio del fluido. Il fattore di deviazione z, la viscosità, la densità dell'azoto nel campione sono stati determinati mediante simulazione.

Usando queste misure sperimentali, sono stati determinati la permeabilità e il coefficiente di flusso non-Darcy impiegando la [2.15].



Figura 3.14. Determinazione della permeabilità e del coefficiente di flusso mediante regressione (Zeng e Grigg 2006).

A questo punto, avendo ottenuto le costanti k e β e la velocità superficiale dipendente dalla portata in volume, è stato possibile calcolare il numero di Forchheimer ad ogni portata in volume.

Dai risultati ottenuti, Zeng e Grigg sono pervenuti ad alcune considerazioni interessanti.



Figura 3.15 velocità superficiale in funzione del numero di Forchheimer per diversi campioni (Zeng e Grigg 2006).

Il grafico in figura 3.15 mostra come il numero di Forchheimer aumenti con la velocità superficiale, ma non è direttamente proporzionale ad essa. Questo fatto implica che le velocità superficiale non può essere considerata come un criterio per definire l'insorgere del flusso non Darcy. Inoltre Zeng e Grigg hanno osservato che il comportamento non lineare, si manifesta a portate maggiori per le rocce che hanno permeabilità maggiori. Ciò è coerente col fatto che generalmente l'effetto non Darcy è più facilmente osservabile in mezzi porosi a bassa permeabilità.

Una delle ragioni per cui sarebbe necessario un criterio universale per determinare l'inizio del flusso non-Darcy è l'incongruenza dei valori critici del numero di Reynolds ottenuti con i criteri utilizzati inizialmente. Se fosse possibile fornire un valore critico di un rapporto dimensionale per determinare l'inizio dell'effetto non-Darcy sarebbe utile agli studiosi per decidere se includere o meno nella modellazione del flusso di fluidi nei mezzi porosi l'effetto non-Darcy. Gli sforzi precedenti si erano concentrati nel trovare il punto di scostamento fra comportamento lineare non-Darcy e quanto osservato sotto varie forme fra le quali ricordiamo la curva del fattore di frizione in funzione del numero di Reynolds e la curva della perdita di carico in funzione della portata

In realtà, a causa dei limiti di risoluzione dei grafici, il punto critico di inizio del comportamento non-Darcy identificato visivamente non è accurato e quindi non è affidabile. Tale funzione può essere svolta dal numero di Forchheimer, essendo strettamente legato all'effetto non-Darcy. Definendo E_c come il valore critico dell'effetto non-Darcy (valore raggiunto il quale l'effetto non-Darcy si manifesta a livello macroscopico), otteniamo l'espressione del numero di Forchheimer di Forchheimer critico:

$$Fo_{c} = \frac{E_{c}}{1 - E_{c}}$$
[3.34]

Tale equazione offre la possibilità di selezionare il numero di Forchheimer critico basandosi sulle caratteristiche del problema. Per esempio, se il limite dell'effetto non Darcy è del 10% (E_c) l'equazione precedente darebbe un numero di Forchheimer critico di 0,11. Nonostante questo valore sia molto più alto di quello osservato da Ma e Ruth (1993) nella simulazione numerica, esso è abbastanza vicino al valore osservato negli esperimenti di Green e Duwez (1951) sul flusso di gas in metalli porosi. Tali valori possono essere considerati buoni riferimenti per il numero critico di Forchheimer.

In conclusione Zeng e Grigg raccomandano l'utilizzo del numero di Forchheimer per la determinazione dell'insorgere del flusso non-Darcy a causa del chiaro significato delle variabili coinvolte e essendo un buon indicatore per caratterizzare il comportamento non lineare.

L'espressione per il numero critico di Forchheimer in funzione dell'effetto non-Darcy permette di definire un numero critico di Forchheimer, a seconda delle caratteristiche del problema, numero che dovrebbe essere scientificamente più ragionevole di un numero critico fissato.

Capitolo 4: Flusso non-Darcy in mezzi anisotropi e multifase

In questo capitolo tratteremo il flusso non-Darcy in mezzi anisotropi e il flusso non-Darcy nel caso in cui siano presenti due o più fluidi.

4.1 Flusso non-Darcy in mezzi anisotropi

Wang, Thauvin e Mohanty (1999) hanno proposto una forma tensoriale dell'equazione di Forchheimer per mezzi anisotropi:

$$-\underline{\mathbf{k}} \cdot \operatorname{grad}(\mathbf{p}) = \mu \vec{\mathbf{v}} + \rho \underline{\mathbf{C}} \cdot \vec{\mathbf{v}} |\vec{\mathbf{v}}|$$

$$[4.1]$$

in cui <u>k</u> è il tensore della permeabilità e $\underline{C} = (\underline{k} \cdot \underline{\beta})$ prodotto fra tensori con <u> β </u> tensore dei coefficienti non-Darcy, \vec{v} vettore velocità (portata in volume per unità di superficie). L'obbiettivo del loro lavoro è stato quello di controllare la validità della forma tensoriale dell'equazione di Forchheimer e studiare i tensori <u> β </u> e <u>C</u>.

Wang, Thauvin e Mohanty hanno adottato un modello di mezzo poroso costituito da un modello reticolare con pori di forma sferica collegati fra loro da capillari di forma cilindrica, caratterizzandolo attraverso una distribuzione di probabilità delle dimensioni dei pori e dei capillari.

Si devono prendere in considerazione tre caratteristiche fondamentali:

- le connessioni fra pori adiacenti;
- la natura convergente-divergente dei percorsi nei pori;
- la distribuzione delle dimensioni dei pori.

Per rappresentare la connessione della struttura porosa è stato impiegato un reticolo regolare cubico, nel quale i nodi sono costituiti dai pori, ognuno dei quali è collegato ai pori adiacenti tramite al massimo sei capillari.

Il raggio del poro è il raggio della sfera più grande che in esso può essere contenuta; il raggio del condotto capillare di collegamento è il raggio più grande che una sfera può avere per attraversarlo.

La natura convergente-divergente dei percorsi nei pori è assicurata se si pone come condizione il fatto che i pori medesimi abbiano un raggio maggiore dei capillari che li collegano.

A partire da questo modello isotropo, l'anisotropia può essere introdotta in vari modi, attraverso la dimensione, la connessione e le correlazioni spaziali.

Infine la distribuzione dei raggi dei pori e dei capillari è definita da funzioni di questo tipo:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x_2^2} e^{-\frac{x^2}{x_2^2}} & \text{per } x \le x_1 \\ 0 & \text{per } x > x_1 \end{cases}$$
[4.2]

dove $x = r - r_{min}$, $x_1 = r_{max} - r_{min}$, $x_2 = \bar{r} - r_{min}$, con r che rappresenta il raggio del poro o del capillare, r_{min} e r_{max} rappresentano la dimensione minima e massima e \bar{r} è la dimensione media.

La distribuzione delle dimensioni può essere anche descritta da altre funzioni derivate sperimentalmente.

Il volume di un poro è proporzionale a r_p^3 (il pedice p sta per poro) e il volume di un condotto di collegamento a $L_c r_c^2$ (il pedice c sta per capillare) dove $L_c=L-r_{p1}-r_{p2}$ (con L lunghezza del passaggio e i pedici 1 e 2 che indicano i pori adiacenti).

Si ipotizza in modo grossolano che i pori e i capillari siano rispettivamente sferici e cilindrici e che la scabrezza delle loro pareti occupi circa il 20% del loro volume ed inoltre che esista correlazioni fra pori e capillari adiacenti.

I raggi dei pori sono prima distribuiti secondo una distribuzione ipotizzata con o senza una correlazione spaziale. La dimensione del capillare che congiunge due pori viene prima disegnata a partire dalla distribuzione di [4.2], ma assegnata sulla base della dimensione madia dei pori adiacenti: capillari che connettono pori aventi dimensioni maggiori, avranno dimensioni maggiori. L'anisotropia indotta dalla dimensione può essere realizzata imponendo che i raggi dei capillari in una direzione siano inferiore rispetto a quelli delle altre due direzioni. In figura 4.1 possiamo notare come la distribuzione della dimensione nella direzione z sia stata ridotta rispetto alle direzioni x e y; le dimensioni dei capillari sono state rappresentate uniformi lungo le direzioni per semplicità.



Figura 4.1. Anisotropia indotta per distribuzione delle dimensioni (Wang, Thauvin e Mohanty 1999).

L'anisotropia indotta dalle connessioni viene ottenuta rimuovendo capillari lungo una direzione. In figura 4.2 possiamo osservare una connessione ridotta lungo la direzione z: la distribuzione delle dimensioni è la stessa in tutte le direzioni ma alcuni capillari sono stati rimossi. Per semplicità i capillari sono stati rappresentati in maniera uniforme.

L'anisotropia indotta da correlazione spaziale (figura 4.3) può essere introdotta assumendo tale correlazione differente in una direzione rispetto alle altre due. La distribuzione delle dimensioni dei pori è assegnata attraverso degli algoritmi di calcolo multifrattale, che sono delle formule che danno origine a delle serie di numeri che solo apparentemente sono casuali.

In questo caso l'anisotropia dipende dall'algoritmo scelto.

Le dimensioni dei capillari sono assegnate sulla base dei pori che mettono in collegamento, ovvero non devono avere dimensioni troppo diverse.



Figura 4.2. Anisotropia indotta per connessione (Wang, Thauvin e Mohanty 1999).



Figura 4.3. Anisotropia indotta da correlazione spaziale (Wang, Thauvin e Mohanty 1999).

Per calcolare le proprietà del flusso macroscopico del reticolo di pori, occorre conoscere le proprietà del flusso in ogni poro e capillare.

Si assume poi che alla scala dei pori le leggi che regolano le cadute di pressione fra i centri di due pori adiacenti siano note e dipendenti dai parametri geometrici dei passaggi e dei pori:

$$\Delta p_s = \frac{8\mu L_c}{r_c^2} u$$
[4.3]

in cui u è la velocità media interstiziale, μ è la viscosità, il pedice s sta per slow. L_c e r_c sono le dimensioni del passaggio.

Se il flusso è sufficientemente lento anche a livello microscopico c'è proporzionalità diretta fra caduta di pressione e velocità interstiziale media; se l'alta velocità del fluido porta i filetti fluidi a deviare oppure se i flussi microscopici deviano dalla traiettoria rettilinea per evitare di finire in vicoli ciechi, allora è necessario considerare delle altre cadute di pressione microscopiche, questa volta proporzionali al quadrato della velocità interstiziale.

La perdita di carico dovuta alle deviazioni del flusso dalla traiettoria rettilinea è approssimata così:

$$\Delta p_{p} = 0.9 f \rho u^{2}$$

$$[4.4]$$

in cui f è la frazione di flusso che devia ad ogni poro.

Quest'equazione è simile all'equazione che si usa a scala macroscopica per descrivere la perdita di pressione in un fluido, dovuta ad una piega di 90° di un condotto.

Il coefficiente f si calcola supponendo il perfetto mescolamento all'interno di ogni poro di tutti i flussi in ingresso e facendo un bilancio fra questi ultimi e quelli in uscita.

Si trascurano le perdite di pressione dovute alle pieghe dei condotti capillari di collegamento, perché in questo modello non sono considerate.

Le perdite dovute all'espansione e alla contrazione sono le seguenti:

$$\Delta \mathbf{p}_{e} = \left[1 - \left(\frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}_{p}}\right)^{2}\right] \left(\frac{\mathbf{r}_{c}}{\mathbf{r}_{p}}\right)^{2} \frac{\rho \mathbf{u}^{2}}{2}$$
[4.5]

$$\Delta p_{c} = \left[1.45 - 0.45 \left(\frac{r_{c}}{r_{p}} \right)^{2} - \left(\frac{r_{c}}{r_{p}} \right)^{4} \right] \frac{\rho u^{2}}{2}$$
[4.6]

La caduta di pressione totale quando il flusso è veloce è data da:

$$\Delta p = \Delta p_{s} + \Delta p_{b} + \Delta p_{e} + \Delta p_{c}$$

$$[4.7]$$

La simulazione comincia quando si stabilisce la caduta di pressione come condizione al contorno; scrivendo poi i bilanci di massa riferiti ad ogni poro e le equazioni delle cadute di pressione alle estremità di ogni passaggio, si ottiene un valore della pressione relativo ad ogni poro. Il tensore della permeabilità è calcolato sulla base di quello che avviene in regime laminare, e questi valori sono presi per buoni nel successivo calcolo del tensore dei coefficienti di flusso non-Darcy $\underline{\beta}$, che avviene eseguendo il calcolo $\underline{k}^{-1} \cdot \underline{C}$, prodotto fra due matrici i cui componenti sono determinati attraverso la simulazione. Il tensore della tortuosità \underline{T} viene ottenuto a partire dal campo delle velocità ottenuto per la determinazione del tensore della permeabilità \underline{k} .

Per quanto riguarda l'effetto dell'anisotropia sui parametri macroscopici, gli autori giungono alla conclusione che all'aumentare dell'anisotropia le componenti del coefficiente di flusso non-Darcy aumentano mentre le componenti della permeabilità diminuiscono. Le componenti lungo la direzione di anisotropia cambiano maggiormente rispetto a quelle nelle altre direzioni. Il tensore della tortuosità varia qualitativamente allo stesso modo di quello del coefficiente di flusso non-Darcy. Le variazioni del tensore C sono molto piccole rispetto ai cambiamenti dei tensori $\underline{\beta} \in \underline{k}$.

4.2 Flusso non-Darcy in multifase

Durante lo sfruttamento di giacimenti di gas a condensato la pressione di flussaggio a fondo foro diminuisce gradualmente. Sotto il valore di pressione di rugiada sopravviene la condensazione retrograda che porta alla separazione e quindi allo movimentazione di una fase condensata verso i pozzi di produzione.

È possibile inoltre che sia presente nella roccia serbatoio dell'acqua interstiziale, mobile o immobile. In questi casi è necessario sapere che non solo la permeabilità ma anche il coefficiente non-Darcy cambiano. Intuitivamente si comprende come la presenza di altri fluidi occupi dello spazio sottratto al fluido in esame, riducendone il flusso. Per questo la permeabilità effettiva tende a diminuire e il coefficiente non-Darcy ad aumentare quando la saturazione del secondo fluido cresce.

Lombard, Longeron e Kalaydjian (1999), hanno impiegato un apparecchiatura (figura 4.4) per osservare il flusso del gas, in condizioni le più vicine possibili alle reali condizioni dell'intorno del pozzo, con lo scopo di stimare l'influenza della struttura dei pori e della presenza di condensa mobile sul coefficiente non-Darcy (ϕ , k, S_{iw}).



Figura 4.4. Schema dell'attrezzatura sperimentale usata da Lombard, Longeron e Kalaydjian (1999).

L'apparecchiatura possiede sue principali caratteristiche:

- capacità di iniettare un grande volume di fluido ad una fissata differenza di pressione (ΔP_{max} = 20 bar) con due pompe ad alta portata;
- la possibilità di regolare la pressione e di misurare le portate.

Per misurare il coefficiente di flusso non-Darcy in presenza di liquidi in saturazione irriducibile in vari mezzi porosi sono stati attuati i seguenti passi:

- il sistema è saturato con gas a una certa pressione P₁;
- la pressione in uscita è ridotta di un certo $\Delta P_i = P_1 \cdot P_2$, per ogni passo iesimo, mentre la pompa 1 inietta il gas e mantiene la pressione P_1 costante;
- ad ogni passo i-esimo le portate in ingresso e in uscita si stabilizzano da sole. Una volta raggiunto l'equilibrio e stabilizzati i parametri del flusso, le portate e le pressioni in ingresso e in uscita sono registrate. Poi si procede con (i+l)esimo passo diminuendo la pressione in uscita (figure 4.5 e 4.6);
- si disegnano le curve grad(P₁) in funzione di Q₁, e grad(P₂) in funzione di Q₂, e si osserva come esse la deviazione dalla legge di Darcy;

• β viene determinato dall'equazione [2.15] considerando z e μ sufficientemente poco variabili per il gas usato nell'intervallo di pressioni in cui si svolge l'esperimento e che mette in relazione la differenza delle pressioni al quadrato con la portata in massa.



Figura 4.5. Andamento delle pressioni in ingresso e in uscita durante le misure sperimentali (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).



Figura 4.6. Andamento delle portate in ingresso e in uscita durante le misure sperimentali (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).

Per osservare il comportamento non lineare qualora la fase liquida sia mobile e non solo in saturazione irriducibile, è stato impiegata una miscela C1-C3 e sono stati attuati i seguenti passi:

- inizialmente il mezzo poroso è saturato con la miscela ad una pressione maggiore di quella di rugiada;
- il fluido viene iniettato nel mezzo poroso alla pressione P₁ leggermente sopra il punto di rugiada, mentre la pressione in uscita P₂ è sotto tale punto. Nel mezzo poroso, vicino all'ingresso la pressione diminuisce oltre la pressione di rugiada e si presenta il condensato che oltre la saturazione critica incomincia ad essere mobile. Una volta che le pressioni e le portate si sono stabilizzate, vengono misurate(figura 4.7);
- Quando l'equilibrio dinamico è stato raggiunto il mezzo poroso viene isolato (figura 4.8). La pressione all'interno del mezzo poroso si stabilizza ad un valore medio e si ottiene un nuovo profilo di saturazione.



valves opened

Figura 4.7. Profili della pressione e della saturazione del condensato lungo il campione all'equilibrio dinamico (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).



valves closed

Figura 4.8. Profili della pressione e della saturazione del condensato lungo il campione all'equilibrio statico (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).

L'iterazione degli ultimi due passi per diversi valori di P₂ per correlare il coefficiente di flusso non-Darcy con la saturazione media del condensato.

Usando l'equazione [2.15] si disegnano delle rette la cui intercetta sull'asse delle ordinate è il reciproco della permeabilità e il cui coefficiente angolare è proprio β . Il grafico è disegnato però senza considerare che la saturazione del condensato varia, modificando anche β (figure 4.9 e 4.10).

Per trovare una correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la saturazione in condensato devo disporre di tre diagrammi che contemplino punti con la stessa saturazione ottenuti con tre miscele C1-C3 diverse (figura 4.11). Per ottenere una data saturazione in condensato occorre stimare le condizioni di pressione per ogni miscela. Queste condizioni possono essere scelte attraverso simulazioni iterative: dopo l'esperimento con il primo fluido vengono simulati gli altri due flussi mediante un simulatore numerico e viene calcolata una saturazione media.



Figura 4.9. Variazione del coefficiente di flusso non-Darcy al variare della saturazione in condensato (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).



Figura 4.10. Esperimento in quattro passi caratterizzati da P₂ diversi e quindi da diverse saturazioni in condensato (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).



Figura 4.11. Esperimento con tre miscele a diverse percentuali di C1-C3 alla stessa saturazione in condensato (Lombard, Longeron e Kalaydjian 1999).

Gli autori, sulla base dei dati ottenuti sperimentalmente su campioni consolidati e non consolidati a varie saturazioni di acqua immobile, sono pervenuti alle seguenti conclusioni:

- le misure sono riproducibili;
- il coefficiente di flusso non-Darcy aumenta al diminuire della permeabilità;
- il coefficiente di flusso non-Darcy aumenta all'aumentare della saturazione;
- non è stato possibile pervenire ad una correlazione fra coefficiente di flusso non Darcy e la saturazione in condensato a causa della scarsa accuratezza delle misure e degli esperimenti dovuti alla prossimità alle condizioni critiche delle miscele C1-C3.

Capitolo 5: Correlazioni del coefficiente di flusso non-Darcy

Esistono molte correlazioni in letteratura fra il coefficiente di flusso non-Darcy e le altre caratteristiche del mezzo. Tali correlazioni sono sia di tipo teorico, sia empirico: quelle di tipo teorico sono limitate ai soli sistemi monofase, mentre quelle empiriche che verranno riportate sono valide per sistemi monofase e multifase.

5.1 Correlazioni da equazioni teoriche

Alcuni studiosi hanno usato modelli di tipo capillare per descrivere il flusso dei fluidi attraverso mezzi porosi. I modelli possono essere classificati in due gruppi, modelli capillari in parallelo e in serie.

I modelli del mezzo poroso possono essere classificati in due gruppi: modelli a capillari paralleli e a capillari collegati in serie (figura 5.1).

Nei modelli paralleli si suppone che il mezzo poroso sia costituito da un gruppo di capillari rettilinei e paralleli di diametro uniforme D_c.

Nei modelli in serie si suppone che il mezzo poroso sia costituito da un gruppo di capillari rettilinei e paralleli di diametro differente collegati per l'appunto in serie.

Ergun e Orning (Li e Engler, 2001) sostenevano che la perdita di energia totale comprendesse due termini: l'energia viscosa e l'energia cinetica. Facendo riferimento ad un modello parallelo, Ergun e Orning svilupparono un equazione teorica per descrivere il flusso in condizioni non Darcy:

$$-\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}l} = 2\alpha' \frac{(1-\phi)^2}{\phi^3} A_{\mathrm{gv}} \mu v + \frac{\beta'}{8} \frac{1-\phi}{\phi^3} \rho v^2$$
[5.1]

nella quale α ' e β ' sono dei fattori correttivi, ϕ è la porosità e A_{gv} è la superficie specifica, definita come la superficie delimitante la fase solida contenuta in un volume diviso il volume stesso.



Figura 5.1. Modelli di mezzi porosi: modello a capillari paralleli, rettilinei e di diametro costante e modelli a capillari collegati in serie (Bear 1988).

Facendo riferimento allo stesso modello, Irmay (1958) derivò l'equazione di Forchheimer partendo dall'equazione di Navier-Stokes applicata a livello microscopico, è giunto a questa espressione:

$$-\frac{dp}{dl} = \frac{\beta''(1-\phi)^2 \mu}{\phi^3 D_c^2} v + \frac{\alpha''(1-\phi)}{\phi^3 D_c} v^2 + \frac{1}{\phi} \frac{\partial v}{\partial t}$$
[5.2]

 α " e β " sono due termini correttivi, D_c è il diametro dei capillari e l'ultimo termine a secondo membro è diverso da zero in condizioni di moto transitorio.

Confrontando le equazioni teoriche di Ergun e Orning [5.1] e Irmay (1958) [5.2], nelle quali i coefficienti sono espressi in funzione di altri parametri, con l'equazione di Forchheimer [2.2], si ottiene una correlazione fra β e questi parametri, che in questo caso sono la permeabilità k e la porosità ϕ :

$$\beta = \frac{c}{k^{0.5} \phi^{0.5}}$$
[5.3]

c è una costante da determinare, che può dipendere ad esempio dalla tortuosità. Considerando un modello in serie, Sheidegger (1953) pervenne alla seguente equazione:

$$gradp = v \frac{3c\tau^{2}}{\phi} \mu \left(\int_{\delta_{r}}^{\infty} \frac{\alpha(\delta)}{\delta^{6}} d\delta \right) (\int \delta^{2} \alpha(\delta) d\delta)^{2} + v^{2} \frac{9c'\tau^{3}}{\phi^{2}} \rho \left(\int_{0}^{\delta_{r}} \frac{\alpha(\delta)}{\delta^{7}} d\delta \right) (\int \delta^{2} \alpha(\delta) d\delta)^{3}$$
[5.4]

nella quale δ è il diametro del poro, τ è la tortuosità, δ_R è il diametro critico del poro che separa la regione non-Darcy da quella di Darcy, c=32, c'=0.5 e $\alpha(\delta)d\delta$ è la probabilità che le dimensioni dei pori siano comprese fra δ e δ +d δ .

Per $\alpha(\delta)$ vale:

$$\int_{0}^{\infty} \alpha(\delta) d\delta = 1$$
[5.5]

Blick (1966) propose un'altra equazione non lineare del flusso basandosi su un modello in serie (figura 5.2).

Tale modello è costituito da tubi capillari paralleli nei quali sono posizionate, a distanze uguali al diametro medio del poro, delle piastre forate.

Se indichiamo con δ il diametro medio dei pori, il numero di piastre per unità di lunghezza è δ^{-1} .

Il diametro del foro è più piccolo diametro medio dei pori.

Per il bilancio del momento sul volume di controllo (figura 3.2b) si fanno le seguenti ipotesi sul mezzo:

• è rigido;

- il fluido è omogeneo e newtoniano, e riempie completamente lo spazio vuoto;
- non è presente un fase adsorbita;
- il flusso è monodimensionale.



Figura 5.2. Modello e volume di controllo del modello di mezzo poroso di Blick (Bear 1988).

Applicando la teoria della conservazione del momento al volume di controllo (figura 5.2) e dividendo per il volume per $\pi\delta^2\Delta x/4$, Blick ottenne:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{4\tau_{p}}{\delta} + \frac{C_{D}\delta u^{2}}{2\delta} + \frac{\partial(\rho u^{2})}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} - \rho F_{B} = 0$$
[5.6]

In questa equazione v è la velocità apparente, τ_p è la tensione tangenziale sulla parete, C_D è il coefficiente d'attrito della piastra forata e F_B è la forza di volume per unità di massa.

La tensione tangenziale si può esprimere come:

$$\tau_{p} = 0.5 \cdot C_{f} \rho u^{2} = 0.5 \cdot C_{f} u \frac{\mu \cdot Re}{\delta}$$
[5.7]

Se si considera un flusso stazionario e orizzontale, e si indica v=\u03c6u allora l'equazione pu\u03c6 essere scritta cos\u03e3:

$$-\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{2C_{f}Re}{\phi\delta^{2}}\mu v + \frac{C_{D}\rho}{2\delta\phi^{2}}v^{2}$$
[5.8]

Con questo procedimento si perviene ad una espressione teorica per il coefficiente di resistenza viscosa e per il coefficiente di resistenza inerziale: il primo determina la perdita principale lungo il tubo mentre il secondo è responsabile delle perdite locali proporzionali al quadrato della velocità.

Partendo dal presupposto che l'equazione di Forchheimer sia corretta e descriva correttamente il fenomeno, occorre determinare il coefficiente di turbolenza β , per via teorica o sperimentale.

Nel primo caso si parte di solito da un modello di mezzo poroso e si integra l'equazione di bilancio del momento su un volume di opportune dimensioni.

I modelli come si è già visto in precedenza, possono essere a capillari paralleli o seriali, e in entrambi casi i parametri da cui dipende β sono la porosità, la permeabilità, la tortuosità, parametri per altro legati fra loro.

Dai modelli paralleli si ottiene la seguente espressione del coefficiente di turbolenza β :

$$\beta = \frac{c}{k^{0.5} \cdot \phi^{1.5}}$$
[5.9]

Per quanto riguarda i modelli in serie, si ottiene la seguente espressione:

$$\beta = \frac{c'' \cdot \tau}{k \cdot \phi}$$
[5.10]

c e c" sono costanti legate al mezzo e alla distribuzione della dimensione dei pori, τ è la tortuosità e k la permeabilità.

5.2 Correlazioni empiriche per flusso monofase

Per quanto riguarda le correlazioni empiriche si parte di solito da un'analisi di dati sperimentali, per giungere ad un espressione del coefficiente di flusso non-Darcy in funzione porosità, permeabilità, e tortuosità o solo alcuni di essi.

Basandosi sull'equazione teorica sviluppata da Ergun e Orning [5.1], Ergun sviluppò un'equazione empirica studiando i risultati di 640 esperimenti condotti da lui stesso e reperiti in letteratura che riguardano sfere di diverso diametro, sabbie, coke polverizzato, ed alcuni gas (anidride carbonica, metano, idrogeno e azoto).

Secondo la revisione di Thauvin e Mohanty, il confronto tra l'equazione empirica del flusso di Ergun e l'equazione di Forchheimer porta alla seguente relazione:

$$\beta = ab^{-0.5} \left(10^{-8} k \right)^{-0.5} \phi^{-1.5}$$
[5.11]

con a = 1,75, b = 150, k espressa in Darcy e β in cm⁻¹.

Facendo riferimento alla medesima equazione ma esaminando particelle di diversa scabrezza, Mac Donald e altri (1979) ottennero valori diversi per quanto riguarda i coefficienti a = $1,8 \div 4$ e b = 180.

Al fine di fornire una previsione del coefficiente di flusso non-Darcy per mezzi porosi naturali, Janicek e Katz (1955) proposero di usare la seguente equazione:

$$\beta = 1.82 \cdot 10^8 \, \mathrm{k}^{-1.25} \, \mathrm{\phi}^{-0.75} \tag{5.12}$$

in cui la permeabilità k è espressa in md e β in cm⁻¹.

Cooke (1973), studiò il flusso non-Darcy per acque salate, giacimenti di oli e di gas in mezzi fratturati e sostenuti da armature; considerando solo la permeabilità come parametro chiave per giungere alla previsione del coefficiente di turbolenza β ottenne la seguente espressione:

$$\beta = bk^{-a}$$
 [5.13]

dove a e b sono valori costanti determinati sperimentalmente in base al tipo di materiale usato.

Analizzando dei dati misurati su mezzi consolidati e non consolidati, Geertsma (1974) trovò che l'equazione [5.9], che fornisce un'espressione del coefficiente di turbolenza β , non è applicabile ai mezzi consolidati e che una relazione, ottenuta con l'analisi dimensionale, di questo tipo:

$$\beta = \frac{0,005}{k^{0.5}\phi^{5.5}}$$
[5.14]

in cui k è in cm² e β in cm⁻¹, si addice meglio a tutti i tipi di mezzo.

Pascal e altri (1980), proposero un modello matematico per stimare la lunghezza di un frattura e il coefficiente di turbolenza β .

Applicando questo modello ai risultati di test a velocità variabile in prossimità di pozzi in formazioni a bassa permeabilità primaria ma altamente fratturati, calcolarono i coefficienti non-Darcy e in base ai loro risultati pervennero alla seguente relazione:

$$\beta = \frac{4.8 \cdot 10^{12}}{k^{1.176}}$$
[5.15]

in cui la permeabilità k è espressa in md e β in m⁻¹.

Jones (1987), condusse degli esperimenti su 355 carote di arenaria e 29 carote di calcare; dall'analisi di questi dati pervenne alla seguente correlazione per stimare il coefficiente di turbolenza β :

$$\beta = \frac{6,15 \cdot 10^{10}}{k^{1.55}}$$
[5.16]

in cui k è espressa in md e β in ft⁻¹.

Liu e altri (1995), applicarono l'equazione trovata da Geertsma [5.14] ad altri dati reperiti in letteratura e la trovarono poco precisa.

Considerando l'effetto della tortuosità del poro medio sul coefficiente di turbolenza e analizzando quei dati pervennero alla seguente espressione del coefficiente di turbolenza stesso:

$$\beta = \frac{8,91 \cdot 10^8 \tau}{k\phi}$$
[5.17]

 $\cos \beta$ in ft⁻¹ e k in md.

Thauvin e Mohanty (1998), svilupparono un modello di mezzo poroso descritto attraverso una funzione di distribuzione delle dimensioni dei pori. Essi introducevano la distribuzione delle dimensioni dei pori e le coordinate del reticolo nel modello ed ottenevano come risultato la permeabilità, il coefficiente di non-Darcy, la tortuosità e la porosità.

Con tutti i dati ottenuti elaborarono la seguente correlazione:

$$\beta = \frac{1,55 \cdot 10^4 \tau^{3,35}}{k^{0,98} \phi^{0,29}}$$
[5.18]

dove β è in cm⁻¹ e k in Darcy.

Sospettando che la tortuosità possa influenzare il coefficiente di flusso non-Darcy ed utilizzando due diversi metodi per elaborare i dati ottenuti da misure sperimentali su campioni di calcari e arenarie Coles e Hartman (1998), proposero le due seguenti equazioni:

$$\beta = \frac{1,07 \cdot 10^{12} \cdot \phi^{0,449}}{k^{1,88}}$$
[5.19]

$$\beta = \frac{2,49 \cdot 10^{11} \phi^{0.537}}{k^{1.79}}$$
[5.20]

in cui il coefficiente di turbolenza β è espresso in ft⁻¹ e la permeabilità k in md.

Confrontando le equazioni [5.19] e [5.20] con altre correlazioni sviluppate da altri ricercatori, si nota che la porosità è considerata direttamente proporzionale a β , mentre di solito il legame è di proporzionalità inversa.

Cooper e altri (1999), condussero degli studi su mezzi anisotropi avvalendosi di modelli microscopici.

Ritenendo che la tortuosità possa influenzare il coefficiente di turbolenza giunsero alla seguente correlazione:

$$\beta = \frac{10^{-3,25} \tau^{1,943}}{k^{1,023}}$$
[5.21]

dove β è espresso in cm⁻¹ e k in cm².

Li e altri (2001), incorporarono l'effetto non-Darcy nella simulazione di un giacimento iniettando azoto a diverse velocità e in diverse direzioni in un disco sottile di arenaria di 3 pollici di diametro e 3/8 di pollice di spessore e trovarono la seguente relazione:

$$\beta = \frac{11500}{k\phi}$$
[5.22]

in cui k e in d e β in cm⁻¹.

5.3 Correlazioni empiriche per flusso multifase

In aggiunta all'equazione [5.14], valida per un flusso monofasico, Geertsma (1974), propose anche una correlazione del coefficiente di moto turbolento β per un sistema bifasico.

Egli sosteneva che, in un sistema bifasico, la permeabilità nella sua equazione per flussi monofase dovesse essere sostituita con la permeabilità effettiva al gas rispetto a una certa saturazione di acqua, mentre la porosità dovesse essere sostituita dalla frazione di vuoti occupata dal gas.

Basandosi su tali affermazioni pervenne alla seguente equazione:

$$\beta = \frac{0,005}{k^{0.5}\phi^{5.5}} \frac{1}{(1 - S_{wr})^{5.5} k_{rel}^{0.5}}$$
[5.23]

dove S_{wr} è la saturazione di acqua irriducibile e k_{rel} , è la permeabilità relativa al gas. Le unità di misura sono le medesime di prima.

Da quest'ultima equazione si deduce chiaramente che la presenza di acqua aumenta il coefficiente di non-Darcy.

Questa tendenza è stata rilevata da molti studiosi come Wong (1970), Evans e altri (1987), Grigg e Hwang (1998), Coles e Hartman (1998).

Basandosi su esperimenti e studi analitici, Kutasov (1993) trovò un'equazione per stimare β in entrambe le situazioni: con acqua mobile e irriducibile.

La relazione è la seguente:

$$\beta = \frac{1432.6}{k_g^{0.5} [\phi(1 - S_w)]}$$
[5.24]

dove β è in cm⁻¹, k_g è la permeabilità effettiva al gas in Darcy e S_w è la saturazione di acqua.

Basandosi su una serie di esperimenti da loro condotti e su dati di Cornell e Katz (1953), Geertsma (1974), e Evans e altri (1988), ed utilizzando due diversi metodi di regressione lineare, Frederick e Graves (1994), ottennero le seguenti relazioni:

$$\beta = \frac{2.11 \times 10^{10}}{k_g^{1.55} [\phi(1 - S_w)]}$$
[5.25]

$$\beta = \frac{1}{\left[\phi(1 - S_w)\right]^2} e^{45 - \sqrt{407 + 81 \ln \frac{k_g}{\phi(1 - S_w)}}}$$
[5.26]

in cui β è espressa in ft⁻¹ e la permeabilità effettiva k_g in md.

Nonostante le due equazioni precedenti siano state ottenute all'interno di un sistema con saturazione immobile del liquido, Frederick e Garves hanno trovato che può essere utilizzata anche per sistemi a saturazione mobile.

Dopo aver condotto degli esperimenti con azoto e paraffina, Coles e Hartman (1998) trovarono che β aumenta proporzionalmente alla saturazione di paraffina: se tale saturazione è inferiore a 0,2 allora:

$$\beta = \beta_{drv} e^{6,265S_p}$$
[5.27]

dove β_{dry} è il coefficiente non-Darcy per il corrispondente sistema monofasico e S_p è la saturazione di paraffina.

5.4 Considerazioni sulle correlazioni

Dalle varie espressioni del coefficiente di flusso non-Darcy β , ottenute sia per via teorica che sperimentale, si può facilmente notare come esse siano molto differenti l'una dalle altre.

Si supponga che le tali correlazioni teoriche siano sostanzialmente corrette e che vi sia un campione di roccia con una geometria dei pori riconducibile ad un modello a capillari paralleli.

Se si conducono degli esperimenti a diverso regime di flusso su tale campione e la direzione del flusso del fluido è parallela a quella dei capillari, si otterranno dei risultati simili all'equazione [5.9].



Figura 5.3. Correlazione fra coefficiente di flusso non-Darcy e permeabilità (Chierici 2004).



Figura 5.4. Correlazione fra coefficiente flusso non-Darcy e permeabilità per mezzi porosi consolidati e non consolidati (Lombard, Longeron, Kalaydjian 1999).

Se si conducono degli esperimenti a regime di flusso multivariato sempre sul medesimo campione ma la direzione del flusso del fluido, in questo secondo caso, è perpendicolare a quella dei capillari allora si otterranno dei risultati simili all'equazione [5.10].

Dalle considerazioni appena fatte, si può dedurre che la diversità fra le varie espressioni del coefficiente di flusso non-Darcy β è dovuta alla particolare disposizione dei capillari in relazione alla direzione del flusso del fluido: questa osservazione costituisce solamente uno dei motivi per cui variano le espressioni di β .

Una seconda motivazione è data dal fatto che tali espressioni sono state ricavate in funzione di un diverso numero di parametri: permeabilità, porosità e tortuosità sono le tre principali grandezze in gioco e sono generalmente correlate una all'altra.

Una correlazione generale che concorda con diversi lavori precedenti è la seguente:

$$\beta = \frac{c_1 \tau}{K^{c_2} \phi^{c_3}}$$
[5.28]

in cui $c_1, c_2 \in c_3$, sono costanti per una formazione specifica. L'equazione di Carman-Kozeny (Engler, 2001) è data da:

$$K = \frac{\phi}{(k_z \tau) S_{pv}^2}$$
 [5.29]

in cui k_z è la costante di Kozeny e il coefficiente S_{pv} l'area della superficie interna dei pori per unità di volume.

Se utilizziamo i valori medi delle proprietà delle formazioni S_{pv} può essere trattato come un valore costante e allora si ottiene:

$$K = \frac{c_4 \phi}{\tau}$$
 [5.30]

101

in c_4 è un valore costante per una certa formazione.

Combinando l'equazione [3.40] con la [3.38] si ottiene:

$$\beta = \frac{c_1 c_4}{K^{1+c_2} \phi^{c_3-2}}$$
[5.31]

Si può facilmente notare come l'esponente della permeabilità nell'equazione [5.28] sia molto diverso dalla sua controparte nell'equazione [5.31]. Ad una conclusione del tutto simile alla precedente si può giungere per quanto riguarda gli esponenti della porosità.

La terza ragione che porta a diverse correlazioni empiriche deriva dalla differenza litologica.

Benché i coefficienti c_1 , c_2 , c_3 e c_4 siano costanti per una formazione specifica, per un'altra formazione, tali coefficienti avranno valori costanti ma differenti dai precedenti.

Basandosi su quanto finora affermato, si può concludere che per ottenere una correlazione del coefficiente di flusso non-Darcy si deve:

- determinare la litologia della formazione per esempio comparando le misure del neutron log e del density log.
- determinare quali parametri sono conosciuti o possono essere ricavati; se permeabilità, porosità e tortuosità sono note allora si utilizzeranno le correlazioni che contengono tutti questi parametri, in caso contrariasi impiegheranno correlazioni con meno parametri;
- determinare la geometria del poro della formazione e la disposizione relativa rispetto alla direzione del flusso. Se la direzione del flusso è parallela alla direzione dominante dei canali nel poro, si può usare la correlazione [5.31] che è simile a quella teorica [5.9]. Se la direzione del flusso è perpendicolare alla direzione dominante dei canali nel poro, si può usare la correlazione [5.28] che è simile a quella teorica [5.10]. Se la

direzione del flusso non è né parallela né perpendicolare, occorre prendere alcune decisioni nel trovare una buona correlazione.

Capitolo 6 Sperimentazioni ed elaborazione dei dati

Sono state condotte sperimentazioni, mediante le strumentazioni presenti nei laboratori del DICMA, su campioni consolidati e non consolidati al fine di ottenere informazioni e considerazioni da integrare con quelle reperite in letteratura a proposito del flusso non-Darcy in modo da poter pervenire ad una migliore comprensione del fenomeno.

6.1 Sperimentazioni

6.1.1 Materiali

La scelta dei materiali è ricaduta su arenarie, per quanto riguarda i consolidati, mentre per i sedimenti sciolti sono state scelte delle sfere di vetro (sistema modello) e una sabbia naturale.

6.1.1.1 Materiali consolidati

Abbiamo impiegato per le misurazioni carote di arenaria aventi diametro pari a 2 cm e 2,5 cm e con una lunghezza compresa fra 2,5 e 3,5 cm.



Figura 6.1. Alcuni dei campioni consolidati impiegati nelle misure di laboratorio aventi diametro 2,5cm.

Le dimensioni delle carote sono state imposte dalla configurazione della cella del permeametro ad azoto il quale oltre questi valori di lunghezza del campione non è in grado di garantire una pressione laterale idonea.

6.1.1.2 Materiali non consolidati

I campioni non consolidati sono costituiti da sfere di vetro e sabbia naturale.



Figura 6.2. Sfere di vetro impiegate nelle sperimentazioni.

È stata eseguita l'analisi granulometrica per la sabbia oggetto di studio e sono state ricavate le seguenti sette classi granulometriche contigue:

- 150-212 μm;
- 212-300 μm;
- 300-354 μm;
- 354-420 μm;
- 420-500 μm;
- 500-595 μm;
- 595-707 μm.
| | Peso (g) | % classe |
|----------------|----------|----------|
| Classe 595-707 | 195,2 | 0,13 |
| Classe 500-595 | 227,8 | 0,15 |
| Classe 420-500 | 208 | 0,14 |
| Classe 354-420 | 221,4 | 0,14 |
| Classe 300-354 | 199,2 | 0,13 |
| Classe 212-300 | 327,2 | 0,21 |
| Classe 150-212 | 159,2 | 0,10 |
| Totale | 1538 | 1 |

Tabella 6.1. Analisi granulometrica della sabbia naturale oggetto di studio.



Sono state condotte sperimentazioni su tutte le classi granulometriche sia di sfere, sia di sabbia, su 4 campioni di sabbia costituiti in egual misura dalle classi 212-300 e 595-707 ed infine su un campione di sabbia iniziale.

6.1.2 Apparato sperimentale e metodo

Descriviamo brevemente la preparazione dei campioni e l'apparato sperimentale, utilizzato per le nostre misure, focalizzandoci sulla differenza della procedura sperimentale fra consolidati e non consolidati.

6.1.2.1 Preparazione dei campioni

I campioni consolidati sono stati ricavati da rocce mediante carotaggio e avvolte in teflon per garantire un miglior confinamento nella cella del permeametro ad azoto. In questa fase vengono determinati sia il peso secco che le dimensioni del campione stesso.

Per quanto riguarda i campioni non consolidati, essi sono stati collocati nella cella porta-campione del permeametro a liquido e sono stati compattati in modo tale da garantire la maggior omogeneità possibile del campione utilizzato.

Anche per quanto riguarda i campioni non consolidati vengono determinati sia il peso secco, sia le dimensioni del campione stesso misurando la lunghezza del campione e conoscendo il diametro interno del tubo di PVC.

Entrambe le tipologie di campioni sono state sottoposte a essiccazione mediante stufa in modo tale da eliminare l'umidità eventualmente presente.



Figura 6.4. Cella porta-campione per materiale non consolidato.

6.1.2.2 Permeametro ad azoto

Il permeametro ad azoto è costituito essenzialmente dai seguenti componenti:

- riduttore di pressione
- misuratore di portata
- cella porta-campione

Al fine di poter misurare flussi di più grande entità rispetto a quelli necessari per determinare la permeabilità al liquido sfruttando l'effetto Klinkenberg, è stato sostituito uno dei due misuratori di portata (0-500 sccm) con uno avente un campo di misura notevolmente più ampio (0-20000 sccm).

Il misuratore di portata misura la portata in ingresso impiegando una resistenza elettrica. Tale resistenza viene mantenuta ad una temperatura costante da un circuito che fornisce la quantità di energia necessaria. A partire da tale valore, mediante un algoritmo, l'unità di controllo fornisce i valori di portata.

Al fine di verificare i valori forniti dall'unita di controllo, sono state eseguite delle misure di flusso con rotametri di tipo meccanico: le misure così ottenute hanno fornito valori pressoché identici.

Per quanto riguarda i campioni consolidati, la cella era già in dotazione allo strumento. Essa è costituita da un corpo cilindrico al cui interno è presente una guaina che, sotto l'azione di aria compressa, avvolge la carota garantendone il confinamento (figura 6.5).

Per quanto riguarda i campioni non consolidati, è stata impiegata la cella del permeametro a carico costante. Essa è costituita essenzialmente da un condotto in PVC trasparente, da due tappi in bronzo (avvolti in teflon per migliorarne la tenuta) e dai filtri che dovevano prevenire la fuoriuscita del materiale sciolto dal porta-campione. Inoltre, è presente un morsetto che garantisce un miglior compattamento del materiale all'interno della cella (figura 6.6).

La prova a gas è stata eseguita flussando azoto attraverso i campioni, impostando la pressione di flussaggio mediante il riduttore di pressione e rilevando la portata associata a tale valore. Tali misure sono state eseguite per determinare il coefficiente di flusso non-Darcy e la permeabilità al liquido ricavata per regressione lineare dall'equazione di Forchheimer.



Figura 6.5. Permeametro ad azoto configurato per campioni consolidati.



Figura 6.6. Permeametro ad azoto configurato per campioni non consolidati.

6.1.2.3 Permeametro a carico costante

Solamente per i campioni non consolidati è stata eseguita la prova a liquido.

A tal fine, è stato impiegato il permeametro a carico costante presente in laboratorio (figura 6.7).

Tale permeametro è costituito dai seguenti componenti:

- bottiglia di Mariotte,
- piezometri,
- cella porta-campione.

La bottiglia di Mariotte funge da alimentazione del liquido e fornisce il carico costante. I piezometri collegati alla cella forniscono i valori del carico in ingresso e in uscita del campione.

Prima di procedere con le misure di flusso attraverso il campione occorre prima saturarlo: a tal fine viene creato il vuoto all'interno del campione mediante l'utilizzo della pompa apposita e successivamente si procede con la saturazione. Questa fase è molto delicata, poiché un saturazione mal riuscita comporta la formazione di piccole bolle all'interno del campione stesso che rendono le misure eseguite totalmente erronee.

A questo punto si possono eseguire le misure imponendo il carico desiderato, modificando la quota dell'uscita, e pesando la quantità di acqua distillata fuoriuscita per un determinato intervallo di tempo.

In analogia a quanto affermato per il permeametro ad azoto, abbiamo compiuto delle misure di portata imponendo un carico.

Tale misure sono state eseguite per determinare il valore di permeabilità al liquido direttamente utilizzando la Legge di Darcy e poter confrontare tale valore con quello ottenuto dalla prova con il permeametro ad azoto.



Figura 6.7. Permeametro a carico costante.

6.1.2.4 Determinazione della porosità

I campioni consolidati, su cui non è stata eseguita la prova a liquido, vengono saturati in maniera analoga a quelli non consolidati. Successivamente, vengono pesati saturi. In maniera analoga si procede alla determinazione del peso saturo dei campioni non consolidati tenendo però conto di un termine correttivo dovuto alla presenza di acqua compresa fra le valvole e il campione stesso.

Ricaviamo così la porosità per differenza fra peso saturo e peso secco.

6.2 Elaborazione dati

6.2.1 Elaborazione dati sperimentali

Descriviamo brevemente come sono stati elaborati i risultati sperimentali ottenuti dalle sperimentazioni condotte.

Per quanto riguarda la prova a gas abbiamo cercato di visualizzare il cambiamento di regime di flusso esprimendo il gradiente di pressione per unità di lunghezza del campione in funzione della portata in massa. Per quanto riguarda i campioni consolidati abbiamo ottenuto dei valori assolutamente errati. Le cause imputabili sono state attribuite in un primo momento ad un cattivo confinamento del campione. Ciò tuttavia è stato confutato dopo aver impiegato alcuni campioni a cui era stata applicata una camicia metallica. La causa più probabile di tale comportamento va probabilmente ricercata nell'utilizzo di pressioni di flussaggio notevolmente maggiori di quelle che abbiamo potuto impiegare ($\Delta p_{max} = 5bar$) e in un aumento delle dimensioni delle carote.



Figura 6.8. Variazione di pressione per unità di lunghezza del campione in funzione della portata in massa per il campione consolidato 1V.

In figura 6.8 abbiamo riportato il grafico del campione consolidato 1V: l'andamento di tale grafico è anomalo. Nel caso di moto laminare dovrebbe essere una retta, nel caso di moto non-Darcy dovrebbe avere un andamento con la concavità opposta.

Tali risultati si sono riscontrati per tutti i campioni utilizzati in forma più o meno accentuata. Alla luce di ciò si è deciso di non proseguire con le sperimentazioni sui materiali consolidati.

Abbiamo ottenuto dei risultati decisamente più confortanti per quanto riguarda i campioni non consolidati: in figura 6.9 abbiamo riportato il grafico analogo a quello precedente ma per il campione non consolidato sfere 150-212 μm.

Tale grafico corrisponde all'andamento previsto dalla letteratura.



Figura 6.9. Cambiamento di regime di flusso per il campione sfere 150-212.

Lo scostamento dall'andamento lineare sta ad indicare una variazione del regime di flusso.

Successivamente, è stato determinato il coefficiente di flusso non-Darcy e la permeabilità dei campioni ricorrendo all'integrazione dell'equazione di Forchheimer valida per il moto gassoso:

$$\frac{\left(\mathbf{p}_{1}^{2}-\mathbf{p}_{0}^{2}\right)}{2c\,\overline{z}\,\overline{\mu}\,G\,L} = \frac{1}{k} + \beta\frac{G}{\overline{\mu}}$$
[6.1]

dove c = RT/M, con R costante dei gas $(8,314\cdot10^7 \text{ gcm}^2\text{s}^{-2}\text{mol}^{-1}\text{K}^{-1})$, T temperatura assoluta alla quale si è svolto l'esperimento, M la massa molecolare dell'azoto pari a 28g, \overline{z} il fattore di comprimibilità dei gas alla pressione $p_m = (p_1+p_0)/2$, $\overline{\mu}$ la viscosità del gas alla pressione $p_m = (p_1+p_0)/2$, p_1 e p_0 le pressioni del gas all'ingresso e all'uscita del campione, misurate dallo strumento, L la lunghezza del campione, G portata in massa per unità di superficie della sezione alla pressione p_m .

Dal momento che la viscosità e il fattore di comprimibilità, per i valori di pressione utilizzati sono pressoché costanti, abbiamo adottato i valori $\overline{\mu} = 0,000176 \text{ gcm}^{-1}\text{s}^{-1}$ e $\overline{Z} = 1$.

Esprimendo la quantità a primo membro dell'equazione [6.1] in funzione del secondo termine a secondo membro possiamo determinare i valori del coefficiente di flusso β come coefficiente angolare e la permeabilità dell'intercetta 1/k.

Per semplicità esporremo solo i risultati del campione sfere 150-212 μ m, ma considerazioni analoghe possono essere fatte per tutti i campioni oggetto di studio.

Negli allegati vengono riportati i valori delle misure relativi a tutti i campioni.

In figura 6.10 abbiamo riportato il grafico dell'equazione [6.1] per il campione sfere 150-212 μ m: utilizzando la retta di regressione otteniamo il coefficiente di flusso non-Darcy e l'inverso della permeabilità. Per valori di G/ μ pari a 120 cm⁻¹ si ha una diminuzione della pendenza della retta. Tale comportamento è già stato riscontrato da Milton-Tayler (1993) e interpretato come un moto inerziale incompleto. Tale comportamento secondo l'autore potrebbe avere due spiegazioni. La prima si riferisce a campioni non consolidati aventi granulometria ristretta: tale caratteristica dovrebbe amplificare il passaggio dal regime laminare a quello non-Darcy dovuto alla simultaneità del fenomeno. La seconda spiegazione riguarda i campioni consolidati a granulometria dispersa. Si può ipotizzare che si sviluppino dei vortici nei pori più grandi : non appena il flusso inerziale si sviluppa attraverso il mezzo poroso il coefficiente β tende a diminuire.



Figura 6.10. Determinazione del coefficiente di flusso e della permeabilità per il campione sfere 150-212 μ m.



Figura 6.11. Cambiamento del coefficiente di flusso e della permeabilità per il campione sfere 150-212 μ m dovuto ad un regime di transizione.

Per evitare di includere nelle nostre estrapolazioni misure appartenenti ad un regime transitorio abbiamo proceduto in maniera analoga a quanto fatto finora escludendo però tali punti per determinare il coefficiente di flusso non-Darcy.

Al fine di distinguere i due valori del coefficiente di flusso non-Darcy chiameremo d'ora in poi il valore determinato dai punti sperimentali per valori inferiori di G/μ β_2 , mentre chiameremo β_1 il valore del coefficiente di flusso determinato dai punti aventi G/μ maggiori.

Abbiamo cercato di determinare la permeabilità effettiva sfruttando l'effetto Klinkenberg.

In Figura 6.12 abbiamo riportato tale grafico per il campione sfere 150-212 μ m. L'andamento anomalo di tale grafico è senz'altro imputabile ai bassi valori di pressione utilizzati: in queste condizioni il fattore di Klinkenberg b non è più costante ma aumenta al diminuire della pressione.





Una volta determinato il coefficiente di flusso sono stati calcolati i valori dei numeri di Reynolds e il numero di Forchheimer per ogni campione che indicano il passaggio da moto laminare a moto non-Darcy. Tali numeri, come abbiamo già avuto modo di riferire, sono impiegati tuttora per individuare la transizione dal regime di moto laminare a quello non-Darcy che avviene per i cosiddetti valori critici. Tali valori sono stati determinati dai grafici in primo luogo e poi sfruttando il concetto di effetto non-Darcy come riportato da Zeng e Grigg (2006). Per quanto riguarda la prova a liquido, abbiamo sottoposto i campioni a misure di flusso laminare per ottenere il valore della permeabilità effettiva in maniera diretta, e poterlo confrontare con quello ottenuto dalla prova a gas, applicando la legge di Darcy.

In figura 6.14 abbiamo riportato il grafico di $\Delta p/L$ in funzione di μv : la pendenza della retta di regressione ci fornisce il reciproco della permeabilità effettiva.

Si può notare come il valore della permeabilità effettiva sia maggiore di quella ottenuta con la prova a gas: tale discrepanza tende ad aumentare con la granulometria del materiale non consolidato.

Dal momento che in letteratura sono stati impiegati i valori di permeabilità ottenuti per regressione lineare abbiamo deciso di considerare il valore ottenuto precedentemente.



Figura 6.13. Andamento del Numero di Reynolds per il campione sfere 150-212 µm.



Figura 6.14. Andamento del numero di Forchheimer per il campione sfere 150-212 μ m.



Figura 6.15. Permeabilità effettiva da prova a liquido per il campione sfere 150-212 μ m.

Riportiamo in tabella 6.2 i valori del coefficiente di flusso non-Darcy della
permeabilità intrinseca ottenuta con le due prove sperimentali ed infine la porosità
per tutti i campioni non consolidati oggetto di studio.

Complete Q(com)	$0 (am^{-1})$	$k (cm^2)$	$k (cm^2)$	æ
Campione Ø(µm)	prova g		prova liquido	Ψ
Sfere 150-212	2,60 E+04	1,29 E-07	1,75 E-07	0,41
Sfere 212-300	3,14 E+04	1,78 E-07	3,34 E-07	0,39
Sfere 300-354	2,89 E+04	2,36 E-07	6,08 E-07	0,40
Sfere 354-420	3,10 E+04	2,50 E-07	6,79 E-07	0,41
Sfere 420-500	3,55 E+04	2,37 E-07	8,37 E-07	0,39
Sfere 500-595	3,30 E+04	2,81 E-07	6,90 E-07	0,37
Sfere 595-700	3,26 E+04	2,75 E-07	1,06 E-06	0,37
Sabbia 150-212	2,80 E+04	1,02 E-07	1,36 E-07	0,43
Sabbia 212-300	3,15 E+04	1,60 E-07	2,82 E-07	0,43
Sabbia 300-354	3,25 E+04	1,96 E-07	2,48 E-07	0,40
Sabbia 354-420	3,18 E+04	2,36 E-07	4,73 E-07	0,43
Sabbia 420-500	3,13 E+04	2,21 E-07	6,83 E-07	0,44
Sabbia 500-595	3,35 E+04	2,61 E-07	8,62 E-07	0,45
Sabbia 595-707	3,44 E+04	2,70 E-07	8,90 E-07	0,41
Sabbia 595-707	3 40 E+04	1 82 E 07	3 67 E 07	0.41
e 212-300 I	5,40 E+04	1,02 L-07	5,07 E-07	0,41
Sabbia 595-707	3 42 E+04	1 96 E-07	4 42 E-07	0.45
e 212-300 II	J,42 L+04	1,70 E-07	4,42 L-07	0,43
Sabbia 595-707	3 / 3 E+0/	1 83 E-07	3.87E-07	0.41
212-300 III	5,45 E+04	1,05 L-07	5,071-07	0,41
Sabbia 595-707	3 56 E+04	1 93 E-07	2 84 E-07	0.39
212-300 IV	5,50 E+04	1,75 E-07	2,04 L-07	0,37
Sabbia analisi	3 25 F+04	1 79 F-07	2 26 F-07	0.42
granulometrica	5,25 L VT 1,77 L-07		2,20 L-07	0,72

Tabella 6.2. Tabella riassuntiva dei risultati conseguiti da prove sperimentali.

Come possiamo notare i valori del coefficiente di flusso misurati sui campioni di sfere sono risultati minori di quelli dei corrispettivi campioni di sabbia. Inoltre possiamo notare come la porosità dei campioni di sfere sia inferiore a quella dei corrispettivi campioni di sabbia. Tale comportamento può essere spiegato dall'irregolarità dei grani di sabbia e dalla loro scabrezza.

Poniamo attenzione sul fatto di aver conseguito valori di permeabilità mediante le due prove con risultati a volte quasi coincidenti come per i campioni a bassa granulometria e i campioni costituiti da più classi, mentre per i campioni a granulometria più alta otteniamo dei valori che differiscono anche per un ordine di grandezza.



Figura 6.16. Confronto fra i due valori di permeabilità effettiva conseguiti con le due prove.

Per quanto riguarda le correlazioni fra il coefficiente di flusso non-Darcy e le altre caratteristiche del mezzo poroso, non abbiamo riscontrato alcuna correlazione con la porosità (figura 6.17)e la permeabilità (figura 6.18).



Figura 6.17. Correlazione fra coefficiente di flusso non-Darcy e porosità.



Figura 6.18. Correlazione fra coefficiente di flusso non-Darcy e permeabilità.

Per quanto riguarda la correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la tortuosità abbiamo ottenuto invece un buon grado di correlazione e tale correlazione è risultata coerente con quanto riportato in letteratura (figura 6.19).

Per quanto riguarda il calcolo della tortuosità, è stata impiegata la correlazione empirica di Salem e Chilingarian (2000) [1.22], prendendo come fattore numerico il valore intermedio 0,35.



Figura 6.19. Correlazione fra coefficiente di flusso non-Darcy e tortuosità.

6.2.2 Criteri per determinare l'insorgere del flusso non-Darcy

Riportiamo in tabella 6.3 i valori del numero di Reynolds critico, del numero di Forchheimer critico e delle effetto non-Darcy e della velocità critica per tutti i campioni non consolidati oggetto di studio.

Campione Ø (µm)	Re _c	Foc	Ec	$v_c (cms^{-1})$	
Sfere 150-212	0,97	0,18	0,16	7,87	
Sfere 212-300	1,41	0,31	0,25	8,12	
Sfere 300-354	1,85	0,39	0,30	8,36	
Sfere 354-420	2,27	0,45	0,33	8,66	
Sfere 420-500	2,74	0,50	0,35	8,78	
Sfere 500-595	3,40	0,58	0,39	9,17	
Sfere 595-700	4,02	0,55	0,38	9,11	
Sabbia 150-212	1,16	0,22	0,13	9,39	
Sabbia 212-300	1,68	0,33	0,26	9,53	
Sabbia 300-354	1,93	0,38	0,29	8,69	
Sabbia 354-420	2,47	0,48	0,34	8,38	
Sabbia 420-500	2,94	0,44	0,33	9,41	
Sabbia 500-595	3,29	0,53	0,36	8,87	
Sabbia 595-707	3,95	0,56	0,38	8,96	
Sabbia 595-707	2 89	0 39	0.29	9 33	
212-300 I	2,07	0,07	0,27		
Sabbia 595-707	2,77	0,41	0,31	8,96	
212-300 II	- ,	~ ,	* 7-	- ,	
Sabbia 595-707	2,96	0,41	0,30	9,53	
212-300 III			· ·	,	
Sabbia 595-707	2,70	0,41	0,30	8,73	
212-300 IV				-	
Sabbia analisi	1,27	0,37	0,28	9,23	
granulometrica					

Tabella 6.3. Valori critici del numero di Reynolds, del numero di Forchheimer e dell'effetto non-Darcy e della velocità critica per i campioni oggetto di studio.

Dalla tabella 6.3 possiamo osservare come i numeri di Reynolds critici siano compresi fra 1 e 4, mentre i numeri di Forchheimer critici siano compresi fra 0,18 e 0,58. Comparando tali valori con quelli desunti dalla letteratura possiamo asserire che il numero di Reynolds critico sia compreso fra 1 e 100 mentre per quanto riguarda il numero di Forchheimer critico abbiamo riscontrato l'intervallo più ristretto compreso fra i valori 0,005 e 0,2 ma riferito a campioni consolidati.

Zeng e Grigg (2006) consigliano un valore del numero di Forchheimer critico pari a 0,11 che corrisponde ad un valore di effetto non-Darcy pari a 0,10.

Come possiamo notare dalla tabella tali valori sono stati superati dalle nostre prove sperimentali, tuttavia Zeng e Grigg hanno compiuto sperimentazioni su campioni consolidati. Possiamo concludere che un numero critico di Forchheimer valido per i campioni oggetto di studio è pari a 0,4 che corrisponde ad un effetto non-Darcy pari a circa il 30%. Come asserito dagli autori il numero di Forchheimer è preferibile al numero di Reynolds come criterio per stabilire il cambiamento di regime di flusso.



Figura 6.20. Valori critici del numero di Reynolds per i campioni oggetto di studio.



Figura 6.21. Valori critici del numero di Forchheimer i campioni oggetto di studio.



Figura 6.22. Effetto non Darcy critico per i campioni oggetto di studio.

6.2.3 Regime di flusso transitorio

Infine riportiamo in tabella 6.4 il rapporto β_2/β_1 relativo al flusso transitorio per i campioni oggetto di studio.

Milton-Tayler (1993), basandosi sui dati sperimentali, pervenne alla conclusione che il regime transitorio fosse causato da cambiamenti nel modello di flusso intorno ai grani poiché il rapporto β_2/β_1 era maggiore per i campioni caratterizzati da una granulometria ristretta.

I nostri dati sperimentali non confermano tale conclusione.

Campione Ø (µm)	β_2/β_1
Sfere 150-212	1,25
Sfere 212-300	1,18
Sfere 300-354	1,19
Sfere 354-420	1,16
Sfere 420-500	1,14
Sfere 500-595	1,20
Sfere 595-700	1,14
Sabbia 150-212	1,18
Sabbia 212-300	1,14
Sabbia 300-354	1,19
Sabbia 354-420	1,15
Sabbia 420-500	1,17
Sabbia 500-595	1,16
Sabbia 595-707	1,16
Sabbia 595-707 212-300 I	1,22
Sabbia 595-707 212-300 II	1,25
Sabbia 595-707 212-300 III	1,30
Sabbia 595-707 212-300 IV	1,20
Sabbia analisi granulometrica	1,22

Tabella 6.4. Rapporto β_2/β_1 per i campioni oggetto di studio.

6.2.4 Correlazioni empiriche

Una delle finalità di questo studio sul flusso non-Darcy è quello di individuare la correlazione più appropriata che permetta di ricavare il fattore β in funzione delle caratteristiche fisiche del mezzo poroso.

I dati che abbiamo raccolto sperimentalmente non sono sufficientemente correlati da poter fornire una descrizione esaustiva delle relazioni esistenti fra le varie proprietà delle mezzo poroso. La mancanza di dati per i materiali consolidati ha reso necessario integrare i nostri dati con altri desunti dalla letteratura scientifica per effettuare uno studio congiunto con i dati ottenuti dalle prove sperimentali. Tali dati sono stati reperiti dai lavori dei seguenti autori: Geertsma (1974), Firoozabadi e Katz (1979), Noman e Archer (1987), Lombard, Longeron e Kalaydjian (1999).

	Φ	$k (cm^2)$	β (cm ⁻¹)
Geertsma	0,39	1,32 E-07	2,03 E+03
(non consolidati)	0,34	2,95 E-07	1,71 E+03
	0,39	3,28 E-07	1,35 E+03
	0,36	6,67 E-07	1,00 E+03
	0,36	1,04 E-06	7,60 E+02
Geertsma	0,37	4,15 E-07	1,42 E+03
(polvere di ferro)	0,31	1,81 E-07	2,72 E+03
Geertsma	0,23	1,55 E-09	8,47 E+05
(consolidati)	0,22	3,38 E-09	3,64 E+05
	0,24	1,02 E-08	2,12 E+05
	0,21	1,51 E-08	8,10 E+04
	0,2	1,05 E-08	1,30 E+05
	0,23	1,92 E-09	3,65 E+05
	0,22	1,90 E-09	5,33 E+05
	0,07	8,33 E-11	3,25 E+08
	0,11	6,45 E-12	5,00 E+08

Fireezahadi e Veta	0.27	2 06 E 09	1.04 E ± 05
Firoozadadi e Katz	0,27	2,06 E-08	1,04 E+05
(consolidati)	0,27	1,14 E-08	2,39 E+05
	0,24	6,06 E-09	5,22 E+05
	0,20	1,76 E-09	1,62 E+06
	0,20	2,448 E-09	1,29 E+05
	0,23	8,00 E-09	2,40 E+06
	0,21	1,22 E-08	1,46 E+05
	0,22	6,22 E-10	3,44 E+06
	0,18	1,58 E-10	7,35 E+07
	0,25	1,03 E-08	1,13 E+05
	0,21	1,15 E-09	3,84 E+06
	0,14	3,95 E-10	1,17 E+07
	0,15	2,37 E-09	3,08 E+06
	0,25	6,56 E-09	4,07 E+05
Noman e Archer	0,12	6,32 E-13	1,39 E+12
(consolidati)	0,11	1,01 E-12	5,70 E+11
	0,10	4,54 E-12	2,83 E+10
	0,11	5,08 E-12	2,38 E+10
	0,21	3,26 E-10	1,70 E+07
	0,20	1,50 E-10	3,83 E+07
	0,21	1,04 E-10	6,59 E+07
	0,24	1,28 E-10	3,54 E+07
	0,25	3,21 E-10	8,62 E+06
	0,20	2,803 E-10	2,08 E+07
	0,19	2,053 E-10	2,67 E+07
	0,10	1,58 E-12	3,90 E+10
	0,10	1,67 E-12	1,34 E+10
	0,09	1,67 E-12	3,24 E+10
	0,10	1,09 E-12	1,01 E+11
	0,13	1,38 E-12	8,1 E+10
	0,12	4,93 E-13	3,34 E+11
	1	1	

	0,09	2,07 E-12	1,21 E+11
	0,12	2,18 E-11	5,67 E+08
	0,16	1,68 E-10	6,63 E+07
	0,15	5,82 E-11	2,42 E+08
	0,06	1,38 E-12	2,6 E+11
	0,01	2,27 E-12	3,7 E+10
	0,15	9,82 E-10	2,51 E+07
	0,07	4,05 E-12	2,63 E+10
	0,07	4,05 E-13	1,02E+12
	0,11	2,56 E-12	3,74 E+10
	0,21	5,82 E-10	1,20 E+07
	0,14	2,07 E-11	3,80 E+08
	0,10	5,13 E-12	4,06 E+09
	0,08	3,75 E-13	2,98 E+12
	0,10	6,91 E-12	4,06 E+09
	0,01	3,98 E-11	3,24 E+08
	0,20	8,29 E-10	3,89 E+06
	0,13	1,22 E-11	1,93 E+09
	0,20	6,51 E-10	5,70 E+06
	0,21	2,03 E-09	1,16 E+06
	0,11	1,16 E-11	1,62 E+10
Lombard e altri	0,22	1,67 E-09	1,30 E+06
(consolidati)	0,16	2,76 E-10	1,10 E+07
Lombard e altri (non	0,38	2,40 E-08	4,50 E+03
consolidati)	0,36	2,67 E-08	4,00 E+03
Laboratorio	0,41	1,29 E-07	2,60 E+04
DICMA(non consolidati)	0,39	1,77 E-07	3,14 E+04
	0,40	2,36 E-07	2,89 E+04
	0,41	2,50 E-07	3,10 E+04
	0,39	2,37 E-07	3,55 E+04
	0,37	2,81 E-07	3,30 E+04

0,37	2,75 E-07	3,26 E+04
0,43	1,02 E-07	2,80 E+04
0,43	1,60 E-07	3,15 E+04
0,40	1,96 E-07	3,25 E+04
0,43	2,35 E-07	3,18 E+04
0,44	2,21 E-07	3,13 E+04
0,45	2,60 E-07	3,35 E+04
0,41	2,70 E-07	3,44 E+04
0,41	1,81 E-07	3,40 E+04
0,45	1,95 E-07	3,42 E+04
0,41	1,82 E-07	3,43 E+04
0,39	1,93 E-07	3,56 E+04
0,42	1,79 E-07	3,25 E+04

Tabella 6.5. Dati impiegati per la determinazione delle correlazioni empiriche.

In figura 6.23 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la permeabilità.

La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log \beta = -1,2955 \cdot \log k - 4,7447$$
 [6.2]

Da cui otteniamo:

$$\beta = 10^{-4,7447} \cdot \mathbf{k}^{-1,2955}$$
 [6.3]

Ne consegue quindi che la correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la permeabilità è inversamente proporzionale.



Figura 6.23. Correlazione fra il coefficiente di flusso e la permeabilità.

In seguito sono state osservate le correlazioni che intercorrono tra il coefficiente β e la porosità ed il raggio dei pori.

In figura 6.21 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la porosità. La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log\beta = -9,9881 \cdot \log\phi - 0,0444$$
 [6.4]

La relazione tra k e β diventa quindi:

$$\beta = 10^{-0.0444} \cdot \phi^{-9.9881}$$
[6.5]

Anche in questo caso, ne consegue quindi che la correlazione fra il coefficiente di flusso e la porosità è inversamente proporzionale.

Lombard, Longeron e Kalaydjian (1999), hanno riportato la seguente correlazione empirica fra il raggio del poro e porosità e permeabilità:

$$\mathbf{r}^* = \left(\frac{8\mathbf{k}}{\mathbf{\phi}}\right)^{0.5}$$
 [6.6]

In figura 6.24 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e il raggio del poro. La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log\beta = -2,9709 \cdot \log r^* - 4,1103$$
[6.7]

La relazione tra k e β diventa quindi:

$$\beta = 10^{-4,1103} \cdot r^{*-2,9709}$$
[6.8]

Anche in questo caso, ne consegue una correlazione inversamente proporzionale tra e il coefficiente di flusso e il raggio del poro.



Figura 6.24. Correlazione fra il coefficiente di flusso e la porosità.



Figura 6.25. Correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e il raggio del poro.

Abbiamo anche impiegato correlazioni che abbiamo desunto dalla letteratura ad eccezione della seconda. La prima che abbiamo indagato è quella di Geertsma (1974), molto conosciuta e impiegata nella determinazione del coefficiente di flusso. In figura 6.26 abbiamo riportato il grafico di tale correlazione.

La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log \phi = -6,2813 \cdot \log(\beta k^{0.5}) - 1,9908$$
[6.9]

la correlazione diviene quindi:

$$\phi = 10^{-1,9908} \cdot (\beta k^{0,5})^{-6,2813}$$
[6.10]

Successivamente, abbiamo impiegato una correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la quantità $(\phi/k)^{0.5}$ che ha le stesse dimensioni del coefficiente di flusso non-Darcy. In figura 6.27 abbiamo riportato il grafico di tale correlazione.

La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log(\beta) = 2,9709 \log(\phi/k)^{0.5} - 5,4518$$
[6.11]

la correlazione diviene quindi:

$$\beta = 10^{-5,4518} \cdot \left[(\phi/k)^{0.5} \right]^{2,9709}$$
[6.12]



Figura 6.26. Correlazione fra la grandezza $\beta k^{0,5}$ e la porosità ϕ .



Figura 6.27. Correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e $(\phi/k)^{0.5}$.

Tutte le correlazioni indagate d'ora in poi sono state desunte dall'articolo di Firoozabadi e Katz (1979).

In figura 6.28 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la quantità $(k^{0,5}\phi^{1,5})$ analoga alla [5.9].

La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log\beta = -1,9336\log(k^{0.5}\phi^{1.5}) - 3,8256$$
[6.13]

La correlazione diviene quindi:

$$\beta = 10^{-3,8256} \cdot (k^{0.5} \phi^{1.5})^{-1,9336}$$
[6.14]

In figura 6.29 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la quantità $1/(k^{0.5}\phi^{5.5})$:

$$\log\beta = 1,1082 \cdot \log(1/k^{0.5}\phi^{5.5}) - 2,3277$$
[6.15]

la correlazione diviene quindi:

$$\beta = 10^{-2,3277} \cdot \left[1/(\phi^{5,5}\sqrt{k})\right]^{1,1082}$$
[6.16]

Tale correlazione può inoltre essere confrontata con quella di Geertsma [5.14], che è ritenuta valida in molti casi. Da tale confronto emerge che la correlazione di Geertsma, tende a sottostimare il coefficiente di flusso non-Darcy.



Figura 6.28. Correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e $(k^{0,5}\phi^{1,5})$.



Figura 6.29. Correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e $1/(k^{0.5}\phi^{5,5})$.

In figura 6.30 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la quantità $(k^{0.1}\phi)$.

La retta di regressione ha equazione:

$$\log\beta = -5,8581\log(k^{0.1}\phi) - 2,4488$$
[6.17]

La correlazione diviene quindi:

$$\beta = 10^{-2,4488} \cdot (\phi \cdot k^{0.1})^{-5,8581}$$
[6.18]

In figura 6.31 abbiamo riportato il grafico della correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e la quantità ($k\phi$) analoga alla [5.22].

La retta di regressione ottenuta ha equazione:

$$\log(\beta) = -1,1769\log(k\phi) - 4,5213$$
[6.19]

la correlazione diviene quindi:

$$\beta = 10^{-4,5213} \cdot (\mathbf{k} \, \phi)^{-1,1769}$$
[6.20]

Non abbiamo studiato correlazioni contenti la tortuosità in quanto i dati desunti dalla letteratura erano privi di tale grandezza. Non abbiamo ritenuto di calcolarla attraverso formule empiriche, a causa della grande eterogeneità dei campioni coinvolti. Tale parametro tuttavia viene indicato come il maggior responsabile dell'insorgere del flusso non-Darcy.


Figura 6.30. Correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e $(k^{0.1}\phi)$.



Figura 6.31. Correlazione fra il coefficiente di flusso non-Darcy e $(k\phi)$.

Come si può notare dalla tabella 6.6, le correlazioni più affidabili sembrano essere la [6.12] e la [6.20] che rappresentano in modo abbastanza preciso i dati trattati.

Tale fatto può essere spiegato molto probabilmente additando un maggior ruolo nel fenomeno non-Darcy alla tortuosità rispetto alla permeabilità e alla porosità, pur non comparendo direttamente in tali correlazioni.

Correlazione	m	b	R^2
$\log \phi = m \log (\beta k^{0,5}) + b$	-6,2813	-1,9908	0,7827
$\log \beta = m \log (\phi/k)^{0.5} + b$	2,9709	-5,4518	0,9483
$\log \beta = m \log (k^{0.5} \phi^{1.5}) + b$	-1,9336	-3,8256	0,9424
$\log \beta = m \log (1/k^{0.5} \phi^{5.5}) + b$	1,1082	-2,3277	0,9128
$\log \beta = m \log (k^{0,1} \phi) + b$	-5,8581	-2,4488	0,9158
$\log \beta = m \log (k \phi) + b$	-1,1769	-4,5213	0,9493

Tabella 6.6. Tabella riassuntiva correlazioni.

6.3 Conclusioni

Al fine di ottenere una migliore comprensione del flusso non-Darcy, sono stati effettuati alcuni esperimenti su campioni consolidati e non consolidati. Tali esperimenti hanno fornito risultati erronei per quanto riguarda i campioni consolidati, mentre hanno fornito risultati coerenti con quanto affermato dalla letteratura gli esperimenti sui campioni non consolidati (sfere e sabbia).

Per i campioni non consolidati sono strati misurati in laboratorio permeabilità, coefficiente di flusso non-Darcy e porosità.

Sulla base dei risultati ottenuti sono state fatte le seguenti considerazioni.

- I valori del coefficiente di flusso non-Darcy misurati sui campioni di sfere sono risultati minori dei corrispettivi campioni di sabbia. Inoltre abbiamo notato come la porosità dei campioni di sfere sia inferiore a quella dei corrispettivi campioni di sabbia. Tale comportamento può essere spiegato dall'irregolarità dei grani di sabbia e dalla loro scabrezza. Abbiamo conseguito valori di permeabilità mediante le due prove con risultati a volte quasi coincidenti come per i campioni a bassa granulometria e i campioni costituiti da più classi, mentre per i campioni a granulometria più alta abbiamo ottenuto dei valori che possono differire anche per un ordine di grandezza. Il coefficiente di flusso non-Darcy risulta debolmente correlato con porosità e permeabilità, mentre abbiamo ottenuto una buona correlazione con la tortuosità.
- Abbiamo tentato di ottenere la permeabilità tramite effetto Klinkenberg: abbiamo notato che il fattore di Klinkenberg b, aumenta al diminuire della pressione.
- Il coefficiente di flusso non-Darcy non rimane costante, ma si regolarizza, abbassandosi solo per valori di G/μ attorno a 100 cm⁻¹. Il punto in cui varia β indica il passaggio da un regime di flusso intermedio ad un flusso totalmente inerziale. Il rapporto β₂/β₁ (dove β₂ è il valore iniziale di β, e β₁ è il valore di β regolarizzato) non ha fornito indicazioni sull'origine di questo regime di flusso transitorio.
- Il criterio migliore per determinare il passaggio fra regime di flusso laminare e regime di flusso non-Darcy è il numero di Forchheimer, poiché, rispetto al numero di Reynolds tende a fornire valori costanti per velocità elevate. Per i campioni analizzati, i numeri di Forchheimer critici trovati sono compresi tra 0,18 e 0,58.
- Al fine di ottenere delle correlazioni soddisfacenti fra il coefficiente di flusso non-Darcy e le altre proprietà del mezzo poroso, abbiamo integrato i risultati sperimentali con dati desunti dalla letteratura. Il coefficiente di flusso non Darcy risulta essere inversamente proporzionale al raggio dei pori, alla permeabilità e alla porosità, come previsto. Abbiamo analizzato diverse correlazioni fra queste grandezze, pervenendo alla determinazione

del coefficiente di flusso non-Darcy con un buon grado di precisione. Non abbiamo proceduto ad analizzare correlazioni contenenti la tortuosità in quanto tale grandezza non era specificata nei dati raccolti in letteratura, benché venga additata da molti studiosi come la maggior responsabile del fenomeno non lineare. Le grandezze impiegate in tali correlazioni sono molto probabilmente legati alla tortuosità.

Conclusioni

Sulla base di quanto è stato desunto dalla letteratura, dalle sperimentazioni condotte in laboratorio e dalle successive analisi dei dati ottenuti nel corso di questa ricerca, siamo pervenuti alla seguenti conclusioni.

- I risultati sperimentali sui campioni non consolidati hanno mostrato un andamento anomalo rispetto a quanto affermato in letteratura. Il diagramma della variazione di pressione per unità di lunghezza del campione in funzione della portata in massa, impiegato per determinare l'insorgere del flusso non-Darcy, ha mostrato un andamento opposto a quello atteso. Tale comportamento può essere, molto probabilmente, imputato alle basse pressioni in ingresso, in uscita e di confinamento applicate. Da quanto emerso dagli studi più recenti, è necessario procedere con l'impiego di una cella triassiale e sottoporre i campioni ad una pressione idrostatica di 300 atm e ad una pressione di flussaggio di 20 atm (valori molto superiori a quelli impiegati in questa ricerca). Per conseguire tali risultati risulta necessario impiegare uno strumento con caratteristiche molto più elevate di quelle possedute dal nostro apparato. I dati ottenuti per questo tipo di campioni sono stati considerati erronei.
- Per i campioni non consolidati sono strati misurati in laboratorio permeabilità, coefficiente di flusso non-Darcy e porosità. I valori del coefficiente di flusso non-Darcy misurati sui campioni di sfere sono risultati minori dei corrispettivi campioni di sabbia. Inoltre, abbiamo notato come la porosità dei campioni di sfere sia inferiore a quella dei corrispettivi campioni di sabbia. Tale comportamento può essere spiegato dall'irregolarità geometrica dei grani di sabbia e dalla loro scabrezza. Abbiamo conseguito valori di permeabilità mediante le due prove con risultati a volte quasi coincidenti, come per i campioni a bassa granulometria e i campioni costituiti da più classi, mentre per i campioni a granulometria più elevata abbiamo ottenuto dei valori che

possono differire anche per un ordine di grandezza. Il coefficiente di flusso non-Darcy risulta debolmente correlato con porosità e permeabilità, mentre abbiamo ottenuto una buona correlazione con la tortuosità.

- Abbiamo tentato di ottenere la permeabilità attraverso esperienze che tengono conto dell'effetto Klinkenberg. Tale effetto viene sfruttato per ottenere la permeabilità al liquido per estrapolazione mediante regressione lineare. Il coefficiente di tale retta denominato fattore di Klinkenberg b non rimane costante, come previsto in letteratura, ma aumenta al diminuire della pressione. Tale comportamento può essere imputato alla basse pressioni impiegate nelle prove sperimentali.
- Il coefficiente di flusso non-Darcy non rimane costante così come già riportato da Milton-Tayler (1993), ma si regolarizza, abbassandosi solo per un certo valore di G/μ. Il punto in cui varia il coefficiente di flusso non-Darcy β indica il passaggio da un regime di flusso intermedio ad un flusso totalmente inerziale. Il rapporto β₂/β₁ (dove β₂ è il valore iniziale di β, e β₁ è il valore di β regolarizzato) non ha fornito indicazioni sull'origine di questo regime di flusso transitorio differentemente da quanto affermato da Milton-Tayler secondo il quale tale passaggio era di maggior entità per i campioni a granulometria più ristretta.
- Il criterio migliore per determinare il passaggio fra regime di flusso laminare e regime di flusso non-Darcy è il numero di Forchheimer, che risulta di chiara definizione fisica e di vasta applicabilità. Per i campioni analizzati, i numeri di Forchheimer critici trovati sono compresi tra 0,18 e 0,58 abbastanza in linea con i valori consigliati da Zeng e Grigg (2006).
- La ricerca sperimentale di correlazioni empiriche ha fornito diverse espressioni del coefficiente di flusso non-Darcy in funzione delle proprietà del mezzo poroso. I risultati sperimentali conseguiti hanno mostrato una debole correlazione con porosità e permeabilità mentre è stata riscontrata una buona correlazione con la tortuosità. Al fine di

ottenere delle correlazioni soddisfacenti fra il coefficiente di flusso non-Darcy e le altre proprietà del mezzo poroso, abbiamo integrato i risultati sperimentali con dati desunti dalla letteratura. Per la totalità dei dati considerati, il coefficiente di flusso non Darcy, risulta essere inversamente proporzionale al raggio dei pori, alla permeabilità e alla porosità, così come previsto dalla letteratura. Abbiamo analizzato diverse correlazioni fra il coefficiente di flusso non-Darcy e queste grandezze, pervenendo alla determinazione del coefficiente con un buon grado di precisione. Non abbiamo considerato correlazioni contenenti la tortuosità in quanto tale grandezza non era riportata nei dati raccolti in letteratura, benché venga additata da molti studiosi come la maggior responsabile del fenomeno non lineare. Le grandezze impiegate in tali correlazioni sono molto probabilmente legate alla tortuosità.

Per concludere, si può affermare che, dagli studi tratti dalla bibliografia e dalle considerazioni fatte sulla base dei dati sperimentali, è possibile definire quantomeno l'ordine di grandezza del coefficiente di flusso non-Darcy. Pur con questi limiti il risultato pare essere rilevante allorquando si abbia la necessità di descrivere flussi in regime non laminare.

Bibliografia

Augustine, J. R.: "Fracture-flow modeling and visualization" JPT, Journal of Petroleum Technology, v 56, n 4, April, 2004, p 64-65.

Barak, A.Z.: "Comments on "High Velocity Flow in Porous Media" by Hassanizadeh and Gray" Transport in Porous Media 1987, p 63-97.

Basquet, R., Jeannin, L., Lange, A., Bourbiaux, B., Sarda, S.: "Gas-flow simulation in discrete fracture-network models", SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 7, n 5, October, 2004, p 378-384.

Bear J., "Dynamics of fluid in porous media", Dover Publications inc., New York, 1988.

Blick, E. F., Civan, F.: "Porous-media momentum equation for highly accelerated flow", SPE Reservoir Engineering, v 3, n 3, Aug 1988, p 1048-1052.

Blom, S. M. P., Hagoort, J.: "The Combined Effect of Near-Critical Relative Permeability and Non-Darcy Flow on Well Impairment by Condensate Drop Out", SPE Reservoir Engineering, v 1, n 5, 1998, p 421-428.

Camacho-V., R.G., Vasquez-C., M.A., Padilla-S., R.: "New Results on Decline Curves Considering Non-Darcy Flow Effects", SPE Reservoir Engineering, v 1, n 5, 1998, p 457-464.

Camacho-V., R., Vasquez-C., M., Roldan-C., J., Samaniego-V., F.: "New results on transient well tests analysis considering nonlaminar flow in the reservoir", SPE Formation Evaluation, v 11, n 4, Dec, 1996, p 237-243.

Choi, E.S., Cheema, T., Islam, M.R.: "A new dual-porosity/dual permeability model with non-Darcian flow through fractures", Journal of Petroleum Science & Engineering, v 17, n 3-4, May, 1997, p 331-344.

Civan, F., Evans, R. D.: "Determining the Parameters of the Forchheimer Equation from Pressure-Squared vs, Pseudopressure Formulations", SPE 35621 o SPE Reservoir Engineering, v 1, n 1, 1998, p 43-46.

Civan, F.: "Leaky-tank reservoir model including the non-Darcy effect", Journal of Petroleum Science and Engineering, v 28, n 3, Nov, 2000, p 87-93.

Cooper, J.W., Wang, X., Mohanty, K.K.: "Non-Darcy-flow studies in anisotropic porous media", SPE Journal, v 4, n 4, December, 1999, p 334-341.

Du Plessis, J. P., Masliyah, J.H.: "Mathematical modeling of flow through consolidated isotropic porous media", Transport Porous Media 1988, p 145–161.

El-Banbi, A. H., Wattenbarger, R. A.: "Analysis of commingled gas reservoirs with variable bottom-hole flowing pressure and non-Darcy flow", Proceedings -SPE Annual Technical Conference and Exhibition, v Sigma, Reservoir Engineering, 1997, p 229-241.

Engineer, R., Grillette, G.: "Program solves for gas well inflow performance", Oil and Gas Journal, v 95, n 42, Oct 20, 1997, p 54-57.

Evans, Edward V., Evans, R. D.: "Influence of an immobile or mobile saturation on non-Darcy compressible flow of real gases in propped fractures", JPT, Journal of Petroleum Technology, v 40, n 10, Oct, 1988, p 1343-1351.

Evans, R. D., Hudson, C. S.; Greenlee, J. E.: "Effect of an immobile liquid saturation on the non-darcy flow coefficient in porous media" SPE Production Engineering, v 2, n 4, Nov, 1987, p 331-338.

Firoozabadi, A., Katz, D.L.: "An analysis of high-velocity gas flow through porous media", JPT, Journal of Petroleum Technology, v 31, n 2, Feb, 1979, p 211–216.

Firoozabadi, A., Thomas, L. K., Todd, B.: "High-velocity flow in porous media", SPE Reservoir Engineering (Society of Petroleum Engineers), v 10, n 2, May, 1995, p 149-152.

Fourar, M., Radilla, G., Lenormand, R., Moyne, C.: "On the non-linear behavior of a laminar single-phase flow through two and three-dimensional porous media", Advances in Water Resources, v 27, n 6, June, 2004, p 669-677.

Friedel, Torsten, Voigt, H. D.: "Investigation of non-Darcy flow in tight-gas reservoirs with fractured wells", Journal of Petroleum Science and Engineering, v 54, n 3-4, December, 2006, p 112-128.

Garrouch, A.A., Ali, L. "Predicting the onset of inertial effects in sandstone rocks", Transport in Porous Media, v 44, n 3, September, 2001, p 487-505.

Geertsma J., "Estimating the coefficient of inertial resistance in fluid flow through porous media", SPE 4706 o SPEJ, October 1974, p 445-450.

Gidley, J.L.: "Method for correcting dimensionless fracture conductivity for non-Darcy flow effects", SPE Production Engineering, v 6, n 4, Nov, 1991, p 391-394.

Gil, J. A., Ozkan, E., Raghavan, R.: "Fractured-well-test design and analysis in the presence of non-Darcy flow", SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 6, n 3, June, 2003, p 185-196.

Giorgi, T.: "Derivation of the Forchheimer law via matched asymptotic expansions", Transport in Porous Media, v 29, n 2, Nov, 1997, p 191-206.

Hagoort, J.: "Non-Darcy flow near hydraulically fractured wells", SPE Journal, v 9, n 2, June, 2004, p 180-185.

Hagoort, J.: "Stabilized productivity of a hydraulically fractured well producing at constant pressure", SPE Journal, v 11, n 1, March, 2006, p 120-131.

Hassanizadeh, S. M., Gray, W. G.: "High velocity flow in porous media", Transport in Porous Media, v 2, n 6, Dec, 1987, p 521-531.

Henderson, G. D.; Danesh, A., Tehrani, D. H., Al-Shaidi, S., Peden, J. M., Heriot-Watt, U.: "Measurement and Correlation of Gas Condensate Relative Permeability by the Steady-State Method", SPE Reservoir Engineering, v 1, n 2, 1998, p 134-139.

Jamiolahmady, M., Danesh, A., Sohrabi, M., Duncan, D. B.: "Flow around a rock perforation surrounded by crushed zone: Experiments vs. theory", Journal of Petroleum Science and Engineering, v 50, n 2, Feb 16, 2006, p 102-114.

Jin, L. (Enron Global E&P Inc); Penny, G.S.: "Study of two-phase, non-Darcy gas flow through proppant packs", SPE Production and Facilities, v 15, n 4, Nov, 2000, p 247-254.

Kutasov, I.M.: "Equation predicts non-Darcy flow coefficient", Oil and Gas Journal, v 91, n 11, Mar 15, 1993, p 66-67.

Kutasov, I.M.: "Empirical correlation verifies true formation skin", Oil and Gas Journal, v 93, n 14, Apr 3, 1995, p 62-63.

Li, D., Engler, T. W.: "Literature Review on Correlation of non-Darcy Coefficient", SPE 70015, 2001.

Li D., Svec R. K., Engler T. W., Grigg R. B., "Modeling and simulation of the water non-Darcy flow experiments", SPE 68822, 2001

Li, Xiaoping; Huang, Bingguang; Hu, Yong: "The establishment and application of binomial deliverability equation for horizontal gas well", Journal of Canadian Petroleum Technology, v 42, n 10, October, 2003, p 8-10.

Liu, X., Civan, F., Evans, R.D.: "Correlation of the non-Darcy flow coefficient" Journal of Canadian Petroleum Technology, v 34, n 10, Dec, 1995, p 50-54.

Lombard, J.-M., Longeron, D.G., Kalaydjian, F.J.M.: "Influence of connate water and condensate saturation on inertial effects in gas/condensate reservoirs", SPE 56485 o SPE Journal, v 5, n 3, September, 2000, p 301-308.

Ma, H., Ruth, D.W.: "Microscopic analysis of high Forchheimer number flow in porous media", Transport in Porous Media, v 13, n 2, Nov, 1993, p 139-160.

Ma, H., Ruth, D.W : "Physical explanations of non-Darcy effects for fluid flow in porous media", SPE Formation Evaluation, v 12, n 1, Mar, 1997, p 13-18.

Maloney, D. R., Gall, B. L., Raible, C. J.: "Non-darcy gas flow through propped fracture. Effects of partial saturation gel damage and stress", SPE Production Engineering, v 4, n 4, Nov, 1989, p 417-422 16899.

Mfonfu, G.B.S., Grader, A.S.: "Implicit numerical model for the closedchamber test", SPE Formation Evaluation, v 7, n 2, Jun, 1992, p 185-192. Milton-Tayler, D.: "Non-Darcy gas flow: from laboratory data to field prediction" SPE 26146, 1993.

Miskimins, J.L., Lopez-Hernandez, H.D.; Barree, R.D.: "Non-Darcy flow in hydraulic fractures", JPT, Journal of Petroleum Technology, v 58, n 3, March, 2006, p 58-59.

Morita, N. (Conoco Inc); Whitfill, D.L.; Fedde, O.P.; Lovik, T.H.: "Parametric study of sand-production prediction analytical approach", Society of Petroleum Engineers of AIME, (Paper) SPE, 1989, 20p

Mott, Robert (ECL Technology Ltd.): "Engineering calculations of gascondensate-well productivity" SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 6, n 5, October, 2003, p 298-306.

Murad, M. A., Cushman, J. H.: "Multiscale flow and deformation in hydrophilic swelling porous media", International Journal of Engineering Science, v 34, n 3, February, 1996, p 313-338.

Nashawi, I. S., Elgibaly, A. A.; Almehaideb, R. A.: "Pressure buildup analysis of gas wells with damage and non-Darcy flow effect", Journal of Petroleum Science & Engineering, v 21, n 1-2, Sep, 1998, p 15-26.

Nashawi, I. S., Qasem, F. H.; Gharbi, R. : "Transient pressure analysis of gas wells producing at constant pressure", Journal of Petroleum Science and Engineering, v 40, n 1-2, October, 2003, p 89-102.

Nashawi, I. S.: "Constant-pressure well test analysis of finite-conductivity hydraulically fractured gas wells influenced by non-Darcy flow effects", Journal of Petroleum Science and Engineering, v 53, n 3-4, September, 2006, p 225-238.

Neto, M. F., Leme, P. P. J.; Souto, A. H. P.; Vargas, A. S.: "Inertial and second grade effects on macroscopic equations for the flow of a fluid in a porous medium" Transport in Porous Media, v 33, n 3, Dec, 1998, p 205-226.

Noman, R., Archer, J. S.: "The effect of pore structure on non-Darcy gas flow in some low-permeability reservoir rock", SPE/DOE 1987.

Novy, R. A.: "Pressure drops in horizontal wells: when can they be ignored?", SPE Reservoir Engineering, v 10, n 1, Feb, 1995, p 29-35.

Osman, M. S., Mohammed, S. A. A.: "Pressure analysis of gas wells in multilayered reservoirs with skin, storage and non-Darcy effects", Society of Petroleum Engineers of AIME, (Paper) SPE, Feb, 1993, p 1-15.

Penuela, G., Civan, F.: "Prediction of the gas-condensate well productivity", Journal of Petroleum Science and Engineering, v 28, n 3, Nov, 2000, p 95-110.

Pereira Tavares, C. A., Kazemi, H., Ozkan, E.: "Combined effect of non-Darcy flow and formation damage on gas-well performance of dual-porosity and dualpermeability reservoirs", SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 9, n 5, October, 2006, p 543-552.

Rodriguez-Roman, J., Camacho-Velazquez, R.: "Decline-curve analysis considering nonlaminar flow in dual-porosity systems", SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 8, n 6, December, 2005, p 478-490.

Roodhart, L. P., Kulper, T. O. H., Davies, D. R.: "Proppant-pack and formation impairment during gas-well hydraulic fracturing", SPE Production Engineering, v 3, n 4, Nov, 1988, p 438-444. Ruth, D. and Ma, H.: "On the Derivation of the Forchheimer Equation by Means of the Average Theorem", Transport in Porous Media 1992, No. 3, p 255-264.

Salem, H. S., Chilingarian, G. V.: "Influence of porosity and direction of flow on tortuosity in unconsolidated porous media", Energy Sources, v 22, n 3, Apr, 2000, p 207-213.

Settari, A., Jones, J. R.; Stark, A. J. : "Analysis of hydraulic fracturing of high permeability gas wells to reduce non-Darcy skin effects", Journal of Canadian Petroleum Technology, v 39, n 5, May, 2000, p 56-63.

Spivey, J. P., Brown, K. G.; Sawyer, W. K.; Frantz, J. H.: "Estimating non-Darcy flow coefficient from buildup-test data with wellbore storage", SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 7, n 4, August, 2004, p 256-269.

Tang, Y., Yildiz, T., Ozkan, E., Kelkar, M.: "Effects of formation damage and high-velocity flow on the productivity of perforated horizontal wells", SPE Reservoir Evaluation and Engineering, v 8, n 4, August, 2005, p 315-324.

Thauvin, F., Mohanty, K.K.: "Network modeling of non-Darcy flow through porous media", Transport in Porous Media, v 31, n 1, Apr, 1998, p 19-37.

Tiss, M., Evans, R.D.: "Measurement and correlation of non-Darcy flow coefficient in consolidated porous media", Journal of Petroleum Science & Engineering, v 3, n 1-2, Oct, 1989, p 19-33.

Walsh, D. M., Leung, K. H.: "Postfracturing gas-well-test analysis using buildup type curves", SPE Formation Evaluation, v 6, n 3, Sep, 1991, p 393-400.

Wang, X., Thauvin, F.; Mohanty, K.K.: "Non-Darcy flow through anisotropic porous media" Chemical Engineering Science, v 54, n 12, Apr, 1999, p 1859-1869.

Wang, X., Mohanty, K. K.: "Pore-network model of flow in gas/condensate reservoirs", SPE Journal, v 5, n 4, December, 2000, p 426-434.

Wu, Yu-Shu : "Numerical simulation of single-phase and multiphase non-Darcy flow in porous media", Transport in Porous Media, v 49, n 2, November, 2002, p 209-240.

Yang, ZhaoZhong; Li, Yun; Zhang, LieHui; Xu, XiangRong; Tang, ShengLun: "A new fracturing reservoir simulation model of tight low permeable fractured gas reservoir" Journal of Canadian Petroleum Technology, v 43, n 10, October, 2004, p 57-61.

Yi, T., Peden, J. M.: "Comprehensive model of fluid loss in hydraulic fracturing", SPE Production & Facilities, v 9, n 4, Nov, 1994, p 267-272.

Zeng, Z., Grigg, R.: "A criterion for non-darcy flow in porous media", Transport in Porous Media, v 63, n 1, April, 2006, p 57-69.

Allegati

Allegato I

In questo allegato vengono riportate nelle seguenti tabelle le misure e i dati relativi alle prove a gas per i campioni non consolidati oggetto di studio. Oltre ai dati sperimentali presenti nelle prime due colonne sono stati riportati rispettivamente le quantità più significative. Nella terza e quarta colonna sono state riportate le quantità che poste in un diagramma indicano lo scostamento dall'andamento lineare. Nella quinta e sesta colonna sono state riportate le grandezze che poste nel diagramma di Forchheimer consentono di determinare il coefficiente di flusso non-Darcy e la permeabilità mediante regressione lineare.

Nella settima e ottava colonna sono stati infine riportati i valori del numero di Reynolds e del numero di Forchheimer evidenziandone i valori critici.

Q.,	Δn	Q,,	۸n/l	G/u	$(n_1^2 - n_2^2)/2ul cG$	Re	Fo
(cm ³ /s)	(atm)	(g/s)	$(qcm^{-2}s^{-2})$	(cm ⁻¹)	$(p_1 - p_0)/2\mu = 00$ (cm ⁻²)		10
15,00	0,01	0,02	-1,35E+03	7,15	7,00E+06	0,13	0,02
28,83	0,02	0,03	-2,70E+03	13,82	7,28E+06	0,25	0,05
41,00	0,03	0,05	-4,05E+03	19,75	7,68E+06	0,35	0,07
53,50	0,04	0,06	-5,41E+03	25,89	7,85E+06	0,46	0,09
65,67	0,05	0,08	-6,76E+03	31,94	7,99E+06	0,57	0,11
77,33	0,06	0,09	-8,11E+03	37,80	8,15E+06	0,68	0,13
87,33	0,07	0,10	-9,46E+03	42,89	8,42E+06	0,77	0,14
98,00	0,08	0,12	-1,08E+04	48,36	8,57E+06	0,86	0,16
109,00	0,09	0,13	-1,22E+04	54,05	8,67E+06	<mark>0,97</mark>	<mark>0,18</mark>
119,33	0,10	0,14	-1,35E+04	59,46	8,80E+06	1,06	0,20
128,67	0,11	0,16	-1,49E+04	64,41	8,98E+06	1,15	0,21
138,00	0,12	0,17	-1,62E+04	69,41	9,13E+06	1,24	0,23
146,83	0,13	0,18	-1,76E+04	74,20	9,30E+06	1,33	0,25
155,33	0,14	0,19	-1,89E+04	78,87	9,46E+06	1,41	0,26
164,00	0,15	0,20	-2,03E+04	83,66	9,60E+06	1,49	0,28
172,33	0,16	0,22	-2,16E+04	88,32	9,75E+06	1,58	0,29
180,17	0,17	0,23	-2,30E+04	92,76	9,91E+06	1,66	0,31
188,33	0,18	0,24	-2,43E+04	97,41	1,00E+07	1,74	0,32
196,33	0,19	0,25	-2,57E+04	102,02	1,02E+07	1,82	0,34
203,83	0,20	0,26	-2,70E+04	106,40	1,03E+07	1,90	0,35
211,33	0,21	0,27	-2,84E+04	110,81	1,04E+07	1,98	0,37
218,83	0,22	0,28	-2,97E+04	115,26	1,06E+07	2,06	0,38
226,50	0,23	0,29	-3,11E+04	119,84	1,07E+07	2,14	0,40
233,33	0,24	0,30	-3,24E+04	124,01	1,08E+07	2,22	0,41
240,67	0,25	0,31	-3,38E+04	128,48	1,09E+07	2,30	0,43
247,33	0,26	0,32	-3,51E+04	132,62	1,10E+07	2,37	0,44
255,00	0,27	0,33	-3,65E+04	137,34	1,11E+07	2,45	0,46
261,33	0,28	0,34	-3,78E+04	141,37	1,12E+07	2,53	0,47
268,33	0,29	0,36	-3,92E+04	145,79	1,13E+07	2,60	0,48
275,00	0,30	0,37	-4,05E+04	150,07	1,15E+07	2,68	0,50
281,33	0,31	0,38	-4,19E+04	154,19	1,16E+07	2,75	0,51
288,00	0,32	0,39	-4,32E+04	158,53	1,17E+07	2,83	0,53
294,33	0,33	0,40	-4,46E+04	162,71	1,18E+07	2,91	0,54
300,33	0,34	0,41	-4,59E+04	166,74	1,19E+07	2,98	0,55
306,67	0,35	0,42	-4,73E+04	170,99	1,20E+07	3,05	0,57
312,50	0,36	0,43	-4,86E+04	174,98	1,21E+07	3,13	0,58
318,50	0,37	0,44	-5,00E+04	179,10	1,22E+07	3,20	0,59
324,67	0,38	0,45	-5,14E+04	183,33	1,23E+07	3,28	0,61
330,50	0,39	0,46	-5,27E+04	187,41	1,24E+07	3,35	0,62

Tabella I.1. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $150-212 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,4 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
21,17	0,01	0,02	-1,44E+03	10,09	5,29E+06	0,03	0,01
38,67	0,02	0,05	-2,88E+03	18,53	5,79E+06	0,47	0,10
56,50	0,03	0,07	-4,32E+03	27,21	5,94E+06	0,70	0,15
71,33	0,04	0,08	-5,76E+03	34,53	6,28E+06	0,88	0,19
86,17	0,05	0,10	-7,20E+03	41,91	6,50E+06	1,07	0,23
99,67	0,06	0,12	-8,65E+03	48,71	6,74E+06	1,25	0,27
112,33	0,07	0,13	-1,01E+04	55,17	6,98E+06	<mark>1,41</mark>	<mark>0,31</mark>
124,83	0,08	0,15	-1,15E+04	61,61	7,17E+06	1,58	0,34
135,67	0,09	0,16	-1,30E+04	67,27	7,43E+06	1,72	0,38
146,00	0,10	0,18	-1,44E+04	72,74	7,67E+06	1,86	0,41
156,33	0,11	0,19	-1,59E+04	78,26	7,88E+06	2,00	0,44
166,33	0,12	0,20	-1,73E+04	83,66	8,08E+06	2,14	0,47
175,83	0,13	0,22	-1,87E+04	88,86	8,28E+06	2,27	0,50
184,83	0,14	0,23	-2,02E+04	93,85	8,48E+06	2,40	0,52
194,17	0,15	0,24	-2,16E+04	99,05	8,65E+06	2,54	0,55
202,67	0,16	0,25	-2,31E+04	103,86	8,84E+06	2,66	0,58
211,50	0,17	0,27	-2,45E+04	108,89	9,00E+06	2,79	0,61
219,33	0,18	0,28	-2,59E+04	113,45	9,19E+06	2,90	0,63
227,67	0,19	0,29	-2,74E+04	118,30	9,34E+06	3,03	0,66
236,50	0,20	0,30	-2,88E+04	123,45	9,47E+06	3,16	0,69
243,83	0,21	0,31	-3,03E+04	127,85	9,64E+06	3,27	0,71
251,67	0,22	0,32	-3,17E+04	132,56	9,79E+06	3,39	0,74
259,17	0,23	0,33	-3,31E+04	137,12	9,94E+06	3,51	0,77
265,83	0,24	0,34	-3,46E+04	141,28	1,01E+07	3,62	0,79
273,33	0,25	0,36	-3,60E+04	145,92	1,02E+07	3,74	0,82
280,33	0,26	0,37	-3,75E+04	150,32	1,04E+07	3,85	0,84
287,50	0,27	0,38	-3,89E+04	154,84	1,05E+07	3,96	0,87
294,50	0,28	0,39	-4,03E+04	159,31	1,06E+07	4,08	0,89
301,50	0,29	0,40	-4,18E+04	163,81	1,08E+07	4,19	0,92
307,67	0,30	0,41	-4,32E+04	167,89	1,09E+07	4,30	0,94
314,00	0,31	0,42	-4,47E+04	172,10	1,11E+07	4,41	0,96
320,83	0,32	0,43	-4,61E+04	176,60	1,12E+07	4,52	0,99
327,67	0,33	0,44	-4,76E+04	181,14	1,13E+07	4,64	1,01

Tabella I.2. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere 212-300 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,94 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
26,00	0,01	0,03	-1,33E+03	12,40	3,98E+06	0,41	0,08
48,83	0,02	0,06	-2,67E+03	23,40	4,24E+06	0,77	0,16
69,33	0,03	0,08	-4,00E+03	33,39	4,48E+06	1,09	0,23
85,33	0,04	0,10	-5,33E+03	41,30	4,86E+06	1,35	0,28
101,67	0,05	0,12	-6,67E+03	49,45	5,09E+06	1,62	0,34
115,83	0,06	0,14	-8,00E+03	56,61	5,37E+06	<mark>1,85</mark>	<mark>0,39</mark>
129,17	0,07	0,15	-9,33E+03	63,44	5,61E+06	2,07	0,43
142,00	0,08	0,17	-1,07E+04	70,08	5,84E+06	2,29	0,48
153,50	0,09	0,19	-1,20E+04	76,12	6,07E+06	2,49	0,52
164,83	0,10	0,20	-1,33E+04	82,13	6,28E+06	2,69	0,56
175,67	0,11	0,21	-1,47E+04	87,94	6,49E+06	2,88	0,60
185,33	0,12	0,23	-1,60E+04	93,22	6,71E+06	3,05	0,64
195,33	0,13	0,24	-1,73E+04	98,72	6,89E+06	3,23	0,67
204,00	0,14	0,25	-1,87E+04	103,58	7,11E+06	3,39	0,71
213,83	0,15	0,27	-2,00E+04	109,08	7,27E+06	3,57	0,74
223,33	0,16	0,28	-2,13E+04	114,46	7,42E+06	3,74	0,78
231,50	0,17	0,29	-2,27E+04	119,19	7,61E+06	3,90	0,81
240,33	0,18	0,30	-2,40E+04	124,31	7,76E+06	4,06	0,85
248,83	0,19	0,32	-2,53E+04	129,29	7,91E+06	4,23	0,88
256,83	0,20	0,33	-2,67E+04	134,06	8,07E+06	4,38	0,92
264,33	0,21	0,34	-2,80E+04	138,60	8,23E+06	4,53	0,95
272,67	0,22	0,35	-2,93E+04	143,62	8,36E+06	4,70	0,98
280,00	0,23	0,36	-3,07E+04	148,15	8,51E+06	4,84	1,01
287,17	0,24	0,37	-3,20E+04	152,62	8,66E+06	4,99	1,04
294,33	0,25	0,38	-3,33E+04	157,13	8,80E+06	5,14	1,07
302,00	0,26	0,39	-3,47E+04	161,94	8,92E+06	5,30	1,11
308,67	0,27	0,41	-3,60E+04	166,24	9,06E+06	5,44	1,13
315,67	0,28	0,42	-3,73E+04	170,76	9,19E+06	5,58	1,17
322,50	0,29	0,43	-3,87E+04	175,22	9,32E+06	5,73	1,20
329,33	0,30	0,44	-4,00E+04	179,72	9,44E+06	5,88	1,23

Tabella I.3. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $300-354 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,50 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm⁻²s⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
27,17	0,01	0,03	-1,39E+03	12,96	3,97E+06	0,50	0,10
50,67	0,02	0,06	-2,78E+03	24,28	4,26E+06	0,94	0,19
72,33	0,03	0,08	-4,17E+03	34,84	4,48E+06	1,35	0,27
89,33	0,04	0,11	-5,56E+03	43,24	4,83E+06	1,67	0,33
105,33	0,05	0,12	-6,94E+03	51,23	5,12E+06	1,98	0,40
120,00	0,06	0,14	-8,33E+03	58,65	5,40E+06	<mark>2,27</mark>	<mark>0,45</mark>
134,17	0,07	0,16	-9,72E+03	65,89	5,63E+06	2,55	0,51
146,83	0,08	0,18	-1,11E+04	72,46	5,88E+06	2,80	0,56
158,00	0,09	0,19	-1,25E+04	78,35	6,15E+06	3,03	0,61
169,17	0,10	0,21	-1,39E+04	84,29	6,38E+06	3,26	0,65
180,50	0,11	0,22	-1,53E+04	90,36	6,58E+06	3,50	0,70
190,50	0,12	0,23	-1,67E+04	95,82	6,80E+06	3,71	0,74
200,17	0,13	0,25	-1,81E+04	101,16	7,01E+06	3,91	0,78
210,83	0,14	0,26	-1,94E+04	107,05	7,17E+06	4,14	0,83
219,67	0,15	0,27	-2,08E+04	112,05	7,37E+06	4,34	0,87
228,50	0,16	0,29	-2,22E+04	117,10	7,56E+06	4,53	0,91
237,17	0,17	0,30	-2,36E+04	122,11	7,73E+06	4,73	0,95
245,50	0,18	0,31	-2,50E+04	126,98	7,91E+06	4,91	0,98
254,00	0,19	0,32	-2,64E+04	131,98	8,07E+06	5,11	1,02
262,33	0,20	0,33	-2,78E+04	136,93	8,23E+06	5,30	1,06
270,00	0,21	0,35	-2,92E+04	141,57	8,39E+06	5,48	1,10
278,33	0,22	0,36	-3,06E+04	146,60	8,53E+06	5,67	1,14
285,83	0,23	0,37	-3,19E+04	151,23	8,68E+06	5,85	1,17
293,50	0,24	0,38	-3,33E+04	155,99	8,82E+06	6,04	1,21
300,83	0,25	0,39	-3,47E+04	160,60	8,97E+06	6,22	1,24
307,67	0,26	0,40	-3,61E+04	164,97	9,12E+06	6,38	1,28
315,00	0,27	0,41	-3,75E+04	169,65	9,25E+06	6,57	1,31
321,50	0,28	0,42	-3,89E+04	173,92	9,40E+06	6,73	1,35
329,00	0,29	0,44	-4,03E+04	178,76	9,51E+06	6,92	1,38

Tabella I.4. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $354-420 \ \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,20 cm.

Q _{sc} (cm ³ /s)	∆p (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
28,00	0,01	0,03	-1,54E+03	13,35	4,27E+06	0,61	0,11
51,50	0,02	0,06	-3,08E+03	24,68	4,64E+06	1,14	0,21
72,83	0,03	0,09	-4,62E+03	35,08	4,92E+06	1,61	0,30
89,33	0,04	0,11	-6,15E+03	43,24	5,35E+06	1,99	0,36
106,33	0,05	0,13	-7,69E+03	51,72	5,62E+06	2,38	0,44
121,67	0,06	0,15	-9,23E+03	59,47	5,89E+06	<mark>2,74</mark>	<mark>0,50</mark>
134,67	0,07	0,16	-1,08E+04	66,14	6,21E+06	3,04	0,56
147,50	0,08	0,18	-1,23E+04	72,79	6,48E+06	3,35	0,61
158,67	0,09	0,19	-1,38E+04	78,68	6,78E+06	3,62	0,66
169,67	0,10	0,21	-1,54E+04	84,54	7,04E+06	3,89	0,71
180,83	0,11	0,22	-1,69E+04	90,53	7,27E+06	4,16	0,76
191,33	0,12	0,23	-1,85E+04	96,24	7,50E+06	4,43	0,81
201,17	0,13	0,25	-2,00E+04	101,66	7,72E+06	4,68	0,86
211,00	0,14	0,26	-2,15E+04	107,13	7,93E+06	4,93	0,90
220,17	0,15	0,27	-2,31E+04	112,31	8,14E+06	5,17	0,95
229,17	0,16	0,29	-2,46E+04	117,44	8,35E+06	5,40	0,99
238,00	0,17	0,30	-2,62E+04	122,54	8,54E+06	5,64	1,03
246,67	0,18	0,31	-2,77E+04	127,58	8,72E+06	5,87	1,08
254,33	0,19	0,32	-2,92E+04	132,15	8,93E+06	6,08	1,11
262,83	0,20	0,33	-3,08E+04	137,19	9,10E+06	6,31	1,16
271,00	0,21	0,35	-3,23E+04	142,10	9,26E+06	6,54	1,20
278,67	0,22	0,36	-3,38E+04	146,78	9,44E+06	6,75	1,24
286,00	0,23	0,37	-3,54E+04	151,32	9,61E+06	6,96	1,28
293,33	0,24	0,38	-3,69E+04	155,90	9,78E+06	7,17	1,32
301,17	0,25	0,39	-3,85E+04	160,77	9,92E+06	7,40	1,36
308,00	0,26	0,40	-4,00E+04	165,15	1,01E+07	7,60	1,39
315,33	0,27	0,41	-4,15E+04	169,83	1,02E+07	7,81	1,43
321,67	0,28	0,42	-4,31E+04	174,01	1,04E+07	8,00	1,47
329,17	0,29	0,44	-4,46E+04	178,85	1,05E+07	8,23	1,51

Tabella I.5. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $420-500 \ \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
31,83	0,01	0,04	-1,40E+03	15,18	3,43E+06	0,83	0,14
57,00	0,02	0,07	-2,81E+03	27,32	3,83E+06	1,50	0,25
76,67	0,03	0,09	-4,21E+03	36,93	4,27E+06	2,02	0,34
95,67	0,04	0,11	-5,62E+03	46,30	4,56E+06	2,54	0,43
111,00	0,05	0,13	-7,02E+03	53,99	4,92E+06	2,96	0,50
127,17	0,06	0,15	-8,43E+03	62,15	5,15E+06	<mark>3,40</mark>	<mark>0,58</mark>
140,17	0,07	0,17	-9,83E+03	68,84	5,45E+06	3,77	0,64
152,00	0,08	0,18	-1,12E+04	75,01	5,74E+06	4,11	0,69
163,50	0,09	0,20	-1,26E+04	81,08	6,01E+06	4,44	0,75
174,67	0,10	0,21	-1,40E+04	87,03	6,25E+06	4,76	0,81
185,33	0,11	0,23	-1,54E+04	92,78	6,48E+06	5,08	0,86
196,33	0,12	0,24	-1,69E+04	98,75	6,67E+06	5,41	0,91
205,67	0,13	0,25	-1,83E+04	103,94	6,90E+06	5,69	0,96
216,00	0,14	0,27	-1,97E+04	109,67	7,07E+06	6,00	1,01
224,33	0,15	0,28	-2,11E+04	114,44	7,30E+06	6,27	1,06
233,67	0,16	0,29	-2,25E+04	119,75	7,47E+06	6,56	1,11
242,00	0,17	0,30	-2,39E+04	124,60	7,67E+06	6,82	1,15
250,50	0,18	0,32	-2,53E+04	129,57	7,84E+06	7,09	1,20
259,00	0,19	0,33	-2,67E+04	134,58	8,00E+06	7,37	1,25
267,50	0,20	0,34	-2,81E+04	139,63	8,16E+06	7,64	1,29
275,33	0,21	0,35	-2,95E+04	144,37	8,32E+06	7,90	1,34
283,00	0,22	0,36	-3,09E+04	149,06	8,48E+06	8,16	1,38
290,33	0,23	0,37	-3,23E+04	153,61	8,64E+06	8,41	1,42
298,00	0,24	0,39	-3,37E+04	158,38	8,79E+06	8,67	1,47
304,83	0,25	0,40	-3,51E+04	162,73	8,95E+06	8,91	1,51
312,33	0,26	0,41	-3,65E+04	167,48	9,08E+06	9,17	1,55
319,33	0,27	0,42	-3,79E+04	171,99	9,23E+06	9,42	1,59
326,50	0,28	0,43	-3,93E+04	176,62	9,36E+06	9,67	1,63
333,00	0,29	0,44	-4,07E+04	180,93	9,50E+06	9,91	1,67

Tabella I.6. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $500-595 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,12 cm.

Q_{sc}	Δp (atm)	Q_m	∆p/L (acm ⁻² c ⁻²)	G/μ	$(p_1^2 - p_0^2)/2\mu LcG$	Re	Fo
28.33	0.01	0.03	(gciii 3)	13.51	3 86E+06	0.88	0.12
55 33	0,01	0,00	-1,41E+03	26.52	3,00E+00	1 73	0,12
76.00	0,02	0,00	-2,02E+03	36.60	4.32E+06	2 38	0,24
94.50	0,03	0,03	- - ,23E+03	45.74	4,32E+06	2,00	0,33
111 17	0,04	0,11	-3,03E+03	54.07	4,03E+06	2,30	0,48
126.33	0,00	0,15	-8.45E+03	61 75	5.20E+06	<u>4 02</u>	0,40
138.83	0,00	0,13	-0,45E+03	68 10	5,20E+00	4,02	0,00
152 33	0,07	0,17	-3,00E+03	75 18	5,32E+00	4 80	0,01
163.67	0,00	0,10	-1,13E+04	81 16	6.02E+06	5 28	0,07
174.83	0,00	0,20	-1,27E+04	87 11	6.26E+06	5.67	0,73
185 33	0,10	0.23	-1,41E+04	92.78	6.49E+06	6.04	0,70
196.00	0,11	0,20	-1,55E+04	08.50	6,40E+06	6.42	0,00
205.67	0,12	0,24	1,03E+04	103.04	6,70E+06	6.77	0,00
205,07	0,13	0,23	1,03E+04	100,94	7 10 5+06	7 13	0,95
213,03	0,14	0,27	-1,97L+04	114 52	7,10L+00	7,15	1.03
227,00	0,15	0,20	-2,11E+04	110.84	7,31E+06	7,40	1,03
233,03	0,10	0,29	2 30E+04	124 04	7,492+00	8 13	1,07
242,07	0,17	0,30	2.54E+04	124,94	7,072+00	8/3	1,12
250,50	0,10	0,32	2,54L+04	129,57	8.03E+06	8 76	1,10
259,00	0,19	0,33	2,00L+04	130.63	8.18E+06	0,70	1.21
207,50	0,20	0,34	2,02L+04	144 55	8 34 E+06	9,09	1,20
213,07	0,21	0,35	-2,30E+04	140.24	8.50E+06	9,71	1.30
200,00	0,22	0,30	-3,10E+04	153.88	8,50E+00	10.02	1 38
200,00	0,23	0,30	-3,24E+04	158 20	8,03E+00	10,02	1,30
297,00	0,24	0,39	-3,50E+04	162.82	8.07E+06	10,50	1,42
313.00	0,20	0,40	-3,52L+04	167.82	0,97 L 100	10,00	1,40
310.67	0,20	0.41	-3,00E+04	172 17	9,09E+00	11 21	1,50
376.32	0.20	0.42	-3,00E+04	176.52	9,24CT00	11.40	1,54
320,33 20.23	0,20	0,43	-3,94⊑±04	12 51	9,39⊑+00 3.86⊑±06	0 00	1,00
28,33	0,01	0,03	-1,41E+03	13,51	3,86E+06	0,88	0,12

Tabella I.7. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere 595-707 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,1 cm.

Q _{sc}	Δр	Qm	Δp/L	G/u	$(p_1^2 - p_0^2)/2uLcG$	Re	Fo
(cm ³ /s)	(atm)	(g/s)	(gcm ⁻² s ⁻²)	(cm ⁻¹)	(cm ⁻²)		
12,17	0,01	0,01	-1,46E+03	5,80	9,35E+06	0,10	0,02
24,67	0,02	0,03	-2,93E+03	11,82	9,22E+06	0,21	0,04
36,83	0,03	0,04	-4,39E+03	17,74	9,26E+06	0,31	0,06
47,83	0,04	0,06	-5,86E+03	23,15	9,51E+06	0,41	0,08
59,67	0,05	0,07	-7,32E+03	29,02	9,53E+06	0,51	0,10
70,00	0,06	0,08	-8,78E+03	34,21	9,75E+06	0,60	0,12
80,33	0,07	0,10	-1,02E+04	39,45	9,91E+06	0,70	0,13
91,17	0,08	0,11	-1,17E+04	44,99	9,98E+06	0,80	0,15
101,17	0,09	0,12	-1,37E+04	50,17	1,05E+07	0,89	0,17
110,67	0,10	0,13	-1,52E+04	55,14	1,07E+07	0,97	0,19
121,33	0,11	0,15	-1,68E+04	60,74	1,07E+07	1,07	0,20
130,17	0,12	0,16	-1,83E+04	65,47	1,09E+07	<mark>1,16</mark>	<mark>0,22</mark>
138,50	0,13	0,17	-1,98E+04	69,99	1,11E+07	1,24	0,24
147,67	0,14	0,18	-2,13E+04	74,98	1,12E+07	1,33	0,25
156,00	0,15	0,19	-2,29E+04	79,58	1,14E+07	1,41	0,27
164,17	0,16	0,21	-2,44E+04	84,13	1,15E+07	1,49	0,28
172,00	0,17	0,22	-2,59E+04	88,56	1,17E+07	1,57	0,30
180,67	0,18	0,23	-2,74E+04	93,45	1,18E+07	1,65	0,31
188,33	0,19	0,24	-2,90E+04	97,86	1,19E+07	1,73	0,33
195,67	0,20	0,25	-3,05E+04	102,13	1,21E+07	1,81	0,34
203,50	0,21	0,26	-3,20E+04	106,71	1,22E+07	1,89	0,36
210,67	0,22	0,27	-3,35E+04	110,96	1,24E+07	1,96	0,37
217,50	0,23	0,28	-3,51E+04	115,08	1,25E+07	2,03	0,39
225,33	0,24	0,29	-3,66E+04	119,76	1,26E+07	2,12	0,40
231,83	0,25	0,30	-3,81E+04	123,76	1,28E+07	2,19	0,42
239,00	0,26	0,31	-3,96E+04	128,15	1,29E+07	2,27	0,43
245,33	0,27	0,32	-4,12E+04	132,13	1,30E+07	2,34	0,44
252,00	0,28	0,33	-4,27E+04	136,32	1,32E+07	2,41	0,46
259,00	0,29	0,34	-4,42E+04	140,72	1,33E+07	2,49	0,47
266,00	0,30	0,35	-4,57E+04	145,16	1,34E+07	2,57	0,49
272,17	0,31	0,36	-4,73E+04	149,17	1,35E+07	2,64	0,50
278,00	0,32	0,37	-4,88E+04	153,02	1,36E+07	2,70	0,51
284,50	0,33	0,38	-5,03E+04	157,28	1,37E+07	2,78	0,53
290,67	0,34	0,39	-5,18E+04	161,38	1,39E+07	2,85	0,54
297,00	0,35	0,40	-5,34E+04	165,60	1,40E+07	2,93	0,56
303,00	0,36	0,41	-5,49E+04	169,66	1,41E+07	3,00	0,57
308,83	0,37	0,42	-5,64E+04	173,66	1,42E+07	3,07	0,58
315,17	0,38	0,43	-5,79E+04	177,97	1,43E+07	3,15	0,60
320,67	0,39	0,44	-5,95E+04	181,84	1,44E+07	3,21	0,61
326,83	0,40	0,45	-6,10E+04	186,11	1,45E+07	3,29	0,63
332,17	0,41	0,46	-6,25E+04	189,93	1,46E+07	3,36	0,64

Tabella I.8. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 150-212 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,56 cm.

Q.,	Λn	Q _m	۸n/l	G/u	$(n_{1}^{2}-n_{2}^{2})/2ul cG$	Re	Fo
(cm ³ /s)	(atm)	(g/s)	$(\text{gcm}^{-2}\text{s}^{-2})$	(cm ⁻¹)	$(p_1 p_0)/2\mu = 00$		
18,33	0,01	0,02	-1,50E+03	8,74	6,36E+06	0,22	0,04
38,00	0,02	0,04	-3,00E+03	18,21	6,14E+06	0,47	0,09
53,33	0,03	0,06	-4,50E+03	25,69	6,56E+06	0,66	0,13
69,83	0,04	0,08	-6,01E+03	33,80	6,68E+06	0,87	0,17
81,83	0,05	0,10	-7,51E+03	39,80	7,13E+06	1,02	0,20
96,67	0,06	0,12	-9,01E+03	47,25	7,24E+06	1,21	0,24
109,00	0,07	0,13	-1,05E+04	53,53	7,49E+06	1,37	0,27
121,33	0,08	0,15	-1,20E+04	59,88	7,69E+06	1,53	0,30
132,17	0,09	0,16	-1,35E+04	65,54	7,94E+06	<mark>1,68</mark>	<mark>0,33</mark>
143,00	0,10	0,17	-1,50E+04	71,25	8,16E+06	1,82	0,36
153,00	0,11	0,19	-1,65E+04	76,60	8,39E+06	1,96	0,39
162,83	0,12	0,20	-1,80E+04	81,90	8,60E+06	2,10	0,41
172,83	0,13	0,21	-1,95E+04	87,34	8,77E+06	2,24	0,44
182,00	0,14	0,23	-2,10E+04	92,41	8,97E+06	2,37	0,47
191,33	0,15	0,24	-2,25E+04	97,60	9,15E+06	2,50	0,49
199,67	0,16	0,25	-2,40E+04	102,33	9,35E+06	2,62	0,52
208,50	0,17	0,26	-2,55E+04	107,35	9,51E+06	2,75	0,54
216,67	0,18	0,27	-2,70E+04	112,07	9,69E+06	2,87	0,57
224,67	0,19	0,28	-2,85E+04	116,74	9,87E+06	2,99	0,59
232,67	0,20	0,30	-3,00E+04	121,45	1,00E+07	3,11	0,61
240,50	0,21	0,31	-3,15E+04	126,11	1,02E+07	3,23	0,64
248,00	0,22	0,32	-3,30E+04	130,63	1,03E+07	3,34	0,66
256,00	0,23	0,33	-3,45E+04	135,45	1,05E+07	3,47	0,69
262,83	0,24	0,34	-3,60E+04	139,69	1,07E+07	3,58	0,71
270,33	0,25	0,35	-3,75E+04	144,31	1,08E+07	3,69	0,73
277,67	0,26	0,36	-3,90E+04	148,89	1,09E+07	3,81	0,75
284,67	0,27	0,37	-4,05E+04	153,32	1,11E+07	3,92	0,78
291,00	0,28	0,38	-4,20E+04	157,42	1,12E+07	4,03	0,80
298,33	0,29	0,40	-4,35E+04	162,09	1,13E+07	4,15	0,82
304,83	0,30	0,41	-4,50E+04	166,35	1,15E+07	4,26	0,84
311,33	0,31	0,42	-4,65E+04	170,63	1,16E+07	4,37	0,86
317,67	0,32	0,43	-4,80E+04	174,86	1,18E+07	4,48	0,88
324,00	0,33	0,44	-4,95E+04	179,11	1,19E+07	4,59	0,91
330,50	0,34	0,45	-5,11E+04	183,49	1,20E+07	4,70	0,93

Tabella I	.9. 7	Fabella r	elativa	alle	misı	ure	e al	le g	gran	dezze per i	l cam	pic	one s	abbia
212-300	μm	avente	diamet	ro	pari	a	4,2	cm	e	lunghezza	pari	a	6,66	cm.

Q _{sc} (cm ³ /s)	Δp (atm)	Q _m (q/s)	∆p/L (acm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
23,67	0,01	0,03	-1,46E+03	11,29	4,81E+06	0,37	0,07
44,00	0,02	0,05	-2,93E+03	21,09	5,17E+06	0,69	0,13
62,00	0,03	0,07	-4,39E+03	29,86	5,50E+06	0,98	0,19
78,17	0,04	0,09	-5,86E+03	37,83	5,82E+06	1,24	0,24
93,33	0,05	0,11	-7,32E+03	45,40	6,09E+06	1,48	0,29
107,00	0,06	0,13	-8,78E+03	52,30	6,38E+06	1,71	0,33
120,17	0,07	0,14	-1,02E+04	59,02	6,63E+06	<mark>1,93</mark>	<mark>0,38</mark>
132,17	0,08	0,16	-1,17E+04	65,22	6,89E+06	2,13	0,42
144,83	0,09	0,18	-1,32E+04	71,82	7,07E+06	2,35	0,46
154,83	0,10	0,19	-1,46E+04	77,15	7,35E+06	2,52	0,49
165,83	0,11	0,20	-1,61E+04	83,02	7,55E+06	2,71	0,53
176,00	0,12	0,22	-1,76E+04	88,53	7,76E+06	2,89	0,57
185,33	0,13	0,23	-1,90E+04	93,66	7,98E+06	3,06	0,60
194,33	0,14	0,24	-2,05E+04	98,67	8,19E+06	3,23	0,63
203,67	0,15	0,25	-2,20E+04	103,89	8,38E+06	3,40	0,66
212,00	0,16	0,26	-2,34E+04	108,65	8,59E+06	3,55	0,69
221,50	0,17	0,28	-2,49E+04	114,04	8,73E+06	3,73	0,73
229,67	0,18	0,29	-2,64E+04	118,79	8,92E+06	3,88	0,76
238,00	0,19	0,30	-2,78E+04	123,67	9,08E+06	4,04	0,79
246,00	0,20	0,31	-2,93E+04	128,41	9,25E+06	4,20	0,82
253,67	0,21	0,32	-3,07E+04	133,01	9,42E+06	4,35	0,85
261,17	0,22	0,34	-3,22E+04	137,56	9,58E+06	4,50	0,88
269,17	0,23	0,35	-3,37E+04	142,41	9,72E+06	4,66	0,91
277,00	0,24	0,36	-3,51E+04	147,22	9,86E+06	4,81	0,94
283,67	0,25	0,37	-3,66E+04	151,43	1,00E+07	4,95	0,97
290,67	0,26	0,38	-3,81E+04	155,86	1,02E+07	5,10	1,00
297,50	0,27	0,39	-3,95E+04	160,23	1,03E+07	5,24	1,02
304,33	0,28	0,40	-4,10E+04	164,63	1,05E+07	5,38	1,05
311,50	0,29	0,41	-4,25E+04	169,25	1,06E+07	5,53	1,08
318,67	0,30	0,42	-4,39E+04	173,90	1,07E+07	5,69	1,11
324,67	0,31	0,43	-4,54E+04	177,94	1,09E+07	5,82	1,14
331,00	0,32	0,44	-4,69E+04	182,20	1,10E+07	5,96	1,16

Tabella I.10. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia $300-354 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,83 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (q/s)	∆p/L (acm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
25,50	0,01	0,03	-1,40E+03	12,16	4,28E+06	0,47	0,09
48,50	0,02	0,06	-2,81E+03	23,24	4,50E+06	0,90	0,17
68,33	0,03	0,08	-4,21E+03	32,91	4,79E+06	1,27	0,25
85,50	0,04	0,10	-5,62E+03	41,38	5,10E+06	1,60	0,31
102,50	0,05	0,12	-7,02E+03	49,85	5,32E+06	1,93	0,37
117,00	0,06	0,14	-8,43E+03	57,18	5,60E+06	2,21	0,43
130,00	0,07	0,16	-9,83E+03	63,85	5,88E+06	<mark>2,47</mark>	<mark>0,48</mark>
142,67	0,08	0,17	-1,12E+04	70,41	6,12E+06	2,72	0,53
153,33	0,09	0,19	-1,26E+04	76,03	6,40E+06	2,94	0,57
164,50	0,10	0,20	-1,40E+04	81,96	6,63E+06	3,17	0,61
174,83	0,11	0,21	-1,54E+04	87,53	6,87E+06	3,39	0,66
185,00	0,12	0,23	-1,69E+04	93,05	7,08E+06	3,60	0,70
195,33	0,13	0,24	-1,83E+04	98,72	7,26E+06	3,82	0,74
205,00	0,14	0,25	-1,97E+04	104,09	7,45E+06	4,03	0,78
214,17	0,15	0,27	-2,11E+04	109,25	7,64E+06	4,23	0,82
223,50	0,16	0,28	-2,25E+04	114,54	7,81E+06	4,43	0,86
232,00	0,17	0,29	-2,39E+04	119,45	8,00E+06	4,62	0,89
240,33	0,18	0,30	-2,53E+04	124,31	8,17E+06	4,81	0,93
248,67	0,19	0,32	-2,67E+04	129,21	8,34E+06	5,00	0,97
256,67	0,20	0,33	-2,81E+04	133,97	8,50E+06	5,18	1,00
264,50	0,21	0,34	-2,95E+04	138,69	8,66E+06	5,37	1,04
272,33	0,22	0,35	-3,09E+04	143,44	8,82E+06	5,55	1,07
280,17	0,23	0,36	-3,23E+04	148,23	8,96E+06	5,74	1,11
287,67	0,24	0,37	-3,37E+04	152,89	9,10E+06	5,92	1,14
294,67	0,25	0,38	-3,51E+04	157,30	9,26E+06	6,09	1,18
302,00	0,26	0,39	-3,65E+04	161,94	9,39E+06	6,27	1,21
309,17	0,27	0,41	-3,79E+04	166,51	9,53E+06	6,44	1,25
315,50	0,28	0,42	-3,93E+04	170,67	9,68E+06	6,61	1,28
323,17	0,29	0,43	-4,07E+04	175,59	9,79E+06	6,80	1,31
329,17	0,30	0,44	-4,21E+04	179,63	9,95E+06	6,95	1,34

Tabella I.11. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia $354-420 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,12 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
25,67	0,01	0,03	-1,45E+03	12,24	4,39E+06	0,56	0,08
48,17	0,02	0,06	-2,90E+03	23,08	4,68E+06	1,06	0,16
69,50	0,03	0,08	-4,35E+03	33,47	4,86E+06	1,54	0,23
85,50	0,04	0,10	-5,80E+03	41,38	5,27E+06	1,90	0,29
103,00	0,05	0,12	-7,25E+03	50,10	5,47E+06	2,30	0,35
117,83	0,06	0,14	-8,70E+03	57,59	5,73E+06	2,65	0,40
130,33	0,07	0,16	-1,01E+04	64,01	6,05E+06	<mark>2,94</mark>	<mark>0,44</mark>
143,00	0,08	0,17	-1,16E+04	70,57	6,30E+06	3,25	0,49
154,67	0,09	0,19	-1,30E+04	76,70	6,55E+06	3,53	0,53
165,83	0,10	0,20	-1,45E+04	82,63	6,79E+06	3,80	0,57
176,17	0,11	0,22	-1,59E+04	88,19	7,03E+06	4,06	0,61
187,33	0,12	0,23	-1,74E+04	94,23	7,21E+06	4,33	0,65
196,83	0,13	0,24	-1,88E+04	99,47	7,44E+06	4,58	0,69
206,67	0,14	0,26	-2,03E+04	104,93	7,63E+06	4,83	0,73
215,83	0,15	0,27	-2,17E+04	110,10	7,83E+06	5,06	0,76
225,17	0,16	0,28	-2,32E+04	115,39	8,00E+06	5,31	0,80
233,67	0,17	0,29	-2,46E+04	120,31	8,19E+06	5,53	0,83
242,17	0,18	0,31	-2,61E+04	125,26	8,37E+06	5,76	0,87
251,00	0,19	0,32	-2,75E+04	130,42	8,52E+06	6,00	0,90
258,67	0,20	0,33	-2,90E+04	135,02	8,71E+06	6,21	0,94
266,67	0,21	0,34	-3,04E+04	139,83	8,87E+06	6,43	0,97
274,17	0,22	0,35	-3,19E+04	144,41	9,04E+06	6,64	1,00
281,67	0,23	0,36	-3,33E+04	149,03	9,19E+06	6,86	1,03
289,50	0,24	0,38	-3,48E+04	153,86	9,33E+06	7,08	1,07
296,67	0,25	0,39	-3,62E+04	158,37	9,49E+06	7,29	1,10
303,83	0,26	0,40	-3,77E+04	162,92	9,64E+06	7,49	1,13
311,33	0,27	0,41	-3,91E+04	167,68	9,76E+06	7,71	1,16
318,17	0,28	0,42	-4,06E+04	172,11	9,91E+06	7,92	1,19
324,83	0,29	0,43	-4,20E+04	176,49	1,01E+07	8,12	1,22
331,67	0,30	0,44	-4,35E+04	180,99	1,02E+07	8,33	1,25

Tabella I.12. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 420-500 μm avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,90 cm.

Q _{sc} (cm³/s)	Δp (atm)	Q _m (g/s)	∆p/L (gcm ⁻² s ⁻²)	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
29,33	0,01	0,03	-1,44E+03	13,99	3,81E+06	0,77	0,12
54,17	0,02	0,06	-2,88E+03	25,96	4,13E+06	1,42	0,23
73,67	0,03	0,09	-4,32E+03	35,48	4,55E+06	1,94	0,31
91,50	0,04	0,11	-5,76E+03	44,29	4,89E+06	2,42	0,39
107,50	0,05	0,13	-7,19E+03	52,29	5,20E+06	2,86	0,46
123,00	0,06	0,15	-8,63E+03	60,12	5,45E+06	<mark>3,29</mark>	<mark>0,53</mark>
136,50	0,07	0,16	-1,01E+04	67,04	5,73E+06	3,67	0,59
148,50	0,08	0,18	-1,15E+04	73,29	6,02E+06	4,01	0,64
160,17	0,09	0,19	-1,29E+04	79,42	6,28E+06	4,35	0,69
171,00	0,10	0,21	-1,44E+04	85,20	6,54E+06	4,66	0,74
182,33	0,11	0,22	-1,58E+04	91,28	6,74E+06	5,00	0,80
192,83	0,12	0,24	-1,73E+04	96,99	6,96E+06	5,31	0,85
202,83	0,13	0,25	-1,87E+04	102,51	7,16E+06	5,61	0,90
212,17	0,14	0,26	-2,01E+04	107,73	7,38E+06	5,90	0,94
221,50	0,15	0,28	-2,16E+04	112,99	7,57E+06	6,19	0,99
229,67	0,16	0,29	-2,30E+04	117,70	7,79E+06	6,44	1,03
239,17	0,17	0,30	-2,45E+04	123,14	7,95E+06	6,74	1,08
248,00	0,18	0,31	-2,59E+04	128,27	8,11E+06	7,02	1,12
256,00	0,19	0,32	-2,73E+04	133,02	8,30E+06	7,28	1,16
264,33	0,20	0,34	-2,88E+04	137,98	8,46E+06	7,55	1,21
272,50	0,21	0,35	-3,02E+04	142,89	8,61E+06	7,82	1,25
280,00	0,22	0,36	-3,17E+04	147,48	8,78E+06	8,07	1,29
287,17	0,23	0,37	-3,31E+04	151,94	8,95E+06	8,32	1,33
294,83	0,24	0,38	-3,45E+04	156,69	9,10E+06	8,58	1,37
302,00	0,25	0,39	-3,60E+04	161,22	9,25E+06	8,83	1,41
309,00	0,26	0,40	-3,74E+04	165,69	9,41E+06	9,07	1,45
316,00	0,27	0,41	-3,88E+04	170,19	9,55E+06	9,32	1,49
323,50	0,28	0,43	-4,03E+04	175,00	9,68E+06	9,58	1,53
330,17	0,29	0,44	-4,17E+04	179,39	9,82E+06	9,82	1,57

Tabella I.13. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 500-595 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,95 cm.

Q_{sc}	Δp (atm)	Q_m	$\Delta p/L$	G/μ	$(p_1^2 - p_0^2)/2\mu LcG$	Re	Fo
20.67		(9/3)				0.05	0.14
50,07	0,01	0,04	-1,45E+03	14,02	3,07E+00	0,95	0,14
54,67	0,02	0,06	-2,90E+03	26,20	4,12E+06	1,71	0,24
/3,6/	0,03	0,09	-4,35E+03	35,48	4,59E+06	2,31	0,33
92,83	0,04	0,11	-5,80E+03	44,93	4,85E+06	2,93	0,42
109,33	0,05	0,13	-7,25E+03	53,18	5,15E+06	3,46	0,49
124,17	0,06	0,15	-8,70E+03	60,69	5,44E+06	<mark>3,95</mark>	<mark>0,56</mark>
137,67	0,07	0,16	-1,01E+04	67,61	5,73E+06	4,40	0,63
150,33	0,08	0,18	-1,16E+04	74,19	5,99E+06	4,83	0,69
161,50	0,09	0,20	-1,30E+04	80,08	6,27E+06	5,21	0,74
172,67	0,10	0,21	-1,45E+04	86,03	6,52E+06	5,60	0,80
183,17	0,11	0,22	-1,59E+04	91,70	6,76E+06	5,97	0,85
194,00	0,12	0,24	-1,74E+04	97,58	6,96E+06	6,35	0,91
202,00	0,13	0,25	-1,88E+04	102,08	7,25E+06	6,65	0,95
213,33	0,14	0,26	-2,03E+04	108,32	7,39E+06	7,05	1,01
222,33	0,15	0,28	-2,17E+04	113,42	7,60E+06	7,38	1,05
231,50	0,16	0,29	-2,32E+04	118,64	7,78E+06	7,72	1,10
240,00	0,17	0,30	-2,46E+04	123,57	7,98E+06	8,04	1,15
249,17	0,18	0,31	-2,61E+04	128,88	8,13E+06	8,39	1,20
257,17	0,19	0,33	-2,75E+04	133,62	8,32E+06	8,70	1,24
265,50	0,20	0,34	-2,90E+04	138,58	8,48E+06	9,02	1,29
273,50	0,21	0,35	-3,04E+04	143,41	8,65E+06	9,34	1,33
281,67	0,22	0,36	-3,19E+04	148,36	8,79E+06	9,66	1,38
288,67	0,23	0,37	-3,33E+04	152,73	8,97E+06	9,94	1,42
295,67	0,24	0,38	-3,48E+04	157,14	9,14E+06	10,23	1,46
303,00	0,25	0,39	-3,62E+04	161,75	9,29E+06	10,53	1,50
310,50	0,26	0,41	-3,77E+04	166,49	9,43E+06	10,84	1,55
317,67	0,27	0,42	-3,91E+04	171,09	9,57E+06	11,14	1,59
324,00	0,28	0,43	-4,06E+04	175,27	9,73E+06	11,41	1,63

Tabella I.14. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 595-707 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,90 cm.

Q_{sc}	Δp (otm)	Q_m	$\Delta p/L$	G/μ	$(p_1^2 - p_0^2)/2\mu LcG$	Re	Fo
23.83		(9/5)				0.52	0.07
42.33	0,01	0,05	3 03E±03	20.20	4,94L+00	0,32	0,07
42,00	0,02	0,03	-3,03L+03	20,29	5,500+00	1 22	0,13
75.67	0,03	0,07	-4,55E+05	29,00	5,85E+00	1,52	0,10
75,07	0,04	0,09	-0,000-+03	30,02	0,22E+00	2,00	0,23
90,50	0,05	0,11	-7,300+03	44,02 50.02	0,50E+00	2,00	0,21
116.02	0,00	0,12	-9,09E+03	57.20	0,79E+00	2,31	0,31
10,00	0,07	0,14	-1,00=+04	07,00	7,030	2,00	0,35
141 22	0,00	0,10	-1,21E+04	70.09	7,200	2,09	0,39
141,33	0,09	0,17	-1,30E+04	70,00	7,50E+06	3,10	0,43
101,17	0,10	0,18	-1,52E+04	75,32	7,79E+06	3,42	0,47
161,33	0,11	0,20	-1,67E+04	80,77	8,03E+06	3,66	0,50
1/1,33	0,12	0,21	-1,82E+04	86,18	8,24E+06	3,91	0,53
181,17	0,13	0,22	-1,97E+04	91,56	8,45E+06	4,15	0,57
190,17	0,14	0,24	-2,12E+04	96,56	8,67E+06	4,38	0,60
199,33	0,15	0,25	-2,27E+04	101,68	8,86E+06	4,61	0,63
207,67	0,16	0,26	-2,42E+04	106,43	9,07E+06	4,83	0,66
216,67	0,17	0,27	-2,58E+04	111,55	9,24E+06	5,06	0,69
224,50	0,18	0,28	-2,73E+04	116,12	9,44E+06	5,27	0,72
232,50	0,19	0,29	-2,88E+04	120,81	9,62E+06	5,48	0,75
241,00	0,20	0,31	-3,03E+04	125,80	9,77E+06	5,70	0,78
248,83	0,21	0,32	-3,18E+04	130,48	9,93E+06	5,92	0,81
256,67	0,22	0,33	-3,33E+04	135,19	1,01E+07	6,13	0,84
264,17	0,23	0,34	-3,48E+04	139,77	1,02E+07	6,34	0,86
271,33	0,24	0,35	-3,64E+04	144,20	1,04E+07	6,54	0,89
278,00	0,25	0,36	-3,79E+04	148,41	1,06E+07	6,73	0,92
285,33	0,26	0,37	-3,94E+04	153,00	1,07E+07	6,94	0,95
292,00	0,27	0,38	-4,09E+04	157,27	1,09E+07	7,13	0,97
299,17	0,28	0,39	-4,24E+04	161,84	1,10E+07	7,34	1,00
306,00	0,29	0,41	-4,39E+04	166,26	1,12E+07	7,54	1,03
312,17	0,30	0,42	-4,55E+04	170,35	1,13E+07	7,73	1,05
318,67	0,31	0,43	-4,70E+04	174,65	1,15E+07	7,92	1,08
325,33	0,32	0,44	-4,85E+04	179,08	1,16E+07	8,12	1,11
331,50	0,33	0,45	-5,00E+04	183,26	1,17E+07	8,31	1,13

Tabella I.15. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 I avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,60 cm.

Q_{sc}	Δp (atm)	Q_m	$\Delta p/L$	G/μ	$(p_1^2 - p_0^2)/2\mu LcG$	$\Delta p/L$	G/μ
25 17	0.01	0.03	(gcm s) -1 52E+03	12.00	(CIII_) 	0.54	
46 67	0.02	0.05	-3 03E+03	22.37	5.04E+06	1 01	0.15
65.33	0.03	0.08	-4 55E+03	31 47	5 41E+06	1 43	0.21
80.17	0.04	0.09	-6.06E+03	38.80	5.87E+06	1.76	0.26
97.00	0.05	0.12	-7.58E+03	47.18	6.07E+06	2.14	0.32
110,67	0,06	0,13	-9,09E+03	54,09	6.38E+06	2,45	0,36
124,17	0,07	0,15	-1,06E+04	60,98	6,64E+06	2,77	<mark>0,41</mark>
135,67	0,08	0,16	-1,21E+04	66,95	6,94E+06	3,04	0,45
146,83	0,09	0,18	-1,36E+04	72,81	7,22E+06	3,30	0,49
158,83	0,10	0,19	-1,52E+04	79,14	7,41E+06	3,59	0,53
167,50	0,11	0,20	-1,67E+04	83,85	7,73E+06	3,80	0,56
177,00	0,12	0,22	-1,82E+04	89,03	7,98E+06	4,04	0,60
187,33	0,13	0,23	-1,97E+04	94,67	8,17E+06	4,29	0,64
196,50	0,14	0,24	-2,12E+04	99,77	8,39E+06	4,52	0,67
204,83	0,15	0,25	-2,27E+04	104,49	8,62E+06	4,74	0,70
213,83	0,16	0,27	-2,42E+04	109,59	8,81E+06	4,97	0,74
222,50	0,17	0,28	-2,58E+04	114,56	8,99E+06	5,20	0,77
230,33	0,18	0,29	-2,73E+04	119,14	9,20E+06	5,40	0,80
238,83	0,19	0,30	-2,88E+04	124,10	9,36E+06	5,63	0,83
247,00	0,20	0,31	-3,03E+04	128,93	9,53E+06	5,85	0,87
255,00	0,21	0,33	-3,18E+04	133,71	9,69E+06	6,06	0,90
262,67	0,22	0,34	-3,33E+04	138,35	9,86E+06	6,27	0,93
269,83	0,23	0,35	-3,48E+04	142,77	1,00E+07	6,47	0,96
277,83	0,24	0,36	-3,64E+04	147,66	1,02E+07	6,70	0,99
284,33	0,25	0,37	-3,79E+04	151,79	1,04E+07	6,88	1,02
291,83	0,26	0,38	-3,94E+04	156,48	1,05E+07	7,10	1,05
298,67	0,27	0,39	-4,09E+04	160,86	1,06E+07	7,29	1,08
305,50	0,28	0,40	-4,24E+04	165,26	1,08E+07	7,49	1,11
312,33	0,29	0,41	-4,39E+04	169,70	1,09E+07	7,70	1,14
319,50	0,30	0,43	-4,55E+04	174,35	1,11E+07	7,91	1,17
325,83	0,31	0,44	-4,70E+04	178,58	1,12E+07	8,10	1,20

Tabella I.16. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 II avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,60 cm.

Q _{sc} (cm ³ /s)	Δp (atm)	Q_m (q/s)	$\Delta p/L$	G/μ	$(p_1^2 - p_0^2)/2\mu LcG$	Re	Fo
25,00	0,01	0,03	-1,52E+03	11,92	4,71E+06	0,54	0,07
45,33	0,02	0,05	-3,03E+03	21,73	5,19E+06	0,99	0,14
63,17	0,03	0,07	-4,62E+03	30,42	5,68E+06	1,38	0,19
79,00	0,04	0,09	-6,15E+03	38,24	6,05E+06	1,73	0,24
93,17	0,05	0,11	-7,69E+03	45,32	6,41E+06	2,06	0,28
106,83	0,06	0,13	-9,23E+03	52,22	6,71E+06	2,37	0,33
119,67	0,07	0,14	-1,08E+04	58,77	6,99E+06	2,67	0,37
132,17	0,08	0,16	-1,23E+04	65,22	7,23E+06	<mark>2,96</mark>	<mark>0,41</mark>
142,83	0,09	0,17	-1,38E+04	70,83	7,53E+06	3,21	0,44
153,83	0,10	0,19	-1,54E+04	76,65	7,77E+06	3,48	0,48
164,00	0,11	0,20	-1,69E+04	82,10	8,02E+06	3,72	0,51
174,33	0,12	0,21	-1,85E+04	87,69	8,23E+06	3,98	0,55
183,67	0,13	0,23	-2,00E+04	92,82	8,46E+06	4,21	0,58
193,00	0,14	0,24	-2,15E+04	97,99	8,67E+06	4,44	0,61
202,50	0,15	0,25	-2,31E+04	103,30	8,85E+06	4,68	0,65
210,00	0,16	0,26	-2,46E+04	107,62	9,11E+06	4,88	0,67
219,33	0,17	0,28	-2,62E+04	112,93	9,26E+06	5,12	0,71
227,67	0,18	0,29	-2,77E+04	117,76	9,45E+06	5,34	0,74
235,50	0,19	0,30	-2,92E+04	122,37	9,64E+06	5,55	0,77
243,67	0,20	0,31	-3,08E+04	127,19	9,81E+06	5,77	0,80
251,00	0,21	0,32	-3,23E+04	131,61	1,00E+07	5,97	0,82
259,00	0,22	0,33	-3,38E+04	136,42	1,02E+07	6,19	0,85
266,33	0,23	0,34	-3,54E+04	140,92	1,03E+07	6,39	0,88
274,00	0,24	0,36	-3,69E+04	145,62	1,05E+07	6,60	0,91
281,00	0,25	0,37	-3,85E+04	150,01	1,06E+07	6,80	0,94
288,00	0,26	0,38	-4,00E+04	154,43	1,08E+07	7,00	0,97
295,00	0,27	0,39	-4,15E+04	158,88	1,09E+07	7,21	0,99
302,17	0,28	0,40	-4,31E+04	163,46	1,11E+07	7,41	1,02
308,67	0,29	0,41	-4,46E+04	167,71	1,12E+07	7,61	1,05
315,17	0,30	0,42	-4,62E+04	171,99	1,14E+07	7,80	1,08
321,83	0,31	0,43	-4,77E+04	176,39	1,15E+07	8,00	1,10
328,67	0,32	0,44	-4,92E+04	180,91	1,16E+07	8,20	1,13

Tabella I.17. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 III avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.
Q _{sc} (cm ³ /s)	Δp (atm)	Q _m (q/s)	$\Delta p/L$	G/μ (cm ⁻¹)	(p ₁ ² -p ₀ ²)/2μLcG (cm ⁻²)	Re	Fo
25,00	0,01	0,03	-1,54E+03	11,92	4,78E+06	0,54	0,08
44,50	0,02	0,05	-3,08E+03	21,33	5,37E+06	0,97	0,15
63,17	0,03	0,07	-4,62E+03	30,42	5,68E+06	1,38	0,21
79,33	0,04	0,09	-6,15E+03	38,40	6,03E+06	1,74	0,26
93,83	0,05	0,11	-7,69E+03	45,64	6,37E+06	2,07	0,31
108,00	0,06	0,13	-9,23E+03	52,79	6,64E+06	2,39	0,36
121,00	0,07	0,14	-1,08E+04	59,43	6,91E+06	<mark>2,70</mark>	<mark>0,41</mark>
133,50	0,08	0,16	-1,23E+04	65,88	7,16E+06	2,99	0,45
144,83	0,09	0,18	-1,38E+04	71,82	7,43E+06	3,26	0,49
154,33	0,10	0,19	-1,54E+04	76,90	7,74E+06	3,49	0,53
165,67	0,11	0,20	-1,69E+04	82,94	7,94E+06	3,76	0,57
175,17	0,12	0,21	-1,85E+04	88,11	8,19E+06	4,00	0,60
185,50	0,13	0,23	-2,00E+04	93,75	8,38E+06	4,25	0,64
194,50	0,14	0,24	-2,15E+04	98,76	8,60E+06	4,48	0,68
203,50	0,15	0,25	-2,31E+04	103,81	8,81E+06	4,71	0,71
212,17	0,16	0,27	-2,46E+04	108,73	9,01E+06	4,93	0,75
220,83	0,17	0,28	-2,62E+04	113,70	9,20E+06	5,16	0,78
229,33	0,18	0,29	-2,77E+04	118,62	9,38E+06	5,38	0,81
237,17	0,19	0,30	-2,92E+04	123,23	9,58E+06	5,59	0,85
245,50	0,20	0,31	-3,08E+04	128,15	9,74E+06	5,81	0,88
253,00	0,21	0,32	-3,23E+04	132,66	9,92E+06	6,02	0,91
260,83	0,22	0,34	-3,38E+04	137,39	1,01E+07	6,23	0,94
268,33	0,23	0,35	-3,54E+04	141,97	1,02E+07	6,44	0,97
275,83	0,24	0,36	-3,69E+04	146,60	1,04E+07	6,65	1,01
283,00	0,25	0,37	-3,85E+04	151,08	1,06E+07	6,85	1,04
290,33	0,26	0,38	-4,00E+04	155,68	1,07E+07	7,06	1,07
297,33	0,27	0,39	-4,15E+04	160,14	1,09E+07	7,26	1,10
299,17	0,28	0,39	-4,31E+04	161,84	1,12E+07	7,34	1,11
303,67	0,29	0,40	-4,46E+04	164,99	1,14E+07	7,48	1,13
310,67	0,30	0,41	-4,62E+04	169,53	1,15E+07	7,69	1,16
317,00	0,31	0,42	-4,77E+04	173,74	1,17E+07	7,88	1,19
323,67	0,32	0,43	-4,92E+04	178,16	1,18E+07	8,08	1,22
330,00	0,33	0,44	-5,08E+04	182,43	1,20E+07	8,27	1,25

Tabella I.18. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 IV avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.

Q _{sc} (cm ³ /s)	Δp (atm)	Q_m	$\Delta p/L$	G/μ	$(p_1^2 - p_0^2)/2\mu LcG$	Re	Fo
22.67	0.01	0.03	-1.49E+03	10.81	5.10E+06	0.22	0.06
41.17	0.02	0.05	-2.98E+03	19.73	5.62E+06	0.40	0.11
59.17	0.03	0.07	-4.46E+03	28.50	5.86E+06	0.57	0.17
74.67	0.04	0.09	-5.95E+03	36.14	6.19E+06	0.73	0.21
88.67	0.05	0.11	-7.44E+03	43.13	6.52E+06	0.87	0.25
102,50	0,06	0,12	-8,93E+03	50,10	6,77E+06	1,01	0,29
114,83	0,07	0,14	-1,04E+04	56,40	7,05E+06	1,13	0,33
128,00	0,08	0,15	-1,19E+04	63,17	7,23E+06	1,27	<mark>0,37</mark>
139,17	0,09	0,17	-1,34E+04	69,01	7,48E+06	1,39	0,40
149,50	0,10	0,18	-1,49E+04	74,49	7,73E+06	1,50	0,43
160,00	0,11	0,20	-1,64E+04	80,10	7,95E+06	1,61	0,47
169,67	0,12	0,21	-1,79E+04	85,34	8,18E+06	1,72	0,50
179,50	0,13	0,22	-1,93E+04	90,71	8,37E+06	1,82	0,53
188,50	0,14	0,23	-2,08E+04	95,71	8,59E+06	1,92	0,56
197,50	0,15	0,25	-2,23E+04	100,75	8,78E+06	2,03	0,59
206,67	0,16	0,26	-2,38E+04	105,91	8,95E+06	2,13	0,62
215,17	0,17	0,27	-2,53E+04	110,78	9,13E+06	2,23	0,64
223,33	0,18	0,28	-2,68E+04	115,52	9,32E+06	2,32	0,67
231,83	0,19	0,29	-2,83E+04	120,46	9,48E+06	2,42	0,70
239,50	0,20	0,30	-2,98E+04	125,01	9,65E+06	2,51	0,73
247,50	0,21	0,32	-3,13E+04	129,78	9,81E+06	2,61	0,75
255,00	0,22	0,33	-3,27E+04	134,31	9,97E+06	2,70	0,78
263,00	0,23	0,34	-3,42E+04	139,15	1,01E+07	2,80	0,81
270,33	0,24	0,35	-3,57E+04	143,67	1,03E+07	2,89	0,83
277,83	0,25	0,36	-3,72E+04	148,32	1,04E+07	2,98	0,86
284,67	0,26	0,37	-3,87E+04	152,64	1,06E+07	3,07	0,89
291,83	0,27	0,38	-4,02E+04	157,18	1,07E+07	3,16	0,91
298,33	0,28	0,39	-4,17E+04	161,39	1,09E+07	3,24	0,94
304,83	0,29	0,40	-4,32E+04	165,63	1,10E+07	3,33	0,96
311,83	0,30	0,41	-4,46E+04	170,17	1,11E+07	3,42	0,99
318,67	0,31	0,43	-4,61E+04	174,65	1,12E+07	3,51	1,01
324,67	0,32	0,44	-4,76E+04	178,71	1,14E+07	3,59	1,04
331,17	0,33	0,45	-4,91E+04	183,08	1,15E+07	3,68	1,06

Tabella I.19. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia analisi granulometrica avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,72 cm.

Allegato II

In questo allegato vengono riportate nelle seguenti tabelle le misure e i dati relativi alle prove a liquido per i campioni non consolidati oggetto di studio. Nella prima e seconda colonna vengono riportati i valori delle pesate del fluido e degli intervalli di misura da cui ne consegue il valore della portata riportata nella terza colonna. Nella quarta colonna vengono riportati i valori dei carichi idraulici imposti. Infine, nelle quinta e sesta colonna vengono riportati i valori di permeabilità rispettivamente in cm^2 e darcy.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
4,58	60	0,08	2	1,86E-07	18,61
9,06	120	0,08	2	1,84E-07	18,41
13,51	180	0,08	2	1,83E-07	18,30
9,08	60	0,15	4	1,84E-07	18,45
18,02	120	0,15	4	1,83E-07	18,31
26,79	180	0,15	4	1,81E-07	18,14
13,37	60	0,22	6	1,81E-07	18,11
26,43	120	0,22	6	1,79E-07	17,90
39,27	180	0,22	6	1,77E-07	17,73
17,52	60	0,29	8	1,78E-07	17,80
34,46	120	0,29	8	1,75E-07	17,50
51,23	180	0,29	8	1,73E-07	17,35
21,28	60	0,36	10	1,73E-07	17,30
42,06	120	0,35	10	1,71E-07	17,09
62,66	180	0,35	10	1,7E-07	16,98

Tabella II.1. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $150-212 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,4 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
10,5	60	0,18	2	4E-07	40,02
20,89	120	0,17	2	3,98E-07	39,81
31,31	180	0,17	2	3,98E-07	39,78
18,74	60	0,31	4	3,57E-07	35,71
37,13	120	0,31	4	3,54E-07	35,38
54,91	180	0,31	4	3,49E-07	34,88
29,01	60	0,48	6	3,69E-07	36,85
57,4	120	0,48	6	3,65E-07	36,46
85,46	180	0,48	6	3,62E-07	36,19
34,91	60	0,58	8	3,33E-07	33,26
69	120	0,58	8	3,29E-07	32,87
102,86	180	0,57	8	3,27E-07	32,67
42,26	60	0,71	10	3,22E-07	32,21
83,48	120	0,70	10	3,18E-07	31,82
124,14	180	0,69	10	3,15E-07	31,54

Tabella II.2. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $212-300 \ \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,94 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
15,86	60	0,27	2	6,53E-07	65,32
31,43	120	0,26	2	6,47E-07	64,72
46,98	180	0,26	2	6,45E-07	64,50
30,77	60	0,51	4	6,34E-07	63,37
61,15	120	0,51	4	6,3E-07	62,96
90,86	180	0,51	4	6,24E-07	62,37
47,15	60	0,79	6	6,47E-07	64,73
93,56	120	0,78	6	6,42E-07	64,22
139,96	180	0,78	6	6,4E-07	64,05
58,23	60	0,97	8	6E-07	59,96
115,68	120	0,97	8	5,96E-07	59,56
173,09	180	0,96	8	5,94E-07	59,41
72,89	60	1,22	10	6E-07	60,04
144,71	120	1,21	10	5,96E-07	59,60
216,54	180	1,21	10	5,95E-07	59,46

Tabella II.3. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $300-354 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,50 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
21,93	60	0,37	2	8,67E-07	86,71
43,46	120	0,36	2	8,59E-07	85,92
64,98	180	0,36	2	8,56E-07	85,64
37,18	60	0,62	4	7,35E-07	73,50
73,21	120	0,61	4	7,24E-07	72,37
108,53	180	0,60	4	7,15E-07	71,52
53,51	60	0,89	6	7,05E-07	70,52
106,02	120	0,89	6	6,99E-07	69,87
158,53	180	0,88	6	6,96E-07	69,65
68,52	60	1,15	8	6,77E-07	67,73
136,37	120	1,14	8	6,74E-07	67,40
204,29	180	1,14	8	6,73E-07	67,31
83,18	60	1,39	10	6,58E-07	65,78
166,08	120	1,39	10	6,57E-07	65,67
247,45	180	1,38	10	6,52E-07	65,23

Tabella II.4. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $354-420 \ \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,20 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
25,4	60	0,42	2	9,07E-07	90,67
50,55	120	0,42	2	9,02E-07	90,22
75,75	180	0,42	2	9,01E-07	90,13
52,72	60	0,88	4	9,41E-07	94,09
104,32	120	0,87	4	9,31E-07	93,09
155,85	180	0,87	4	9,27E-07	92,72
74,51	60	1,25	6	8,87E-07	88,65
148,78	120	1,24	6	8,85E-07	88,51
221,65	180	1,24	6	8,79E-07	87,91
94,7	60	1,58	8	8,45E-07	84,51
186,83	120	1,56	8	8,34E-07	83,36
280,48	180	1,56	8	8,34E-07	83,43
112,25	60	1,88	10	8,01E-07	80,14
224,03	120	1,87	10	8E-07	79,97
330,82	180	1,84	10	7,87E-07	78,72

Tabella II.5. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $420-500 \ \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
20,54	60	0,34	2	8,03E-07	80,31
41,04	120	0,34	2	8,02E-07	80,23
61,23	180	0,34	2	7,98E-07	79,80
38,31	60	0,64	4	7,49E-07	74,90
75,88	120	0,63	4	7,42E-07	74,17
113,14	180	0,63	4	7,37E-07	73,73
55,76	60	0,93	6	7,27E-07	72,67
110,24	120	0,92	6	7,18E-07	71,84
164,17	180	0,91	6	7,13E-07	71,32
70,49	60	1,18	8	6,89E-07	68,90
140,28	120	1,17	8	6,86E-07	68,56
208,99	180	1,16	8	6,81E-07	68,10
85,7	60	1,43	10	6,7E-07	67,02
170,52	120	1,43	10	6,67E-07	66,67
254,73	180	1,42	10	6,64E-07	66,40

Tabella II.6. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere $500-595 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,12 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
34,53	60	0,58	2	1,35E-06	134,63
68,64	120	0,57	2	1,34E-06	133,81
102,26	180	0,57	2	1,33E-06	132,90
62,94	60	1,05	4	1,23E-06	122,70
124,85	120	1,04	4	1,22E-06	121,70
186,55	180	1,04	4	1,21E-06	121,23
87,43	60	1,46	6	1,14E-06	113,63
173,03	120	1,45	6	1,12E-06	112,44
259,16	180	1,44	6	1,12E-06	112,27
108,25	60	1,81	8	1,06E-06	105,52
215,06	120	1,80	8	1,05E-06	104,81
320,72	180	1,79	8	1,04E-06	104,21
127,97	60	2,14	10	9,98E-07	99,79
254,26	120	2,13	10	9,91E-07	99,14
379,02	180	2,11	10	9,85E-07	98,52

Tabella II.7. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sfere 595-707 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,1 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm ²)	k (darcy)
4,05	60	0,07	2	1,52E-07	15,19
7,86	120	0,07	2	1,47E-07	14,74
11,72	180	0,07	2	1,47E-07	14,65
7,54	60	0,13	4	1,41E-07	14,14
15,04	120	0,13	4	1,41E-07	14,10
22,72	180	0,13	4	1,42E-07	14,20
11,31	60	0,19	6	1,41E-07	14,14
22,4	120	0,19	6	1,40E-07	14,00
33,16	180	0,18	6	1,38E-07	13,82
14,78	60	0,25	8	1,39E-07	13,86
29,24	120	0,24	8	1,37E-07	13,71
43,34	180	0,24	8	1,35E-07	13,55
17,88	60	0,30	10	1,34E-07	13,41
35,18	120	0,29	10	1,32E-07	13,20
52,09	180	0,29	10	1,30E-07	13,03

Tabella II.8. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia $150-212 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,56 cm.

P (g)	∆t (s)	$Q_v (cm^3 s^{-1})$	∆h (cm)	k (cm ²)	k (darcy)
7,6	60	0,13	2	2,78E-07	27,80
15,05	120	0,13	2	2,75E-07	27,52
22,5	180	0,13	2	2,74E-07	27,43
15,32	60	0,26	4	2,8E-07	28,02
30,36	120	0,25	4	2,78E-07	27,76
45,41	180	0,25	4	2,77E-07	27,68
23,55	60	0,39	6	2,87E-07	28,71
46,54	120	0,39	6	2,84E-07	28,37
69,49	180	0,39	6	2,82E-07	28,24
31,79	60	0,53	8	2,91E-07	29,07
62,74	120	0,52	8	2,87E-07	28,68
93,43	180	0,52	8	2,85E-07	28,48
38,32	60	0,64	10	2,8E-07	28,03
75,8	120	0,63	10	2,77E-07	27,72
113,43	180	0,63	10	2,77E-07	27,66

Tabella II.9. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,66 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
7,42	60	0,12	2	2,79E-07	27,87
14,67	120	0,12	2	2,76E-07	27,55
21,83	180	0,12	2	2,73E-07	27,33
13,35	60	0,22	4	2,51E-07	25,07
26,44	120	0,22	4	2,48E-07	24,83
39,11	180	0,22	4	2,45E-07	24,48
20,9	60	0,35	6	2,62E-07	26,17
40,87	120	0,34	6	2,56E-07	25,59
60,71	180	0,34	6	2,53E-07	25,34
26,59	60	0,44	8	2,5E-07	24,97
52,47	120	0,44	8	2,46E-07	24,64
77,99	180	0,43	8	2,44E-07	24,41
32,68	60	0,55	10	2,46E-07	24,55
64,88	120	0,54	10	2,44E-07	24,37
96,77	180	0,54	10	2,42E-07	24,23

Tabella II.10. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia $300-354 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,83 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
12,12	60	0,20	2	4,74E-07	47,39
24,03	120	0,20	2	4,7E-07	46,98
36,1	180	0,20	2	4,71E-07	47,05
24,36	60	0,41	4	4,76E-07	47,62
48,36	120	0,40	4	4,73E-07	47,27
72,48	180	0,40	4	4,72E-07	47,23
37,1	60	0,62	6	4,84E-07	48,35
73,85	120	0,62	6	4,81E-07	48,13
110,65	180	0,62	6	4,81E-07	48,07
48,66	60	0,81	8	4,76E-07	47,56
96,86	120	0,81	8	4,73E-07	47,34
145,23	180	0,81	8	4,73E-07	47,32
60,13	60	1,01	10	4,7E-07	47,02
119,98	120	1,00	10	4,69E-07	46,91
179,77	180	1,00	10	4,69E-07	46,86

Tabella II.11. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia $354-420 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 7,12 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
20,45	60	0,34	2	7,75E-07	77,49
39,54	120	0,33	2	7,49E-07	74,91
58,87	180	0,33	2	7,44E-07	74,36
39,09	60	0,65	4	7,41E-07	74,06
77,7	120	0,65	4	7,36E-07	73,60
114,85	180	0,64	4	7,25E-07	72,53
57,58	60	0,96	6	7,27E-07	72,73
114,37	120	0,96	6	7,22E-07	72,23
171,94	180	0,96	6	7,24E-07	72,39
72,57	60	1,21	8	6,87E-07	68,74
144,81	120	1,21	8	6,86E-07	68,59
214,91	180	1,20	8	6,79E-07	67,86
86,73	60	1,45	10	6,57E-07	65,73
119,98	120	1,00	10	4,69E-07	46,91
179,77	180	1,00	10	4,69E-07	46,86

Tabella II.12. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia $420-500 \mu m$ avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,90 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
28,39	60	0,47	2	1,08E-06	108,35
55,91	120	0,47	2	1,07E-06	106,69
83,38	180	0,46	2	1,06E-06	106,08
53,77	60	0,90	4	1,03E-06	102,61
106,1	120	0,89	4	1,01E-06	101,24
158,1	180	0,88	4	1,01E-06	100,57
72,63	60	1,21	6	9,24E-07	92,40
141,45	120	1,18	6	9E-07	89,98
212,35	180	1,18	6	9,01E-07	90,05
89,25	60	1,49	8	8,52E-07	85,16
177,11	120	1,48	8	8,45E-07	84,50
264,08	180	1,47	8	8,4E-07	83,99
107,46	60	1,80	10	8,2E-07	82,03
212,34	120	1,77	10	8,1E-07	81,04
316,69	180	1,76	10	8,06E-07	80,58

Tabella II.13. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia
500-595 μm avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,95 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
29,88	60	0,50	2	1,13E-06	113,22
59,14	120	0,49	2	1,12E-06	112,05
88,25	180	0,49	2	1,11E-06	111,46
55,19	60	0,92	4	1,05E-06	104,56
109,58	120	0,92	4	1,04E-06	103,80
163,2	180	0,91	4	1,03E-06	103,07
74,82	60	1,25	6	9,45E-07	94,50
146,84	120	1,23	6	9,27E-07	92,73
219,46	180	1,22	6	9,24E-07	92,40
93,34	60	1,56	8	8,84E-07	88,42
185,08	120	1,55	8	8,77E-07	87,66
276,61	180	1,54	8	8,73E-07	87,34
111,64	60	1,87	10	8,46E-07	84,60
220,67	120	1,84	10	8,36E-07	83,62
329,51	180	1,84	10	8,32E-07	83,24

Tabella II.14. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 595-707 μ m avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,90 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
12,39	60	0,21	2	4,49E-07	44,91
24,49	120	0,20	2	4,44E-07	44,38
36,4	180	0,20	2	4,4E-07	43,98
21,11	60	0,35	4	3,83E-07	38,26
41,81	120	0,35	4	3,79E-07	37,88
62,17	180	0,35	4	3,76E-07	37,56
32,49	60	0,54	6	3,93E-07	39,25
64,37	120	0,54	6	3,89E-07	38,88
95,74	180	0,53	6	3,86E-07	38,56
40,45	60	0,68	8	3,67E-07	36,65
79,9	120	0,67	8	3,62E-07	36,20
119,19	180	0,66	8	3,6E-07	36,00
49,26	60	0,82	10	3,57E-07	35,71
97,84	120	0,82	10	3,55E-07	35,46
145,7	180	0,81	10	3,52E-07	35,21

Tabella II.15. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 I avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,60 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
14,97	60	0,25	2	5,43E-07	54,26
29,41	120	0,25	2	5,33E-07	53,30
43,46	180	0,24	2	5,25E-07	52,51
27,12	60	0,45	4	4,91E-07	49,15
53,31	120	0,45	4	4,83E-07	48,30
78,82	180	0,44	4	4,76E-07	47,61
40,33	60	0,67	6	4,87E-07	48,72
78,77	120	0,66	6	4,76E-07	47,58
117,08	180	0,65	6	4,71E-07	47,15
49	60	0,82	8	4,44E-07	44,40
96,92	120	0,81	8	4,39E-07	43,91
143,44	180	0,80	8	4,33E-07	43,32
58,38	60	0,98	10	4,23E-07	42,32
115,15	120	0,96	10	4,17E-07	41,74
170,6	180	0,95	10	4,12E-07	41,22

Tabella II.16. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 II avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,60 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
12,7	60	0,21	2	4,53E-07	45,33
25,3	120	0,21	2	4,52E-07	45,15
37,68	180	0,21	2	4,48E-07	44,83
22,55	60	0,38	4	4,02E-07	40,25
45	120	0,38	4	4,02E-07	40,16
66,8	180	0,37	4	3,97E-07	39,74
34,7	60	0,58	6	4,13E-07	41,29
68,76	120	0,57	6	4,09E-07	40,91
102,44	180	0,57	6	4,06E-07	40,63
43,52	60	0,73	8	3,88E-07	38,84
86,89	120	0,73	8	3,88E-07	38,77
128,37	180	0,72	8	3,82E-07	38,18
52,78	60	0,88	10	3,77E-07	37,68
104,43	120	0,87	10	3,73E-07	37,28
155,59	180	0,87	10	3,7E-07	37,03

Tabella II.17. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 III avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.

P (g)	∆t (s)	$Q_v (cm^3 s^{-1})$	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
8,08	60	0,14	2	2,88E-07	28,84
16,13	120	0,13	2	2,88E-07	28,79
24,5	180	0,14	2	2,92E-07	29,15
15,39	60	0,26	4	2,75E-07	27,47
30,6	120	0,26	4	2,73E-07	27,31
46,05	180	0,26	4	2,74E-07	27,40
23,56	60	0,39	6	2,8E-07	28,03
46,98	120	0,39	6	2,79E-07	27,95
71,27	180	0,40	6	2,83E-07	28,27
31,19	60	0,52	8	2,78E-07	27,83
62,48	120	0,52	8	2,79E-07	27,88
94,68	180	0,53	8	2,82E-07	28,16
40,43	60	0,68	10	2,89E-07	28,86
81,05	120	0,68	10	2,89E-07	28,93
122,71	180	0,68	10	2,92E-07	29,20

Tabella II.18. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 IV avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.

P (g)	∆t (s)	Q _v (cm ³ s ⁻¹)	∆h (cm)	k (cm²)	k (darcy)
3,98	60	0,07	2	1,47E-07	14,69
7,92	120	0,07	2	1,46E-07	14,61
11,98	180	0,07	2	1,47E-07	14,74
10,94	60	0,18	4	2,02E-07	20,19
21,14	120	0,18	4	1,95E-07	19,50
31,05	180	0,17	4	1,91E-07	19,10
18,18	60	0,30	6	2,24E-07	22,36
35,53	120	0,30	6	2,19E-07	21,85
52,76	180	0,29	6	2,16E-07	21,63
25,58	60	0,43	8	2,36E-07	23,60
50,64	120	0,42	8	2,34E-07	23,36
75,14	180	0,42	8	2,31E-07	23,11
31,26	60	0,52	10	2,31E-07	23,07
61,97	120	0,52	10	2,29E-07	22,87
92,17	180	0,51	10	2,27E-07	22,68

Tabella II.19. Tabella relativa alle misure e alle grandezze per il campione sabbia 212-300 595-707 IV avente diametro pari a 4,2 cm e lunghezza pari a 6,50 cm.